

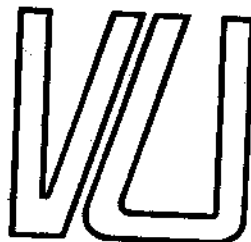
ET

5348

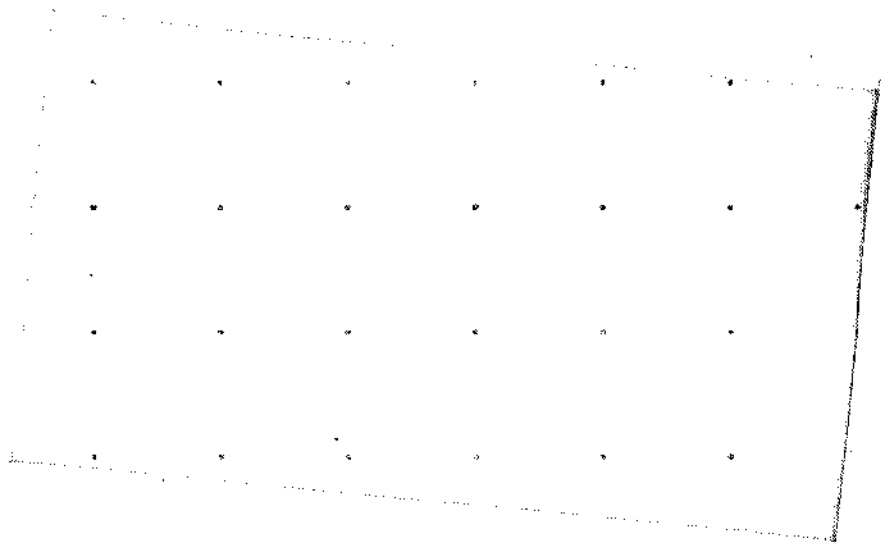
1983

002

SERIE RESEARCHMEMORANDA



VRIJE UNIVERSITEIT
EKONOMISCHE FAKULTEIT
AMSTERDAM



Vrije Universiteit
A m s t e r d a m
Economische Faculteit
Vakgroep Financiering
Secretariaat 020-5484933

1
20
21
23
24

CONTANTE WAARDE METHODEN BIJ
INVESTERINGSSELECTIE

G. Rietkerk

Researchmemorandum 1983-2 januari '83



VOORWOORD

In de investeringsanalyse wordt gebruik gemaakt van verschillende selectiemethoden om de aanvaardbaarheid van investeringsprojecten te beoordelen. Eén daarvan is de contante waarde methode met de variaties annuïteitenmethode en contante waarde index methode.

In dit researchmemorandum wordt een zo volledig mogelijk beeld gegeven van de contante waarde methoden. Naast de toepassing op het afzonderlijke project wordt aandacht besteed aan de bepaling van het optimale investeringsbudget van economisch onafhankelijke en afhankelijke projecten met behulp van de netto contante waarde en de contante waarde index.

Uitvoerig wordt ingegaan op de (volkomen markt) veronderstellingen van de contante waarde methode en hun relevantie bij praktische toepassingen. Het is opvallend hoe onvolledig deze vooronderstellingen in de literatuur over dit onderwerp worden behandeld. Wij hopen in deze leemte te hebben voorzien. Tevens is nauwkeurig aangegeven onder welke omstandigheden afwijkingen van de vooronderstellingen geen betekenis hebben en wanneer dat wel het geval is. Voorts is uiteengezet hoe een oplossing kan worden gevonden voor het selectieprobleem wanneer de vooronderstellingen niet realistisch geacht kunnen worden.

Tenslotte wordt ingegaan op de betekenis van de netto contante waarde voor de bepaling van de economische levensduur van een project.

Amsterdam, januari 1983

INHOUD

	<u>blz.</u>
1. Inleiding	1
2. Benodigde gegevens	1
3. Wanneer is een project aanvaardbaar?	2
4.1. Rangorde en preferentie beslisser; het optimale investeringsbudget	4
2. Optimale budget met complementaire en niet-volledig substituerende projecten	7
5.1. Vooronderstellingen van de methode	10
2. Afwijkingen van de vooronderstellingen	12
6. Annuïteitenmethode	20
7. Contante waarde index of winstgevendheidsratio	24
8. Bepaling economische levensduur	27

1 Inleiding

Voor het beantwoorden van de vraag of een investeringsproject uit rendementsoogpunt aanvaardbaar is en voor het aanbrengen van een rangorde tussen mogelijke projecten kan gebruik worden gemaakt van verschillende selectiemethoden. Eén van deze selectiemethoden is de (netto) contante waarde methode, ook wel met een germanisme kapitaalwaardemethode genoemd.

2 Benodigde gegevens

Voor het aanvaardbaarheidsonderzoek en voor de onderlinge vergelijking van nieuwe projecten moeten we per project beschikken over de volgende gegevens:

1. de investeringsuitgaven;
2. de netto mutatie in de geldstromen, die aan het operationeel worden van het betrokken project kan worden toegeschreven;
3. de restopbrengst, die door afstoting zal worden ontvangen;
4. de tijdstippen waarop de verschillende ontvangsten en uitgaven zullen optreden;
5. de financieringskosten of vermogenskostenvoet;
6. de economische levensduur.

De relevante geldstromen zijn de marginale ontvangsten en de marginale uitgaven, d.w.z. de aanwas van beide tegengestelde geldstromen ten opzichte van de situatie waarin de onderneming zou verkeren als het nieuwe project niet zou worden uitgevoerd. In de marginale ontvangsten en uitgaven zijn begrepen de effecten op de geldstromen van andere projecten, die het gevolg zijn van de uitvoering van het nieuwe project.

De effecten op de geldstromen van bestaande projecten kunnen van tweeërlei aard zijn:

1. Het nieuwe project kan complementair zijn met de bestaande onderneming. De nieuwe investering heeft dan een positief effect op de netto kasstromen van een bestaand project of bestaande projecten. Dit kan bijv. te danken zijn aan het verwerven van een sterkere marktpositie dankzij het nieuwe project, waardoor de verkoopontvangsten op de bestaande produkten toenemen (assortimentseffect).
2. Het nieuwe project kan substituerend zijn ten opzichte van bestaande projecten. Dit kan bijv. het geval zijn bij introductie van een nieuw of verbeterd produkt waarvoor de verkopen van gevoerde artikelen teruglopen.

Complementaire en substituerende projecten noemen we economisch afhankelijke projecten. Voor deze economisch afhankelijke projecten geldt dat de mutaties, die een nieuw project teweegbrengt in de geldstromen van bestaande projecten, moeten worden toegevoegd aan de eigen geldstromen van het nieuwe project.

Indien projecten volledig substituerend zijn voor elkaar, zodat de voordelen van het ene project volledig wegvallen als het andere project wordt uitgevoerd, spreken we van elkaar uitsluitende projecten. Van een economisch onafhankelijk project is sprake indien een nieuw project in het geheel geen invloed heeft op de ontvangsten en uitgaven van andere projecten.

3 Wanneer is een project aanvaardbaar?

De aanvaardbaarheid van een in studie zijnd project hangt af van de hoogte van de netto contante waarde, die wordt berekend met de volgende formule:

$$NCW = I_0 + \frac{K_1}{1+k} + \frac{K_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{K_n}{(1+k)^n}$$

$$\text{Stel } I_0 = K_0$$

$$NCW = \sum_{t=0}^n \frac{K_t}{(1+k)^t}$$

waarin K_0 = investeringsuitgave

$K_1 \dots K_n$ = kasoverschotten op de tijdstippen $t = 1, 2, \dots, n$

k = vermogenskostenvoet

n = aantal perioden van de economische levensduur van het project.

De netto kasstromen K_1, K_2, \dots, K_n geven het verschil tussen de operationele ontvangsten en de uitgaven per t_1, t_2, \dots, t_n . De uitgaven omvatten operationele uitgaven en investeringsuitgaven. In K_n is tevens een eventuele restopbrengst begrepen. De tijdstippen waarvan hier sprake is, worden doorgaans opgerekt tot perioden. Meestal gaat men er dan vanuit dat alle ontvangsten en uitgaven per de ultimo van elke periode plaatsvinden. Het hangt van de verlangde nauwkeurigheid af welke lengte men aan de periode geeft.

De bedragen, die voor K_t moeten worden ingevuld, kunnen negatief zijn. Dat is vrijwel altijd het geval voor K_0 en soms ook voor de later optredende bedragen als de uitgaven in enige periode groter zijn dan de ontvangsten.

