

## 正方配列をなす正方形ならびに、長方形介在物の角部の 一般化応力拡大係数\*

野田尚昭\*<sup>1</sup>, 高瀬 康\*<sup>2</sup>, 濱島 智英\*<sup>3</sup>

### Generalized Stress Intensity Factor of Angular Corner of a Square Array of Square and Rectangular Inclusions

Nao-Aki NODA\*<sup>4</sup>, Yasushi TAKASE and Tomohide HAMASHIMA

\*<sup>4</sup> Kyushu Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering,  
1-1 Sensui cho, Tobata ku, Kitakyushu shi, Fukuoka, 804 8550 Japan

This paper deals with numerical solutions of singular integral equations in interaction problems of a square array of rectangular inclusions under longitudinal tension. The body force method is used to formulate the problems as a system of singular integral equations with Cauchy-type or logarithmic-type singularities, where the unknown functions are the densities of body forces distributed in infinite plates having the same elastic constants as those of the matrix and inclusions. In order to analyze the problems accurately, the unknown functions are expressed as piecewise smooth functions using two types of fundamental densities and power series, where the fundamental densities are chosen to represent the symmetric stress singularity of  $1/r^{1-\lambda_1}$  and the skew-symmetric stress singularity of  $1/r^{1-\lambda_2}$ . Then, newly defined stress intensity factors at the end of inclusions are systematically calculated for various shapes and spacings of a square array of rectangular inclusions in a plate subjected to longitudinal tension

**Key Words:** Elasticity, Composite Material, Fracture Mechanics, Body Force Method, Generalized Stress Intensity Factor, Square Array, Inclusion

#### 1. 緒 言

複合材料では、強化材と母材の異材境界角部でしばしば破壊が生じるため、その強度評価を行う際には、強化材と母材での応力分布や応力特異性の把握が必要である。この種の研究に関連して、これまでに単独に存在する菱形<sup>(1)(2)</sup>ならびに、長方形介在物<sup>(3)(4)</sup>、円柱状介在物<sup>(5)(6)</sup>が解析され、その端部の特異性の強さが議論されている。また、2個の長方形介在物<sup>(7)</sup>や、N個の菱形介在物<sup>(8)</sup>ならびに、N個の長方形介在物<sup>(9)</sup>が一列に並んでいる問題等が解析され、その干渉効果が明らかにされている。しかし、実際の複合材料では、強化繊維や介在物が母材中に多数個存在することが普通であるので、このような前後左右に存在する多数個の介在物が特異応力に及ぼす効果を評価する必要があると考えられる。

そこで、本研究では、まず、最も基本的問題として、図1に示すような正方配列をなす正方形および長

方形介在物の問題を考察する。具体的には、図2に示すようなユニットセル中に1個の介在物が存在する場合を解析モデルとして、介在物角部の特異応力場の強さを解析する。解析は、母材と介在物の剛性比や、介在物の寸法を変化させて行い、2個の正方形介在物が縦横に並んだ場合の結果と比較検討して角部の特異応力場の強さが他の介在物の干渉によってどのように影

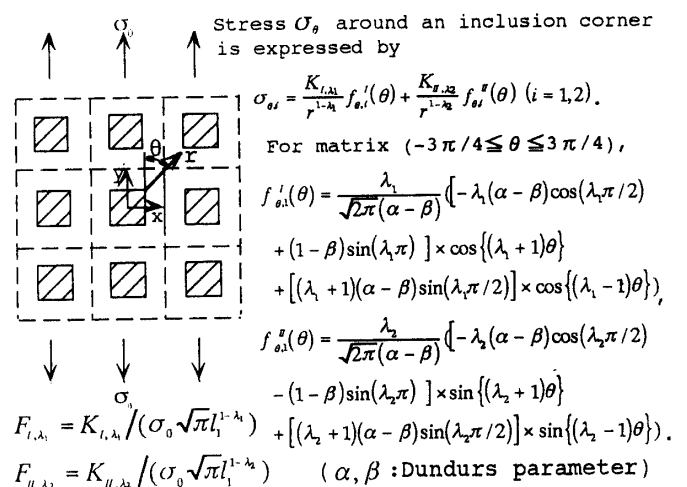


Fig.1 A square array of square inclusions. (inclusions size =  $2l_1 \times 2l_1$ , unit cell size =  $2l_2 \times 2l_2$ )

\* 原稿受付 2001年1月23日.

\*<sup>1</sup> 正員,九州工業大学工学部(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1).

\*<sup>2</sup> 准員,九州工業大学.

\*<sup>3</sup> 九州工業大学学部生.

