2 | Mathematikdidaktik Grundschule

Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten, Bewerten

Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2012

hrsg. von Anna Susanne Steinweg

UNIVERSITY OF BAMBERG PRESS

Mathematikdidaktik Grundschule
Band 2

Mathematikdidaktik Grundschule

hrsg. von Anna Susanne Steinweg
(Didaktik der Mathematik und Informatik)

Band 2

University of Bamberg Press 2012

Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten, Bewerten

Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2012

hrsg. von Anna Susanne Steinweg

University of Bamberg Press 2012

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Informationen sind im Internet über http://dnb.ddb.de/ abrufbar

Herstellung und Druck: docupoint GmbH, Barleben

Umschlaggestaltung: Dezernat Kommunikation und Alumni der Otto-Friedrich-Universität Bamberg

http://www.uni-bamberg.de/ubp/

ISSN: 2193-2905
ISBN: 978-3-86309-111-8 (Druckausgabe)
eISBN: 978-3-86309-112-5 (Online-Ausgabe)
URN: urn:nbn:de:bvb:473-opus4-18443

Inhaltsverzeichnis

Berichte aus den Arbeitsgruppen

Vorwort

In der Zeit vom 9. bis 11. November 2012 trafen die Mitglieder des Arbeitskreises Grundschule der GDM zu ihrer jährlichen Herbsttagung in Tabarz zusammen und tauschten sich zum Thema „Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten und Bewerten“ aus.

Mit diesem Band der Reihe „Mathematikdidaktik Grundschule“ dokumentieren wir erneut die regen Aktivitäten unseres Arbeitskreises. Zahlreiche positive Rückmeldungen nach Erscheinen des ersten Bandes der Reihe (2011) bestärken uns in unserer Einschätzung und in unserem Wunsch, dass auch dieser Tagungsband maßgeblich dazu beitragen möge, die Erträge aus unserem Dialog zwischen Schulpraxis, allen Phasen der Lehreraus- und Weiterbildung sowie der Schulverwaltung einem breiteren Publikum zugänglich zu machen.

Seit mehr als 40 Jahren beziehen Mathematikdidaktiker mathematisches Lernen nicht mehr nur auf inhaltliche Aspekte. Mathematische Grundbildung drückt sich vielmehr auch darin aus *wie* wir mathematischen Inhalten begegnen.

Wie kann es uns gelingen, dieses *Mathematiktreiben* in den Mittelpunkt des Unterrichts zu rücken? Wird das kreative Lösen mathematischer *Probleme* künftig elementarer Bestandteil des Mathematikunterrichts an deutschen Grundschulen sein? Werden wir eine Kultur des *Argumentierens und Kommunizierens* etablieren können? Wird es selbstverständliche Erkenntnis sein, dass sich die Begegnung mit fachlichen Inhalten besonders intensiv gestaltet, wenn Prozesse des *Modellierens* oder *verschiedene Darstellungsformen* gemeinsam mit Kindern reflektiert werden?

Eine Akzentverschiebung, die mathematisches Tätigsein in den Mittelpunkt des Unterrichts rückt, zeigt sich auch in den Anforderungsbereichen, die die Bildungsstandards skizzieren (KMK 2005[1]): Das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen (AB II) oder das Ver-

[1] KMK Kultusministerkonferenz (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004.* München: Luchterhand.

allgemeinern und Reflektieren erkannter Zusammenhänge (AB III) erfahren stärkere Gewichtung gegenüber dem Ausführen von Routinetätigkeiten (AB I).

Mit den Hauptvorträgen der Tagung 2012 standen konkrete Anregungen zur Förderung der prozessbezogenen Kompetenzen zur Diskussion. Hier ging es vor allem um die Frage, wie Lernanlässe geschaffen werden können, die im weitesten Sinne eine natürliche Differenzierung beinhalten und auch in heterogenen Lerngruppen verschiedene Kompetenzen und Anforderungsbereiche ansprechen. Eine besondere Herausforderung ergibt sich daran anknüpfend aus dem Anspruch, die Ausbildung der prozessbezogenen Kompetenzen zu beobachten, diese Beobachtungen zu erfassen oder sie gar einer Bewertung zu unterziehen.

Ein besonderer Dank richtet sich an alle Kolleginnen und Kollegen, die sich 2012 mit ihren wissenschaftlichen Beiträgen und Befunden aus der aktuellen (mathematikdidaktischen) Grundschulforschung neue Denkanstöße boten und sich der Diskussion in den Plenumssitzungen oder in Arbeitsgruppensitzungen stellten. Danken möchten wir auch den Koordinatorinnen und Koordinatoren, die am zweiten Nachmittag der Tagung mit ihren verschiedenen Arbeitsgruppen zusammenkamen. Ihr Engagement wird sicher auch künftig dazu beitragen, dass u.a. auch Nachwuchsforscherinnen und -forscher Gelegenheit zur Präsentation und Diskussion ihrer Projekte im Arbeitskreis Grundschule erhalten.

Prof. Dr. Christiane Benz

Dr. Simone Reinhold

Dr. Thomas Rottmann

Bernadette Thöne

Webseite des Arbeitskreises http://didaktik-der-mathematik.de/ak/gs/

Argumentationskompetenzen im Unterrichtsalltag fördern, analysieren und bewerten

von Angela Bezold

Forscheraufgaben sind selbstdifferenzierende Lernangebote, die eine Chance bieten, Kinder unterschiedlicher Leistungsniveaus beim Entdecken und Begründen mathematischer Phänomene zu fördern. Im Beitrag wird eine Forscheraufgabe vorgestellt, die auf der Grundlage eines Drei-Phasen-Modells (Erkunden, Entdecken, Erfinden) praktisch erprobt wurde. Aufbauend auf einem Kompetenzmodell werden Anforderungsniveaus ausdifferenziert, die als Beurteilungsinstrument für Argumentationskompetenzen in der Praxis fungieren sollen. Konzeptionelle Überlegungen für die Aus- und Weiterbildung runden den Beitrag ab.

Schlüsselwörter: Argumentieren, Argumentationskompetenzen, Forscheraufgaben, Lernumgebungen, Unterrichtsmodell, Kompetenzmodell

1 Bausteine des Argumentierens in der Primarstufe

Die Bedeutung des Themas Argumentieren spiegelt sich in der aktuellen Forschung wider. In der mathematikdidaktischen Diskussion im Primarbereich wird der Argumentationsbegriff häufig im Zusammenhang bzw. im Sinne des Begründens verwendet (vgl. Maier 2007, Bezold 2009, Fetzer 2011) Darüber hinaus scheint sich in der Literatur ein Argumentationsbegriff durchzusetzen, der sich klar vom Beweisen im streng deduktiven Sinn abgrenzt.

In meinem Verständnis stellt das Begründen eine wesentliche argumentative Tätigkeit dar, wird jedoch nicht mit dem Argumentieren gleichgesetzt. In Anlehnung an die Bildungsstandards möchte ich den Begriff weiter fassen und bereits das Äußern über Vermutungen hinsichtlich (relevanter) mathematischer Besonderheiten als argumentative Tätigkeit betrachten (vgl. KMK 2005). Aus diesen Überlegungen ergeben sich drei wesentliche grundschulspezifische Bausteine (Abb. 1).

Argumentieren bedeutet mathematische Entdeckungen (Eigenschaften, Zusammenhänge, Lösungen u. v. m) zu beschreiben (Baustein 1), diese zu hinterfragen (Baustein 2) sowie sie zu begründen bzw. hierfür eine Begründungsidee (Baustein 3) zu liefern.

Abb. 1 Bausteine des Argumentierens

Ein nicht unwesentlicher Gedanke ist in diesem Zusammenhang, dass Entdeckungen und Begründungen sowohl verbal, als auch non-verbal – beispielsweise in Form von Darstellungen – artikuliert werden können. Anders ausgedrückt: Es geht darum eine „Ausdrucksweise" zu finden, um mathematisch zu argumentieren.

Die argumentativen Tätigkeiten Entdecken und Begründen sind hierbei als eine Einheit zu betrachten. „Einer Entdeckung fehlt es ohne Begründung an Sicherheit. Begründungen ohne Entdeckung hingegen verfehlen den Kern des aktiven Lernens." (Meyer 2007) Welche mathematischen Inhalte können Entdeckungen „herauslocken" und damit Argumentationsprozesse ankurbeln? Eine unerschöpfliche Quelle liefern hier u. a. Zahlenmuster – Folgen, schöne Päckchen u. v. m. –, die darüber hinaus faszinieren können: „Zahlenmuster haben (...) das Potential zu verzaubern, da der Musterhaftigkeit eine Faszination eigen ist, die als schön empfunden werden kann" (Steinweg 2003).

2 Forscheraufgaben und einzelne Aspekte für die Förderung des Argumentierens im Unterricht

2.1 Der Zahlenwinkel – eine Forscheraufgabe

Welche Aufgaben eignen sich in besonderer Weise, das Entdecken und Begründen mathematischer Phänomene zu initiieren? Aufgrund der großen Leistungsspanne hinsichtlich der Argumentationskompetenzen bei Grundschülern scheint der Einsatz von selbstdifferenzierenden Aufgaben – beispielsweise *Forscheraufgaben* – nahezu unerlässlich (Bezold 2009).

Forscheraufgaben weisen im eigenen Verständnis folgende Kriterien auf:

Forscheraufgaben

- geben vielfältige Anlässe für Entdeckungen mathematischer Phänomene,
- weisen ein Argumentations- bzw. ein Begründungspotential auf und
- stellen Anforderungen unterschiedlicher Niveaus (selbstdifferenzierend).

(Bezold 2009, S. 97, vgl. Verboom & Nührenbörger 2005, S. 39)

Je nach individuellem Leistungsniveau können die Schüler trotz des gleichen inhaltlichen Kontextes einfache bis fortgeschrittene Argumentationskompetenzen – einfache bis komplexe Entdeckungen und Begründungen – zeigen bzw. entwickeln. Deshalb dürfen die Aufgaben eine gewisse Komplexität nicht unterschreiten (vgl. Krauthausen & Scherer 2001, S. 199).

In der Nähe von Forscheraufgaben sind Gute Aufgaben (u. a. Ruwisch & Peter-Koop 2003, Walther 2005) oder Lernumgebungen (u. a. Hengartner 2006, Wollring 2009) anzusiedeln.

Das Aufgabenformat Zahlenwinkel stellt eine typische Forscheraufgabe dar.

Aufgabe: *Lege/ Schreibe die Zahlen von 1 bis 9 so in die Kästchen, dass jeder Arm zusammengezählt das gleiche Ergebnis ergibt! Trage die Summe des linken und rechten Armes in die Kästchen darunter ein!*

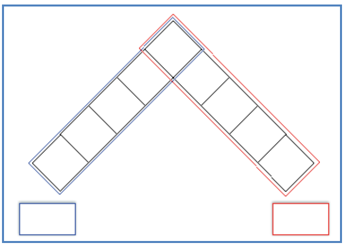


Abb. 2 Forscheraufgabe Zahlenwinkel

2.2 Einfache und komplexe Entdeckungen und Begründungen

Die folgende Auswahl an Lösungsmöglichkeiten gibt einen Einblick in das reichhaltige Argumentationspotential der Aufgabe.

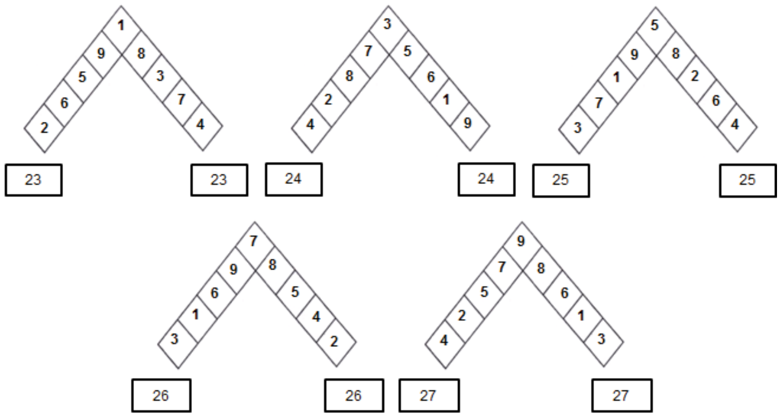
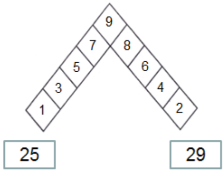
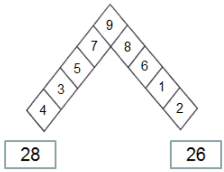
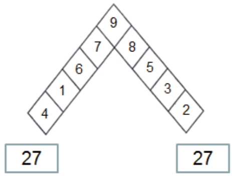


Abb. 3 Auswahl möglicher Lösungen für den Zahlenwinkel

Die Beschäftigung mit dem Zahlenwinkel kann zu einer Reihe mathematischer Entdeckungen oder auch Begründungen veranlassen. Beispielsweise können die Zahlen eines Armes vertauscht werden ohne dass sich die Armsumme ändert. Begründungen liefern das Kommutativ- und Assoziativgesetz. Hierbei handelt es sich um eine eher einfache Entdeckung und Begründung. Auch Strategien wie das gegensinnige Verändern und das Bildung von 10er-Paaren können entdeckt und begründet werden. Die Entdeckung und Begründung, dass nur bestimmte Armsummen möglich sind, stellt eine besondere Herausforderung für Grundschulkinder dar.

2.3 Verbale und non-verbale Argumentationen

Tobias und William (4. Jahrgangsstufe) experimentierten mit geraden und ungeraden Zahlen:

1. Phase	2. Phase	3. Phase
Ausgangssituation  Tobias: *Warte, dann müssen wir die 4 gegen die 1 tauschen. Ne die 4 gegen…Mist!*	William tauscht die 4 gegen die 1 aus.  	…nach einer Weile tauscht Tobias die Zahlenpaare 5 + 3 und 6 + 1. 

Die Kinder artikulieren ihre Entdeckungen sowohl verbal als auch non-verbal. Da es sich um eine komplexe Strategie handelt, kann vorsichtig vermutet werden, dass Tobias die Strategie, die er durch sein Handeln zeigte, auch begründen könnte.

Die Bedeutung der verschiedenen Artikulationsformen im Unterricht stellt auch Wollring heraus: „Wir vertreten die Auffassung, dass als Artikulationen Handeln, Sprechen und Schreiben insgesamt den Unterricht bestimmen sollten. Für die meisten Kinder gehen Kompetenzen, die sich in Handlungen äußern, den Kompetenzen in mündlichen und schriftlichen Äußerungen zeitlich weit voraus…“ (Wollring 2009, S. 15, vgl. Fetzer 2011)

2.4 Förderung zwischen Steuerung und Offenheit

Das Ordnen der Zahlenwinkel (vgl. Abb. 3) stößt die Kinder auf die besondere Eigenschaft der Eckzahlen. Es fällt auf, dass nur ungerade Zahlen in der Spitze stehen.

Auf der Grundlage der geordneten Lösungen entwickelte sich das folgende Gespräch

Studentin: *Ihr habt ja viele Lösungen gefunden.*
Ist euch etwas aufgefallen?

William: *Ja, dass nur die 1, 3, 5, 7 und die 9 als Eckzahlen gehen.*

Tobias: *Alles ungerade, sonst kann es ja nicht aufgehen.*

Studentin: *Kannst du das genauer erklären?*

Tobias : *Mm...*

Studentin: *Zähle doch einmal alle Zahlen zusammen!*

(Es folgt eine längere Phase des stillen Ausprobierens mit verschiedenen Eckzahlen)

Tobias: *45! Jetzt weiß ich´s: Wenn ich zum Beispiel die 2 nehme, dann bleibt 43 übrig und das kann ich ja nicht durch 2 teilen.*

Tobias gelang es nun durch ein Gegenbeispiel seine Entdeckung hinsichtlich der Eckzahlen auch überzeugend zu begründen. Wie kam es zu dieser anspruchsvollen Argumentation?

In dieser Phase wurden sowohl offene Forscherfragen („Was fällt dir auf?"), als auch konkrete Forschertipps („Zähle alle Zahlen zusammen!") eingesetzt. Die Kunst ist es hierbei, eine Balance zwischen offenen und gezielten Anregungen zu finden. Für die Unterstützung der Lernprozesse der Kinder braucht die Lehrkraft somit „ein Handlungsrepertoire von Instruktionen zwischen Offenheit und Lenkung", aber auch viel Verständnis für die Denkprozesse, Eigenproduktionen oder Erklärungen ihrer Schüler (Schütte 2008, S. 141).

3 Drei-Phasen-Modell: Erkunden – Entdecken – Erfinden

Für das Aufgabenformat Forscheraufgaben wurde ein Unterrichtsmodell – das sog. Drei-Phasen-Modell „Erkunden, Entdecken, Erfinden" – konzipiert, das sowohl eine selbsttätige Auseinandersetzung mit den mathematischen Phänomenen auf individuellem Niveau anregen als auch ein kooperatives Lernen ermöglichen soll. Hierbei handelt es sich um ein modifiziertes Unterrichtsmodell, das in einer Studie (Bezold 2009) erfolgreich erprobt und zur Optimierung modifiziert wurde.[1]

Die Kinder erforschen nach dem Drei-Phasen-Modell (Abb. 4) die selbstdifferenzierenden Lernangebote, wobei diese Phasen fließend ineinander übergehen und nicht unbedingt linear verlaufen müssen. Die erste Phase bedeutet ein freies Erkunden mit offenen „Forscheraufträgen" (hier werden evtl. bereits Vermutungen geäußert). Die

---

[1] Das Modell bzw. die Bedeutung der einzelnen Phasen für die Entwicklung des Argumentierens wird im Projekt KLIC – Kinder lernen in computergestützten Lernumgebungen (Kooperationsprojekt der Universitäten Saarbrücken und Würzburg) näher untersucht.

Phase des Entdeckens geht über erste (spontane) Vermutungen hinaus und erfordert Tätigkeiten des Beschreibens, Hinterfragens und Begründens, wobei sich das Ordnen und Systematisieren als hilfreich erweisen kann und daher auch angeregt wird. Hier spiegelt sich deutlich das vorliegende Argumentationsverständnis wider.

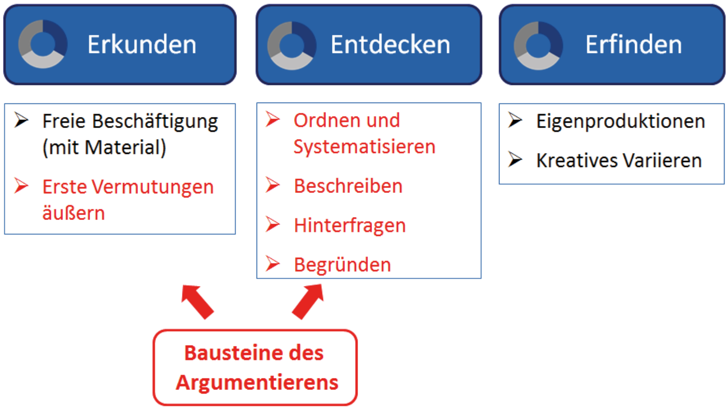


Abb. 4 Drei-Phasen-Modell

In der Regel beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler zunächst alleine mit dem Aufgabenformat. So hat jedes Kind Gelegenheit zunächst individuelle Lernwege zu gehen. Anschließend tauschen sie sich in einer gemeinsamen Phase über ihre Entdeckungen aus und widmen sich weiteren Forscheraufträgen. Ein intersubjektiver Austausch ist insbesondere bei der Beurteilung von Entdeckungen hinsichtlich ihres Wahrheitsgehaltes oder hinsichtlich ihrer Bedeutsamkeit unverzichtbar (vgl. Meyer 2007).

In der Phase des Erfindens soll einerseits die kreative Seite der Mathematik betont und andererseits gewonnene Ergebnisse vertieft oder weiterentwickelt werden. Es geht darum, Aufgabenvariationen zu entwickeln.

Hier ein Beispiel zum Zahlenwinkel:

Erfindet neue Aufgaben zum Zahlenwinkel. Das dürft ihr ändern:

- *die Länge der Arme*
- *die Regel für die Summe der Arme*

- *die Zahlenkärtchen*

Das Modell spiegelt ein Grundverständnis von Mathematik wider wie es auch bei Wittmann vorliegt: Die Mathematik wird betrachtet als eine "vital science of dynamic patterns which can be developed globally in the curriculum as well as explored, continued, re-shaped, and invented locally by the learners themselves" (Wittmann 2011, S. 1).

4 Analysieren und Bewerten von Argumentationen

Um Argumentationsfähigkeiten gezielt fördern zu können, sind zunächst geeignete Aufgaben und Unterrichtsmodelle erforderlich. Zudem bedarf es der Offenheit bzw. Bereitschaft der Lehrkräfte, Beurteilungen prozessbezogener Kompetenzen – beispielsweise Argumentationskompetenzen – in eine veränderte Leistungskultur einzubeziehen. Argumentationskompetenzen realisieren sich durch die Erfüllung argumentativer Anforderungen bei repräsentativen Aufgaben. Hierfür benötigen Lehrkräfte praxistaugliche Beurteilungsgrundlagen in Form von Anforderungsbeschreibungen und darüber hinaus hohe diagnostische Kompetenzen. Das folgende Beurteilungsmodell, in dem Anforderungen für drei Niveaustufen operationalisiert wurden, entstand auf der Grundlage eines Kompetenzmodells, das in einer Studie (Bezold 2009) erfolgreich evaluiert und nun für die Praxis auf der Grundlage von Erfahrungen in Lehrerfortbildungen im Rahmen des Programms SINUS-an-Grundschulen modifiziert wurde. Bedacht werden muss in diesem Zusammenhang, dass jeder Aufgabe eine inhaltliche Leitidee – beispielsweise Zahlen und Operationen – zu Grunde liegt, auf die sich die Argumentationskompetenz bezieht.

Vorab sei erwähnt, dass ein vereinfachtes Modell an Genauigkeit einbüßt und sich auch subjektive Einschätzungen nicht vermeiden lassen. Im Hinblick auf die Praxisrelevanz erscheint jedoch eine detailliertere Einteilung nicht sinnvoll.

Als zwei zentrale Komponenten für das Beurteilungsmodell fungieren

- *die Komplexität der relevanten mathematischen Entdeckungen (Eigenschaften, Beziehungen, Lösungsmöglichkeit u. ä.) und*
- *das Begründungsniveau.*

Das Modell untergliedert sich in drei Niveaustufen, denen spezifische Anforderungen (Ansprüche) zugeordnet wurden. Beispiele für schriftliche Schülerargumentationen zum Zahlenwinkel konkretisieren die Ansprüche.

Grundanforderungen (Niveau 1)

- Beschreibung einfacher mathematischer Entdeckungen (Besonderheiten)

Beispiel: Ich habe entdeckt, dass ich die Zahlen in den Armen vertauschen kann.

zusätzliche Anforderungen (Niveau 2)

- Beschreibung einfacher mathematischer Entdeckungen mit Begründung

Beispiel: Ich kann die Eckzahl nicht mit einer anderen Zahl vertauschen, weil sich dann bei einem Arm die Summe ändert.

- Beschreibung komplexer mathematischer Entdeckungen

Beispiel: Ich habe entdeckt, dass bei der Eckzahl 3 die Armsumme 24 ist, bei der 5 ist sie 25 und dann immer 1 mehr bei der nächsten Eckzahl.

fortgeschrittene Anforderungen (Niveau 3)

- Beschreibung sehr komplexer mathematischer Entdeckungen

Beispiel: Es gibt nur die Eckzahlen 1,3,5,7, und 9. Die Armsumme ist bei der 1 23, bei der 3 24, bei der 7 25 und bei der 9 26. Sie wird immer um 1 größer, wenn die Eckzahl um 2 größer wird.

- Beschreibung (sehr) komplexer Entdeckungen mit Begründung

Beispiel: Es gehen nur ungerade Eckzahlen. Sonst geht es nicht auf, denn wenn ich zum Beispiel die 2 nehme, dann bleibt 43 übrig und das kann ich ja nicht durch 2 teilen. (siehe Tobias)

Beschreibt ein Schüler eine komplexe Entdeckung – beispielsweise eine komplexe Zahlbeziehung –, so entspricht seine Argumentation Niveau 2. Dieses Niveau erreicht er auch, wenn er eine einfache mathematische Zahlbeziehung beschreibt und diese auch begründet. Dies trifft in analoger Weise auch für Niveau 3 zu. Da auf der dritten Niveaustufe (sehr) komplexe mathematische Beziehungen begründet werden, liegt ein höheres Begründungsniveau als auf der zweiten Niveaustufe vor.

Es wird deutlich, dass das zweite und dritte Niveau mit und ohne Begründung(en) erreicht werden kann. Somit spiegelt sich der anfangs vorgestellte Argumentationsbegriff im Kompetenzmodell wieder.

Wichtig ist im Zusammenhang einer Beurteilung einer Argumentation im täglichen Unterricht, die von Wollring immer wieder betonte Bedeutung einer Anerkennungskultur im Blick zu behalten. „Wesentliches Element in einem von Anerkennungskultur bestimmten Klassenklima ist die positiv wertende und kompetenzorientierte Sicht auf die Beiträge der Kinder im Gegensatz zu einer defizitorientierten Sicht, die vorrangig betont, was an dem Beitrag eines Kindes zur Vollständigkeit oder zur Richtigkeit noch fehlt.“ (Wollring 2010, S. 10)

Sundermann und Selter sprechen von einer Kultur der Ermutigung. Eine Kultur der Ermutigung setzt auf Formen, die „dem Kind ein ermutigendes Resumée seines bisherigen Lernens geben und Perspektiven für das weitere Lernen einschließen.“ (Sundermann/ Selter 2006, S. 171)

Letztendlich geht es bei der Beurteilung der Argumentationskompetenzen der Schülerinnen und Schüler in der Praxis darum, sich an Kriterien zu orientieren, aber dennoch das einzelne Kind im Blick zu behalten und pädagogisch zu agieren.

5 Konzeptionelle Überlegungen für die Aus- und Weiterbildung

Im Zusammenhang der Überlegungen, wie sich eine veränderte Unterrichtskultur hinsichtlich einer größeren Bedeutung prozessbezogener Kompetenzen im Unterricht etablieren lässt, sind auch Konzepte für die Aus- und Weiterbildung zu diskutieren.

5.1 Kooperationsmöglichkeiten zwischen Universitäten und Schulen

Die folgenden Ziele werden sowohl in der Aus- als auch in der Weiterbildung verfolgt:

- Erkennen des Argumentationspotentials von Aufgaben

- (Weiter-) Entwicklung von selbstdifferenzierenden Lernangeboten
- Gewinnen von Erfahrungen mit Aufgabenstellungen und „Forschertipps“

Für die Weiterbildung werden zusätzlich die folgenden Ziele angestrebt:

- Prozessbezogene Beurteilungen als notwendiges Element einer veränderten Leistungskultur erkennen
- Diagnostische Kompetenz erweitern

Aufgrund eines großen Feldes an Überschneidungen bietet es sich an, Kooperationsmöglichkeiten zwischen den Universitäten und den Schulen zu suchen.

