

DOC. 108/96

M<sup>a</sup> VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA  
ELENA CONSUELO HERNÁNDEZ

ELECCIÓN SOCIAL  
TEOREMA DE ARROW

# **ELECCION SOCIAL**

# **TEOREMA DE ARROW**

*Dra. Dña Ma Victoria Rodriguez Uria*

*Dña Elena Couso Hernandez*

## INDICE

1. INTRODUCCION .....	2
2. ELECCION SOCIAL: DEFINICION .....	2
3. ANTECEDENTES HISTORICOS .....	3
4. REGLAS DE ELECCION SOCIAL .....	4
4.1.Relaciones .....	5
4.2. Reglas de Elección Social .....	6
5.CONDICIONES EXIGIBLES .....	8
6. EL TEOREMA DE IMPOSIBILIDAD DE ARROW	
6.1. Modelo de Arrow .....	12
6.2. La elección por mayoría simple y criterio de Condorcet .....	13
6.3. Teorema de Imposibilidad de Arrow .....	15
6.4. Demostración del teorema de Imposibilidad .....	15
7. CONCLUSION .....	22
8. BIBLIOGRAFIA .....	24

## **1.INTRODUCCION**

Continuamente todos tomamos decisiones basándonos en nuestras experiencias anteriores, en nuestra formación, etc. Pero cuando nos enfrentamos con problemas de cierta complejidad en los que la decisión a tomar afecta a varios individuos el asunto se complica ya que no basta la experiencia, el sentido común o la intuición de los expertos.

Cabe preguntarse si debemos continuar actuando y tomando decisiones basándonos únicamente en nuestra intuición o bien en la de aquellas personas que son consideradas expertas o si, por contra, debemos utilizar métodos que nos permitan añadir a la intuición una contribución de la lógica matemática. Es claro que no se puede reemplazar totalmente la intuición por mecanismos de lógica pura, pero aquellos que creemos en el estudio científico de las decisiones estamos convencidos de que los métodos matemáticos constituyen una herramienta indispensable en el desarrollo de estas teorías. Dentro de esta línea, aparecieron en 1944 los trabajos de von Neumann, con la idea de hacer compatible la racionalidad científica con la inevitable presencia de lo subjetivo. Estos estudios son considerados hoy en día como el punto de partida del tratamiento científico de los problemas de decisión individual. A partir de 1951, los trabajos del premio Nobel profesor Arrow fueron, paralelamente, el origen del estudio de las decisiones colectivas.

Expondremos los fundamentos de las principales líneas del desarrollo de los estudios realizados por Arrow, los cuales se consideran actualmente como uno de los pilares básicos de la Teoría de la Decisión.

## **2. ELECCION SOCIAL: DEFINICION**

La Elección Social es una parte de la Teoría de la Decisión que basándose en aspectos cuantitativos y estructurales, estudia la metodología y propiedades de las reglas que llevan a un individuo o colectivo a tomar una decisión.

La idea fundamental de esta disciplina científica es buscar buenas decisiones en el sentido de que la elección "social" que se tome respete de algún modo las preferencias de cada individuo dentro del colectivo que haya tomado esa decisión "social".

El problema que se nos plantea es el siguiente. Dada una elección social, se nos ocurrirían seguramente una larga lista de restricciones para que las reglas a seguir en la toma de la decisión fuesen buenas, sin embargo sería muy difícil definir una regla de elección que respetase toda esa lista de restricciones. De hecho, puede incluso que no exista una regla para una lista de restricciones dada, de manera que toda decisión colectiva que se tome tendrá alguna imperfección. Esto nos lleva a replantearnos el problema, eliminando algunas de las restricciones de nuestra lista, o al menos sustituyéndolas por otras menos exigentes. Por otro lado, como sabemos que toda decisión colectiva que se tome tendrá algún defecto, lo que haremos será tratar de minimizar los defectos que una regla pueda tener. Aunque una elección colectiva tiene, seguro, algo de malo, puede aún tener bastante de bueno y esto es una motivación suficiente para su estudio.

### **3.ANTECEDENTES HISTORICOS**

En 1870, Jevons, Menger y Walras dieron lugar a una revolución teórica dentro de la economía al afirmar que si prevalecía el equilibrio competitivo, entonces la suma de utilidades recibidas por los individuos sería máxima. Más tarde se vio que estaban equivocados.

En 1931 salía a la luz el método axiomático de utilidad esperada propuesto por F. P. Ramsey donde se comparaban preferencias entre actos cuyos resultados eran inciertos. En definitiva, el propósito del estudio era demostrar cómo las creencias pueden ser medidas sobre la base del grado para el cual nosotros estamos preparados para actuar sobre ellas.

En 1944 Von Neumann y Morgenstern incluyeron en su tratado sobre la Teoría de Juegos algunas ideas sobre la teoría de la utilidad, tema sobre el cual profundizaron más adelante tomando distribuciones de probabilidad como dadas, siendo conocido su enfoque como análisis de la decisión bajo riesgo.

Influenciado por estas ideas y valiéndose a su vez de los trabajos de Ramsey, Savage elaboró una nueva teoría en torno a la decisión, usando un enfoque estadístico, conocido como bayesiano.

En 1954 aparece por primera vez en letra impresa la expresión "óptimo de Pareto". Para Pareto una configuración económica era óptima si no era realizable ninguna otra

configuración en la que todos los miembros de la sociedad tuviesen al menos el mismo nivel de utilidad y al menos uno tuviese un nivel mayor. Este criterio sólo nos da una ordenación parcial de las configuraciones económicas, discriminando muy poco entre ellas, es decir, nos proporciona un criterio de decisión muy débil pero teóricamente sólido. De hecho, la primera economía del Bienestar se basaba enteramente en éste.

Fueron A. Bergson y P. Samuelson los que introdujeron el concepto de Regla de Elección Social o Función de Bienestar Social (FBS). Esta FBS asignaba a cada estado realizable un índice de utilidad que representaba las preferencias sociales sobre los estados, requiriéndose además que estas preferencias fuesen paretianas.

La obra de K. Arrow empieza donde Bergson y Samuelson terminan, redefinió el concepto de Regla de Elección Social de manera que fuese una función que asignase a cada esquema de preferencias individuales sobre las alternativas abiertas a la sociedad unas preferencias sociales sobre las mismas. En base a esta definición Arrow trató de encontrar reglas de Elección Social que verificasen una serie de condiciones que nuestro sentido común impondría a cualquier FBS que se preciase de tener "buenas propiedades". De hecho, no exigió mucho, tan sólo cinco condiciones que respondían a las ideas intuitivas de lo exigible a una regla colectiva. Pues bien, Arrow demostró que lamentablemente, si hay al menos tres individuos en la sociedad y al menos tres alternativas, no existe ninguna regla de elección social que satisfaga conjuntamente las cinco condiciones impuestas intuitivamente.

#### **4. REGLAS DE ELECCIÓN SOCIAL**

Daremos una serie de definiciones para el caso finito. Esto no impide pensar en generalizaciones a casos infinitos relativos al número de agentes o al de alternativas (o a ambos). Las definiciones para casos infinitos aparecen (en la mayoría de los casos) como generalizaciones o extrapolaciones de las que se dan para casos finitos.

Supondremos, de momento, una *Sociedad* que consta de un número finito  $n$  de individuos a los que llamaremos *Agentes*  $\{1, \dots, n\}$ . Cada uno de estos individuos debe elegir acerca de un conjunto de *Alternativas* que también supondremos finito  $\{b_1, \dots, b_k\}$ . El número  $k$  de alternativas puede o no coincidir con el de agentes  $n$ .