E mail: noda@mech.kyutech.ac.jp

響するかを明らかにする。解析には、境界条件を満足すべき界面とユニットセルの境界をいくつかの基本区間に分割し、各区間での未知関数である体積力密度を、基本密度関数と多項式で近似する方法を用いる。

2. 体積力法の特異積分方程式

図2に示すような正方形介在物を有するユニットセルの問題は以下のように解析することができる。ここで、 $l_1$ は介在物の寸法、 $l_2$ はユニットセルの寸法、 $u_{y0}$ はユニットセル上  $y=l_2$  での  $y$  方向の変位で、 $u_{x0}$ は  $x=l_2$  での  $x$  方向の変位であり、母材と介在物のそれぞれの横弾性係数とポアソン比を  $(G_M, \nu_M)$  および  $(G_I, \nu_I)$  とする。この問題は重ね合わせの原理に基づく体積力法の考え方により、無限板中の1点に集中力が働くときの任意の点の応力場の解と変位場の解を用いて解くことができる。このとき問題は、母材と同じ弾性定数をもつ無限板  $M$  ならびに介在物と同じ弾性定数をもつ無限板  $I$  に分布させた体積力密度を未知関数とする特異積分方程式 (1) ~ (3) で表現される。

以下の式で、求めるべき未知関数は、無限板  $M$  または無限板  $I$  の正方形介在物部分の仮想境界上に分布させる法線方向および接線方向の体積力密度  $(F_{nm1}, F_{im1})$  ならびに  $(F_{ni1}, F_{di1})$  であり、また、ユニットセル部分の仮想境界上に分布させる体積力密度  $(F_{nm2}, F_{im2})$  である。例えば、 $h_{nm}^{F_{nm1}}(r_1, s_1)$  は無限板  $M$  の正方形孔となるべき仮想境界上の点  $r_1$  に法線方向の単位強さの集中力  $F_{nm1}=1$  が作用するとき、正方形孔となるべき仮想境界上の任意の選点  $s_1$  に生じる応力および変位であり、 $r_1, s_1$  は介在物の角部 A からの距離、 $r_2, s_2$  はユニットセルの角部 B からの距離である。記号  $\int_{r_1}$  は正方形孔または正方形介在物となる境界上において体積力を積分することを意味し、 $\int_{s_2}$  は

ユニットセルの境界上において体積力を積分することを意味する。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} F_{nm1}(s_1) - \frac{1}{2} F_{ni1}(s_1) \\
 & + \int_{r_1} h_{nm}^{F_{nm1}}(r_1, s_1) F_{nm1}(r_1) dr_1 + \int_{r_1} h_{im}^{F_{nm1}}(r_1, s_1) F_{im1}(r_1) dr_1 \\
 & - \int_{r_1} h_{nm}^{F_{ni1}}(r_1, s_1) F_{ni1}(r_1) dr_1 - \int_{r_1} h_{im}^{F_{ni1}}(r_1, s_1) F_{di1}(r_1) dr_1 \\
 & + \int_{s_2} h_{nm}^{F_{nm2}}(r_2, s_1) F_{nm2}(r_2) dr_2 + \int_{s_2} h_{im}^{F_{nm2}}(r_2, s_1) F_{im2}(r_2) dr_2 \\
 & - \int_{s_2} h_{nm}^{F_{ni2}}(r_2, s_1) F_{ni2}(r_2) dr_2 - \int_{s_2} h_{im}^{F_{ni2}}(r_2, s_1) F_{di2}(r_2) dr_2 \\
 & = 0 \\
 & -\frac{1}{2} F_{im1}(s_1) - \frac{1}{2} F_{di1}(s_1) \\
 & + \int_{r_1} h_{nm}^{F_{im1}}(r_1, s_1) F_{nm1}(r_1) dr_1 + \int_{r_1} h_{im}^{F_{im1}}(r_1, s_1) F_{im1}(r_1) dr_1 \\
 & - \int_{r_1} h_{nm}^{F_{ni1}}(r_1, s_1) F_{ni1}(r_1) dr_1 - \int_{r_1} h_{im}^{F_{ni1}}(r_1, s_1) F_{di1}(r_1) dr_1 \\
 & + \int_{s_2} h_{nm}^{F_{im2}}(r_2, s_1) F_{nm2}(r_2) dr_2 + \int_{s_2} h_{im}^{F_{im2}}(r_2, s_1) F_{im2}(r_2) dr_2 \\
 & - \int_{s_2} h_{nm}^{F_{ni2}}(r_2, s_1) F_{ni2}(r_2) dr_2 - \int_{s_2} h_{im}^{F_{ni2}}(r_2, s_1) F_{di2}(r_2) dr_2 \\
 & = 0 \\
 & \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{r_1} h_w^{F_{nm1}}(r_1, s_1) F_{nm1}(r_1) dr_1 + \int_{r_1} h_w^{F_{im1}}(r_1, s_1) F_{im1}(r_1) dr_1 \\
 & - \int_{r_1} h_w^{F_{ni1}}(r_1, s_1) F_{ni1}(r_1) dr_1 - \int_{r_1} h_w^{F_{di1}}(r_1, s_1) F_{di1}(r_1) dr_1 \\
 & = 0 \\
 & \int_{r_1} h_w^{F_{nm1}}(r_1, s_1) F_{nm1}(r_1) dr_1 + \int_{r_1} h_w^{F_{im1}}(r_1, s_1) F_{im1}(r_1) dr_1 \\
 & - \int_{r_1} h_w^{F_{ni1}}(r_1, s_1) F_{ni1}(r_1) dr_1 - \int_{r_1} h_w^{F_{di1}}(r_1, s_1) F_{di1}(r_1) dr_1 \\
 & = 0 \\
 & \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