Van elk t-de kasoverschot resp. kastekort wordt de huidige waarde bepaald door te vermenigvuldigen met de constante waarde factor $\frac{1}{(1+k)^t}$. De contant gemaakte bedragen worden vervolgens gesommeerd.

Voorbeeld: Van een investeringsproject worden de volgende uitgaven en ontvangsten voorzien:

$$\begin{array}{cccccc} K_0 & K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & \\ \hline -1200 & 0 & 1000 & -100 & 1000 & \end{array}$$

De ncw van dit project is bij $k = 0,08$:

$$\begin{aligned} \text{NCW} &= -1200 + 0 \frac{1}{(1+k)} + 1000 \frac{1}{(1+k)^2} - 100 \frac{1}{(1+k)^3} + 1000 \frac{1}{(1+k)^4} \\ &= -1200 + 0 + 1000 \cdot A_2 \cdot 8 - 100 \cdot A_3 \cdot 8 + 1000 \cdot A_4 \cdot 8 \\ &= -1200 + (1000 \times 0,8573388203) - 100 \times 0,7938322410 + \\ &\quad (1000 \times 0,7350298528) \\ &= -1200 + 857,34 - 79,38 + 735,03 \\ &= 312,99 \end{aligned}$$

Elk project met een $\text{ncw} \geq 0$ verdient tenminste de investeringsuitgaven en de kosten van het vermogensbeslag terug. Het uit rendementsoogpunt aan te leggen aanvaardbaarheids criterium voor investeringsprojecten luidt daarom : elk project met een $\text{ncw} \geq 0$ is aanvaardbaar en elk project met een negatieve ncw is niet aanvaardbaar.

4.1 Rangorde en preferentie beslisser; het optimale investeringsbudget

De rangorde van mogelijke projecten wordt bepaald door de hoogte van de ncw; het project met de hoogste ncw komt bovenaan de ranglijst.¹⁾ Een naar winst strevende onderneming zal elk project met een $ncw \geq 0$ willen uitvoeren. In feite is een rangorde tussen aanvaardbare projecten dan zonder betekenis. Er kunnen zich echter omstandigheden voordoen dat de leiding van een onderneming niet alle aanvaardbare projecten (tegelijk) kan uitvoeren. Wij wijzen op twee soorten omstandigheden:

1. Projecten kunnen elkaar uitsluiten.

Een elektriciteitsbedrijf bijv. dat één opwekkingsfabriek voor elektrische energie wil bouwen, kan twee projecten overwegen:

- a) een fabriek met als grondstof voor de opwekking aardgas of
- b) een fabriek, die windkracht gebruikt voor de opwekking.

Van beide projecten wordt de ncw berekend en als beide aanvaardbaar zijn ($ncw \geq 0$), zal één gekozen worden en het andere moet afvallen. Indien rendement het enige richtpunt voor de selectie is, zal het project met de hoogste ncw de voorkeur van de beslisser hebben. Een rangorde tussen aanvaardbare projecten is dan dus wel van belang.

- ##### 2. Het bedrijf kan te maken hebben met één of meer knelpuntfactoren, zoals beperkte beschikbaarheid van managementkwaliteiten, arbeidskrachten, grondstoffen en vermogen. De uitbreidingsmogelijkheden van de onderneming worden door knelpuntfactoren begrensd. De zwaarstwegende knelpuntfactor zal bepalen hoeveel en welke projecten voor uitvoering in aanmerking komen. De preferentieschaal van de beslisser kan daardoor afwijken van het schema waarop de projecten zijn gerangschikt van hoogste naar laagste ncw. De preferentie van de beslisser zal uitgaan naar de projecten, die een zo hoog mogelijke ncw per eenheid van de schaarse produktiefactor in het vooruitzicht stellen.

Voorbeeld: Stel een bedrijf heeft de volgende ranglijst van mogelijke investeringsprojecten opgesteld. In totaal is een bedrag van f 11,1 mln. aan nieuwe projecten voorhanden, maar het bedrijf kan voor nieuwe investeringen slechts f 3 mln. beschikbaar stellen. Vermogen is hier dus de

1) De uitzonderingen op deze regel zullen hierna worden behandeld.

bottleneck. Voor de onderneming is de eigenschap van de volkomen vermogensmarkt, welke inhoudt dat zij bij de geldende markttrente voor een gegeven termijn onbeperkt vermogen kan aantrekken, hier niet langer van toepassing. Wanneer de vermogensbeperving niet voor andere ondernemingen geldt, kan desondanks op geaggregeerd niveau wel sprake zijn van een volkomen vermogensmarkt.

Hoe wordt het optimale investeringsbudget bepaald?

Tabel 1

<u>Project</u>	<u>I¹⁾</u>	<u>NCW¹⁾ (k = 0,08)</u>	<u>Rangorde</u>
A	3.000	360	1
B	2.300	299	2
C	2.500	275	3
D	1.500	255	4
E	500	150	5
F	1.500	100	6
G	300	90	7

Als er n projecten zijn, kunnen er $2^n - 1$ uitvoerbare combinaties worden gevormd, waarbij een project alléén ook als een combinatie wordt beschouwd. In dit geval zijn dus in beginsel 127 combinaties denkbaar. Een aantal van deze combinaties moet echter afvallen, omdat de randvoorwaarde van een maximaal investeringsbudget wordt overschreden. Verder kunnen combinaties afvallen, omdat ze elkaar uitsluitende projecten bevatten.

Met de bedoeling de investeringsruimte van f 3 mln. zo volledig mogelijk te benutten, komen dan alleen de volgende alternatieven voor vergelijking in aanmerking waarbij verder nog gegeven is, dat de projecten economisch onafhankelijk zijn, met uitzondering van E en F, die elkaar uitsluiten.

1) bedragen x f 1000.

Tabel 2

<u>Combinatie- alternatieven</u>	<u>Gezamenlijk investeringsbedrag</u> ¹⁾	<u>NCW</u> ¹⁾
A alleen	3.000	360
B + E	2.800	449
B + G	2.600	389
C + E	3.000	425
C + G	2.800	365
D + E + G	2.300	495
D + F + G	2.800	445

Er zijn dus zeven relevante alternatieve combinatiemogelijkheden overgebleven.

Beziet men de projecten afzonderlijk, dan heeft A de hoogste ncw. A vergt een investeringsuitgave van f 3 mln. In tabel 2.2 kan men echter gemakkelijk zien dat door het vormen van combinaties van kleinere projecten een hogere ncw kan worden bereikt dan met A alléén zou worden gerealiseerd. De preferentie van de beslisser zal uitgaan naar de projectcombinatie met de hoogste ncw. De preferentieschaal van de beslisser zal er zo uitzien:

Tabel 3

<u>Combinatie</u>	<u>Preferentie</u>
D + E + G	1
B + E	2
D + F + G	3
C + E	4
B + G	5
C + G	6
A alléén	7

De combinatie D + E + G vormt het optimale investeringsbudget, d.w.z. het budget dat de hoogste ncw in het vooruitzicht stelt binnen de gestelde randvoorwaarden. Opmerkelijk is dat de onderneming voor deze combinatie slechts f 2,3 mln. behoeft te investeren. Zij houdt dus nog f 0,7 mln. over. Van dit bedrag nemen we aan dat het wordt belegd tegen een opbrengstvoet van $r = k = 8\%$ per periode. Beschouwen we deze belegging van f 0,7 mln. als een project H, dan is de ncw

1) bedragen x f 1000

van H gelijk aan 0. Op dezelfde wijze kunnen we ook de andere projectcombinaties ophogen, voorzover nodig, tot f 3 mln. Het toevoegen van dit beleggingsproject H heeft als $r = k$ geen invloed op de ncw van de combinatie projecten.

4.2 Optimale budget met complementaire en niet-volledig substituerende projecten

Een nieuw project kan de grootte en de tijdruimtelijke verdeling van de geldstromen van één of meer andere nieuwe projecten beïnvloeden. Deze economische afhankelijkheid berust op complementariteit of substitueerbaarheid. Een bijzonder geval van substitueerbaarheid is de volledige substitueerbaarheid of de wederzijdse uitsluiting (zie de projecten E en F hierboven).