#### 4.1. Relaciones

Las relaciones más importantes que tenemos son:

##### I- Relación de preferencia

Una *relación de preferencia*  $P$  definida sobre un conjunto  $X$  es una relación binaria que cumple:

- a) Irreflexividad: Para ningún  $a \in X$  se cumple  $aPa$
- b) Asimetría:  $\forall a, b \in X$ . nunca pueden darse  $aPb$  y  $bPa$  simultáneamente
- c) Transitividad:  $\forall a, b, c \in X$ , si  $aPb$  y  $bPc$  entonces  $aPc$
- d) Negatividad de la transitividad:  $\forall a, b, c \in X$ , si no se da  $aPb$  ni  $bPc$  entonces tampoco ocurre  $aPc$

La notación que emplearemos para designar la relación de preferencia del agente  $i$  será  $P_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

##### II- Relación de Indiferencia

Asociada a la relación de preferencia  $P$  definimos una *relación de indiferencia*  $I$  ( $aIb$ :  $a$  es indiferente a  $b$ ) cuando no se verifica ni  $aPb$  ni  $bPa$ .

Esta es una relación de equivalencia (reflexiva, simétrica y transitiva)

La notación que emplearemos para designar la relación de indiferencia del agente  $i$  será  $I_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

##### III- Relación de Preorden Total Asociado

Asociada a la relación de preferencia  $P$  definimos también una *relación de preorden total* asociado  $R$  ( $aRb$ :  $a$  es preferido/indiferente a  $b$ ) si se da  $aPb$  o  $aIb$

$R$  es una relación de preorden total (binaria, reflexiva, transitiva completa) definida sobre  $X$ .

La notación que emplearemos para designar la relación de indiferencia del agente  $i$  será  $R_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

## 4.2.Reglas de elección social

Vamos a definir en lo que sigue una serie de conceptos que son básicos para comprender la teoría de Elección Social.

### REPRESENTABILIDAD

Una relación de preferencia  $P$  se dice que es *representable por una función de utilidad* si existe una función numérica  $f$  que aplica el conjunto  $X$  en los números reales, tal que:

$$aPb \text{ si y sólo si } f(a) > f(b), \forall a, b \in X$$

### FUNCION DE UTILIDAD

Cualquier función de utilidad que represente a  $P$  se llama *función de utilidad* para  $P$ .

En el caso finito, toda relación de preferencia es representable por una función de utilidad. Si  $X$  es infinito, la relación de preferencia no necesariamente es representable.

### PERFIL DE PREFERENCIAS

Un *perfil de preferencia* es una  $n$ -tupla  $u = \{P_1, \dots, P_n\}$  o en su caso  $\{R_1, \dots, R_n\}$ , siendo  $P_i / R_i$  respectivamente las relaciones de preferencia y preorden del agente  $i \{i=1, \dots, n\}$

### FUNCION DE ELECCION

Sea  $Y$  el conjunto de alternativas, una *función de elección* es una aplicación de  $\mu(Y)$  en sí mismo.

( $\mu(Y)$  es el conjunto de todos los subconjuntos posibles de  $Y$  incluido el vacío)

### AGENDA

Se llama *agenda*  $a$  un subconjunto del conjunto de alternativas  $Y$  (o elemento genérico de  $\mu(Y)$ )



### COALICION

Se llama *coalición S* a cualquier subconjunto del conjunto de agentes.

### REGLA DE ELECCION SOCIAL

Una *regla de elección social o función de bienestar social* es una aplicación  $C$  del conjunto de perfiles en el conjunto de funciones de elección, de modo que a cada perfil  $u$  se le asocia una función de elección que se denota  $C_u$ .

Son básicas los siguientes:

#### *REGLA ABSOLUTAMENTE DICTATORIAL*

Supondremos que los perfiles de los agentes son órdenes totales, es decir, no hay casos de indiferencia (salvo los triviales: todo elemento es indiferente a sí mismo)

La *regla absolutamente dictatorial C* se define como una aplicación que a cada agenda le asigna el elemento más preferido de esa agenda por el primer agente.

#### *REGLA DE MAYORÍA SIMPLE PARA DOS CANDIDATOS*

Supondremos que hay dos alternativas  $\{x,y\}$  y un número finito  $n$  de agentes. Aquí las preferencias de cada agente pueden ser de tres tipos:

- $x$  es preferido a  $y$
- $y$  es preferido a  $x$
- $x$  es indiferente a  $y$

Con el convenio numérico de asignar 1 al primer tipo de situación, -1 al segundo tipo de situación y 0 al tercer tipo, un perfil de preferencias puede interpretarse aquí como una aplicación de  $\{1, \dots, n\}$  en  $\{-1, 0, 1\}$ . En otras palabras, un perfil viene determinado por una secuencia de ceros, unos y menos unos. Llamaremos *coordenadas de perfil* a los números de esta secuencia en el orden que aparecen.

Definimos la *regla de la mayoría simple para dos candidatos C* como aquella aplicación del conjunto de perfiles en el conjunto de las funciones de elección tal que dado un perfil  $u$ ,  $C_u$  asigna:

- a la agenda vacía la agenda vacía.
- a la agenda  $\{x\}$  la agenda  $\{x\}$

- a la agenda  $\{y\}$  la agenda  $\{y\}$
- a la agenda  $\{x,y\}$  le asigna:
  - $\{x\}$  si la suma de las coordenadas es positiva.
  - $\{y\}$  si la suma de las coordenadas es negativa
  - $\{x,y\}$  si la suma de las coordenadas es cero.

#### *REGLA DE MAYORIA ABSOLUTA PARA DOS CANDIDATOS*

Supondremos que hay dos alternativas  $\{x,y\}$  y debe elegirse una sólo de ellas. Sea  $n$  el número de agentes, si consideramos la definición dada de coordenadas de perfil podemos definir la *regla de la mayoría absoluta para dos candidatos*  $C$  como aquella aplicación tal que dado un perfil  $u$ ,  $C_u$  asigna:

- a la agenda vacía la agenda vacía.
- a la agenda  $\{x\}$  la agenda  $\{x\}$
- a la agenda  $\{y\}$  la agenda  $\{y\}$
- a la agenda  $\{x,y\}$  le asigna:
  - $\{x\}$  si la suma de las coordenadas positivas de  $u$  es mayor que  $n/2$
  - $\{y\}$  si la suma de las coordenadas negativas de  $u$  es menor que  $n/2$
  - La agenda vacía en otro caso.

#### *REGLA DE INDIFERENCIA TOTAL*

La *regla de indiferencia total*, para cualquier perfil, asigna a una agenda esa misma agenda de modo que las preferencias individuales (perfiles) no juegan absolutamente ningún papel.

### **5.CONDICIONES EXIGIBLES A LAS REGLAS DE ELECCION SOCIAL**

#### *DOMINIO DE ELECCION*

Dada una regla de elección  $C$  y un perfil  $u$ , decimos que una agenda  $a$  está en el *dominio de elección* de  $C_u$  si se cumple que  $C_u(a)$  es un subconjunto no vacío de la agenda  $a$ .

#### PROPIEDAD DE DOMINIO UNIVERSAL

La regla  $C$  tiene la *propiedad de dominio universal* si para todo perfil  $u$ , cualquier agenda no vacía pertenece al dominio de  $C_u$ .

#### CONDICION DEBIL DE PARETO

La regla  $C$  satisface la *condición débil de Pareto* si para todo perfil  $u = \{P_1, \dots, P_n\}$  y para cualesquiera dos alternativas  $\{x, y\}$  tales que toda preferencia  $P_i$  que aparece en el perfil  $u$  cumple  $x P_i y$ , se verifica que para toda agenda  $a$  que contenga a la alternativa  $x$ , la alternativa  $y \notin C_u(a)$ .