式 (1), (2) は介在物境界上の境界条件式、 $\sigma_{nm} - \sigma_{ni} = 0, \tau_{nm} - \tau_{ni} = 0, u_{xm} - u_{xi} = 0, u_{ym} - u_{yi} = 0$  を表す。ここで、 $(u_{xm}, u_{ym})$ ,  $(\sigma_{nm}, \tau_{nm})$  は無限板  $M$  の正方形孔となる境界上に生じる変位と表面力であり、 $(u_{xi}, u_{yi})$ ,  $(\sigma_{ni}, \tau_{ni})$  は無限板  $I$  の正方形介在物となるべき境界上に生じる変位と表面力である。式 (2) が式 (1) と異なり、 $h_w^{F_{nm2}}(r_2, s_1)$  等を含む積分項がないのは後述する式 (8) の関係があるためである。

式 (1), (2) と同様に、ユニットセルの境界上での境界条件式、 $\tau_{nm} = 0, u_{ym} = u_{y0}$  は式 (3) で表現できる。

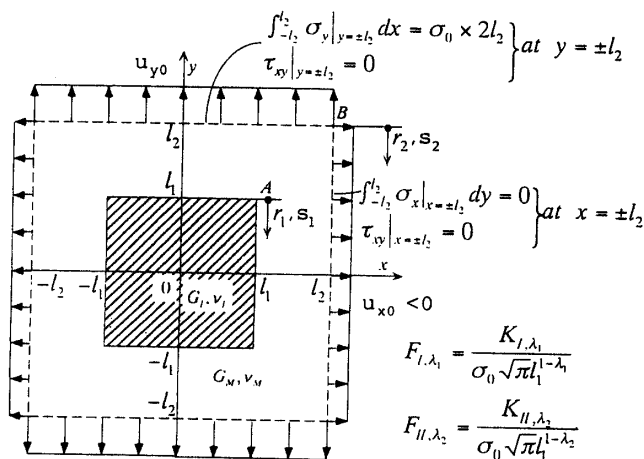


Fig.2 A square inclusion in a unit cell.

$$\begin{aligned}
 F_{I, \lambda_1} &= \frac{K_{I, \lambda_1}}{\sigma_0 \sqrt{\pi l_1}^{1-\lambda_1}} \\
 F_{II, \lambda_2} &= \frac{K_{II, \lambda_2}}{\sigma_0 \sqrt{\pi l_2}^{1-\lambda_2}}
 \end{aligned}$$

$$\int_1 h_n^{F_{nM1}}(r_1, s_2) F_{nM1}(r_1) dr_1 + \int_1 h_n^{F_{nM1}}(r_1, s_2) F_{iM1}(r_1) dr_1 - \frac{1}{2} F_{iM2}(s_2) + \int_2 h_n^{F_{nM2}}(r_2, s_2) F_{nM2}(r_2) dr_2 + \int_2 h_n^{F_{nM2}}(r_2, s_2) F_{iM2}(r_2) dr_2 = 0$$

$$\int_1 h_w^{F_{wM1}}(r_1, s_1) F_{wM1}(r_1) dr_1 + \int_1 h_w^{F_{wM1}}(r_1, s_1) F_{iM1}(r_1) dr_1 + \int_2 h_w^{F_{wM2}}(r_2, s_2) F_{wM2}(r_2) dr_2 + \int_2 h_w^{F_{wM2}}(r_2, s_2) F_{iM2}(r_2) dr_2 = u_{y0} \text{ at } y=l_2 \text{ (or } = u_{x0} \text{ at } x=l_2)$$

. . . . . (3)

また、

$$\int_{-l_2}^{l_2} \sigma_y \Big|_{y=\pm l_2} dx = \sigma_0 \times 2l_2 \text{ at } y = \pm l_2$$

$$\int_{-l_2}^{l_2} \sigma_x \Big|_{x=\pm l_2} dy = 0 \text{ at } x = \pm l_2$$

. . . . . (4)

$u_{y0}$ 、 $u_{x0}$ は未知数であるので、 $u_{y0} = C_1$  (任意定数)、 $u_{x0} = 0$ に相当する図3の補助問題を解析し、次式で表される $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ を求める。

$$\int_{-l_2}^{l_2} \sigma_y \Big|_{y=\pm l_2} dx = \sigma_1 \times 2l_2 \text{ at } y = \pm l_2$$

$$\int_{-l_2}^{l_2} \sigma_x \Big|_{x=\pm l_2} dy = \sigma_2 \times 2l_2 \text{ at } x = \pm l_2$$

. . . . . (5)

いま、図1と図3の無次元化応力拡大係数を式(6)で定義すると、これらには式(7)の関係がある。ここで、 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ は、幾何条件と材料条件より得られる特性方程式の根<sup>(3)</sup>である。

