LÓGICA MATEMÁTICA
Uma introdução ao cálculo proposicional

Carlos Magno Corrêa Dias *

Partindo-se do escorço histórico da Lógica (ou, mais especificamente, de seu atual estado de desenvolvimento), esta pode ser caracterizada, ou antes subdividida, de forma particularizada, em Lógica Clássica e Lógica Formal. Enquanto Lógica Clássica, esta não adota a axiomatização no seu tratamento e, por assim dizer, é uma Lógica mais "intuitiva", porquanto, não sendo tratada por meio de métodos analíticos, não é passível de ser formalizada através de uma linguagem simbólica, sendo, em essência, um desenvolvimento puramente filosófico dissociado dos símbolos. Enquanto Lógica Formal (a qual encerra em seu universo conceitual a Lógica Matemática, as Lógicas Complementares e as Lógicas Heterodoxas), esta, em contrapartida, está fundamentada na axiomatização. Contudo, em sua dimensão, a Lógica Matemática (ou Simbólica, ou Algorítmica), sendo uma lógica axiomatizada e bivalente, é individualizada por processos analíticos conexos através de métodos matemáticos.

A Lógica Matemática se desenvolve na instância das relações abstratas dos símbolos e se detém à combinação destes mesmos símbolos entre si, quando, então, passa a estudar as inferências (via argumentação) do ponto de vista da validade da estrutura sentencial, subtraindo o significado concreto de sua determinação para atingir a coerência de raciocínio. Abstraindo o significado relativo dos elementos constituintes de um determinado sistema (universo), passa a estabelecer normas, princípios e/ou axiomas que possibilitem a construção coerente do pensamento em termos de juízos necessários, servindo-se, para tanto, das estruturas em sua constituição formal. É, pois, a Lógica Matemática um sistema científico de raciocínio onde a axiomatização, o formalismo e a simbolização são suas características fundamentais.

Assim, a partir da diferenciação estabelecida anteriormente, à Lógica Matemática cabe, entre outras funções, consolidar os meios pelos quais as inferências válidas (qualificadas na análise estrutural) possam ser analisadas a partir da formalização e do relacionamento intrínseco entre os entes de um dado sistema, consignando o raciocínio em termos de operações e relações lógicas. Porquanto, desdobra-se, a Lógica Matemática, na especificação de uma linguagem proposicional e na determinação de princípios primeiros que norteiam a fundamentação e o desenvolvimento de um sistema formal de raciocínio. Sedimentada nestas bases, emanam, pela característica ímpar de sua estruturação, dois cálculos efetivos: o Cálculo Proposicional (ou Sentencial) e o Cálculo dos Predicados.

O Cálculo Proposicional encerra um aparato conceitual capaz de determinar, ou antes de verificar, as relações lógicas válidas (legítimas) entre unidades mínimas de análise, bem como possibilita o estabelecimento de procedimentos de decisão que permitem contextualizar a "verdade" ou a "falsidade" de uma estrutura analítica a partir de seus elementos componentes. Quanto às inferências, o Cálculo Proposicional dispõe de meios lógicos estruturados para formular critérios de análise quanto à legitimidade de um dado argumento dedutivo a partir do relacionamento (conexão) das premissas (princípios ou teses anteriormente estabelecidas) com a conclusão (enunciado inferido a partir de seus antecedentes — premissas). Cabendo, entretanto, ao Cálculo dos Predicados a avaliação da estrutura lógica interna dos enunciados envolvidos na inferência que, no Cálculo Proposicional, são considerados indivisíveis. Além do mais, o Cálculo dos Predicados permite verificar a legitimidade de argumentos cuja complexidade não é passível de ser analisada segundo os princípios norteadores do Cálculo Proposicional. Observe, contudo, que ao longo do

* Professor das Disciplinas de Lógica Matemática e Fundamentos de Matemática da PUC-PR.

presente desenvolvimento a atenção estará direcionada ao Cálculo Proposicional, uma vez que o compêndio em questão pretende contextualizar diretrizes preliminares sobre Lógica Matemática.

