



Trabzon Orman Bölge Müdürlüğü doğu ladini-sarıçam karışık meşcereleri için karışık etkili doğrusal olmayan regresyon denklemleri ile doğu ladini çap-boy modellerinin geliştirilmesi

İlker Ercanlı^{a,*}, Aydın Kahriman^b, Hakkı Yavuz^c

^a Çankırı Karatekin Üniversitesi, Orman Fakültesi, Orman Mühendisliği Bölümü, Çankırı

^b Artvin Çoruh Üniversitesi, Orman Fakültesi, Orman Mühendisliği Bölümü, Artvin

^c Karadeniz Teknik Üniversitesi, Orman Fakültesi, Orman Mühendisliği Bölümü, Trabzon

* İletişim yazarı/Corresponding author: ilkerercanli@karatekin.edu.tr, Geliş tarihi/Received: 23.03.2012, Kabul tarihi/Accepted: 02.08.2012

Özet: Tek ağaçların boy ölçümü zor ve zaman alıcı olduğundan; birçok ormancılık uygulamasında tüm ağaçların boyları ölçülememektedir. Ölçülemeyen ağaç boyları, meşceredeki ağaçların göğüs çapları ile boyları arasındaki istatistiksel ilişkileri modelleyen regresyon denklemleri ile tahmin edilmektedir. Bu çalışmada, Trabzon Orman Bölge Müdürlüğü sınırları içerisinde yer alan Doğu ladini (*Picea orientalis* (L.) Link)-Sarıçam (*Pinus sylvestris* L.) karışık meşcerelerinde gelişim gösteren doğu ladini ağaçlarının çap-boy denklemlerinin oluşturulmasında, Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Regresyon Modelleri geliştirilmesi amaçlanmıştır. Tek ağaçların çap-boy ilişkisini modellemek üzere, Schnute (1981), Huang vd (2009), Wykoff vd. (1982)'in Karışık Etkili Model yapıları oluşturulmuş ve başarı durumlarına göre karşılaştırılmıştır. En başarılı model olarak belirlenen Schnute (1981)'in modeline ilişkin Akaike (AIC) Bilgi Ölçütü değeri; 15242 ve Bayesian (BIC) Bilgi Ölçütü değeri ise; 15257 olarak hesaplanmış olup, Schnute (1981)'in modeli ile tek ağaçların boy gelişimindeki değişimin %95'ni ($R^2=0.95$) tahmin edilmektedir. Önemli derecede açıklayıcıca sahip olan ve çap-boy verilerindeki seri korelasyon problemini taşımayan Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Schnute (1981)'in modeli, Doğu ladini ağaçlarının boyunun tahmininde güvenilir bir şekilde kullanılabilir.

Anahtar kelimeler: Çap-boy ilişkisi, Doğu ladini, Karışık etkili doğrusal olmayan regresyon modeli

The construction of diameter-height models based on nonlinear mixed effect regression equations for oriental spruce located in mixed oriental spruce-scotch pine stands at Trabzon Forest District

Abstract: Because of hard-working and time-consuming measurements for tree height, heights for all tree in sample plots can't be measure in many forest applications. These unmeasured tree heights can be predicted by height-diameter models relating tree height and diameters. In modeling the relationships between tree height and diameter, autocorrelation or serially correlations can be occurred in nested sampling systems for tree data measuring forest ecosystems. In this study, it is proposed to predict Nonlinear Mixed Effect Regression Models to alleviate these autocorrelation problems for constructing stand height-diameter curves in Oriental spruce (*Picea orientalis* (L.) Link) trees growing admixtures with scotch pine (*Pinus sylvestris* L.). The Schnute (1981), Huang et al. (2009), Wykoff et. al. (1982) nonlinear mixed effect model structure were predicted and compared for model height-diameter relationships in this study. In comparing these models, The Schnute (1981)'s nonlinear mixed effect model produced the best prediction results based on accuracy statistics. The Akaike (AIC) and Bayesian (BIC) Information Criterion were calculated as 15242 and 15257 and Schnute (1981) model predicted the % 95 percent of variability for height ($R^2=0.95$). Schnute (1981) model with significant explanatory at variability of height and without serial correlation in diameter and height data will be use reliably to obtain predictions for oriental spruce tree heights.

Keyword: Relationships between height and diameter, Oriental spruce, Nonlinear mixed effect regression model

1. Giriş

Meşcere yapıları hakkında bilgilerin elde edilmesinde, tek ağaçların çap ve boy değerleri büyük bir önem arz etmektedir (van Laar ve Akça, 2007). Özellikle, önemli meşcere öğeleri olan meşcere göğüs yüzeyi ve hacmi; tek ağaçların çapına, verim gücü (bonitet) ise ağaçların boyuna göre belirlenmektedir. Ayrıca çeşitli silvikültürel uygulamaların meşcere yapılarına etkilerinin belirlenmesinde ve meşcerelerin gelecekteki artım ve büyüme değerlerinin tahmin edilmesinde, tek ağaçların çap ve boy değerlerinden yararlanılmaktadır (Davis vd., 2001). Ormancılıktaki bu

önemi ile tek ağaçların çap ve boy değerleri, orman envanterinde yaygın bir biçimde ölçülen tek ağaç özelliklerini oluşturmaktadır (Avery ve Burkhart, 1983). Ormancılık envanter uygulamalarında, tek ağaçların çap ölçümü kolaylıkla gerçekleştirilebilirken, ağaçların boy ölçümü zor ve zaman alıcı olduğundan; tüm ağaçların boyları ölçülememektedir (Kalıpsız, 1984). Ölçülemeyen ağaç boyları ise, meşceredeki ağaçların göğüs çapları ile boyları arasındaki istatistiksel ilişkileri modelleyen meşcere boy eğrileri ile tahmin edilmektedir (van Laar ve Akça, 2007). Meşcere boy eğrileri; ağaçların ölçümü kolay olan çapları ile ölçümü zor olan boylarını tahmin eden çeşitli istatistiksel

fonksiyonlar ile ifade edilmektedir (Avery ve Burkhart, 1983). Genellikle doğrusal olmayan (Non-linear relationship) bir trend gösteren çap-boy ilişkileri, çok farklı doğrusal olmayan istatistiksel fonksiyonlar ile modellenmektedir (Gadow ve Hui, 1999). Curtis (1967), Clutter ve Allison (1974), Yang vd. (1978), Wykoff vd. (1982), Harrison vd. (1986), Gaffrey (1988), Huang vd. (1992), Huang ve Titus (1993), Zhang (1997), Fang ve Bailey (1998), Peng (1999), Fekedulegn vd. (1999), Jayaraman ve Zakrzewski (2001), Robinson ve Wykoff (2004) gibi çalışmalarda birçok farklı doğrusal olmayan regresyon denklemleri, çap-boy ilişkilerini modellemede kullanılmıştır. Söz konusu bu regresyon denklemlerinin elde edilmesinde ise, Doğrusal olmayan (Nonlinear regression) regresyon analizi yöntemi kullanılmaktadır. Regresyon denklemlerinin elde edilmesinde, farklı yapıdaki meşcerelerden alınan çap-boy değerleri kullanılmaktadır. Özellikle farklı sıklık, verim gücü ve yaştaki meşcerelerden elde edilen bu veriler, çap-boy ilişkilerinin temsil edilmesindeki modelleme başarısını olumsuz yönde etkilemektedir (Castedo Dorado vd., 2005). Çünkü meşcere özelliklerindeki bu değişkenliğin bir sonucu olarak, çap-boy ilişkisi meşcerelere göre önemli derecede farklılık göstermektedir (Curtis, 1967). Tek bir regresyon denklemi ile söz konusu bu farklılıkların modellenmesi ve temsil edilmesi, çoğu durumda mümkün olamamaktadır (Sharma ve Zhang, 2004). Bu bakımdan, çap-boy ilişkisini modelleyen doğrusal olmayan regresyon denklemlerinde, çeşitli meşcere özelliklerinin de (meşcere yaşı, bonitet endeksi, üst boyu, orta çapı, ağaç sayısı, göğüs yüzeyi vb.) içerilmesi ve genelleştirilmiş boy denklemlerinin (*generalized height-diameter models*) geliştirilmesi önerilmiştir (Lappi, 1997). Fulton (1999), Huang vd. (2000), Peng vd. (2001), Zhang vd. (2002), Soares ve Tomé (2002), Lopéz Sánchez vd. (2003), Eerikäinen (2003), Sharma ve Zhang (2004), Temesgen ve Gadow (2004) çeşitli meşcere özelliklerini içeren genelleştirilmiş boy denklemlerini geliştirmişlerdir. Ülkemizde çeşitli türler için genelleştirilmiş çap-boy denklemleri geliştirilmiştir (Sönmez, 2009; Mısır, 2010).