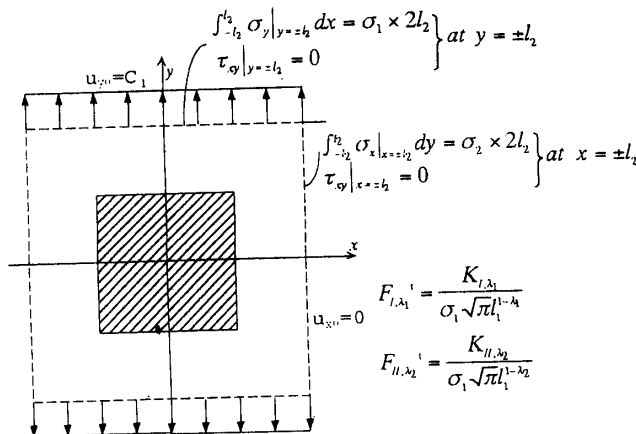
$$F_{I,\lambda_1} = K_{I,\lambda_1} / (\sigma_0 \sqrt{\pi} l_1^{1-\lambda_1}), \quad F_{II,\lambda_2} = K_{II,\lambda_2} / (\sigma_0 \sqrt{\pi} l_1^{1-\lambda_2})$$

$$F_{I,\lambda_1} = K_{I,\lambda_1} / (\sigma_1 \sqrt{\pi} l_1^{1-\lambda_1}), \quad F_{II,\lambda_2} = K_{II,\lambda_2} / (\sigma_1 \sqrt{\pi} l_1^{1-\lambda_2})$$

. . . . . (6)

$$F_{I,\lambda_1} = F_{I,\lambda_1} / (1 + (\sigma_2 / \sigma_1)), \quad F_{II,\lambda_2} = F_{II,\lambda_2} / (1 - (\sigma_2 / \sigma_1))$$

. . . . . (7)



本解析では、無限板Mと無限板Iにおいて介在物角部となるべき位置を一致させるため、無限板Iのユニットセル境界の位置にも体積力を分布させる。すなわち、その密度 $F_{nM2} \sim F_{iI2}$ は式(8)を満足する。

$$\begin{bmatrix} h_{ux}^{F_{nM2}} & h_{ux}^{F_{iI2}} \\ h_{uy}^{F_{nM2}} & h_{uy}^{F_{iI2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{nM2} \\ F_{iI2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ux}^{F_{nI2}} & h_{ux}^{F_{iI2}} \\ h_{uy}^{F_{nI2}} & h_{uy}^{F_{iI2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{nI2} \\ F_{iI2} \end{bmatrix}$$

. . . . . (8)

### 3. 特異積分方程式の数値解析法

ここでは、介在物角部A近傍の離散化を例として説明する。ユニットセル角部Bについての離散化もほぼ同様である。

式(1)～(3)の離散化数値解析のため、正方形介在物およびユニットセルとなるべき境界をいくつかの基本区間に分けた例を図4に示す。正方形介在物の角部A近傍では、一般にモードIとモードIIの2種類の変形が生じるので、仮想境界上に分布させるべき体積力 $F_n$ と $F_i$ に対して図1の $\theta=0$ 方向に関する対称形(モードI)と逆対称形(モードII)の2種類の分布形式を採用する。図4の角部Aの $A_2 - A - A_2$ の範囲に分布させる体積力を以下に示すように基本密度関数( $r_1^{\lambda_1-1}$ 、 $r_1^{\lambda_2-1}$ :角部に対して対称および逆対称変形を表現する分布密度)と重み関数 $W_{nM1}^I \sim W_{nM1}^{II}$ 等で近似する(式(9))。

$$F_{nM1}(r_1) = F_{nM1}^I(r_1) + F_{nM1}^{II}(r_1) = W_{nM1}^I(r_1) r_1^{\lambda_1-1} + W_{nM1}^{II}(r_1) r_1^{\lambda_2-1}$$

$$F_{iM1}(r_1) = F_{iM1}^I(r_1) + F_{iM1}^{II}(r_1) = W_{iM1}^I(r_1) r_1^{\lambda_1-1} + W_{iM1}^{II}(r_1) r_1^{\lambda_2-1}$$

$$F_{nI1}(r_1) = F_{nI1}^I(r_1) + F_{nI1}^{II}(r_1) = W_{nI1}^I(r_1) r_1^{\lambda_1-1} + W_{nI1}^{II}(r_1) r_1^{\lambda_2-1}$$

$$F_{iI1}(r_1) = F_{iI1}^I(r_1) + F_{iI1}^{II}(r_1) = W_{iI1}^I(r_1) r_1^{\lambda_1-1} + W_{iI1}^{II}(r_1) r_1^{\lambda_2-1}$$

. . . . . (9)

$$W_{nM1}^I(r_1) = \sum_{n=1}^M a_n r_1^{n-1}, \quad W_{iM1}^I(r_1) = \sum_{n=1}^M b_n r_1^{n-1}$$

$$W_{nM1}^{II}(r_1) = \sum_{n=1}^M c_n r_1^{n-1}, \quad W_{iM1}^{II}(r_1) = \sum_{n=1}^M d_n r_1^{n-1}$$

$$W_{nI1}^I(r_1) = \sum_{n=1}^M e_n r_1^{n-1}, \quad W_{iI1}^I(r_1) = \sum_{n=1}^M f_n r_1^{n-1}$$

$$W_{nI1}^{II}(r_1) = \sum_{n=1}^M g_n r_1^{n-1}, \quad W_{iI1}^{II}(r_1) = \sum_{n=1}^M h_n r_1^{n-1}$$