Mas, o que vem a ser, realmente, Lógica Matemática? A Lógica Matemática e a Matemática constituem sistemas (ciências) mutuamente excludentes? Pode-se, efetivamente, renegar um tratamento lógico da atividade matemática? Qual, então, a fronteira, se é que a mesma existe, entre Matemática e Lógica Matemática? Em suma, o que torna matemática a Matemática e, de resto, lógica a Lógica? Um fato é inquestionável: não se pode, efetiva e evidentemente, definir, de maneira exata e precisa, Matemática e Lógica Matemática sem entrar em minúcias técnicas ou sem estudar o progressivo desenvolvimento de ambas as ciências. Por outro lado, questões de tal mérito, certamente, dirigem as discussões a respeito da "filosofia" da Matemática e da Lógica Matemática no âmbito da história da ciência. No estado hodierno em que figuram tais ciências deve-se salientar que, muito embora Matemática e Lógica Matemática não constituam uma única estrutura formal, desconsiderar as relações inerentes entre as mesmas é antes de qualquer estudo pormenorizado, um grande e infeliz equívoco. Há de se observar, também, que uma linha divisória, uma demarcação efetiva, entre Matemática e Lógica Matemática é praticamente impossível de ser estabelecida, uma vez que o desenvolvimento da Matemática se deve a uma construção lógico-racional e a axiomatização da Lógica Matemática é consolidada através de processos matemáticos.

Contudo, o poder cognoscitivo da racionalidade vem caracterizar o fundamento "a priori" da Matemática, ou, pelo contrário, a Matemática, enquanto instrumento ou modelo hipotético das ciências naturais, tem seu fundamento "a posteriori"? Este, em contrapartida, é outro dos problemas fundamentais na história da Matemática. Mas, a complexidade e a essência da Matemática não podem resumir à questão de lhe individualizar o fundamento, embora o ponto nodal de relevância "a priori" ou "a posteriori" dos limites matemáticos norteie a fronteira entre o pensamento crítico e o pensamento lógico-racional. É certo, entretanto, que não se pode vislumbrar aplicações da Matemática ao mundo sensível sem, contudo, conhecer sua estrutura ou as verdades que lhe caracterizam o desafio intelectual em si mesmo.

O fascínio e a exuberância da Matemática tal qual da Lógica Matemática residem no fato de serem os seus fundamentos determinados pelas leis do pensamento. Toda verdade matemática encerra em si uma genuína e transparente construção da razão. Essencialmente, as leis matemáticas, enquanto racionalidade, são construídas por juízos necessários, os quais, regimentados pelo princípio da Identidade, da Não-Contradição e do Terceiro Excluído, constituem estrutura inteiramente coerente e logicamente formalizada. Tais juízos, ditos analíticos, corroboram as verdades matemáticas, dando à Matemática um fundamento cognoscível "a priori" em que a precisão e a exatidão de suas estruturas advêm de leis racionais, ou, antes, de relações entre juízos apoiados em princípios primeiros oriundos da pura razão.

Assim, as leis matemáticas, e de resto as leis lógicas, não constituem um aglomerado inútil de tautologias (como alguns desavisados pretendem afirmar) e tampouco se fundamentam, exclusivamente, na experiência sensível. O mundo da Matemática, tal qual o da Lógica Matemática, não é aquele em que os enunciados coexistem dialeticamente. É, por excelência, o mundo da abstração formal; opera-se no universo das relações abstratas, formaliza seus princípios e as estruturas de seu consignamento e, transpondo a trivialidade do conteúdo, vem estabelecer suas verdades em função da forma.