Genelleştirilmiş boy denklemlerinin, ağaç çapı yanında çeşitli meşcere özelliklerini içermeleri ile belirli oranda tahmin gücü artışı elde edilmesine karşın (Sharma ve Zhang, 2004; Temesgen ve Gadow, 2004), özellikle farklı yapıdaki meşcerelerden elde edilen verilerin, bir veri havuzunda bir araya getirilmesi ile hiyerarşik veri yapıları ortaya çıkmaktadır. Hiyerarşik veri yapıları, ormancılık uygulamalarında sıklıkla karşılaşılan bir durumdur. Özellikle orman envanterinde, veriler; örnek alan olarak adlandırılan ve farklı meşcere yapılarını temsil etmek üzere ormanlık alanlara geçici veya devamlı olarak tesis edilen orman parçalarında yapılan ölçümler ile elde edilmektedir. Her bir örnek alan kendi içinde yetişme ortamı koşulları ve meşcere yapıları bakımından homojen bir yapıya sahip olduğu kabul edilmektedir. Farklı örnek alanlardan elde edilen bu veriler, bir veri havuzunda toplanarak; çeşitli düzeylerde büyüme modelleri, regresyon analizi ile geliştirilmektedir. Bu örnek alanlar, kendi içinde (intra) homojen ancak, kendi aralarında (inter) ise heterojen bir yapıda olup, bu şekilde edilen veri yapısı hiyerarşik bir özellik göstermektedir. Bu gibi hiyerarşik veri yapılarında, aynı grup içinde ki veriler birbiri ile bağımlı ve özelliktir. Örneğin tek ağaçların çap-boy ilişkisinde, seyrekleşen bir meşcere aynı çapa karşılık gelen büyük, sık bir meşceredeki gelişen ağaçlara oranla daha düşük değerlerde ölçülebilmektedir. Özellikle, farklı meşcere

sıklığına sahip örnek alanlardaki ağaçların boy büyümesi, sıklık olarak farklı şartlara sahip bu örnek alanlarda farklılaşarak, örnek alan içi ve ağaçlar arası etkileşim ile örnek alanlar arasında heterojen yapı söz konusu olmaktadır. Böylece regresyon modellerinin geliştirilmesinde temel varsayımlardan biri olan verilerin birbirinden bağımsızlığı varsayımı ihlal edilmektedir. Bu durum “*otokorelasyon*” veya “*seri korelasyon*” sorunu olarak adlandırılmaktadır (İyit, 2008). İstatistik bilimi; özellikle doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon modellerinin elde edilmesinde, farklı zamanlarda yapılan ölçümler ile elde edilen verilerin birbirinden bağımsız olması ve homojen bir varyansa ve dolayısıyla da benzer bir varyans-kovaryans matrisine sahip olduğu varsayımını kabul etmesine karşın, gerçekte bu varsayım çoğu durumda özellikle biyolojik bir varlıkla uğraşan bilim dallarında sağlanamamaktadır (Doğanay, 2007). Bu gibi durumlarda, veriler birbiri ile ilişkili olup, deney birimleri arasında değişen varyans gözlemlenmektedir. Ölçümler ve gruplar arası varyans-kovaryans matrisinin heterojenliği, regresyon modellerinde “*otokorelasyon*” veya “*seri korelasyon*” sorunu olarak belirginleşmektedir. Veri yapısında yer alan tekrarlı ölçümlerin birbiri ile ilişkisiz ve homojen varyansa sahip olduğu varsayımı üzerine dayanan doğrusal (linear) ve doğrusal olmayan (nonlinear) modelleme yapıları, hiyerarşik bir kümelenme gösteren verilerin modellenmesinde oldukça kullanışsız ve hatalı sonuçlar veren bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır (İyit vd., 2006). Searle vd. (1992), Özellikle bu gibi bir veri yapısına sahip veriler için doğrusal ve doğrusal olmayan modelleme yaklaşımlarının kullanılması, regresyon modellerinde parametrelere ilişkin güven aralıklarının sistematik bir hata ile tahmin edilmesine neden olduğunu ifade etmektedir (İyit vd., 2006). Bu durum, regresyon modellerinin sonuçlarının güvenilirliğini olumsuz yönde etkilemekte ve hatalı tahminlerin elde edilmesinde neden olabilmektedir (Ye, 2005). Bu bakımdan, verilerin bağımsızlığı varsayımının sağlanmadığı hiyerarşik veri yapılarında; doğrusal regresyon modellerinin geliştirilmesinde EN Küçük Kareler Yöntemi (Ordinary Least Squares, OLS) ve doğrusal olmayan regresyon modellerinde çeşitli sayısal çözümleme yöntemleri ile parametre tahmini tekniklerinin kullanımı yerine, özellikle Varyans-kovaryans matris yapısının modellenmesine imkan sağlayan *Doğrusal veya Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modelleme (Linear or Nonlinear Mixed Effect Models)* yaklaşımının kullanımı öne çıkmaktadır (Keselman vd., 1998; Wolfinger ve Chang, 1999; Littell vd., 2005). Özellikle son yıllardaki çap-boy denklemlerinin geliştirilmesinde, Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modeller (Nonlinear Mixed Effect Models) sıklıkla kullanılmaktadır (Mehtatalo, 2004; Lynch vd., 2005; Calama ve Montero, 2004; Castedo Dorado vd., 2006; Sharma ve Parton, 2007; Trincado vd. 2007; Saunders ve Wagner, 2008; Budhathoki vd., 2008; Adame vd., 2008; Crecente-Campo vd., 2010). Ülkemizde ise, doğrusal olmayan karışık etkili modellerin bir uygulaması olarak, Özcelik vd. (2011) tarafından karışık etkili gövde profili denklemleri geliştirilmiştir.

Bu çalışmada, Trabzon Orman Bölge Müdürlüğü Doğu ladini (*Picea orientalis* (L.) Link)-Sarıçam (*Pinus silvestris* L.) karışık meşcerelerinde yer alan Doğu ladini ağaç türünün çap-boy ilişkisini modelleyen doğrusal olmayan karışık etkili regresyon denklemlerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Ayrıca çeşitli doğrusal olmayan regresyon modellerinin

kullanımı ile birlikte Karışık Etkili Modelleme yaklaşımı da açıklanacaktır.

2. Materyal ve yöntem

2.1. Materyal

Bu çalışmada, Trabzon Orman Bölge Müdürlüğü Doğu Ladini-Sarıçam karışık meşcerlerinden (LCs veya CsL) alınan 106 örnek alan kullanılmıştır (Ercanlı, 2010). Ercanlı (2010) çalışmasında, Torul Orman İşletme Müdürlüğü Zigana Orman İşletme Şefliğinden 30, Kürtün OİŞ'den 20, Sarıçadağ OİŞ'den 18, Örumcek OİŞ'den 20, Maçka Orman İşletme Müdürlüğü Çatak OİŞ'den 8 ve Sürmene OİM Çaykara OİŞ'den 10 adet olmak üzere toplam 106 adet örnek alan Trabzon Orman Bölge Müdürlüğünden alınmıştır. Çizelge 1'de, örnek alanlara ilişkin çeşitli istatistiksel bilgiler verilmiştir.

Örnek alan büyüklüğü, meşcere kapalılığı ve karışımı temsil durumuna göre 600-1200 m² arasında değişmektedir. Örnek alanlar, çalışma alanındaki farklı yaş, verim gücü, sıklık ve karışım oranlarını temsil edecek şekilde alınmıştır. Her bir örnek alanda; göğüs çapları 8 cm ve daha büyük tüm ağaçlarda göğüs çapı ve çap basamaklarında dengeli bir şekilde dağıtılan 20-25 ağaçta boy ölçülmüştür. Ölçülen bu boy değerlerinin ayrıca hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş sayıda en boylu ağaçları içermesine de özen gösterilmiştir. Çap ölçümleri, çap ölçer ile mm hassasiyetinde, boy ölçümleri ise; Vertex Haglöf Boy Ölçer ile cm hassasiyetinde gerçekleştirilmiştir.

Karışık etkili çap-boy denklemlerinin parametrelerinin tahmininde ve bu denklemlerin çeşitli meşcerelere kalibre edilmesinde kullanılan veriler olmak üzere rastgele iki gruba ayrılmıştır. I. grupta, toplam verinin yaklaşık %81'i (86 örnek alan), II. grupta ise yaklaşık %19'u (20 örnek alan) bulunmaktadır.