Es decir, que si todo el mundo prefiere  $x$  a  $y$ , perteneciendo además  $x$  a la lista de alternativas finalmente elegidas, no tiene sentido que  $y$  esté en dicha lista.

#### CONDICION FUERTE DE PARETO

Se dice que la regla  $C$  satisface la *condición fuerte de Pareto* si para todo perfil de preórdenes  $u = \{R_1, \dots, R_n\}$  y para cualesquiera dos alternativas  $x, y$  tales que para todo preorden  $R_i$  que aparezca en el perfil  $u$  se cumple que  $x R_i y$  existiendo al menos un  $i$  tal que  $x P_i y$  se verifica que para toda agenda  $a$  que contenga a la alternativa  $x$ , la alternativa  $y \notin C_u(a)$ .

Si una regla cumple la condición fuerte de Pareto, también satisface la condición débil.

#### OPTIMO DEBIL DE PARETO

Dado un conjunto  $X$  con una relación de preferencia  $P$  en él definida, un elemento  $x \in X$  se dice que es *óptimo débil de Pareto* si no existe ningún otro elemento  $y \in X$  con  $y P x$ .

Esta propiedad se transmite a todos los elementos de la clase de indiferencia de  $x$

#### OPTIMO FUERTE DE PARETO

Si además de verificarse las condiciones de óptimo débil de Pareto, para algún  $z \in X$  se cumple  $x P z$ , entonces  $x$  es *óptimo fuerte de Pareto*.

Esta propiedad se transmite a todos los elementos de la clase de indiferencia de  $x$ .

#### DOMINANCIA DÉBIL DE PARETO

Dado un perfil de preferencias  $u = \{P_1, \dots, P_n\}$  sobre un conjunto  $X$  y dos elementos  $x, y \in X$  se dice que para dicho perfil  $x$  tiene *dominancia débil de Pareto* sobre  $y$  si no existe ninguna preferencia  $P_i$  de dicho perfil tal que  $y P_i x$ .

#### DOMINANCIA FUERTE DE PARETO

Si además de cumplirse las condiciones de dominancia débil de Pareto, existe alguna preferencia  $P_j$  en dicho perfil tal que  $x P_j y$ , entonces se dirá que  $x$  tiene *dominancia fuerte de Pareto* sobre  $y$ .

#### CONDICION DE INDEPENDENCIA DE ALTERNATIVAS IRRELEVANTES (IAI)

Una regla de elección social  $C$  cumple la *condición de independencia de alternativas irrelevantes (IAI)* si para cualquier agenda  $w$  y cualesquiera perfiles  $u, v$ , cuya actuación sobre la agenda sea idéntica se cumple que:  $C_u(w) = C_v(w)$ . Es decir que la ordenación social relativa de cualquier par de alternativas sólo depende de su posición relativa en las preferencias individuales. Así, si para dos N-tuplas de preferencias las ordenaciones individuales de, digamos, la alternativa  $x$  respecto a la  $y$  coinciden, entonces la ordenación social de  $x$  respecto a  $y$  coincide.

La fuerza intuitiva de esta condición es muy grande: si la sociedad está obligada a escoger entre las alternativas  $x, y$  entonces la elección debe ser independiente de las preferencias sobre alternativas que no son realizables.

#### FUNCION DE ELECCION REPRESENTABLE

Una función de elección  $F$  admite una *representación* si existe una relación binaria  $T$  sobre el conjunto de alternativas  $X$  tal que para cualquier agenda  $v$  se verifique:

$$F(v) = \{x / x \text{ elemento de } v, x T y, \forall y \in v\}$$

Se dice además que  $F$  admite una *representación transitiva* si existe una relación binaria  $S$ , reflexiva, transitiva y completa (preorden completo) que representa a  $F$ .

#### REGLA DE ELECCION SOCIAL REPRESENTABLE

Una regla de elección social  $C$  se dice *representable* si para cualquier perfil  $u$  la función de elección  $C_u$  admite una representación.

Se dice que *es transitivamente representable* si para cualquier perfil admite una representación transitiva.

Esta condición exige consistencia en la elección social en el siguiente sentido: Cuando elegimos algo, antes hemos de ordenado de algún modo el conjunto de alternativas (de acuerdo a nuestras preferencias). Esta condición exige a las preferencias, funciones de elección y reglas sociales un comportamiento similar.

#### COALICION LOCALMENTE DECISIVA

Dada una regla de elección social  $C$  actuando sobre un conjunto de alternativas  $X$ , una coalición  $S$  es *localmente decisiva* para la alternativa  $x$  frente a la alternativa  $y$  si para cualquier perfil  $u$  que cumpla:

- $xRy$  para todo individuo de  $S$
- $xPy$  para al menos un individuo de  $S$
- $yPx$  para todo individuo que no esté en  $S$

se verifica que para cualquier agenda  $v$  que contenga a  $x$ ,  $y$  no pertenece a  $C_u(v)$ , es decir, que bajo las condiciones mencionadas la sociedad verifica  $xPy$ .

#### COALICION GLOBALMENTE DECISIVA

Dada una regla de elección social  $C$  actuando sobre un conjunto de alternativas  $X$ , una coalición  $S$  es *globalmente decisiva* para la alternativa  $x$  frente a la alternativa  $y$  si para cualquier perfil  $u$  que cumpla:

- $xRy$  para todo individuo de  $S$
- $xPy$  para al menos un individuo de  $S$

se verifica que para cualquier agenda  $v$  tal que  $x \in v$ ,  $y \notin C_u(v)$ , es decir, que bajo las condiciones mencionadas la sociedad verifica  $xPy$ .

En el caso de que una coalición sea globalmente decisiva para cualquier par de alternativas, entonces diremos que es *decisiva*.

### DICTADOR LOCAL

Cuando una coalición localmente decisiva  $S$  se reduce a un sólo elemento  $\{i\}$  se dice que el agente  $i$  es un *dictador local*.

### DICTADOR

Cuando una coalición decisiva  $S$  se reduce a un sólo elemento  $\{i\}$  se dice que el agente  $i$  es un *dictador*

### REGLA DICTATORIAL

Una regla de elección social  $C$  se dice *dictatorial* si existe un dictador para dicha regla.

## 6.EL TEOREMA DE IMPOSIBILIDAD DE ARROW

### 6.1.Modelo de Arrow

El modelo de Arrow es aquel que trata de encontrar reglas de elección social verificando las cinco condiciones siguientes:

- Propiedad de dominio universal
- Condición fuerte de Pareto
- No existencia de dictador
- Independencia de las alternativas irrelevantes(IAI)
- Representatividad transitiva

Estas condiciones responden a nuestra idea intuitiva de lo exigible a una regla colectiva. Arrow probó que si hay al menos tres agentes y al menos tres alternativas, su modelo es vacío. Es decir, no existe **ninguna** regla de elección social que satisfaga conjuntamente las cinco condiciones anteriores.

Obviamente este resultado tuvo un gran impacto en la teoría de Elección Social, ya que nos lleva a pensar que no podemos fiarnos de **ninguna** regla de elección colectiva.

Así mismo, nos obliga a replantearnos nuestra propia idea de sentido común en cuanto a

elección social se refiere, tratando de diseñar nuevos modelos de elección social a cuyas reglas, por un lado se les exija casi las mismas restricciones (lo más próximas posibles) que en el modelo de Arrow, pero que por otro lado sean no vacíos, dando lugar así a resultados de posibilidad (existencia de alguna regla).

## **6.2. La elección por mayoría simple y el criterio de Condorcet**

Los requerimientos mínimos que en base a su intuición Arrow impone a las reglas de Elección Social son en realidad una abstracción de propiedades que tiene el sistema de mayoría simple, de ahí que analicemos éste con algún detalle.