Retomando, especificamente, o assunto em pauta, observe que as linguagens usuais, ditas naturais, tais como o português, o inglês, o francês, e outras desenvolvidas pela necessidade primordial da comunicação a partir da evolução e da revolução das culturas não se prestam, como é natural concluir, à Lógica Matemática ou à Matemática, uma vez que os termos componentes de um cálculo (procedimento dedutivo, onde domina o emprego de regras formais) não significam, em essência, à maneira usual das palavras e expressões de uma determinada língua. Em contrapartida, os elementos constituintes da Lógica Matemática e da Matemática, seus símbolos, não servem para a comunicação usual enquanto tal. A sintaxe ou a forma é o que, efetivamente, constitui o comportamento teórico.

Cabe ressaltar, portanto, que um enunciado em Lógica Matemática, tal qual em Matemática, é "verdadeiro" em função de sua forma e não de seu conteúdo. Às ciências ditas matemáticas interessam apenas as estruturas formais que pelo acréscimo de variáveis enunciativas possibilitam alcançar universalidade e exatidão. A principal característica, o ponto de distinção, das ciências matemáticas, em oposição às demais ciências, é o uso de provas em vez de simples (e relativas) observações. E, desta forma, na delimitação do presente escopo, um mínimo de enunciados é suficiente para a dedução de todos os demais, o que vem constituir, por excelência, as bases de um sistema dedutivo.

A Lógica Matemática serve-se de uma linguagem proposicional (ou enunciativa), a qual consiste de conectivos lógicos, de parênteses e de um conjunto de símbolos proposicionais estruturados a partir de axiomas fundamentais. As regras sintáticas da linguagem em questão definem um conjunto de fórmulas, ditas fórmulas proposicionais, bem definidas, as quais são estabelecidas através do relacionamento dos símbolos proposicionais com os conectivos lógicos. Por seu turno, as regras semânticas da linguagem transmitem o significado dos conectivos lógicos e associam a cada fórmula proposicional um valor lógico (ou valor-verdade): ou verdade ou falsidade, e não ambos. Há de se observar que a linguagem técnica especial de que a Lógica Matemática se serve transformou-se num instrumento extremamente poderoso para a análise e para a dedução. Assim, seus símbolos estruturados permitem apresentar com maior nitidez as estruturas lógicas tanto de proposições (ou enunciados) quanto de argumentos dedutivos (legítimos ou não-legítimos).

É oportuno observar que à Lógica não interessa (de uma forma geral) descrever e/ou explicar os processos mentais que se manifestam na inferência (operação de raciocínio pela qual se passa de uma verdade a outra, julgada tal em razão de seu liame com a primeira). Partindo do pressuposto que existem inferências que apresentam conclusões obtidas a partir de equivalências e outras não, a Lógica se interessa pela correção do processo inferencial como um todo. E ao estudar Lógica verifica-se que esta estabelece os meios pelos quais é possível qualificar a validade, ou invalidade, de uma inferência a partir das formas dos enunciados que constituem as premissas e as conclusões de um argumento, sendo, em última análise, o estudo das formas de argumento válido e dos diferentes tipos de enunciados logicamente "verdadeiros".

A Lógica Matemática baseia-se num sistema dicotômico, ou bivalente, onde dois estados, que mutuamente se excluem, servem para apresentar ou representar todas as situações possíveis. Isto é, não há a possibilidade de um determinado ente ser, ao mesmo tempo, num mesmo universo, "verdadeiro" e "falso". Será, quando muito, ou "verdadeiro", ou "falso", não existindo outra possibilidade. Portanto, estados dicotômicos, bem definidos, são estados mutuamente excludentes.

Sendo a Lógica Matemática uma Lógica axiomatizada, está fundamentada em três axiomas básicos, ditos princípios fundamentais, os quais são qualificados como: Princípio da Identidade, Princípio da Não-Contradição e Princípio do Terceiro-Excluído. O Princípio da Identidade afirma que "se qualquer enunciado é "verdadeiro", então ele é "verdadeiro"; o Princípio da Não-Contradição afirma que "um enunciado não pode ser "verdadeiro" e "falso" simultaneamente", e o Princípio do Terceiro-Excluído afirma que "ou um enunciado é "verdadeiro" ou "falso", não admitindo uma terceira possibilidade distinta destas".

