

VRIJE UNIVERSITEIT
A m s t e r d a m
Economische Faculteit

AANKOMSTEN VAN PACKETS IN EEN
COMPUTER-COMMUNICATIE NETWERK.

J. Hoogwerf

Researchmemorandum 1982-16



INHOUD

Samenvatting	1
1. Inleiding	1
2. Computer-communicatie netwerken	2
3. Gebruiksverkeer	4
4. Vorming van gebruikerspackets	7
5. Aankomstproces van gebruikerspackets	9
6. Lengteverdeling van gebruikerspackets	12
7. Capaciteiten van kanalen	18
8. Lengteverdeling van clusters	18
9. Besturingspackets	20
10. Superpositie van twee aankomstprocessen	21
11. Superpositie van twee B-processen	22
12. Superpositie van een B- en een P-proces	23
13. Samengestelde verdeling van packetlengten	25
14. Verdeling verzendtijd	26
15. Simulatiemodel	27
16. Simulatieexperimenten	29
17. Conclusie	33
Appendix	34
Literatuur	42

Samenvatting

De eigenschappen van het verkeer in een packet-switching computer-communicatie netwerk worden bestudeerd.

Het gebruikers-verkeer komt het netwerk binnen via een knooppunt.

Dit knooppunt is verbonden met message-generatoren buiten het netwerk.

In het knooppunt worden de messages getransformeerd tot packets. Op basis van de aannamen over de verdeling van de lengte en verdeling van de tussen-aankomsttijd van de gebruikers-messages worden de verdelingen van lengte en de tussen-aankomsttijd van de gebruikers-packets in een kanaal afgeleid. Daarnaast worden aannamen gedaan over aankomstproces en lengte van besturings-packets.

Beide packet-aankomstprocessen worden gesuperponeerd en de tussen-aankomsttijd-verdeling van de packets wordt bepaald. Ook de samengestelde verdeling van de packetlengten wordt afgeleid.

Tenslotte wordt een simulatiemodel gebruikt om de doorlooptijden van packets in een kanaal van computer-communicatie netwerk te bepalen, die een gevolg zijn van de aannamen betreffende tussen-aankomsttijd en lengteverdeling van de gebruikers-messages en besturingspackets.

De gemeten gemiddelde doorlooptijd van packets in een kanaal wordt vergeleken met het resultaat van een analytische benadering die gebaseerd is op onafhankelijkheid van alle betrokken processen.

Het blijkt dat de analytische benadering niet onbeperkt bruikbaar is.

1. Inleiding

Wij beginnen dit onderzoek met beschrijving van een computer-communicatie netwerk. Daarna gaan wij in op de eigenschappen van het gebruikersverkeer in zo'n netwerk. Op basis daarvan leiden wij de eigenschappen af van de packetstroom die ontstaat als de gebruikersberichten gesplitst worden in packets. Ook het besturingsverkeer in het netwerk nemen wij op in de beschrijving van de packetstroom die aankomt in het knooppunt van het netwerk.

De doelstellingen van het onderzoek zijn :

- a. Een analytische beschrijving van de tussenaankomsttijdverdeling en de lengte verdeling van de packets in een computer-communicatie netwerk.
- b. De bepaling van het gemiddelde, de variantie en de variatie-coëfficiënt van deze verdelingen.

- c. Het bouwen van een simulatiemodel van het aankomstproces van packets en de daaropvolgende verzending van packets door een kanaal van het netwerk.
- d. Een vergelijking tussen de gemiddelde doorlooptijd van packets, die in het simulatiemodel gemeten is, en die welke berekend is na een wiskundige analyse m.b.v. benaderingen.

2. Computer-communicatie netwerken

Computer-communicatie netwerken zijn mogelijk geworden door ontwikkelingen op de terreinen van informatica en telecommunicatie. Vroeger hadden deze vakgebieden weinig met elkaar te maken. Nu zien we dat informatica en telecommunicatie meer naar elkaar toegroeien. Op beide terreinen worden nu dezelfde logica en dezelfde opslag-, schakel- en zendmogelijkheden gebruikt. De reden hiervan is dat op beide vakgebieden gebruik wordt gemaakt van dezelfde digitale elektronische technieken.

Het aantal operationele computer-communicatie netwerken neemt de laatste jaren zeer snel toe. Door de technische ontwikkelingen op het gebied van de elektronica wordt het mogelijk om te voldoen aan de groeiende behoefte aan actuele informatie op geografisch gespreide plaatsen.

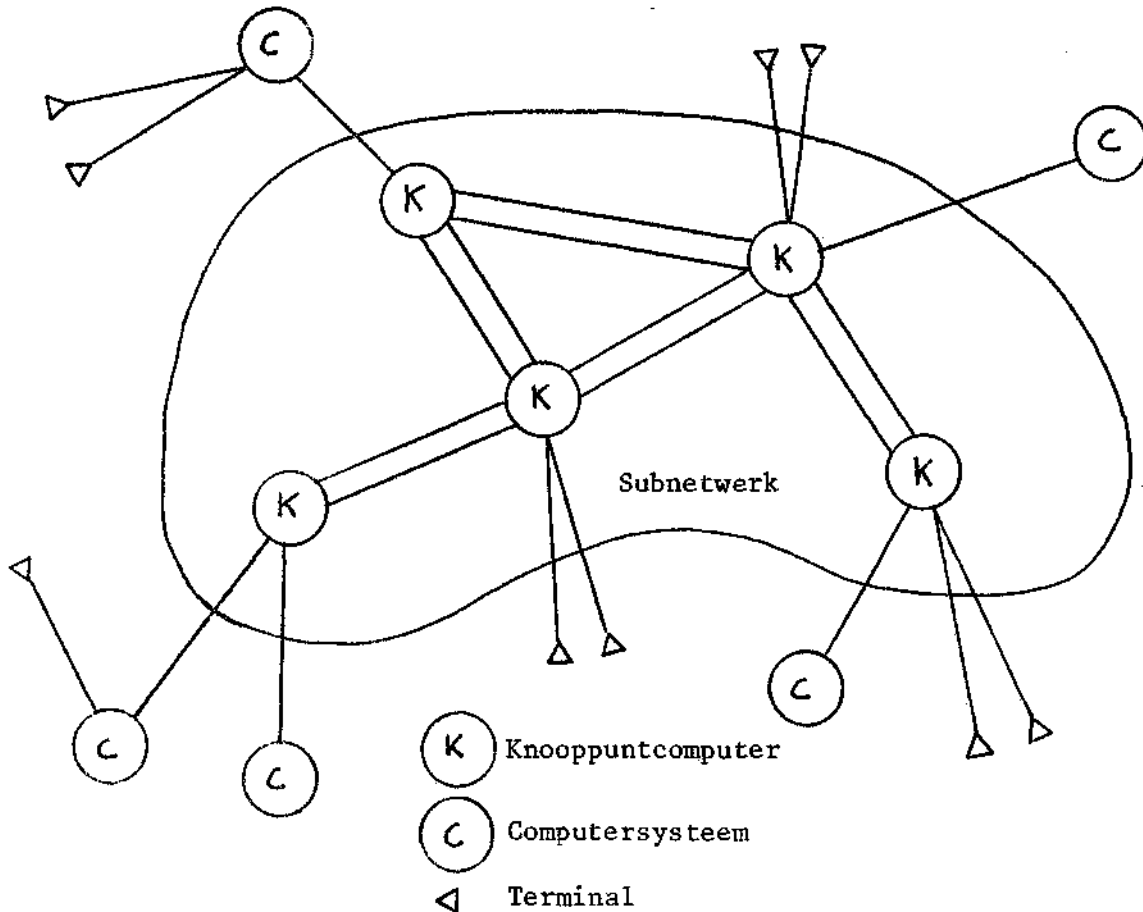
Deze actuele informatie is bijvoorbeeld nodig bij militaire operaties, bij financiële transakties en bij wetenschappelijk onderzoek. Sommige computer-communicatie netwerken omspannen een continent of zelfs de gehele wereld, andere zijn voor lokaal gebruik. Computer-communicatie netwerken kunnen zijn ontworpen voor een specifieke toepassing of voor algemeen gebruik. Deze laatste netwerken noemen we openbare computer-communicatie netwerken. Op dit moment zijn er ongeveer dertig wereldomspannende netwerken operationeel.

Een computer-communicatie netwerk is opgebouwd uit computers, databanken, terminals, andere apparatuur en communicatiekanalen. De communicatiekanalen zijn via computers aan elkaar gekoppeld. Deze computers noemen we de knooppuntcomputers. De kanalen en de knooppuntcomputers vormen tezamen het zogenaamde subnetwerk. Computers, databanken, terminals en andere apparatuur kunnen via de knooppuntcomputers op het subnetwerk worden aangesloten. Al deze apparatuur zouden we randappara-

tuur ten opzichte van het subnetwerk kunnen noemen. Deze randapparatuur levert de berichten die door het subnetwerk getransporteerd moeten worden naar randapparatuur op andere plaatsen. Het zal vaak voorkomen dat een computer die op een communicatienetwerk is aangesloten los van het netwerk gebruikt wordt. Om de autonomie van op het netwerk aangesloten randapparatuur te waarborgen en om het netwerk op zijn beurt onafhankelijk te maken van de aangesloten apparatuur, wordt de verzending van berichten in een computer-communicatie netwerk geheel verzorgd door het subnetwerk zelf. Het subnetwerk maakt een verantwoorde loskoppeling van randapparatuur mogelijk. Ook besturingstaken die nodig zijn voor een goede verzending van de aangeboden berichten worden door het subnetwerk zelf verricht. Hiervoor is door de netwerkbouwer een standaardprotocol ontworpen dat voor iedere knooppuntcomputer hetzelfde is. Dit is niet het geval bij computernetwerken. Bij deze laatste netwerken worden de besturingstaken door de aangesloten computers verricht.

Berichten die in een computer-communicatie netwerk via een bepaald kanaal verzonden moeten worden, wachten in de knooppuntcomputer aan het begin van dit kanaal op hun beurt voor verzending. Dit gebeurt zo kanaal na kanaal. Deze manier van berichten verzenden heet store-and-forward. Niet geautomatiseerde telexnetwerken werken vergelijkbaar. Telexisten hadden in de knooppuntcentrales van deze netwerken tot taak een bericht dat via een telexapparaat binnen was gekomen over te zetten op een volgend telexapparaat nadat alle voorgaande berichten door dit apparaat verzonden waren. De taak van telexist en telexapparaat wordt in een computer-communicatie netwerk verricht door de knooppuntcomputer. De basisstructuur van een computer-communicatie netwerk is in figuur 1 getekend.

In deze studie zullen we de verschillende soorten verkeer, die in een computer-communicatie netwerk aankomen bespreken. We zullen algemene eigenschappen afleiden die gelden voor de tussenaankomsttijdverdeling van berichten in het netwerk en voor de lengteverdeling van de berichten. In het vervolg zullen we geen onderscheid maken tussen een computer-communicatie netwerk, een computernetwerk en een datanetwerk.



Figuur 1. Computer-communicatie netwerk.

In deze netwerken is het gebruikelijk om de tussenaankomsttijd- en de bedieningstijdverdelingen van berichten te beschrijven op basis van het gemiddelde en de variantie. Een dimensieloze maat voor de spreiding van een verdeling, waarin deze beide grootheden verwerkt zijn, is de variatiecoëfficiënt. De variatiecoëfficiënt is gedefinieerd als de standaardafwijking gedeeld door de verwachting.