La elección por mayoría simple entre dos alternativas  $a$  y  $b$  se caracteriza por las siguientes propiedades:

I) Neutralidad respecto a las alternativas: Si en sus preferencias todos los individuos intercambian la posición relativa de  $a$  y  $b$ , la posición relativa de  $a$  y  $b$  se intercambia también en la ordenación social

II) Neutralidad respecto a las personas: La ordenación social entre  $a$  y  $b$  es independiente del nombre de los individuos. Es decir, si se realiza una permutación de las preferencias entre los individuos las preferencias sociales no varían

III) Respuesta positiva : Si  $a$  y  $b$  son socialmente indiferentes (empate) y un individuo pasa de ser indiferente a preferir  $a$  ( $b$ ) no variando las preferencias de los demás individuos, entonces la sociedad pasa a preferir  $a$  ( $b$ ) sobre  $b$  ( $a$ )

Supongamos ahora que tenemos tres alternativas  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . La generalización natural de la mayoría simple consistiría en que la ordenación social entre cada par de alternativas se determinase por mayoría simple entre ellas. Obviamente esta regla satisfaría:

IV): Independencia de Alternativas Irrelevantes (IAI) La ordenación social relativa de cualquier par de alternativas sólo depende de su posición relativa en las preferencias individuales. Es decir, si para dos N-tuplas de preferencias de ordenaciones

individuales de digamos, a respecto a b coinciden, entonces la ordenación social de a respecto a b coincide

Esta última condición junto con la I, II y III anteriormente citadas, predicadas de cada par de alternativas, caracterizan la regla que estamos contemplando que es la generalización natural de la mayoría simple para tres alternativas. El problema es que a diferencia del caso donde sólo teníamos dos alternativas, esta generalización no es una regla de Elección Social cuando tenemos tres, ya que las preferencias sociales generadas pueden no ser transitivas. A modo de ejemplo citaremos la llamada PARADOJA DEL VOTO:

Supongamos que las preferencias que tres votantes tienen sobre tres candidatos {A,B,C} son:

Para el primero A es preferido a B y B a C  
Para el segundo C es preferido a A y A a B  
Para el tercero B es preferido a C y C a A

Entonces la relación de mayoría simple estricta (comparación dos a dos) resulta no ser transitiva ya que obtenemos:

- A vence por mayoría simple a B
- B vence por mayoría simple a C
- C vence por mayoría simple a A

En contradicción con la hipótesis de transitividad. De hecho, la situación es peor, no sólo las preferencias individuales no son transitivas sino que obtenemos un ciclo. Para las preferencias individuales consideradas no hay ninguna alternativa que domine a las demás por mayoría simple.

Esta paradoja fue constatada por el marqués de Condorcet en 1785. Con ella se llegó a la conclusión de que este procedimiento de voto puede producir ciclos cuando los votantes tienen preferencias estrictas y votan sinceramente.

Los resultados obtenidos por Arrow enlazan naturalmente con las obras pioneras de Borda y Condorcet. Su descubrimiento en 1950 de que en condiciones mucho más generales que las de Condorcet tampoco puede evitarse el problema de los ciclos, es un resultado que se mantiene en pie por su profundidad y por su gran influencia en trabajos posteriores.



### **6.3. Teorema de imposibilidad de Arrow**

El núcleo de la aportación de Arrow es una investigación en profundidad de la paradoja de Condorcet. ¿Hasta qué punto es ésta una curiosidad propia del sistema de voto y hasta qué punto es algo más fundamental? Podría pensarse que es peculiar al sistema de voto ya que las condiciones I, II y III son muy fuertes y restrictivas. Arrow demuestra que esto no es así. Su intuición básica fue que la fuente de la paradoja está en la condición de Independencia de Alternativas Irrelevantes (la cual aparentemente no tienen nada que objetar). Arrow probó que la condición IAI junto con versiones muy débiles de condiciones como la II y la III bastan para obtener la paradoja. Es decir: *no existe una regla de Elección Social que sea satisfactoria*. Este es el contenido del Teorema de Imposibilidad de Arrow. Más específicamente, existen reglas de elección Social que satisfacen la condición IAI, como por ejemplo la regla absolutamente dictatorial o la regla costumbrista (en las que las preferencias sociales vienen dadas por la costumbre y son las mismas cualesquiera que sean las preferencias individuales) Sin embargo, ninguno de estos ejemplos es atractivo. El primero es incompatible con cualquier postulado democrático y el segundo contradice la condición fuerte de Pareto.

Si suponemos que hay más de dos alternativas y al menos dos individuos el *Teorema de Imposibilidad de Arrow dice*:

"Si una regla de Elección Social satisface la condición IAI y la condición de Pareto, entonces existe un dictador"

Equivalentemente:

"No existe un modelo de Elección Social con al menos tres agentes y tres alternativas y cuyas reglas de elección satisfagan las condiciones de dominio universal, condición fuerte de Pareto, independencia de las alternativas irrelevantes, no existencia de dictador y representabilidad transitiva"

### **6.4. Demostración del teorema de imposibilidad**

La plena comprensión del sorprendente teorema de Arrow requiere un buen entendimiento de su demostración, sólo esto puede poner de relieve la fuerza

combinada de sus hipótesis. Además la evidencia de su simplicidad hará patente hasta qué punto lo realmente importante en el Teorema es su concepción.

Supongamos que el conjunto de individuos que forma la sociedad es  $n$ . Los conceptos clave serán los de conjunto localmente decisivo y globalmente decisivo.

### TEOREMA

Supongamos un modelo con al menos tres alternativas y una regla de Elección Social  $C$  que satisface las siguientes condiciones:

Dominio universal  
Condición fuerte de Pareto  
IAI  
Representabilidad transitiva

Se cumple lo siguiente:

" Si una coalición  $S$  es para la regla  $C$  localmente decisiva para una alternativa  $x$  frente a otra  $y$ , entonces  $S$  es globalmente decisiva para cualesquiera dos alternativas distintas"

### DEMOSTRACION TEOREMA

Para probar este resultado necesitaremos tener en cuenta los dos lemas siguientes:

#### LEMA 1

Bajo las mismas hipótesis del teorema se cumple que:

" Si  $S$  es una coalición localmente decisiva para la alternativa  $x$  frente a la alternativa  $y$ , entonces  $S$  es globalmente decisiva para  $x$  frente a cualquier alternativa  $z$ "

### DEMOSTRACION LEMA 1

Consideramos  $S$  como la unión de dos conjuntos disjuntos  $S1$  y  $S2$  tales que todos los agentes de  $S1$  verifican que  $xPz$  y todos los agentes de  $S2$  verifican que  $xIz$ .