Im Rahmen des Projektes Akima (Alle Kinder entdecken Mathematik) wird an der Universität Würzburg das Seminar „Forscheraufgaben“ und das Seminar „Entwicklung eines Forschercamps“ angeboten. Im Mittelpunkt steht das Ziel Gewinn bringende Chancen einer Verknüpfung der Ausbildung und Weiterbildung zu nutzen.

Studierende entwickeln Forscheraufgaben, erproben diese an Grundschulen in Kleingruppen und werten ihre Unterrichtserfahrungen im Rahmen des Seminars gemeinsam mit den Lehrkräften aus. Auf der Grundlage von Protokollen und Schülerdokumenten werden Argumentationen analysiert und von den Lehrkräften der Versuch unternommen diese auch zu bewerten.

Ähnliche Ziele werden mit dem Seminarangebot „Entwicklung eines Forschercamps“ verfolgt, wobei es hier darum geht, vor allem besonders begabte Kinder in jahrgangsgemischten Gruppen zu fördern. Lehrkräfte haben die Möglichkeit an diesen Forschertagen zu hospitieren und auf der Grundlage eines Beobachtungsbogens detaillierte Informationen über die individuellen Fähigkeiten ihrer Schülerinnen und Schüler zu gewinnen.

Im Rahmen des Projektes KuSs (Kinder unterstützen – Schulpraxis sammeln/ Universität Bamberg) – um beispielshaft ein weiteres universitäres Kooperationsprojekt zu nennen – findet ebenfalls eine mathematische Förderung an ausgewählten Schulen individuell oder in Kleingruppen statt. So besteht die Chance die Ausbildung durch Praxiserfahrungen zu optimieren und sicherlich auch die Schulpraxis zu verändern.

5.2 Unterstützungskonzepte für Lehrkräfte

Für Lehrkräfte gibt es aktuell sehr Erfolg versprechende Unterstützungskonzepte, denen eines gemeinsam ist: Lehrkräfte sollen darin unterstützt werden, prozessbezogenen Kompetenzen eine bedeutendere Rolle im Mathematikunterricht zuzuschreiben.

Im Rahmen dieses Beitrages können nur einige wenige genannt werden.

Das Programm SINUS-an-Grundschulen setzt Akzente mit den Basismodulen „Gute Aufgaben“ und „Forschen, Entdecken, Erklären“. Ein wesentliches Element stellen gegenseitige Unterrichtshospitationen in den Schulgruppen dar. Anfangs ist es meiner Erfahrung nach nicht einfach, Lehrkräfte zu ermutigen, ihren Unterricht zu öffnen. Diese Überzeugungsarbeit lohnt sich jedoch sowohl hinsichtlich des Gewinn bringenden Austausches als auch hinsichtlich einer Etablierung einer fachdidaktischen Teamarbeit an den einzelnen Schulen. So lautet ein Ergebnis einer Studie des IPN: „Maßnahmen wirken, wenn Lehrpersonen *aktiv* lernen und eigene maßgeschneiderte Lösungen für tatsächliche Probleme entwickeln. Maßnahmen wirken, wenn Lehrkräfte in der Schule und schulübergreifend kollegial zusammenarbeiten.“[2]

Die „Lehr-Videos“ von KIRA (Kinder rechnen andere/ TU Dortmund) können Lehrkräften konkrete Fördermaßnahmen für Kinder unterschiedlichster Begabungen aufzeigen. Darüber hinaus bietet KIRA theoretische Grundlagen für notwendige Veränderungen an.

Das interdisziplinäre Projekt PIK AS an der TU Dortmund besteht aus zwei eng miteinander verzahnten Teilprojekten: dem Projekt PIK (Prozessbezogene und Inhaltsbezogene Kompetenzen) mit mathematikdidaktischem Schwerpunkt und dem Projekt AS (Anregung von

[2] entnommen aus dem Vortrag von Claudia Fischer auf der SINUS-Bundestagung 2012: Ergebnisse aus der wissenschaftlichen Begleitforschung zum Programm SINUS an Grundschulen.

fachbezogener Schulentwicklung) mit dem Schwerpunkt in Fragen der Schulentwicklung. Hier werden Unterstützungsleistungen sowie -materialien entwickelt und für die beteiligten Akteure (Lehrerinnen, Mathe-Expertinnen, Schulleitungen, Mitglieder der Kompetenzteams, Fachleiterinnen, ...) bereitgestellt.

6 Ausblick

Zukünftige Forschungen werden zeigen, auf welche Weise sich der Mathematikunterricht flächendeckend in Deutschland hinsichtlich der Förderung prozessbezogener Kompetenzen weiterentwickeln konnte. Dabei ist es zu erwarten, dass auch die Vergleichsarbeiten VERA langfristig gesehen Einfluss auf die Unterrichts- und Leistungskultur nehmen werden.

Was wird trotz aller existierenden guten Programme eine kontinuierliche Aufgabe bleiben? Lehrkräfte müssen vor Ort durch geeignete Fortbildungs- sowie Kooperationsprogramme unterstützt und am Prozess der Weiterentwicklung der Unterrichtsqualität beteiligt werden.

Literatur

Bezold, A. (2012). Entwicklung eines Forschercamps für Grundschulkinder - Konzeption, Beispiele und Forschungsfragen.

http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/bzmu2012/. Gesehen 6.11.2012

Bezold, A. (2010). Wie können Lehrkräfte das Argumentieren fördern? Reihe: *Publikationen des IPN für Sinus an Grundschulen.* Kiel: IPN.

Bezold, Angela (2009). *Förderung von Argumentationskompetenzen durch selbstdifferenzierende Lernangebote – Eine Studie im Mathematikunterricht der Grundschule.* Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

Fetzer, Marei (2011). Wie argumentieren Grundschulkinder im Mathematikunterricht? Eine argumentationstheoretische Perspektive. *Journal für Mathematik-Didaktik,* 32, 27-51.

Hengartner, Elmar (2006). Lernumgebungen für das ganze Begabtenspektrum: Alle Kinder sind gefordert. In Hengartner, Elmar & Hirt , Ueli & Wälti, Beat und Primarschulteam Lupsingen, *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht* (S. 9-15). Zug: Klett und Balmer Verlag.

Krauthausen, Günter & Scherer, Petra (2001). *Einführung in die Mathematikdidaktik.* Heidelberg, Berlin: Spektrum.

KMK (2005). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004.* München, Neuwied: Luchterhand.

Meyer, Michael (2007). *Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument.* Hildesheim, Berlin: Franzbecker

NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics (Hg.) (2000). *Prinziples and Standards for School Mathematics.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Nührenbörger, Marcus & Verboom, Lilo (2005): Eigenständig lernen – Gemeinsam lernen. Beschreibung des Moduls 8 für das Projekt SINUS-Transfer in der Grundschule. http//www.sinus-grundschule.de. Gesehen 6.11.2012

Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (2003). *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule.* Offenburg: Mildenberger Verlag.

Schütte, Sybille (2008). Mathematik zwischen Offenheit und Lenkung – Zum Verständnis von Konstruktion und Instruktion bei mathematischen Lernprozessen. In Esslinger-Hinz, Ilona & Hahn, Heike (Hrsg.), *Kompetenzen entwickeln – Unterrichtsqualität in der Grundschule steigern. Entwicklungslinien und Forschungsbefunde* (S. 135-142). Hohengehren: Schneider Verlag.

Steinweg, A. S. (2003). "Gut, wenn es etwas zu entdecken gibt - Zur Attraktivität von Zahlen und Mustern" In Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 56-74). Offenburg: Mildenberger Verlag.

Sundermann, Beate & Selter, Christoph (2006). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Gute Aufgaben. Differenzierte Arbeiten. Ermutigende Rückmeldungen.* Berlin: Cornelsen.

Walter, Gerd (2004). Gute und andere Aufgaben. Beschreibung des Moduls 1 für das Projekt SINUS-Transfer in der Grundschule. www.sinus-an-grundschulen.de Gesehen 6.11.2012.

Wittmann, Erich Christian (2011). Mathematics as the Science of Patterns – A Guideline for Developing Mathematics Education from Early Childhood to Adulthood. http://www.irem.u-strsbg.fr/php/publi/annales/sommaires/ 11/WittmannA.pdf Gesehen 6.11.2012

Wollring, Bernd (2009). Zur Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule. In Peter-Koop, Andrea & Lilitakis, Georg & Spindeler, Brigitte (Hrsg.), *Lernumgebungen – Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule* (S. 9-23). Offenburg: Mildenberger Verlag.

Dr. Angela Bezold
Universität Würzburg
Institut für Mathematik und Informatik
Emil-Fischer-Str. 30
97074 Würzburg
bezold@dmuw.de

Die etwas andere Aufgabe – und die Sache mit den Kompetenzen

von Wilfried Herget

Rechnen, Regeln und Rezepte gehören zur Mathematik. Doch Mathematik ist mehr, und Mathematikunterricht kann mehr vermitteln.
Welche Möglichkeiten gibt es, die üblichen Aufgaben zu verändern? Und wie sieht es bei Kompetenztests und Vergleichsarbeiten aus?
Diesen Fragen soll hier nachgegangen werden – nicht zuletzt unter Bezug auf die Erfahrungen mit der regelmäßigen Rubrik „Die etwas andere Aufgabe" in der Zeitschrift mathematik lehren seit 1995.

Schlüsselwörter: Aufgabenentwicklung, Aufgabentypen, Problemlösen, Modellieren, Argumentieren, Vergleichsarbeiten

1 Aufgaben öffnen!

Nicht die Aufgaben sollen einem über den Kopf wachsen,
sondern der Kopf soll über den Aufgaben wachsen.
(Gerhard Uhlenbrock, *1929)

1.1 Orientierung am Ergebnis – Orientierung am Prozess

Die Klassenarbeit in meiner Klasse 7 ist geschrieben. Mit den eingesammelten Heften untern Arm will ich den Klassenraum verlassen. In der Tür stehen Anne und Jens, die Wangen noch leicht gerötet von der Anstrengung: „Was kommt denn bei der letzten Aufgabe raus?" Sobald ich das Zahlenergebnis nenne – ein Seufzer und enttäuschte Augen auf der einen, ein Freudensprung auf der anderen Seite. Ganz offen-sichtlich: Nur das Ergebnis zählt! (Herget 2000a)

Doch Mathematik ist mehr als nur Rechnen nach dem Rezept aus der letzten Stunde, mehr als die von Thomas Jahnke (2012) beschriebene „Regeldetri des Mathematikunterrichts: So heißt das. So geht das. So ist das.". Keine Frage: Schemata sind nützlich für die Bewältigung von Standardsituationen. Die Anwendung von gelernten Schemata birgt aber eine Gefahr: Wir neigen dazu, alle Probleme nach „Schema F" lösen zu wollen, und werden damit starr und unbeweglich. Um ungewohnte und komplexere Probleme zu lösen, brauchen wir jedoch die Fähigkeit, Schemata in Frage zu stellen: Wir müssen uns etwas Neues einfallen lassen. Für die jungen Leute von heute wird dies wohl noch lebenswichtiger sein als für mich.

Neben der *Orientierung am Ergebnis* muss es uns im Mathematikunterricht eben *auch* um die *Orientierung am Prozess* gehen (Herget 1999a, siehe auch Abb. 1): Wie bist du darauf gekommen? Was wäre, wenn wir es einmal mit einem anderen Ansatz versuchen würden? Vergleiche und bewerte die verschiedenen Lösungswege! Oder sogar: Was wäre, wenn wir diese Aufgabe hier oder dort etwas verändern würden?

„Aufgaben öffnen“ – die Überschrift dieses Kapitels (vgl. Herget 2000a) – kann zum einen als Aufforderung verstanden werden, sozusagen mit einem Ausrufezeichen: Es gilt, die Aufgaben im Mathematikunterricht zu öffnen, offener zu stellen, weiter zu fassen.

„Aufgaben öffnen“ kann auch gelesen werden als Beschreibung dessen, was Aufgaben bewirken können, wenn sie geeignet ausgewählt, eingesetzt und begleitet werden: So können sie den Mathematikunterricht öffnen, können den Unterrichtsablauf, die Unterrichtskultur offener gestalten helfen.

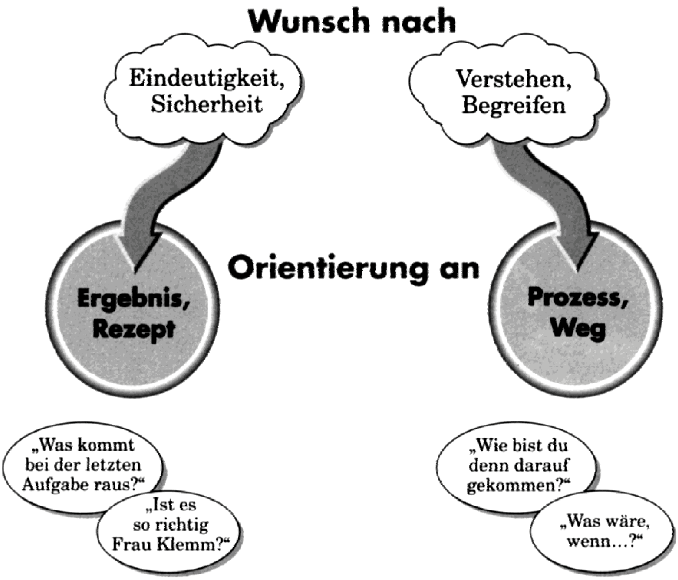


Abb. 1 Ergebnisorientierung und Prozessorientierung (Herget 1999a, S. 5)

Aufgaben können auch überhaupt *öffnen* für die Mathematik, können Interesse wecken, etwa durch Staunen über selbst gefundene Zusammenhänge, über die Erfahrung des hinzugewonnenen Wissens, über den selbst oder gemeinsam erreichten Erfolg. Sie können dazu beitragen, die Schülerinnen und Schüler und die Lehrerinnen und Lehrer aber auch zu öffnen für eine andere, neue Sicht auf die Mathematik; Aufgaben können den Blick weiten für die vielen unterschiedlichen Aspekte und Facetten des Unterrichtsfachs.

„Aufgaben öffnen“ kann sich beziehen auf die Art der Präsentation der Aufgabe, auf die *Form*, aber auch auf die *Interpretation* der Fragestellung, kann sich beziehen auf das Spektrum der akzeptablen Antworten, der möglichen akzeptablen Lösungswege – aber auch auf mögliche Variationen, Erweiterungen, Fortsetzungen, Verallgemeinerungen, auf ein weiteres „Öffnen“ bezüglich der zunächst vielleicht eher eng gefassten Fragestellung (siehe dazu Schupp 2000, 2002; Büchter/Leuders 2005).

All dies ist keineswegs Selbstzweck: Es dient dazu, die Mathematik besser zu verstehen und ihre Möglichkeiten, Zusammenhänge und Anwendungen nachhaltig zu begreifen. Selbstverständlich ist es unverzichtbar, Grundwissen zu erwerben und Grundfertigkeiten zu üben – aber auch das kann phantasievoll, interessant und abwechslungsreich an Aufgaben entlang geschehen, die weiter, offener gefasst und ebenso bearbeitet werden.

In diesem Sinne stelle ich im Folgenden einige Anregungen und zahlreiche Verweise zum Weiterlesen zusammen, nicht zuletzt unter Bezug auf meine Erfahrungen seit 1995 mit den regelmäßigen Rubriken „Die etwas andere Aufgabe“ und „Ideenkiste“ in der Zeitschrift *mathematik lehren*, die sich vor allem an Lehrerinnen und Lehrer der Sekundarstufen wendet. Erklärtes Ziel dabei ist, Unterricht weiterzuentwickeln und zu zeigen: *Aufgaben öffnen!*

1.2 „Offene Aufgaben“ – was ist das eigentlich?

Manfred Kronfellner (1997) nennt Aufgaben, die sich einer klassischen Einübung weitgehend entziehen, „Singuläre Aufgaben“. Weiter geht Thomas Jahnke, der „Produktive Aufgaben“ für einen ebensolchen Unterricht fordert: „Produktive Aufgaben sind Aufgaben, die die

Schülerinnen und Schüler zur Eigentätigkeit anregen, sie sehen und wundern, vermuten und irren, suchen und finden, entdecken und erfahren lassen.“ (Herget/Jahnke/Kroll 2001, S. 6).

Die Bezeichnung „Offene Aufgaben“, auch „Offene Probleme“, ist nicht einheitlich (vgl. etwa Wiegand/Blum 1999; Bruder 2000a, 2000b; Büchter/Leuders 2005; Bruder et al. 2008, S. 18 ff.). Die Ansätze, verschiedene Typen offener Aufgaben gegeneinander abzugrenzen, orientieren sich aber durchweg an der folgenden Beschreibung einer Aufgabe:

Ein gewisser *Anfangszustand A* ist mit Hilfe einer gewissen *Transformation T* in einen angestrebten *Zielzustand Z* zu überführen.

$$A \xrightarrow{T} Z$$

Daraus ergeben sich die folgenden Aufgabentypen (Abb. 2):

	Anfangszustand	*Transformation*	*Zielzustand*
Typ 1	Klar	Klar	Klar
Typ 2	Klar	Klar	Unklar
Typ 3	Klar	Unklar	Klar
Typ 4	Klar	Unklar	Unklar
Typ 5	Unklar	Unklar	Unklar
Typ 6	Unklar	Unklar	Klar
Typ 7	Unklar	Klar	Unklar
Typ 8	Unklar	Klar	Klar

Abb. 2 Typen offener Aufgaben

Die Typen 3 bis 8 können als offene Aufgaben bezeichnet werden.

2 Öffnen – aber wie?

Probleme sind verkleidete Möglichkeiten.
(Postkarte, Fink & Star, Marburg)

Tatsächlich bietet sich eine ganze Palette von Möglichkeiten, die Aufgaben und damit auch den Unterricht zu öffnen – und zwar ohne großen Zusatzaufwand, auch mit dem Mathematik-Lehrbuch (vgl. auch Dockhorn 2000; Herget 2000a, S. 7).

2.1 Öffnen durch Umkehren – divergente statt konvergenter Aufgaben

Viele Standard-Aufgaben werden offener, wenn man die umgekehrte Fragestellung betrachtet (etwa Herget 2000a, S. 8; Blum/Wiegand 2000, S. 53).

Heinrich Winter (1988) stellt die folgenden beiden Aufgaben nebeneinander; Aufgaben vom Typ (1) nennt er „konvergent", solche vom Typ (2) nennt er „divergent".

(1) Löse die quadratische Gleichung $x^2 + x - 12 = 0$.

(2) Suche drei möglichst verschiedenartig aussehende quadratische Gleichungen, die alle die Lösungsmenge $\{-4, 3\}$ haben.

Konvergente Aufgaben wie (1) haben nur eine einzige Lösung, und es soll in der Regel nur ein bekanntes Lösungsverfahren angewendet werden. Ziel der Aufgabe ist es, dieses Lösungsverfahren einzuüben bzw. dieses abzuprüfen. Solche Aufgaben haben sich in der Schulwirklichkeit bewährt, sie beherrschen unsere Schulbücher und Klassenarbeiten – für die Lehrperson sind sie leicht zu korrigieren, und für die Schülerinnen und Schüler sind sie (wenigstens leidlich) trainierbar.

Divergente Aufgaben wie (2) haben mehr als eine Lösung. Als erster Lösungsansatz genügt vielleicht eine einzige Standardidee – hier etwa über den Viëtaschen Wurzelsatz: $(x + 4)\,(x - 3) = \;x^2 + x - 12 = 0$. Offen bleibt aber nun, wie weitere, dem Aufgabentext gemäß „möglichst verschiedenartig aussehende" Gleichungen zu finden sind. Dazu gilt es, algebraisches Wissen zu aktivieren und dieses dann schöpferisch einzusetzen – genau das ist das erklärte Ziel dieser Aufgabe.

Diese Idee der „Zielumkehr" ist in vielen Fällen anwendbar und leicht umzusetzen, und die Schüler-Ergebnisse zu solchen Aufgaben belegen meist sehr gut, ob das angesprochene Verfahren wirklich verstanden wurde und beweglich gehandhabt werden kann.

2.2 Aufgaben öffnen ... auch im und mit dem Schulbuch

Durch überlegte Reflexions-Anregungen und „Meta-Fragen" – übrigens auch durch eine umgekehrte Frage – lassen sich „Aufgaben-

Plantagen“ im Schulbuch öffnen (Bruder 2000b, S. 16; Büchter/Leuders 2005, S. 107 f.; Leuders 2006; Bruder et al. 2008, S. 47 ff.):

„Meta-Fragen“ zum Öffnen einer „Aufgaben-Plantage“

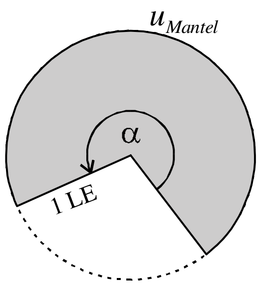
- Suche die leichtesten Aufgaben heraus und löse sie.
  Warum sind sie einfacher als die anderen?
  Welche Gemeinsamkeiten dieser Aufgaben gibt es, und worin unterscheiden sie sich?
- Stelle die Aufgaben in Gruppen zusammen. Begründe.
  Zeichne eine „Landkarte“: Ähnliche Typen werden nahe beieinander dargestellt, zwischen verwandten Typen werden Verbindungen gezeichnet.
- Warum sind dies alles quadratische Gleichungen?
  Wie können nicht-quadratische Gleichungen aussehen?
- Peter war letzte Woche krank. Erkläre ihm an einem von dir geeignet gewählten Beispiel, wie man eine quadratische Gleichung löst.

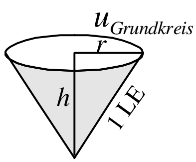
2.3 Aufgaben vorzeitig stellen – Wege und Werkzeuge wählen lernen

Die folgende Aufgabe gehört zu den aus der Sek-II-Analysis hinlänglich vertrauten Extremwertaufgaben. Was aber, wenn man eben diese Aufgabe in der Sekundarstufe I stellt und es im unmittelbar vorangegangenen Unterricht eben *kein* bekanntes Lösungsverfahren gab?

Die optimale Eistüte – mmh!

Eine optimale Eistüte ist natürlich eine Tüte, die möglichst viel Eis fasst (und dazu auch noch gut schmeckt).





Unsere Eistüte ist leider nur aus Papier: Schneide aus einer Kreisscheibe ein Segment mit dem Öffnungswinkel α aus und bastele daraus mit einem Klebestreifen eine kegelförmige Tüte.
Der Umfang u des Kegel-Grundkreises ist dann gleich der Bogenlänge des Kreissektors.

- Für welchen Winkel α ergibt sich ein maximales Tütenvolumen? Du kannst diesen Winkel am Graphen einer geeigneten Funktion ablesen oder durch eine Wertetabelle ermitteln.

Tatsächlich lässt sich diese Extremwertaufgabe bereits in der Sekundarstufe I lösen (Herget/Strick 2012, S. 53; Herget 2002, nach einer Idee von Maximilian Steger), wenn man grafische oder tabellarische Lösungsverfahren (insbesondere mit einem Grafik-Taschenrechner) zulässt. So können die Schülerinnen und Schüler einerseits mögliche Vorkenntnisse und Ideen einbringen und andererseits individuelle Lösungsstrategien entwickeln.

In (Herget 2005) habe ich eine entsprechende frühzeitige Behandlung des bekannten Problems der optimalen Schachtel skizziert. Ähnliches verfolgt die „Antarktis-Aufgabe“ aus TIMSS 3 (siehe etwa Büchter/Leuders 2005, S. 91), bei der zu einer mit Maßstab vorgelegten Landkarte der Antarktis die Fläche des Kontinents zu bestimmen ist: „Wie viele km^2 sind es etwa?“

2.4 Öffnen durch Weglassen – Fehlendes finden lernen

Bereits die Formulierung einer Aufgabe beeinflusst den Anforderungscharakter ganz erheblich. Hier die „sparsame“ Form der Eistüten-Aufgabe:

Die optimale Eistüte – mmh!

Eine optimale Eistüte ist natürlich eine Tüte, die möglichst viel Eis fasst (und dazu auch noch gut schmeckt).
Unsere Eistüte ist leider nur aus Papier: Schneide bei einer Kreisscheibe einen Radius ein und forme durch Eindrehen eine kegelförmige Tüte.

- Wie erreichst du ein maximales Tütenvolumen?

Typischerweise führen die Erfahrungen beim Stellen und Korrigieren von Aufgaben dazu, dass die Formulierungen umfangreicher werden;

sorgfältig ergänzt mit hilfreichen Hinweisen, Benennungen und Zeichnungen, dabei möglichst dem Muster „vom Konkreten zum Allgemeinen“ folgend. Dies hat ohne Zweifel seinen Wert – aber hin und wieder lohnt es sich, gerade *darauf* bewusst zu verzichten (vgl. Herget 1995b, S. 67). Denn sonst bleiben nur rechen-technische Routineaufgaben übrig – und all die anderen, anspruchsvolleren und wirklich „bildenden“ Fähigkeiten auf der Strecke.

2.5 „Was meinst du dazu?“ – Fehler finden und Argumentieren lernen

Offensichtlich falsche Ergebnisse mit gut versteckten Fehlern in der Rechnung – wer kennt das nicht bei der Korrektur von Klassenarbeiten? Schülerinnen und Schüler (aber auch Lehrerinnen und Lehrer, Schulbuchautoren, Journalisten, ... eben: alle!) machen Fehler – nicht immer, aber immer wieder.

Klaus rechnet:

$$-4 = \sqrt[3]{-64} = (-64)^{\frac{1}{3}} = (-64)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-64)^2} = \sqrt[6]{64^2} = \sqrt[3]{64} = 4.$$

Klara: „Aber $-4 = 4$, das kann doch nicht sein!“

Klaus: „Klar(a), ...“

Was meinst du dazu?

Solche Fehler-Fundstücke sind kostbar: Sie lassen sich gut nutzen für Aufgaben der Form: „Was meinst du dazu? Finde den bzw. die Fehler!“ Das weckt den Forschergeist, die Schülerinnen und Schüler werden zum „mathematischen Sherlock Holmes“ (vgl. Herget/Maaß 2004; Herget 2006). Erfolgserlebnisse sind zwar nicht garantiert, aber lassen sich weitgehend durch die Aufgabenwahl ermöglichen. Auch ist es meist viel einfacher, einen Fehler in einer Argumentation, Rechnung oder Herleitung zu finden, als diese selbst zu entwickeln.

Auch in Zeitungen lassen sich immer wieder Fehler finden, die sehr gut im Mathematikunterricht zu nutzen sind. Die Rubrik „Hohlspiegel“ in dem Magazin *Der Spiegel* ist eine regelmäßige Fundgrube für derartige Zeitungsnotizen – und natürlich die umfangreiche Sammlung solcher Fundstücke als Denk- und Argumentier-Anlässe in (Herget/Scholz 1998).

> Fuhr vor einigen Jahren noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile heute 'nur noch' jeder fünfte. Doch auch fünf Prozent sind zu viele, und so wird weiterhin kontrolliert, und die Schnellfahrer haben zu zahlen.