2.2. Yöntem

2.2.1. Doğrusal Olmayan Regresyon Modelleri

Ağaçların çapları ile boyları arasındaki istatistiksel ilişkilerinin modellenmesindeki başarıları karşılaştırmak üzere, lokal ve genelleştirilmiş birçok farklı regresyon denklemi kullanılmaktadır (Huang vd., 1992; Fang ve Baily, 1998; Peng, 1999; Gadow vd., 2001; Soares ve Tomé, 2002; Temesgen ve Gadow, 2004). Lei ve Paresol (2001), regresyon denklemlerden çap-boy ilişkisini modellemek üzere seçilen modelin; (i) monotonik artış (ii) büküm noktası

(inflection point) ve (iii) yatay asimptot gibi matematiksel özellikleri taşıması gerektiğini ifade etmektedir. Peng (2001) ise, modellerin parametre sayısı, biyolojik açıklanabilirliği ve model tahminlerinin geçerliliği gibi özelliklerinin de önemli özellikler olduğunu belirtmektedir (Castedo-Dorado vd., 2006).

Schnute (1981) denklemi, yatay asimptota sahip olması ile farklı çap-boy ilişkilerini modellemekte oldukça başarılı olup, ayrıca doğrusal olmayan modelleme ile kolaylıkla çözüm (*Yakınsak Çözüm*) elde edilebilmektedir (Lei ve Paresol, 2001). Schnute (1981) denklemi aşağıda verilmiştir.

$$h = \left(h_1^{b_1} + (h_2^{b_1} - h_1^{b_1}) \frac{1 - e^{-b_2(d-d_1)}}{1 - e^{-b_2(d_2-d_1)}} \right)^{\frac{1}{b_1}} + \varepsilon \quad (1)$$

Bu eşitlikte; h tahmin edilecek ağaç boyunu (m), d göğüs çapını (cm), d₁ örnek alandaki minimum göğüs çapını (cm), d₂, örnek alandaki maksimum göğüs çapını (cm), örnek alanda d₁ çapına karşılık gelen ağaç boyunu (m), h₂, örnek alanda d₂ çapına karşılık gelen ağaç boyunu (m), b₁ ve b₂ model parametreleri ve ε ise model hatasını ifade etmektedir. Genel bir uygulama olarak, çap-boy denklemlerini göğüs çapının 0 (d=0) olduğu durumda boyu 1.3 m (h=1.3) olarak tahmin edecek şekilde düzenlenmektedir (Castedo-Dorado vd., 2006). Bu özellik, örnek alandaki en küçük çapı ifade eden d₁ değişkenini; 0, örnek alandaki d₁ çapına karşılık gelen boyu ifade eden h₁ değişkenini; 1.3 olarak modele ilave edilmesi ile sağlanmaktadır. Ayrıca modelde en kalın çaplı ağacın çapının d₂ ve bu çapa karşılık gelen boyun h₂ kullanılması, veri setindeki aşırı değerlerin model tahminlerini olumsuz bir şekilde etkileyebilmesi gibi bir sonucun elde edilmesine neden olabilmektedir (Fang ve Bailey, 1998). Bu nedenle; modelde d₂ ve h₂ değişkenleri yerine, örnek alanda hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş en kalın çaplı ağaçların ortalama çapı D₀ ve boyu H₀ kullanılması önerilmektedir (Castedo-Dorado vd., 2006). Böylece yapılan düzenlemeler ile Schnute (1981) denklemi aşağıdaki şekli almaktadır.

$$h = \left(1.3^{b_1} + (H_0^{b_1} - 1.3^{b_1}) \frac{1 - e^{-b_2 d}}{1 - e^{-b_2 D_0}} \right)^{\frac{1}{b_1}} + \varepsilon \quad (2)$$

Ağaçların çap-boy ilişkilerini modellemede başarılı diğer bir doğrusal olmayan regresyon denklemi, Chapman-Richards modelinin düzenlenmiş biçimi olan Huang vd (2009)'ın modeli aşağıda verilmiştir.

$$h = 1.3 + (b_1 + b_2 H_{dom}) [1 - e^{-b_3 d}]^{b_4} + \varepsilon \quad (3)$$

Çizelge 1. Çalışma materyali Doğu Ladinine ilişkin bazı istatistiksel bilgiler

Değişkenler	Model	Minimum	Maksimum	Aritmetik ortalama (\bar{X})	Standart sapma (s)
Çap	Modelleme (I. Grup veri)	6.00	100.20	19.53	8.95
	Kalibrasyon (II. Grup Veri)	5.50	62.00	18.32	8.46
Boy	Modelleme (I. Grup veri)	3.20	36.40	14.64	5.59
	Kalibrasyon (II. Grup Veri)	4.50	32.00	14.03	5.77
D ₀	Modelleme (I. Grup veri)	22.11	47.20	34.05	3.62
	Kalibrasyon (II. Grup Veri)	21.50	47.35	31.90	6.35
H ₀	Modelleme (I. Grup veri)	10.86	29.78	21.64	3.51
	Kalibrasyon (II. Grup Veri)	12.17	30.67	21.65	4.08
H _{dom}	Modelleme (I. Grup veri)	11.15	30.80	22.35	3.62
	Kalibrasyon (II. Grup Veri)	12.42	30.67	21.35	4.39

D₀ ve H₀ değişkenleri; örnek alanda hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş en kalın çaplı ağaçların ortalama çapı ve boyunu, H_{dom}, örnek alanda hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş sayıda en boylu ağaçların boy ortalamasını ifade etmektedir.

Bu çalışmada kullanılan son çap-boy denklem, PROGNOSIS büyüme modelinde de kullanılmış olan Wykoff vd. (1982)'in modelidir. Wykoff vd. (1982)'in aşağıdaki şekildedir.

$$h = 1.3 + e^{[(b_1) + \frac{b_2}{d}]} + \varepsilon \quad (4)$$

Söz konusu bu model, diğer iki modelden farklı olarak, meşcere ait özellikleri içermemektedir. Böylece meşcere özellikleri içeren modelleme yapısı ile içermeyen modellerin, çap-boy ilişkilerini modellemedeki başarılarının karşılaştırma imkanı elde edilmiş olacaktır.

2.2.2. Karışık Etkili Modelleme (Nonlinear Mixed Effect Models)

Karışık etkili modellemenin model yapısı, doğrusal ve doğrusal olmayan modelleme farklı olarak, parametrelerin sabit ve rasgele etkilere ilişkin parametre olmak üzere iki gruba ayrıldığı bir yapıya dayanmaktadır. Sabit etkili parametre toplumun tamamı için geçerli olan genel trendi ifade ederken, rasgele etkili parametre ise farklı örnekleme üniteleri arasında oluşan değişkenliği tanımlamaktadır. Karışık modellerde model yapısı aşağıda verilmiştir.

$$Y_{ij} = f(\Phi_i, X_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad (5)$$

Y_{ij} i. örnek alandaki (tekrarlı ölçümlerde, i. ölçüm) j. ağaca ilişkin ölçülen bağımlı değişken değerini, X_{ij} i. örnek alandaki (tekrarlı ölçümlerde, i. ölçüm) j. ağaca ilişkin ölçülen bağımsız değişken değerini, Φ_i modele ilişkin parametre değerlerini, ε_{ij} model hatalarını göstermektedir (Calama ve Montero, 2004; Castedo Dorado vd., 2006; Crecente-Campo vd., 2010). Karışık modellerin, model parametrelerini sabit etkili ve rasgele etkili parametre olarak iki sınıfta değerlendirmesi ise aşağıdaki formül ile gösterilebilir (Castedo Dorado vd., 2006).

$$\Phi_i = A_{ij}\beta + B_{ij}b_i \quad (6)$$

Bu gösterimde, β sabit etkilere ilişkin parametre olup, popülasyonun tamamı için hesaplanırken, b_i rasgele etkilere ilişkin parametre olup, örnek alanlar arasındaki veya tekrarlı ölçümlerde ölçüm periyotları arasındaki farklılığı tanımlamaktadır. Karışık modelleme yaklaşımında, sabit etkili parametreler, modellerin tahmin edilmesi süreci ile birlikte elde edilir. Sabit etkili parametreler, modelin geliştirildiği tüm toplum için geçerli olan ve söz konusu toplumun büyümedeki genel eğilimlerini ortaya koymaktadırlar. Sabit etkili parametrelere ilişkin tahminler, örnek alandan örnek alana veya meşcereden meşcere göre farklılıklar göstermezler, tüm toplum için sabit değerlerdir. Diğer taraftan, rasgele etkili parametrelerin tahmini ise, modellerin uygulanacağı örnek alan veya meşcere için gerçekleştirilir. Örnek alandan örnek alana ve meşcereden meşcere değişkenlik gösterirler. Rasgele değişkenlerin, farklı örnek alanlar ve meşcereler için tahmin edilebilmesi, özellikle karışık etkili modellerin farklı meşcerelerin sahip olduğu büyümedeki değişkenliği temsil edebilecek tahminlerin elde edilmesine imkan sağlamaktadır. Bu durum, karışık etkili modellerin, farklı örnek alanlarda

tahmin başarılarını ve gerçekçiliğini artırmaktadır (Crecente-Campo vd., 2010).