Sea entonces un perfil  $u$  tal que:

-Para todo individuo de **S** (es decir de **S1** y de **S2**) se tiene  $xRy$ , existiendo al menos un individuo para el cual  $xPy$

-Para todo individuo que no está en **S** se tiene:  $yPx$

Esquemáticamente:

SOCIEDAD		
S		S
S1	S2	
$xRy$	$xRy$	$yPx$
$xPz$	$xIz$	

Consideramos ahora un perfil auxiliar  $u'$  tal que:

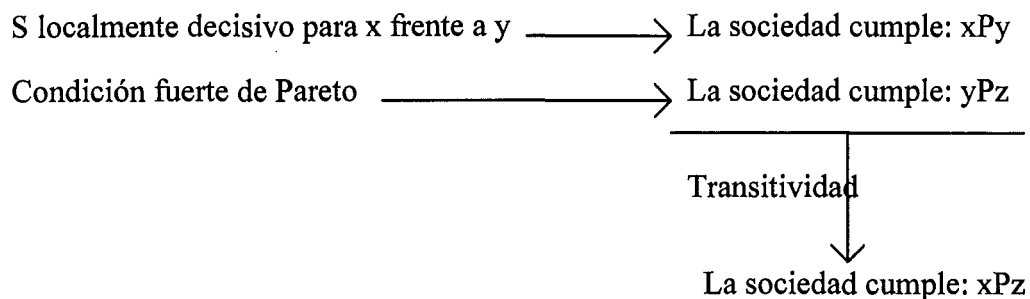
- Para todo individuo que no está en **S** se tiene:  $yPx$  y además  $yPz$ .
- Para todo individuo de **S1** se tiene:  $xPy$ , además  $yPz$
- Para todo individuo de **S2** se tiene:  $xIy$ , además  $yIz$
- Se mantenga entre las alternativas  $x, z$  la misma relación de preferencia que para el perfil  $u$

Esquemáticamente:

SOCIEDAD			
S		S	
S1	S2		
$xPy$	$xIy$	$yPx$	
$xPz$	$xIz$		$yPz$
$yPz$	$yIz$		

Esta última condición tiene gran importancia, ya que como las preferencias de los individuos de la sociedad respecto a las alternativas  $x, z$  son exactamente las mismas en los perfiles  $u$  y  $u'$ , por la propiedad IAI de la regla de elección social  $C$ , la preferencia

de la sociedad respecto a las alternativas  $x, z$  será la misma para los perfiles  $u$  y  $u'$ . Estudiaremos por tanto la preferencia social para  $u'$  respecto a las alternativas  $x, z$  al aplicar la regla  $C$ .



Además no se cumple  $zPx$ , ya que si esto fuese cierto, como la sociedad prefiere  $y$  a  $z$  (por la condición fuerte de Pareto), se obtendrá aplicando la propiedad transitiva que la sociedad prefiere  $y$  a  $x$  lo cual entra en contradicción con el hecho de que  $S$  sea localmente decisiva para  $x$  frente a  $y$ .

LEMA 2

Bajo las mismas hipótesis del teorema se cumple que:

" Si  $S$  es una coalición localmente decisiva para la alternativa  $x$  frente a la alternativa  $y$  entonces  $S$  es globalmente decisiva para cualquier alternativa  $z$  frente a la alternativa  $y$ "

*DEMOSTRACION LEMA 2*

Consideramos  $S$  como la unión de dos conjuntos disjuntos  $S_1$  y  $S_2$  tales que todos los agentes de  $S_1$  verifican que  $zPy$  y todos los agentes de  $S_2$  verifican que  $zIy$ .

Sea entonces  $u$  un perfil tal que:

-Para todo individuo de  $S$  (es decir de  $S_1$  y de  $S_2$ ) se tiene  $xRy$ , existiendo al menos un individuo para el cual  $xPy$

-Para todo individuo que no está en  $S$  se tiene:  $yPx$ .

Esquemáticamente:

SOCIEDAD		
S		S
S1	S2	
$zPy$ $xRy$	$zIy$ $xRy$	$yPx$

Consideramos ahora un perfil auxiliar  $u'$  tal que:

-Para todo individuo que no está en  $S$  se tiene:  $yPx$  y además  $zPx$ .

-Para todo individuo de  $S1$  se tiene:  $zPx$ , además  $xPy$

-Para todo individuo de  $S2$  se tiene:  $zIx$ , además  $xIy$

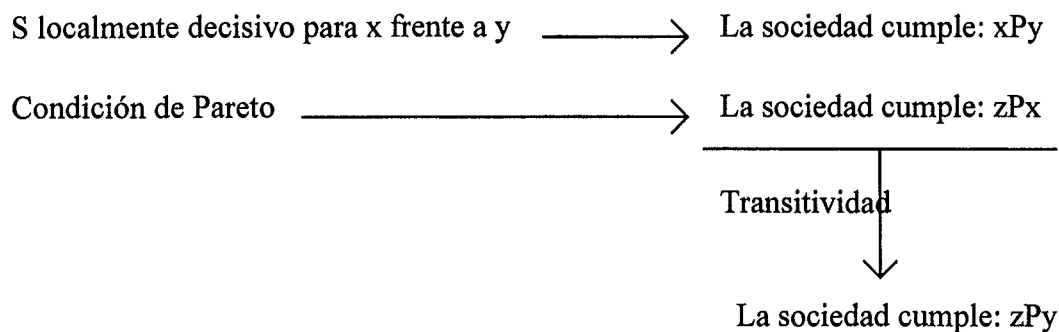
-Se mantenga entre las alternativas  $y, z$  la misma relación de preferencia que para el perfil  $u$

Esquemáticamente:

SOCIEDAD		
S		S
S1	S2	
$zPy$ $xPy$ $zPx$	$zIy$ $xIy$ $zIx$	$yPx$ $zPx$

Esta última condición es muy importante, ya que como las preferencias de los individuos de la sociedad respecto a las alternativas  $y, z$  son exactamente las mismas en los perfiles  $u$  y  $u'$ , por la propiedad IAI de la regla de elección social  $C$ , la preferencia de la sociedad respecto a las alternativas  $y, z$  será la misma para los perfiles  $u$  y  $u'$ .

Estudiaremos por tanto la preferencia social para  $u'$  respecto a las alternativas  $y, z$  al aplicar la regla  $C$ .



Además no se cumple  $yPz$ , ya que si esto fuese cierto como la sociedad prefiere  $x$  a  $y$  (por ser  $S$  localmente decisivo para  $x$  frente a  $y$ ), se obtendrá aplicando la propiedad transitiva que la sociedad prefiere  $x$  a  $z$  lo cual entra en contradicción con la condición de Pareto.

El teorema enunciado se prueba ahora trivialmente. Es decir, se cumple que si una coalición  $S$  es localmente decisiva para  $x$  frente a  $y$  es globalmente decisiva para cualesquiera dos alternativas  $v$  y  $w$ . Tenemos los siguientes casos:

-Caso 1:  $x=v$  y  $y \neq w$ . Aplicar el lema1

-Caso 2:  $x \neq v$  y  $y=w$ . Aplicar el lema2

-Caso 3:  $x=v$  y  $y=w$ . Sea  $u$  una alternativa distinta de  $v$  y de  $w$ , por el lema1,  $S$  es globalmente decisiva para  $v$  frente a  $u$ , pero como globalmente decisiva implica localmente decisiva,  $S$  es localmente decisiva para  $v$  frente a  $u$ . Por el lema 1,  $S$  es globalmente decisiva para  $v$  frente a  $w$ .

-Caso 4:  $x \neq v$  y  $y \neq w$ . Por el lema2,  $S$  es globalmente decisiva para  $v$  frente a  $y$ , en particular es localmente decisiva para  $v$  frente a  $y$ . por el lema 1  $S$  es globalmente decisiva para  $v$  frente a  $w$ .

## TEOREMA DE IMPOSIBILIDAD DE ARROW

Para una sociedad con al menos tres agentes que definen sus preferencias sobre un conjunto de al menos tres alternativas, no existe ninguna regla de elección social que satisfaga simultáneamente las condiciones de:

- Dominio universal
- Fuerte de Pareto
- No existencia de dictador
- IAI
- Representatividad transitiva

### DEMOSTRACION DEL TEOREMA DE ARROW

Sea una sociedad con  $n$  individuos que definen sus preferencias sobre un conjunto de alternativas  $X$ . Supongamos que existe una regla de elección social  $C$  que verifique las cinco condiciones del modelo de Arrow y veamos que llegamos a una contradicción.