Norderneyer Badezeitung,
zitiert nach *Der Spiegel* 41/1991, S. 352

> Bis in die siebziger Jahre starben 20 Prozent der herzkranken Kinder in den ersten Lebensjahren. 'Heute überleben 80 Prozent', sagt Dr. Bauer mit leichtem Stolz.

Marburger Magazin „Express",
zitiert nach *Der Spiegel* 1/1998, S. 178

Das ist dann schon mal einen Leserbrief wert! Allerdings: Das Schreiben eines Leserbriefes fällt den Schülerinnen und Schülern zunächst nicht leicht. Falsche Argumentationen zu entlarven, Fehler aufzudecken und Sachverhalte richtig zu stellen, Standpunkte mit Mathematik zu begründen – all das bedeutet auch, sich mit Mitteln der Sprache auseinanderzusetzen. Deshalb empfiehlt es sich sehr, anfangs derartige Aufgaben in Partner- oder Gruppenarbeit im Schulunterricht bearbeiten zu lassen, die Ergebnisse im Klassengespräch zusammenzutragen und die Ausformulierung dann einmal als Hausaufgabe zu versuchen. Diese sollte ausführlich besprochen werden, verschiedene Wege sollten ihren Platz und ihren Wert erhalten.

Später ist es angebracht, solche Leserbrief-Formulierungen auch einzeln zu bewerten. Mit der Zeit kann sich so in der Klasse eine konstruktiv-kritische Auseinandersetzung mit fehlerhaften Zeitungsartikeln entwickeln, getragen von behutsam erarbeiteten Erfolgen beim sprachlich-mathematischen Argumentieren – welch erhebendes Gefühl ist es doch, den studierten Journalisten, den allwissenden Erwachsenen einen Fehler nachweisen zu können! Und wenn es einmal einen tatsächlich aktuellen Fehler-Fund gibt, lohnt es sich, den gemeinsamen Leserbrief der Klasse an die Zeitung zu schicken – erfahrungsgemäß kommt von dort regelmäßig eine gute Reaktion, bis hin zu einer Einladung an die Klasse.

2.6 Fermi-Fragen und Foto-Fragen – Schätzen und Modellieren lernen

Im Rahmen der Didaktik des Sachrechnens wurden ein Vielzahl von Modellierungsaufgaben entwickelt, die mit Gewinn schon in der Grundschule eingesetzt werden können (etwa Peter-Koop 2003; Franke 2003; Erichson 1992, 2003). Typische Fragestellungen, bereits für die Grundschule geeignet, sind (Dröge 1995, S. 414; Peter-Koop 1999):

- Schaffe ich in 9-jähriger Schulzeit eine Äquatorumrundung?
- Wie viel kostet das Sammeln von Aufklebebildern für ein Album?
- Wie viele Stunden verbringe ich pro Jahr in der Schule?

Ziel dabei ist es, den Prozess der mathematischen Modellbildung selbst ganz bewusst zum Thema im Unterricht zu machen, und zwar an recht einfachen Situationen entlang.

Typisch sind eine ungewohnt unscharfe Datenlage und eine Vielzahl von möglichen Wegen und Antworten. Im Zentrum stehen dabei nicht das Rechnen und *das* richtige Ergebnis, sondern vielmehr die Schritte *vor* dem Rechnen und nach dem Rechnen: „Here is a situation. Think about it!“ (Pollak 1979, zit. nach Schupp 1988*)*.

Derartige Aufgaben werden heute durchweg „Fermi-Aufgaben“ genannt – nach Enrico Fermi (1901–1954), Nobelpreis-Träger Physik: Er war dafür bekannt, dass er direkte, eher provisorisch anmutende Lösungswege oft den „eleganten“, feinsinnigen und aufwendigen Methoden vorzog. Solche Aufgaben eignen sich gut, um Metawissen über den Modellierungsprozess zu vermitteln. Viele ausführlich kommentierte und gelöste Aufgaben auf Karteikarten bieten (Büchter/Herget/Leuders/Müller 2007, 2011) als „Fermi-Box“ für Klasse 5–7 und 8–10.

Eine attraktive Variante sind Aufgaben, die aus meist ungewöhnlichen Fotos entstehen und die ich „Foto-Fragen“ oder „Bild-Aufgaben“ nenne (vgl. Herget 1999b, 2000a, 2000b; Herget/Jahnke/Kroll 2001; Herget/Klika 2003; siehe auch Büchter/Herget/Leuders/Müller 2007, 2011). An der Realität orientierte Anwendungsaufgaben sind leider meist – wenn sie diesem Anspruch wirklich gerecht werden – sehr textlastig: Fast unumgänglich muss die Real-Situation wortreich und informationsdicht beschrieben werden. An diese Stelle tritt hier das Bild – ergänzt durch Alltagswissen und Fantasie der Schülerinnen und Schüler: „Ein Bild sagt mehr als 1000 Worte!“

Dieser Riesen-Apfel ist nicht echt, sondern wurde für eine Werbeaktion aus Pappmaché gebaut.

- Wie schwer wäre ein „normaler“ Apfel, wenn er so riesig wäre? Wie viele übliche Äpfel würden diesen Riesen-Apfel aufwiegen?
- Wenn du den Riesen-Apfel mit einem normalen Schälmesser schälen würdest:
  Wie lang wäre dann die Apfelschale?
  Vergleiche mit den Apfelschalen all der normalen Äpfel, die zusammen genauso schwer wie der Riesen-Apfel sind.
- Wie lange bräuchtest du jeweils zum Schälen?

Bei der obigen Aufgabe zum Riesen-Apfel (Herget/Strick 2012, S. 66) geht es zunächst darum, die Größe des Apfels aus dem Foto zu schätzen. Anschließend kommen die Zusammenhänge zwischen Länge, Fläche, Volumen und Masse in den Blick.

Sehr gern setze ich ein Foto mit einem Riesenschuh (Herget/Stuck 1996; Herget/Jahnke/Kroll 2001, S. 12 ff., S. 26–27; Herget/Klika 2003; Herget 2003; Rohrbach 2012) ein, auch im Rahmen der Lehrerausbildung und Fortbildung: „Welche Schuhgröße hat dieser Riesenschuh?“ Eine solche Aufgabe ist für alle sehr ungewohnt, und ich bin immer sehr gespannt, welche verschiedenen Lösungswege dazu gefunden werden.

Der Wert solcher Fragen – oder richtiger: ihrer Lösungen – liegt in dem Vergnügen, sich kreativ und mutig auf den Weg gemacht zu haben, und in der Erfahrung, selbstständig zu einer (zugegebenermaßen angenäherten) Lösung gelangt zu sein statt „zu einer Antwort nur ehrfürchtig aufzuschauen oder sie jemand anderes finden zu lassen“ (von Baeyer 1994). Und, wie Büchter/Leuders (2005, S. 27) es treffend beschreiben: „Die mathematische Brille schärft sich selbst, noch während man durch sie hindurchsieht."

Iris Friedrich (2003) hat überzeugend gezeigt, wie „Bild-Aufgaben" bereits ab Klasse 2 erfolgreich eingesetzt werden können. Der offene Charakter der Modellierungsaufgaben gestattet ein Lösen der Probleme auf unterschiedlichem Niveau. Dies wird etwa an der Aufgabe „Wie viele Menschen stecken in einem 3 km langen Stau?" deutlich – diese Aufgabe kann z. B. in Klasse 4, aber auch etwa in Klasse 8 behandelt werden (Peter-Koop 2003, Jahnke 1997, S. 70 ff., Maaß 2004, S. 91).

In Klasse 4 kann es bei dieser Aufgabe darum gehen, den flexiblen Einsatz der Grundrechenarten zu trainieren, das Schätzen von Größen zu üben und eigene Messungen durchzuführen. Eine Veranschaulichung mit Spielzeugautos ist hilfreich. In Klasse 8 können die Schülerinnen und Schüler zur Frage der Länge von Fahrzeugen, der Anzahl von Personen in den Fahrzeugen sowie der Anteile der verschiedenen Fahrzeugtypen auf den Straßen eigene Recherchen durchführen, die Ergebnisse angemessen darstellen und jeweils geeignete Mittelwerte bestimmen.

3 ... die Sache mit den Kompetenzen und den Vergleichstests

Mittlerweile gibt es die deutschlandweit verbindlichen Bildungsstandards. Im Fokus stehen nun – neben den inhaltlich orientierten Leitideen – die so genannten allgemeinen, prozessbezogenen Kompetenzen. Dabei wurden zur Illustrierung auch einige der „etwas anderen Aufgaben" genutzt, siehe (Blum et al. 2006). Tatsächlich korrespondieren viele Aspekte der Kompetenzorientierung mit den Ideen für „Die etwas andere Aufgabe".

Andererseits: Lassen sich diese Ideen in zentralen Kompetenztests angemessen abbilden? Werden damit die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler wirklich gemessen? Und haben die Vergleichsarbeiten die gewünschte Wirkung auf den Unterricht? Zweifel sind angebracht (vgl. auch die kritische Diskussion in Jahnke/Meyerhöfer 2007): Der Trend, Aufgaben mit umfangreichem Text zu umgeben, scheint unaufhaltsam, wäre jedoch an vielen Stellen durchaus vermeidbar. Auch erzeugt der aus der Not geborene Zwang zu einem hohen Anteil an Multiple-Choice-Aufgaben eine Schieflage. Und rigide Forderungen seitens der entscheidenden Testpsychologen an die Items verhindern, dass manche mathematikdidaktisch interessante und relevante Aufgabe aufgenommen wird: So gilt eine Aufgabe etwa dann als „ungeeignet“ (Köller/Granzer 2008), wenn sie von (ansonsten) guten Schülerinnen und Schülern nicht häufiger als von (ansonsten) schlechten Schülerinnen und Schülern gelöst wird. Dahinter steckt ein sehr schlichtes, eindimensionales Bild von Mathematik – jede Lehrkraft hat aber erfahren, wie sehr z. B. Aufgaben zum Modellieren (ganz typisch in der Stochastik) anders ausfallen als eher rechtentechnische Aufgaben.

4 Kleine Schritte ... zum Verstehen und Begreifen

Ich bin nämlich eigentlich ganz anders,
aber ich komme nur so selten dazu.
(Ödön von Horváth, 1901–1938)

Nicht-alltägliche Aufgaben sollen nicht alltäglich werden – aber könnte es nicht immer selbstverständlicher werden, dass (wenigstens) eine nicht-alltägliche Aufgabe auch zum Klassenarbeits-Alltag gehört? Denn wer kennt sie nicht, die Frage „Kommt das auch in der Arbeit dran?“

Natürlich ist es unverzichtbar, die Schülerinnen und Schüler auf solche veränderten Aufgabenstellungen angemessen vorzubereiten, und selbstverständlich können die vertrauten und im Unterrichtsalltag auch bewährten Aufgaben nicht über Nacht ersetzt werden. Doch bei den Aufgaben sollte es noch mehr als bisher darum gehen, die Bedeutung, Tragweite und Anwendbarkeit der mathematischen Begriffe und Methoden in den Blick zu nehmen.

In diesem Sinne zielen die hier vorgestellten Beispiele – neben einer erfreulichen Abwechslung im Aufgaben-Alltag – eher auf Verstehen, Begreifen und verständigem Nutzen der Verfahren und Begriffe. Das fehlerlose Abarbeiten von Lösungsroutinen steht im Hintergrund – doch auch dies hat seinen wohlverstandenen eigenen Wert. „Ein vernünftiger Unterricht wird ... nicht nur Reproduktion – in der übrigens auch ein guter Teil aktive Geistigkeit steckt –, sondern Eigenproduktion pflegen. [...] Mir persönlich scheint dabei eines sicher, daß die Erziehung zu gesteigerter Selbsttätigkeit über Aufgaben führen wird“ (Lietzmann 1924).

Literatur

Baeyer, H. C. von (1994). Essay: Fermis Lösung. In Tipler, P. A. (Hrsg.), *Physik* (S. 10–13). Heidelberg-Berlin-Oxford: Spektrum.

Blum, W. et al. (2006). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sek. I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Blum, W.; Wiegand, B. (2000). Offene Aufgaben – wie und wozu? In *mathematik lehren*, Heft 100, 52–55.

Bruder, R. (2000a). Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen. Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle. In Flade, L./Herget, W. (Hrsg.), *Mathematik lehren und lernen nach TIMSS: Anregungen für die Sekundarstufen* (S. 69–78). Berlin: Volk und Wissen.

Bruder, R. (2000b). Mit Aufgaben arbeiten. Ein ganzheitliches Konzept für eine andere Aufgabenkultur. In *mathematik lehren*, Heft 101, 12–17.

Bruder, R.; Leuders, T.; Büchter, A. (2008). *Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J. H. (2007). *Die Fermi-Box I (Klasse 5–7). Materialien für den Mathematikunterricht Sek I.* Dortmund: vpm/Klett.

Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J. H. (2011). *Die Fermi-Box II (Klasse 8–10). Materialien für den Mathematikunterricht Sek I.* Dortmund: vpm/Klett.

Büchter, A.; Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen.* Berlin: Cornelsen-Scriptor.

Dockhorn, C. (2000). Schulbuchaufgaben öffnen. In *mathematik lehren,* Heft 100, 58–59.

Dröge, R. (1995). Zehn Gebote für einen schülerorientierten Sachrechenunterricht. In *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe* 8, 413–423.

Erichson, C. (1992). *Von Lichtjahren, Pyramiden und einem regen Wurm – Erstaunliche Geschichten mit denen man rechnen muss.* Hamburg: Verlag für pädagogische Medien.

Erichson, C. (2003). *Von Giganten, Medaillen und einem regen Wurm – Geschichten mit denen man rechnen muss.* Hamburg: Verlag für pädagogische Medien.

Franke, M. (2003). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule.* Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.

Friedrich, I. (2003). *Zur Entwicklung von Grundvorstellungen anhand von "Bilder-Aufgaben“. Ein Beitrag zum realitätsbezogenen Mathematikunterricht.* Hausarbeit zur Prüfung für das Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen an der Universität Hildesheim.

Herget, W. (1995 ff.) Die *etwas andere* Aufgabe. In *mathematik lehren,* ab Heft 68/1995.

Herget, W. (1995a) Mathe-Aufgaben – einmal anders?! In *mathematik lehren,* Heft 68, 64–66.

Herget, W. (1995b). Sammeln Sie mit! Die etwas *andere* Aufgabe. In *mathematik lehren*, Heft 70, 66–67.

Herget, W. (1999a). Ganz genau – genau das ist Mathe! In *mathematik lehren*, Heft 93, 4–9.

Herget, W. (1999b). *Ein Bild sagt mehr als 1000 Worte... Messen, Schätzen, Überlegen – viele Wege, viele Antworten*. Material für den BLK-Modellversuch SINUS.

Herget, W. (2000a). Rechnen können reicht ... eben nicht! In *mathematik lehren*, Heft 100, 4–10.

Herget, W. (2000b). Wie groß? Wie hoch? Wie schwer? Wie viele? Mathe-Welt. In *mathematik lehren*, Heft 101, 23–46.

Herget, W. (2002). Euro, Eis und Werbewald. Die etwas *andere* Aufgabe. In *mathematik lehren*, Heft 113, 67.

Herget, W. (2003). Riesenschuhe und barttragende Biertrinker – Mathematische Aufgaben aus der Zeitung. In *Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln. Jahresheft XXI/2003 aller pädagogischen Zeitschriften des Erhard Friedrich Verlages, in Zusammenarbeit mit Klett* (S. 26–29). Velber: Friedrich.

Herget, W. (2005). Der Besuch der alten Schachtel. In Henn, H.-W.; Kaiser, G. (Hrsg.) *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Festschrift für Werner Blum* (S. 81–90). Hildesheim/Berlin: Franzbecker.

Herget, W. (2006). Typen von Aufgaben. In Blum, W. et al. (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sek. I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 178–193), Berlin: Cornelsen Scriptor.

Herget, W.; Jahnke, T.; Kroll, W. (2001). *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I*. Berlin: Cornelsen.

Herget, W.; Klika, M. (2003). Fotos und Fragen. Messen, Schätzen, Überlegen – viele Wege, viele Ideen, viele Antworten. In *mathematik lehren*, Heft 119, 14–19.

Herget, W.; Maaß, K. (2004). Neue Aufgaben für den Mathematikunterricht. In: *Lernende Schule* 28, 22–26.

Herget, W.; Scholz, D. (1998). *Die etwas andere Aufgabe – aus der Zeitung. Mathematik-Aufgaben Sek. I*. Seelze: Kallmeyer.

Herget, W.; Strick, H. K. (2012). *Die etwas andere Aufgabe – Mathe mit Pfiff* (+ CD) Seelze: Kallmeyer.

Herget, W.; Stuck, C. (1996). Wie groß sind Sieben-Meilen-Stiefel? In *mathematik lehren*, Heft 74, 19–21.

Jahnke, T. (2012). Die Regeldetri des Mathematikunterrichts. In: Ludwig, M.; Kleine, M. (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012. Vorträge auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik*. WTM, Münster.

Jahnke, T. (1997). Stunden im Stau – eine Modellrechnung. InBlum, W. et al. (Hrsg.), *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Bd. 4* (S. 70-81) Hildesheim: Franzbecker.

Jahnke, T.; Meyerhöfer, W. (Hrsg.) (2007). *PISA&Co – Kritik eines Programms*. Hildesheim: Franzbecker.

Köller, O.; Granzer, D. (2008). Pilotierung und Normierung der Testaufgaben im Primarbereich. In Walter, G.; van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D.; Köller, O. (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 205) Berlin: Cornelsen.

Kronfellner, M. (1997). Singuläre Aufgabenstellungen. In *Beiträge zum Mathematikunterricht* 1997 (S. 295–298). Hildesheim: Franzbecker.

Leuders, T. (2006). Reflektierendes Üben auch mit Plantagenaufgaben. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* 59 (5), 276–284.

Lietzmann, W. (1924). *Methodik des mathematischen Unterrichts*. Leipzig: Quelle & Meyer.

Maaß, K. (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Peter-Koop, A. (1999). „Das sind so ungefähr 30 000". Schätzen und Überschlagsrechnen „aus der Sache heraus". In *Die Grundschulzeitschrift,* Heft 125, 12–15.

Peter-Koop, A. (2003). „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?" – Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Kleingruppen. In Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 111–130). Offenburg: Mildenberger.

Rohrbach, C. (2012). Eine Anleitung zum Ungenauen. In *die neue schulpraxis* 10/2012, 37–46.

Schmidt, G. (2000). Welchen Beitrag kann das Schulbuch leisten? In *mathematik lehren*, Heft 100, 17–22.

Schupp, H. (1988). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen. In *Der Mathematikunterricht*, Jg. 34, Heft 6, S. 5 ff.; ferner in Blum, W.; Henn, W.; Klika, M.; Maaß, J. (Hrsg.) (1994) *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. ISTRON-Schriftenreihe, Bd. 1* (S. 1–11). Hildesheim: Franzbecker.

Schupp, H. (2000). Thema mit Variationen In *mathematik lehren*, Heft 100, 11–14.

Schupp, H. (2002). *Thema mit Variationen*. Hildesheim: Franzbecker.

Wiegand, B. / Blum, W. (1999). Offene Probleme für den Mathematikunterricht – Kann man Schulbücher dafür nutzen? In *Beiträge zum Mathematikunterricht* 1999 (S. 590-593). Hildesheim: Franzbecker.

Winter, H. (1988). Divergentes Denken und quadratische Gleichungen. In *mathematik lehren*, Heft 28, 54-55.

Wilfried Herget
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg,
Institut für Mathematik
D-06099 Halle
wilfried.herget@mathematik.uni-halle.de

Eine Form des Argumentierens im Mathematikunterricht

von Friederike Kern & Sören Ohlhus

Anhand authentischer Unterrichtssequenzen aus dem Mathematikunterricht in einer ersten Klasse wollen wir sprachlich-interaktive Verfahren der Kinder und der Lehrerin rekonstruieren, mit denen sie gemeinsam ein mathematisches Problem konstruieren und lösen. Von besonderem Interesse sind dabei Sequenzen, in denen verschiedene Lösungsvorschläge argumentativ bearbeitet werden. Ein gesprächsanalytischer Blick fokussiert dabei insbesondere die interaktive Organisation solcher Sequenzen und ihre didaktische Funktionalisierung im Mathematikunterricht.

Schlüsselwörter: Argumentieren, Gesprächsforschung, Interaktion, Unterrichtsinteraktion

1 Argumentieren in der Gesprächsforschung

Argumentationsprozesse in realen Gesprächen aus gesprächsanalytischer Perspektive zu rekonstruieren ist – auch und gerade in Unterrichtsgesprächen – keine triviale Aufgabe. Nähert man sich dem Begriff des Argumentierens aus gesprächsanalytischer Perspektive, wird die Interaktion zentraler Ausgangspunkt der gegenstandsbezogenen Überlegungen. Im theoretischen Paradigma der Gesprächsforschung, das seine Wurzeln in der Ethnomethodologie hat, wird postuliert, dass die Menschen die objektiven Normen, Werte und Regeln, an denen sie sich orientieren, in konkreten Situationen alltäglichen Handelns selbst erzeugen. Entsprechend ist es die Aufgabe der ForscherInnen, der Art und Weise auf die Spur zu kommen, wie sich GesprächsteilnehmerInnen gegenseitig fortlaufend signalisieren, was sie gerade miteinander tun. Dabei sind die Grenzen zwischen verschiedenen Gesprächspraktiken (*Argumentieren*, *Diskutieren*, *Erklären*, aber auch *Plaudern*, *Erzählen* etc.) häufig fließend, und nur selten geben die Gesprächsbeteiligten selbst etwa durch metakommunikative Mittel explizite Hinweise darauf, welche Gesprächspraktik sie gerade miteinander vollziehen.

Angesichts der Vielfalt von Gesprächskontexten, in denen sich argumentative Verfahren rekonstruieren lassen, kann es nicht verwundern, dass sich eine einheitliche und verbindliche Begriffsbestimmung des Argumentierens in der Gesprächsforschung bis dato nicht durchgesetzt hat. Weitgehende Einigkeit besteht jedoch darüber, dass den Ansatzpunkt des Argumentierens im Gespräch etwas „Strittiges oder Unklares" (Spranz-Fogasy 2005:146) bildet, das mit dem Ziel der weiteren Kooperation der Gesprächspartner einer Klärung zugeführt werden muss. Jacobs/Jackson (1982) beschreiben das Argumentieren in diesem Sinne als einen konversationellen Reparaturmechanismus, mit dem die lokale Kohärenz von Gesprächsbeiträgen bearbeitet wird. Auch Spranz-Fogasy (2005:146) erkennt im Argumentieren die Bearbeitung eines „Darstellungsdefizits", für die eine übergreifende Handlungsaufgabe „kurzfristig angehalten und nach dem Argumentieren wieder weitergeführt" wird.

Inwieweit im Argumentieren „offene Fragestellungen" einer interaktiven Lösung zugeführt werden und welche Verfahren dabei genau zum Erfolg führen, ist aus interaktionslinguistischer Perspektive eine Frage, die die Gesprächsbeteiligten selbst durch ihr Handeln im jeweiligen Kontext beantworten. Dabei ist zu berücksichtigen, dass Argumentieren nicht nur in größere Interaktionskontexte eingebettet ist, sondern sich auf mikrostruktureller Ebene durch die spezifischen Verfahren oder Praktiken konstituiert, die die Gesprächspartner gemeinsam durchführen.

Vor diesem Hintergrund entwickelt Heller (2012) ein empirisch gestütztes Modell, das verschiedene Aufgaben beinhaltet, die GesprächspartnerInnen nacheinander gemeinsam abarbeiten und durch die sie so eine argumentative Sequenz gemeinsam konstituieren.[1]

[1] Heller (2012) stützt sich in ihrer Analyse auf Audioaufnahmen von Familieninteraktionen. Spranz-Fogasy (2005) entwickelt ein ähnliches Schema der argumentativen Sequenz auf der Basis von Schlichtungsgesprächen.

Die vier Aufgaben, an denen sich GesprächsteilnehmerInnen danach nachweislich orientieren, sind

1. Das Herstellen von Dissens/Problematisieren

Nicht jede Behauptung in einem Gespräch, sei sie noch so gewagt, führt zu einer Argumentation; dies ist nur dann der Fall, wenn eine vorangegangene Behauptung als strittig oder sonst wie problematisch dargestellt wird.

2. Das Etablieren einer Begründungspflicht

Erst mit der Etablierung einer Begründungspflicht wird eine Gesprächssequenz argumentativ. Nun reicht es nicht mehr aus, Wissen zu behaupten; es muss auch begründet werden (vgl. Enfield 2011: 297).

3. Begründen

Das *Begründen* identifiziert Heller (2012) als Kernaufgabe des Argumentierens. Es kann durch sehr unterschiedliche Verfahren realisiert werden, beispielsweise mit Verfahren des *Erklärens* oder *Illustrierens.*

4. Die Ratifizierung der Begründung

Eine Begründung ist dann befriedigend, wenn keine weitere Bearbeitung interaktiv relevant gesetzt, d.h. also vom Gesprächspartner/von der Gesprächspartnerin verlangt wird.[2] Mit der wechselseitigen Ratifizierung der Begründungen schließen die Beteiligten die Argumentationssequenz und bereiten die Übergang zu anderen Gesprächsaktivitäten vor.

Argumentieren im Gespräch konstituiert sich durch die sequenzielle Bearbeitung dieser Aufgaben durch die TeilnehmerInnen. Dabei macht der jeweils erste Schritt den zweiten, folgenden normativ erwartbar. Aufgrund dieser Erwartbarkeit kann sein Ausbleiben für die Gesprächspartner erklärungsbedürftig werden. Eine Zuordnung von

[2] Im Kontext schulischer Argumentationen unter Beteiligung der Lehrperson kann etwa beobachtet werden, dass eine einseitige Ratifizierung der Lehrperson ausreichen kann, eine Argumentationssequenz abzuschließen. Diese spezifische, den institutionellen Bedingungen geschuldete Beteiligungsstruktur birgt die Gefahr, dass einige der TeilnehmerInnen möglicherweise nicht jeder Begründung gefolgt sind und sich ihr potenzielles Wissenszuwachs eventuell in Grenzen hält – etwas, das auch in dem von uns präsentierten Ausschnitt der Fall ist.

Beiträgen zu einer Aufgabe im Sequenzmuster kann jedoch auch retrospektiv erfolgen, wenn etwa die Etablierung einer Begründungspflicht eine zuvor unscheinbare Äußerung zu einem „Problem“ macht, das in der Folge bearbeitet werden muss.

2 Zum Erwerb des Argumentierens

Überträgt man diese Perspektive auf den Erwerb, so geht es weniger die Aneignung eines kognitiven Schemas gültigen Argumentierens, sondern zunächst um die gemeinsame Etablierung und sequenzielle Bearbeitung argumentativer Teilaufgaben im Hinblick auf ihre interne Kohärenz und zeitliche Abfolge. Eine wichtige Erwerbsaufgabe ist es zu erkennen, ob in einer Situation überhaupt argumentiert werden soll oder kann. Und nach dem Einstieg in das Sequenzmuster gilt es, seine Teilschritte zu erkennen und möglicherweise selbstständig angemessen zu realisieren. Kinder können durch ihre Beteiligung an Argumentationsprozessen mit erwachsenen, kompetenteren GesprächspartnerInnen lernen, die mit dem Argumentieren einhergehenden Aufgaben zu erkennen und einzuschätzen was als angemessener Beitrag an welcher Stelle akzeptiert wird (zur Varianz und Erwerbsrelevanz familialer Argumentationspraktiken siehe Quasthoff/Krah 2012 sowie Heller 2012).