3. Gebruikersverkeer

Bij een computer-communicatie netwerk staat meestal één kant van een verbinding tussen twee randapparaten een computer. Afhankelijk van wat zich aan de andere kant bevindt kunnen we twee soorten gebruikersverkeer onderscheiden en wel tussen terminal en computer en tussen computer en computer. We spreken hier van gebruikersverkeer omdat we naast dit soort verkeer tussen twee aangesloten randapparaten ook nog besturingsverkeer tegenkomen in het netwerk. Besturingsberichten brengen gegevens over die nodig zijn voor een goede besturing van het gebruikersverkeer in het netwerk. We geven enkele voorbeelden van gebruikersverkeer.

- Transakties die plaatsvinden tussen een eenvoudig randapparaat zoals een kasregister of een meetinstrument en een computer. Het gegevensverkeer bestaat hier uit een uitwisseling van korte berichten volgens een vast protocol.
- Wanneer een terminal meer mogelijkheden heeft zoals een algemeen toetsenbord en een beeldscherm, kunnen we een gevarieerder gebruikersverkeer krijgen. We denken aan het terminalgebruik bij time-sharing of bij 'computer-aided' instructie. In beide gevallen hebben we gewoonlijk te maken met korte invoerberichten en langere uitvoerberichten.
- Een andere interactie tussen terminal en computer krijgen we bij 'remote job entry'. Hierbij kunnen de lengten van de gebruikersberichten die door de terminal verzonden worden zeer groot zijn.
- Verkeer tussen twee computers krijgen we als één computer bestanden van een andere machine gebruikt. De lengte van de berichten kan sterk variëren.

Al deze voorbeelden zijn speciale gevallen van de interactie tussen twee processen op verschillende randapparaten.

Bij deze voorbeelden hebben we te maken met berichten die elkaar afwisselen in zendrichting. Het netwerk bevindt zich tussen de twee apparaten die berichten uitwisselen.

In de literatuur over computer-communicatie netwerken wordt algemeen uitgegaan van de aanname dat het berichtenverkeer, dat door de randapparatuur wordt gegenereerd, een negatief exponentieel verdeelde lengte en tussenvertrektijd heeft. Wij zullen deze aanname overnemen en trachten haar plausibel te maken aan de hand van gepubliceerde resultaten van verrichte metingen.

Fuchs en Jackson [1969] hebben metingen aan het verkeer in een computer-terminal communicatie-systeem verricht en bij de statistische analyse van deze metingen bleek dat de verdeling van de lengten van de berichten kon worden beschreven met een geometrische verdeling en dat de gammaverdeling een goede beschrijving gaf van de verdeling van de tussenaankomsttijden van berichten. De variatiecoëfficiënt van de tussenaankomsttijden die zij maten varieerde van 1 tot 1.4. Wij merken op dat de geometrische verdeling een discretisatie is van een negatief-exponentiële verdeling en dat een gamma-verdeling met variatiecoëfficiënt één ook een negatief-exponentiële verdeling is.

Yue [1971] heeft gedurende enkele dagen de tussenaankomsttijden gemeter van berichten die een informatiesysteem bereikten. De terminals die de berichten genereerden stonden verspreid over de Verenigde Staten. Hij kreeg de volgende uitkomsten:

gemiddelde	19.2911 sec
standaard deviatie	19.9354
variatie-coëfficiënt	1.0334

Lewis en Yue [1972] onderwierpen de metingen van Yue aan tests voor een Poisson proces. Hun conclusie is dat het aankomstproces kan worden beschouwd als een Poisson proces, waarbij de parameter een heel klein beetje in de tijd verandert. Dit laatste is niet opmerkelijk vanwege de geografische spreiding van de aangesloten terminals in het system dat zij bekeken.

In het ARPA-netwerk werd het aantal packets gemeten dat gevormd werd uit gebruikersberichten die door de hosts verzonden werden (zie Kleinrock [1976]). Berekeningen die op basis van de meetresultaten werden uitgevoerd leidden tot de conclusie dat de lengte van de gebruikersberichten ongeveer negatief-exponentieel verdeeld moet zijn. Dat in het ARPA-netwerk de hosts geen berichten mogen verzenden die langer zijn dan 8063 bits heeft geen invloed op deze conclusie. Berekeningen laten zien dat het effect van deze afkapping te verwaarlozen is omdat er zo bijzonder weinig van deze lange berichten worden aangeboden.

Op grond van het voorgaande kunnen we aannemen dat een Poisson-proces een goede beschrijving is van het aankomst-vertrekproces van gebruikersberichten uit de randapparatuur in de knooppuntcomputer en het ligt voor de hand de lengte van berichten te beschrijven met een exponentiële verdeling. We gaan dan voorbij aan allerlei mogelijke nuanceringen, zoals het feit dat in het algemeen de respons op een bericht langer is dan het bericht zelf. Ook zal de lengte van een bericht van een terminal zelden groter zijn dan de regellengte van de terminal. Gezien de meetresultaten die ons ter beschikking staan is het niet zinvol om hier aandacht aan te besteden.

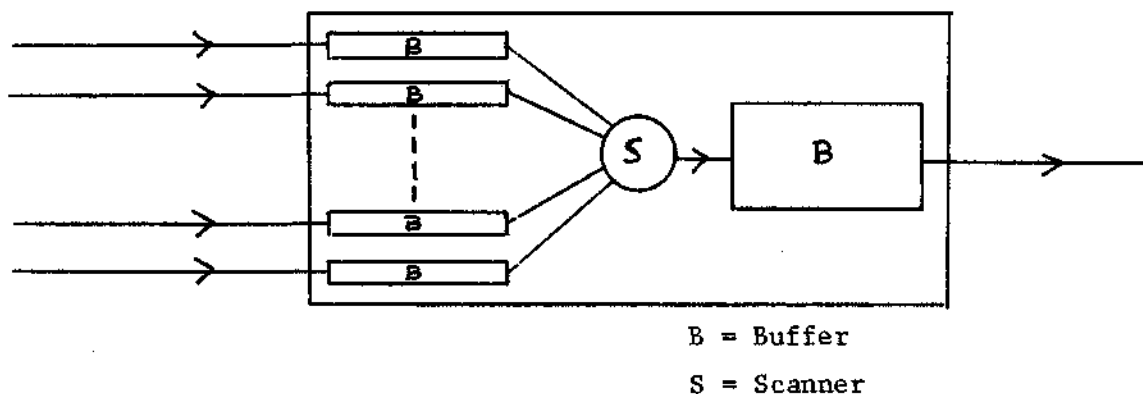
Als in het netwerk dat we bestuderen message-switching wordt toegepast dan wordt aan ieder gebruikersbericht, voordat het door het netwerk verzonden wordt, besturingsinformatie toegevoegd. Deze besturingsinformatie kan voor en/of achter de gebruikersgegevens worden toegevoegd. Deze besturingsinformatie bestaat uit een vast aantal bits per bericht. De verdeling van de berichtlengte in een message-switching netwerk wordt dan een verschoven negatief-exponentiële verdeling. Het aankomstproces verandert niet en blijft een Poisson-proces.

In het volgende zullen we het aankomstproces en de lengte-verdeling bekijken die ontstaat wanneer deze gebruikers-berichten via een packet-switching netwerk moeten worden verzonden.

4. Vorming van gebruikerspackets

In een packet-switching datanetwerk worden de berichten, die de rand-apparaten ter verzending aanbieden, eerst in packets gesplitst alvorens zij door het subnetwerk geaccepteerd worden. Aan de andere kant moeten packets, die door het netwerk verzonden zijn, weer worden samengesteld tot de originele berichten. Voor computers die op het netwerk zijn aangesloten gebeurt dit in de computer zelf. Voor de terminals die op het netwerk zijn aangesloten gebeurt dit in speciale apparaten, die wij omvormers noemen. In het Nederlandse datanetwerk worden deze apparaten, packet-assembly/disassembly units genoemd.

We gaan nu bekijken hoe berichten in een omvormer in packets gesplitst worden. Een aantal terminals zijn via parallele kanalen aangesloten op de buffers van de omvormer. De toevoer kanalen hebben een beperkte capaciteit, terwijl de verwerkingssnelheid van de omvormer zeer groot is. Voor iedere toevoerkanaal is een buffer aanwezig. Deze buffer wordt gevuld door een deel van een binnenkomend bericht. Zodra een buffer vol is wordt deze via een scanner geleegd en het packet dat nu ontstaan is, wordt, nadat het van de nodige stuurinformatie (overhead) voorzien is, in de rij gezet voor verzending over het verbindingskanaal met het netwerk. We nemen aan dat de tijd die nodig is voor het scannen en het toevoegen van de overhead verwaarloosbaar is ten opzichte van de verzendtijd in de toe- en afvoerkanalen.



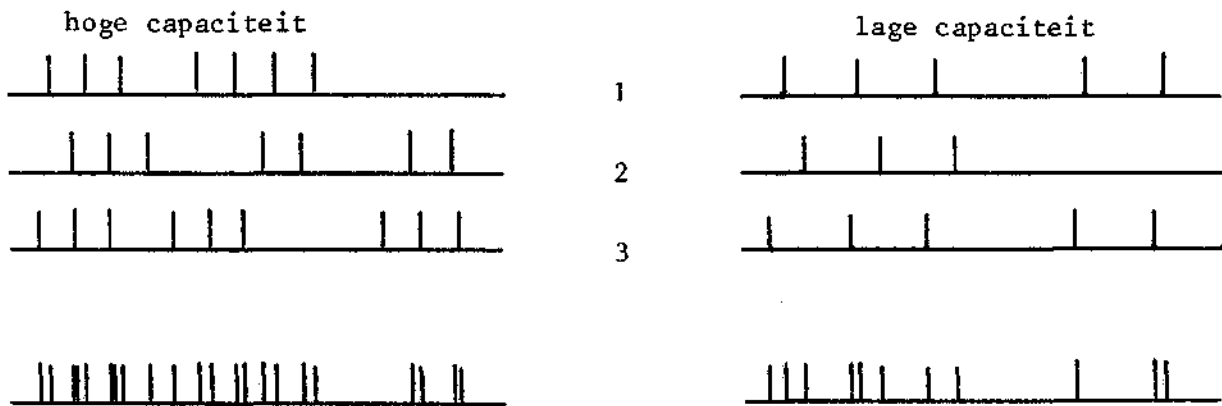
Figuur 2. Omvormer of PAD

Hierboven is een omvormer schematisch weergegeven. Andere aannamen zijn:

- het aankomstproces van berichten die verzonden moeten worden is een Poissonproces met parameter λ
- de berichtlengten zijn onderling onafhankelijk verdeeld
- een bericht wordt altijd in een aantal packets met dezelfde lengte gedeeld, dus packets van kleinere afmeting komen niet voor
- het gemiddeld aantal packets dat uit een bericht wordt gevormd is N .

Het aankomst proces van packets bij een kanaal ziet er dan als volgt uit.

Aankomsten van packets in drie toevoer kanalen



Figuur 3. Gesuperponeerde aankomstproces

We zien dat in het geval hoge capaciteit van de toevoerkanalen de packets meer als clusters gaan arriveren.