En efecto, por la condición fuerte de Pareto, hay coaliciones globalmente decisivas: al menos la totalidad de agentes lo será. Sea  $S$  una coalición decisiva cuyo número de agentes sea mínimo. Como  $C$  no es dictatorial,  $S$  debe tener al menos dos elementos. Elijamos un elemento  $\{i\}$  en  $S$ . Notemos que  $S - \{i\}$  sigue siendo no vacío. Consideremos tres alternativas (distintas dos a dos):  $x, y, z$ . Consideremos ahora un perfil  $u$  que restringido al conjunto  $\{x, y, z\}$  verifique:

- El agente  $\{i\}$  cumple:  $xPy, yPz$ .
- Todos los agentes de  $S - \{i\}$  cumplen:  $yPz, zPx$ .
- Los agentes que no pertenecen a  $S$  cumplen:  $zPx, xPy$ .

Esquemáticamente:

SOCIEDAD		
S		S
S- $\{i\}$	$\{i\}$	
$yPz$	$yPz$	$zPx$
$zPx$	$xPy$	$xPy$

Se deduce entonces que la sociedad tiene las siguientes preferencias:

1)  $yPz$

Esto se deduce inmediatamente del hecho de que  $S$  sea globalmente decisiva y todos sus individuos verifiquen que  $yPz$ .

2)  $xRy$ .

Esto se prueba por reducción al absurdo. Si la sociedad cumpliera que  $yPx$ , aplicando IAI se verificaría que  $S-\{i\}$  es localmente decisiva para  $y$  frente a  $x$  (ya que verifican  $xPy$  mientras que la sociedad cumple  $yPx$ ). Teniendo en cuenta ahora el teorema anterior,  $S-\{i\}$  sería globalmente decisiva para  $y$  frente a  $x$ . lo cual entra en contradicción con el hecho de que  $S$  es una coalición decisiva mínima.

3)  $xPz$

Esto se deduce sin más que aplicar la propiedad transitiva a (1) y (2): Como la sociedad cumple  $xRy$ ,  $yPz$  deducimos que  $xPz$ . Además no puede ocurrir que la sociedad cumpla  $zPx$ , ya que si esto fuese cierto, junto con (2)  $xRy$  se deduciría que  $zPy$  (transitividad), lo que entraría en contradicción con (1)  $yPz$ .

De todo esto deducimos que  $\{i\}$  es localmente decisiva para  $x$  frente a  $z$  (ya que para  $\{i\}$ :  $xPy$ ,  $yPz$  así que por la transitividad se cumple que:  $xPz$ , por otro lado para todos los agentes de  $S-\{i\}$  y  $S$  se tiene que:  $zPx$ , mientras, la sociedad cumple:  $xPz$ ). Aplicando el teorema anterior sabemos que  $\{i\}$  es globalmente decisiva para cualesquiera dos alternativas. Es decir  $\{i\}$  es un dictador. Esto contradice las hipótesis de que  $C$  era una regla no dictatorial.

## 7. CONCLUSION

El gran número de problemas reales de decisión existentes ha hecho que sea absolutamente necesario el esfuerzo de muchos matemáticos, psicólogos, economistas, etc que trabajan con el objetivo común de conseguir una sucesión de esquemas coherentes para la toma de decisiones. Estos esquemas son cada vez más amplios, pero siguen siendo insuficientes. Se avanza progresivamente hacia modelos válidos para problemas cada vez más realistas, y por tanto más complejos, métodos que aborden criterios múltiples para tratar correctamente los problemas de decisión.



Para avanzar es necesario crear metodologías en las que los conceptos se seleccionen cuidadosamente con el objeto de que sean asequibles para todas las personas, de manera que sea fácil adquirir unos conocimientos básicos y provechosos de la Teoría de la Decisión.

Sabemos que en las condiciones estudiadas por Arrow no existen reglas de Elección Social, pues bien, esto supone que debemos de buscar nuevos modelos en los que las restricciones sean lo más próximas posibles a las del modelo de Arrow, pero para los que sí exista alguna regla de Elección Social. En definitiva, aunque el resultado obtenido por Arrow puede ser algo frustrante y descorazonador, un espíritu científico encontrará que su mayor importancia del teorema radica en que constituye la vía de acceso a un largo camino del cual aún queda mucho por recorrer.

## **BIBLIOGRAFIA**

- (1) ARROW, K.J. *Social Choice and Individual Values*. Segunda edición, Yale University Press, New Hagen, 1963
- (2) FISHBURN, P. C. "Intransitive indifference in preference theory: a survey" *Operation Research* 18,1970,pp. 207-228
- (3) FISHBURN, P. C. *The Theory of Social Choice*. Princeton University Press, Princeton, 1973
- (4) KAUFMANN, A. *The Science of Decision-making*. World University Library. MacGraw-Hill Book Company, Newe York, 1974
- (5) LUCE, R. D.- SUPPES P. "Preferences, utility and subjective probability" *Handbook of Mathematical Pysycology* III. Wiley, New York, 1965
- (6) MAY, K.O. "Intransitivity, utility, and the aggregation of preference patters". *Econometría* 22, 1954, pp 155-167
- (7) ORLOVSKY, S.A."Decision making with a fuzzy preference relation" *Fuzzy Sets and Systems* 12, 1978,pp 37-46
- (8) RIOS, S. *Procesos de decision multicriterio*.Eudema Universidad, 1989
- (9) VON NEUMANN, J- MORGENSTERN, O. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton, 1944
- (10) ZADEH, L. A. "Similarity relations and fuzzy orderings". *Information Sciences* 3, 1971

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES  
RELACIÓN DE DOCUMENTOS DE TRABAJO:

- Doc. 001/88 JUAN A. VAZQUEZ GARCIA.- Las intervenciones estatales en la minería del carbón.
- Doc. 002/88 CARLOS MONASTERIO ESCUDERO.- Una valoración crítica del nuevo sistema de financiación autonómica.
- Doc. 003/88 ANA ISABEL FERNANDEZ ALVAREZ; RAFAEL GARCIA RODRIGUEZ; JUAN VENTURA VICTORIA.- Análisis del crecimiento sostenible por los distintos sectores empresariales.
- Doc. 004/88 JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- Una propuesta para la integración multijurisdiccional.
- Doc. 005/89 LUIS JULIO TASCÓN FERNANDEZ; JOSE MANUEL DIEZ MODINO.- La modernización del sector agrario en la provincia de León.
- Doc. 006/89 JOSE MANUEL PRADO LORENZO.- El principio de gestión continuada: Evolución e implicaciones.
- Doc. 007/89 JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- El gasto público del Ayuntamiento de Oviedo (1982-88).
- Doc. 008/89 FELIX LOBO ALEU.- El gasto público en productos industriales para la salud.
- Doc. 009/89 FELIX LOBO ALEU.- La evolución de las patentes sobre medicamentos en los países desarrollados.
- Doc. 010/90 RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES.- Investigación de las preferencias del consumidor mediante análisis de conjunto.
- Doc. 011/90 ANTONIO APARICIO PEREZ.- Infracciones y sanciones en materia tributaria.
- Doc. 012/90 MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ; CONCEPCION GONZALEZ VEIGA.- Una aproximación metodológica al estudio de las matemáticas aplicadas a la economía.
- Doc. 013/90 EQUIPO MECO.- Medidas de desigualdad: un estudio analítico
- Doc. 014/90 JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- Una estimación de las necesidades de gastos para los municipios de menor dimensión.
- Doc. 015/90 ANTONIO MARTINEZ ARIAS.- Auditoría de la información financiera.
- Doc. 016/90 MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ.- La población como variable endógena
- Doc. 017/90 JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- La redistribución local en los países de nuestro entorno.
- Doc. 018/90 RODOLFO GUTIERREZ PALACIOS; JOSE MARIA GARCIA BLANCO.- "Los aspectos invisibles" del declive económico: el caso de Asturias.
- Doc. 019/90 RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES; JUAN TRESPALACIOS GUTIERREZ.- La política de precios en los establecimientos detallistas.
- Doc. 020/90 CANDIDO PAÑEDA FERNANDEZ.- La demarcación de la economía (seguida de un apéndice sobre su relación con la Estructura Económica).