Economisch onafhankelijke, complementaire en substituerende projecten worden op basis van de onderlinge samenhang tussen de netto geldstromen als volgt gekenmerkt:

- als op t_0 resp. t_1, \dots, t_n de netto geldstroom van de combinatie van twee projecten gelijk is aan de som van de netto geldstromen van de afzonderlijke projecten, hebben we te maken met economisch onafhankelijke projecten;
- als de investeringsuitgave per t_0 voor de combinatie lager is dan de som van de investeringsuitgaven per t_0 voor de afzonderlijke projecten en/of als op t_1 resp. t_2, \dots, t_n de netto kasstroom van de combinatie hoger is dan de som van de netto kasstromen der beide afzonderlijke projecten, is er sprake van complementaire projecten;
- als op t_1 resp. t_2, \dots, t_n de netto kasstroom van de combinatie lager is dan de som van de netto kasstroom der beide afzonderlijke projecten, is er sprake van substituerende projecten. We hebben met elkaar volledig substituerende projecten te doen als op t_1 , resp. t_2, \dots, t_n de netto kasstroom van de gezamenlijkheid van twee elkaar uitsluitende projecten gelijk is aan de netto kasstroom van één der samengevoegde projecten.

Naast de zuiver complementaire en de zuiver substituerende projecten kunnen projecten worden onderscheiden, die bijvoorbeeld ten aanzien van de investeringsuitgaven complementair en ten aanzien van de later volgende netto kasstromen substituerend zijn. Ook dan is sprake van economisch afhankelijke projecten, zelfs als zou de ncw van de combinatie gelijk zijn aan de som van de ncw der afzonderlijke projecten. Bij een wijziging van de schaal der projecten, zou de afhankelijkheid ook uit de hoogte van de ncw der combinatie kunnen blijken.

Voorbeeld van de onderlinge beïnvloeding der netto kasstromen per éénzelfde tijdstip (bedragen x f 1000)

Tabel 4

Projecten/ combinaties	I_0	K_1	K_2	K_3	NCW(k=0,08)
X	1000	427	427	427	100
Y	1000	446	446	446	150
Z	1000	419	419	419	80
X + Y	2000	838	838	838	160
X + Z	2000	869	869	869	240
Y + Z	2000	842	842	842	170
X + Y + Z	3000	1269	1269	1269	270

1. $K_t(X + Y) < K_t(X) + K_t(Y)$ Voor resp. t = 1,2 en 3
2. $K_t(X + Z) > K_t(X) + K_t(Z)$ idem
3. $K_t(Y + Z) < K_t(Y) + K_t(Z)$ idem
4. $K_t(X+Y+Z) < K_t(X) + K_t(Y) + K_t(Z)$ idem

ad 1. X en Y zijn substituerende projecten

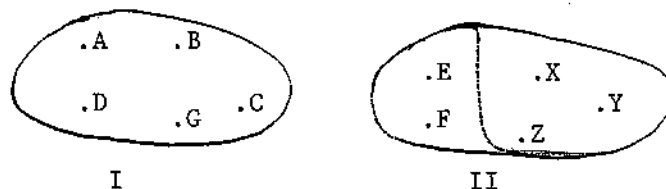
ad 2. X en Z zijn complementaire projecten

ad 3. Y en Z zijn substituerende projecten

ad 4. Voor X, Y en Z gezamenlijk is per saldo het substitutie effect in de netto kasstromen, groter dan het complementaire effect.

Hoe moet het optimale investeringsbudget worden bepaald als er naast economisch onafhankelijke en elkaar uitsluitende projecten ook complementaire en niet-volledig substituerende projecten zijn? Hierbij veronderstellen we weer dat het voor investering beschikbare bedrag niet voldoende is om alle projecten uit te voeren.

We hebben in feite twee verzamelingen projecten: I de verzameling economisch onafhankelijke projecten en II de verzameling economisch afhankelijke projecten.



Figuur 1

De elkaar uitsluitende projecten E en F vormen een deelverzameling van de afhankelijke projecten.¹⁾ In tegenstelling tot de andere afhankelijke projecten mogen zij nooit in combinatie met elkaar in een voor uitvoering te overwegen projectencombinatie worden opgenomen. Voor de selectie van het optimale budget dient men alle mogelijke verenigingen, die voldoen aan de gestelde vermogensrestrictie, te inventariseren. Men ga daarbij als volgt te werk. Eerst moeten alle mogelijke combinaties worden gevormd binnen de deelverzameling van de complementaire en niet-volledig substituerende projecten, waarbij één project alléén ook als combinatie telt. Met $n = 3$ projecten (X, Y, Z) zijn dus $2^n - 1$ combinaties mogelijk.²⁾ De combinaties met een $ncw < 0$ zijn niet aanvaardbaar en vallen dus af. Ook de combinaties met een investeringsbedrag hoger dan het rantsoen vermogen verliezen de afvalrace. Daarna vormt men alle mogelijke verenigingen van de overgebleven combinaties van genoemde deelverzameling met de aanvaardbare onafhankelijke projecten en de projecten uit de deelverzameling van de elkaar volledig substituerende projecten, waarbij elkaar uitsluitende projecten niet in éénzelfde vereniging mogen worden opgenomen. De verenigingen van de projecten uit de verschillende (deel)verzamelingen moeten uiteraard weer voldoen aan de vermogensrestrictie. Verenigingen, die een te hoog investeringsbedrag vergen worden geschrapt. Van de overblijvende aan de randvoorwaarde voldoende verenigingen is de vereniging van projecten met de hoogste ncw het optimale budget.

1) Eén van de (deel)verzamelingen kan een lege verzameling zijn.

2) X, Y, Z, X+Y, X+Z, Y+Z, en X+Y+Z.

5.1 Vooronderstellingen van de methode

Wanneer de onderneming niet geplaagd wordt door een knelpuntfactor en projecten elkaar niet uitsluiten, zullen alle projecten met een $ncw \geq 0$ worden uitgevoerd. Deze algemene uitspraak dient echter nog wat verder te worden toegelicht. Aan de contante waarde methode liggen impliciet enige vooronderstellingen ten grondslag, die in de concrete beslissingssituaties op hun realiteitsgehalte moeten worden onderzocht. Deze veronderstellingen berustend op de aanwezigheid van een volkomen vermogensmarkt zijn:

1. De overtollige middelen en de beschikbaar komende kasoverschotten worden geherinvesteerd of belegd tegen een opbrengstvoet (r) = vermogenskostenvoet (k).
2. Optredende kastekorten kunnen worden gedekt door voorbelegging tegen $r = k$.
3. Herinvestering of belegging van kasoverschotten moet onmiddellijk kunnen geschieden zodra de bedragen beschikbaar zijn gekomen.

ad 1: In het voorafgaande pasten we deze veronderstelling expliciet toe toen we aannamen dat overblijvendemiddelen van het beschikbare investeringsbudget zouden kunnen worden belegd tegen $r = k$ per periode. Projectencombinatie C + G zo stelden we vast, heeft een hogere ncw dan project A alléén. Het met C + G gemoeide investeringsbedrag is slechts f 2.8 mln. We namen aan dat f 0.2 mln zou kunnen worden belegd tegen $r = k$, zodat de ncw van deze belegging 0 is. De ncw van C + G + belegging = ncw van C + G. Men kan dus de ncw van C + G met een investeringsbedrag van f 2.8 mln. rechtstreeks vergelijken met de ncw van A met een investeringsbedrag van f 3 mln. Derhalve veronderstelt de methode impliciet dat de overtollige middelen van f 0.2 mln. bij de combinatie C + G worden belegd tegen $r = k$. De alternatieven zijn natuurlijk alleen maar vergelijkbaar indien de veronderstelling in de betrokken toestand ook werkelijk realistisch geacht kan worden. Wanneer bijv. de betrokken f 0.2 mln. wegens onvolkomenheid van de vermogensmarkt slechts kan worden belegd tegen $r < k$, is de ncw van het beleggingsproject < 0 en zou de ncw van C + G + belegging lager dan 365.000 uitkomen en kan zelfs lager uitkomen dan de ncw van A.

Men zal dus de investering of belegging van de overtollige middelen of de beschikbaar komende kasoverschotten afzonderlijk in de calculatie moeten betrekken als $r \neq k$. In de volgende paragraaf komen wij hierop nog uitvoeriger terug.

ad 2: Ook wanneer tijdens de looptijd van het project kastekorten optreden, moeten we bedacht zijn op het realiteitsgehalte van een vooronderstelling van de contante waarde methode. Aangenomen wordt nl. dat in toekomstige perioden benodigde bedragen kunnen worden voorbelegd tegen $r = k$.

Voorbeeld : Stel twee projecten A en B waarvan het volgende is gegeven:

Project	I_0	K_1	K_2	NCW ($k = 0,08$)
A	1000	0	1400	200
B	500	-540	1400	200

Project A vergt op t_0 een uitgave van 1000 en genereert op t_2 een overschot van 1400. $NCW_A = 200$. Project B vergt een uitgave van 500 op t_0 en verder op t_1 nog een uitgave van 540 (bijv. wegens aanloopverliezen). Daarna genereert B op t_2 eveneens een overschot van 1400. $NCW_B = 200$, gelijk aan NCW_A . Dit kan echter alleen maar het geval zijn als het bedrag van 540 een contante waarde heeft van 500. Men kan het ook omkeren. Op t_0 moet een bedrag van 500 zodanig zijn voorbelegd dat op t_1 540 beschikbaar is. Dan moet op t_0 een bedrag van 500 voor één periode zijn belegd tegen $r = k = 8\%$.