Für die Schule sind diese Erwerbsprozesse von besonderer Bedeutung, denn Diskurspraktiken wie das Argumentieren sind nicht allein *Gegenstand* schulischer Vermittlungsprozesse, sondern auch Medium schulischen Lernens (vgl. Becker-Mrotzek/Quasthoff 1998 sowie den Begriff des „argumentativen Lernens“ in der Mathematik bei Krummheuer/Brandt 2001). Dabei ist zu bedenken, dass schulische Formen des Argumentierens (wie auch anderer Diskurspraktiken in diesem Feld) aus den besonderen Bedingungen unterrichtlicher Kommunikationsprozesse erwachsen, die sich von denen in Alltags- bzw. Familiengesprächen unterscheiden. Der schulische Umgang mit dem Argumentieren – etwa zur Bearbeitung eines mathematischen Problems – stellt daher möglicherweise eine gesonderte Erwerbsaufgabe dar, auch wenn argumentative Verfahren bereits in nicht-institutionellen Kontexten erworben sind.

3 Eine schulische Form des Argumentierens

Im Rahmen einer zunehmenden Hinwendung zu Lern*prozessen* im Mathematikunterricht hat sich die mathematikdidaktische Forschung sehr eingehend mit dem Argumentieren befasst (s. zusammenfassend Krummheuer 2003; zum Argumentieren in der Grundschule vgl. Fetzer 2011; zur Modellierung und Messung argumentativer Kompetenzen Bezold 2009). Der Fokus liegt dabei vordringlich auf offenen Aufgabenformaten („Forscheraufgaben"), in denen Kinder argumentativ mathematische Probleme entdecken und Lösungen finden.

Der Datenausschnitt, den wir im Folgenden analysieren wollen, ist einem anderen Zusammenhang des Alltags schulischen Argumentierens entnommen. Er stammt aus dem Mathematikunterricht einer jahrgangsübergreifenden ersten/zweiten Klasse und wurde im Projekt LisFör[3] erhoben, ohne dass zuvor besondere Absprachen zu Gegenstand und Methode des Unterrichts getroffen wurden. In dem Ausschnitt sitzt die Referandarin ANJ mit den sieben ErstklässlerInnen der Klasse in einem Stuhlkreis und gemeinsam widmet man sich dem „Problem" der Würfelgebäude – genauer gesagt dem Aufgabentyp, in dem von einem gegebenen Bauwerk aus Würfeln die genaue Anzahl der darin verbauten Würfel angegeben werden soll, sowie den besonderen Schwierigkeiten, die sich bei der Ermittlung dieser Anzahl dadurch ergeben, dass einige Würfel von anderen verdeckt werden.

3.1 Acht Akteure auf der Suche nach einem Problem

Die spezifische Problematik des Würfelgebäudes ist in der vergangenen Stunde bereits behandelt worden. Es geht also für die Beteiligten nicht um die Bearbeitung einer „Forscheraufgabe", in der Aspekte eines Problems durch die Kinder entdeckt werden sollen, sondern um die Wiederholung von Wissen, das die meisten der anwesenden Kinder aus Sicht der Lehrperson ANJ bereits erworben haben sollen,

[3] Das Projekt LISFör („Literalität und Interaktion in der Sprachförderung") ist ein an den Universitäten Bielefeld und Frankfurt angesiedeltes Projekt unter der Leitung von Friederike Kern und Birgit Lütje-Klose (Universität Bielefeld) sowie Ulrich Mehlem (Universität Frankfurt).

und dessen Festigung im weiteren Verlauf der Stunde. Allerdings fehlten in der letzten Stunde zwei nun anwesende Schüler, was ANJ zum Anlass nimmt, die anderen SchülerInnen aufzufordern, diesen beiden zunächst zu *„erklären was wir HIERmit gestern gemacht haben“* (Ausschnitt 1, Zeile 88).

Der Übersicht halber teilen wir den Ausschnitt, der insgesamt ca. 7 min umfasst, in vier aufeinander folgende Abschnitte. Jedem Abschnitt folgt ein Analyseteil.

Abschnitt 1a: Einbettung des Argumentierens in den Gesprächskontext

84	ANJ	((2,0s))wer kann mal **erKLÄRN**,
85		von den Anderen,
86		was wir gestern geMACHT haben.
87		Serkan DU musst erst mal ZUhören; ((lacht))((6,6s))
88		wer kann mal **erklären** was wir HIERmit gestern gemacht haben; ((hält ein Gebilde aus Steckwürfeln in den Raum))
89		(-) JENny.
90		sch:::
91	JEN	ähm wir müssen die ZAHLe zählen und den'
92	ANJ	die WüRfel?
93	JEN	die WüRfel?
94		und (.)ähm Neben(--) NEben eine' (.)
95		wir müssen !ZÄHl!en,
96		=dann müssen wir eins zwei auf (.)
96	ANJ	AUFschreiben.

Die von ANJ geforderte Diskurspraktik ist hier die des *Erklärens* (Zeilen 84, 88), mit der, wie oben erwähnt, in argumentativen Sequenzen häufig die Kernaufgabe des Begründens bearbeitet wird. Erklärt werden soll, was in der letzten Stunde mit einem Würfelgebäude, wie sie es in der Hand hält, gemacht worden ist. Im Abschnitt 1a versucht sich zunächst Jenny (JEN) an der Bedienung dieses Zugzwangs (91ff.). In ihrem Fokus steht allerdings weniger die spezifische Problematik des Aufgabentyps „Würfelgebäude“, sondern eher der allgemeine Ablauf der damit verbundenen Tätigkeiten: Würfel müssen gezählt und ihre Anzahl danach notiert werden. Es handelt sich in diesem Sinne eher um eine Vorgangsbeschreibung als um Erklärung i.e.S.

Nachdem im Anschluss an Abschnitt 1a auch eine weitere Schülerin eine solche Beschreibung liefert, schließt ANJ an eine Ratifizierung des letzten Beitrags eine Reformulierung an, in der sie einerseits die Fachterminologie einführt („würfelgeBÄUde nennt man das“) und andererseits die *Aufgabenstellung,* die hinter den von den Schülerinnen beschriebenen Abläufen steht, expliziert und prosodisch durch gehäufte Akzentsetzungen markiert:

Abschnitt 1b: Aufgabenstellung

120 ANJ geNAU;
121 wir haben gestern so (.) würfelgeBÄUde
nennt man das;
122 geBAUT,
123 und ihr solltet **zÄhlen** wie viele wÜrfel
Ich beNUTZT hab,
124 um das zu BAUen;

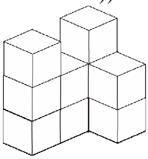
Obwohl die Reformulierung einerseits sequenzabschließende Funktion hat – also ein sog. „sequence-closing third“ ist (vgl. Schegloff 2007) – , macht ANJ darüber hinaus deutlich, dass sie mit ihrer vorherigen Erkläraufforderung offenbar auf einen bestimmten Problemzusammenhang hinsteuern will, der sich aus der Aufgabenstellung ergibt, der aber weder von Jenny noch von Magdalena erwähnt wurde. Hier wird also ein Übergang zum Argumentieren vorbereitet.

Der folgende Abschnitt widmet sich nun der interaktiven Herstellung dieses anvisierten Problems, indem ANJ anhand des Würfelgebäudes in ihrer Hand die genannte Aufgabe bearbeiten lässt:

Abschnitt 2: Einstieg in die argumentative Sequenz, Problematisierung und Etablierung von Begründungspflicht

125 ANJ wie viele wÜrfel haben ich HIER benutzt;
126 ?? ups;
127 ANJ Joel guckst du bitte HIER hin-=
128 =und passt AU:F-
129 das gleiche gilt für Rojin-
130 (xxx)
131 <<h> wEr kann mal ZÄHlen
132 wie viele würfel ich hIer
benUTZT habe;>
133 ((*hält das Würfelgebäude in einer Hand, die ca. auf Brusthöhe positioniert ist*))
134 Serkan,

135	SER	((zählt leise)) sechs SIEben.
136	ANJ	oKAY.
137		jetzt bau ich mal mein gebäude noch WEI-ter;
138		*((steckt zwei weitere Würfel auf das Gebäude))*
139	???	NEUN;
140		*((steckt einen weiteren Würfel auf das Gebäude und guckt in die Runde))*



141		Joel;
142	JOE	ZEHN; äh NEUN;
143	ANJ	kannst du mal ZEIgen,
144	JOE	*((steht auf und beginnt zu zeigen und zu zählen))*
145		EINS
146	ANJ	(xxx)
147		stell dich mal hier NEben mich,
148		damit die anderen kinder was SEhen;
149	JOE	*((zählt und zeigt gleichzeitig auf die einzelnen Würfel))*
150		ZEHN;
151	ANJ	<<p, behaucht> oKAY;>

Auf die erste Frage gibt Serkan die Antwort „SIEben“ (135) und folgt dabei hörbar der von ANJ vorgeschlagenen Methode („wer kann mal ZÄHlen“, Zeile 131). ANJ ratifiziert diese Antwort und fügt anschließend einige Würfel zu ihrem Gebäude hinzu.[4] Ihr stummer Blick in die Runde (140) erneuert die Frage nach der Anzahl der Würfel und Joel wird das Rederecht zugeteilt. Bei seiner Antwort zeigt Joel eine Unsicherheit („ZEHN; äh NEUN;“, 142) und er wird von ANJ gefragt, ob er am Würfelgebäude „zeigen“ könne, wie er auf sein Ergebnis kommt. Zeigend und zählend kommt Joel nun zum Ergebnis „ZEHN“ (Zeile 150), das von ANJ ratifiziert wird („oKAY;“, 151).

Mit ihrer Äußerung in Zeile 143 bewirkt ANJ den Einstieg in eine argumentative Sequenz: Durch ihre Aufforderung an Joel, sein Ergebnis noch einmal durch Zeigen zu reproduzieren und dabei sein

[4] Manche Kinder versuchen diesen Prozess zu beobachten und die richtige Zahl der Würfel somit „online“ zu ermitteln.

Vorgehen sichtbar zu machen, wird seine Antwort „ZEHN; äh NEUN;"“ retrospektiv problematisiert und gleichzeitig mit einer Begründungspflicht versehen. Die für das Argumentieren konstitutiven Aufgaben „Problematisieren“ und „Begründungspflicht etablieren“ werden hier also in einer Äußerung bearbeitet.

Darüber hinaus zeigt sich die Didaktisierung von URLs Vorgehensweise in dem Wechsel vom „Zählen“ zum „Zeigen“. ANJ lenkt die Aufmerksamkeit der Kinder auf verschiedene Methoden zur Ermittlung der Anzahl von Würfeln in einem Würfelgebäude. Dabei wird eine „unsichtbare“ Methode („zählen)“ mit einer sichtbaren („zeigen“) angereichert: zeigen heißt zählen *und* dabei (für alle) sichtbar machen, was genau man zählt.

ANJ und Joel führen hier also gemeinsam eine kleine argumentative Sequenz durch, wobei die interaktive Organisation ganz im Sinne einer erwerbsunterstützenden Handlungsweise, vor allem in den Händen der kompetenteren Gesprächspartnerin liegt.

Die Sequenz wird an dieser Stelle jedoch nicht abgeschlossen, sondern durch die folgende Frage ANJs erweitert:

Abschnitt 3: Erweiterung der argumentativen Sequenz

152	ANJ	<<p, behaucht> oKAY;>
153		**WOrauf mÜssen wir da ACHTen;**
154		wenn wir so ein geBÄUde haben;
155		wo hier Auch noch (.) WÜRfel stehen;
156		*((guckt in die Runde der Kinder))*
157		haben wir gestern beSPROchen;
158		**worauf müssen wir da ACHten;**
159		(.) psch:: meldet euch mal GANZ leise;
160		(---) Musafa.
161	MUS	der'=der ANdere DER,
162		(.) **kann nich von SELBST fliegen;**
163	ANJ	geNAU;
164		DER hier; ne?
165		[**der kann nicht FLIEgen.**]
166	MUS	[ja **weil da HINten**] **ist noch welche;**
167	ANJ	das heisst woran mÜssen wir uns erINNern;
168		[was (xxx)
169	MUS	[(**weil da HINTen)da HINTen sind noch welche;**
170	SER	d'=der KANN nich fliegen=hinten sind AUCH welche;

171 ANJ geNAU;
172 **da hinten sind NOCH zwei;**
173 Musafa ähm Serkan;
174 passt (du) bitte HIER auf,
175 hast du gerade geHÖRT was Musafa gesagt hat,
176 kannst du das nochmal SAgen,
177 worauf müssen wir AUFpassen,
178 SER **der kann nicht fliegen,**
179 (**da**) **hinten sind AUCH welche;**
180 ANJ geNAU;

Die vorher etablierte Begründungspflicht wird in Zeile 158 erneuert, ist aber nun an alle Kinder gerichtet („WOrauf müssen wir da ACHten"). Mit dieser Formulierung wird zugleich ein spezifischer Fokus auf den Vorgang der Würfelzahlermittlung gelegt: „Achten" impliziert, dass es ein Problem gibt, und etabliert den Zugzwang zu einer sprachlichen (also nicht bloß aktionalen, „zeigenden") Fassung zentraler Aspekte des dazugehörigen Lösungsprozesses.

Eng geführt durch die Nachfragen ANJs bietet Musafa nacheinander zwei Formulierungen an, die durch ihre sequenzielle Platzierung die Funktion der Begründung erhalten: „der ANdere DER kann nicht von SELBST fliegen" (162) und „weil da HINten ist noch welche" (166). Beide Begründungen werden von ANJ ratifiziert und teilweise paraphrasierend wieder aufgenommen (165 bzw. 172), wodurch sie besonders hervorgehoben werden: Sie dienen zugleich der Ergebnissicherung am Ende dieser ersten Phase.

Zwischenfazit: Argumentieren als Lösung eines Handlungsproblems

In dem oben beschriebenen Gesprächskontext dient das Argumentieren der interaktiven Herstellung eines Problems, das in der Folge didaktisch bearbeitet wird. Zunächst steht die Lehrerin vor dem Handlungsproblem, die Aufgabe („Würfel zählen") als problematisch darzustellen. Dieses Handlungsproblem wird durch das Argumentieren gelöst, in das in zwei Schritten hineingeführt wird:

Einbettung in den Gesprächskontext: In dem ersten Ausschnitt geht es nicht um den offenen Austausch von Argumenten zur Lösung eines akuten Handlungsproblem der Beteiligten. Es geht auch nur bedingt um die gemeinsame Auslotung eines solchen Problems. Vielmehr geht es um die Wiederholung und Sicherung bereits vermittelten

Lösungswissens für einen bestimmten Aufgabentyp. In diesem Kontext treten erklärenden und beschreibenden Diskurspraktiken auf, die in ihrer Abfolge zunächst der Verbalisierung des Aufgabentyps „Würfelgebäude" dienen.[5] Im Anschluss daran wird die (Re-)Problematisierung der „unsichtbaren" Würfel vorbereitet.

Durchführung: Im Zusammenhang dieser didaktischen Funktionalisierung ist auch die Durchführung der argumentativen Sequenz zu sehen. Ihre interaktive Organisation liegt ganz bei der Lehrperson, die sie durch die Etablierung einer Begründungspflicht einleitet und im Folgenden den Kindern durch ihre Fragen nur enge slots eröffnet, in denen sie sich an der Herstellung der Argumentation beteiligen können. Sie steuert damit sehr gezielt auf die Verbalisierung bestimmter Wissenselemente hin, die sie entsprechend ratifiziert und in der Erweiterung der Sequenz reformuliert und in einen Zusammenhang bringt.

Aus der Perspektive des Spracherwerbs ist festzustellen, dass ANJ die Kinder bei der Herstellung der Argumentationssequenz entlastet, um eine erfolgreiche gemeinsame Durchführung zu erleichtern und den Kindern die Teilhabe an einer Diskurspraktik zu ermöglichen, die sie allein vielleicht noch nicht bewältigen könnten (vgl. das „Discourse Acquisition Support System", das Hausendorf/Quasthoff 1996 für das Erzählen rekonstruiert haben). Eine solche „Erleichterung" kann dort, wo den Kindern schon mehr zuzutrauen ist, freilich auch eine Einengung ihrer Möglichkeiten zur Folge haben oder sie sogar am globalen Mitvollzug des sprachlichen Geschehens hindern, an dem sie ja nur an ausgewiesenen Stellen aktiv teilnehmen. Es stellt sich also die Frage, was die Kinder in der besprochenen Sequenz lernen, einerseits über Würfelgebäude, andererseits über das Argumentieren. Ein Blick auf den weiteren Gesprächsverlauf mag hier einige Hinweise geben.

3.2 "Wer hat was anderes gezählt?"

Nach der Ergebnissicherung schließt ANJ weitere Aufgaben des Typs Würfelgebäude an. Die Aufgaben werden nun in dem Sinne schwie-

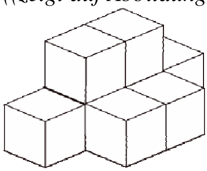
---

[5] Zur engen Verwandtschaft dieser Diskurspraktiken siehe Feilke 2005.

riger, als die Gebäude nun nicht mehr räumlich, sondern als Abbildungen auf einem Zettel präsentiert werden.

Abschnitt 4

191 ANJ bei dem bild hier Oben;
192 *((zeigt auf Abbildung))*



193 dem allerersten BILD;
194 Serkan-
195 wer kann hIer mal ZÄHlen;
196 wie viele WÜRfel das sind;
(...)
200 ANJ habt ihr ALle acht gezählt oder hat jemand was Anderes gezählt;
201 (xxxx)
202 hat jemand was Anderes gezählt,
203 Jenny?
204 wie viele hast DU gezählt;
205 JEN (x) **SECHS;**
206 ANJ kannst du mal ZEIgen,
207 JEN ((*steht auf, geht zu ANJ und beginnt zu zählen und dabei mit dem Finger zu zeigen*))
208 eins zwei drei vier fünf SECHS;
209 ANJ [setzt dich noch mal HIN,
210 MUS **[aber der kann nich FLIEgen;**
211 ANJ worauf mÜssen wir HIER **wieder** achten.
212 Musafa wenn du dich !LEI!se melden wÜrdest=
213 das wäre GANZ tolll.
214 musafa worauf müssen wir ACHten;
215 MUS **weil' (-) da (.) bei den beiden,**
216 **die KÖNnen nicht fliegen;**
217 [(xxx)

Der Ablauf dieses Abschnitts entspricht im Hinblick auf die von den Kindern verwendeten Methoden zur Würfelzahlermittlung ganz dem zuvor ANJ entwickelten: Bei der Bearbeitung der Aufgabe wird zunächst „gezählt“, dann „gezeigt“ und schließlich eine Regel formuliert. Entsprechend kann der Ablauf wieder prozessorientiert als die

Schritt-für-Schritt-Realisierung einer Argumentationssequenz beschrieben werden:

Ausgehend von dem Ergebnis von Madlen fragt ANJ an Stelle einer Ratifizierung nach abweichenden Meinungen und findet in Jenny eine Vertreterin einer solchen. Jenny wird daraufhin gebeten, die Methode, mit der sie zu ihrem Ergebnis gekommen ist, am Zettel in der Hand ANJs „zeigend“ vorzuführen (*Etablierung von Begründungspflicht*). Die Lehrerin knüpft damit an bereits bekannte Bearbeitungsverfahren für die Aufgabe des *Begründens* an: Zeigen kann als Begründung für das Zählen verwendet werden. Auch diesmal kommt sie auf sechs Würfel – und liefert damit gleichsam eine aktionale Begründung für ihr Ergebnis. Statt einer Ratifizierung oder einer Reetablierung der Begründungspflicht gegenüber Jenny erfolgt jedoch die Aufforderung ANJs, sich wieder hinzusetzen. Im Kreise der MitschülerInnen wird Widerspruch laut („aber der kann nicht FLIEgen;“, 210). In Zeile 211 nimmt ANJ diesen Widerspruch auf und und verweist auf die bereits zuvor festgehaltene Regel („worauf müssen wir hier *wieder* achten“). Musafas entsprechende Begründung wird abschließend von ANJ ratifiziert („(sehr gut)“).

Auf Abschnitt 4 folgt ein weiterer Durchgang, in dem ANJ das Würfelgebäude auf ihrem Aufgabenzettel nachbaut und Jenny noch einmal bittet, die Würfel darin vorzuzählen. Wieder kommt Jenny auf sechs Würfel, wieder regt sich Widerspruch unter ihren Klassenkameraden. ANJ macht vor, wie Jenny gezählt hat (wobei sie nur die von den Mitschülern aus sichtbaren Würfel zählt) und im Anschluss wird eine Mitschülerin wird gebeten, ihrerseits das Zählen der Würfel vorzuführen. Sie kommt auf acht Würfel – ein Ergebnis, das von ANJ explizit ratifiziert wird. Erst nach Abschluss dieser Sequenz wendet sich ANJ Jenny mit einer erneuten Erklärung des Sachverhalts zu („du musst daran DENken; wenn die SO oben sind; dass da DRUNter; NOCH zwei sind;==die wir von VORne gar nicht SEHen können;“).

Der Verlauf des Gespräches zeigt, dass sich zwar insbesondere ein Schüler nun mit größerer Selbständigkeit an der argumentativen Sequenz beteiligt (Musafa, s. Zeile 210). Jenny allerdings scheint von diesem Verlauf nicht in der Weise profitiert zu haben, als dass sie nun die „richtige" Lösung der neuen Aufgabe im Sinne ANJs angeben könnte. Und es bleibt fraglich, ob die bloße Wiederholung der argumentativen Sequenz sie dieser Lösung näher bringt. Denn abgesehen vom zweimaligen Vorführen ihrer Zählmethode, die jeweils von der Lehrperson nicht ratifiziert wird, wird ihr kein Raum gegeben, ihr Vorgehen zu erläutern. Diesen Raum bekommen nur die von ANJ als „richtig" anerkannten Lösungsansätze und Begründungen. In ihrer abschließenden Erklärung kann sich ANJ entsprechend auch nicht auf die spezifischen Gedankengänge beziehen, die Jenny zu ihrem Lösungsvorschlag geführt haben.[6]

4 Fazit

Im Unterricht bietet die Diskurspraktik des Argumentierens die Möglichkeit der aktiven Teilnahme der SuS und damit die Chance, Problemzusammenhänge und Lösungsverfahren eigenständig zu entwickeln. Das von uns analysierte Beispiel allerdings zeigt, dass diese Möglichkeit abhängig von Kontext und Durchführungsweise in unterschiedlichem Maße realisiert wird.

Die Funktionalisierung argumentativer Sequenzen für die Wiederholung, Sicherung und Einübung von Wissen beinhaltet neben dem Vorteil der Beteiligung einiger Kinder an der Konstituierung eines Problems und seiner Lösung auch offensichtliche Schwierigkeiten. So kann durch eine allzu enge interaktive Steuerung der Kinder, die auf die Entwicklung der „richtigen" Lösung zielt, der Raum zur Artikulation von Verständnisschwierigkeiten im Nachvollzug der Argumentation so knapp werden, dass nicht mehr alle sich daran beteiligen. Es ergibt sich ein Maximenkonflikt zwischen der Argumentation als Beteiligungsformat für die SchülerInnen und der zügigen Entwicklung und Verbalisieren „gültigen" Wissens – und in unserem Beispiel ist es Jenny, deren Position und Wissenserwerb im gesteuerten Argumentationsprozess unter die Räder kommt.

Interessant sind Sequenzen, wie die hier vorgestellte, aber nicht allein im Hinblick auf die Frage der Konstruktion und Vermittlung mathematischen Wissens. Denn nicht zuletzt sind es Situationen wie

[6] Vgl. die Analyse einer ähnlich gelagerten Situation in Steinbring/Nührenbörger (2011).

diese, in denen Kinder etwas über die spezifischen Formen schulischer Interaktion im Allgemeinen und des Argumentierens in der Schule im Besonderen lernen. Und während eng durch die Lehrperson geführte Argumentationssequenzen auf der einen Seite die Möglichkeit eröffnen, Kinder mit einer sprachlichen Praxis vertraut zu machen, auch wenn sie deren globale Struktur noch nicht allein realisieren können, bleibt doch auf der anderen Seite das Problem, dass durch allzu enge Beteiligungsformate Lernprozesse ausgelöst werden, die in eine unliebsame Richtung weisen. So hat Jenny in unserem Beispiel möglicherweise gelernt, dass es nicht klug ist, sich an argumentativen Sequenzen zu beteiligen, wenn man noch nicht heraus hat, worauf die Lehrperson hinaus will.

Die situationsübergreifende Wirkung solcher Erfahrungen, ihr Erwerbspotential und ihr Effekt auf andere, auch offenere Formen des Argumentierens im Unterricht ist sicherlich ein lohnendes Feld der Unterrichtsforschung.

Literatur

Becker-Mrotzek, M. & U. Quasthoff (1998). Zu diesem Heft. *Der Deutschunterricht* 1 (3–13).

Bezold, A. (2009). *Förderung von Argumentationskompetenzen durch selbstdifferenzierende Lernangebote : eine Studie im Mathematikunterricht der Grundschule*. Hamburg: Kovac.

Deppermann, A. & M. Hartung (Hrsg. 2006). *Argumentieren in Gesprächen. Gesprächsanalytische Studien*. Tübingen: Stauffenburg.

Enfield, N. J. (2011). Sources of asymmetry in human interaction: enchrony, status, knowledge and agency. In T. Stivers, L. Mondada & J. Steensig (Hrsg.): *The morality of knowledge in conversation* (285–312). Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Feilke, H. (2005). Beschreiben – erklären – argumentieren. Überlegungen zu einem pragmatischen Kontinuum. In P. Klotz & C. Lubkoll (Hrsg.), *Beschreibend wahrnehmen - wahrnehmend beschreiben. Sprachliche und ästhetische Aspekte kognitiver Prozesse* (45–59). Freiburg i.Br./Berlin: Rombach.

Fetzer, M. (2011). Wie argumentieren Grundschulkinder im Mathematikunterricht? Eine argumentationstheoretische Perspektive. *Journal für Mathematikdidaktik* 32/1 (27–51).

Hausendorf, H. & U. Quasthoff (1996). *Sprachentwicklung und Interaktion. Eine linguistische Studie zum Erwerb von Diskursfähigkeiten.* http://www.verlag-gespraechsforschung.de/2005/quasthoff.htm/ Gesehen am 12.11.2012

Heller, V. (2012). *Kommunikative Erfahrungen von Kindern in Familie und Unterricht: Passungen und Divergenzen.* Tübingen: Stauffenburg.