In sommige datanetwerken is de omvormer in de knooppuntcomputer geplaatst. Dit betekent dat de packets niet verzonden hoeven te worden over de verbinding tussen omvormer en knooppuntcomputer. De capaciteit van de leidingen in de knooppuntcomputer veronderstellen we zo groot dat hier geen transportbeperkingen uit voortvloeien.

In onze verdere studie nemen wij aan dat de omvormer in de knooppuntcomputer is geplaatst. Dit is geen echte beperking van het studieterrein, omdat de methodiek om de gemiddelde doorlooptijd van berichten te bepalen zonder enig probleem toegepast kan worden op het netwerk dat ontstaat wanneer de omvormer via een verbindingskanaal op de knooppuntcomputer is aangesloten.

5. Aankomstproces van gebruikerspackets

Zoals we hiervoor hebben opgemerkt is het aankomstproces van gebruikersberichten van een terminal bestemd voor verzending door het subnetwerk een Poisson proces. Terwijl een bericht binnen komt wordt het in stukken gehakt waarna deze stukken voorzien worden van een overhead en de aldus ontstane packets worden in de wachtrij gezet voor verzending via het verbindingskanaal met het netwerk. Om het aankomstproces van de packets bij het kanaal te beschrijven maken we gebruik van het begrip vertakkend Poisson-proces. Deze processen zijn bestudeerd door Lewis' [1964] en door Cox en Lewis [1966].

Bij zo'n proces hebben we te maken met een hoofdproces en een nevenproces. Het hoofdproces wordt gevormd door de aankomsten van berichten. De tussentijden waarmee dit gebeurt zijn onafhankelijke trekkingen $\{x_i\}$ uit eenzelfde exponentiële verdeling. Iedere aankomst van een bericht veroorzaakt een rij aankomsten van packets. Het nevenproces beschrijft deze packet aankomsten. We nemen aan dat tussen-aankomsttijden van packets van eenzelfde bericht $\{y_i\}$ onafhankelijke trekkingen zijn uit eenzelfde verdeling. De lengten van de berichten zijn ook onafhankelijke trekkingen uit eenzelfde verdeling.

Het aankomstproces van de packets is nu een superpositie van hoofd- en nevenprocessen. We nemen aan dat de aankomst van een packet als gevolg van een hoofdgebeurtenis niet te onderscheiden is van de aankomst van een packet tengevolge van een neven-gebeurtenis.

Voorts veronderstellen we dat er gemiddeld λ berichten per tijdseenheid arriveren en dat er gemiddeld N packets uit een bericht gevormd worden.

Lewis toont aan dat de overlevingsfunctie van de tussen-aankomsttijden van packets, $R(t)$, die gedefinieerd is als

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (1)$$

dan geschreven kan worden als:

$$R(t) = \frac{1 + (N-1) R_y(t)}{N} R_z(t). \quad (2)$$

Hierin is $R_z(t)$ de overlevingsfunctie van de terugkeertijd en $R_y(t)$ de overlevingsfunctie van de tussen-aankomsttijden van het nevenproces.

Als we $R(t)$ kunnen differentieren dan geldt:

$$f(t) = -R'(t).$$

Voor de dichtheid van de tussen-aankomsttijd van de gebruikerspackets bij een kanaal krijgen we dan

$$f(t) = \{\lambda[1 + (N-1) R_y(t)]^2 + (N-1) f_y(t)\} \frac{R_z(t)}{N}. \quad (3)$$

Lewis toont aan dat voor de overlevingsfunctie van de terugkeertijd geldt:

$$R_z(t) = \exp \{-\lambda t - (N-1) \int_0^t R_y(u) du\}. \quad (4)$$

Hieruit volgt dat de verdeling van de tussenaankomsttijd bekend is als we $R_y(t)$ kennen.

De packets arriveren na elkaar met tussentijden die bepaald worden door de lengte van de stukken waarin een bericht gehakt wordt door de capaciteit van de toevoerkanalen. Het laatste packet van een bericht zou daarom kunnen aankomen op het moment dat het laatste bit van het bericht zich in de buffer bevindt. Deze veronderstelling doen we echter niet. We nemen eenvoudigheidshalve aan dat alle tussen-aankomsttijden van het nevenproces constant zijn en voldoen aan

$$T_0 = \frac{L}{c_1}, \quad (5)$$

hierin is L de lengte in bits van de stukken waarin het bericht gesplitst wordt en c_1 is de capaciteit in bits per seconde van de toevoerkanalen van de terminals.

Dan geldt voor $R_y(t)$

$$R_y(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T_0 \\ 0 & t \geq T_0 \end{cases}.$$

Substitutie hiervan in (4) levert

$$R_z(t) = \begin{cases} \exp(-\lambda N t) & 0 \leq t < T_0 \\ \exp(-\lambda t - \lambda(N-1)T_0) & t \geq T_0 \end{cases} \quad (6)$$

Voor de waarschijnlijkheid dat twee opeenvolgende packets meer dan t seconden na elkaar binnen komen krijgen we dan

$$R(t) = \begin{cases} \exp(-\lambda N t) & 0 \leq t < T_0 \\ \frac{1}{N} \exp(-\lambda(N-1)T_0) \exp(-\lambda t) & t \geq T_0 \end{cases} \quad (7)$$

De gemengde dichtheidsfunctie van de tussen-aankomsttijd die hierbij hoort is dan:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda N \exp(-\lambda N t) & 0 \leq t < T_0 \\ \frac{\lambda}{N} \exp(-\lambda(N-1)T_0) \exp(-\lambda t) & t > T_0 \end{cases}$$

en

(8)

$$P(\underline{t}=T_0) = \frac{N-1}{N} \exp(-\lambda N T_0).$$

Gemakkelijk valt in te zien dat voor de verwachting van de tussen-aankomsttijd van deze verdeling moet gelden:

$$E(\underline{t}) = 1/\lambda N.$$

In Appendix I leiden we af dat voor $E(\underline{t}^2)$ geldt:

$$E(\underline{t}^2) = \frac{2}{\lambda^2 N^2} (1 + (N-1) \exp(-\lambda N T_0)), \quad \text{met } T_0 = \frac{L}{c_1} \quad (9)$$

Voor de variantie van de tussen-aankomsttijd geldt dan:

$$\text{var}(\underline{t}) = \frac{1}{\lambda^2 N^2} (1 + 2(N-1) \exp(-\lambda N T_0)). \quad (10)$$

Het kwadraat van de variatiecoëfficiënt van \underline{t} wordt dan:

$$C_t^2 = 1 + 2(N-1) \exp(-\lambda N T_0). \quad (11)$$

Voor gegeven N en L betekent dit, dat voor zeer grote c_1 de C_t^2 naar $2N-1$ nadert. Deze grote waarde van het kwadraat van de variatiecoëfficiënt betekent dat we dan te maken krijgen met het arriveren van clusters van packets.

Als c_1 heel klein wordt nadert C_t^2 naar 1 en is het aankomstproces van de packets een Poisson-proces.

Voor C_t^2 geldt dus:

$$1 \leq C_t^2 \leq 2N-1. \quad (12)$$

Als λ groter wordt naders C_t^2 ook naar 1.

Bij de afleiding van de verdeling van de tussen-aankomsttijden van de gebruikerspackets, zijn we er vanuit gegaan dat alle packets die uit eenzelfde bericht gevormd werden met dezelfde tussen-aankomsttijd T_0 arriveerden.

Als we deze veronderstelling laten vallen en een andere tussen-aankomsttijdverdeling voor het nevenproces aannemen dan wordt de verdeling van de tussenaankomsttijden $R(t)$ zeer ingewikkeld.

De waarden van $\text{var}(t)$ en C_t^2 kunnen dan alleen nog met numerieke integratie bepaald worden. Lewis heeft dit gedaan voor het geval de tussen-aankomsttijd van packets uit eenzelfde bericht een exponentiële en een Gamma ($k=2$) verdeling had.

Het aankomstproces dat wij hiervoor beschreven hebben geven de naam B-proces (branching-proces).

Terminals zijn in het algemeen aan het subnetwerk verbonden via communicatiekanalen met een lage capaciteit. Daardoor zal het aankomstproces van gebruikerspackets afkomstig van terminals in principe door een Poisson-proces benaderd kunnen worden.

Computers zijn via parallele kanalen met een grote capaciteit aan het subnetwerk verbonden. Een grote capaciteit c_1 betekent neiging tot cluster-vorming.

Wij hebben de variatiecoëfficiënt bepaald op basis van metingen die in het ARPA-netwerk zijn verricht (Kleinrock [1966]) en krijgen $C_t^2 \approx 1.1$. Een Poisson-proces heeft variatiecoëfficiënt 1.

In ieder subnetwerk zijn maatregelen getroffen om congestie te voorkomen. Dit betekent dat de stroom van berichten, die tot het netwerk willen worden toegelaten, geregeld wordt. Het effect van deze regulatie op het aankomstproces is moeilijk te beschrijven. Vaak zijn meerdere randapparaten, computers en terminals via dezelfde knooppuntcomputer met het subnetwerk verbonden.

6. Lengteverdeling van gebruikerspackets

In de omvormer worden uit de berichten packets gevormd. Wij zullen nu de verdeling van de lengte van deze packets bepalen.

We nemen aan dat de verdeling van de bericht-lengten in bits gegeven wordt door de negatief-exponentiële verdeling.

$$F(x) = 1 - \exp(-x/b). \quad (13)$$

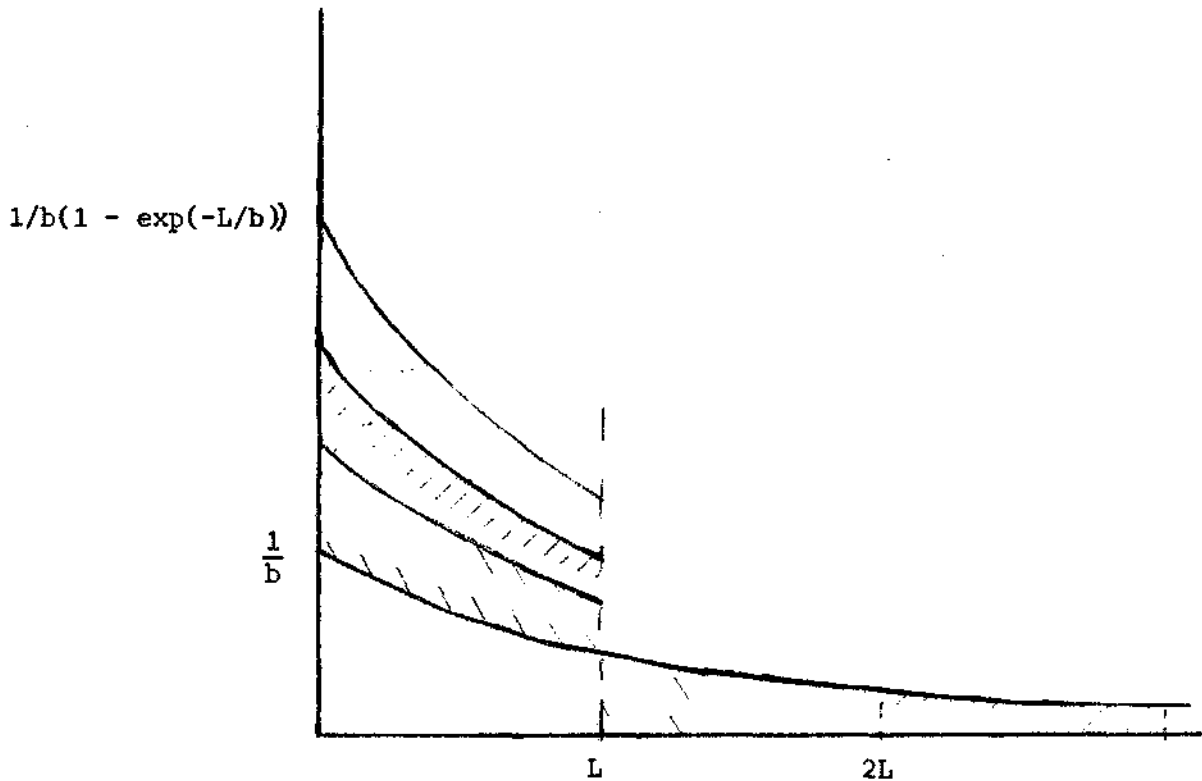
De dichtheidsfunctie is dan $f(x) = \frac{1}{b} \exp(-x/b)$, $x \geq 0$ en er geldt:

$$E(\underline{x}) = b \text{ en } \text{var}(\underline{x}) = b^2.$$

De maximale lengte van de stukken, waarin een gebruikersbericht gesplitst wordt, is gelijk aan L .