De vooronderstelling kan ook nog anders worden omschreven. Het maakt geen verschil wanneer aangenomen mag worden dat de onderneming op t_1 vermogen kan aantrekken tegen $k = 8\%$.

Wanneer deze voorwaarde niet reëel geacht kan worden in beslissings-situaties kan de berekende ncw tot een foutieve selectie leiden. Zoals we in de volgende paragraaf zullen zien, kan de methode zodanig worden aangepast, dat met de afwijkingen van de vooronderstellingen rekening wordt gehouden.

ad 3: De derde impliciete vooronderstelling van de contante waarde methode is dat er geen 'time lags' optreden tussen het beschikbaar komen van kasoverschotten en de herinvestering resp. tussen het moment van aantrekken van vermogen en het moment van aanwending.

Voorbeeld :

Project	I_0	K_1	K_2	K_3	NCW ($k = 0,08$)
A	1000	500	500	500	289
B	1000	600	-900	1900	292

Project B is dus beter dan project A.

Stel nu, dat de onderneming het kasoverschot van t_1 van A pas op t_2 kan herinvesteren tegen $r = k$ en dat het benodigde vermogen voor de financiering van het kastekort op t_2 van B op t_1 aanwezig moet zijn, terwijl het tussen t_1 and t_2 niet rendabel kan worden aangewend. Bij de overige kasstromen treden geen 'time lags' op.

Dekasmutaties kunnen dan voor de berekening van de ncw als volgt gedateerd worden:

Project	I_0	K_1	K_2	K_3	NCW ($k = 0,08$)
A	1000	0	1000	500	254
B	1000	-300	0	1900	230

Nu blijkt dat de time lags tot een verandering in de resp. ncw hebben geleid, waardoor thans A aantrekkelijker is dan B.

Alleen indien er geen sprake is van time lags geeft normaliter de hoogte van de ncw direct de juiste rangorde aan. Zijn er wel time lags dan kan men nog wel de ncw-methode hanteren, doch pas na modificatie van de kasstromen. Eerst dan geeft de ncw de juiste rangorde aan.

5.2 Afwijkingen van de vooronderstellingen

Dikwijls zal de ondernemingsleiding uit verschillende alternatieven moeten kiezen, bijv. omdat projecten elkaar uitsluiten of omdat het beschikbare investeringsbudget beperkt is. Aan deze keuzeproblematiek hebben we in het voorafgaande al ruime aandacht besteed. Binnen de randvoorwaarden, zo concludeerden wij, zullen die projecten worden gekozen, die gezamenlijk de hoogste ncw in het vooruitzicht stellen.

In deze paragraaf willen wij de complicaties in de selectieprocedure bestuderen, die ontstaan wanneer in de realiteit niet blijkt te zijn voldaan aan één of meer van de vooronderstellingen van de contante waarde methode. Complicaties dan worden verwacht indien:

1. de investeringsbedragen van de vergeleken projecten verschillen;
2. de patronen van de kasoverschotten resp. -tekorten van de vergeleken projecten verschillen;
3. de levensduren van de vergeleken projecten verschillen.

Uitgaande van afwijkingen van de eerste vooronderstelling zullen we toelichten welke complicaties in de drie genoemde situaties zullen optreden. We nemen dus aan dat de opbrengstvoet van overtollige middelen en van geherinvesteerde kasoverschotten ongelijk is aan de vermogenskostenvoet ($r \neq k$).

Investeringsbedragen verschillen

Stel er zijn twee projecten A en B, die elkaar uitsluiten. Van deze projecten zijn de volgende kenmerken bekend:

Project	I	NCW	
A	x	m	
B	$x - y$	n	$(x > y)$
		$n > m$	

De contante waarde methode wijst project B als beste aan. Het heeft niet alleen de hoogste ncw, maar vereist bovendien het kleinste investeringsbedrag. Als echter niet is voldaan aan de voorwaarde dat het overblijvende bedrag y kan worden geïnvesteerd tegen $r = k$, is deze conclusie misleidend. Als de onderneming B uitvoert, houdt zij een bedrag y over vergeleken met alternatief A. Dit bedrag y kan zij alleen nog aanwenden voor een project of belegging C. Stel dat C een $ncw = -p$ heeft. Op zichzelf genomen is C onaanvaardbaar, maar zolang $-p$ minder laag is dan de ncw van het renteloos aanhouden van een bedrag y in kas, verdient C de voorkeur. Project B is algemeen gesteld slechts aantrekkelijker dan A, indien $(n - p) > m$. Wanneer $r \neq k$ moet voor de bepaling van het preferentieschema onderzocht worden welk alternatief, A of B + C, voor een bedrag ter grootte van x de hoogste ncw oplevert.

Men kan het probleem van de ongelijke investeringsbedragen in situaties waarin $r \neq k$ ook oplossen door de ncw van het zgn. verschil- of differentieproject te vergelijken met de ncw van eenzelfde investeringsbedrag in een alternatieve aanwending.

Project	I	Kasoverschotten	NCW
A	x	K_1 -----	m
B	x - y	K_1 -----	n (x > y)

Vershil Project	y	$K_1^A - K_1^B$ -----	m - n

De verschilinvestering y heeft kasoverschotten en een ncw gelijk aan het verschil tussen A en B. De verschil-ncw kan zowel positief als negatief zijn. (Als $n > m$) is $m - n$ dus negatief).

A minus het differentieproject is in alle opzichten (I, K_1 , K_2 , K_3 , ... en ncw) gelijk aan B. De selectie van het beste project geschiedt door de ncw van het verschilproject te vergelijken met de ncw van een project C met een investering van eenzelfde bedrag y in de best mogelijke alternatieve aanwending. Levert het differentieproject een hogere ncw op dan C, dan is project A het beste. Levert C een hogere ncw dan het differentieproject, dan is B in combinatie met C het beste.

Cijfervoorbeeld:

Project	I_0	K_1	NCW (k = 0,08)
A	1000	1200	111
B	900	1095	114
Vershil Project	100	105	-3

Het verschilproject - ontstaan door A opgesplitst te denken aan A1-deel, dat volkomen gelijk is t.a.v. I en K_1 aan B, alsmede een A2-deel voor het restant - levert een ncw = -3. Stel dat de enige mogelijkheid is een bedrag van f 100 voor één periode bij de bank uit te zetten à 1% per periode bij de bank ($r = 0,01$). De ncw van dit project is:

$$\begin{aligned}
 \text{NCW}_C &= -100 + 100 \cdot \frac{1+r}{1+k} \\
 &= -100 + 100 \cdot (1+r) \cdot A_1]_8 \\
 &= -100 + 100 \times 1,01 \times 0,926 \\
 &= -6
 \end{aligned}$$

De ncw van het verschilproject is dus hoger (een minder negatieve ncw) dan de ncw van C, zodat A de voorkeur verdient boven B.

$$\begin{aligned}
 \text{NCW}_{A2} &> \text{NCW}_C \\
 \text{NCW}_B + \text{NCW}_{A2} &> \text{NCW}_B + \text{NCW}_C \\
 \text{Daar } \text{NCW}_B &= \text{NCW}_{A1} \text{ is} \\
 \text{NCW}_{A1} + \text{NCW}_{A2} &> \text{NCW}_B + \text{NCW}_C
 \end{aligned}$$

Kasstroompatronen verschillen

Wanneer herinvestering van de kasoverschotten niet kan geschieden tegen $r = k$ heeft ook het patroon van de reeks kasoverschotten invloed op de voorkeursvolgorde. De kasstroompatronen van twee projecten verschillen als de achtereenvolgende kasoverschotten van éénzelfde tijdstip een niet-constante factor verschillen.

Stel twee investeringsprojecten verschillen als volgt alléén ten aanzien van het patroon van de kasoverschotten.

Project	I	Kasoverschotten		NCW
A	x	0	K_2	m
B	x	K_1	K_2	m

Op grond van de berekende ncw is men indifferent tussen A en B, beide hebben een $\text{ncw} = m$. Doch als de kasoverschotten moeten worden geherinvesteerd tegen $r \neq k$, is de indifferentie niet op zijn plaats.

Als $r > k$ prefereert men B en als $r < k$ prefereert men A.