Jacobs, S. & S. Jackson (1982). *Conversational argument: A discourse analytic approach.* In J. R. Cox & C. A. Willard (Hrsg.), *Advances in Argumentation Theory and Research,* (205–237). Carbondale: Southern Illinois University Press.

Krummheuer, G. (2003). Argumentationsanalyse in der mathematikdidaktischen Unterrichtsforschung. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 35(6). 247–256.

Krummheuer, G. & B. Brandt (2001). *Paraphrase und Traduktion.* Weinhein u.a.: Beltz.

Quasthoff, U. & A. Krah (2012). Familiale Kommunikation als Spracherwerbsressource: Das Beispiel argumentativer Kompetenzen. In E. Neuland (Hrsg.), *Sprache der Generationen* (115–132). Mannheim: Dudenverlag.

Quasthoff, U. (2009). Entwicklung der mündlichen Kommunikationskompetenz. In M. Becker-Mrotzek (Hrsg.), *Mündliche Kommunikation und Gesprächsdidaktik* 3 (88–105). Baltmannsweiler: Schneider.

Schegloff, E. A. (2007). *Sequence organization in interaction.* Bd. 1. (A primer in conversation analysis). Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Spranz-Fogasy, Thomas. 2005. Argumentation als alltagsweltliche Kommunikationsideologie. *Deutsche Sprache* 33. 141–155.

Steinbring, Heinz & Marcus Nührenbörger. 2010. Mathematisches Wissen als Gegenstand von Lehr-/Lerninteraktionen - Eigenständige Schülerinteraktionen in Differenz zu Lehrerinterventionen. In Ulrich Dausendschön-Gay, Christine Domke & Sören Ohlhus (hrsg.), *Wissen in (Inter-)Aktion Verfahren der Wissensgenerierung in unterschiedlichen Praxisfeldern,* 161–188. Berlin / New York: De Gruyter.

Friederike Kern & Sören Ohlhus
Fakultät für Linguistik und Literaturwissenschaft
Universität Bielefeld, Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld
friederike.kern@uni-bielefeld.de
sören.ohlhus@uni-bielefeld.de

Lehrerinnen unterstützen – prozessbezogene Kompetenzen fördern

von Beate Sundermann

Den prozessbezogenen Kompetenzen kommt in der Unterrichtspraxis noch nicht die Bedeutung zu, die durch Bildungsstandards und Lehrpläne vorgegeben ist. Im Beitrag wird anhand von Beispielen vorgestellt, wie das Projekt PIK AS durch unterschiedliche Materialangebote Lehrerinnen und Lehrer dabei unterstützen kann, diese Umsetzung zu leisten.

Schlüsselwörter: Prozessbezogene Kompetenzen, PIK AS, fachbezogene Unterrichtsentwicklung, Professionelle Lerngemeinschaften, kollegiale Hospitation

1 PIK AS – Projektvorstellung

1.1 Ziele und Konzeption von PIK AS

Mit dem Schuljahr 2008/09 wurde in den Grundschulen in Nordrhein-Westfalen ein neuer Lehrplan für das Fach Mathematik eingeführt. Dieser fordert für zeitgemäßen Mathematikunterricht, wie die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz, gleichermaßen die Förderung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen.

Um die Umsetzung des neuen Lehrplans in der Praxis zu unterstützen, wurde Anfang 2009 das interdisziplinäre Projekt „PIK AS – Mathematikunterricht weiter entwickeln“ ins Leben gerufen. Maßgeblich gefördert wird das Projekt von der Deutsche Telekom Stiftung und dem Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen.

PIK AS – das sind zwei eng miteinander verzahnte Teilprojekte: Im Teilprojekt PIK (Prozessbezogene und Inhaltsbezogene Kompetenzen) erarbeitet ein Team aus Lehrkräften und Fachdidaktikern Materialien zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts an Grundschulen, die an Projektschulen erprobt und weiterentwickelt wurden und werden. Das Teilprojekt AS (Anregung von fachbezogener Schulentwicklung) geht davon aus, dass die Umsetzung neuer Lehrpläne eine Herausforderung für das gesamte Kollegium darstellt. Gerade der Lehrplan Mathematik betrifft in der Regel einen Großteil des Kollegiums und ist insofern keinesfalls nur eine Herausforderung für einzelne Lehrkräfte. AS ergänzt die PIK-Materialentwicklung daher durch Anregungen zur Unterstützung der fachbezogenen Unterrichtsentwicklung. AS richtet sich damit wesentlich auch an Schulleitungen.

1.2 Die PIK-Website

Im Rahmen des Projektes PIK AS wurden und werden Unterstützungsleistungen für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts im Sinne fachbezogener Unterrichtsentwicklung für alle am Mathematikunterricht beteiligten Personen (Lehrerinnen, Schulleitungen, Fortbildnerinnen, Eltern, ...) entwickelt und distribuiert. Die von PIK AS durchgeführten Maßnahmen und entwickelten Materialien sollen Lehrerinnen und Lehrer dabei unterstützen, ihren eigenen Unterricht im Hinblick auf die Grundaussagen der Richtlinien und des Lehrplans Mathematik Grundschule sowie die Leitideen zeitgemäßen Mathematikunterrichts weiter zu entwickeln.

Abb. 1 Die PIK-Häuser

Die im Rahmen des Projektes entwickelten Materialien werden auf der PIK AS-Website www.pikas.tu-dortmund.de veröffentlicht und stehen so allen Interessierten kostenlos zur Verfügung. Auf der PIK-Seite ist das Material in zehn ‚Doppelhaushälften' organisiert, die unterschiedliche Themen ansprechen (s. u.).

Konzeptionelle Zielvorstellung ist ein Mathematikunterricht, der

- sowohl prozessbezogene als auch inhaltsbezogene Kompetenzen fördert (Haus 1),
- den langfristigen Kompetenzaufbau vom Elementarbereich bis in die Sekundarstufe im Blick hat (Haus 2),
- eine unterrichtsintegrierte Prävention, Diagnose und Förderung im Kontext von Rechenschwierigkeiten realisiert (Haus 3),
- Sprachförderung als eine zentrale Aufgabe auch des Mathematikunterrichtsunterrichts ansieht (Haus 4),
- den Schülern ein Recht auf eigenes mathematisches Denken einräumt und gleichzeitig gewährleistet, dass vorgegebene Kompetenzerwartungen erreicht werden können (Haus 5),
- die Heterogenität der Lernstände von Schülerinnen und Schülern durch Konzepte wie natürliche Differenzierung produktiv nutzt (Haus 6),
- ergiebige Aufgaben verwendet, die Schülerinnen und Schüler herausfordern statt lediglich beschäftigen (Haus 7),
- es Schülerinnen und Schülern ermöglicht, den Unterricht und ihren Lernprozess aktiv und selbstverantwortlich mit zu gestalten (Haus 8),
- eine kontinuierliche und immer auch stärkenorientierte Lernstandsfeststellung als unverzichtbare Grundlage individueller Förderung ansieht (Haus 9) und
- prozessorientierte Leistungsbeurteilung und dialogische Leistungsrückmeldung auch im Fach Mathematik realisiert (Haus 10).

Auf der Website des Teilprojekts PIK sind drei Materialtypen zu finden:

Fortbildungs-Material: Bei diesen Materialien handelt sich um Vortragspräsentationen, Moderationspfade sowie Teilnehmermaterial. Gut nutzbar sind diese für alle in der Aus- und Fortbildung Tätigen sowie für Schulleitungen und „Mathe-Experten“ eines Kollegiums, die mit ihren Kolleginnen und Kollegen über zeitgemäßen Mathematikunterricht in einen Austausch treten möchten.

Informations-Material: Die Informationsmaterialien ermöglichen das Selbststudium durch Texte und Links zu verschiedenen fachdidaktischen Themen. Auch Materialien für die Elternarbeit (Elternbriefe, Informationsfilme) zu verschiedenen Bereichen des Mathematikunterrichts stehen dort zur Verfügung.

Unterrichts-Material: Das Unterrichtsmaterial von PIK AS (z. B. Unterrichtsplanungen, Arbeitsblätter und Plakate) bildet die exemplarische Illustration der in den Fortbildungs- und Informationsmaterialien angelegten Konzeptionen. Insofern wurde und wird es lediglich für einige zentrale Inhalte entwickelt und hat in diesem Sinne Veranschaulichungs- und nicht ‚Rezept'-Charakter.

Die Materialtypen sind inhaltlich aufeinander abgestimmt. Dies soll nun exemplarisch durch einen „Gang durch das Haus 1" illustriert werden.

In Haus 1 liegt u.a. ein Materialpaket vor, welches eine Unterrichtsreihe zu „Entdecker-Päckchen", auch „schöne Päckchen" (Wittmann & Müller 2004) genannt, thematisiert. Dieses Aufgabenformat zum Entdecken, Beschreiben und Begründen ist vergleichsweise leicht zugänglich, insbesondere für Kinder aus den unteren Jahrgangsstufen, da es leicht auf andere Inhalte übertragbar ist. Lehrkräfte finden in diesem PIK-Material Anregungen zu den folgenden Leitfragen:

1. Wie kann die Lehrperson die Kinder dabei unterstützen, Muster und Strukturen zu *erkennen*?
2. Wie kann die Lehrperson die Kinder dabei unterstützen, erkannte Muster und Strukturen zu verbalisieren (mündlich und schriftlich)?

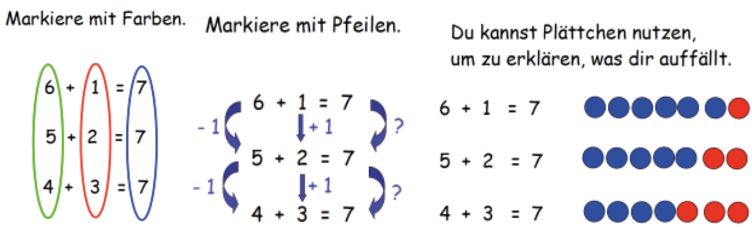
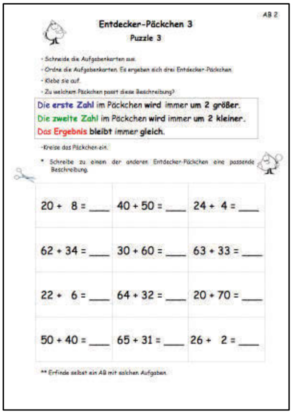


Abb. 2 bis 4 „Tipps"

Das Materialpaket bietet zur Beantwortung dieser beiden Leitfragen zahlreiche Angebote. Zum einen werden Beispiele zur Förderung des *Markierens* durch das Nutzen sog. „Forschermittel" gegeben (Markieren von Entdeckungen mit Pfeilen und Farben (vgl. auch Link 2012); Begründen mit Wendeplättchen; vgl. „Tipps“ in Abb. 2 bis 4).

Zum anderen werden Beispiele zur *Förderung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit* durch das Anlegen eines sog. „Wortspeichers“ gegeben (vgl. Abb. 5), welcher durch die inhaltliche Arbeit mit „Entdecker-Päckchen“ angeregt wird (vgl. Abb. 6).

Abb. 5 Wortspeicher



AB 2

Entdecker-Päckchen 3

Puzzle 3

- Schneide die Aufgabenkarten aus.
- Ordne die Aufgabenkarten. Es ergeben sich drei Entdecker-Päckchen.
- Klebe sie auf.
- Zu welchem Päckchen passt diese Beschreibung?

Die erste Zahl im Päckchen wird immer um 2 größer.
Die zweite Zahl im Päckchen wird immer um 2 kleiner.
Das Ergebnis bleibt immer gleich.

-Kreise das Päckchen ein.

* Schreibe zu einen der anderen Entdecker-Päckchen eine passende Beschreibung.

20 + 8 = ___	40 + 50 = ___	24 + 4 = ___
62 + 34 = ___	30 + 60 = ___	63 + 33 = ___
22 + 6 = ___	64 + 32 = ___	20 + 70 = ___
50 + 40 = ___	65 + 31 = ___	26 + 2 = ___

** Erfinde selbst ein AB mit solchen Aufgaben.

Abb. 6 Beispiel für ein Arbeitsblatt zur Sprachförderung

Das *Fortbildungs-Material* des Hauses 1 greift ebenfalls diese beiden Leitfragen auf und stellt unter anderem das Unterrichts-Material vor. Dazu liegen zwei Module vor:

Modul 1.1: Der Lehrplan Mathematik 2008. Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen fördern - Was heißt das?

Modul 1.2: „Wir werden Entdecker-Päckchen-Forscher". Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen fördern - Wie geht das?

Im *Informations-Material* des Hauses 1 finden Lehrkräfte Informationen für Eltern, Informationstexte, Literaturtipps, weiterführende Links und Informations-Videos. Die hier eingestellten Videos illustrieren u.a. die im Unterrichtsmaterial dieses Hauses befindlichen Materialien zu der Unterrichtsreihe „Entdecker-Päckchen". Die Videos haben dabei nicht den Anspruch, „optimalen“ Unterricht abzubilden, sondern verstehen sich als Illustration eines möglichen Vorgehens und als Instrument der Ideenstiftung zur Planung des eigenen Unterrichtes und Reflexion über alternative Vorgehensweisen.

Zudem finden Lehrkräfte hier ein Informations-Plakat, das eine schüler- und elterngerechte „Übersetzung“ der im Fach Mathematik zu erwerbenden prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen leisten soll, das sog. *PIK-Plakat* (vgl. Abb. 7).

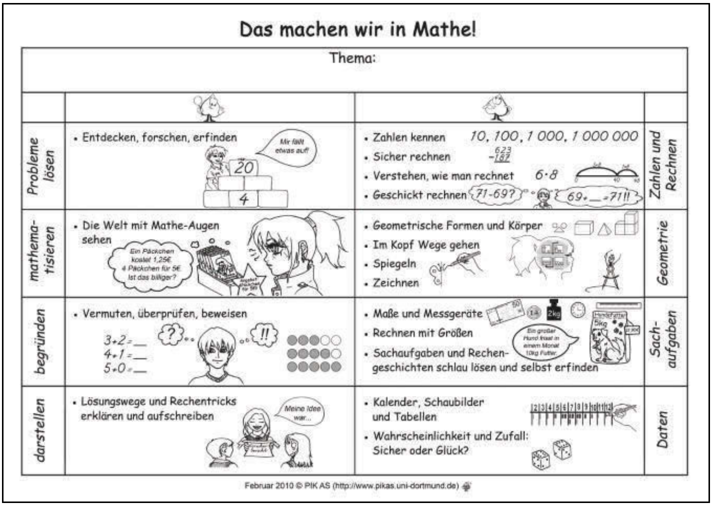


Abb. 7 PIK-Plakat „Das machen wir in Mathe!“

Das PIK-Plakat kann sowohl den Kindern als auch Eltern Transparenz darüber geben, welche inhaltlichen Schwerpunkte im Mathematikunterricht im Verlaufe der vier Grundschuljahre thematisiert werden und welche Kompetenzen die Kinder erwerben werden. Darüber hinaus kann es im Unterricht zur Reflexion über noch zu Lernendes und bereits Gelerntes anregen.

Ein weiteres Beispiel für ein solches Informationsplakat wird zu Beginn des Jahres 2013 im Informationsmaterial des Hauses 8 zu finden sein: das Plakat „Merkmale guten Mathematik-Unterrichts“ (vgl. Abb. 8).

2 Eine „ganz normal gute Mathematikstunde“

2.1 Merkmale guten Mathematikunterrichts – Wie gute Aufgaben lernwirksam werden können

Das Plakat „Merkmale guten Mathematik-Unterrichts“ soll Lehrkräften Anlass zur Diskussion über Kriterien guten Mathematikunterrichtes sowie Anregungen zur Planung und Beobachtung von Mathematikunterricht geben. Zielsetzung der Auseinandersetzung mit diesem Plakat ist es, darüber zu reflektieren, welche Merkmale ein Unterricht aufweisen muss, der überzeugende und nachhaltige (kognitive) Lernerfolge bei den Schülerinnen und Schülern aufweisen kann.

Es bietet daher eine tabellarische Zusammenfassung von Gütekriterien, welche durch die knappe Formulierung der Kriterien und Indikatoren einen schnellen Überblick über die wesentlichen Merkmale eines guten Mathematikunterrichts ermöglichen sollen. Die zusammen gestellten Kriterien sind als mathematikdidaktische Ausschärfung aus den Kriterien des Beobachtungsbogens der Qualitätsanalyse NRW[1] sowie der Merkmalskataloge von Helmke (2003), Meyer (2004) und den Leitideen von Selter (2011) zu verstehen.

Merkmale guten Mathematik-Unterrichts

	Fachliche und didaktische Gestaltung		
1. Ergiebige Aufgaben	a) Rahmende, sinnstiftend-motivierende Aufgabenstellungen b) Tragfähige Alltagsbezüge oder ‚innermathematische' Substanz c) Problembezogenes Denken und entdeckendes Lernen, beziehungsreiches Üben d) Sachlogisch aufeinander aufbauende Sequenzen	a) Förderung der Selbst- und Mitverantwortlichkeit b) Planvolles Arbeiten bei ergiebigen Aufgaben, Förderung der Methodenkompetenz c) Hilfen zur Selbsthilfe, Möglichkeiten zur Selbstkontrolle bzw. organisierte Unterstützungsmaßnahmen (z.B. „Expertenkinder“) d) Nutzung offener, fachlich substanziell angelegter Lernformen (z.B. Wochenplanarbeit, Lernen an Stationen, Expertenarbeit)	**6. Förderung der Selbstständigkeit**
2. Anforderungsniveau passt zum Leistungsvermögen	a) Aufgabenstellungen sind fachlich richtig, sinnvoll didaktisch reduziert und verständlich formuliert b) Berücksichtigung der Vorerfahrungen, Bedürfnisse und Interessen der Kinder c) Herausforderung zu Eigenaktivität bzw. Kooperation d) Differenzierte Leistungsanforderungen für *alle* Kinder (z.B. durch unterschiedliche Niveaus und Zugangsweisen)	a) Schüler/innen agieren in funktionalen, zweckvollen Rollen (z.B. Gesprächsleitung, Protokollant) b) Aufgaben erfordern strukturierte Kommunikation über Gedankengänge, Lösungswege und gefundene Ergebnisse (z.B. Mathe-Konferenzen) c) Differenzierte Formen der Partner- und Gruppenarbeit	**7. Strukturierte Partner- und Gruppenarbeit**
3. Gestaltung passt zu Inhalt und Zielen	a) Förderung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen b) Transparente Lern- und Leistungserwartungen ermöglichen motiviertes, zielorientiertes Arbeiten c) Möglichkeit, eigene Ideen, Thesen, Lösungswege zu entwickeln d) Möglichkeit, Vorgehensweisen auf Eignung hin zu reflektieren; Anleitung zur Selbstreflexion e) Bewusstmachung von Lernstrategien; intelligentes Üben	a) Gestaltete Kommunikation bei der Arbeit im Plenum (z.B. Sortieren) b) Ergebnisse und Gliederung werden kenntlich gemacht c) Breite Schülerbeteiligung und fachliche Interaktion	**8. Strukturierte Arbeit im Plenum**
		Lernumgebung und Lernatmosphäre	
4. Adäquate Medien	a) Sach- und kindgerechter Einsatz von Medien und Arbeitsmitteln b) Verständliche, zielführend eingesetzte Arbeitsmittel sorgen für Anschaulichkeit c) Freies Bereitstellen von Materialien und Arbeitsergebnissen (z.B. Lernplakate)	a) Lernraum fördert die Lernbereitschaft b) Schüler/innen führen geordneten Unterlagen	**9. Vorbereitete Lernumgebung**
5. Lernzuwachs	**a) Erweiterung des mathematischen Verständnisses; Lernfortschritte werden erfahrbar gemacht; geeignete Auswahl von Lerngelegenheiten im Sinne langfristigen Lernens (Kontinuität im mathematischen Lernprozess, Spiralprinzip) b) Festigung und Flexibilisierung von Kompetenzen c) Verbale, mediale und schriftliche Produkte als Lösungen d) Förderung des Umgangs mit non-verbalen Instrumenten (‚Forschermitteln') und des (fach-)sprachlichen Repertoires e) Passende Auswahl von Präsentations-, Vermittlungs-, Arbeits- und Aktionsformen**	a) Kein Zeitverlust b) Schüler/innen arbeiten konzentriert und aufgabenorientiert c) Lehrperson berät, unterstützt Lernprozesse individuell fördernd, gibt zielführende Impulse (auch bei unterschiedlichen Bearbeitungszeiten) d) Angemessene Rhythmisierung, passender Zeitrahmen	**10. Intensive Nutzung der Lernzeit**
		a) Gegenseitige Wertschätzung b) Persönlichkeitsfördernder Unterricht: Schüler/innen können sich ohne Druck äußern; Lehrperson gibt lernförderliche Rückmeldungen; Fehler als Lernchance (Stärkenorientierung) c) Lehrperson handelt rechtzeitig und angemessen, auch bei Störungen	**11. Positives pädagogisches Klima**

Mathematikdidaktische Ausschärfung der Kriterien des Beobachtungsbogens der Qualitätsanalyse NRW – Oktober 2012 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Abb. 8 Plakat „Merkmale guten Mathematikunterrichts“

[1] http://www.schulsport-nrw.de/info/01_schulsportentwicklung/gutersportunterricht/pdf/qualitaetstableau.pdf

Die Merkmale wurden im Plakat mithilfe von Indikatoren konkretisiert und können als Grundlage für die Planung und Beobachtung von Unterricht dienen.

Dieses Plakat (Abb. 8) kann als Unterstützungsmaterial für Lehrerinnen und Lehrer im Selbststudium zur Selbstvergewisserung und im Kollegium zum Austausch über ein gemeinsames Leitbild guten Mathematikunterrichtes dienen.

Eine Illustration dessen, wie ein solcher Austausch erfolgen kann, wird im Fortbildungsmodul 8.1 gegeben: In diesem Fortbildungsmaterial finden Multiplikatoren und Lehrkräfte neben dem Merkmals-Plakat auch das sog. PIK-Video, das den Verlauf einer „normal guten Mathematikstunde“ (zum Reihenthema ‚Produktives Üben der schriftlichen Addition mit Ziffernkarten’, Stundenthema: ‚Wie treffen wir die 1000?’) dokumentiert, welche zahlreiche Merkmale guten Mathematikunterrichtes widerspiegelt. Es ist selbstredend, dass eine einzelne Unterrichtsstunde bei Weitem nicht alle Merkmale aufweisen kann. Dennoch kann die Beachtung der Merkmale die erfolgreiche Planung sowohl kumulativer Lernprozesse als auch einzelner Unterrichtsreihen und Unterrichtsstunde unterstützen.

Die Auseinandersetzung mit diesem PIK-Video soll aufzeigen, was eine Lehrkraft initiieren muss, damit

- die Problemstellung für die Schülerinnen und Schüler wirklich sinnstiftend und herausfordernd ist,
- die Aufgabenstellung zu entdeckendem Lernen anregt (und die Schülerinnen und Schüler auch wirklich Gehaltvolles entdecken und nutzen),
- die Schülerinnen und Schüler weitgehend selbstständig auf unterschiedlichem Niveau arbeiten können,
- die Schülerinnen und Schüler zu ergiebigen Reflexionen ihrer Vorgehensweisen und Strategien angeregt werden und die Lernerfahrungen bewusst gemacht werden,
- die Schülerinnen und Schüler einen tatsächlichen Lernzuwachs hinsichtlich ihrer non-verbalen und verbalen Darstellungsfähigkeit erzielen und
- der Austausch über Lösungswege kooperativ, strukturiert und ergiebig erfolgt.

Minimal setzen sich die Teilnehmerinnen und Teilnehmer dieses Moduls mit dem Merkmals-Plakat auseinander und analysieren anschließend unter dessen Nutzung das PIK-Video. Maximal entwickeln die Lehrkräfte selbst ein solches Plakat im Sinne eines Leitbildes für guten Mathematikunterricht, gleichen dieses mit dem vom PIK-Team entwickelten ab, planen im Lehrer-Team zu einem zuvor vereinbarten Thema (in der Maximalfassung ebenfalls zum Thema ‚Wie treffen wir die 1000?') eine Unterrichtseinheit unter Berücksichtigung des Merkmalskataloges (wobei auch Schwerpunkte gesetzt werden können), führen diese Einheit durch und reflektieren anschließend im Lehrer-Team, inwieweit die Umsetzung der (ausgewählten) Merkmale gelungen ist. Eine Analyse des Videos kann sich ggf. anschließen, um eine Diskussion über alternative Vorgehensweisen anzuregen.

Um aber tatsächlich tragfähige Unterstützungsleistungen zur Unterrichtsentwicklung anzubieten, sollte diese - wie aus der Forschung bekannt ist - nicht nur bei Einzelpersonen ansetzen, da diese häufig nicht auf das Umfeld der einzelnen Personen übertragen werden (vgl. Krainer 2001). Daher erschöpft sich die Auseinandersetzung mit dem Thema „Guter Mathematikunterricht" im Haus 8 auch nicht darin, dass aufgezeigt wird, wie eine einzelne Lehrperson eine Stunde durchführt, die zahlreichen Kriterien guten Mathematikunterrichts gerecht wird, sondern es werden gleichzeitig Anregungen gegeben, die über die Professionalisierung der Einzellehrkraft hinausgehen: Die Auseinandersetzung mit den Leitideen zeitgemäßen Mathematikunterrichts bietet auch einen Ansatz für innerschulische Entwicklung, weshalb neben den fachdidaktischen und methodischen Impulsen auch Anregungen zur Schulentwicklung gegeben werden. Im Kern geht es hier um die Frage, wie Gruppen von Lehrkräften (auch mit dem PIK AS-Materialangebot) fachbezogene Unterrichtsentwicklung gestalten können.

2.2 Gelingensbedingungen für guten Mathematikunterricht – Schule als Ort kooperativen Lernens, nicht nur für Schülerinnen und Schüler

Im Haus 8 wird daher auch videografiertes Praxisbeispiel zur Unterrichtsentwicklung aus einer der PIK AS-Projektschulen eingestellt werden, das aufzeigt, wie diese „normal gute Mathematik-Stunde“ entstand: Das sog. AS-Video dokumentiert, dass diese nicht durch die Arbeit einer Einzelkämpferin entstand, sondern durch die reflektierte Kooperation eines Jahrgangsteams: Diese Stunde wurde mit Kolleginnen gemeinsam geplant, Inhalte also im Rahmen einer PLG, einer „*Professionellen Lerngemeinschaft*“ (Bonsen & Rolff, 2006), gemeinsam verantwortet. Das Konzept der „Professionellen Lerngemeinschaft“ beschreibt die Grundidee, dass - Praxis begleitende - Lern- und Reflexionsprozesse eine Grundbedingung für Schulentwicklung sind. „Professionelle Lerngemeinschaften sind Lehrer-Gruppen, die gemeinsam ihren Unterricht reflektieren und dabei das Ziel verfolgen, ihre eigene Unterrichtspraxis zu verbessern. Bezugspunkt ist dabei die Verbesserung der Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler aufgrund der Verbesserung der Unterrichtsqualität“ (AS-Site[2]).