Iedere bericht wordt in een aantal stukken gehakt met lengte L en één stuk met lengte kleiner dan L . Het aantal stukken dat gevormd wordt uit een bericht met lengte x is: Entier $(x/L) + 1$.

De dichtheidsfunctie $g(x)$ van de stukken met lengte kleiner dan L kunnen we bepalen door superpositie van de dichtheden in de intervallen $[kL, (k+1)L)$ met $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ op het interval $[0, L)$, zie figuur 4.



Figuur 4.

Dan geldt:

$$g(x) = f(x) + f(x+L) + f(x+2L) + \dots \quad \text{voor } x \in [0, L),$$

zodat

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{1}{b} \exp(-x/b) + \frac{1}{b} \exp(-(x+L)/b) + \frac{1}{b} \exp(-(x+2L)/b) + \dots \\ &= \frac{1}{b} \sum_{k=0}^{\infty} \exp(-(x+kL)/b). \end{aligned} \quad (14)$$

Dus

$$g(x) = \frac{1}{b} \exp(-x/b) / (1 - \exp(-L/b)) \quad \text{voor } x \in [0, L).$$

Als we het aantal stukken van lengte L , dat gevormd wordt \underline{n} noemen, dan geldt:

$$\begin{aligned} E(\underline{n}) &= \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot P(kL \leq x < (k+1)L) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k \int_{kL}^{(k+1)L} f(x) dx = \sum_{k=0}^{\infty} k \left[-\exp(-x/b) \right]_{kL}^{(k+1)L}. \end{aligned}$$

Zodat

$$E(\underline{n}) = (1 - \exp(-L/b)) \sum_{k=0}^{\infty} k \exp(-kL/b). \quad (15)$$

We kunnen afleiden dat voor $|y| < 1$ geldt:

$$\sum_{k=0}^{\infty} y^k = \frac{1}{1-y} \quad \text{en} \quad \sum_{k=1}^{\infty} k y^{k-1} = \frac{1}{(1-y)^2}.$$

Met behulp van dit resultaat herschrijven we (15)

$$E(\underline{n}) = (1 - \exp(-L/b)) \exp(-L/b) \sum_{k=1}^{\infty} k \exp(-(k-1)L/b) \quad (16)$$

Zodat

$$E(\underline{n}) = \frac{\exp(-L/b)}{1 - \exp(-L/b)}. \quad (17)$$

Een willekeurig bericht wordt in \underline{n} stukken van lengte L gehakt en één stuk met lengte kleiner dan L .

De verwachting van het aantal stukken waarin een bericht gesplitst wordt is dus:

$$E(\underline{n}) + 1 = 1/(1 - \exp(-L/b)). \quad (18)$$

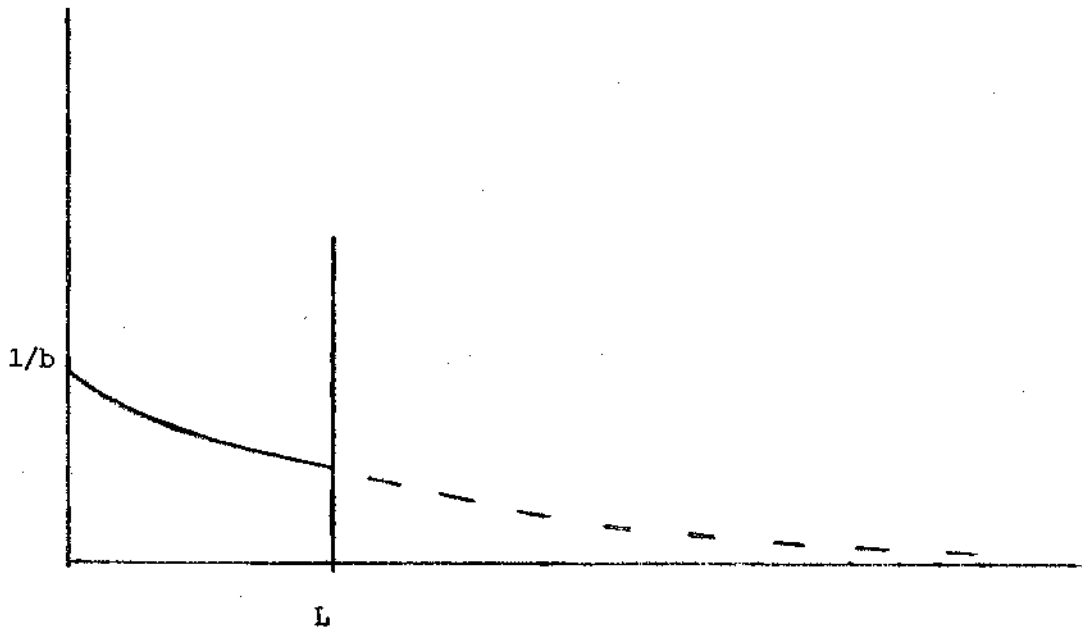
We kunnen nu de gemengde kansdichtheid van de lengte \underline{s} van de stukken bepalen.

$$P(\underline{s}=L) = \frac{E(\underline{n})}{E(\underline{n}) + 1} = \exp(-L/b)$$

en

$$h(s) = \begin{cases} \frac{1}{E(\underline{n}) + 1} g(s) & = \frac{1}{b} \exp(-s/b) \text{ voor } 0 \leq s < L \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \quad (19)$$

Deze dichtheidsfunctie is in figuur 5 getekend.



Figuur 5.

De verwachting van de lengte van een stuk, $E(\underline{s})$ kunnen we als volgt berekenen:

$$E(\underline{s}) = \int_0^L s \frac{1}{b} \exp(-s/b) ds + L \exp(-L/b). \quad (20)$$

Als we substitueren $u = s/b$ en partiëel integreren krijgen we

$$E(\underline{s}) = -L \exp(-L/b) + b(1 - \exp(-L/b)) + L \exp(-L/b).$$

$$\text{Dus } E(\underline{s}) = b(1 - \exp(-L/b)). \quad (21)$$

De variantie van \underline{s} bepalen we met behulp van $\text{var}(\underline{s}) = E(\underline{s}^2) + E^2(\underline{s})$.
Voor $E(\underline{s}^2)$ geldt:

$$E(\underline{s}^2) = \int_0^L s^2 \frac{1}{b} \exp(-s/b) ds + L^2 \exp(-L/b). \quad (22)$$

Dezelfde substitutie als hiervoor en tweemaal achtereen partiëel integreren levert:

$$E(\underline{s}^2) = -L^2 \exp(-L/b) + 2(-Lb) \exp(-L/b) - b^2(\exp(-L/b) - 1) + L^2 \exp(-L/b). \quad (23)$$

Zodat

$$\text{var}(\underline{s}) = -2Lb \exp(-L/b) - 2b^2(\exp(-L/b) - 1) - b^2(1 - \exp(-L/b))^2$$

of

$$\text{var}(\underline{s}) = b^2(1 - \exp(-2L/b)) - 2Lb \exp(-L/b). \quad (24)$$

Nadat de berichten in stukken zijn gesplitst met maximale lengte L wordt aan ieder stuk besturingsinformatie (overhead) toegevoegd ter lengte van h bits. De verdelingsdichtheid van de zo ontstane packets met lengte \underline{l} volgt direct uit (19),

$$P(\underline{l} = L + h) = \exp(-L/b)$$

en (25)

$$k(\underline{l}) = \begin{cases} \frac{1}{b} \exp(-(l-h)/b) & \text{voor } h \leq l \leq L + h \\ 0 & \text{elders,} \end{cases}$$

Dan wordt

$$E(\underline{l}) = b(1 - \exp(-L/b)) + h \quad (26)$$

en

$$\text{var}(\underline{l}) = b^2(1 - \exp(-2L/b)) + 2Lb \exp(-L/b). \quad (27)$$

Het kwadraat van de variatiecoëfficiënt van \underline{l} wordt dan:

$$C_1^2 = \frac{b^2(1 - \exp(-2L/b)) - 2Lb \exp(-L/b)}{(b(1 - \exp(-L/b)) + h)^2}. \quad (28)$$

In appendix 2 geven we twee histogrammen van de verdeling van de packetlengte.

7. Capaciteiten van kanalen

De capaciteit van een kanaal zullen we steeds uitdrukken in de hoeveelheid bits die per seconde verzonden kan worden door een kanaal.

Als wij de computer-communicatie netwerken die gebouwd zijn bekijken dan treffen wij hierin zeer uiteenlopende combinaties aan van capaciteiten van toevoerkkanalen en netwerkkkanalen.

We zullen hier de gevolgen van verschillende combinaties nagaan voor het aankomstproces van packets van een message.

Zij c_1 de capaciteit van de toevoerkkanalen en c_n de capaciteit van de netwerkkkanalen.

Als c_1 veel kleiner is dan c_n dan is de tijd die verloopt tussen het ontstaan van twee opeenvolgende packets uit eenzelfde message veel groter dan de tijd die nodig is voor het verzenden van een packet via een netwerkkkanaal, en het aankomstproces van de packet wordt dan beschreven met de in hiervoor afgeleide verdeling.

Als echter de capaciteit van een netwerkkkanaal kleiner is dan de capaciteit van het toevoerkanaal dan arriveren opvolgende packets van eenzelfde message altijd voordat het vorige volledig verzonden is. Voor het kanaal is het alsof de packets als één geheel arriveren. We kunnen dan zeggen dat packets als clusters bij het netwerkkkanaal aankomen. We krijgen dan een Poisson-aankomstproces van clusters.

De tijd die nodig is voor het binnenkomen van een stuk van message in het knooppunt is L/c_1 en de tijd die nodig is voor het verzenden van een packet dat hieruit gevormd wordt is $(L+h)/c_n$.