Na linguagem, falada ou escrita, de forma geral, distinguem-se quatro tipos particularizados de sentenças, ou sejam: as declarativas, as interrogativas, as exclamativas e as imperativas. Em termos de Lógica Matemática, especificamente no Cálculo Proposicional, esta tem por objeto de análise as sentenças declarativas (afirmativas e bem definidas). Isto é, a Lógica Matemática (no Cálculo Proposicional) trabalha com sentenças que são passíveis de serem predicadas como "verdadeiras" ou "falsas", cada uma das quais excluindo a ocorrência da outra. Desta forma, diz-se que tais sentenças são proposições, cabendo salientar que as mesmas são constituídas, esquematicamente, por um nome ou designação e por um predicado ou atributo. Por exemplo, na expressão: "A Matemática é fantástica.", "Matemática" é um nome ou designação, enquanto que "fantástica" é um predicado ou atributo. Assim, no Cálculo Proposicional, todo conjunto de palavras ou de símbolos, bem definido, que encerra um pensamento de sentido completo é denominado proposição (ou enunciado).

Considere a sentença $(\text{sen } 30^o) = (5\text{-}25.\cos 45^o)$. Evidentemente, é possível tomar-se uma decisão no que diz respeito às possibilidades "verdadeiro" ou "falso", uma vez que a dada sentença encerra um pensamento de sentido completo e bem definido, sendo, por sua vez, um exemplo de proposição. Assim sendo, proposições transmitem pensamentos, os quais estão sujeitos aos princípios fundamentais, que anteriormente foram qualificados.

Sejam as proposições: "O binário $(0111)_2$ corresponde ao número decimal $(7)_{10}$."; "Num triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa."; "O oxigênio não é necessário à sobrevivência humana."; "$(2.\cos 45^o + \text{sen } 83^o) = (37 - \text{tg } 56^o)$"; "Rosas vermelhas são flores sintéticas ou tomates verdes são pensamentos voláteis." Tais exemplos constituem proposições do Cálculo Proposicional, uma vez que é possível predicar um, e somente um, dos valores: ou o "verdadeiro" ou o "falso", não se admitindo outra hipótese distinta destas. Observe, ainda, que as proposições da Lógica Matemática, no Cálculo Proposicional, devem ser consideradas como um todo, pois as palavras e sinais possuem funções semânticas demasiadamente limitadas, ou seja, não importa o sentido e a relação existente entre o sujeito e o predicado.

Considere, por outro lado, as sentenças: "Um número x somado ao dobro de um número y é a metade de um número z."; "$x^2 - 25x + 4 = 0$"; "Um número $(x+1)$ pertence ao conjunto numérico X."; "Todo x pertencente a X é o inverso simétrico de y."; "$x - \cos x = y + 3x.\text{tg } y$"; "Se todo x é homem, então alguns y são vegetais." Observe que para predicar "verdadeiro" ou "falso" às sentenças dadas, se faz necessária a determinação dos valores assumidos pelas variáveis "x", "y" e "z". Assim, tais exemplos não constituem proposições no Cálculo Proposicional, uma vez que não expressam um pensamento de sentido completo, não sendo bem definidas. Tal classe de sentenças caracteriza funções proposicionais, as quais são objeto de estudo do Cálculo dos Predicados e, portanto, não dizem respeito ao presente conteúdo.