Karışık modellerde, rasgele etkilere ilişkin parametreye ve model hataları için temel varsayım,

$$b_i \sim N(0, D) \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, R) \quad (8)$$

biçiminde gösterilip, b_i rasgele etkilere ilişkin parametrenin, aritmetik ortalaması 0 ve varyansı D, model hatası olan ε_{ij} 'nin, aritmetik ortalaması 0 ve varyansı R olan bir normal dağılıma sahip olduğu şeklinde ifade edilebilir. Bu varsayımlarda ifade edilen D ve R matrislerinin tahmini, karışık modellerin önemli bir yönünü oluşturmaktadır (Lappi, 1997). D matrisi, örnek alanlar arasındaki (tekrarlı ölçümlere ölçüm periyotları arasında) değişkenliği ifade eden ve pozitif tanımlı varyans-kovaryans matrisi iken, R matrisi ise örnek alan içindeki veriler arasındaki değişkenliği tanımlayan varyans-kovaryans matrisidir. Özellikle gerek örnek alanlar (tekrarlı ölçümlere ölçüm periyotları arasında) gerekse örnek bireyler arasındaki değişkenliği tanımlayan ve modelleyen söz konusu bu D ve R varyans-kovaryans matrislerinin formülleri aşağıdaki eşitliklerle gösterilebilir.

$$D = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \sigma_{uv}^2 \\ \sigma_{uv}^2 & \sigma_v^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R = \sigma^2 I_i \quad (10)$$

Yukarıda gösterilen bu eşitliklerde, σ_u^2 ; u rasgele etkili parametrenin varyansını, σ_v^2 ; v rasgele etkili parametrenin varyansını, σ_{uv}^2 ; rasgele etkili parametreler arasındaki kovaryansını, σ^2 ; modele ilişkin hata değerini, I_i ; satır-sütun sayısı karışık modelin uygulanacağı örnek alandaki kalibrasyon için kullanılacak veri sayısına eşit olan ve sabit olmayan varyansı tanımlayan diagonal matris değeridir (Castedo Dorado vd., 2006; Trincado vd., 2007).

Sabit etkili parametrelerin tahmin edilmesini izleyen sonraki süreçte, karışık etkili modellerin farklı yetiştirme ortamları ve örnek alanlar için kullanılabilmesi için; rasgele etkili parametrelerin, bu alanlardan alınacak yeni verilere bağlı olarak tahmin edilmelidir. Rasgele etkili parametrelerin söz konusu bu örnek alanlar için tahmin edilmesi ile karışık modeller bu alanlar için uygulanabilir bir duruma gelmektedir ki, karışık etkili modelleme çalışmalarında bu süreç; modellerin “kalibre edilmesi, Calibration” olarak adlandırılmaktadır (Crecente-Campo vd. (2010). Kalibre edilen modeller ile bu alanlar için daha doğru, tutarlı ve güvenilir tahminlerin elde edilmesi imkanları sağlanmaktadır (Castedo-Dorado vd., 2006; Crecente-Campo vd., 2010). Karışık etkili modellerde, örnek alanlardan yeni elde edilen gözlem değerleri kullanılarak, rasgele parametreler hesaplanmakta ve popülasyonun tamamı için geçerli olan sabit etkili parametre değerlerine, bu rasgele parametre eklenerek (rastgele parametre negatif ise; çıkarılarak), söz konusu örnek alan için geçerli parametre değerleri hesaplanmaktadır. Ormancılık uygulamalarında karışık modellerin kalibre edilmesinde, Lappi (1991)'nin ormancılıkta ilk olarak

kullandığı ve Henderson eşitlikleri olarak da adlandırılan *En iyi Doğrusal Yansız Ön kestirici (Best Linear Unbiased Predictor, BLUP)* yöntemi kullanılmaktadır. Hökkä (1997), Jarayaman ve Lappi (2001), Jayaraman ve Zakrzewski (2001), Calama ve Montero (2004), Mehtätalo (2004), Lynch vd., 2005; Castedo Dorado vd., 2006; Crecente-Campo vd. (2010) çalışmalarında, rasgele etkili parametre tahmininde Henderson eşitliklerini kullanılmışlardır.

En iyi Doğrusal Yansız Ön kestirici (Best Linear Unbiased Predictor, BLUP) yöntemi, özellikle rasgele etkili parametrenin tahmininde kalibre edilecek yetiştirme ortamı veya örnek alanda belirli sayıda yeni verinin ölçümüne gerek duymaktadır (Crecente-Campo vd., 2010). Özellikle, örnek alanlarda hangi ağaçların (En kalın, en ince veya orta çapa yakın ağaçlar) ölçüleceğinin belirlenmesi, karışık etkili modellerin “Kalibrasyon Yanıtı” (Calibration response) olarak adlandırılmaktadır. Bu amaçla, örnek alanlarda, farklı özellikte ve sayıda ağaçlar kullanılarak, rasgele parametreler hesaplanmakta, bir sonraki aşamada yapılan tahminlerin hata değerleri analiz edilmektedir. Bu yöntem ile rasgele etkili parametre, aşağıdaki eşitlikle tahmin edilmektedir.

$$\hat{b}_i \approx DZ'_i(R + Z_iDZ'_i)^{-1}(Y_i - A_{ij}\beta) \quad (11)$$

Bu eşitlikte yer alan D ve R bileşenleri, daha önce tanımlanmış varyans-kovaryans matrisleri olup, Z_i bileşeni; rasgele etkili parametreler için dizayn matrisi iken Z'_i; Z_i matrisinin tersi olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca yukarıdaki eşitlikte, (Y_i-A_{ij}β) bileşeni, karışık modelde sadece sabit etkili parametreler kullanılarak yapılacak tahminin, gözlem değerinden çıkarılması ile hesaplanmaktadır (Schmidt vd., 2010).

Bu çalışmada, karışık modellerin kalibrasyon yanıtını belirlemede aşağıdaki seçenekler denemiştir (Paulo vd., 2011; Crecente-Campo vd., 2010);

- 1.) Örnek alanda sırasıyla en küçük çapa sahip üç ağacın çapı ve boyları (1., 2. ve 3. en küçük çapa sahip ağaç)
- 2.) Örnek alandaki sırasıyla en kalın çapa sahip üç ağacın çapı ve boyu (1., 2. ve 3. en kalın çapa sahip ağaç)
- 3.) Örnek alanda göğüs yüzeyi orta ağacının çapına yakın üç ağacın çapı ve boyu

Yukarıda ifade edilen seçeneklere bağlı olarak, II. veri grubunu oluşturan ve çap-boy modellerinin tahmin edilmesinde kullanılmayan 20 adet örnek alandaki çap-boy değerleri ile ilk olarak BLUP yöntemine ilişkin 11 numaralı eşitlikle rasgele parametre tahmin edilerek, karışık etkili modeller; söz konusu bu örnek alanlar için kalibre edilmiştir. Daha sonra, örnek alanlar için kalibre edilen karışık model eşitlikleri ile söz konusu çaplara ilişkin boylar tahmin edilip, arazide ölçülen boy değerleri arasındaki fark olarak hesaplanan model hataları analiz edilmiştir. Özellikle, en düşük hata değerine sahip olan seçenek, karışık modellerin kalibre edilmesinde kullanılabilir kalibrasyon yanıtı olarak seçilmiştir. Özellikle, karışık etkili modellerin kalibrasyon yanıtının belirlemedeki rastgele parametrelerin tahminleri; Trincado vd. (2007) tarafından verilmiş olan SAS program kaynak kodu kullanılmıştır.

Karışık etkili modellerin kalibrasyon yanıtını belirlemede karşılaştırılan bu seçeneklerden en iyi sonucu veren seçeneğin belirlenmesinde ise; Ortalama Hata (bias) ve Hataların Ortalama Kare Kökü (Root Mean Standart Error, RMSE) değerleri kullanılmıştır.

$$\text{Ortalama Hata (Bias)} = \frac{\sum(h_i - \hat{h}_i)}{n} \quad (12)$$

$$\text{Hataların Ortalama Kare Kökü (RMSE)} = \sqrt{\frac{\sum(h_i - \hat{h}_i)^2}{n-1}} \quad (13)$$

Bu formüllerde, h_i; arazide ölçülmüş olan boyları, \hat{h}_i ; model ile tahmin edilen boyları ve n; veri sayısını göstermektedir.

2.2.3. Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modelleri

Bu çalışmada, çap-boy ilişkilerinin modellenmesinde; karışık etkili modelleme yapısı Castedo-Dorado vd. (2006) tarafından düzenlenmiş olan Schnute (1981)'in modeli (Model 1), Huang vd (2009)'in düzenlediği Chapman-Richards modeli (Model 2) ve Meng vd. (2008) tarafından düzenlenmiş olan Wykoff vd. (1982)'in modeli (Model 3) kullanılmıştır. Özellikle bu modellerin karışık etkili model yapıları, sözü edilen çalışmalardan elde edilmiş ve aşağıda verilmiştir. Schnute (1981) denkleminin karışık etkili model yapısı aşağıdaki gibidir (Castedo-Dorado vd., 2006).