De packets gaan clusters vormen ten opzichte van het netwerkkkanaal als

$$L/c_1 < (L+h)/c_n. \quad (29)$$

8. Lengteverdeling van clusters

We hadden aangenomen dat de messagelengten verdeeld waren volgens

$$f(x) = \frac{1}{b} \exp -(x/b), \quad x \geq 0.$$

Een willekeurige message van lengte x wordt in n stukken van lengte L gesplitst en één stuk van lengte kleiner dan L . We stellen het aantal stukken dat gevormd wordt gelijk aan m met $m = n+1$. De lengte van de overhead die aan het stuk werd toegevoegd is h .

Voor de lengte van de cluster u , die uit de message gevormd wordt, wanneer de capaciteit van het netwerkkkanaal klein is vergeleken met de capaciteit

van het toevoerkanaal, geldt dan:

$$\underline{v} = \underline{x} + \underline{m}h.$$

Voor de verwachting van de clusterlengte krijgen we dan

$$E(\underline{v}) = E(\underline{x}) + hE(\underline{m}) \quad (30)$$

We weten dat $E_m = E_n + 1 = 1/(1 - \exp(-L/b))$, zie (18) zodat dan

$$E(\underline{v}) = b + h/(1 - \exp(-L/b)). \quad (31)$$

Voor het tweede moment van \underline{v} geldt

$$E(\underline{v}^2) = E(\underline{x}^2) + 2hE(\underline{m}\underline{x}) + h^2E(\underline{m}^2). \quad (32)$$

Om de variantie te kunnen bepalen gaan we allereerst $E(\underline{m}\underline{x})$ berekenen.

$$E(\underline{m}\underline{x}) = \sum_{m=1}^{\infty} \int_{(m-1)L}^{mL} m u f(u) du$$

zodat

$$E(\underline{m}\underline{x}) = \sum_{m=1}^{\infty} m \int_{(m-1)L}^{mL} \frac{u}{b} \exp\left(-\frac{u}{b}\right) du.$$

Na partiële integratie krijgen we

$$E(\underline{m}\underline{x}) = A(b \exp(L/b) - b - L \exp(L/b)) + LB(\exp(L/b) - 1)$$

hierin is $A = \sum_{m=1}^{\infty} m \exp(-mL/b)$

en $B = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 \exp(-mL/b)$.

Door $\sum_{m=0}^{\infty} \exp(-mL/b) = 1/(1 - \exp(-L/b))$ één respectievelijk tweemaal te differentiëren naar m kunnen we laten zien dat geldt:

$$A = \frac{\exp(-L/b)}{(1 - \exp(-L/b))^2}$$

en

$$B = \frac{\exp(-L/b) + \exp(-2L/b)}{(1 - \exp(-L/b))^2}.$$

Met behulp van de uitdrukking die we zo voor $E(\underline{v}^2)$ afleiden kunnen we de variantie van \underline{v} bepalen.

We krijgen hiervoor

$$\text{var}(\underline{v}) = b^2 + \frac{2hL \exp(-L/b)}{(1 - \exp(-L/b))^2}. \quad (33)$$

Het kwadraat van de variatiecoëfficiënt van de lengte van de clusters wordt dan:

$$C_v^2 = \frac{b^2 \{1 - \exp(-L/b)\}^2 - 2hL \exp(-L/b)}{\{b(1 - \exp(-L/b)) + h\}^2} \quad (34)$$

Als $h=0$ krijgen we $C_v^2 = 1$ en als $L \rightarrow \infty$ dan nadert C_v^2 tot $b^2/(b+h)^2$.

9. Besturingspackets

Tot nu toe hebben wij alleen gesproken over packets die gevormd zijn uit messages die van buiten het computer-communicatie netwerk binnenkomen. Deze messages worden gegenereerd door en voor de gebruikers van het netwerk. Zij verzorgen het transport van gegevens ten behoeve van deze gebruikers.

Om het verkeer van stukjes gebruiker-gegevens goed te laten verlopen werden deze stukjes aangevuld met extra informatie. Deze informatie bestaat o.a. uit bits t.b.v. foutencontrole, routing en assemblage van packets tot messages. Naast deze packets die het gebruiker-gegevensverkeer verzorgen zijn er in een netwerk packets voor het regel- of besturingsverkeer. Voorbeelden hiervan zijn packets die als ontvangstbevestiging van een gebruikerspacket worden teruggezonden of packets die nagaan of bepaalde verbindingen in een netwerk goed functioneren.

Besturingspackets die in een ontvangstbevestiging overbrengen vormen verreweg het grootste deel (90%) van de regelpackets. We nemen daarom in het volgende aan dat we alleen te maken hebben met deze soort packets. Het ligt dan voor de hand dat we stellen dat 50% van het netwerkverkeer uit besturingspackets bestaat. De lengte van zo'n packet is c bits. Een ontvangstbevestigingspacket wordt verzonden zodra een gegevenspacket in een knooppunt gearriveerd is.

Omdat wij niet in staat zijn het outputproces van de gebruikerspackets aan het eind van een kanaal te beschrijven op basis van de veronderstellingen, die we gedaan hebben over het inputproces en de lengte van deze packets, kunnen we slechts aannamen doen over het werkelijke inputproces van besturingspackets.

Het meest willekeurige outputproces van gegevenspackets dat denkbaar is is het Poisson-proces. Dit outputproces heeft tot gevolg dat de besturingspackets dan ook als een Poisson-proces bij het kanaal arriveren.

Het aankomstproces van de gegevenspackets hebben we als een vertakkend Poisson-proces beschreven. Het aankomstproces van besturingspackets, dat hierop een antwoord is, zouden we hieraan identiek kunnen nemen.

Om de aankomstprocessen, die bij deze situaties behoren, te bepalen moeten we de superposities kenne van twee B-processen, en van een P- en een B-proces.

We weten dat superpositie van P-processen weer een P-proces geeft. Dat de superpositie van twee B-processen met dezelfde parameters weer een B-proces oplevert is hiervan een direkt gevolg. We zullen dit echter ook via analyse aantonen.

We merken hier nog op dat in sommige computer-communicatie-netwerken geprobeerd wordt om de besturingspackets aan gegevenspackets te koppelen. Omdat ons over deze situatie geen gegevens bekend zijn kunnen we hier niet op ingaan.

10. Superpositie van twee aankomstprocessen

We gaan de verdeling van de tussen-aankomsttijd bepalen van twee gesuperponeerde aankomstprocessen.

Stel y_i is de tijd die verlopen is sinds de laatste aankomst van proces i met $i = 1, 2$. Bij de theorie over vernieuwingsprocessen wordt y_i de achterwaartse terugkeertijd genoemd.

Neem $y = \min(y_1, y_2)$, dan geldt omdat we aannemen dat de twee aankomstprocessen onafhankelijk zijn:

$$P(\underline{y} > y) = P(\underline{y}_1 > y \text{ en } y_2 > y) = P(\underline{y}_1 > y) \cdot P(y_2 > y) \quad (35)$$

Voor een willekeurig vernieuwingsproces geldt dat de verdelingsdichtheid van de terugkeertijd, voorwaarde én achterwaartse gelijk is aan $R(x)/\mu$. Zie Cox [1962] en Murthy [1974]. $R(x)$ is de overlevingsfunctie van de levensduur of hier de tussenaankomsttijd x waarvoor geldt $E(\underline{x}) = \mu$.

Omdat de aankomstprocessen vernieuwingsprocessen zijn kunnen we dit resultaat toepassen op (35). We krijgen dan:

$$P(\underline{y} > y) = \int_y^{\infty} \frac{R_1(u)}{\mu_1} du \int_y^{\infty} \frac{R_2(u)}{\mu_2} du. \quad (36)$$

Differentiëren van $\int_y^{\infty} \frac{R_i(u)}{\mu_i} du$ levert $-\frac{R_i(y)}{\mu_i}$.

Als we (36) differentiëren krijgen we voor de dichtheid van de terugkeertijd van het gesuperponeerde proces

$$\frac{R_1(y)}{\mu_1} \int_y^{\infty} \frac{R_2(u)}{\mu_2} du + \frac{R_2(y)}{\mu_2} \int_y^{\infty} \frac{R_1(u)}{\mu_1} du.$$

Het gesuperponeerde proces is ook weer een vernieuwingsproces en voor de dichtheid van de terugkeertijd van dit proces geldt dus

$$\frac{R(y)}{\frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}}$$

waarin $R(y)$ de overlevingsfunctie van de levensduur of tussen-aankomsttijd y van het gesuperponeerde proces is.

$$\text{Voor } y \text{ geldt } E(y) = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}.$$

We krijgen dan:

$$R(y) = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} (R_1(y) \int_y^{\infty} R_2(u) du + R_2(y) \int_y^{\infty} R_1(u) du).$$

Voor de dichtheid van de tussen-aankomsttijd geldt $f(y) = -R'(y)$ zodat

$$f(y) = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} (2R_1(y) R_2(y) + f_1(y) \int_y^{\infty} R_2(u) du + f_2(y) \int_y^{\infty} R_1(u) du) \quad (37)$$

Als geldt $R_1(y) = R_2(y) = R_x(y)$ zodat $\mu_1 = \mu_2 = \mu_x$ dan wordt (18) gelijk aan

$$f(y) = \frac{1}{\mu_x} (R_x^2(y) + f_x(y) \int_y^{\infty} R_x(u) du). \quad (38)$$

11. Superpositie van twee B-processen

Voor een B-proces hebben we afgeleid, dat geldt:

$$R(t) = \begin{cases} \exp(-\lambda N t) & 0 \leq t < T_0 \\ 1/N \exp(-\lambda(N-1) T_0) \exp(-\lambda t) & t \geq T_0 \end{cases}$$

en

$$P(\underline{t} = T_0) = \frac{N-1}{N} \exp(-\lambda N T_0)$$

en

$$f(t) = \begin{cases} \lambda N \exp(-\lambda N t) & 0 \leq t < T_0 \\ \lambda/N \exp(-\lambda(N-1) T_0) \exp(-\lambda t) & t > T_0 \end{cases}$$

Voor de verwachting geldt $E(\underline{t}) = 1/\lambda N$.

Omdat de T_0 voor beide B-processen, die we superponeren, gelijk is kunnen we nu direkt formule (38) toepassen.

We krijgen dan:

$$f(y) = \begin{cases} 2 \lambda N \exp(-2\lambda N y) & 0 \leq y < T_0 \\ 2 \lambda/N \exp(-2\lambda(N-1) T_0) \exp(-2\lambda y) & y > T_0 \end{cases}$$

Hieruit volgt:

$$P(\underline{y}=T_0) = \frac{N-1}{N} \exp(-2\lambda N T_0).$$

Voor de verwachting van y geldt:

$$E(\underline{y}) = 1/(2\lambda N).$$

Op analoge manier als in Appendix I kunnen we nu afleiden dat:

$$\text{var}(\underline{y}) = \frac{1}{(2\lambda N)^2} (1 + 2(N-1) \exp(-2\lambda N T_0)) \quad (39)$$

zodat

$$C_y^2 = 1 + 2(N-1) \exp(-2\lambda N T_0).$$

Als we (11) en (39) vergelijken zien we een grote gelijkenis. Dit is niet verwonderlijk omdat beide processen vertakkende Poisson-processen zijn. In het direkt hiervoor behandelde geval is de aankomstrate van de messages die in packets gesplitst worden tweemaal zo hoog dan in het eerder behandelde geval.