Tendo em vista a natureza das proposições, é natural concluir que nem todas se apresentam constituídas de um único predicado. Ou seja, as proposições podem ser classificadas em proposições simples e proposições compostas. Proposições simples, ou atômicas, ditas também átomos, são todas as proposições que não contêm nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. As proposições com esta característica são designadas por letras latinas minúsculas, tais como p, q, r, ..., as quais dizem-se letras proposicionais (ou enunciativas). Para se indicar que uma dada proposição simples é designada por uma determinada letra proposicional, adota-se a seguinte notação. Seja a proposição simples: "A Matemática é o ideal da ciência." Para indicar, por exemplo, que a letra proposicional "p" designa a dada sentença, escreve-se p: A Matemática é o ideal da ciência.

As proposições compostas, ou proposições moleculares, ou moléculas, ditas também fórmulas proposicionais ou apenas fórmulas, são todas as sentenças constituídas de duas ou mais proposições simples componentes. Ou seja, são proposições que contêm pelo menos uma proposição como parte de si mesma. As proposições compostas são designadas por letras latinas maiúsculas tais como P, Q, R, ..., as quais são designadas, de forma análoga, letras proposicionais, ou variáveis enunciativas. Assim, por exemplo, para se indicar que a letra proposicional "P" designa a proposição composta "O número 97 é irracional se, e somente se, a Física é atributo da Matemática.", adota-se a seguinte notação, ou seja, P: O número 97 é irracional se, e somente se, a Física é atributo da Matemática.

O exemplo anterior, de proposição composta, é caracterizado por conter, como parte integrante de sua constituição, duas proposições simples componentes, quais sejam: "O número 97 é irracional." e "A Física é atributo da Matemática." Designando por "p" a primeira proposição simples e por "q" a segunda, a proposição composta designada por "P" será denotada por P (p,q): O número 97 é irracional se, e somente se, a Física é atributo da Matemática. Desta forma, sempre que se fizer necessário explicitar que uma dada fórmula proposicional P é caracterizada pela combinação das proposições simples p, q, r, s, ..., componentes, escrever-se-á P (p, q, r, s, ...).

Tomando-se por base a definição e os exemplos apresentados anteriormente, verifica-se que as fórmulas proposicionais são obtidas pela combinação (relacionamento conexo) de proposições simples, as quais são unidas por palavras específicas, que na linguagem comum (trivial) não apresentam, isoladamente, um significado preciso. Entretanto, tais palavras, utilizadas como conexão de duas sentenças são significativas.

Sejam os seguintes exemplos de fórmulas proposicionais dados a seguir: P(p,q): Falácias são argumentos ilegítimos *ou* um silogismo é um argumento válido. Q(p,q): Falácias são argumentos ilegítimos *e* um silogismo é um argumento válido. R(p,q): *Se* falácias são argumentos ilegítimos, *então* um silogismo é um argumento válido. S(p,q): Falácias são argumentos ilegítimos *se, e somente se*, um silogismo é um argumento válido. E finalmente, W(p): Falácias *não* são argumentos ilegítimos.

As palavras grifadas nas proposições compostas, exemplificadas acima, constituem exemplos dos denominados conectivos lógicos ou conectivos proposicionais, os quais definem classes de fórmulas proposicionais distintas no Cálculo Proposicional. Assim, as palavras: "ou", "e", "Se ..., então ...", "... se, e somente se, ..." e "não", são os conectivos da Lógica Matemática, utilizados para formar novas proposições a partir de proposições simples. Assim, os chamados conectivos proposicionais são os elementos pelos quais se torna possível o estabelecimento de fórmulas proposicionais no Cálculo Proposicional, ou por assim dizer, caracterizam funções conectivas específicas.