Cijfervoorbeeld:

Project	I_0	K_1	K_2	NCW ($k=0,08$)
A	1000	0	1200	29
B	1000	600	552	29

Stel $r = 0,12$

De eindwaarde van de kasoverschotten van B wordt dan

$$EW_B = 600(1+r) + 552 = 1224$$

Vergeleken met $EW_A = 1200$, is dan project B aantrekkelijker.

Levensduur verschillen

Het project met de hoogste ncw kan als het beste project worden beschouwd, ongeacht de verschillende looptijden, indien herinvestering van de beschikbaar komende middelen geschiedt tegen $r = k$. Wanneer deze aanname niet gerechtvaardigd is, behoeft het project met de hoogste ncw nog niet het beste te zijn.

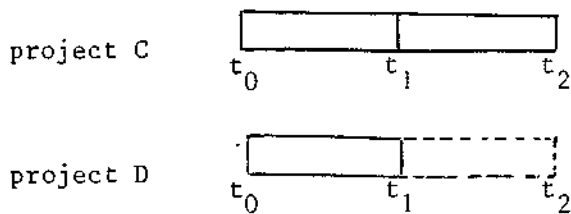
Voorbeeld: Stel dat men een keuze moet maken uit twee projecten, die verschillen in levensduur.

Project	I_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	NCW ($k=0,08$)
A	1000	300	300	300	300	300	198
B	1000	1200	-	-	-	-	111

De hoogte van de ncw geeft hier de juiste voorkeursvolgorde indien $r = k$. Als $r \neq k$ valt dit echter niet op voorhand te zeggen.

Het selectieprobleem in geval van levensduurverschillen bij $r \neq k$ kan op verschillende wijzen worden opgelost.

1. Met behulp van een afstotingsfictie. De levensduur van het langlopende project wordt voor de berekening van de ncw fictief beperkt tot de looptijd van het kortlopende project. Zie fig. 2.2.



Figuur 2

Stel project C heeft een levensduur van twee perioden en project D een looptijd van één periode. De geschatte restopbrengst van C per t_1 wordt gevoegd bij het kasoverschot per t_1 , zodat C kunstmatig eenzelfde termijn verwerft als D.

Vervolgens berekent men de ncw van C en D. Het project met de hoogste ncw geniet de voorkeur.

Aan de afstotingsfictie zijn bezwaren verbonden.

a. Stel de geschatte restopbrengst op t_1 is hoger dan de contante waarde van de na t_1 verwachte ontvangsten. Het project zal werkelijk moeten worden afgebroken op t_1 indien de onderneming de restopbrengst kan herinvesteren tegen $r \geq k$. Hantering van de afstotingsfictie moet dan als niet zinvol worden beschouwd.

b. Indien de geschatte restopbrengst op t_1 lager is dan de contante waarde van de na t_1 verwachte ontvangsten, is de vraag stopzetten van het project of doorgaan afhankelijk van de met de geherinvesteerde gelden te behalen opbrengsten. Indien $r \leq k$ kan men het project beter continueren. De opnemng van de opbrengst bij afstoting is dan een onzuiver gegeven in de berekening van de ncw.

2. Herhaling van hetzelfde project. Het verschil in levensduur kan worden geëlimineerd door aan te nemen dat beëindigde project worden gevolgd door technisch en economisch volkomen identieke projecten. Als tijdvak voor de berekening van de ncw neemt men dan het kleinste gemene veelvoud van de levensduren van de afzonderlijke projecten. Bij looptijden van resp. 2 en 1 periode is het KGV 2 perioden. In bovenstaandvoorbeeld wordt de ncw berekend per t_0 van 1 x project C en 2 x project D in successie. De projectenreeks met de hoogste ncw geniet de voorkeur.

Voorbeeld:

Project	I_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	NCW ($k=0.08$)
A	1000	300	300	300	300	300	198
B	1000	1200	-	-	-	-	111

KGV is 5 perioden. We moeten dus 5 projecten B in successie vergelijken met A.

$$\begin{aligned}
 \text{NCW}_B &= 111 + 111.A_1]_8 + 111.A_2]_8 + 111.A_3]_8 + 111.A_4]_8 \\
 &= 111 + 111.a_4]_8 \\
 &= 479.
 \end{aligned}$$

Projectenreeks B blijkt dus te prefereren boven project A.

Ook aan deze methode kleven echter bezwaren.

- Indien men bijv. drie projecten met looptijden van resp. 9, 11 en 13 perioden wil vergelijken, is het KGV 1287 perioden. Men moet dan 1287 perioden in de beschouwing betrekken, hetgeen behalve het rekenwerk nogal wat voorspellingskunde vergt.
- Herhaling van hetzelfde project veronderstelt een constante technologie. Het behoeft geen betoog dat dit in een niet-statische maatschappij geen al te realistisch uitgangspunt is.
- Het verschil tussen K_1 en I_0 ($1200 - 1000$) etc. wordt verondersteld te kunnen worden geherinvesteerd tegen $r = k$ of uitgekeerd aan de vermogensverschaffers.

3. Veronderstellingen maken over te verwachten herinvesterings- mogelijkheden

Wanneer de bezwaren van de vorige methode te zwaar wegen, kan men beter schattingen maken van de opbrengstvoet bij herinvestering gedurende de periode dat het kortlopende project is beëindigd, maar langerlopende projecten nog ontvangsten afwerpen. Men vergelijkt dan de eindwaarden van de projecten voor eenzelfde looptijd bij een realistisch te achten opbrengstvoet. Stel $r = 0,10$ ¹⁾. Toegepast op het vorige voorbeeld worden de eindwaarden van de kasoverschotten van A en B resp.:

$$\begin{aligned} EW_A &= 300 \cdot S_{4|10} + 300 \cdot S_{3|10} + 300 \cdot S_{2|10} + 300 \cdot S_{1|10} + 300 \\ &= 300 \cdot S_{4|10} + 300 \\ &= 1832 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EW_B &= 1200 \cdot S_{4|10} \\ &= 1757 \end{aligned}$$

Ter beoordeling van de aanvaardbaarheid der projecten berekent men de netto eindwaarde (new) door de eindwaarde van het op t_0 geïnvesteerde bedrag in mindering te brengen op ew. De eindwaarde van het investeringsbedrag wordt bepaald op basis van de vermogenskostenvoet, welke we op 8% hebben gesteld.

$$\begin{aligned} NEW_A &= 1832 - 1000 \cdot S_{5|8} \\ &= 1832 - 1000 \times 1,469 \\ &= 363. \end{aligned}$$

1) Wanneer de opbrengstvoet bij herinvestering \neq vermogenskostenvoet is niet langer sprake van een perfecte vermogensmarkt. De volkomen vermogensmarkt veronderstelt immers dat de uitleenrente = inleenrente. In het gegeven voorbeeld is verondersteld dat geen terugbetalingen aan vermogensverstrekkingen plaatsvonden. Men komt uiteraard tot andere uitkomsten wanneer men zou veronderstellen dat het op t_0 geleende bedrag geheel of gedeeltelijk wordt gerestitueerd zodra kasoverschotten optreden.

$$\begin{aligned}
 \text{NEW}_B &= 1757 - 1000 \cdot S_{5|8} \\
 &= 1757 - 1000 \times 1,469 \\
 &= 288.
 \end{aligned}$$

De laatste bewerking is eigenlijk alléén van belang wanneer de investeringsbedragen der projecten verschillen. Beide projecten zijn volgens dit criterium aanvaardbaar. Indien tussen beide gekozen moet worden, verdient A de voorkeur.

6 Annuïteitenmethode

De annuïteitenmethode is als selectiemethode nauw verwant met de contante waarde methode. In de annuïteitenmethode worden de ongelijke geldstromen op basis van de vermogenskostenvoet herleid tot gelijke bedragen (annuïteiten) per periode, die we K_{ann} zullen noemen.

De ncw was gedefinieerd als:

$$\text{NCW} = \sum_{t=0}^n \frac{K_t}{(1+k)^t} \quad (2-2)$$

De reeks ongelijke geldstromen per t_0, t_1, \dots, t_n willen we vervangen door een reeks gelijke bedragen op t_1, t_2, \dots, t_n .

K_{ann} vinden we uit de gelijkstelling :

$$\begin{aligned}
 \text{NCW} &= \sum_{t=0}^n \frac{K_t}{(1+k)^t} = \sum_{t=1}^n \frac{K_{\text{ann}}}{(1+k)^t} \\
 &= K_{\text{ann}} \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+k)^t} \quad (2-3)
 \end{aligned}$$

$$= K_{\text{ann}} \cdot a_{n|k}$$

$$K_{\text{ann}} = \text{NCW} \cdot \frac{1}{a_{n|k}} \quad (2-4)$$

K_{ann} wordt dus gevonden door vermenigvuldiging van de op de bekende wijze berekende ncw met de annuïteitenfactor, die bij gegeven n en k kan worden afgelezen uit de desbetreffende financiële rekenkunde tafel.