12. Superpositie van een P- en B-proces

Voor een P-proces met parameter μ geldt

$$R(t) = \exp(-\mu t) \quad t \geq 0$$

dus

$$f(t) = \mu \exp(-\mu t) \quad t \geq 0$$

en

$$E(\underline{t}) = 1/\mu$$

Alvorens we de gegevens van het P- en B-proces in (37) substitueren, merken we op dat voor het B-proces geldt:

$$\int_y^{\infty} R(t) dt = \begin{cases} 1/\lambda N \exp(-\lambda N y) & 0 \leq y < T_0 \\ 1/\lambda N \exp(-\lambda(N-1) T_0) \exp(-\lambda y) & y \geq T_0 \end{cases}$$

Voor het P-proces geldt:

$$\int_y^{\infty} R(t) dt = 1/\mu \exp(-\mu y) \quad y \geq 0$$

We krijgen dan voor de dichtheid van de tussen-aankomsttijd:

$$f(y) = \begin{cases} (\mu + \lambda N) \exp(-(\mu + \lambda N) y) & 0 \leq y < T_0 \\ \frac{(\mu + \lambda)^2}{\mu + \lambda N} \exp(-\mu(N-1) T_0) \exp(-(\mu + \lambda) y) & y > T_0 \end{cases}$$

en hieruit volgt:

$$P(y = T_0) = \frac{\lambda(N-1)}{\mu + \lambda N} \exp(-(\mu + \lambda N) T_0)$$

Voor de verwachting van de tussen-aankomsttijd van het gesuperponeerde proces geldt natuurlijk:

$$E(y) = 1/(\mu + \lambda N)$$

Voor de variantie van de tussen-aankomsttijd leiden we analoog als in Appendix I af dat geldt:

$$\text{var}(y) = \frac{1}{(\mu + \lambda N)^2} \left(1 + \frac{2\lambda(N-1)}{\mu + \lambda} \exp(-(\mu + \lambda N) T_0) \right) \quad (40)$$

Voor het kwadraat van de variatiecoëfficiënt krijgen we dan:

$$C_y^2 = 1 + \frac{2\lambda(N-1)}{\mu + \lambda} \exp(-(\mu + \lambda N) T_0)$$

Als $\mu = 0$ dan krijgen we natuurlijk (11).

(41)

We nemen aan dat we te maken hebben met een B-proces van gegevens-packets en een P-proces van besturingspackets.

Dan geldt $\mu = \lambda N$ zodat stelsel (40.) dan wordt:

$$E(y) = 1/(2 \lambda N) \tag{42}$$

$$\text{var}(y) = \frac{1}{(2\lambda N)^2} \left(1 + \frac{2(N-1)}{N+1} \exp(-2\lambda N T_0) \right)$$

en

$$C_y^2 = 1 + \frac{2(N-1)}{N+1} \exp(-2\lambda N T_0)$$

13. Samengestelde verdeling van de packetlengten

In het voorgaande hebben we gezegd dat we in een computer-communicatie netwerk twee soorten packets kunnen onderscheiden, gegevenspackets en besturingspackets.

De lengteverdeling van gegevenspackets hebben we enkele paragrafen voor deze al afgeleid. Ook hebben we de verdeling van de lengten van clusters van packets bepaald, die in sommige omstandigheden kunnen optreden.

We richten nu onze aandacht op de besturingspackets en de verdeling van de packetlengten zoals die door het superponeren van twee aankomstprocessen kan ontstaan.

Wij hadden al besloten om slechts één uniform besturingspacket te beschouwen. De lengte hiervan stellen we gelijk aan de lengte van de overhead die zich in een datapacket bevindt: h .

We zullen nu eerst de eigenschappen van de samengestelde verdeling van de packetlengten bepalen voor het geval de gegevenspackets niet als clusters bij het communicatiekanaal aankomen. Daarna bekijken we de eigenschappen in het geval van clustervorming. We gaan er steeds van uit dat het aantal besturingspackets dat per tijdseenheid door een kanaal verzonden moet worden gelijk is aan het aantal gegevenspackets.

Voor de gemengde verdeling van de gegevenspackets hadden we

$$P(\underline{l} = L+h) = \exp(-L/b)$$

en

$$k(l) = \begin{cases} 1/b \exp(-(l-h)/b) & \text{voor } h \leq l < L+h \\ 0 & \text{elders} \end{cases}$$

Voor de lengteverdeling van de besturingspackets hebben we:

$$P(\underline{l} = h) = 1.$$

We kunnen nu de samengestelde verdelingsdichtheid van de packetlengten opstellen.

$$m(l) = \frac{1}{2b} \exp(-(l-h)/b) \quad \text{voor } h < l < L+h$$

en

$$P(\underline{l} = h) = \frac{1}{2} \quad (43)$$

en

$$P(\underline{l} = L+h) = \frac{1}{2} \exp(-L/b)$$

In het algemeen kunnen we voor de samengestelde verdeling:

$$F(x) = pF_1(x) + (1-p)F_2(x)$$

$$\text{met } f(x) = pf_1(x) + (1-p)f_2(x)$$

afleiden dat

$$E(\underline{x}) = pE_1(x) + (1-p)E_2(x)$$

en

$$\text{var}(\underline{x}) = p \text{var}_1(\underline{x}) + (1-p) \text{var}_2(x) + p(1-p)(E_1(\underline{x}) - E_2(\underline{x}))^2$$

In dit geval is $p = \frac{1}{2}$ en we krijgen dan

$$E(\underline{l}) = \frac{1}{2}b(1 - \exp(-L/b)) + h$$

en

$$\text{var}(\underline{l}) = \frac{1}{2}b^2(1 - \exp(-2L/b)) - Lb \exp(-L/b) + \frac{1}{4}b^2(1 - \exp(-L/b))^2 \quad (44)$$

In Appendix 3 vinden we histogrammen van de verdeling van de packetlengten voor $b = 500$, $h = 150$, $L = 500$ en $L = 1000$.

14. Verdeling verzendtijd

De capaciteit van een communicatiekanaal in een datanetwerk zullen we uitdrukken in de hoeveelheid bits die per seconde verzonden kan worden door dat kanaal. In computer-communicatie netwerken hebben we in het algemeen kanalen met verschillende capaciteiten.

In de voorgaande paragrafen hebben we de lengteverdeling van de berichten in het netwerk besproken. Waar we echter bij de bepaling van de doorlooptijd mee te maken krijgen is de verdeling van de verzendtijd van de berichten in de kanalen van het netwerk. Als l de lengte is van een bericht dan geldt voor de verzendtijd s van dit bericht over een kanaal met capaciteit c ,

$$s = l/c.$$

Als $F(l)$ de verdelingsfunctie van de berichtlengten is dan is $F(c s)$ de verdelingsfunctie van de verzendtijden. De dichtheid van de verzendtijden wordt dan:

$$\frac{d F(c s)}{ds} = c f(c s).$$

Voor het verband tussen $E(s)$ en $E(l)$ vinden we

$$E(s) = E(l)/c$$

en voor de variantie van s geldt:

$$\text{var}(s) = \text{var}(l)/c^2.$$

De variantiecoëfficiënt van de verzendtijd C_s wordt dan gelijk aan de variatiecoëfficiënt van de lengte C_l .

15. Simulatiemodel

Wij hebben een simulatiemodel gemaakt waarmee we de verschillende aankomstprocessen van packets in een netwerk kunnen nabootsen. Drie varianten hebben wij gemaakt. De eerste variant simuleert alleen het aankomstproces van gebruikerspackets, een B-proces. De tweede variant simuleert het aankomstproces van gebruikerspackets en een Poisson-aankomstproces van besturingspackets een B+P-proces. De laatste variant bootst het aankomstproces van gebruikerspackets na tezamen met een B-proces van besturingspackets een B+B-proces.

In alle varianten wordt de doorlooptijd van de packets, die door een kanaal van een netwerk verzonden worden, gemeten. Voor de gemiddelde doorlooptijd wordt een 95% betrouwbaarheidsinterval bepaald. In de eerste variant hebben wij daarvoor gebruik gemaakt van de cyclemethode om onafhankelijke meetresultaten te verkrijgen. In deze variant hebben wij twee uitwerkingen van deze methode naast elkaar gebruikt. De eerste is beschreven door Hillier en Lieberman [1974]. De tweede uitwerking is van Fishman [1973]. Het aantal cycles is tijdens de simulatie bepaald, zodanig dat de halve breedte van het betrouwbaarheidsinterval kleiner is dan 10% van het simulatie gemiddelde. Het totaal aantal gesimuleerde packet wordt bepaald. In de B+P- en de B+B-variant gebruiken wij de methode van de batch-gemiddelden om een 95% betrouwbaarheidsinterval door de gemiddelde doorlooptijd te bepalen. Wij gebruiken hierbij 20 subruns van ieder 5000 packets en een voorloop van eveneens 5000 packets.

Behalve de doorlooptijd van een packet hebben wij ook steeds de tussen-aankomsttijd, de lengte, de zendtijd, de tussenvertrektijd gemeten. De resultaten van al deze metingen worden in histogrammen afgedrukt. Hierbij wordt ook reeds het gemiddelde, de variantie en het kwadraat van de variatie coëfficiënt afgedrukt. De bezettingsgraad van het kanaal wordt ook gemeten.

Om de gemiddelde doorlooptijd analytisch te bepalen hebben wij gebruik gemaakt van de formule die door Krämer en Lagenbach-Belz [1976] is opgesteld voor de wachttijden een GI/G/1 station. De formule is langs heuristische weg verkregen. Experimenten van deze onderzoekers hebben aangetoond dat deze formule vrijwel altijd resultaten levert met een fout kleiner dan 10% voor stations met $0 \leq C_a^2 \leq 2$ en $0 \leq C_s^2 \leq 2$. Op basis van deze formule wordt de gemiddelde doorlooptijd :

$$W = \frac{1}{\lambda} \left[\rho + \frac{\rho^2 (C_a^2 + C_s^2)}{2(1-\rho)} \cdot g \right]$$

met

$$g = \begin{cases} \exp \left[\frac{-2(1-\rho)(1-C_a^2)}{3\rho(C_a^2 + C_s^2)} \right] & \text{als } C_a^2 \leq 1 \\ \exp \left[-(1-\rho) \frac{(C_a^2 - 1)}{C_a^2 + 4C_s^2} \right] & \text{als } C_a^2 \geq 1 . \end{cases}$$

In deze formule substitueren wij de resultaten die volgen uit de door ons afgeleide formules voor het gemiddelde en het kwadraat van de variatie coëfficiënt van de tussenaankomsttijd en de zendtijdverdeling. De procentuele relatieve fout van deze analytische benadering van de gemiddelde doorlooptijd wordt bepaald op basis van het resultaat van het simulatieexperiment.

Het simulatieprogramma is gevalideerd door een aantal gevallen te simuleren met parameterwaarden zodanig dat op basis daarvan het exacte resultaat te bepalen is. Ook hebben wij het programma gevalideerd door de waarden van de parameters zo te kiezen dat een Poisson-aankomstproces ontstaat van negatief-exponentieelverdeelde packets zodat een M/M/1 wachtrij verkregen wordt. In appendix 4 geven wij een overzicht van de in- en uitvoer van het programma. In appendix 5 staan de gebruikte packet-generatoren afgedrukt.