Ein wesentliches, weil die Arbeit in der PLG strukturierendes, Element ist nach meiner Erfahrung das Führen eines Protokollbogens, in dem zentrale Aspekte der Teamsitzungen festgehalten werden (vgl. Abb. 9, erscheint in: Haus 8, UM).

Jeder Protokollbogen gibt dabei die Überlegungen und Verabredungen zu jeweils einer Einheit wider. Jedes Treffen endet ganz pragmatisch mit Überlegungen zur Arbeitsteilung: Wer macht was bis wann? Das Nutzen eines solchen Bogens schafft Arbeitsstrukturen – die Verbindlichkeit, und durch die Manifestierung von Ergebnissen, Nachhaltigkeit gewährleisten können – und Transparenz; die Weitergabe von Informationen an Andere ist ermöglicht (und erwünscht). Weitere Informationen zum PLG-Konzept finden Lehrkräfte auf der AS-Site.

Im Zentrum dieser Kooperation steht also das Lernen aller Beteiligten. Einerseits geht es um die optimale Förderung aller Schülerinnen und Schüler und andererseits um die Weiterentwicklung des Professionswissens und -könnens der Lehrerinnen und Lehrer.

---

[2] http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-as/kooperation/kooperation.html Gesehen am 10.10.2012

Gemeinsame Unterrichtsreflexion des Jahrgangsteams Mathematik

Bogen-Nr.: 2 Datum: 01.03.2011 Klassen: 3a/3b

1. Unsere Überlegungen zur Planung der Reihe

Thema:

Ziele für die Schülerinnen und Schüler (SuS) Was sollen sie lernen?

Ziele der Reihe für uns als Lehrende Was wollen wir lernen?

siehe Bogen Nr. 1

2. Unsere Überlegungen zur Planung der 2. Einheit

Thema: Wie treffen wir die 1.000?

Ziele für die SuS (was? wie? womit?)

ik: Einerstelle → Summe = 10
Zehner-/Hund.stelle } Summe = 9 (Übertrag)
↓ diff. AB: „Immer 1000? Prüfe!"
↓ Zahlzerlegung der 10
↑ Eigenproduktionen: eigene Zielzahl / 3 Summanden

Ziele für uns als Lehrende (was? wie? womit?)

1. Hospitationsbogen erproben → Praktikabilität
2. Diff.-materialien erproben / überprüfen

3. Schwerpunktsetzung für die kollegiale Hospitation

Beobachtungsschwerpunkte?

Diff.-angebote sinnvoll?

„Indikatoren-SuS"?

GU-Kinder
Fidan
Daniela

4. Organisation der weiteren Arbeit im Team bis zum nächsten Treffen

Vorbereitung (wer? was? bis wann?):

Gamze AB bis 02.03.

Wann kann in welcher Klasse hospitiert werden? Do (03.03.), 1. Stunde

Wer kann beobachten? Gamze, Sina

Wann findet das nächste Team-Treffen zur Reflexion und Weiterplanung statt? Di (08.03.2011) 14.00–15.30 Uhr

5. Reflexion der Beobachtungen und Planung der Weiterarbeit Datum: 08.03.2011

Inwieweit sind die Ziele erreicht worden? größtenteils

Ziele für die SuS

- Ziffern z.T. wieder doppelt benutzt
- markieren manchmal nicht zielgerichtet
- Mathekonferenzen in dieser geschlosseneren Form sinnvoll?

Ziele für uns als Lehrende

- Hospitationsbogen in der Form nicht sinnvoll
  → Schülerbeobachtungsbogen?
  ↳ Besprechung mit Kollegium
+ Differenz.-maßnahmen zielführend

Welche Schlüsse ziehen wir aus unseren Beobachtungen?

→ auf Material verweisen
→ aufgreifen und an der Tafel gelungene Bsp. demonstrieren lassen
→ Forscherbericht in Querformat und Grauhinterlegung aufhellen
→ bessere Sicht in Plenumsphase
→ offene Mathekonferenzen mit Anmeldeliste erproben

Abb. 9 Protokollbogen der zweiten Einheit

Die im Video gezeigte PLG hat gemeinsam mit dem gesamten Kollegium beschlossen, in ihrer Unterrichtsplanung und -beobachtung verstärkt Maßnahmen individueller Förderung zu berücksichtigen. Die Lehrerinnen ergänzen daher die Vorschläge des Mathematikbuches durch gemeinsam entwickeltes Differenzierungsmaterial, um möglichst allen Leistungsgruppen gerecht zu werden.

Im Mittelpunkt der kollegialen Hospitation steht also nicht die unterrichtende Lehrerin, sondern die Beobachtung und Reflexion des Wirksamwerdens gemeinsam getroffener Planungsentscheidungen zur Optimierung des Unterrichtes, beobachtbar durch das Arbeits- und Leistungsverhalten einzelner Kinder. Daher werden gemeinsam Beobachtungsschwerpunkte und Indikatoren festgelegt; federführend sollte hierbei letztlich jedoch die besuchte Lehrerin sein, um eine Bedürfnisorientierung zu gewährleisten.

Eine Gruppe von Lehrkräften aus dem Kollegium dieser PLG hat zur Erleichterung der Hospitation einen Bogen erstellt, in dem die Beobachtungen festgehalten werden. Nachstehend die erste Seite des im Film gezeigten Hospitationsbogens (vgl. Abb. 10), der sich jedoch als nur bedingt praktikabel erweist (vgl. auch alternative „Protokollbögen zur kollegialen Unterrichtshospitation“, erscheinen im UM des Hauses 8)[3].

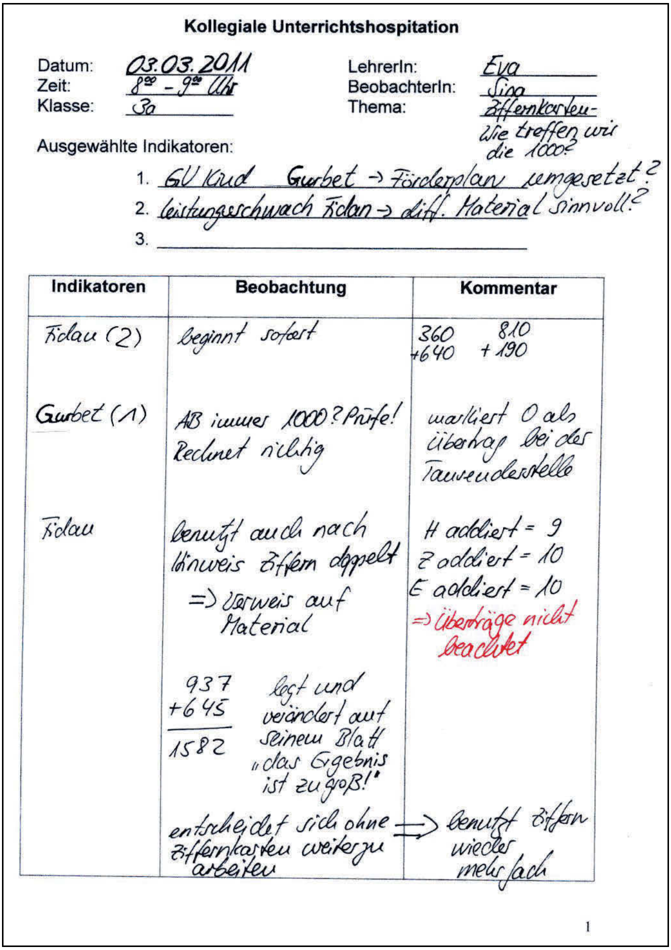
Darüber hinaus kann eine solche Arbeit im Team zur Entlastung der Lehrkräfte und zu deutlich erhöhter Wertschätzung der Arbeit und damit zu größerer Berufszufriedenheit führen.

Vor dem Hintergrund von gemeinsamen Werten (hier insbesondere des stärkenorientierten Blicks auf die Lernenden) ergibt sich durch die Zusammenarbeit in Lehrer-Teams (PLGs) im Allgemeinen und durch kollegiale Hospitationen im Besonderen die Chance auf (Weiter-)Entwicklung gemeinsamer handlungsleitender (pädagogischer und *fachlicher*) Ziele.

Weitere Informationen zum Thema „kollegiale Hospitation“ und Feedback finden Lehrkräfte und Schulleitungen auf der AS-Site.

---

[3] Anmerkung zu diesem Hospitationsbogen: Die beobachtende Lehrerin Sina trägt in die Spalte, die für die ausgewählten Indikatoren vorgesehen ist (hier: 1. Umsetzung eines Förderplans für Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf und 2. Hilfen für Schüler mit Lernschwierigkeiten) nicht eben diese ein, sondern stattdessen die Namen der Kinder, deren Verhalten exemplarisch beobachtet werden soll (1. Gurbet, 2. Fidan).



Kollegiale Unterrichtshospitation

Datum: 03.03.2011
Zeit: 8^{00} - 9^{00} Uhr
Klasse: 3a

LehrerIn: Eva
BeobachterIn: Sina
Thema: Ziffernkarten- Wie treffen wir die 1000?

Ausgewählte Indikatoren:

1. GU Kind Gurbet → Förderplan umgesetzt?
2. leistungsschwach Fidan → diff. Material sinnvoll?
3.

Indikatoren	Beobachtung	Kommentar
Fidan (2)	beginnt sofort	360 +640 810 + 190
Gurbet (1)	AB immer 1000? Prüfe! Rechnet richtig	markiert 0 als Übertrag bei der Tausenderstelle
Fidan	benutzt auch nach Hinweis Ziffern doppelt => Verweis auf Material	H addiert = 9 Z addiert = 10 E addiert = 10 => Überträge nicht beachtet
	937 +645 1582 legt und verändert auf seinem Blatt „das Ergebnis ist zu groß!"	
	entscheidet sich ohne Ziffernkarten weiterzuarbeiten →	benutzt Ziffern wieder mehrfach

1

Abb. 10 Hospitationsbogen der hospitierenden Lehrerin

3 Fazit

Um den *prozessbezogenen Kompetenzen* in der Unterrichtspraxis die Bedeutung zukommen zu lassen, die durch Bildungsstandards und Lehrpläne vorgegeben ist, muss das Unterrichten wieder vermehrt als das Kerngeschäft von Lehrerinnen und Lehrern verstanden werden. Hierzu können sich aus meiner Sicht folgende Unterstützungsmaßnahmen für Lehrkräfte als sinnvoll erweisen:

Erstens sollte die Fortbildung mit geeignetem Material intensiviert werden, auch durch Material für das Selbststudium (im Internet z.B. durch die PIK AS-Site, KIRA-Site, DZLM-Site, SINUS-Site). Dass die Bereitstellung geeigneten Materials allein nicht ausreicht, sondern es in diesem Zusammenhang auch wichtig ist, dass andere Fortbildungsstrukturen geschaffen werden müssen (wie z.B. Fortbildungsanreize durch Entlastungsstunden oder Zertifikate) ist evident, soll an dieser Stelle aber nicht weiter diskutiert werden.

Zweitens sollte die *reflektierte* Lehrerkooperation intensiviert werden, etwa durch folgende Maßnahmen:
- Entwicklung eines gemeinsamen Leitbildes guten (Mathematik-) Unterrichtes
- Institutionalisierung von „PLGs“ (fachgruppen- und jahrgangsbezogene Lehrer-Teams) und wechselseitigen kollegialen Hospitationen, die in der PLG gemeinsam verantwortet werden und insofern nicht das professionelle Handeln der Lehrkraft in den Vordergrund stellen, sondern die - nach den Bedarfen der unterrichtenden Lehrkraft erfolgende – kriteriengeleitete Beobachtung und Förderung von Schülerinnen und Schülern.

Sinnvoll ist hierzu aus meiner Sicht die
- Erarbeitung und Abstimmung gemeinsamer, Struktur gebender Instrumente und Formen der Unterrichts-Beobachtung und -Reflexion im Kollegium (z.B. einheitliche Protokoll- und Hospitationsbögen).

Diese Formen der Kooperation gewährleisten die
- Reduktion der schädlichen Wirkungen des fachfremd erteilten Unterrichts, wenn dafür Sorge getragen wird, dass jeweils ein Fachexperte für unterschiedliche Fächer vertreten ist (ein Mathe- und ein Deutsch-Experte im Jahrgang einer und/oder ggf. mehrerer Schulen („schulübergreifende Arbeitskreise“) – was nach meiner Erfahrung auch durch zusätzliche virtuelle Kontakte praktikabel ist).

Unterstützend wirkt sich in diesem Zusammenhang auch die Einrichtung einer festen Kooperationszeit aus (Reduktion von Zeiträumen für Dienstbesprechungen und Konferenzen zugunsten des Austauschs in den Lehrer-Teams (jahrgangsbezogenen bzw. fachgruppenbezogenen PLGs)).

In diesem Sinne geht es hierbei dann schwerpunktmäßig nicht um pädagogische, sondern um *fachbezogene Schulentwicklung*.

Unterstützend auf das Annehmen solcher Unterstützungsangebote wird es sich auswirken, wenn auch in der ersten und zweiten Phase der Lehrerausbildung vermehrt Formen der Kooperation angeboten und eingefordert werden: Es ist aus meiner Sicht eine zentrale Aufgabe der Lehrerausbildung, ein modifiziertes professionelles Berufsbild bei den Studierenden und Lehramtsanwärterinnen/Referendaren zu entwickeln. Dieses Qualifikationsprofil muss Lehrkräfte als stetig weiterlernende, forschend unterrichtende „Teamplayer" beschreiben, die sachbezogen miteinander kooperieren, um ihre Schüler und Schülerinnen möglichst optimal fördern zu können.

Ich habe als Fachleiterin im Seminar gute Erfahrungen damit gemacht, dass ich die Teilnehmer/innen meiner Ausbildungsgruppen dazu anrege, Jahrgangsteams zu bilden, um in dieser PLG ihren selbstständigen Ausbildungsunterricht - und ihre Unterrichtsbesuche - (auch virtuell) gemeinsam vorzubereiten. Zudem finden die, im Rahmen der Ausbildung verpflichtend abzuleistenden, Unterrichtsbesuche nicht mehr nur durch die Fachleitung und die Ausbildungslehrkraft statt, sondern seit einigen Jahren sind im Bochumer Seminar für das Lehramt Grundschule die sog. „kollegialen Unterrichtsbesuchs-Beratungen (KUBB)" ein fester Ausbildungsbestandteil, der sich – was auch die regelmäßig durchgeführten Evaluationen zum Abschluss der Ausbildung immer wieder bestätigen - sehr bewährt hat: Zu den Unterrichtsbesuchen werden zusätzlich zur Fachleitung auch andere Lehramtsanwärter/innen eingeladen, die vielfach auch an der Planung der Unterrichtsreihe beteiligt waren. Sie hospitieren im Unterricht und beteiligen sich gleichberechtigt aktiv an der sich anschließenden Reflexion des Unterrichts. Diese erfolgt nach einem festgelegten, Struktur gebenden Ritual – unter Einbezug von Feedbackregeln[4]. Hierzu werden, beginnend mit der besuchten Kollegin,

---

[4] Merksätze zum Feedback finden Lehrkräfte auf der AS-Site unter: http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material_AS/Feedback_und_Evaluation/Merkstze_zum_Feedback.pdf Gesehen am 10.10.2012

gemeinsam Gesprächs-Schwerpunkte gesetzt und so die Interessen aller Beteiligten einbezogen. Im Rahmen der Kooperation zwischen Schule und Seminar dienen die KUBB der Intensivierung der Zusammenarbeit, dem gegenseitigen Kriterienabgleich und der gegenseitigen Akzeptanz. Und die zukünftigen Lehrkräfte erfahren durch die KUBB und den hier praktizierten stärkenorientierten Umgang mit Fehlern, dass Unterrichtsbesuche und kollegiale Hospitationen ein gemeinsamer Lernanlass sind, der für alle Beteiligten gewinnbringend ist – auch für die Ausbilder/innen.

Durch solche oder ähnliche Maßnahmen vorbereitet, könnte es für Lehrerinnen und Lehrer in der dritten Phase „normaler" werden, dass Unterricht gemeinsam verantwortet geplant und reflektiert wird – und insofern auch die Chancen dafür steigen, dass prozessbezogene Kompetenzen vermehrt Berücksichtigung in der Unterrichtspraxis finden.

Literatur

Bonsen, M. & Rolff, H.-G. (2006). Professionelle Lerngemeinschaften von Lehrerinnen und Lehrern. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52 (2), 167-184.

Helmke, A. (2003). *Unterrichtsqualität. Erfassen, Bewerten, Verbessern*. Seelze: Kallmeyer.

Krainer, K. (2001). Teachers' Growth is More Thant he Growth of Individual Teachers: The Case of Gisela. In: F. L. Lin & T. Cooney (Eds.), *Making Sence of Teachers Education*. (S. 271 – 293). Dordrecht: Kluwer.

Link, M. (2012). *Grundschulkinder beschreiben operative Zahlenmuster*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Meyer, H. (2004). *Was ist guter Unterricht?* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Selter, C. (2011). „Ich mark Mate" – Leitideen und Beispiele für einen interesseförderlichen Unterricht. In Demuth, R., Walther, G. & Prenzel, M. (Hg.), *Unterricht entwickeln mit SINUS* (S. 131 – 139). Seelze: Klett, Kallmeyer.

Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. (2004): *Das Zahlenbuch 1*. Leipzig: Klett.

Beate Sundermann
ZfsL Bochum & TU Dortmund
Sperberstr. 46
58285 Gevelsberg
beate.sundermann@t-online.de

Von der VERA-Aufgabe zur Lernumgebung? – Zur Konzeption von VERA3-basierten Unterstützungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule

von Bernd Wollring

An ausgewählten Beispielen von Aufgaben aus VERA3 in früheren Durchgängen werden Elemente aus dem Konzept eines im Aufbau befindlichen Projektes VERA-RE berichtet, das vom ISQ in Berlin und vom Autor durchgeführt wird und zum Ziel hat Lehrkräften Rückmeldungen zu Aufgaben aus VERA3 zu geben, die über Lösungshäufigkeiten hinausgehen und Aufgabendifferenzierungen sowie von Schülerlösungen angeregte Bearbeitungsmöglichkeiten umfassen.

Schlüsselwörter: Aufgabenentwicklung, Lernstandsbestimmung, Lehrerunterstützung, Lehrerbildung, Sprache, Vergleichsarbeiten

1 VERA3 – Design und Rückmeldung aus der Sicht des Autors

1.1 Design von VERA3 und Informationen für Lehrer

Seit 2009 werden in allen deutschen Bundesländern im Mathematikunterricht der Grundschule die Vergleichsarbeiten VERA3 auf nationaler Ebene geschrieben. In den einzelnen deutschen Bundesländern zählen diese Arbeiten als bewertete Tests, in anderen werden sie als informelle Lernstandserhebungen angesehen. Die Aufgaben in VERA3 sind deutschlandweit einheitlich. Generiert werden sie von einem Lehrerteam im Institut für Qualitätssicherung im Bildungswesen (IQB). Der Autor ist einer der Berater dieses Lehrerteams unter Leitung von Kristina Reiss (Universität München). Sämtliche Aufgaben sind pilotiert, auch die Pilotierung ist Aufgabe des IQB. Nach Durchführen der Vergleichsarbeiten in den Schulen werden vom IQB allgemeine didaktische Hinweise zu den Aufgaben veröffentlicht, die vom Team der Aufgabenentwickler im IQB konzipiert sind (IQB 2010, IQB 2011).

Die Rückmeldungen zu VERA3 an die Lehrer auf der Ebene der Bundesländer werden von landeseigenen Instituten konzipiert (ISQ 2011, Ministerium für Bildung und Kultur des Landes Schleswig Holstein

2011, Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen 2011). Im vorliegenden Projekt ist vorrangig das Institut für Schulqualität der Länder Berlin und Brandenburg (ISQ Berlin) beteiligt, sowie das entsprechende Institut des Bundeslandes Schleswig Holstein. Die von diesen Instituten an die Schulen gegebenen Rückmeldungen sind in erster Linie quantitativ. Sie umfassen Mittelwerte von Lösungshäufigkeiten zu den einzelnen Aufgaben auf der Ebene der Schulen, der Städte und des Landes.

1.2 Grenzen quantitativer Rückmeldungen

Der Autor bezweifelt die Wirksamkeit der rein quantitativen Rückmeldungen vor dem Hintergrund folgender Wahrnehmung: Das Umsetzen einer quantitativen Rückmeldung zu Aufgabenerfolgen in Strategien zur Unterrichtsgestaltung oder zur individuellen Förderung einzelner Schüler oder Gruppen erfordert eine substanzielle fachdidaktische Kompetenz. Es sind Angebote zu konstruieren, die sich an bestimmte Schüler richten, dies erfordert über die Wahrnehmung der quantitativen Ergebnisse hinaus auch diagnostische Kompetenzen. Diese sieht der Autor nicht bei allen Lehrkräften, die an Grundschulen das Fach Mathematik unterrichten, in dem Maße gegeben, dass sie diese Konzeptionsleistung ohne externe Unterstützung erbringen können.

1.3 Zentrales Element des Aufgabendesigns: Inhaltsspezifische Sprache in der Mathematik

Als Mitglied des Gutachterteams, das die Entwickler der Aufgaben für VERA3 in Deutschland unterstützt, registriert der Autor vorwiegend Einwände gegen Aufgaben aus VERA3, welche diese als „sprachlastig“ oder „schwer zu verstehen“ kritisieren. Diese Einwände erfolgen differenziert nach Regionen. Sie werden mit sprachlichen Problemen der Schülerschaft begründet, wobei darauf hinzuweisen ist, dass solche Probleme nicht allein bei Kindern mit Migrationshintergrund auftreten, sondern auch bei Kindern mit deutscher Muttersprache.

Diese Einwände gehen sehr weit und bereiten den Designern der Aufgaben erhebliche Schwierigkeiten. Denn wollte man diese Einwände in Gänze berücksichtigen, so bleiben in manchen Inhaltsbereichen und in manchen Kompetenzniveaus kaum Aufgabenmuster übrig. Der Einwand, dass sprachlich aufwändigere Aufgaben, die bestimmtes Vokabular benutzen oder bestimmte Unschärfen aufweisen, Indikatoren für höhere Kompetenzstufen darstellen, wird von den Vertretern einiger Bundesländer nur schwer oder gar nicht akzeptiert.

Aufgaben aus VERA unterscheiden, ähnlich wie Aufgaben in PISA oder TIMMS, nicht, ob ein Kind die Aufgabe lesen oder lösen kann. In diesem Sinne ist sinnentnehmendes Lesen Teil der eingeforderten Kompetenz. Ein Förderansatz kann darin bestehen, die Aufgabe bei Wahren des mathematischen Gehalts in der Textgestaltung so zu ändern, dass sie vom Kind zumindest verstanden wird und die Frage nach einer Lösung weiterhin sinnhaft gestellt ist.
Probleme entstehen teilweise dadurch, dass die Bildungsstandards der KMK für den Mathematikunterricht in der Primarstufe ähnlich wie die NNS in den angelsächsischen Ländern ein erweitertes Mathematikbild einfordern, dessen Inhaltsbereiche außer durch *Zahlen und Operationen* durch *Raum und Form*, *Größen und Messen*, *Daten und Zufall* und umfassend *Muster und Strukturen* gekennzeichnet sind.

Im Bereich von *Zahlen und Operationen* wird mit erheblichem Aufwand eine mathematische Fachsprache aufgebaut, mit eigenen Wortbezeichnungen und eigenen formalen Zeichen. Diese Fachsprache wird in den ersten Grundschuljahren sogar von vielen Kindern soweit erlernt, dass sie nicht nur standardisierte Rechenverfahren, sondern auch eigene Rechenwege und eigene Strategien in dieser Sprache darstellen können. Sie umfasst sowohl Sprachelemente für die anstehenden Objekte als auch Sprachelemente für die anstehenden Prozesse und ist zudem dadurch gekennzeichnet, dass es kaum störende Interferenzen mit entsprechenden Elementen aus der Umgangssprache gibt. Eine solche arithmetische Fachsprache als Teil der Alltagssprache unterstützt zudem eine semantische Konzeption des Mathematikunterrichts gegenüber einer syntaktischen.
Ein Problem liegt darin, dass eine derart mächtige Sprache in den anderen Inhaltsbereichen nicht im selben Maße aufgebaut wird. Am ehesten werden noch Elemente einer Objektsprache erarbeitet. Wenig belastbar sind aber Elemente einer Prozesssprache. Dies gilt in ge-

wissem Umfang für die Inhaltsbereiche *Raum und Form* und *Größen und Messen*, es gilt in besonderem Maße für den Inhaltsbereich *Daten und Zufall*.
In diesem Sinne, so der Standpunkt des Autors, ist Mathematikunterricht nach Erscheinen der KMK-Bildungsstandards insbesondere in den nichtarithmetischen Inhaltsbereichen weit mehr als zuvor als Sprachunterricht eingefordert. Ähnlich wie die der Arithmetik müsste es einen belastbaren Grundwortschatz für Objekte und Operationen geben, auf dem Leistungsvergleiche beruhen und auf den Förderansätze hinarbeiten können.

Daraus ergibt sich für Lehrkräfte in Grundschulen als Anforderung an die Kompetenz zur Individualförderung eine extreme Flexibilität in Bezug auf das sprachliche Design von Aufgaben und eine konsequente Berücksichtigung semantischer Anforderungen gegenüber syntaktischem Training als Element der Förderung.

Um nun Lehrkräfte beim Konzipieren geeigneter Förderungen von solchen Kindern zu unterstützen, die bei Aufgaben aus VERA3 niedrige Leistungen erzielt haben, wurde vom Autor in Zusammenarbeit mit dem ISQ in Berlin das Projekt VERA-RE initiiert. Die Idee besteht darin, bestimmte Aufgaben auszuwählen und in einem Internet-basierten Angebot an Lehrer als Kerne von Aufgabenumfeldern darzustellen.

2 Das Projekt VERA-RE – Zielsetzung und Design

Das Projekt VERA-RE, gestartet 2011, hat das Arbeitsziel die Rückmeldungen zu den Bearbeitungen der Aufgaben aus VERA3 über quantitative Rückmeldungen hinaus zu strukturieren. Beteiligt an VERA-RE sind Ricoh Emmrich und Peter Harych als Koordinatoren im ISQ und der Autor an der Universität Kassel, dort als Leiter eines Teams von Aufgabenentwicklern (Wollring 2011).

2.1 Inhaltliche Konzeption von VERA-RE

Die Bezeichnung VERA-RE indiziert ein differenziert konzipiertes Rückmeldesystem an Lehrer. Dieses besteht darin, dass zu gegebenen Aufgaben aus VERA3 ein strukturierter Pool verwandter Aufgaben generiert wird, den die Lehrer mit Hilfe von Suchwerkzeuge erschließen und nutzen können. Diese variierten Aufgaben bezeichnen wir als ein *Aufgabenumfeld*, die jeweils variierte Aufgabe in diesem Zusammenhang als *Kernaufgabe* dieses Umfeldes. Die Kernaufgaben folgen direkt dem Design von VERA3. Die Aufgaben aus den Aufgabenumfeldern folgen den unten genannten Dimensionen zum Design.