Model 1:

$$h = \left(1.3^{b_1+v} + (H_0^{b_1+v} - 1.3^{b_1+v}) \frac{1-e^{-(b_2+u)d}}{1-e^{-(b_2+u)D_0}}\right)^{\frac{1}{b_1+v}} + \varepsilon \quad (14)$$

Denklemden, b₁ ve b₂ modelin sabit etkili parametreleri olup, u ve v parametreleri ise rastgele etkili parametreleri ifade etmektedir. Chapman-Richards modelinin karışık etkili model yapısı düzenlenmiş biçimi aşağıdaki gibidir (Huang vd., 2009).

Model 2:

$$h = 1.3 + \left((b_1 + v) + b_2 H_{dom}\right) [1 - e^{-b_3 d}]^{(b_4+u)} + \varepsilon \quad (15)$$

Wykoff vd. (1982)'in modelinin Meng vd. (2008) tarafından düzenlenmiş karışık etkili model yapısı ise şu şekildedir:

Model 3:

$$h = 1.3 + e^{\left[(b_1+u) + \frac{(b_2+v)}{d}\right]} + \varepsilon \quad (16)$$

Yukarıda eşitlikleri verilen doğrusal olmayan karışık etkili regresyon modellerinin parametre tahminlerinin elde edilmesinde, Maksimum Olabilirlik (Maximum Likelihood) yöntemini esas alan SAS İstatistik Paket Programındaki NLMIXED prosedürü kullanılmıştır (SAS, 2004). Bu çalışmada kullanılan farklı regresyon modellerinin karşılaştırılarak, ağaçların çap-boy ilişkisini modellemedeki en başarılı denklemin belirlenmesinde ise; Belirtme Katsayısı (R²), Akaike Bilgi Ölçütü (Akaike's Information Criterion, AIC) ve Bayesian Bilgi Ölçütü (BIC) kullanılmıştır. Özellikle kullanılan regresyon modelleri ile bağımlı değişkendirdeki açıklanan değişkenliğin oranını veren belirtme katsayısının olabildiğince büyük ve 1'e yakın, AIC ve BIC ölçütlerinin ise olabildiğince küçük olması istenilmektedir (Castedo-Dorado vd., 2006). AIC ve BIC ölçütleri, çap-boy denklemlerinin karşılaştırılmasında yaygın bir biçimde kullanılan başarı ölçütleri olup, başarı ölçütlerine ilişkin eşitlikler aşağıda verilmiştir.

$$AIC = -2\log L + 2q \quad (17)$$

$$BIC = -2\ln(L) + q\ln(N) \quad (18)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (h_{ij} - \hat{h}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (h_{ij} - \bar{h}_{ij})^2} \quad (19)$$

Bu eşitliklerde, L ; *Logaritmik Likelihood* fonksiyonun maksimum değerini, q ; tahmin edilen sabit etkili ve rasgele etkili varyans bileşeni sayısını, N ; örnek alan sayısını, n örnek alandaki boyu ölçülen ağaç sayısını, h_{ij} ve \hat{h}_{ij} ölçülen ve tahmin edilen ağaç boylarını ifade etmektedir.

3. Bulgular

Ağaçların çap ve boyları arasındaki ilişkiyi modelleyen karışık etkili doğrusal olmayan modellerin sabit etkili parametreleri (b_1, b_2), rasgele parametrelere ilişkin varyans değerleri (σ_u^2, σ_v^2), kovaryans değerleri ile modellerin başarı ölçütleri olan Akaike ve Bayesian Bilgi Ölçütü değerleri Çizelge 2'de verilmiştir.

Model 1'e ilişkin AIC değeri; 15242 ve BIC değeri 15257, Model 2'e ilişkin AIC değeri; 15501 ve BIC değeri 15520 ve Model 3 için ise; AIC değeri; 15693 ve BIC değeri 15708 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca Modellerin belirtme katsayıları ise sırasıyla 0.95, 0.88, 0.80'dir. Özellikle karışık etkili doğrusal olmayan regresyon modellerinin karşılaştırılmasında, belirtme katsayısı yerine AIC ve BIC değerleri tercih edilmekte ve bilgi kriterleri sayısal değer olarak küçük hesaplanan regresyon modelleri, başarılı model olarak değerlendirilmektedir (Castedo-Dorado vd., 2006). Bu çalışmada karşılaştırılan denklemlerden, en küçük AIC ve BIC değerlerine sahip ve Castedo-Dorado vd. (2006) tarafından karışık etkili model eşitliği düzenlenmiş olan Schnute (1981)'un modeli; ağaçların çap-boy ilişkisini modellemede en başarılı denklem olarak belirlenmiştir.

Karışık etkili modelleme sürecinde, en önemli bir aşamada; çap-boy değerlerinin modellenmesinde başarılı olarak belirlenen model kalibrasyon yanıtlarının ortaya konulmasıdır. Bu amaçla modellerin oluşturulmasında ve parametre tahminlerinde kullanılmamış olan 20 adet örnek alan verisi (II. veri grubu) ile Schnute (1981) modeli (Model 1) kalibre edilmiştir.

Schnute (1981) modeli, II. veri grubuna kalibre edilirken ilk önce, D ve R varyans-kovaryans matrislerinin belirlenmesi gerekir. 9 ve 10 numaralı matris formülleri ve Çizelge 2'de verilen rasgele etkili parametrelere ilişkin tahmin sonuçları yerine konursa, D ve R varyans-kovaryans matrisleri aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$D = \begin{bmatrix} 0.001817 & -0.02385 \\ -0.02385 & 0.3507 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$R = 4.0449 \cdot I(3) \quad (21)$$

Yukarıda gösterilen Schnute (1981) modeline ilişkin matris eşitliklerinde, 0.001817 değeri; u rasgele etkili parametrenin varyansını, 0.3507 değeri; v rasgele etkili parametrenin varyansını, -0.02385 değeri; rasgele etkili parametreler arasındaki kovaryansını, 4.0449 değeri; modele ilişkin hata değerini; I(3)3x3'lük (karışık modelin uygulanacağı örnek alanda kalibrasyon için seçilmiş veri sayısı) diagonal matris değerlerini göstermektedir. Bu çalışmada, diagonal matris 3x3'lük matrisi ifade etmesi ile birlikte, özellikle karışık etkili modeller; örnek alanlarda 3 ağaç yerine 4 ya da 5 ağaç ile kalibre edildiklerinde; 4x4 ya da 5x5'lik diagonal matrisler kullanılabilir. D ve R varyans-kovaryans matrisleri belirlendikten sonra, kalibrasyon verisini oluşturan 20 örnek alanındaki en küçük üç ağacın çapı ve boyu (1. Seçenek), en kalın üç ağacın çapı ve boyu (2. Seçenek) ve göğüs yüzeyi orta ağacının çapına yakın üç ağacın çapı ve boyu (3. Seçenek) değerleri kullanılarak, En iyi Doğrusal Yansız Ön kestirici (Best Linear Unbiased Predictor, BLUP) yöntemine ilişkin 11 numaralı eşitlikle rasgele etkili parametreler, söz konusu bu örnek alanlar için hesaplanmıştır. Bu hesaplamalarda, daha öncede ifade edildiği üzere Trincado vd. (2007) tarafından verilmiş olan SAS program kaynak kodu kullanılmıştır.

Kalibrasyon yanıtlarına ilişkin seçeneklerin karşılaştırılmasında ise, Ortalama Hata (bias) ve Hataların Ortalama Kare Kökü (Root Mean Standart Error, RMSE) değerleri hesaplanmıştır. 1. Seçeneğe ilişkin ortalama hata değeri (bias); 1.922 m, 2. Seçeneğe ilişkin ortalama hata değeri; 0.1747 m ve 3. Seçeneğe ilişkin ortalama hata değeri; 0.3059 m'dir. 1. Seçeneğe ilişkin Hataların Ortalama Kare Kökü değeri; 3.3608 m, 2. Seçeneğe ilişkin Hataların Ortalama Kare Kökü değeri; 2.3637 m ve 3. Seçeneğe ilişkin Hataların Ortalama Kare Kökü değeri; 2.3146 m'dir. Bu hatalar değerlendirildiğinde, örnek alanındaki en küçük üç ağacın çapı ve boyuna dayanan 1. Seçeneğin, Ortalama Hata ve Hataların Ortalama Kare Kökü değerleri bakımından en başarısız sonuçlara sahiptir. Diğer taraftan, Ortalama Hata bakımından en kalın üç ağacın çapı ve boyuna dayanan 2. Seçeneğin en iyi, Hataların Ortalama Kare Kökü değeri bakımından ise göğüs yüzeyi orta ağacının çapına yakın üç ağacın çapı ve boyuna dayanan 3. Seçeneğin en iyi sonuçlara sahiptir. Ancak Ortalama Hata değeri bakımından 2. Seçenek, 3. Seçeneğe göre %42.89 [(0.1747-0.3059)/0.3059] daha başarılı iken, Hataların Ortalama Kare Kökü değeri bakımından 3. Seçenek, 2. Seçeneğe göre %2.08 [(2.3146-2.3637)/2.3637] oranında daha başarılıdır. Bu değerler bakımından, Schnute (1981) denkleminin karışık etkili regresyon model yapısı olarak en başarılı kalibrasyon yanıtı, örnek alanlardaki en kalın çaplı üç ağacın çap ve boy değerlerinin ölçülmesi ile elde edilmiştir.