- Doc. 021/90 JOAQUIN LORENCES.- Margen precio-coste variable medio y poder de monopolio.
- Doc. 022/90 MANUEL LAFUENTE ROBLED0; ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.- El T.A.E. de las operaciones bancarias.
- Doc. 023/90 ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.- Amortización y coste de préstamos con hojas de cálculo.
- Doc. 024/90 LUIS JULIO TASCÓN FERNÁNDEZ; JEAN-MARC BUIGUES.- Un ejemplo de política municipal: precios y salarios en la ciudad de León (1613-1813).
- Doc. 025/90 MYRIAM GARCIA OLALLA.- Utilidad de la teorías de las opciones para la administración financiera de la empresa.
- Doc. 026/91 JOAQUIN GARCIA MURCIA.- Novedades de la legislación laboral (octubre 1990 - enero 1991)
- Doc. 027/91 CANDIDO PAÑEDA.- Agricultura familiar y mantenimiento del empleo: el caso de Asturias.
- Doc. 028/91 PILAR SAENZ DE JUBERA.- La fiscalidad de planes y fondos de pensiones.
- Doc. 029/91 ESTEBAN FERNÁNDEZ SANCHEZ.- La cooperación empresarial: concepto y tipología (\*)
- Doc. 030/91 JOAQUIN LORENCES.- Características de la población parada en el mercado de trabajo asturiano.
- Doc. 031/91 JOAQUIN LORENCES.- Características de la población activa en Asturias.
- Doc. 032/91 CARMEN BENAVIDES GONZÁLEZ.- Política económica regional
- Doc. 033/91 BENITO ARRUÑADA SANCHEZ.- La conversión coactiva de acciones comunes en acciones sin voto para lograr el control de las sociedades anónimas: De cómo la ingenuidad legal prefigura el fraude.
- Doc. 034/91 BENITO ARRUÑADA SANCHEZ.- Restricciones institucionales y posibilidades estratégicas.
- Doc. 035/91 NURIA BOSCH; JAVIER SUÁREZ PANDIELLO.- Seven Hypotheses About Public Chjoice and Local Spending. (A test for Spanish municipalities).
- Doc. 036/91 CARMEN FERNÁNDEZ CUERVO; LUIS JULIO TASCÓN FERNÁNDEZ.- De una olvidada revisión crítica sobre algunas fuentes histórico-económicas: las ordenanzas de la gobernación de la cabrera.
- Doc. 037/91 ANA JESUS LOPEZ; RIGOBERTO PÉREZ SUÁREZ.- Indicadores de desigualdad y pobreza. Nuevas alternativas.
- Doc. 038/91 JUAN A. VAZQUEZ GARCIA; MANUEL HERNÁNDEZ MUÑIZ.- La industria asturiana: ¿Podemos pasar la página del declive?.
- Doc. 039/92 INES RUBIN FERNÁNDEZ.- La Contabilidad de la Empresa y la Contabilidad Nacional.
- Doc. 040/92 ESTEBAN GARCIA CANAL.- La Cooperación interempresarial en España: Características de los acuerdos de cooperación suscritos entre 1986 y 1989.
- Doc. 041/92 ESTEBAN GARCIA CANAL.- Tendencias empíricas en la conclusión de acuerdos de cooperación.
- Doc. 042/92 JOAQUIN GARCIA MURCIA.- Novedades en la Legislación Laboral.

- Doc. 043/92 **RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES.-** El comportamiento del consumidor y la estrategia de distribución comercial: Una aplicación empírica al mercado de Asturias.
- Doc. 044/92 **CAMILO JOSE VAZQUEZ ORDAS.-** Un marco teórico para el estudio de las fusiones empresariales.
- Doc. 045/92 **CAMILO JOSE VAZQUEZ ORDAS.-** Creación de valor en las fusiones empresariales a través de un mayor poder de mercado.
- Doc. 046/92 **ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.-** Influencia relativa de la evolución demográfica en le futuro aumento del gasto en pensiones de jubilación.
- Doc. 047/92 **ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.-** Aspectos demográficos del sistema de pensiones de jubilación español.
- Doc. 048/92 **SUSANA LOPEZ ARÉS.-** Marketing telefónico: concepto y aplicaciones.
- Doc. 049/92 **CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.-** Las influencias familiares en el desempleo juvenil.
- Doc. 050/92 **CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.-** La adquisición de capital humano: un modelo teórico y su contrastación.
- Doc. 051/92 **MARTA IBAÑEZ PASCUAL.-** El origen social y la inserción laboral.
- Doc. 052/92 **JUAN TRESPALACIOS GUTIERREZ.-** Estudio del sector comercial en la ciudad de Oviedo.
- Doc. 053/92 **JULITA GARCIA DIEZ.-** Auditoría de cuentas: su regulación en la CEE y en España. Una evidencia de su importancia.
- Doc. 054/92 **SUSANA MENENDEZ REQUEJO.-** El riesgo de los sectores empresariales españoles: rendimiento requerido por los inversores.
- Doc. 055/92 **CARMEN BENAVIDES GONZALEZ.-** Una valoración económica de la obtención de productos derivados del petroleo a partir del carbón
- Doc. 056/92 **IGNACIO ALFREDO RODRIGUEZ-DEL BOSQUE RODRIGUEZ.-** Consecuencias sobre el consumidor de las actuaciones bancarias ante el nuevo entorno competitivo.
- Doc. 057/92 **LAURA CABIEDES MIRAGAYA.-** Relación entre la teoría del comercio internacional y los estudios de organización industrial.
- Doc. 058/92 **JOSE LUIS GARCIA SUAREZ.-** Los principios contables en un entorno de regulación.
- Doc. 059/92 **Mª JESUS RIO FERNANDEZ; RIGOBERTO PEREZ SUAREZ.-** Cuantificación de la concentración industrial: un enfoque analítico.
- Doc. 060/94 **Mª JOSE FERNANDEZ ANTUÑA.-** Regulación y política comunitaria en materia de transportes.
- Doc. 061/94 **CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.-** Factores determinantes de la afiliación sindical en España.
- Doc. 062/94 **VICTOR FERNANDEZ BLANCO.-** Determinantes de la localización de las empresas industriales en España: nuevos resultados.