. . . . . (10)

式 (9) に含まれる基本密度関数  $r_1^{\lambda_1-1}$ ,  $r_1^{\lambda_2-1}$  は角部 A 先端近傍について体積力密度の分布を精度良く表現するための関数で、それぞれ対称形 (モード I) と逆対称形 (モード II) の変形を表現する。本解析で用いる式 (9), (10) の表現は、特異応力場に対応する変形様式以外の変形を含まない。従って、式 (8) で表されるように無限板 I にも角部の近傍の変位を一致させるように体積力を分布させる。以上のような離散化手法により、境界上に適当に選んだ点での境界条件から式 (10) の  $a_n \sim h_n$  等の係数を決定すれば、特異積分方程式 (1) ~ (3) の解が得られる。そして、介在物の角部 A に関して定義された応力拡大係数  $K_{I,\lambda_1}$ ,  $K_{II,\lambda_2}$  は角部 A 先端での重み関数の  $W_n^I(0)$ ,  $W_n^{II}(0)$ ,  $W_n^I(0)$ ,  $W_n^{II}(0)$  から求められる。

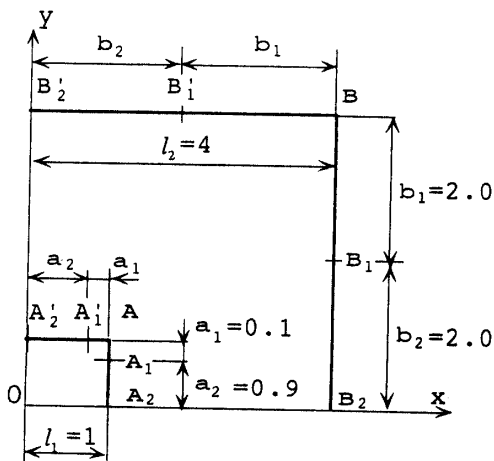


Fig. 4 Boundary division

Table 2  $F_{I,\lambda_1}$  and  $F_{II,\lambda_2}$  at the corner A for square inclusions in Fig.1

$l_1/l_2$	$F_{I,\lambda_1}$						
	$10^{-5}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$	2	$10^1$	$10^2$	$10^3$
0.0	0.591	0.555	0.368	0.200	0.230	0.244	0.245
0.1	0.598	0.561	0.371	0.198	0.229	0.243	0.244
0.2	0.619	0.579	0.379	0.197	0.227	0.239	0.241
0.3	0.649	0.606	0.391	0.195	0.221	0.234	0.235
0.4	0.681	0.634	0.403	0.192	0.214	0.225	0.226
0.5	0.707	0.657	0.411	0.187	0.205	0.214	0.215
2/3	0.776	0.715	0.426	0.175	0.182	0.189	0.190

Table 1 Convergence of  $F_{I,\lambda_1}$  and  $F_{II,\lambda_2}$  at the corner A

M	$G_I/G_M = 10, l_1/l_2 = 0.4$		$G_I/G_M = 10^{-5}, l_1/l_2 = 0.4$	
	$F_{I,\lambda_1}$	$F_{II,\lambda_2}$	$F_{I,\lambda_1}$	$F_{II,\lambda_2}$
3	0.2158	0.5172	0.6799	2.2339
4	0.2152	0.5175	0.6811	2.2439
5	0.2148	0.5174	0.6811	2.2450
6	0.2145	0.5173	0.6813	2.2446
7	0.2144	0.5173	0.6812	2.2446

表 2 は、正方形介在物端部 A の応力拡大係数の値を示す。図 5 は、表 2 の値を図示したものである。図 5 より、剛性比  $G_I/G_M < 1$  の場合は、角部 A での応

以下では、この様にして求めた応力拡大係数を正方形介在物の剛性比と介在物の寸法を系統的に変化させて示す。また、長方形介在物も一部考察する。

#### 4. 解析結果および考察

図 1 に示すような正方配列をなす正方形介在物の角部の干渉問題において、介在物とユニットセルの寸法比  $l_1/l_2$ , 介在物の剛性率  $G_I/G_M$  を系統的に変えて角部の応力拡大係数  $K_{I,\lambda_1}$ ,  $K_{II,\lambda_2}$  の解析を平面ひずみ状態で行った。表 1 に  $F_{I,\lambda_1}$ ,  $F_{II,\lambda_2}$  の値 (異なる重み関数に対応する値の平均値) の収束の例を示す。計算に用いた境界の基本区間を図 4 に示す。表 1 の結果は、良好な収束性を示している。本研究では、表 1 以外のすべての場合に同様の検討を行った。その結果、境界を図 4 に示す基本区間に分割し前節の解析法を適用することによって、各基本区間の選点数  $M = 4 \sim 7$  程度で  $F_{I,\lambda_1}$ ,  $F_{II,\lambda_2}$  の値が有効数字 3 ~ 4 桁程度まで収束しており、良好な結果が得られることが確認された。