Kalibrasyon yanıtı belirlenmiş olan Schnute (1981) denkleminin, kalibrasyon verisi içinde olan 10 ve 45 numaralı örnek alan için rasgele etkili parametrelerle düzenlenmesine ilişkin bir örnek uygulama aşağıda verilmiştir. Söz konusu bu örnek alanlar için, En iyi Doğrusal Yansız Ön kestirici yöntemi ile hesaplanan rasgele etkili parametreler (u ve v parametreleri), 10 numaralı örnek alan için; -0.03375 ve 0.4962119 olup, 45 numaralı örnek alan için ise; -2.539472 ve -0.032257'dir. Aşağıda tüm toplum için genel çap-boy trendini ifade eden Schnute (1981) denklemi verilmiştir (Formül 22).

Çizelge 2. Karışık etkili modellere ilişkin sonuçlar

	Parametreler	Parametre Tahmini	Standart Hata	t	p	
<i>Model 1</i>	Sabit Etkili Parametreler	b_1	0.06108	0.004389	13.92	<0.0001
		b_2	0.4819	0.06234	7.73	<0.0001
	Rasgele Etkili Parametre Varyansları	σ_u^2	0.001817	0.000045	40.37	<0.0001
		σ_v^2	0.3507	0.0180	19.48	<0.0001
	Kovaryans	σ_{uv}^2	-0.02385	0.000654	-36.46	<0.0001
	Model Hatası	σ^2	4.0449	0.09872	40.98	<0.0001
	AIC=15242; BIC=15257; R ² =0.95					
<i>Model 2</i>	Sabit Etkili Parametreler	b_1	10.8520	1.5288	7.10	<0.0001
		b_2	0.7926	0.06607	12.00	<0.0001
		b_3	0.04423	0.002714	16.29	<0.0001
		b_4	1.2935	0.05008	25.83	<0.0001
	Rasgele Etkili Parametre Varyansları	σ_u^2	8.6843	2.1108	4.11	<0.0001
		σ_v^2	0.04849	0.01042	4.65	<0.0001
	Kovaryans	σ_{uv}^2	0.4990	0.1213	4.11	<0.0001
Model Hatası	σ^2	4.3035	0.1051	40.94	<0.0001	
AIC=15501; BIC=15520; R ² =0.88						
<i>Model 3</i>	Sabit Etkili Parametreler	b_1	3.4770	0.02191	158.70	<0.0001
		b_2	-16.9024	0.3471	-48.69	<0.0001
	Rasgele Etkili Parametre Varyansları	σ_u^2	0.04257	0.006712	6.34	<0.0001
		σ_v^2	10.3322	1.8543	5.57	<0.0001
	Kovaryans	σ_{uv}^2	-0.5523	0.1008	-5.48	<0.0001
	Model Hatası	σ^2	4.4372	0.1084	40.94	<0.0001
AIC=15693; BIC=15708; R ² =0.80						

22 nolu denklemde, D_0 ve H_0 değişkenleri; örnek alanda hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş en kalın çaplı ağaçların ortalama çapı ve boyunu, b_1 ve b_2 modelin sabit etkili parametreleri, u ve v parametreleri ise rasgele etkili parametreleri ifade etmektedir. Söz konusu bu denklemde, 10 numaralı ve 45 numaralı örnek alanlar için hesaplanmış olan u ve v rasgele etkili parametreler yerine konulursa; örnek alanlardaki çap-boy değişimini ifade eden karışık etkili çap-boy modeli elde edilmiş olur.

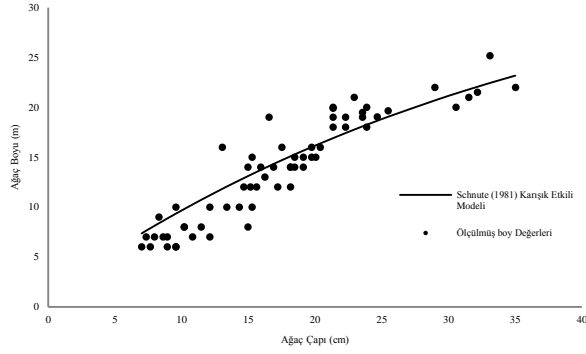
10 numaralı örnek alan için çap-boy denklemi formül 23'te, 45 numaralı örnek alan için çap-boy denklemi ise formül 24'te verilmiştir.

Çap-boy denklemleri verilen örnek alanlar için çap-boy değişimleri Şekil 1 ve 2'de verilmiştir. Bu şekiller incelendiğinde, karışık etkili modelleme ile elde edilmiş olan model davranışlarının, arazide gözlemlenen değişim ile oldukça benzer olduğu görülebilir.

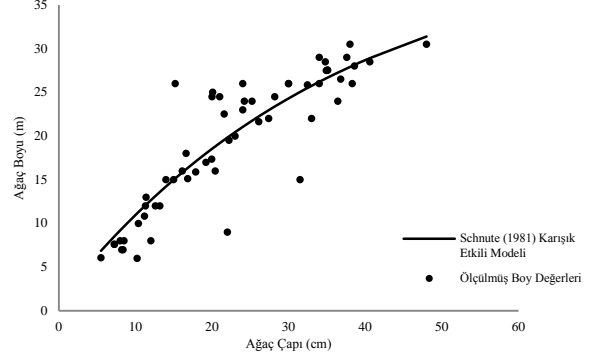
$$h = \left(1.3^{0.06108+v} + (H_0^{0.06108+v} - 1.3^{0.06108+v}) \frac{1-e^{-(0.4819+u)d}}{1-e^{-(0.4819+u)D_0}} \right)^{\frac{1}{0.06108+v}} \quad (22)$$

$$h = \left(1.3^{0.5573} + (H_0^{0.5573} - 1.3^{0.5573}) \frac{1-e^{-(0.4482)d}}{1-e^{-(0.4482)D_0}} \right)^{\frac{1}{0.5573}} \quad (23)$$

$$h = \left(1.3^{0.0288} + (H_0^{0.0288} - 1.3^{0.0288}) \frac{1-e^{-(2.0576)d}}{1-e^{-(2.0576)D_0}} \right)^{\frac{1}{0.0288}} \quad (24)$$



Şekil 1. 10 numaralı örnek alan için ölçülmüş çap-boy değerleri ile Schnute (1981) karışık etkili modelinin değişimi



Şekil 2. 45 numaralı örnek alan için ölçülmüş çap-boy değerleri ile Schnute (1981) karışık etkili modelinin değişimi

4. Tartışma ve sonuç

Bu çalışmada, Trabzon Orman Bölge Müdürlüğü Doğu ladini-sarıçam karışık meşcerelerinde yer alan Doğu ladini ağaç türünün çap-boy ilişkisi için Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Regresyon Modelleri geliştirilmiştir. Bu amaçla, çalışmaya konu meşcerelerinden Ercanlı (2010) çalışmasında alınmış olan 106 adet örnek alan verisi kullanılmıştır. Çalışmaya konu örnek alanlar, Torul OİM, Zigana, Kürtün, Sarıçadağ, Örumcek OİŞ'den sırasıyla 30, 20, 18, 20 adet Maçka OİM Çatak OİŞ'den 8 adet ve Sürmene OİM Çaykara OİŞ'den 10 adet olmak üzere bir dağılım göstermektedir.

Çalışmaya konu verilerin farklı meşcere yapıları, verim güçleri ve yaşlarından elde edilmesi ve özellikle verilerin bir veri havuzunda toplanarak modellerin geliştirilmesi; verilerin birbiri ile bağımlılığı problemlerine neden olmaktadır. "Seri korelasyon" yada "otokorelasyon" problemi olarak da adlandırılan bu problem, istatistik varsayımlarına dayanan regresyon modellerinin oldukça hatalı ve yanlı (biyaslı) sonuçlar vermesine neden olmaktadır. Orman toplumlarından elde edilen geçici örnek alanlar (aynı örnek alan içinde verilerin birbirine bağımlılığı) ile devamlı örnek alan verilerinde (farklı zaman periyotlarında ölçülen verilerin kendi içinde bağımlılığı), hiyerarşik kümelenmiş veri yapılarının görülmesi; bu verilerin doğal bir özelliği olarak sıklıkla karşılaşılan bir durumdur.