- Doc. 063/94 **ESTEBAN GARCIA CANAL.**- La crisis de la estructura multidivisional.
- Doc. 064/94 **MONTserrat DIAZ FERNANDEZ; EMILIO COSTA REPARAZ.**- Metodología de la investigación econométrica.
- Doc. 065/94 **MONTserrat DIAZ FERNANDEZ; EMILIO COSTA REPARAZ.**- Análisis Cualitativo de la fecundidad y participación femenina en el mercado de trabajo.
- Doc. 066/94 **JOAQUIN GARCIA MURCIA.**- La supervisión colectiva de los actos de contratación: la Ley 2/1991 de información a los representantes de los trabajadores.
- Doc. 067/94 **JOSE LUIS GARCIA LAPRESTA; M<sup>a</sup> VICTORIA RODRIGUEZ URÍA.**- Coherencia en preferencias difusas.
- Doc. 068/94 **VICTOR FERNANDEZ; JOAQUIN LORENCES; CESAR RODRIGUEZ.**- Diferencias interterritoriales de salarios y negociación colectiva en España.
- Doc. 069/94 **M<sup>a</sup> DEL MAR ARENAS PARRA; M<sup>a</sup> VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Programación clásica y teoría del consumidor.
- Doc. 070/94 **M<sup>a</sup> DE LOS ÁNGELES MENÉNDEZ DE LA UZ; M<sup>a</sup> VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Tantos efectivos en los empréstitos.
- Doc. 071/94 **AMELIA BILBAO TEROL; CONCEPCIÓN GONZÁLEZ VEIGA; M<sup>a</sup> VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Matrices especiales. Aplicaciones económicas.
- Doc. 072/94 **RODOLFO GUTIÉRREZ.**- La representación sindical: Resultados electorales y actitudes hacia los sindicatos.
- Doc. 073/94 **VÍCTOR FERNÁNDEZ BLANCO.**- Economías de aglomeración y localización de las empresas industriales en España.
- Doc. 074/94 **JOAQUÍN LORENCES RODRÍGUEZ; FLORENTINO FELGUEROSO FERNÁNDEZ.**- Salarios pactados en los convenios provinciales y salarios percibidos.
- Doc. 075/94 **ESTEBAN FERNÁNDEZ SÁNCHEZ; CAMILO JOSÉ VÁZQUEZ ORDÁS.**- La internacionalización de la empresa.
- Doc. 076/94 **SANTIAGO R. MARTÍNEZ ARGÜELLES.**- Análisis de los efectos regionales de la terciarización de ramas industriales a través de tablas input-output. El caso de la economía asturiana.
- Doc. 077/94 **VÍCTOR IGLESIAS ARGÜELLES.**- Tipos de variables y metodología a emplear en la identificación de los grupos estratégicos. Una aplicación empírica al sector detallista en Asturias.
- Doc. 078/94 **MARTA IBÁÑEZ PASCUAL; F. JAVIER MATO DÍAZ.**- La formación no reglada a examen. Hacia un perfil de sus usuarios.
- Doc. 079/94 **IGNACIO A. RODRÍGUEZ-DEL BOSQUE RODRÍGUEZ.**- Planificación y organización de la fuerza de ventas de la empresa.
- Doc. 080/94 **FRANCISCO GONZÁLEZ RODRÍGUEZ.**- La reacción del precio de las acciones ante anuncios de cambios en los dividendos.

- Doc. 081/94 **SUSANA MENÉNDEZ REQUEJO.**- Relaciones de dependencia de las decisiones de inversión, financiación y dividendos.
- Doc. 082/95 **MONTserrat DÍAZ FERNÁNDEZ; EMILIO COSTA REPARAZ; M<sup>a</sup> del MAR LLORENTE MARRÓN.**- Una aproximación empírica al comportamiento de los precios de la vivienda en España.
- Doc. 083/95 **M<sup>a</sup> CONCEPCIÓN GONZÁLEZ VEIGA; M<sup>a</sup> VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Matrices semipositivas y análisis interindustrial. Aplicaciones al estudio del modelo de Sraffa-Leontief.
- Doc. 084/95 **ESTEBAN GARCÍA CANAL.**- La forma contractual en las alianzas domésticas e internacionales.
- Doc. 085/95 **MARGARITA ARGÜELLES VÉLEZ; CARMEN BENAVIDES GONZÁLEZ.**- La incidencia de la política de la competencia comunitaria sobre la cohesión económica y social.
- Doc. 086/95 **VÍCTOR FERNÁNDEZ BLANCO.**- La demanda de cine en España. 1968-1992.
- Doc. 087/95 **JUAN PRIETO RODRÍGUEZ.**- Discriminación salarial de la mujer y movilidad laboral.
- Doc. 088/95 **M<sup>a</sup> CONCEPCIÓN GONZÁLEZ VEIGA.**- La teoría del caos. Nuevas perspectivas en la modelización económica.
- Doc. 089/95 **SUSANA LÓPEZ ARES.**- Simulación de fenómenos de espera de capacidad limitada con llegadas y número de servidores dependientes del tiempo con hoja de cálculo.
- Doc. 090/95 **JAVIER MATO DÍAZ.**- ¿Existe sobrecualificación en España?. Algunas variables explicativas.
- Doc. 091/95 **M<sup>a</sup> JOSÉ SANZO PÉREZ.**- Estrategia de distribución para productos y mercados industriales.
- Doc. 092/95 **JOSÉ BAÑOS PINO; VÍCTOR FERNÁNDEZ BLANCO.**- Demanda de cine en España: Un análisis de cointegración.
- Doc. 093/95 **M<sup>a</sup> LETICIA SANTOS VIJANDE.**- La política de marketing en las empresas de alta tecnología.
- Doc. 094/95 **RODOLFO VÁZQUEZ CASIELLES; IGNACIO RODRÍGUEZ-DEL BOSQUE; AGUSTÍN RUÍZ VEGA.**- Expectativas y percepciones del consumidor sobre la calidad del servicio. Grupos estratégicos y segmentos del mercado para la distribución comercial minorista.
- Doc. 095/95 **ANA ISABEL FERNÁNDEZ; SILVIA GÓMEZ ANSÓN.**- La adopción de acuerdos estatutarios antiadquisición. Evidencia en el mercado de capitales español.
- Doc. 096/95 **ÓSCAR RODRÍGUEZ BUZNEGO.**- Partidos, electores y elecciones locales en Asturias. Un análisis del proceso electoral del 28 de Mayo.
- Doc. 097/95 **ANA M<sup>a</sup> DÍAZ MARTÍN.**- Calidad percibida de los servicios turísticos en el ámbito rural.
- Doc. 098/95 **MANUEL HERNÁNDEZ MUÑIZ; JAVIER MATO DÍAZ; JAVIER BLANCO GONZÁLEZ.**- Evaluating the impact of the European Regional Development Fund: methodology and results in Asturias (1989-1993).

- Doc. 099/96 JUAN PRIETO; M<sup>a</sup> JOSÉ SUÁREZ.- ¿De tal palo tal astilla?: Influencia de las características familiares sobre la ocupación.
- Doc. 100/96 JULITA GARCÍA DíEZ; RACHEL JUSSARA VIANNA.- Estudio comparativo de los principios contables en Brasil y en España.
- Doc. 101/96 FRANCISCO J. DE LA BALLINA BALLINA.- Desarrollo de campañas de promoción de ventas.
- Doc. 102/96 ÓSCAR RODRÍGUEZ BUZNEGO.- Una explicación de la ausencia de la Democracia Cristiana en España.
- Doc. 103/96 CÁNDIDO PAÑEDA FERNÁNDEZ.- Estrategias para el desarrollo de Asturias.
- Doc. 104/96 SARA M<sup>a</sup> ALONSO; BLANCA PÉREZ GLADISH; M<sup>a</sup> VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.- Problemas de control óptimo con restricciones: Aplicaciones económicas.
- Doc. 105/96 ANTONIO ÁLVAREZ PINILLA; MANUEL MENÉNDEZ MENÉNDEZ; RAFAEL ÁLVAREZ CUESTA.- Eficiencia de las Cajas de Ahorro españolas. Resultados de una función de beneficio.
- Doc. 106/96 FLORENTINO FELGUEROSO.- Industrywide Collective Bargaining, Wages Gains and Black Labour Market in Spain.
- Doc. 107/96 JUAN VENTURA.- La competencia gestionada en sanidad: Un enfoque contractual
- Doc. 108/96 MARÍA VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA; ELENA CONSUELO HERNÁNDEZ.- Elección social. Teorema de Arrow.
- Doc. 109/96 SANTIAGO ÁLVAREZ GARCÍA.- Grupos de interés y corrupción política: La búsqueda de rentas en el sector público.
- Doc. 110/96 ANA M<sup>a</sup> GUILLÉN.- La política de previsión social española en el marco de la Unión Europea.
- Doc. 111/96 VÍCTOR MANUEL GONZÁLEZ MÉNDEZ.- La valoración por el mercado de capitales español de la financiación bancaria y de las emisiones de obligaciones.