16. Simulatieexperimenten

Wij geven een deel van de resultaten van de simulatieexperimenten in tabel vorm weer. De histogrammen van de verschillende metingen die wij gedaan hebben geven wij niet. De validatieprocedure bestond voor een deel uit de simulatie van een M/M/1 wachtrij. Deze wachtrij ontstond door voor de parameters extreme waarden te kiezen. Een nevenresultaat van deze validatie staat in tabel 1.

ρ	<u>aantal cycles</u>		<u>gem. doorlooptijd</u>		
	minimaal	totaal	theoretisch	H&L	Fishman
0.3	1000	1000	0.0143	0.0125	0.0126
		m = 1388		0.0136	0.0146
				0.0135	0.0136
0.3	2000	2000	0.0143	0.0146	0.0146
		m = 2847		0.0156	0.0157
				0.0138	0.0139
0.3	2000	2000	0.0143	0.0150	0.0151
		m = 2923		0.0162	0.0163
				0.0174	0.0176
0.5	1000	2529	0.0200	0.0191	0.0192
		m = 5006		0.0207	0.0208
				0.0186	0.0188
0.5	1000	1559	0.0200	0.0207	0.0207
		m = 3229		0.0225	0.0228
				0.0180	0.0183
0.5	1000	1405	0.0200	0.0203	0.0203
		m = 2774		0.0224	0.0226
				0.0187	0.0189
0.5	2000	2000	0.0200	0.0207	0.0208
		m = 4177		0.0225	0.0227
				0.0183	0.0185
0.5	2000	2391	0.0200	0.0203	0.0204
		m = 4751		0.0221	0.0223
				0.0284	0.0287
0.7	1000	2183	0.0333	0.0317	0.0319
		m = 7129		0.0347	0.0350

Tabel 1.

De gemiddelde zendtijd van de messages is 0.001 sec.. Wij zien in deze tabel de aantallen cycles, die nodig waren om het vereiste 95% betrouwbaarheidsinterval te bepalen. Ook is het aantal messages vermeld dat verzonden is. Als wij de betrouwbaarheidsintervallen die verkregen zijn via de methode van Hillier en Lieberman en de methode van Fishman met elkaar vergelijken dan zien wij dat in het algemeen het betrouwbaarheidsinterval volgens de methode van Hillier en Lieberman als kleinere waarden levert.

In tabel 2 en 3 staan de resultaten van de simulatie van een B-proces. Wij hebben hierbij aangenomen :

overhead	150 bit
gemiddelde messagelengte	500 bit
capaciteit netwerkkanaal	50000 bit/sec
aankomstintensiteit messages	50 1/sec
minimum aantal cycles	2000

max. lengte gebr. deel (bit)	1000	1000	1000	1000	1000
cap. lokaal kanaal (bit/sec)	2400	5000	10000	50000	100000
kw. var. coëf. tussenaankomsttijd	1.00	1.00	1.00	1.10	1.18
kw. var. coëf. zendtijd	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32
bezettingsgraad	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67
relatieve fout W(KL)	0	-7	-11	-17	-21
aantal cycles	2000	4560	5133	4909	3292
aantal packets	6190	14430	13792	16825	11878
max. lengte wachtrij	13	26	24	25	23
kw. var. coëf. doorlooptijd	0.62	0.84	0.76	0.93	0.82
kw. var. coëf. tussenvertrektijd	0.67	0.69	0.71	0.78	0.80

Tabel 2.

max. lengte gebr. deel (bit)	500	500	500	500	500
cap. lokaal kanaal (bit/sec)	2400	5000	10000	50000	100000
kw. var. coëf. tussenaankomsttijd	1.00	1.00	1.02	1.53	1.78
kw. var. coëf. zendtijd	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
bezettingsgraad	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74
relatieve fout W(KL)	-13	-18	-24	-32	-29
aantal cycles	12875	7763	14565	3065	2000
aantal packets	49845	30184	58127	17289	11822
max. lengte wachtrij	28	34	35	32	31
kw. var. coëf. doorlooptijd	1.03	1.07	1.18	0.92	0.71
kw. var. coëf. tussenvertrektijd	0.54	0.55	0.62	0.87	0.88

Tabel 3.

In tabel 2 is de maximale lengte van het gebruikergegevensdeel van het packet 1000 bit en in tabel 3 is deze lengte 500 bit. In beide tabellen behouden de bezettingsgraden dezelfde waarden.

In tabel 2 loopt de fout van de analytische benadering op van 0 tot -21% als de capaciteit van de lokale kanalen toeneemt van 2400 bit/sec tot 100000 bit/sec. voor hetzelfde bereik van deze snelheid neemt deze fout in tabel 3 toe van -13% tot -29%. We merken op dat als de capaciteit van de lokale kanalen 2400 bit/sec is, het kwadraat van de variatiecoëfficiënt van de tussenaankomsttijd van de packets C_a^2 , vrijwel gelijk is aan 1. Dit geldt

als maximale lengte van het gebruikergegevensdeel 1000 bit is maar ook als deze 500 bit is. In het laatste geval is de fout echter -13%.

Bij de hier niet afgedrukte histogrammen van de gemeten tussenaankomsttijd, zendtijd, doorlooptijd en tussenvertrektijd wordt steeds het kwadraat van de variatie-coëfficiënt bepaald. Het verschil tussen het berekende en het gemeten kwadraat van de variatiecoëfficiënt van de packetlengte, zendtijd en tussenaankomsttijd is in alle door ons uitgevoerde simulatieexperimenten kleiner dan 2%. Het verschil tussen de gemeten en berekende bezettingsgraad is in alle gevallen kleiner dan 1%.

De simulatieresultaten voor het B+P-proces staan in tabel 4. Bij deze experimenten hebben we aangenomen dat

overhead	150 bit
gemiddelde message lengte	500 bit
capaciteit van netwerkkanaal	50000 bit

Voor het eerste experiment uit tabel 4 is de maximale lengte van het gebruikergegevens deel 500 bit, voor het tweede experiment 1000 bit. De bezettingsgraad is voor beide gevallen vrij laag. Het betrouwbaarheidsinterval is bij deze experimenten bepaald met de methode van de batchgemiddelden. Er werd van 100000 packets de doorlooptijd gemeten.

aankomst intensiteit message (1/sec)	20	20
max. lengte gebr. deel (bit)	500	1000
cap. lokaal kanaal (bit/sec)	10000	10000
kw. var. coëf. tussenaankomsttijd	1.02	1.00
kw. var. coëf. zendtijd	0.43	0.76
bezettingsgraad	0.39	0.34
relatieve four W(KL)	-4	-1
rel. halve betrouw. int.	±2	±1
kw. var. coëf. doorlooptijd	0.75	0.80
kw. var. coëf. tussenvertrektijd	0.94	0.98

Tabel 4.

Bij een bezettingsgraad van ongeveer 40% is de fout bij $L = 500$ bit -4%. Bij de interpretatie van de fouten moeten wij rekening houden met de onnauwkeurigheid in het resultaat van het simulatieexperiment. Deze onnauwkeurigheid hebben wij beschreven met de relatieve grootte van de helft van het 95% betrouwbaarheidsinterval.

In tabel 5 en 6 staan de resultaten van de simulatieexperimenten van het B+B proces.

Voor deze tabel geldt

overhead	150 bit
gemiddelde message lengte	500 bit
capaciteit lokale kanalen	10000 bit/sec
capaciteit netwerkkanaal	50000 bit/sec

De aankomstintensiteit neemt in beide tabellen toe zodat ook de bezettingsgraad toeneemt. In tabel 5 is de maximale lengte van het gebruikergegevensdeel van een gebruikerspacket 1000 bit en in tabel 6 is deze lengte 500 bit. In beide tabellen zien wij dat de relatieve fout toeneemt als de bezettingsgraad groter wordt. Voor $L = 500$ bit is de relatieve fout groter dan voor $L = 1000$ bit. Bij ieder simulatieexperiment in deze tabellen werd de doorlooptijd van 100000 packets gemeten.

De simulatieexperimenten zijn alleen uitgevoerd in 1977.

aankomstintensiteit mess. (1/sec)	10	20	30	40	50
max. lengte gebr. deel (bit)	1000	1000	1000	1000	1000
kw. var. coëf. tussenaankomsttijd	1.03	1.00	1.00	1.00	1.00
kw. var. coëf. zendtijd	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76
bezettingsgraad	0.17	0.34	0.51	0.68	0.85
relatieve fout $W(KL)$	0	-1	-2	-8	-12
rel. halve betrouw. int.	± 1	± 1	± 3	± 4	± 7
kw. var. coëf. doorlooptijd	0.77	0.81	0.92	1.05	1.02
kw. var. coëf. tussenvertrektijd	1.04	0.97	0.94	0.90	0.83

Tabel 5.

aankomstintensiteit mess. (1/sec)	5	10	20	30	40
max. lengte gebr. deel (bit)	500	500	500	500	500
kw. var. coëf. tussenaankomsttijd	1.53	1.24	1.05	1.01	1.00
kw. var. coëf. zendtijd	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43
bezettingsgraad	0.10	0.19	0.39	0.58	0.78
relatieve fout $W(KL)$	0	2	-2	-13	-31
rel. halve betrouw. int.	± 1	± 1	± 1	± 3	± 7
kw. var. coëf. doorlooptijd	0.46	0.49	0.65	1.03	1.43
kw. var. coëf. tussenvertrektijd	1.53	1.22	0.97	0.83	0.68

Tabel 6.

18. Conclusie

In de voorgaande paragraaf hebben wij gezien dat er grote fouten kunnen optreden als we met behulp van een analytische benaderingsmethode de gemiddelde doorlooptijd willen bepalen voor een kanaal in een computer-communicatienetwerk en het aankomstproces bestaat uit een B-proces. De reden van deze fout is dat we bij dit B-proces te maken krijgen met afhankelijkheden. Er treden afhankelijkheden op in de tussenaankomsttijden en in de zendtijden van packets. Ook kunnen deze tijden elkaar wederzijds beïnvloeden. Uit de beschrijving van de werking van de omvormer kunnen wij opmaken dat de afhankelijkheden groter worden als bijvoorbeeld de capaciteit van de lokale kanalen groter wordt of als de maximale lengte van de gebruikergegevens in een gebruikerpacket kleiner wordt.

Deze afhankelijkheden bestaan ook bij lage bezettingsgraad van het netwerkkanaal. Wij kunnen echter verwachten dat het effect van deze afhankelijkheden bij hoge bezettingsgraad steeds groter wordt.

Simulatie is de enige methode waarmee wij voor dit model exacte resultaten kunnen verkrijgen, ook bij hoge bezettingsgraden.

In de praktijk blijkt dat de bezettingsgraad van kanalen in een computer-communicatie netwerk laag is, meestal niet meer dan 30%. We kunnen in de tabellen zien dat de formules dan goed voldoen ondanks het feit dat zij geen rekening houden met afhankelijkheden.