Os conectivos lógicos, em última análise, estabelecem operações lógicas sobre proposições que, sujeitas a determinadas regras formais, fundamentam o Cálculo Proposicional. Como estabelecido anteriormente, o Cálculo Proposicional trata da determinação dos valores-verdade das fórmulas proposicionais a partir das seguintes operações fundamentais, ditas operações lógicas sobre proposições, quais sejam: negação (não), conjunção (e), disjunção inclusiva (ou), condicional (Se ... então ...), e bicondicional (... se, e somente se, ...). É oportuno salientar que, no Cálculo Proposicional, uma fórmula proposicional é uma seqüência finita, determinada por pelo menos uma letra proposicional, que contenha ao menos uma das operações lógicas definidas a partir de conectivos lógicos. Assim, tomando-se as letras proposicionais "p" e "q", que venham designar quaisquer proposições simples em Lógica Matemática, tem-se estabelecido as seguintes classes de fórmulas proposicionais: P(p,q); $p \wedge q$; P(p,q): $p \vee q$; P(p,q): $p \rightarrow q$; P(p,q): $p \leftrightarrow q$; P(p): $\sim p$; as quais são denominadas, respectivamente, por: conjunção, disjunção inclusiva, condicional, bicondicional e negação.

Uma conjunção, denotada pelo símbolo $\wedge$, é uma operação entre pelo menos duas proposições simples, cujo valor-verdade é a Verdade (V) quando todos os valores-verdade de suas componentes correspondem à Verdade (V), sendo a Falsidade (F) quando ao menos uma de suas componentes possui valor-verdade correspondente à Falsidade (F). Uma disjunção inclusiva, denotada pelo símbolo V, é uma operação lógica entre pelo menos duas proposições simples componentes em que o valor-verdade é a Falsidade (F) quando todos os valores-verdade de suas componentes correspondem à Falsidade (F), sendo a Verdade (V) nos demais casos. Uma condicional, denotada pelo símbolo $\rightarrow$, é uma operação lógica entre duas proposições componentes em que o valor-verdade é a Falsidade (F) todas as vezes em que o valor-verdade da proposição antecedente for a Verdade (V) e o valor-verdade da proposição conseqüente for a Falsidade (F), sendo que nos demais casos o valor-verdade corresponde à Verdade (V). Uma bicondicional, denotada pelo símbolo $\leftrightarrow$, é uma operação lógica entre duas proposições componentes em que o valor-verdade é a Verdade (V) todas as vezes em que os valores-verdade de suas componentes são iguais entre si, e corresponde à Falsidade (F) quando os valores-verdade de suas componentes são distintos entre si. Por fim, uma negação, denotada pelo símbolo $\sim$, é uma operação lógica sobre uma proposição "p", cujo valor-verdade será a Falsidade (F) se o valor-verdade da proposição original "p" é a Verdade (V), e será a Verdade (V) se o valor-verdade de "p" é a Falsidade (F), isto é, se V(p) = V, então V($\sim$p)= F, e vice-versa.

Conforme considerado anteriormente, a Lógica Matemática possui um caráter bivalente, onde as proposições, tal qual as fórmulas proposicionais, têm um, e somente um, dos valores: o "verdadeiro" e o "falso". Assim, denomina-se valor-verdade ou valor-lógico de uma proposição (simples ou composta) a Verdade (V) se a proposição é "verdadeira", ou a Falsidade (F) se a proposição em análise é "falsa". O valor-verdade de toda proposição composta depende dos valores lógicos das proposições simples componentes que a determinam, sendo, evidentemente, necessário valer-se de um procedimento de decisão que permita determinar se a fórmula proposicional tem valor-verdade correspondente à Verdade (V) ou à Falsidade (F).

Desta forma, dados os valores-verdade (ou determinados tais valores) das proposições simples componentes de uma dada fórmula proposicional, pode-se sempre determinar, num tempo finito, o valor-verdade da mesma através de processos formais de decisão.