以下では、この様にして求めた応力拡大係数を正方形介在物の剛性比と介在物の寸法を系統的に変化させて示す。また、長方形介在物も一部考察する。

表 2 は、正方形介在物端部 A の応力拡大係数の値を示す。図 5 は、表 2 の値を図示したものである。図 5 より、剛性比  $G_I/G_M < 1$  の場合は、角部 A での応

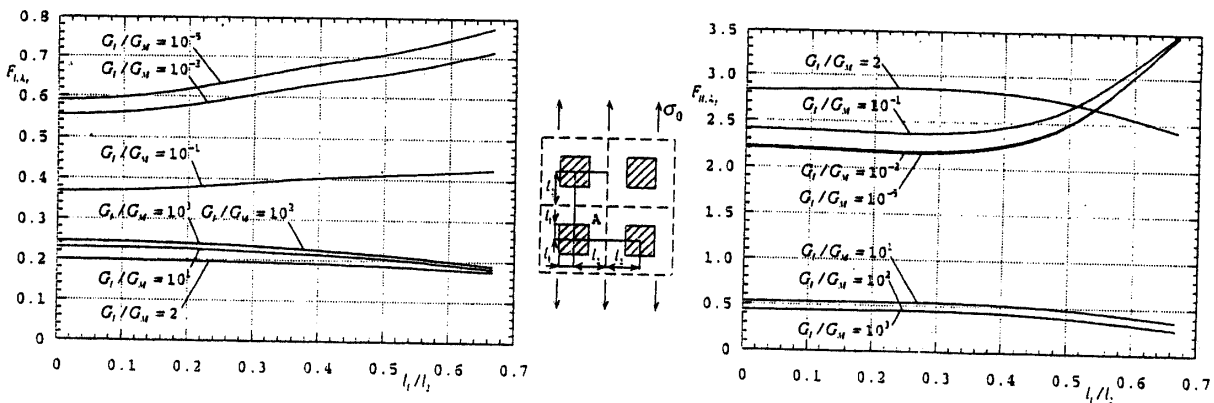


Fig. 5  $F_{I,\lambda_1}$  and  $F_{II,\lambda_2}$  at the corner A for square inclusions in Fig.1

力拡大係数  $K_{I, \lambda_1}$  は、 $l_1/l_2 = 0$  のときに比べ、 $l_1/l_2 = 2/3$  では、16~31%程度大きくなり、剛性比  $G_I/G_M > 1$  の場合は、13~23%程度小さくなることかわかる。応力拡大係数  $K_{II, \lambda_2}$  もまた剛性比  $G_I/G_M < 1$  の場合で、45~57%の間で大きくなり、剛性比  $G_I/G_M > 1$  の場合で、15~39%の間で小さくなることかわかる。

表 3, 4 は、角部 A に最も近い介在物の影響を調べるため、2 個の正方形介在物が横に並んだ場合と縦

に並んだ場合の角部 A での応力拡大係数  $K_{I, \lambda_1}$ ,  $K_{II, \lambda_2}$  の値<sup>7)</sup>を示しており、図 6, 7 はそれぞれの値を図示したものである。これらの図から、介在物の正方形配列の結果は、2 個の介在物が横に並んだ場合と大体において良く一致していることがわかる。結局、図 1 の正方形配列の干渉効果は、角部 A に近い横の介在物の影響が大きく、他の介在物が全体として及ぼす影響は、比較的小さい様である。介在物の正方形配列の結果と 2 個の介在物が縦に並んだ場合を比べれば、特に、

Table 3  $F_{I, \lambda_1}$  and  $F_{II, \lambda_2}$  at the corner A for two square inclusions

$G_I/G_M$	$F_{I, \lambda_1}$					
	$10^{-5}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^1$	$10^2$	$10^3$
0.0	0.591	0.555	0.368	0.230	0.244	0.245
1/3	0.650	0.608	0.399	0.226	0.239	0.241
0.5	0.710	0.665	0.437	0.228	0.241	0.243
2/3	0.748	0.702	0.461	0.222	0.230	0.232

$l_1/l_2$	$F_{II, \lambda_2}$					
	$10^{-5}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^1$	$10^2$	$10^3$
0.0	2.208	2.226	2.414	0.531	0.439	0.440
1/3	2.192	2.208	2.385	0.537	0.445	0.445
0.5	2.300	2.311	2.461	0.518	0.424	0.423
2/3	2.496	2.502	2.630	0.453	0.357	0.355