Diğer taratan, istatistik bir yöntem olarak, Doğrusal Regresyon modellerinin geliştirilmesinde kullanılan En Küçük Kareler Yöntemi (Ordinary Least Squares, OLS) ve Doğrusal Olmayan Regresyon Modellerin geliştirilmesinde ise çeşitli Sayısal Çözümleme Yöntemleri; başta ormancılık olmak üzere biyolojik varlıkları araştırma konusu yapan bilim dallarında, verilerin gerek konumsal gerek zamansal ölçekte hiyerarşik bir kümelenme göstermesi ile alternatif çözüm seçenekleri önem kazanmıştır. Bu bakımdan, veri yapılarında bağımlılığın modellenmesine imkan sağlayan *Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modelleme (Linear and Nonlinear Mixed Effect Models)* yaklaşımlarının kullanımı önerilmektedir. Ormancılıkta gerek tek ağaç gerekse meşcere düzeyinde birçok özelliğin modellenmesinde, doğrusal ve doğrusal olmayan karışık etkili modelleri kullanılmaya başlanmıştır. Tek ağaçların çap-boy ilişkisinin modellenmesinde de, Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modeller birçok çalışmada kullanım alanı bulmaktadır.

Doğu ladini ağaçlarının çap-boy ilişkilerini modellemek üzere, Schnute (1981)'un modeli, Chapman-Richards modeli ve Wykoff vd., (1982)'in modeli kullanılmış ve başarı durumları karşılaştırılmıştır. Bu denklemlerin çeşitli araştırmacılar tarafından (Castedo-Dorado vd., 2006; Meng vd., 2008; Huang vd., 2009) geliştirilmiş karışık etkili model doğrusal olmayan model yapıları kullanılmıştır. Karışık etkili model yapılarının başarı durumlarının karşılaştırılmasında sıklıkla kullanılan Akaike (AIC) ve Bayesian (BIC) Bilgi Ölçütü değerlerine göre en başarılı model olarak Schnute (1981)'un modeli belirlenmiştir. Schnute (1981)'un modeli boydaki değişimin %95'ni açıklamaktadır. Karışık Etkili Modelleme ile parametreleri tahmin edilen ve böylece veriler arasındaki bağımlılık problemini taşımayan Schnute (1981)'un modeline ilişkin sabit etkili parametreler (b_1 ; b_2), rasgele parametrelere ilişkin varyans değerleri (σ_u^2 , σ_v^2) ve kovaryans değerleri tahmin edilmiştir. Varyans bileşenleri olarak da adlandırılan rasgele parametrelere ilişkin varyans değerleri (σ_u^2 , σ_v^2) ve kovaryans değerleri; özellikle modelin farklı örnek alanlar için kalibre edilmesinde kullanılmıştır. Varyans bileşenleri ile En iyi Doğrusal Yansız Ön kestirici (Best Linear Unbiased Predictor, BLUP) yöntemi kullanılarak, her bir örnek alan için rasgele parametreler tahmin edilmiştir. Çap-boy denkleminin örnek alanlara kalibre edilmesinde, örnek alanlarda yeni çap-boy ölçümlerine gerek duyulmaktadır. Örnek alanlarda yeni hangi ağaçların ve kaç adet ölçülmesi gerektiği, çap-boy denkleminin yapısına ve veri yapısındaki değişkenliğe bağlı olmaktadır. Karışık etkili modellemede, modellerin kalibre edilmesinde yeni hangi ağaçların ölçülmesi gerektiğinin belirlenmesi; kalibrasyon yanıtın belirlenmesi olarak adlandırılmaktadır.

Çalışmamızda geliştirilen modelin kalibrasyon yanıtı olarak; örnek alandaki en kalın çaplı üç ağacın çapı ve boyuna ilişkin verilerin ölçümü en başarılı sonuçları vermiştir. Çalışmamızda elde edilen kalibrasyon yanıtına ilişkin bu sonuç, Schnute (1981)'un modelini kullanmış olan Castedo-Dorado vd. (2006)'in kalibrasyon yanıtı ile farklılık göstermektedir. Meşe türü için Castedo-Dorado vd. (2006), kalibrasyon yanıtı olarak en ince çaplı üç ağaç ile en başarılı sonuçlar elde etmiştir. Çalışmamızla aynı model yapısını kullanan Castedo-Dorado vd. (2006) çalışması ile elde edilen kalibrasyon yanıtındaki bu farklılık, çalışmaya konu türlerin ve çap-boy değişimindeki farklı olması ile açıklanabilir. Özellikle, Karışık Etkili Modellerin

kalibrasyon yanıtları, çalışmaya konu olan model, tür ve meşcere yapılarındaki farklılığa göre değişebilmektedir.

Ülkemizde başta asli ağaç türlerimiz olmak üzere çeşitli ağaç türleri ile çap-boy ilişkilerinin modellenmesinde, veriler arasındaki bağımlılık sorununa bir çözüm olarak öne çıkan Karışık Etkili Regresyon Modellerinin kullanımı; daha başarılı ve tutarlı tahminlerin elde edilmesine imkan sağlayacaktır. Çalışmamızda kullanılan çap-boy modelleri yanında, meşcere göğüs yüzeyi, ağaç sayısı, sıklığı gibi meşcere özellikleri ile yarışma endeksleri gibi tek ağaç özelliklerini içeren çeşitli modellerinin kullanımı; farklı çap-boy ilişkilerinin modellenmesindeki başarıyı ve tutarlılığı artırabilecektir. Meşcerelerin verim gücü ve hacim ile meşcerelerin artım ve büyüme değerlerinin tahmin edilmesinde büyük bir önem taşıyan ve bu özellikleri ile ormancılığımız için önemli özellikler olan çap ve boya ilişkin güvenli ve tutarlı tahminler, söz konusu bu modeller ile elde edilebilecektir.