2.2 Zum Design der Kernaufgaben

Die auf Bundesebene entwickelten Aufgaben zu VERA3, die hier als Kernaufgaben dienen, werden auf der Basis des Kompetenzmodells entwickelt, das den von der deutschen Kultusministerkonferenz entwickelten Bildungsstandards zugrunde liegt. Dieses Kompetenzmodell ähnelt dem Kompetenzmodell von PISA, ist dreidimensional und durch die Dimensionen *Inhaltsbereiche*, *nicht inhaltsbezogene Leitideen* und *Anforderungsebenen* bestimmt (KMK 2005). Analog zu internationalen Dimensionierungen der Kompetenzmodelle wird bei der Entwicklung der Aufgaben zu VERA3 ein zweidimensionales Kompetenzmodell zugrunde gelegt, dessen Dimensionen die *Inhaltsbereiche* und *fünf Kompetenzniveaus* entsprechend einer Skala von Reiss, Heinze und Pekrun sind (Reiss et al. 2008). Man kann diese Skala in etwa so auffassen, dass sie die beiden Dimensionen *nicht inhaltsbezogene Kompetenzen* und *Anforderungsebenen* zusammenfasst. In diesem Kompetenzmodell sind die Aufgaben zu VERA3 lokalisiert.

2.3 Zum Design der Aufgaben in den Aufgabenumfeldern

Aufgrund der teils umfassenden Probleme vieler Schüler mit der deutschen Sprache und der darin eingebetteten deutschen mathematischen Fachsprache gehen die Beteiligten des Projektes VERA-RE davon aus, dass eines der Hindernisse vieler Schüler beim Lösen der Aufgabe das Verstehen der Aufgabenstellung bildet. Die Aufgaben des Aufgabenumfeldes sind daher so angelegt, dass sie zunächst sprachliche Varianten und sprachliche Vereinfachungen umfassen, aber den mathematischen Kern der Aufgabenstellung nur geringfügig ändern.

Solche Variationen der Aufgabenstellung werden hier als *lokale Variationen* bezeichnet. Ein Ziel von VERA-RE besteht darin, Lehrkräften ein Angebot an lokalen Variationen von Kernaufgaben aus VERA3 zu bieten.

3 Arbeitsplan des Projektes VERA-RE

Der Arbeitsplan zu VERA-RE umfasst vier Phasen:

Phase 1. Erstellen von Aufgabenumfeldern mit verschiedenen Entwicklerteams an der Universität Kassel. Identifizieren relevanter und ergiebiger Dimensionen zum Verändern („Aussteuern“) von Aufgaben

Phase 2. Implementieren von Aufgabenumfeldern in ein EDV-basiertes Unterstützungssystem durch das ISQ

Phase 3. Einbinden von Reaktionen von Lehrern, vorwiegend aus den Bundesländern Berlin, Brandenburg und Schleswig Holstein

Phase 4. RE-Design der Aufgabenfelder aufgrund der Rückmeldungen.

3.1 Phase 1. Erstellen von Aufgabenumfeldern

Das Entwickeln der Aufgaben und ihr RE-Design sind in mehreren Tranchen vorgesehen und sollen von unterschiedlich besetzten Teams erfolgen. Die vorgesehenen Entwicklerteams sind folgende:

Team ST. Studierende des Lehramtes Grundschule mit Fachausbildung in Mathematik, aber ohne längere Berufspraxis

Team TE. Lehrkräfte der Grundschule ohne Fachausbildung in Mathematik mit längerer Berufspraxis

Team TME. Lehrkräfte mit Fachausbildung in Mathematik und längerer Berufspraxis

Aufgrund älterer und teilweise noch gültiger Studienordnungen besitzen viele Lehrkräfte in der Grundschule zwar umfassende Unterrichtserfahrung, aber keine fachliche oder fachdidaktische Ausbildung im Fach Mathematik. Der Autor geht davon aus, dass diese Lehrkräfte möglicherweise aufgrund ihrer Ausbildung ein anderes Mathematikbild besitzen als dasjenige, das in den Bildungsstandards gekennzeichnet ist. Vorgesehen ist daher, diese Lehrkräfte nicht in die erste Stufe der Aufgabenentwicklung einzubeziehen, sondern deren Reaktionen in das RE-Design der Aufgaben aufzunehmen.

Aus logistischen Gründen und wegen einer möglicherweise abzusehenden positiven Wirkung als Multiplikatoren im späteren Dienst werden im Projekt VERA-RE Studierende mit der genannten Charakterisierung in die Aufgabenentwicklung einbezogen. So wird das Design von Aufgaben für sei ein *relevanter Teil der Lehrerbildung* verbunden mit einer nachgewiesenen Authentizität. Denn die von den Studierenden entwickelten Aufgaben sind keine fiktiven Etüden, sondern in dieser Form oder in Abwandlung die tatsächlich in das Projekt einbezogenen Aufgaben. Auf diese Weise wird das Anliegen des Projektes mit Anliegen der Lehrerbildung verbunden. Das Einbeziehen von fachlich qualifizierten Lehrern mit langer Erfahrung ist langfristige Zielvorstellung im Projekt.

3.2 Phase 2. Implementieren von Aufgabenumfeldern

Experten im ISQ implementieren derzeit Aufgabenumfelder zu vorerst acht Kernaufgaben mit ihren Dimensionen und Beispielen in eine EDV-Plattform, die ein systematisches Suchen nach bestimmten Aufgaben innerhalb des Aufgabenumfeldes ermöglicht mit dem Ziel, die Struktur der Aufgabenfelder für die Lehrer, die das System nutzen, transparent und zugänglich zu gestalten. Eine Option zur Rückmeldung ist vorgesehen.

3.3 Phase 3. Erheben von Reaktionen von Lehrern

Offen ist, ob und inwieweit Lehrkräfte der genannten Länder auf das System zugreifen. Intendiert ist es als eine direkte Unterstützung von Lehrkräften in dem Sinne, dass ihnen zum einen systematische Aufgabenvarianten zu spezifischen Aufgaben angeboten werden, ihnen darüber hinaus aber die zu diesen Variationen genutzten Dimensionen bewusst werden und sie befähigen, diese Dimensionen zunehmend bei eigenen Varianten von Aufgaben zu verwenden. Die systematische Frage hinter dieser technischen Frage ist, ob und inwieweit Lehrkräfte sich auf explizite Angebote differenzierter Aufgaben angewiesen sehen und ob und inwieweit sie mit einer systemischen Unterstützung zunehmend imstande sind, solche Aufgaben selbst zu konzipieren. Die Implementation wird ein Rückmeldesystem enthalten, mit dem auf diese Frage eine Antwort gesucht wird.

3.4 Phase 4. RE-Design der Aufgabenfelder durch Rückmeldungen

Zunächst ist von Interesse, ob die Lehrkräfte überhaupt Resonanz auf ein solches Angebot zeigen. Darüber hinaus ist es ein Ziel, Rückmeldungen der Lehrkräfte zur Überarbeitung und zum RE-Design der Aufgabenumfelder zu nutzen. In diesem Sinne ist das Projekt VERA-RE als *lernendes System* angelegt. Von Interesse ist dabei, ob die *lokalen Variationen* im hier vorgelegten Sinne bereits eine wirksame Hilfe bilden, ob dieses System in Konkurrenz zu anderen Leitsystemen, etwa den Schulbüchern, nützlich und wirksam ist und ob das System imstande ist, Aufgabenvariationen hervorzubringen, die von den befragten Lehrkräften selbst stammen.

4 Ein Beispiel: Eine Kernaufgabe mit Aufgabenumfeld zu Zeitangaben

Die folgende Kernaufgabe entstammt dem Aufgabenpool von VERA3 aus dem Januar 2012. Das ISQ Berlin hat sie aufgrund der Ergebnisse an Berliner Schulen als eine der Kernaufgaben zur Entwicklung erster Aufgabenumfelder ausgewählt. Die Schülerbearbeitungen im Einzelnen sind dem studentischen Entwicklungsteam des Aufgabenumfeldes nicht bekannt.

Aufgabe 18: Zeitangaben (aus VERA3, 2012)

Teilaufgabe 18.1

Anne fährt um 18.30 Uhr von zu Hause los und ist um
20.15 Uhr bei ihrer Oma.
Wie lange war sie unterwegs?
Anne war ____________________ unterwegs.

Teilaufgabe 18.2

Simon startet um 16.15 Uhr eine Film-DVD. Der Film dauert
55 min.
Wann ist er zu Ende?
Der Film ist um __________________ zu Ende.

Teilaufgabe 18.3

Familie Meyer fährt mit dem Auto zur Oma. Sie wollen um
16 Uhr ankommen und denken, dass die Fahrt 2 Stunden 30
Minuten dauern wird.
Wann sollten sie spätestens losfahren?
Familie Meyer sollte spätestens um ____________ losfahren.

Gegenstand dieser Aufgaben ist der Zusammenhang von Zeitpunkt A („Anfang"), Zeitspanne D („Dauer") und Zeitpunkt E („Ende"). Zum Generieren eines Aufgaben-Umfeldes wurden zur Aussteuerung dieser Aufgabe vorläufig folgende Dimensionen von den studentischen Teams TE in Kassel entwickelt (Wollring 2011):

4.1 Dimensionen zum Variieren dieser Aufgabe; Aufgabenumfelder (derzeit aktuelles Dimensions-Modell „DM 2012-08-27")

4.1.1 Allgemein nutzbare Haupt-Dimensionen zum Aussteuern

Dimension HD1 Aufgabenformat und Problemstellung. Aufgabenformate, Auswahlaufgabe, teilweise vorstrukturierte Antwort oder freie Antwort.

Bei der Aufgabe „Zeitangaben" etwa : Aufgabenformate: von Anfang und Ende zu Dauer, von Anfang und Dauer zu Ende, von Dauer und Ende zum Anfang,

Dimension HD2 Unterstützung. Hilfestellungen, Leitbeispiele, unterstützende Grafik, Vorformulieren oder Vorfomatieren der Lösung

Dimension HD3 Sprache. Sprache der Daten: Umgangssprache, spezifische Kontext-Sprache, Sprache in einem minimalisierten oder restringierten Code, Fachsprache.

Bei der Aufgabe „Zeitangaben" etwa: Sprache der Daten: Darstellung der Zeitpunkte und der Zeitspanne in Umgangssprache (etwa mit regionalen Benennungen) oder in einer spezifischen Kontext-Sprache („Bahnhofssprache") oder in einem minimalisierten oder restringierten Code.

Dimension HD4 Bilder. Ikonische Darstellungen zur Aufgabenstellung oder zu den Daten

Bei der Aufgabe „Zeitangaben" etwa: Ikonische Darstellungen der Daten: analog oder digital, bei Analog-Uhren mit oder ohne Zeiger, mit oder ohne Ziffern, mit oder ohne Skalen für Stunden oder Minuten

Dimension HD5 Kontext. Kontext ist vertraut, lebensbezogen, realistisch, mit dem Aufgabentyp stimmig.

Bei der Aufgabe „Zeitangaben“ etwa: Bezugnahme auf Kontexte, die nachgewiesenermaßen aus den Erfahrungsbereichen der zu fördernden Kinder sind oder Bezugnahme auf Kontexte die ihrerseits – etwa im Rahmen des Sachunterrichts – Lerngegenstände sind oder kontextarme oder kontextfreie Aufgabenstellung

4.1.2 Aufgabenspezifische Dimensionen zum Aussteuern

Dimension AD1 Daten-Einheiten. zwei Einheiten oder mehr, welche? Einheiten benachbart oder nicht?

Dimension AD2 Daten-Typen. glatte Werte oder nicht, ohne Übergänge oder ein Übergang oder mehrere?

Dimension AD3 erwartetes Ergebnis. Überschlägige oder geschätzte Angaben, gemessene oder berechnete Angaben

4.1.3 Lokales oder weites Variieren?

Dimension AE Anforderungsebene lt. Bildungsstandards. Reproduzieren, Verbindungen schaffen, Verallgemeinern

Lernumgebung: Variieren der Uhr (Modell im einfachsten Fall aus Karton), Variieren der Sprache, verwenden von Stoppuhren

Durch „Aussteuern“ (Variieren) der Kernaufgabe im Rahmen dieser Dimensionen entsteht das folgende Aufgaben-Umfeld. Es ist noch in der Entwicklung. Die Zusammenfassung in Clustern verdeutlicht die Merkmale der variierten Aufgaben. In dieser Form zeigt das Aufgabenumfeld das spezifische, möglicherweise vorläufige Verhalten der Designer (Lehrer-Studenten) mehrere Dimensionen zugleich zu ändern. Offen ist, inwieweit dies eine Überarbeitung im Design der Dimensionen erfordert. In dieser Form bildet es die erste Vorlage zum Implementieren in die Internet-Plattform des ISQ.

4.2 Aufgabenumfeld zu Aufgabe 18 „Zeitangaben“: Beispiele von ausgesteuerten Aufgaben

Die folgenden Cluster zeigen Beispiele, die durch Variieren einer oder mehrerer dieser Dimensionen entstehen.

Cluster 0: *HD2 keine explizite Hilfe, HD5 Textreduktion und Kontextausblendung, AD2 keine glatten Werte, einfache Übergänge*

18.0.1 Es geht los um 18.30 Uhr. Es ist um 20.15 Uhr zu Ende? Wie lange hat es gedauert?

18.0.2 Es geht los um 16.15 Uhr. Es dauert 55 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.0.3 Es dauert 2 Stunden und 30 Minuten. Es ist um 16 Uhr zu Ende. Wann ging es los?

18.0.4 Es dauert 2 Stunden und 30 Minuten. Es ist um 16 Uhr zu Ende. Wann ging es spätestens los?

Cluster 1: *HD1 Gefragte Größe variiert, HD2 keine explizite Hilfe, HD3 Umgangssprache, HD4 keine Bilddarstellung der Daten, HD5 reduzierter Kontext, AD1 nur eine Einheit, AD2 glatte Werte*

18.1.1 Es geht los um 3 Uhr. Es dauert 2 Stunden. Wann ist es zu Ende?

18.1.2 Es geht los um 10 Uhr. Es dauert 2 Stunden. Wann ist es zu Ende?

18.1.3 Es geht los um 23 Uhr. Es dauert 2 Stunden. Wann ist es zu Ende?

18.1.4 Es geht los um 3 Uhr. Es ist um 9 Uhr zu Ende. Wie lange hat es gedauert?

18.1.5 Es dauert 5 Stunden. Es ist um 9 Uhr zu Ende. Wann ging es los?

Hier sind Alternativen möglich, je nachdem, auf welche Formulierungen die Schülerinne und Schüler Resonanz zeigen, etwa „Es startet, es dauert, es stoppt“ etc.

Cluster 2: *HD1 Gefragte Größe variiert, HD2 keine explizite Hilfe, HD3 Umgangssprache und formale Darstellung („Bahnhofssprache“), HD4 keine Bilddarstellung der Daten, HD5 reduzierter Kontext, AD1 zwei Einheiten, AD2 keine glatten Werte, Übergänge verschiedener Stufen,*

18.2.1 Es geht los um 2.53 Uhr. Es dauert 55 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.2.2 Es geht los um 12.58 Uhr. Es dauert 55 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.2.3 Es geht los um 23.07 Uhr. Es dauert 2 Stunden und 55 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.2.4 Es geht los um 2.53 Uhr. Es ist um 4.20 Uhr zu Ende. Wie lange hat es gedauert?

18.2.5 Es dauert 4 Stunden 12 Minuten. Es ist um 9 Uhr zu Ende. Wann ging es los?

Cluster 3: *HD1 Gefragte Größe variiert, HD2 keine explizite Hilfe, HD3 nur Umgangssprache, HD4 keine Bilddarstellung der Daten, HD5 reduzierter Kontext, AD1 zwei Einheiten, AD2 keine glatten Werte, Übergänge verschiedener Stufen*

18.3.1 Es geht los um viertel nach vier. Es dauert zweieinhalb Stunden. Wann ist es zu Ende?

18.3.2 Es geht los um viertel vor vier. Es ist um zwanzig nach sechs zu Ende. Wie lange hat es gedauert?

18.3.3 Es dauert dreieinviertel Stunden. Es ist um neun Uhr zu Ende. Wann ging es los?

Cluster 4: *HD1 Gefragte Größe variiert, HD2 keine explizite Hilfe, HD3 Umgangssprache und formale Darstellung („Bahnhofssprache“), HD4 Bilddarstellung der Daten, HD5 reduzierter Kontext, AD1 zwei Einheiten, AD2 keine glatten Werte, Übergänge verschiedener Stufen*

18.4.01 Wie spät ist es hier? (Bild: 2.30 Uhr auf Analog-Uhr, Stundenziffern, keine Skala) Vormittags oder nachmittags?

18.4.02 Wie spät ist es hier? (Bild: 14.35 Uhr auf Analog-Uhr, Stundenziffern, Stundenskala)
Vormittags oder nachmittags?

18.4.10 Zeichne bitte ein: 6.35 Uhr (Bild: leere Analog-Uhr, Stundenziffern, Minutenskala, keine Zeiger)

18.4.20 Es geht los, die Uhr zeigt (Bild: Analog-Uhr 2.50 Uhr). Es dauert 55 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.4.21 Es geht los, die Uhr zeigt (Bild Analog-Uhr 1.58 Uhr). Es dauert 55 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.4.22 Es geht los, die Uhr zeigt (Bild: 23.07 Uhr auf Analog-Uhr). Es dauert 2 Stunden und 55 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.4.23 Es geht los, die Uhr zeigt (Bild: 23.07 Uhr auf Analog-Uhr). Es ist zu Ende, die Uhr zeigt nun (Bild: 4.20 Uhr auf Analog-Uhr). Wie lange hat es gedauert?

18.4.24 Es dauert 4 Stunden 12 Minuten. Es ist zu Ende, die Uhr zeigt (Bild: 9.00 Uhr auf Analog-Uhr) Wann ging es los?

Cluster 5: *HD1 Gefragte Größe variiert, HD2 keine explizite Hilfe, HD3 Umgangssprache und formale Darstellung („Bahnhofssprache"), HD4 Textdarstellung der Daten, , HD5 reduzierter Kontext, AD1 bis zu drei Einheiten, AD2 keine glatten Werte, Übergänge verschiedener Stufen*

18.5.1 Es geht los abends um 18.30 Uhr. Es ist am nächsten Tag um 16.15 Uhr zu Ende? Wie lange hat es gedauert?

18.5.2 Es geht los um 16.15 Uhr. Es dauert 16 Stunden 52 Minuten. Wann ist es zu Ende?

18.5.3 Es dauert 2 Stunden und 30 Minuten. Es ist um 0.30 Uhr zu Ende. Wann ging es los?

18.5.4 Es geht los freitagabends um 18.30 Uhr. Es ist am Sonntag um 16.15 Uhr zu Ende? Wie lange hat es gedauert?

18.5.5 Es geht los am Montag um 16.15 Uhr. Es dauert 16 Stunden 52 Minuten. Wann ist es zu Ende?

Cluster 6: *HD1 Gefragte Größe variiert, HD2 keine explizite Hilfe, HD3 Umgangssprache und formale Darstellung („Bahnhofssprache"), HD4 keine Bilddarstellung der Daten, HD5 ausgearbeiteter Kontext, AD1 zwei Einheiten, AD2 keine glatten Werte, Übergänge verschiedener Stufen*

Cluster 6 verlässt den Bereich der lokalen Variationen und umfasst weite Variationen der Aufgaben mit höherem Anspruch

18.6.1 Der Zug fährt morgens um 6.14 Uhr ab Kassel. Bis Frankfurt dauert die Fahrt meist rund zweieinhalb Stunden? Wann etwa kommt der Zug an?

18.6.2 Ein „Tatort" läuft von 20.15 Uhr bis 21.45 Uhr. Wie lange dauert er?

18.6.3 Ein kalter Pizza-Ofen soll um 11.30 Uhr aufgeheizt sein. Dazu ist eine Zeit von viereinhalb Stunden nötig. Wann muss er frühestens eingeschaltet werden?

18.6.4 Ein „Tatort" läuft stets von 20.15 Uhr bis 21.45 Uhr. Auf der Festplatte des Videorecorders sind noch 230 min frei. Für wie viele „Tatort"-Aufnahmen reicht das noch?

18.6.5 Neuer Lack auf einem reparierten Auto muss in der Wärmekammer 72 Stunden aushärten. Am Montagmorgen um

9 Uhr wird das reparierte Auto gebraucht? Wann muss das Lackieren fertig sein?

18.6.6* Ein Flug von Frankfurt nach Sydney in Australien dauert 22 Stunden vom Start bis zur Ankunft. Das Flugzeug startet in Frankfurt am Freitag um 16 Uhr Ortszeit. Wann kommt es in Sydney an? Was zeigen die Uhren dort bei der Ankunft?

4.3 Kognitive Resonanz

Die hier vorgestellten Dimensionen zum lokalen Variieren der Aufgaben sind noch auf dem Wege der Ausformung. Die Entwickler machen die Erfahrung, dass die Dimensionen zumeist nicht unabhängig voneinander zu variieren sind. Nach Auffassung des Autors ist dies für das Benennen der Dimensionen kein Defizit. Denn die Schwierigkeiten, welche eine bestimmte Aufgabe einem bestimmten Kind bietet, sind abhängig von seiner persönlichen mathematikdidaktischen Disposition. Diese kann durchaus so strukturiert sein, dass ein Kind, das im Bewältigen von Texten schwächere Leistungen zeigt, imstande ist mit komplexeren Datentypen umzugehen. Ebenso ist es denkbar, dass ein Kind, das einen nicht alltäglichen situativen Kontext aus dem Aufgabentext korrekt entnehmen kann, nicht imstande ist, mit Datenvorgaben umzugehen, die eine gewisse Kompliziertheit aufweisen.

Es geht hier nicht darum das Potenzial einer Aufgabe zur kognitiven Aktivierung durch das Wählen einer gewissen Variante zu senken, Vorrangiges Designziel für das Erstellen und Nutzen variierter Aufgaben ist es zum Ersten beim angesprochenen Schüler überhaupt etwas zu erzeugen wie *kognitive Resonanz*. Gemeint ist ein Aufnehmen und Verstehen der Aufgabenstellung bis hin zur Bewusstheit, welches Problem gemeint ist, insbesondere welches Problemmuster hinter der vorgestellten Aufgabe erscheint.

5 Perspektiven

Ziel des vorliegenden Projektes ist es nicht die Lehrer durch ein konfektioniertes Angebot aus der eigenen Verantwortung zu entlassen, sondern vielmehr ihre Souveränität bei eigenen Entscheidungen zum Unterricht zu stärken.

“Teaching to the test” ist ein bildungspolitisches Schlagwort, dazu gemacht, negatives und unkorrektes Verhalten von Lehrkräften im Umgang mit offiziellen Testaufgaben zu charakterisieren. Gemeint ist ein unkorrektes vorzeitiges Eröffnen von Testaufgaben für die Schüler oder ein syntaktisches Training der Schüler zum Bearbeiten bestimmter Testaufgaben. Natürlich ist das unkorrekt und nicht der Unterstützung wert. *“Teaching to the test”* kann aber als Konzept eine positive Deutung erfahren im Sinne der Frage *“Was kann ich politisch korrekt tun, damit meine Schüler die nationalen Tests, hier die VERA3, beim nächsten Durchgang positiv durchlaufen?”* Dazu soll das Projekt VERA-RE eine politisch korrekte Unterstützung liefern. Das Ziel beim Nutzen der Aufgabenfelder besteht vorrangig darin, die Schüler in einem semantischen Bearbeiten der vorgelegten Aufgaben zu stärken und den Lehrkräften dazu Unterstützung anzubieten. Die implizite Unterstützung der Lehrkräfte besteht darin, ein erweitertes Mathematikbild zu generieren, sofern dieses nicht bereits besteht.

Das Aufgaben-Design in VERA-RE verbleibt zunächst bei Aufgaben, die schriftlich gestellt sind und bei der Bearbeitung kein Feedback erlauben. Die Aufgabenumfelder dienen primär dem Überwinden sprachlicher Hindernisse und dem Lokaliseren von Schwierigkeiten mit bestimmten Aufgabenelementen, etwa der Struktur der gegebenen Daten. Nicht zu lösen sind mit einem solchen Ansatz Probleme der Schüler beim Lösen von Aufgaben, die eine intensive Phase interpersoneller Kommunikation oder ausgiebiges Experimentieren als Grundlage zum Entwickeln von Strategien erfordern. Dazu hilfreich sind erweiterte diagnostische Erhebungen und ein spezifisches Design von Lernumgebungen.

Literatur

IQB Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (2010). *Vergleichsarbeiten (2010), 3. Jahrgangsstufe VERA3, Mathematik – didaktische Handreichung*. Berlin: IQB.

IQB Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (2011). *VERA3 Didaktische Handreichung Fach Mathematik*. Berlin: IQB.

ISQ Institut für Schulqualität der Länder Berlin und Brandenburg (2011). *Beispielhafte Rückmeldungen zu den Vergleichsarbeiten der Jahrgangsstufe 8, Schuljahr 2010/11 Berlin.* Berlin: ISQ.

KMK Kultusministerkonferenz (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004.* München: Luchterhand.

Ministerium für Bildung und Kultur des Landes Schleswig Holstein (2011). *Leitfaden zur Nutzung der Ergebnisse von Vergleichsarbeiten.* Kiel.

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2011). *Vergleichsarbeiten 3, Ebenen der Ergebnisrückmeldungen.* Düsseldorf.

Reiss, K., Heinze, A., & Pekrun, R. (2008). Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung in der Grundschule. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft,* Sonderheft 8/2007, 107–127.

Wollring, B. (2008). Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule In Kasseler Forschergruppe (Hrsg.), *Lernumgebungen auf dem Prüfstand. Bericht 2 der Kasseler Forschergruppe Empirische Bildungsforschung Lehren – Lernen – Literacy* (S.9-26). Kassel: kassel university press. Ferner in: Hessisches Kultusministerium (2008). *Mathematikunterricht in der Grundschule – Kennzeichnung von Lernumgebungen.* Wiesbaden: HKM, Referat für Presse und Öffentlichkeitsarbeit, pressestelle@hkm.hessen.de. Ferner in: Peter-Koop, A., Lilitakis, G. & Spindeler, G. (Hrsg.), *Lernumgebungen – Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule* (S.9–23). Offenburg: Mildenberger 2009.

Wollring (2011). *Konzept-Papier zu VERA-RE.* Berlin: ISQ Berlin.

Prof. Dr. Bernd Wollring
Universität Kassel
Institut für Mathematik
Heinrich-Plett-Straße 40
D-34132 Kassel
wollring@uni-kassel.de

Bericht Arbeitsgruppe Arithmetik

Koordination: Elisabeth Ratgeb-Schnierer
rathgeb-schnierer@ph-weingarten.de

Bericht Arbeitsgruppe Kommunikation & Kooperation

Koordination: Birgit Brandt & Marcus Nührenbörger
brandt@math.uni-frankfurt.de
marcus.nuehrenboerger@tu-dortmund.de

Impulsbeiträge: Uta Häsel-Weide, uta.haesel@uni-dortmund.de

In der diesjährigen Sitzung der Arbeitsgruppen „Arithmetik“ und „Kommunikation & Kooperation“ berichtete Uta Häsel-Weide mit unterschiedlichen Schwerpunkten aus ihrem laufenden Forschungsprojekt „Struktur-fokussierende Deutungen im kooperativen Diskurs“, welches Teil des Projekts ZebrA „Zusammenhänge erkennen und besprechen – Rechnen ohne Abzählen“ ist.