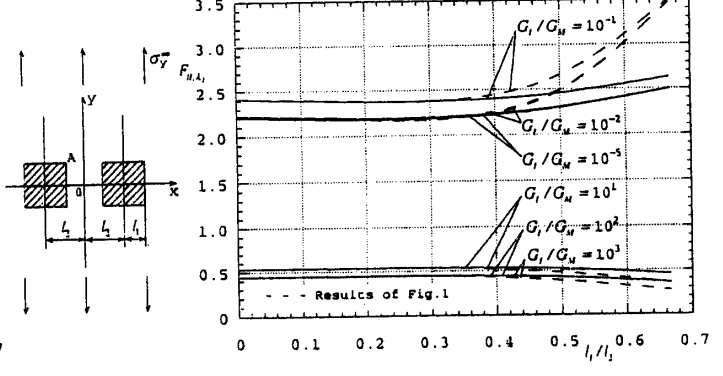
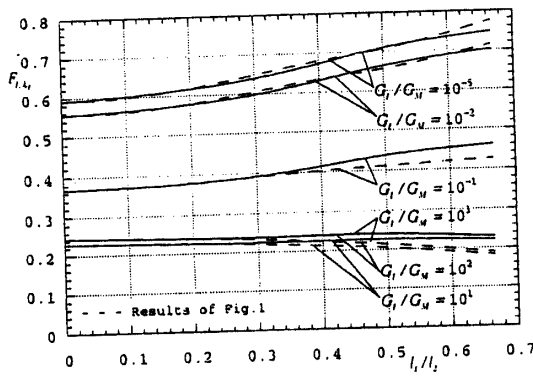


Fig. 6  $F_{I, \lambda_1}$  and  $F_{II, \lambda_2}$  at the corner A for two square inclusions

Table 4  $F_{I, \lambda_1}$  and  $F_{II, \lambda_2}$  at the corner A for two square inclusions

$G_I/G_M$	$F_{I, \lambda_1}$					
	$10^{-5}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^1$	$10^2$	$10^3$
0.0	0.591	0.555	0.368	0.230	0.244	0.245
1/3	0.507	0.477	0.324	0.226	0.241	0.242
0.5	0.379	0.359	0.254	0.212	0.225	0.226
2/3	0.248	0.237	0.179	0.192	0.204	0.205

$l_1/l_2$	$F_{II, \lambda_2}$					
	$10^{-5}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^1$	$10^2$	$10^3$
0.0	2.208	2.226	2.414	0.531	0.439	0.440
1/3	1.946	1.971	2.210	0.554	0.459	0.461
0.5	1.790	1.820	2.091	0.558	0.462	0.461
2/3	1.757	1.790	2.082	0.522	0.423	0.420

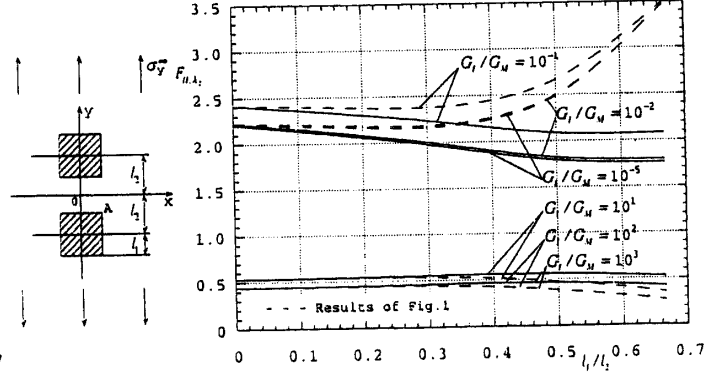
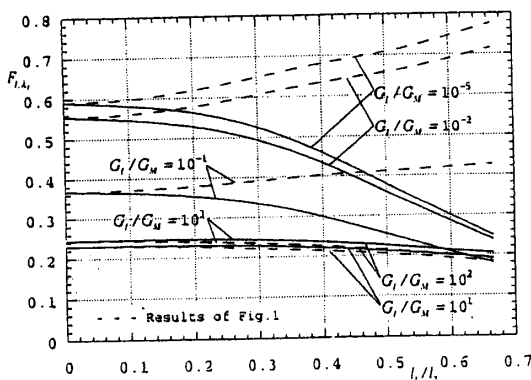


Fig. 7  $F_{I, \lambda_1}$  and  $F_{II, \lambda_2}$  at the corner A for two square inclusions

$G_I/G_M < 1$  の場合に、干渉効果の傾向は大きく異なることがわかる。

図8は長方形介在物の形状比10の場合の正方形配列問題で  $G_I/G_M = 10^3$ ,  $10^{-3}$  の場合を同様に解析した結果である。この場合には縦に並んだ介在物が横に並んだ介在物より距離が近いので、影響が大きいと考えられる。そこで、比較のため、2個の長方形介在物が縦に並んだ場合の結果<sup>(7)</sup>も破線で示している。図8より、長方形介在物の正方形配列問題では  $G_I/G_M > 1$  の場合、干渉効果は最大7%程度であり、比較的小さい。これは横に並ぶ介在物間の距離が比較的大きいためと考えられる。本解析ではユニットセルの形状比1の正方形配列のみを取り扱ったが、ユニットセルの形状比が介在物の干渉に及ぼす影響や、介在物が3次元的な寸法を有することの影響等は、今後検討する予定である。

## 5. 結 言

(1) 本論文では、これまで解析されていない周期配列を有する介在物角部の一般化応力拡大係数を精度良く解析する方法を示した。図1に示すような正方形配列をなす正方形介在物の応力拡大係数  $K_{I, \lambda_1}$ ,  $K_{II, \lambda_2}$  の干渉効果を介在物の剛性比、介在物とユニットセルの寸法比を変化させ解析し、得られた結果を図表にまとめた(表2~4, 図5~8)。