Voorbeeld : Van een investeringsproject is het volgende gegeven:

K_0	K_1	K_2	K_3	NCW ($k=0,08$)
250.000	100.000	110.000	90.000	8344,76

Het equivalente periodebedrag kan worden berekend m.b.v. formule (2-4).

$$\begin{aligned} K_{\text{ann}} &= 8.344,76 + 0,388033514 \\ &= 3.238 \end{aligned}$$

Men kan dit resultaat ook met één stap meer bereiken. Dan berekent men afzonderlijk de annuïteit van de investeringsuitgave en de annuïteit van de kasoverschotten. Het verschil is dan weer K_{ann} . De annuïteit van de investeringsuitgave op basis van een vermogenskostenvoet van 0,08 is:

$$250.000 \times 0,388033514 = 97.008$$

De annuïteit van de kasoverschotten is:

$$258.344,76 \times 0,388033514 = 100.246.$$

Het bedrag van 258.344,76 is de contante waarde van de kasoverschotten.

$$K_{\text{ann}} = 100.246 - 97.008 = 3.248.$$

Uit rendementsoogpunt zijn volgens de annuïteitenmethode alle projecten met $K_{\text{ann}} \geq 0$ aanvaardbaar. Daar K_{ann} is afgeleid van de ncw wijst de annuïteitenmethode dezelfde projecten als aanvaardbaar aan als de contante waarde methode.

Wat de rangorde tussen de projecten betreft, is de hoogte van K_{ann} het rangschikkingscriterium. Het project met de hoogste K_{ann} is het beste¹⁾.

Als de looptijden van de projecten verschillen geeft de annuïteitenmethode direct de correcte voorkeursordering, mits kan worden aangenomen dat na afloop van het kortlopende project met eenzelfde of andere vervolgprojecten nieuwe kasoverschotten zullen worden gegenereerd, die gelijkwaardig zijn aan die van het beëindigde project. K_{ann} van de vervolgprojecten wordt dus verondersteld gedurende de looptijd van het langstlopende project gelijk te zijn aan de K_{ann} van het kortlopende project. De annuïteitenmethode

1) Voorwaarde is dat de gehanteerde vermogenskostenvoet (k) voor alle projecten gelijk is.

is derhalve gebaseerd op de veronderstelling dat de vervolgprojecten economisch gelijkwaardig zijn aan het eerste project van de reeks.

Daar aan K_{ann} de now van het project ten grondslag ligt, moet ook de annuïteitenmethode berusten op de veronderstelling dat voorzover de kasoverschotten niet geherinvesteerd worden in economisch identieke projecten, zij kunnen worden herinvesteerd tegen $r = k$ of aan vermogensverschaffers kunnen worden uitgekeerd.

Andere toepassingen van de annuïteitenmethode

De annuïteitenmethode kan behalve op investeringsbeslissingen in het bedrijfsleven ook met vrucht worden toegepast op aanschafbeslissingen van individuen.

Stel mevr. A heeft op grond van bepaalde persoonlijke voorkeuren als model, aantal zitplaatsen en bagageruimte een tweetal auto's geselecteerd, waaruit ze een keuze wil maken. Zij wil dié auto kopen, die de laagste lasten met zich zal brengen. Op het eerste gezicht is vergelijking tussen de beide wagens nogal moeilijk, want de aanschafprijzen verschillen, evenals de verwachte economische levensduren, de motorrijtuigenbelasting, de verzekering en het onderhoudsschema (auto X moet om de 10.000 km een groot beurt hebben en auto Y om de 15.000 km). De berekening van de annuïteit van de uitgaven biedt hier echter gemakkelijke oplossing.

<u>Gegevens</u>	<u>Auto X</u>	<u>Auto Y</u>
Aanschafprijs	f 13.900	f 15.100
levensduur bij 20.000 km p.j.	6 j.	7 j.
restwaarde	0	0
benzine p.j.	2.200	2.000
verzekering p.j.	700	800
motorrijruigenbelasting p.j.	400	360
onderhoudskosten p.j.	800	700

We nemen aan dat de uitgaven aan het einde van elk jaar plaatshebben en we baseren de berekening van contante waarde en annuïteit op een disconto-voet van 4%, zijnde de alternatieve opbrengst voor mevr. A. van bijv. een spaarrekening.

$$CW_X = 13.900 + 4.100 \cdot a_{\overline{6}|4} = 35.393$$

$$CW_Y = 15.100 + 3.860 \cdot a_{\overline{7}|4} = 38.268$$

$$K_{\text{ann}}(X) = 35.393 \times 0,1907619025 = 6.752$$

$$K_{\text{ann}}(Y) = 38.268 \times 0,1666096120 = 6.376$$

Auto Y heeft de laagste annuïteit van de uitgaven en is dus de beste koop. Men kan als bezwaar aanvoeren dat het wat irreëel is ervan uit te gaan dat de uitgaven aan het eind van het jaar plaatshebben. Men kan immers moeilijk voor een heel jaar benzine tanken. De nadelige invloed van deze abstractie moet men echter niet overschatten, daar dit tijdswaarde aspect bij beide wagens optreedt en de uitgaven in de loop van een jaar elkaar niet veel ontlopen. De abstractie kan dus nauwelijks de vergelijkbaarheid aantasten.

Een andere toepassingsmogelijkheid van de annuïteitenmethode is het gebruik van de methode bij financieringsbeslissingen. Stel het echtpaar Z wil een huis kopen. Het heeft daarvoor een hypotheek nodig van f 200.000. Bij twee financiële instellingen heeft het echtpaar offerte aangevraagd.

Instelling A is bereid f 200.000 onder verband van eerste hypotheek te verstrekken tegen 8% per jaar. Rente en aflossing geschieden in 50 halfjaarlijkse annuïteiten. Vervroegde aflossing is boetevrij. Afsluitprovisie 1% van de hoofdsom.

Instelling B biedt aan f 200.000 te lenen tegen 7½% per jaar, terug te betalen tezamen met de verschuldigde rente in eveneens 50 halfjaarlijkse termijnen. Vervroegde aflossing is ook hier toegestaan en kan vrij van boete geschieden. Afsluitprovisie 2% van de hoofdsom.

Welke offerte is voordeliger?

De halfjaarlijks te betalen termijn voor rente en aflossing bedraagt bij de resp. instellingen:

$$\text{Ann}_A = \frac{200.000}{a_{50|4}} = 9.310$$

$$\text{Ann}_B = \frac{200.000}{a_{50|3 \frac{7}{8}}} = 9.112$$

Rekening houdend met de afsluitprovisie bedraagt K_{ann} resp.

$$K_{\text{ann}}(A) = 9.310 + 2000 \times 0,0465502004 = 9.403$$

$$K_{\text{ann}}(B) = 9.112 + 4000 \times 0,0455578758 = 9.294$$

De vergelijkbaarheid van de twee financieringsalternatieven is verkregen door de afsluitprovisie als halfjaarlijkse annuïteit op te tellen bij de halfjaarlijkse annuïteit voor rente en aflossing. In dit geval blijkt het aanbod van instelling B het voordeligst. We hebben in dit voorbeeld geen rekening gehouden met de invloed van de belastingheffing. Rente en afsluitprovisie zijn aftrekbaar voor de inkomstenbelasting. Dit aspect kan ingebracht worden door op alle bedragen eerst het belastingvoordeel in mindering te brengen. De hypothecaire lening van instelling B heeft het voordeel dat de aftrekbare kosten naar voren worden geschoven vergeleken met de lening van A. Dit versterkt bij constant blijvend belastingpercentage de voorkeur voor de lening van B.

7 Contante waarde index of winstgevendheidsratio

Een variant van de (netto) contante waarde methode is de methode van de contante waarde index (CWI) of winstgevendheidsratio, die kan worden gedefinieerd als :

$$\text{CWI} = \frac{\text{contante waarde operationele kasoverschotten}}{\text{contante waarde investeringsuitgaven}} \quad (2-5)$$

Toegepast op een eerder gebruikt voorbeeld op basis van $k = 0,08$:

I_0	K_1	K_2	K_3	K_4
1200	0	1000	- 100	1000

$$\text{CWI} = \frac{1513}{1200} = 1,26$$

Een project is volgens deze selectiemethode aanvaardbaar indien $CWI \geq 1$ is. Als $CWI > 1$ is, is $NCW > 0$ en als $CWI = 1$, is $NCW = 0$. Op de vraag of een project aanvaardbaar is, geven ncw-methode en cwi-methode dus hetzelfde antwoord.