Grundüberzeugung im Forschungsprojekt ZebrA ist die Ansicht, dass zählendes Rechnen als elementarer Zugang zur Lösung von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Verlauf der ersten beiden Grundschuljahre ergänzt und zunehmend ersetzt werden muss durch strukturelle Einsichten in mathematische Beziehungen. Doch nicht allen Kindern gelingt es, sich ohne Unterstützung vom zählenden Rechnen zu lösen (Gaidoschik, 2010; Moser Opitz, 2007). Um diese Einsichten in strukturelle Deutungen als Alternative zu stärken, wurden zehn unterrichtsintegrierte Förderbausteine (á zweimal 30 min) entwickelt (Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz & Wittich, 2013). In deren Zentrum steht die strukturelle Sicht auf Zahlen und Operationen und die Auseinandersetzung mit der Beziehung zwischen Zahlen und Operationen. Dazu gehören zentrale Zahlbeziehungen wie z. B. das Ganze und seine Teile, Nachbarschaftsbeziehungen von Zahlen und dezimale Zusammenhänge. Es werden grundlegende Vorstellungen zu Addition und Subtraktion aufgegriffen, so dass zählend rechnende Kinder erkennen können, dass Addition mehr ist, als Objekte hinzuzählen bzw. Subtraktion nicht auf das Rückwärtszählen reduziert werden kann. Die Einnahme eines alternativen, erweiterten struktur-fokussierenden Standpunktes zum zählenden Rechnen soll auf diese Weise zu einer Weiterentwicklung mathematischer Einsichten in Strukturen und letztendlich zu einer Ablösung vom zählenden Rechnen führen.

Da bei der Konstruktion neuen Wissens die Kommunikation zwischen Kind und Lehrperson, aber auch der Austausch unter Kindern eine entscheidende Rolle spielt (Steinbring, 2005; Nührenbörger, 2009), wird die Förderung unterrichtsintegriert, d. h. mit der gesamten Klasse und in der Partnerarbeit in heterogenen Teams durchgeführt. Die Interaktion mit Kindern, die bereits alternative Deutungen zum Zählen vornehmen, kann sich anregend auf die Bereitschaft und Fähigkeit der Kinder auswirken, eigene Deutungen alternativ zum zählenden Rechnen zu entwickeln. Die Bausteine ermöglichen zählend rechnenden Kindern grundlegende Einsichten in strukturelle Deutungen, während leistungsstärkere Kinder ihre strukturfokussierenden Deutungen vertiefen und verallgemeinern können.

In Rahmen der *Arbeitsgruppe Arithmetik* stellte Frau Häsel-Weide zunächst die Konzeption des Forschungsprojekts vor und zeigte Ergebnisse anhand einer Fallstudie auf: Am Beispiel der zählend rechnenden Schülerin Mary zeigen sich (erworbene) Kompetenzen und auch weiterhin bestehenden Schwierigkeiten bei der Ablösung vom zählenden Rechnen. Es wurde deutlich, dass Mary Zahlbeziehungen erkennt und zu nutzen beginnt. Die Beziehungen zwischen Aufgaben – also die Auswirkungen von Zahlbeziehung bei Operation – wurden noch nicht in dem Maße erkannt, dass sie zur Ableitung von Ergebnissen hilfreich waren, so dass zählende Strategien aufrecht erhalten blieben. Ähnliches zeigte sich bei einem querschnittlichen Blick durch den Baustein „verwandte Subtraktionsaufgaben“ auch bei anderen zählend rechnenden Kindern. Als ein Ergebnis der qualitativen Studie wird herausgestellt, dass die Ablösung vom zählenden Rechnen in einem Spannungsfeld zwischen der Einsicht in Zahlbeziehungen und der Aufrechterhaltung zählender Strategien erfolgt. Die Teilnehmenden des Arbeitskreises diskutierten über Ursachen und Folgerungen dieser Erkenntnisse.

In der *Arbeitsgruppe Kommunikation und Kooperation* wurden die Chancen der Kooperation eines zählend rechnenden Kinds mit einem nicht zählend rechnenden Kind bezogen auf ein Kinderpaar an drei Transkriptausschnitten analysiert und im Hinblick auf den »Gewinn« durch die Interaktion diskutiert. In Gruppen wurden Transkripte zur Kooperation von Kolja und Medima beim Förderbaustein Zahlenfolgen analysiert:

Die Behandlung von Zahlenfolgen greift die Zählprozesse der zählend rechnenden Kinder auf und führt sie weiter – indem bei Folgen mit konstantem Abstand (2, 4, 6, 8, 10) ein schrittweises Zählen initiiert wird. Zahlenfolgen als Produkte dieses Zählprozesses stellen eine Form von mathematischen Mustern dar (Steinweg 2001). Neben der Vertiefung grundlegender Zählprozesse steht durch Aktivitäten zum Sortieren von Zahlenfolgen, Beschreiben der Gemeinsamkeiten und Finden von weiteren passenden Folgen der Aufbau von Zahlbeziehungen im Fokus des Förderbausteins. Zählend rechnende Kinder können so Einsichten in Zusammenhänge zwischen Zählfolgen gewinnen (wie z. B. der gleiche Abstand von Zahlenfolgen, gleiche Startzahl; die Verzehnfachung der Folge, ...), die über die isolierte Betrachtung einer Zahlwortreihe hinausgehen und eine Stütze für strukturelle Deutungen sein können (Häsel-Weide u.a., 2013).

In der Analyse der Transkripte zeigt sich, dass der zählende Rechner Kolja in der Kooperation mit Medima zu einem Erkennen von mathematischen Strukturen angeregt wird. Bereits das gemeinsame Sortieren, vor allem aber das Finden von weiteren Folgen führt bei beiden Kindern zu einer Auseinandersetzung mit den Beziehungen zwischen den Folgen.

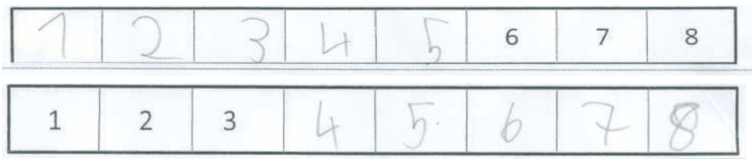


Abb. 1: Zahlenfolgen sortiert von Kolja mit dem Fokus auf Gleichheit

Im Verlauf der Kooperation erweitert Kolja seine zunächst auf Gleichheit ausgerichtete Sichtweise (vgl. Abb. 1), indem er Analogien zunächst nachvollzieht, dann selbst findet (100, 200, 300, 400, ... als passend zu 10, 20, 30, ...) und beschreibt. Die erkannten Beziehungen scheinen sogar in ihrer Allgemeinheit angedeutet („unendlich, zweiunendlich, dreiunendlich, ...“).

Dabei bleibt fraglich und wurde in der Arbeitsgruppe auch diskutiert, inwieweit Kolja die Beziehung zwischen den Folgen im Sinne der Vervielfachung erkannt hat. Zudem wurde herausgestellt, dass die Kinder und vor allem Kolja sich auf eine einzige erkannte Beziehung konzentrieren, die erst am Ende einer langen Phase der Auseinandersetzung mit dem Material deutlich wird. Dies deutet darauf hin, dass für zählend rechnende Kinder ggf. eine ausführliche Phase der Auseinandersetzung mit dem Material und mehrere Gelegenheiten zur strukturellen Einsicht notwendig sein können.

Literatur

Gaidoschik, M. (2010). *Wie Kinder rechnen lernen - oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr*. Frankfurt a. M: Peter Lang.

Häsel-Weide, U.; Nührenbörger, M.; Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen - Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen*. Seelze: Klett Kallmeyer.

Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche / Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern*. Bern: Haupt.

Nührenbörger, M. (2009). Interaktive Konstruktionen mathematischen Wissens - Epistemologische Analysen zum Diskurs von Kindern im jahrgangsgemischten Anfangsunterricht. *Journal für Mathematikdidaktik, 30*(2), 147-172.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction - An Epistemological Perspective*. Berlin: Springer.

Steinweg, A. S. (2001). *Zur Entwicklung des Zahlenmusterverständnisses bei Kindern. Epistemologisch-pädagogische Grundlegung*. Münster: LIT-Verlag.

Bericht Arbeitsgruppe Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit

Koordination: Bernd Neubert, Bernd.Neubert@math.uni-giessen.de

Impulsbeiträge: Kerstin Tiedemann, Markus Helmerich
tiedemann@mathematik.uni-siegen.de; helmerich@mathematik.uni-siegen.de

Im Rahmen der Arbeitsgruppe „Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit“ (Koordination: Dr. Bernd Neubert) stellten Kerstin Tiedemann und Markus Helmerich (Universität Siegen) in diesem Jahr eine Projektkartei für einen handlungsorientierten Mathematikunterricht vor. Beispielhaft wurden einige Projekte aus dem Bereich Wahrscheinlichkeit ausprobiert und diskutiert.

Das vorgestellte Lehrwerk „Spürnasen Mathematik“ wurde mit dem Ziel entwickelt, im Mathematikunterricht der Grundschule einen sinnstiftenden Zugang zur Mathematik zu ermöglichen. Dafür werden in Form einer Projektkartei mathematische Erkundungsaufträge und Experimente vorgeschlagen, die die Schüler in lebensweltlich fundierten Kontexten zum Handeln, Forschen und Entdecken herausfordern.

- Im Projekt „Zielwerfen“ wird mit einem Plättchen auf eine Zielscheibe geworfen, welche aus einem roten Kreis in der Mitte und einem angrenzenden blauen Kreisring besteht. Die Gewinnregel lautet: „Rot gewinnt.“ So gilt es herauszufinden, welche Farbe häufiger geworfen wird, und über mögliche Erklärungen für das Beobachtete nachzudenken.
- Im Projekt „Flaggenspiel“ wird mit Spielfiguren und einem Farbwürfel auf einem Spielfeld mit unterschiedlich eingefärbten Flaggen gespielt. Zeigt der Farbwürfel eine Farbe, die in der nächsten Flagge enthalten ist, darf der Spieler auf eben diese Flagge vorrücken. Wer nach acht Flaggen als erster das Ziel erreicht, gewinnt. Über das Auszählen der Würfelversuche, um eine Flaggenfeld zu erreichen, kann die Abhängigkeit von Flaggenfarben und Erreichbarkeit entdeckt und für die Entwicklung der Begriffe „sicher“, „selten“, „nie“ genutzt werden.

- Im Projekt „Stein, Papier, Schere“ wird ein bekanntes Spiel aufgegriffen und zum Probieren angeboten. Wer kann wie gewinnen? Was verändert sich, wenn auch der Brunnen zugelassen wird? Wie können Spielregeln für eigene Symbolspiele aussehen? Wie sind die Chancen verteilt?
- Im Themenheft für die zweite Jahrgangsstufe wird schließlich das Werfen eines Kronkorkens untersucht. Wie landet der Kronkorken? Welche Unterschiede zum Werfen eines Wendeplättchens lassen sich feststellen?

Diese Beispiele wurden aus unterschiedlichen Perspektiven beleuchtet. Zunächst stand das Ausprobieren der Teilnehmer im Mittelpunkt. Sie waren eingeladen, sich ein Projekt auszusuchen, dort mit dem zugehörigen Material selbst stochastische Experimente durchzuführen, eigene Entdeckungen zu beschreiben und über mögliche Begründungen nachzudenken. Auf der Basis dieser Erfahrungen wurde dann sowohl eine inhaltliche als auch eine didaktische Einordnung diskutiert.

Für eine inhaltliche Einordnung wurden unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsbegriffe herangezogen: der klassische, der geometrische, der frequentistische und der subjektivistische. Welche(r) Begriff(e) werden bei der Arbeit am Projekt genutzt?

Bei der didaktischen Einordnung wurde auf den Aspekt der Handlungsorientierung fokussiert, der für das Lehrwerk „Spürnasen Mathematik“ charakteristisch ist. Wie wurden die Aktivierung, die Problem- und Produktorientierung erlebt? Wie können sie im Mathematikunterricht umgesetzt werden?

In der abschließenden Diskussion wurde u.a. erörtert, wie Schüler mit den beschriebenen Erkundungsaufträgen und Experimenten umgehen, ob es im Bereich der Wahrscheinlichkeit über die Projektkartei hinaus inhaltliche Alternativen zum Spielen gibt und welche Fragen auch für Erwachsene eine Herausforderung bleiben.

Auf der Herbsttagung 2013 des Arbeitskreises Grundschule wird die Arbeitsgruppe „Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit“ wieder angeboten; die inhaltliche Ausgestaltung ist noch offen.

Bericht der Arbeitsgruppe Geometrie

Koordination: Carla Merschmeyer-Brüwer & Simone Reinhold

c.merschmeyer-bruewer@tu-bs.de, s.reinhold@tu-braunschweig.de

Impulsbeitrag: Meike Plath, meike.plath@uni.leuphana.de

In der Arbeitsgruppe „Geometrie" der diesjährigen Herbsttagung stellte Meike Plath (Leuphana Lüneburg) erste Ergebnisse aus ihrem laufenden Promotionsprojekt vor.

Die Interviewstudie von Frau Plath beschäftigt sich mit verschiedenen Raumvorstellungsaufgaben und den Lösungsstrategien, die Kinder des vierten Schuljahres bei der Bearbeitung dieser Aufgaben einsetzen.

Meike Plath referierte zunächst theoretische Ausgangspunkte ihrer Arbeit, in der sie sich vorwiegend auf das Modell von Maier (1999) und die darin differenzierten Bereiche der Raumvorstellung bezieht (vgl. Plath 2012). Ein weiterer Anknüpfungspunkt ihrer Arbeit ergibt sich auch durch Befunde von Lüthje (2010), der v.a. zwischen analytischen und holistischen Strategien unterscheidet.

In der Präsentation gab Meike Plath zudem einen Überblick über das in ihrer Arbeit eingesetzte Aufgabenkompendium, mit dem verschiedene Bereiche der Raumvorstellung angesprochen werden. Am Beispiel eines Aufgabentyps zur Räumlichen Veranschaulichung, der das Erstellen einer Zielfigur aus Teilen des Soma-Würfels beinhaltet, stellte Frau Plath ihren Prozess der Strategieanalyse vor.

Die im Überblick referierten Ergebnisse führen zu dem Schluss, dass sowohl unter den holistischen als auch unter den analytischen Strategien eine Bandbreite von Vorgehensweisen beobachtet werden kann, die eine stärkere Ausdifferenzierung der Strategietypen notwendig macht: Beispielsweise können Strategien, die eher holistisch geprägt sind, durchaus Strategieelemente aufweisen, die ein gedankliches Zerlegen oder ein Zusammenbauen beinhalten. Schwierigkeitssteigernde Faktoren in den Aufgabensets sind offenbar dadurch gegeben, dass die Anzahl der zu verbauenden Soma-Teile und deren Dimensionalität erhöht wird.

Die Diskussion in der Arbeitsgruppe richtete sich u.a. auf Fragen zum vorgestellten Analyseprozess sowie auf Details der Ausdifferenzierung der Strategien. Erörtert wurde auch, inwiefern Strategien und das Wissen über unterschiedliche Zugangsweisen zum Gegenstand des Geometrieunterrichts der Grundschule werden sollten.

Literatur

Lüthje, Th. (2010). *Das räumliche Vorstellungsvermögen von Kindern im Vorschulalter*. Ergebnisse einer Interviewstudie. Hildesheim, Berlin: eDISSion im Verlag Franzbecker.

Maier, P.H. (1999). *Räumliches Vorstellungsvermögen*. Frankfurt a.M. u.a.: Peter Lang.

Plath, M. (2012). Strategien bei Raumvorstellungsaufgaben. Erste Ergebnisse einer Untersuchung mit Kindern im vierten Schuljahr. In: Ludwig, M. und Kleine, M. (Hrsg.) *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012*, S. 657-660.

Für die kommende Herbsttagung haben Rose Vogel und Birgit Brandt (Frankfurt) einen Beitrag zur Arbeitsgruppe Geometrie angekündigt. Sie werden erste Ergebnisse aus dem Projekt **erStMaL** (early Steps in Mathematics Learning) vorstellen. Wir freuen uns auf diesen Beitrag, zu dem wir alle Interessierten herzlich einladen.

Bericht Arbeitsgruppe PriMaMedien - Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe

Koordination: Silke Ladel & Christof Schreiber

ladel@cermat.org, christof.schreiber@math.uni-giessen.de

Impulsbeitrag: Andreas Obersteiner, andreas.obersteiner@tum.de

In der diesjährigen Sitzung der Arbeitsgruppe „PriMaMedien – Lernen, Lehren und Forschen mit digitalen Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe“ referierte Andreas Obersteiner (TU München, derzeit KU Leuven) zum Thema „Was bringen computerbasierte Interventionen zur Förderung basaler numerischer Fähigkeiten?“

Im Anfangsunterricht werden externe Repräsentationen von Zahlen verwendet, um die Entwicklung mentaler Repräsentationen von Zahlen zu unterstützen. Dabei können zwei instruktionale Ansätze unterschieden werden: Ein mathematikdidaktisch begründeter Ansatz befürwortet die Verwendung strukturierten Materials wie etwa des Zwanzigerfelds. Kinder sollten die dargestellten Anzahlen schnell und ohne Zählen erfassen und die Struktur in ihre mentale Repräsentation übernehmen. Dem zweiten Förderansatz liegen psychologische Theorien zugrunde, die davon ausgehen, dass Menschen bereits sehr früh Anzahlen mental repräsentieren können, wobei dies für mehr als drei Objekte nur approximativ möglich ist. Bei Erwachsenen können mentale Zahlrepräsentation durch die Metapher eines mentalen Zahlenstrahls beschrieben werden. Dementsprechend sollten die approximative Zahlenverarbeitung (z.B. Abschätzen oder schnelles Vergleichen von Punktmengen) und die Verwendung linearer Darstellungen bevorzugt werden. Obwohl beide beschriebenen Ansätze theoretisch wohl fundiert sind, gibt es bisher so gut wie keine empirischen Befunde über deren Wirksamkeit.

Im vorgestellten Dissertationsprojekt (s. Obersteiner 2012) wurden die spezifischen Wirkungen dieser beiden Förderansätze in einer experimentellen Interventionsstudie evaluiert. 204 Schülerinnen und Schüler im ersten Schuljahr wurden zufällig einer der vier Förderbedingungen „Exakt“, „Approximativ“, „Exakt und approximativ“ oder

„Weder exakt noch approximativ“ (Kontrollgruppe) zugeteilt. Für die Intervention wurden eine „exakte“ und eine „approximative“ Version des Computerspiels „The Number Race“ (Wilson et al., 2006) entwickelt. Während in der exakten Version das schnelle Erkennen der auf Zwanzigerfeldern dargestellten Anzahlen und das exakte Lösen von einfachen Rechenaufgaben gefordert waren, ging es in der approximativen Version ausschließlich um approximative Aufgabenstellungen wie etwa dem schnellen Abschätzen von Punktmengen oder dem approximativen Lösen von Rechenaufgaben. Vor und nach der Intervention wurden Fähigkeiten der exakten und der approximativen Zahlenverarbeitung (Computertests) sowie allgemeinere arithmetische Fähigkeiten (schriftlicher Test) erhoben.

Die Ergebnisse zeigten spezifische Leistungsverbesserungen in den jeweils geförderten Aufgabenstellungen. Im Arithmetiktest waren die Lernzuwächse der Fördergruppen insgesamt größer als die der Kontrollgruppe und tendenziell für die Gruppen „Approximativ“ und „Exakt“ am größten. Die Ergebnisse dieser Studie bestätigen die psychologische Annahme zweier kognitiver Kernsysteme der exakten bzw. approximativen Zahlenverarbeitung. Aus methodischer Sicht ermöglichte der Computereinsatz die Realisierung eines hochgradig kontrollierten Designs, so dass die gefundenen Gruppenunterschiede tatsächlich auf die Intervention zurückgeführt werden können. Außerdem erlaubten computerbasierte Tests die Erhebung von Reaktionszeiten, die einerseits als Leistungsmaß und andererseits als Indikatoren der zu Grunde liegenden mentalen Repräsentationen dienen können.

Literatur

Obersteiner, A. (2012). *Mentale Repräsentationen von Zahlen und der Erwerb arithmetischer Fähigkeiten*. Münster: Waxmann.

Wilson, A. J., Dehaene, S., Pinel, P., Revkin, S. K., Cohen, L., & Cohen, D. (2006). Principles underlying the design of ”The Number Race“, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions, 2: 19*, doi:10.1186/1744-9081-2-19.

Bericht Arbeitsgruppe Vorschulische Bildung

Koordination: Meike Grüßing, gruessing@ipn.uni-kiel.de

Impulsbeitrag: Dagmar Bönig, Anne Pietsch, Stephanie Schuler, Gerald Wittmann

dboenig@uni-bremen.de, anne.pietsch@uni-bremen.de, stephanie.schuler@ph-freiburg.de, gerald.wittmann@ph-freiburg.de

Ein Impulsvortrag von Gerald Wittmann zu Beginn war dem Thema *Anschlussfähiges Mathematiklernen im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* gewidmet. Entsprechend der Metapher „lebenslange Bildungskette" (Heinze & Grüßing 2009) wird heute auch der Kindergarten als Bildungsinstitution betrachtet. Weiter werden auch die Übergänge zwischen den einzelnen Bildungsinstitutionen genauer in den Blick genommen: Jeder dieser Übergänge steht im Spannungsverhältnis von Kontinuitäten und Diskontinuitäten (Roßbach 2006). Diskontinuitäten können sich hierbei einerseits als die Entwicklung anregende Herausforderungen erweisen, andererseits aber auch als Stress auslösend. Generell gilt, dass Kinder auf Diskontinuitäten beim Übergang Kindergarten/Grundschule vorbereitet sein sollen. Weiter dürfen Diskontinuitäten nicht das Resultat unterschiedlicher Traditionen oder Zufallsprodukte sein, sondern ihnen muss eine Verständigung von Erzieher(innen) und Grundschullehrkräften zugrunde liegen. In Bezug auf das Mathematiklernen erfordert dies eine Verständigung nicht nur über die Inhalte, sondern auch über die Methoden (vgl. Schuler 2012). Es geht nicht nur darum, *was* gelernt werden soll, sondern auch um die Frage, *wie* gelernt werden soll.

Die Teilnehmer(innen) der Arbeitsgruppe formulierten anschließend Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Kindergarten und Grundschule mit Blick auf das mathematische Lernen auf Karten und fassten diese in Clustern zusammen. Als Gemeinsamkeiten wurde neben der Orientierung am Kind die Behandlung mathematischer Inhalte aus den in den Bildungsstandards für die Primarstufe (KMK 2004) bekannten Bereichen herausgestellt. Der Bezug zur kindlichen Umwelt sowie Handlungsorientierung wurden als Prinzipien sowohl für die Gestaltung von Lernangeboten als auch von Mathematikunterricht angesehen. Während es im Kindergarten vornehmlich um ein Anreichern der individuellen mathematischen Erfahrungen geht, erfolgt das Lernen in der Grundschule allerdings systematischer und stärker auf die angestrebten mathematischen Kompetenzen ausgerichtet. Der Übergang vom Kindergarten in die Grundschule wird als in hohem Maße anschlussfähig erachtet, wenn beide Institutionen möglichst unter Einbezug der Eltern kooperieren und sich an den Entwicklungsverläufen des Kindes orientieren.

Abschließend wurde das vom BMBF geförderte Projekt *AnschlussM* vorgestellt (Laufzeit 12/2011–11/2013, www.anschluss-m.de). Es erfasst die mathematikdidaktischen Praktiken und Überzeugungen von Erzieher(innen) und Grundschullehrkräften und untersucht sie im Hinblick auf ihre Anschlussfähigkeit mit dem Ziel, ein entsprechendes Kompetenzstrukturmodell zu entwickeln. Die Items für eine repräsentative Fragebogenstudie in Bremen und Baden-Württemberg wurden dabei in einem bottom-up-Verfahren über Fallstudien und Gruppendiskussionen entwickelt.

Literatur

Heinze, A. & Grüßing, M. (2009) (Hrsg). *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht.* Münster: Waxmann.

KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004.* Neuwied: Luchterhand.

Roßbach, H.-G. (2006). Institutionelle Übergänge in der Frühpädagogik. In L. Fried & S. Roux (Hrsg.), *Pädagogik der frühen Kindheit. Handbuch und Nachschlagwerk* (S. 280–292). Weinheim: Beltz.

Schuler, S. (2012). *Zur Gestaltung mathematischer Bildung in formal offenen Situationen – Eine Untersuchung am Beispiel von Materialien und Spielen zum Zahlbegriffserwerb.* Dissertation. Pädagogische Hochschule Freiburg.

Mit freundlicher Unterstützung von

Winklers

Bildungshaus Schulbuchverlage

Schöningh

Schroedel

westermann

Diesterweg

UNIVERSITY OF BAMBERG PRESS

Dieser Tagungsband dokumentiert Ergebnisse der Herbsttagung des Arbeitskreises Grundschule in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) in Tabarz vom 9. bis 11. November 2012 zum Thema „Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten, Bewerten".

Der Arbeitskreis Grundschule wurde vor genau 20 Jahren auf Anregung von Hendrik Radatz gegründet und verfolgt seither als größter Arbeitskreis innerhalb GDM das Ziel, die Entwicklung der Didaktik der Grundschulmathematik zu verbessern. Einen Schwerpunkt der Arbeit des Arbeitskreises Grundschule stellt daher die Förderung des Austausches und der Zusammenarbeit aller am Mathematikunterricht in der Grundschule in Praxis, Theorie und Forschung unmittelbar oder mittelbar Beteiligten dar.

Das Rahmenthema der Tagung „Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten, Bewerten" wurde in fünf Hauptvorträgen im Plenum diskutiert. Zusätzlich setzten sich Arbeitsgruppen zu den klassischen Themenfeldern Arithmetik, Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit, Geometrie und Sachrechnen sowie Gruppen zu den Bereichen Kommunikation & Kooperation, Lehrerbildung, Lernen, Lehren & Forschen mit digitalen Medien und Vorschulische Bildung, intensiv mit aktuellen Forschungs- und Praxisfragen auseinander.

Die jährliche Herbsttagung des Arbeitskreises richtet sich seit ihrem Bestehen an einen Teilnehmerkreis, der den Dialog und die Zusammenarbeit zwischen Hochschule und allen Bereichen schulischer Praxis sucht. Diese interdisziplinäre, offene und kollegiale Kooperation von Vertretern aus Praxis und Theorie prägt die jährliche Zusammenkunft bis heute.

ISBN 978-3-86309-112-5

9 783863 091125

www.uni-bamberg.de/ubp