(2) 体積力法の特異積分方程式の数値解析として、境界をいくつかの基本区間に分割し、それぞれの基本区間で体積力密度(未知関数)を基本密度関数と級数の積で近似する離散化手法を検討した。その結果、解析した範囲で各基本区間の選点数  $M = 5 \sim 7$  程度で、有効数字3~4桁程度収束した結果が得られ、解

法の有効性が確認された(表1)。

(3)  $l_1/l_2 \leq 2/3$  の範囲で正方形配列を有する正方形および長方形介在物角部の応力拡大係数の干渉効果は  $F_{I, \lambda_1}$  で最大31%程度以下であり、 $F_{II, \lambda_2}$  で57%程度以下である(図5, 8)。

## 文 献

- (1) 陳玳珩・西谷弘信, 接合異材角部の特異応力場について, 機論, 57-542, A(1991), 2509-2515.
- (2) 西谷弘信・陳玳珩・柴戸明, 面外せん断による菱形介在物角部の特異応力場, 機論, 59-561, A(1993), 1191-1195.
- (3) 陳玳珩・西谷弘信, 短繊維端における特異応力場の強さ解析(第一報, 解析方法), 機論, 58-554, A(1992), 1834-1838.
- (4) 陳玳珩・西谷弘信, 短繊維端における特異応力場の強さ解析(第二報, 解析結果), 機論, 58-555, A(1992), 2153-2158.
- (5) 野田尚昭・王 清・諸富貴光, 円柱状介在物端部の特異応力場の強さ解析, 機論, 63-612, A(1997), 1701-1706.
- (6) 野田尚昭・現海孝雄・熊谷雄一郎, 円柱状介在物端部の非軸対称一軸引張りにおける特異応力場の強さ解析, 機論, 66-644, A(2000), 735-740.
- (7) 野田尚昭・王 清・上村仁誉・川島裕二, 特異積分方程式による長方形介在物の干渉効果の解析, 機論, 63-612, A(1997), 1663-1668; 野田尚昭・陳 夢成・高瀬 康・今橋智則, 2個の長方形介在物の干渉における介在物角部の応力拡大係数の解析, 材料, 48-11, (1999), 1269-1274.
- (8) 野田尚昭・川島裕二・森山伸也・小田和広, 任意角の一列菱形介在物の干渉効果の解析, 機論, 62-600, A(1996), 1870-1876.
- (9) 陳玳珩・岩永 哲, 繊維の干渉効果, 機論, No.930-63 (1993), 245-247.

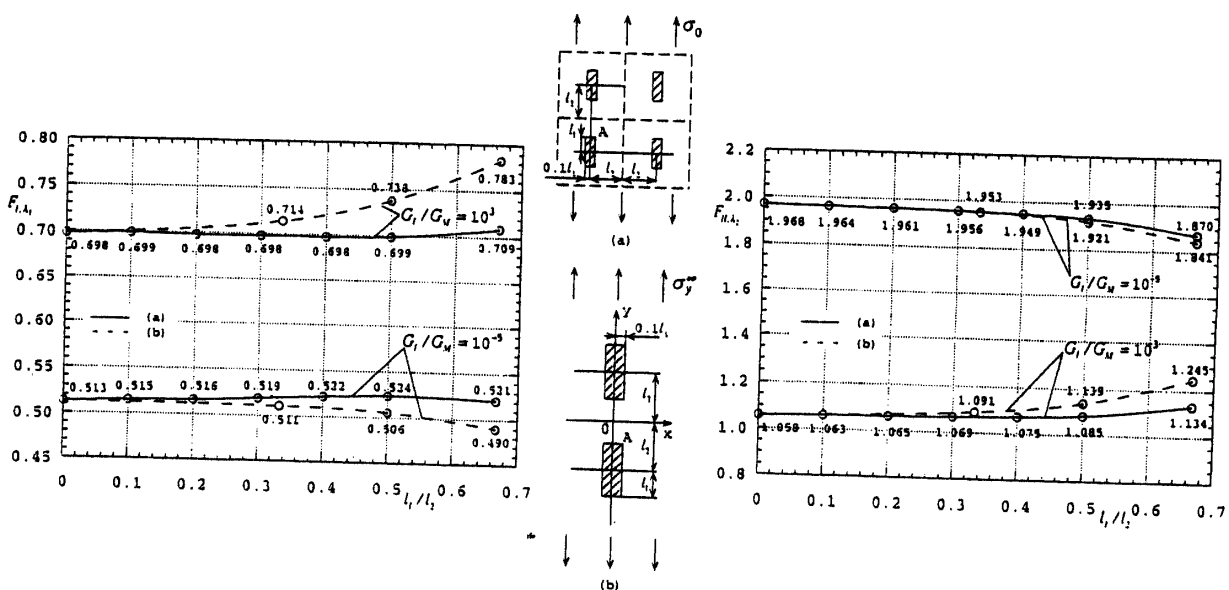


Fig.8  $F_{I, \lambda_1}$  and  $F_{II, \lambda_2}$  at the corner A for (a) a square array of rectangular inclusions and (b) two rectangular inclusions