Observe que para uma única proposição simples p, tem-se apenas duas hipóteses possíveis, isto é, a Verdade (V) e a Falsidade (F). Já, para uma fórmula proposicional P(p,q) têm-se quatro arranjos binários distintos, ou sejam: VV, VF, FV e FF. Para uma fórmula proposicional P(p,q,r) obter-se-ão oito arranjos terciários distintos, ou sejam: VVV, VVF, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV, FFF. Para a determinação dos possíveis arranjos distintos dos valores-verdade das proposições simples componentes de uma fórmula proposicional tem-se a seguinte regra geral: como o número de valores-verdade é constante e igual a dois, isto é, tem-se apenas a Verdade (V) e a Falsidade (F), e a variação do tipo e do número de arranjos dependerá do número de proposições que constituem a fórmula proposicional em análise. A obtenção dos possíveis arranjos se faz através da expressão 2^n, onde n é o número de proposições simples componentes da fórmula proposicional e 2 representa os dois valores-verdade.

Dada, portanto, uma fórmula proposicional constituída das proposições simples p, q, r, s, ..., para se determinar seu valor-verdade pode-se servir do procedimento de decisão denominado Método das Tabelas-Verdade. Tal procedimento baseia-se nos valores-verdade das operações lógicas estabelecidas para duas proposições (segundo as classes de fórmulas proposicionais estabelecidas pelo Cálculo Proposicional). O número de linhas de uma Tabela-Verdade, para as análises possíveis, é determinado pela exponencial 2^n, em que a constante 2 corresponde aos dois valores-verdade de que trata a Lógica Matemática e o n designa o número de proposições simples componentes da fórmula em questão. Assim, a partir dos arranjos estabelecidos por 2^n, realizam-se, por colunas, as operações lógicas fundamentais, segundo o escopo e a ordem de precedência dos operadores lógicos.

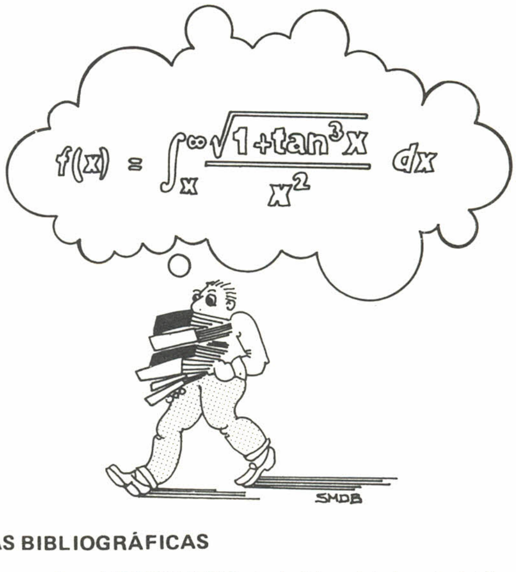
No que diz respeito à ordem de precedência dos operadores lógicos, é oportuno ressaltar que, em qualquer que seja a fórmula proposicional, as operações lógicas devem ser realizadas segundo a seguinte ordem de importância, ou seja: negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional. Assim, o operador negação é o mais "fraco" (débil), sendo, por sua vez, o operador bicondicional o mais "forte". Tal ordem deverá sempre ser adotada, desde que não se tenha estabelecido outra precedência mediante a pareação. Ainda, no que diz respeito às Tabelas-Verdade, quando na coluna resultado (coluna esta que apresenta o resultado lógico da proposição em análise segundo os possíveis arranjos de valores-verdade) figurarem apenas Verdades (V), a fórmula proposicional é denominada Tautologia. Por outro lado, se figurarem apenas Falsidades (F), a fórmula proposicional é denominada Contradição ou Proposição Contraválida. Contudo, há de se considerar também que, se em uma Tabela-Verdade figurarem tanto Verdades (V) como Falsidades (F) (na coluna resultado), diz-se que a fórmula proposicional em questão é uma Contingência.