Kaynaklar

- Adame, P., del Río, M., Cañellas, I., 2008. A mixed nonlinear height-diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). *For.Eco. and Man.*, 256, 88–98
- Avery, T.E., Burkhart, H. E. 1983. *Forest Measurements*, McGraw-Hill Series in Forest Resources, McGraw-Hill Book Company, New York, 331 s.
- Budhathoki, C.B., Lynch, T.B., Guldin, J.M., 2008. A mixed-effects model for dbh–height relationship of shortleaf pine (*Pinus echinata* Mill.). *South.J.Appl.For.* 32:5-11.
- Calama, R., Montero, G., 2004. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Can.J.For.Res.* 34:150-163.
- Castedo-Dorado, F., Barrio Anta, M., Parresol, B.R., Álvarez-González, J.G., 2005. Stochastic height-diameter model for maritime pine ecoregions in Galicia (northwestern Spain). *Ann.For.Sci.*, 62:455-465
- Castedo-Dorado, F., Diéguez-Aranda, U., Barrio, M., Sánchez, M., von Gadow, K., 2006. A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northeastern Spain. *For.Ecol.Manage.* 229:202-213.
- Clutter, J.L., Allison, B.J., 1974. A growth and yield model for *Pinus radiata* in New Zealand. In: *Growth Models for Tree and Stand Simulation*. J.Fries (ed), Royal College of Forestry, Stockholm, Sweden. Department of Forest Yield Research Note 30: 136–160.
- Crecente-Campo, F., Tomé, M., Soares, P., Diéguez-Aranda, U., 2010. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. *For.Eco. and Man.*, 259: 943-952.
- Curtis, R.O., 1967. Height-diameter and height–diameter–age equations for second growth Douglas-Fir. *For.Sci.* 13:365-375.
- Davis, S.L., Johnson, K.N., Bettinger, P.S., Howard, T.E., 2001. *Forest Management*, McGraw-Hill, 804 p. New York.
- Doğanay, B., 2007. Uzunlamasına çalışmaların analizinde karma etki modelleri. Ankara Üniversitesi, Sağlık bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, 94 s.
- Eerikäinen, K., 2003. Predicting the height–diameter pattern of planted *Pinus kesiya* stands in Zambia and Zimbabwe. *For. Ecol. Manage.* 175:355-366.
- Ercanlı, İ., 2010. Trabzon ve Giresun orman bölge müdürlükleri sınırları içerisinde yer alan Doğu Ladini (*Picea orientalis* (L.) Link)-Sarıçam (*Pinus sylvestris* L.) Karışık meşcerelerine ilişkin büyüme modelleri. Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Ercanlı, İ., Yavuz, A., Kahriman, A., 2011, ormancılıkta artım ve büyümenin modellenmesinde yeni bir regresyon analizi yaklaşımı: karışık model eşitlikleri, I. Ulusal Akdeniz Orman ve Çevre Sempozyumu, 26-28 Ekim, Kahramanmaraş.
- Fang, Z., Bailey, R.L., 1998. Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *For.Ecol.Manage.* 110:315-327.
- Fekedulegn, D., Siurain, M.P.M., Colbert, J.J., 1999. Parameter estimation of nonlinear growth models in forestry. *Silv.Fenn.*, 33:327-336.
- Fulton, M.R., 1999. Patterns in height-diameter relationship for selected tree species and sites in eastern Texas. *Can.J.For.Res.* 29:1445-1448.
- Gadow K., Real P, Álvarez González J.G. 2001. *Modelización del Crecimiento y la Evolución de los Bosques*. IUFRO World Series, Vol. 12, Vienna.
- Gadow, K.V., Hui, G.Y., 1999. *Modelling Forest Development*, Kluwer Academic Publishers, 213 p., Dordrecht
- Gaffrey, D., 1988. Forstamts-und bestandesindividuelles Sortimentierungsprogramm als Mittel zur Planung, Aushaltung und Simulation. Diploma Thesis. Göttingen, Forstwissenschaftlicher Fachbereich, 86 pp.
- Harrison, W., Burk, T., Beck, D., 1986. Individual tree basal area increment and total height equations for Appalachian mixed hardwoods after thinning. *South. J.Appl.For.* 10, 99-104.
- Hökkä, H., 1997. Height-diameter curves with random intercepts and slopes for trees growing on drained peatlands. *For.Ecol.Manage.* 97:63-72.
- Huang, S., Meng, S.X., Yang, Y., 2009. Using nonlinear mixed model technique to determine the optimal tree height prediction model for black spruce, *Modern Applied Science*, 3(4):3-18.
- Huang, S., Price, D., Titus, S. J., 2000. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests. *For. Ecol. Manage.* 129:125-141.
- Huang, S., Titus, S. J., Wiens D. P., 1992. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 22:1297-1304.
- Huang, S., Titus, S.J., 1993. An index of site productivity for uneven-aged and mixed-species stands. *Can.J.For.Res.* 23:558-562.
- İyit, N., 2008. İlişkili Veri Analizinde Lineer Karma Modellerin Yapılandırılması, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi, 162 s., Konya.
- İyit, N., Genç, A., Arslan, F., 2006. Analysis of repeated measures for continuous response data using General Linear Model and Mixed Models, Proceedings of the international conference on modeling and simulation, pp:937-942, Konya, Turkey.
- Jayaraman, K., Lappi, J., 2001. Estimation of height–diameter curves through multilevel models with special reference to evenaged teak stands. *For. Ecol. Manage.* 142:155-162.
- Jayaraman, K., Zakrzewski, W.T., 2001. Practical approaches to calibrating height-diameter relationships for natural sugar maple stands in Ontario. *For.Ecol.Manage.* 148:169-177.
- Kahriman, A., 2011. Karadeniz Bölgesi sınırları içerisinde yer alan Sarıçam (*Pinus sylvestris* L.)-Doğu Kayını (*Fagus orientalis* Lipsky) karışık meşcerelerine ilişkin büyüme modellerinin geliştirilmesi. Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, 250 s.
- Kalipsız, A., 1984. *Dendrometri*, İstanbul Üniversitesi Orman Fakültesi Yayınları, İstanbul.
- Keselman, H.J., Algina, J., Kowalchuk, R.K., Wolfinger, R.D., 1998. A comparison of two approaches for selecting covariance structures in the analysis of repeated measures. *Communications in Statistics-Computation and Simulation*, 27(3):591-604.
- Lappi, J., 1997. A longitudinal analysis of height–diameter curves. *For.Sci.* 43:555-570.
- Lei Y., Parresol B. R., 2001). Remarks on height-diameter modeling (Res Note SRS-10), USDA For Service, Southern Research Station, Asheville, NC.
- Littell, R. C., Milliken, G.A., Stroup, W.W., Wolfinger, R.D., 2005. *SAS system for mixed models*, SAS Institute Inc., Cary, NC, USA
- Lopez Sanchez, C.A., Varela, J.G., Dorado, F.C., Alboreca, A.R., Soalleiro, R.R., Alvarez Gonzalez, J.G., Rodriguez, F.S., 2003.

- A height-diameter model for *Pinus radiata* D.Don in Galicia (Northwest Spain). *Ann. For.Sci.* 60:237-245.
- Lynch, T.B, Holley A.G., Stevenson, D.J. 2005. A random-parameter height-dbh model for cherrybark oak., *South J.Appl.For.*29:22-26
- Mehtätalo, L., 2004. A longitudinal height-diameter model for Norway spruce in Finland., *Can.J.For.Res.* 34:131-140
- Meng, S.X., Huang, S., Lieffers, V.J., Nunifu, T., Yang, Y., 2008. Wind speed and crown class influence the height-diameter relationship of lodgepole pine: Nonlinear mixed effects modeling, *For.Eco. and Management*, 256:570-577
- Mısır, N., 2003. Karaçam Ağaçlandırmalarına İlişkin Büyüme Modelleri, Doktora Tezi, KTÜ. Fen Bilimleri Enstitüsü, 222 s., Trabzon.
- Özcelik, R., Brooks, J.R., Jiang, L., 2011. Modeling stem profile of Lebanon cedar, Brutian pine, and Cilicica fir in Southern Turkey using nonlinear mixed-effects models. *European Journal of Forest Research*, 130:613-621.
- Paulo, J.A., Tomé, J., Tomé, M., 2011. Nonlinear fixed and random generalized height-diameter models for Portuguese cork oak stands. *Annals of Forest Science*, 68: 295-309
- Peng, C., 1999. Nonlinear height-diameter models for nine boreal forest tree species in Ontario (OFRI-Rep 155), Ministry of Natural Resources Institutes.
- Peng, C., Zhang, L., Liu, J., 2001. Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's boreal forests. *North.J.Appl.For.* 18:87-94.
- Robinson, A.P.,Wykoff, W.R., 2004. Imputing missing height measures using a mixed-effects modeling strategy. *Can.J.For.Res.* 34:2492-2500.
- SAS Institute Inc., 2004. SAS/STAT 9.1 User's Guide: statistics, Version 9.1, SAS Institute Inc., Cary, NC., 816 s.
- Saunders, M.R., Wagner, R.G., 2008. Long-term spatial and structural dynamics in Acadian mixedwood stands managed under various silvicultural systems. *Can.J.For.Res.*, 38, 498-517.
- Schmidt, M., Kiviste, A., von Gadow, K.A., 2010. spatially explicit height-diameter model for Scots pine in Estonia, *Eur. J. Forest Res.*, 23:1-13
- Schnute, J., 1981. A versatile growth model with statistically stable parameters. *Can. J. Fish. Aquat.Sci.* 38:1128-1140.
- Searle, S.R., Casella, G., Mc Culloch, C.E., 1992. Variance components, John Wiley and Sons Inc., USA.
- Sharma, M., Parton, J., 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach . *For.Ecol.Manage.* 249:187-198.
- Sharma, M., Zhang, S.Y., 2004. Height-diameter models using stand characteristics for *Pinus banksiana* and *Picea mariana*. *Scand. J.For.Res.* 19:442-451.
- Soares, P., Tomé, M., 2002. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *For.Ecol.Manage.* 166:99-109.
- Sönmez, T., 2009. Generalized height-diameter models for *Picea orientalis* (L.). *Journal of Environmental Biology*, 30 (5), 767-772.
- Temesgen, H., Gadow, K.V., 2004. Generalized height-diameter models-an application for major tree species in complex stands of interior British Columbia. *Eur.J.For.Res.* 123:45-51.
- Trincado, G., VanderSchaaf, C.L., Burkhart, H.E., 2007. Regional mixed-effects height-diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. *Eur.J.For.Res.*, 126:253-262 .
- van Lear, A., Akça A., 2007. Forest mensuration:in Managing Forest Ecosystems, Dordrecht, The Netherlands: Springer. 383 s.
- Wolfinger R., Chang, M.,1999. Comparing the SAS GLM and MIXED Procedures for repeated measures. SAS Institute, Inc., Cary, NC.
- Wykoff, W.R., Crookston, N.L., Stage, A.R., 1982. User's guide to the stand prognosis model. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-133.
- Yang, R.C., Kozak, A., Smith, J.H.G., 1978, The potential of Weibull-type functions as a flexible growth curve. *Canadian Journal of Forest Research*, 8:424-431
- Ye, S., 2005. Covariance structure selection in linear mixed models for longitudinal data, M. Sc. Thesis, department of Bioinformatics and Biostatistics, University of Louisville, Kentucky, USA.
- Zhang, L., 1997. Cross-validation of non-linear growth functions for modelling tree height-diameter relationships. *Ann. Bot.* 79: 251-257.
- Zhang, L., Peng, C., Huang, S., Zhou, X., 2002. Development and evaluation of ecoregion-based jack pine height-diameter models for Ontario. *For. Chron.* 78:530-538.