De rangorde van projecten wordt door de cwi-methode bepaald geacht door de hoogte van de ratio. Het project met de hoogste ratio is het beste. In dit opzicht is de methode echter inferieur aan de ncw-methode, waarin het project met de hoogste ncw het beste is, mits aan de vooronderstellingen van de methode wordt voldaan (zie voorbeeld hierna).

Twee bezwaren kleven aan de cwi-methode met betrekking tot de rangschikking van projecten :

- a. de schaal van de projecten wordt verwaarloosd en
- b. de kasoverschotten moeten eerst worden uitgesplitst in operationele ontvangsten en uitgaven enerzijds en investeringsuitgaven anderzijds.

ad a. Stel er zijn twee afhankelijke projecten. Uitvoering van het ene sluit uitvoering van het andere uit.

Project	I_0	K_1	K_2	K_3	K_4	CWI(k=0,08)	NCW(k=0,08)
X	1200	0	1000	-100	1000	1,26	313
Y	1800	650	650	650	650	1,20	353

De cwi-methode zou project X als beste selecteren. Vergelijking van de netto contante waarden van de beide projecten toont echter aan dat Y meer bijdraagt aan de ondernemingswinst dan X, zodat Y de voorkeur verdient. Ingeval van schaalverschillen is de cwi dus geen geschikt criterium om de voorkeursvolgorde vast te stellen.

ad b. Stel nu in afwijking van het bovenstaande dat in de kasoverschotten investeringsuitgaven begrepen zijn. De kasstromen van X zijn bijv. als volgt samengesteld:

	K_1	K_2	K_3	K_4
Operationele ontvangsten	800	2000	2000	2200
Operationele uitgaven	700	1000	1200	1200
Investeringsuitgaven	100	0	900	0
Netto kasmutatie	0	1000	-100	1000

Tijdens de looptijd van het project vinden dus nog investeringsuitgaven plaats, die begrepen zijn in de periode-kasstroom. Deze moeten voor de berekening van de CWI afgesplitst worden. Hierna kan de cwi worden berekend.

$$CWI_x = \frac{100.A_1]_8 + 1000.A_2]_8 + 800xA_3]_8 + 1000.A_4]_8}{1200 + 100.A_1]_8 + 900.A_3]_8}$$

$$CWI_x = \frac{2320}{2007} = 1,16$$

Hetzelfde zou men ook moeten doen voor project Y alvorens de juiste index te kunnen vaststellen. Bij het opsplitsen der uitgaven doet zich bovendien het probleem van de benoeming der uitgaven voor. Wanneer is een uitgave een investeringsuitgave en wanneer een operationele uitgave? Is een uitgave voor een nieuw onderdeel van een machine een investeringsuitgave of rekent men zulke uitgaven tot de operationele onderhoudsuitgaven? Moet de permanente vergroting van de debiteurenportefeuille, die het gevolg is van een uitbreidingsinvestering worden beschouwd als een investering of als een operationele kasstroom? En hoe rubriceert men de uitgaven voor een reclamecampagne om een nieuw produkt meer bekendheid te geven? De rubriceringen zullen dikwijls een arbitrair karakter hebben en dit verhoogt de betrouwbaarheid van de cwi als selectie-criterium niet.

We moeten concluderen dat de cwi-methode geen voordelen biedt boven de eenvoudiger te hanteren ncw-methode. De methode kan overigens soms met vrucht worden gehanteerd. Impliciet hebben we de methode zelfs toegepast in par. 2.4.1 bij de bepaling van het optimale investeringsbudget. Daar vermogen de knelpuntfactor was, moest de ondernemingsleiding die combinatie van projecten selecteren, die de hoogste contante waarde per geïnvesteerde gulden in het vooruitzicht stelde. En wat is dit anders dan het kiezen van de combinatie met de hoogste cwi?

In onderstaande tabel wordt dit nog eens getoond. Rekening houdend met een suppletoire belegging tegen $r = k$ voorzover het totale investeringsbedrag van een combinatie lager is dan f 3 mln., is de cwi voor elke combinatie berekend.

Tabel 5

<u>Combinaties</u> projecten bedrag ¹⁾	Suppletoire <u>belegging</u> bedrag ¹⁾	Cont. waarde <u>kasoverschotten</u> (I + NCW) 1)	CWI (<u>I + NCW</u>) 3 mln.
D + E + G 2.300	700	3.495	1,165
B + E 2.800	200	3.449	1,150
D + F + G 2.800	200	3.445	1,148
C + E 3.000	-	3.425	1,142
B + G 2.600	400	3.389	1,130
C + G 2.800	200	3.365	1,122
A alléén 3.000	-	3.360	1,120

In deze opstelling is het bezwaar van de ongelijke investeringsbedragen geëlimineerd en geeft de cwi de juiste voorkeursvolgorde aan. De projecten zijn gerangschikt naar rato van de hoogste bijdrage per geïnvesteerde gulden, hetgeen overigens minder omslachtig ook reeds met de ncw-methode werd bereikt.

8 Bepaling economische levensduur

Gewoonlijk gaat men voor de technische levensduur van een produktiemiddel uit van een eindig tijdvak, bijvoorbeeld 10 jaar voor automobielen en 50 jaar voor gebouwen. Men kan evenwel door voortdurend defecte of versleten delen te vervangen de technische levensduur in principe oneindig maken. Het is aannemelijk dat de uitgaven voor onderhoud en reparatie in dat geval een toenemende functie van de tijd zijn. De beslissing om een produktiemiddel op zeker tijdstip buiten gebruik te stellen ondanks de in beginsel oneindige technische levensduur en te vervangen door een gelijkwaardig produktiemiddel moet dan uitsluitend berusten op economische overwegingen. Het tijdvak waarin het produktiemiddel wordt toegestaan economische prestaties te leveren, noemt men de economische levensduur. De lengte van dit tijdvak is afhankelijk van de relatie tussen enerzijds de uitgaven voor onderhoud en reparatie en anderzijds het saldo van operationele ontvangsten en uitgaven (excl. genoemde uitgaven voor onderhoud en reparatie). Als de uitgaven voor onderhoud en reparatie zo hoog zijn geworden dat het saldo van operationele ontvangsten en uitgaven daardoor volledig wordt opgeslokt, zal de ncw van het project niet meer toenemen²⁾.

1) Bedragen x f 1000,-.

2) We abstraheren voorshands van een restopbrengst. In het vervolg van deze paragraaf zullen we deze abstractie laten vallen.

De algemene regel voor de bepaling van de economische levensduur in geval van beperkte beschikbaarheid van vermogen luidt: de economische levensduur is gelijk aan het tijdvak waarvoor de ncw maximaal is. Met andere woorden het is niet mogelijk door verlenging van de gebruiksduur na dit tijdvak de ncw te verhogen.

Eerst zullen we het eenvoudige geval beschouwen waarin de prijs-afzetfunctie en de kostenfuncties in de tijd constant zijn. De kosten betreffen hier bedragen, die tevens tot uitgaven aanleiding geven, doch die niet betrekking hebben op onderhoud en reparatie. De constante opbrengst- en kostenfuncties leiden bij gelijkblijvende afzet en afwezigheid van kredietverlening tot constante netto kasoverschotten. Voor de restopbrengst nemen we aan dat deze op elk tijdstip nul bedraagt.

De economische levensduur eindigt in dit geval op het tijdstip (of in de periode) waarin de uitgaven voor onderhoud en reparatie gelijk zijn geworden aan de operationele netto ontvangsten. De netto kasoverschotten zijn dus in de laatste periode geheel benodigd voor de onderhoud- en reparatie-uitgaven. In volgende perioden zullen de (stijgende) uitgaven voor onderhoud en reparatie in onvoldoende mate door de operationele kasoverschotten worden gecompenseerd. Als in de t-de periode het project per saldo na aftrek van onderhoud- en reparatie-uitgaven geen kasstroom meer afwerpt en ook geen restopbrengst, zal de ncw dus niet meer kunnen stijgen. Continuering van het project zou wegens de optredende kastekorten leiden tot daling van de ncw.

De berekening van de economische levensduur kan in dit sterk vereenvoudigde voorbeeld op de volgende wijze geschieden. Stel dat de periodieke verkoopontvangsten, voorgesteld door het symbool V, bedragen :

$$V = 15 q \quad (2-6)$$

waarin: q = aantal per periode geproduceerde resp. verkochte eenheden.