O Cálculo Proposicional atinge sua finalidade primeira quando, a partir de relações lógicas entre fórmulas proposicionais, passa a desenvolver o Método Dedutivo, instituindo a Teoria da Demonstração. Destacam-se, desta maneira, duas relações fundamentais: as Relações de Equivalência Lógica e as Relações de Implicação Lógica. No que diz respeito à primeira relação tem-se estabelecido que uma fórmula proposicional P(p,q,r,s,...) é logicamente equivalente a outra fórmula proposicional Q(p,q,r,s,...) quando em suas Tabelas-Verdade (na coluna resultado) não ocorrem Verdade-Falsidade (V-F) ou Falsidade-Verdade (F-V), simultaneamente, em uma mesma linha, para nenhuma das 2^n linhas possíveis. Isto é, as colunas resultado são idênticas entre si. No que se refere às Relações de Implicações Lógicas tem-se caracterizado que uma fórmula proposicional P(p,q,r,s, ...) implica logicamente, ou apenas implica, uma fórmula proposicional Q(p,q,r,s, ...), se o valor-verdade da fórmula proposicional Q(p,q,r,s, ...) é a Verdade (V) todas as vezes que o valor-verdade da fórmula proposicional P(p,q,r,s, ...) é também a Verdade (V). Isto é, não ocorre em nenhuma linha das colunas resultado das Tabelas-Verdade a possibilidade do valor-verdade da fórmula proposicional P(p,q,r,s, ...) ser a Verdade (V) e da fórmula proposicional Q(p,q,r,s, ...) ser a Falsidade (F) em uma mesma linha das respectivas Tabelas-Verdade.

Tomando-se por base as considerações levantadas sobre as relações lógicas acima, estabelece-se que uma fórmula proposicional P(p,q,r,s, ...) será equivalente a uma fórmula proposicional Q(p,q,r,s, ...) se, e somente se, a bicondicional entre tais fórmulas corresponde a uma Tautologia. De forma análoga, verifica-se que uma fórmula proposicional P(p,q,r,s, ...) implica logicamente outra fórmula proposicional Q(p,q,r,s, ...) se, e somente se, a condicional entre tais fórmulas gerar uma Tautologia.

O conjunto de conceitos estruturais apresentados anteriormente, que delimitam o universo do Cálculo Proposicional (sua axiomática, sua simbolização, suas operações e relações lógicas), possibilitam instituir a chamada Álgebra das Proposições, a qual (via raciocínio dedutivo), caracterizando um rol de propriedades específicas a respeito de equivalências e implicações lógicas, permite analisar a validade de estruturas relacionadas evidenciadas em determinadas configurações mentais. A partir, portanto, das considerações anteriormente estabelecidas, pode-se, então, estabelecer regras formais no Cálculo Proposicional que permitam analisar a validade de argumentos dedutivos, aqui entendidos como toda afirmação de que uma dada seqüência finita de fórmulas proposicionais tem como conseqüência uma fórmula proposicional final inferida (deduzida) das primeiras.

O estudo da Análise Inferencial (ou mais especificamente, das inferências válidas fundamentais) não diz respeito ao presente compêndio, uma vez que se pretendia apresentar apenas uma idéia introdutória sobre o assunto em pauta. Portanto, seria inadmissível estender estas anotações sem, contudo, adentrar em especificações mais detalhadas a respeito desse estudo. Assim, a Análise Inferencial ou as inferências válidas fundamentais não poderiam, evidentemente, serem abordadas nestas linhas de forma conveniente.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BOOLE, George. *The mathematical analysis of logic.* Oxford: Blackwell, 1948.
2. CARNAP, Rudolf. *Introduction to symbolic logic and its applications.* New York: Dover, 1958.
3. COPI, Irving M. *Introdução à lógica.* São Paulo: Editora Mestre Jou, 1978.
4. HEGENBERG, Leônidas. *Lógica simbólica.* São Paulo: Editora Herder, 1966.
5. RUSSEL, Bertrand. *Delineamento de filosofia.* São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1956.
6. WHITEHEAD, A.N. & RUSSELL, B. *Principia Mathematica.* New York: Cambridge Univ. Press, v.1, 1910, v.2, 1912, v.3, 1913.