Appendix 1

Met behulp van partiële integratie kunnen we laten zien dat geldt:

$$\int_0^Y x \exp(-cx) dx = -Y/c \exp(-cY) - 1/c^2 \exp(-cY) + 1/c^2$$

en

$$\int_0^Y x^2 \exp(-cx) dx = -Y^2/c \exp(-cY) - 2Y/c^2 \exp(-cY) - 2/c^3 \exp(-cY) + 2/c^3$$

analoog vinden we

$$\int_0^{\infty} x \exp(-cx) dx = Y/c \exp(-cY) + 1/c^2 \exp(-cY)$$

en

$$\int_0^{\infty} x^2 \exp(-cx) dx = Y^2/c \exp(-cY) + 2Y/c^2 \exp(-cY) + 2/c^3 \exp(-cY)$$

Het tweede moment van de gemengde verdeling (11) is gelijk aan:

$$E(\underline{t}^2) = \int_0^{T_0} t^2 \lambda N \exp(-\lambda N t) dt + \int_{T_0}^{\infty} t^2 \frac{\lambda}{N} \exp(-\lambda(N-1)T_0) \exp(-\lambda t) dt + \\ + T_0^2 \frac{N-1}{N} \exp(-\lambda N T_0)$$

Substitutie van bovenstaande resultaten in de uitdrukking voor $E(\underline{t}^2)$ levert:

$$E(\underline{t}^2) = \frac{2}{\lambda^2 N^2} (1 + (N-1) \exp(-\lambda N T_0))$$

Volgens Lewis [1964] geldt algemeen:

$$E(\underline{t}^2) = 2 E(\underline{t}) \int_0^{\infty} R_z(u) du ,$$

waarin $R_z(u)$ de overlevingsfunctie van de terugkeertijd is. Toepassing van deze formule levert hetzelfde resultaat.

Appendix 2.1

Histogram packetlengthe b = 500 , h = 150 , L = 500

formule (25)

CLASS	PERC.	CUM.	
			1 2 3 4 5
).....0.....0.....0.....0.....0
< 0	0.0	0.0	
0- 50	0.0	0.0	I
50- 100	0.0	0.0	I
100- 150	0.0	0.0	I
150- 200	9.5	9.5	I*****I
200- 250	9.0	18.6	I***** I
250- 300	8.1	26.7	I***** I
300- 350	7.0	33.6	I***** I
350- 400	6.2	39.9	I***** I
400- 450	6.1	45.9	I***** I
450- 500	5.1	51.0	I***** I
500- 550	4.6	55.6	I*****
550- 600	4.5	60.1	I*****
600- 650	3.7	63.9	I*****
650- 700	36.1	100.0	I*****
MEAN			: 463.2616
STANDARD DEVIATION			: 179.9821
SD. COEFF. OF VARIATION			: .1509

Appendix 2.2

Histogram packetlenge b = 500 , h = 150 , L = 1000

formule (25)

CLASS	PERC.	CUM.						
			0.....0	1.....0	2.....0	3.....0	4.....0	5.....0
<		0.0						
0- 50	0.0	0.0	I					
50- 100	0.0	0.0	I					
100- 150	0.0	0.0	I					
150- 200	3.5	9.5	I*****I					
200- 250	8.4	17.3	I*****	I				
250- 300	7.5	25.4	I*****		I			
300- 350	6.8	32.2	I*****			I		
350- 400	6.3	39.0	I*****				I	
400- 450	5.8	44.8	I*****					I
450- 500	5.1	49.9	I*****					
500- 550	4.4	54.3	I****					I
550- 600	3.3	58.2	I****					
600- 650	3.9	62.1	I****					
650- 700	3.0	65.6	I****					
700- 750	3.1	68.8	I***					
750- 800	3.1	71.9	I***	MEAN	:	589.0860		
800- 850	2.9	74.3	I**					
850- 900	2.4	76.7	I**	STANDARD DEVIATION	:	334.1488		
900- 950	2.3	79.1	I**					
950- 1000	2.0	81.0	I**	SQ. COEFF. OF VARIATION :		.3218		
1000- 1050	1.9	82.9	I**					
1050- 1100	1.7	84.6	I**					
1100- 1150	1.6	86.3	I**					
1150- 1200	13.7	100.0	I*****					

Appendix 3.1

Histogram van packetlengte $b = 500$, $h = 150$ en $L = 500$

formule (44)

CLASS	FREQ.	CUM.					
						1	
						2	
						3	
						4	
						5	
						6	
0	0	0.0	0.0				
50	50	0.0	0.0	I			
100	100	0.0	0.0	I			
150	150	0.0	0.0	I			
200	200	54.6	54.6	I*****I			
250	250	4.7	59.3	I****			I
300	300	4.0	63.3	I****			
350	350	3.6	66.9	I****			
400	400	3.1	70.0	I***			
450	450	3.0	73.0	I***			
500	500	2.6	75.6	I***			
550	550	2.4	78.0	I**			
600	600	2.1	80.1	I**			
650	650	1.8	81.9	I**			
700	700	18.5	100.4	I*****I			
			MEAN		*	343.1993	
			STANDARD DEVIATION		*	202.6335	
			SQ. COEFF. OF VARIATION		*	.4321	

Appendix 3.2

Histogram van packetlengte $b = 500$, $h = 150$ en $L = 1000$

Formule (44)

CLASS	PERC.	CUM.		1	2	3	4	5	6
< 0	0.0	0.0		0	0	0	0	0	0
0- 50	0.0	0.0	I						
50- 100	0.1	0.1	I						
100- 150	0.0	0.0	I						
150- 200	55.1	55.1	I*****I						
200- 250	4.2	59.3	I****						I
250- 300	4.0	63.3	I****						
300- 350	3.5	66.8	I***						
350- 400	3.2	71.0	I***						
400- 450	2.9	72.9	I***						
450- 500	2.6	75.5	I***						
500- 550	2.3	77.8	I**						
550- 600	2.1	79.8	I**						
600- 650	1.9	81.8	I**						
650- 700	1.8	83.6	I**						
700- 750	1.6	85.1	I**						
750- 800	1.5	86.6	I*						
800- 850	1.3	87.9	I*						
850- 900	1.2	89.1	I*						
900- 950	1.1	90.1	I*						
950- 1000	1.0	91.1	I*						
1000- 1050	.9	92.0	I*						
1050- 1100	.8	92.7	I*						
1100- 1150	.7	93.5	I*						
1150- 1200	6.5	100.0	I*****						
			MEAN				:	363.5983	
			STANDARD DEVIATION				:	317.1262	
			SO. COEFF. OF VARIATION				:	.7607	

Appendix 4.1

Invoer van B-variant simulatieprogramma.

*** INPUT ***

NUMBER OF CYCLES (INITIAL VALUE)	:	2000
ARRIVAL RATE MESSAGES	:	50.0000
MEAN MESSAGELENGTH MESSAGES	:	500.0000
MAXIMUM LENGTH DATA PART	:	500.0000
OVERHEAD IN PACKET	:	150.0000
CHANNELCAPACITY	:	50000.0000
CAPACITY LOCAL LOOP	:	5000.0000
SEEDS OF RANDOM GENERATORS - U1	:	8784849451
U3	:	445777756477
INTERVAL HISTOGRAM	:	.0030

Appendix 4.2

Uitvoer van B-variant simulatieprogramma.

*** OUTPUT ***

NUMBER OF PACKETS IN MESSAGES	:	1.5820
MEAN INTERARRIVALTIME PACKETS	:	.0126
VARIANCE INTERARRIVALTIME PACKETS	:	.0002
SO. COEFF. OF VAR. INTERARRIVALTIME	:	1.1004
MEAN SENDTIME PACKETS	:	.0093
VARIANCE SENDTIME PACKETS	:	.0000
SQ. COEFF. OF VAR. SENDTIME	:	.1484
UTILIZATIONFACTOR	:	.7373
MEAN SOJOURNTIME	:	.0243
NUMBER OF CYCLES	:	7763
RUNTIME	:	381.9032
SENDTIME	:	281.6226
UTILIZATION FACTOR	:	.7374
MAXIMUM QUEUE LENGTH	:	34
TOTAL SOJOURN TIME	:	893.1319
WITH VARIANCE PER CYCLE	:	.4899
TOTAL NUMBER OF PACKETS	:	30184
WITH VARIANCE PER CYCLE	:	79.6703
WITH COVARIANCE PER CYCLE	:	5.4218
MEAN SOJOURN TIME	:	.0296
WITH A 95 PERCENT CONFIDENCE INTERVAL OF		
- LOWERBOUND	:	.0267
- UPPERBOUND	:	.0323
FISHMAN METHOD		
MEAN SOJOURN TIME	:	.0297
WITH A 95 PERCENT CONFIDENCE INTERVAL OF		
- LOWERBOUND	:	.0270
- UPPERBOUND	:	.0326

Appendix 5

```
PROCESS "CLASS" DATAPACKGEN;
"BEGIN"
```

```
  "INTEGER" I, AP, APL;
  "REAL" TAT, LM;
  "WHILE" "TRUE" "DØ"
  "BEGIN"
```

```
    LM:=NEGEXP(MU1, U3);
    HML.PUT(LM);
    AP:=ENTIER(LM/L); APL:=AP-1;
    "FØR" I:=0 "STEP" 1 "UNTIL" APL "DØ"
    "ACTIVATE" "NEW" PACKET(GL) "DELAY" I*TZERØ;
    "ACTIVATE" "NEW" PACKET(LM-(AP*L)+ØH) "DELAY"
    AP*TZERØ;
    TAT:=NEGEXP(AR, U1);
    HØLD(TAT);
```

```
  "END";
```

```
"END"***DATAPACKGEN***;
```

```
PROCESS "CLASS" CØNTRPACKGEN;
"BEGIN"
```

```
  "INTEGER" I, AP, APL;
  "REAL" TAT, LM;
  "WHILE" "TRUE" "DØ"
  "BEGIN"
```

```
    LM:=NEGEXP(MU1, U4);
    HML.PUT(LM);
    AP:=ENTIER(LM/L); APL:=AP-1;
    "FØR" I:=0 "STEP" 1 "UNTIL" APL "DØ"
    "ACTIVATE" "NEW" PACKET(ØH) "DELAY" I*TZERØ;
    "ACTIVATE" "NEW" PACKET(ØH) "DELAY"
    AP*TZERØ;
    TAT:=NEGEXP(AR, U2);
    HØLD(TAT);
```

```
  "END";
```

```
"END"***CØNTRPACKGEN***;
```

Literatuur

- Cox (1962) Cox D.R. Renewal Theory. Methuen 1962.
- Cox en Lewis (1966) Cox D.R., P.A.W. Lewis, The Statistical analysis of series of events. Methuen 1966.
- Fishman (1973) Fishman G.S., Concepts and Methods in discrete event digital simulation, Wiley, New York, 1973.
- Fuchs en Jackson (1969) Fuchs F., P.E. Jackson, Estimates of distributions of random variables for certain computer communication traffic models.
ACM Symposium on problems of optimization of data communication system 1969.
- Hillier en Lieberman (1973) Hillier F.S., G.J. Lieberman, Operations Research, Holden-Day San Francisco, 1973.
- Kleinrock (1976) Kleinrock, L., Queuing systems Vol. 2, Wiley, New York, 1976.
- Krämer en Lagenbach-Belz (1976) Krämer W., M. Lagenbach-Belz, Approximate formulae for the delay in the queuing system GI/G/1
Proceedings I.T.C., 1976.
- Lewis (1964) Lewis, P.A.W. A Branching Poisson Process Model for the Analysis of Computer Failure Peers. Journal of the Royal Statistical Society 1964, Vol. 26, No. 3.
- Murthy (1974) Murthy V.K. The General Point Process Addison-Wesley 1974