De periodieke uitgaven, excl. die voor onderhoud en reparatie, voorgesteld door het symbool U, bedragen :

$$U = 904 + 3 q \quad (2-7)$$

De netto kasstromen, voorgesteld door het symbool N, bedragen:

$$\begin{aligned} N &= V - U \\ &= 15 q - 904 - 3 q \\ &= 12 q - 904 \end{aligned} \quad (2-8)$$

De periodieke uitgaven voor onderhoud en reparatie, voorgesteld door het symbool R, bedragen :

$$R = 40 (1 + g)^t \quad (2-9)$$

waarin: g = groeivoet van onderhoud- en reparatie-uitgaven.

Stel $q = 100$ en $g = 0,10$. De optimale waarde t^* van de beslissingsvariable t kan worden gevonden uit de gelijkstelling:

$$\begin{aligned} N &= R & (2-10) \\ 12 q - 904 &= 40 (1 + g)^t \\ 1200 - 904 &= 40 (1 + 0,1)^t \\ 296 &= 40 (1 + 0,1)^t \\ 1,1^t &= \frac{296}{40} \\ 1,1^t &= 7,4 \\ t^* &= 21 \text{ perioden} \end{aligned}$$

De economische levensduur is 21 perioden.

In dit voorbeeld hebben we enige vereenvoudigende abstracties toegepast en wel:

1. het verschil tussen verkoopontvangsten en uitgaven (excl. die voor onderhoud en reparatie) bleef in de tijd constant;
2. de restopbrengst was op elk tijdstip 0;
3. de onderhoud- en reparatie-uitgaven stegen in de tijd met een constante groeivoet.

We zullen nu het abstractieniveau verlagen en aannemen dat:

1. de netto kasstromen als verschil tussen verkoopontvangsten en uitgaven (excl. die voor onderhoud en reparatie) flucteren in de tijd;
2. de restopbrengst veronderstellen we positief en afnemend in de tijd;
3. de onderhoud- en reparatie-uitgaven stijgen niet langer met een constante groeivoet, maar nemen wel in de tijd toe.

Hiermee is een realistisch beeld geschetst van de periodieke ontvangsten- en uitgavenstromen van een willekeurig project. Indien de onderneming het project door een economisch identiek project (een project met eenzelfde rentabiliteit) kan vervangen, wordt de economische levensduur gedetermineerd door het tijdstip waarop de ncw van het project maximaal is. Door nu vanaf het tijdstip t_0 het berekeningstijdvak voor de ncw met telkens één periode te verlengen kunnen we voor de tijdvakken t_0-t_1 , t_0-t_2 , etc. de ncw van het project berekenen, waarbij gegeven zijn: de investeringsuitgave, de operationele netto kasstromen, de uitgaven voor onderhoud en reparatie en de op t_1 , t_2 , etc. te realiseren restopbrengst. Het onderhoud geschiedt regelmatig gespreid over elke periode. De uitgaven hiervoor worden gedaan aan het einde van elke periode. Zie tabel 6.

Tabel 6. Gegevens van een project

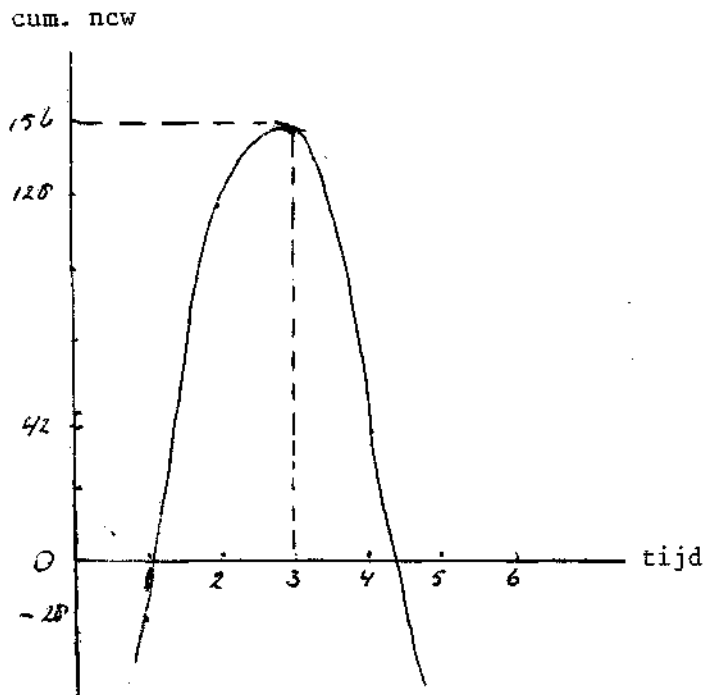
	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Investeringsuitgave	1000	-	-	-	-	-	-
Verkoopontvangsten	-	600	900	700	700	600	400
Uitgaven (excl. onderhoud en reparatie)	-	300	400	250	300	300	200
Uitgaven onderhoud en reparatie	-	100	200	250	400	500	600
Restopbrengst	-	850	800	700	600	400	300

Na t_6 zullen de ontvangsten steeds verder dalen en zullen de uitgaven in verhouding tot de omzet toenemen. Voor welk tijdvak is de ncw op basis van $k = 0,08$ maximaal?

Tabel 7 Netto contante waarde per tijdvak

<u>Tijdvak</u>	<u>NCW</u>
$t_0 - t_1$	- 28
$t_0 - t_2$	128
$t_0 - t_3$	156
$t_0 - t_4$	42
$t_0 - t_5$	-263
$t_0 - t_6$	-598

In Figuur 2.3 is de cumulatie van de ncw als functie van de tijd grafisch uitgezet.



Figuur 3 Cumulatieve ncw als functie van de tijd.

OA = economische levensduur.

$NCW_{max} = 156$, zodat de economische levensduur kan worden gesteld op 3 perioden. In dit voorbeeld zien we dat de uitkomst sterk beïnvloed kan worden door de hoogte van de restopbrengst. Zou bijvoorbeeld op t_3 de restopbrengst niet 700 maar 600 zijn, dan zou dit de economische levensduur met één periode bekorten. In tijden van sterke algemene prijsstijging kan het zelfs gebeuren dat de restopbrengst in de tijd stijgt, zoals bijvoorbeeld bij courante gebouwen in het verleden wel is geschied. De prijsstijging zou er de oorzaak van kunnen zijn dat de economische levensduur wordt verlengd, zelfs al zou de netto kasmutatie uit hoofde van verkoopontvangsten en alle uitgaven negatief zijn. In dit verband zij op twee aspecten beknopt de aandacht gevestigd.

1. Aangezien de restopbrengst pas aan het einde van de economische levensduur wordt ontvangen, zou de onderneming de voorafgaande perioden met kastekorten dienen te overbruggen door het aantrekken van additionele financieringsmiddelen op straffe van liquiditeitsproblemen. Mits de financiering is gewaarborgd zou dus een verliesgevende activiteit dankzij de in de tijd stijgende restopbrengst onder bepaalde omstandigheden kunnen worden voortgezet.
2. Als de prijsstijging specifiek is voor het betrokken produktiemiddel (bijvoorbeeld een prijsstijging voor onroerend goed gelegen aan een verbeterde vaarweg) kan de situatie ontstaan dat de restopbrengst op

zeker(e) tijdstip(pen) hoger wordt dan de uitgaven, die benodigd zouden zijn voor aankoop van een gelijkwaardig pand en grond in een gelijkwaardige vestigingsplaats elders en de verplaatsingsoperatie zelve. De mogelijkheid van overplaatsing van het bedrijf dient dan in het onderzoek te worden betrokken.

Literatuur

- H. Bierman Jr. & S. Smidt, The capital budgeting decision, Londen, 1975.
- A.J. Boness, Capital budgeting; the public and private sector, Londen, 1972.
- E.A. Dyl & H.W. Long, Abandonment value and capital budgeting: comment, Journal of Finance, maart 1969.
- P. Hunt, Ch. M. Williams & G. Donaldson, Basic business finance, Homewood, Ill., 1971.
- O.M. Joy, Abandonment values and abandonment decisions: a clarification, Journal of Finance, september 1976.
- L.H. Kokee, Herinvestering van cash flows, Economisch Statistische Berichten, 23.11.1966 en 30.11.1966.
- A.A. Robichek & J.C. van Horne, Abandonment value and capital budgeting, Journal of Finance, december 1967.
- A.A. Robichek & S.C. Myers, Optimal financing decision, Englewood Cliffs, N.J., 1965.
- E. Schneider, Wirtschaftlichkeitsrechnung, Tübingen, 1964.
- H. Seuster, Zur Bestimmung des optimalen Zeitpunktes für Ersatzinvestitionen, Zeitschrift für Agrarpolitik und Landwirtschaft, 1971.