

早稲田大学大学院理工学研究科

博士論文概要

論文題目

Bose-Einstein Condensation in Non-uniform Systems
非一様系におけるボース・アインシュタイン凝縮

申請者

氏名

段下	一平
Ippei	Danshita

専攻・研究指導
(課程内のみ)

物理学及応用物理学専攻 低温量子物性研究

2006年 11月

1995年にアルカリ原子気体の Bose-Einstein 凝縮 (BEC) が実験で初めて実現されて以来 10 年以上が経過し、今や極低温における中性原子気体の研究は量子光学、原子分子物理学、物性物理学、非線形物理学などを含めた非常に多様な分野の研究者たちから注目を集める一大領域に成長した。この分野では、実験家たちが原子に対する外場ポテンシャルを磁場やレーザーを用いて調節できるということが最大の利点の一つである。例えば、原子の内部構造が持つ共鳴準位よりも振動数の高いレーザービームは原子にとって斥力ポテンシャルとして働き、これを用いてポテンシャル障壁や二重井戸型ポテンシャルや箱型ポテンシャルなどを作ることができる。また、2 つの互いに反対方向に進行するレーザービームの定在波を用いて原子に対する周期ポテンシャル(光格子)を作ることでもでき、その 2 つのレーザービームの振動数を微妙にずらすことでその光格子を凝縮体に対して一定の速度で動かすこともできる(動く光格子)。このように実験家と理論家が頭に思い描く理想的な実験系を精巧に実現できるという事実が中性原子気体の BEC という分野の豊かさの源になっている。

上述したような外場ポテンシャルの制御性から、この分野は量子トンネル現象と超流動の研究に適しているといえる。実際に、1997年に MIT の実験グループが二重井戸型ポテンシャル中に BEC を作ることに成功して以来、多くの理論家たちが超流動体の示す特徴的な量子トンネル現象である Josephson 効果について研究してきた。2005 年には、Josephson plasma 振動と self-trapping と呼ばれる Josephson 効果が Heidelberg 大学の実験グループによって観測され更なる注目を集めている。それに加えて、近年、動く光格子中における BEC の超流動の安定性が実験・理論の両面から盛んに研究されている。系に並進対称性がある場合、超流動の安定性に関して Landau による次の議論がよく知られている。超流動流の速度がある臨界値を超えたときに負のエネルギーをもつ励起が現れ、この励起の自発的な生成によって超流動体はその運動エネルギーを失い、超流動は崩壊する。臨界速度は超流動体が静止しているときの励起スペクトルの形から決めることができ、希薄ボース気体に対する Bogoliubov 理論の範囲では臨界速度は音速に一致する。このような負のエネルギーをもつ励起を伴う超流動の不安定性は Landau 不安定性と呼ばれる。一方で、光格子中の BEC では Landau 不安定性だけでなく動的不安定性による超流動の崩壊が起こることが実験で確かめられている。しかしながら、「なぜその臨界速度で超流動が Landau もしくは動的不安定になるのか？」という問いに対して一様系の場合ほど明確な答えは得られておらず、これまでと異なる観点からこの現象を眺めてみる必要があると考えられる。

Bose 凝縮系では、系の熱力学やダイナミクスや超流動性などの重要な性質を理解するうえで素励起を調べるのが不可欠である。そのため、二重極モードや四重極モードなどの集団励起モードが観測されたり Bragg 散乱の方法を用いて Bogoliubov 励起スペクトルが測定されたりするなど、実験でも素励起の性質が精力的に研究されている。Bose 凝縮系における素励起の特徴の一つとして、

anomalous tunneling という独特の量子トンネル現象が予言されている。素励起が単一ポテンシャル障壁を透過する確率はエネルギーが 0 のときに 1 であり、エネルギーが増加するにつれていったん減少しあるところから増加し始める。つまり低エネルギーの素励起に対してポテンシャル障壁は実効的に透明であるというわけである。これは一粒子のトンネル問題の結果とは著しく異なる。一粒子の場合、単一障壁のトンネル現象がどのような性質を持つかは非一様系における波動関数の振る舞いと密接に関係していることが知られている。例えば、トンネル確率とトンネル係数の phase shift が、周期ポテンシャル中ではエネルギーバンド構造を、ランダムポテンシャル中では Anderson 局在の局在長を決定している。一粒子の場合との類推から、素励起の anomalous tunneling は二重井戸型ポテンシャルや光格子などの非一様ポテンシャルにおける凝縮体の性質を理解する上で重要なコンセプトであると考えられる。しかしながら、これまでのところ anomalous tunneling と Josephson 効果や光格子中の凝縮体の不安定性といった性質との関係は十分に理解されていない。

本論文では、平均場近似の範囲内で二重井戸型ポテンシャルと周期ポテンシャルという二種類の典型的な非一様ポテンシャル中における BEC の性質について anomalous tunneling との関係に焦点を当てて解析を行う。第 1 章で本研究の背景についての概略を述べた後、第 2 章で本研究の主要な解析手法である絶対零度の BEC の平均場理論とその実効的な一次元的取り扱いについて詳しくレビューする。平均場理論では凝縮体は Gross-Pitaevskii 方程式で記述され、素励起は Bogoliubov 方程式で記述される。以後の章では基本的にこの二つの方程式を解くことで BEC の素励起のエネルギーと波動関数を計算し、その結果から超流動性などの物理的性質について考察する。

第 3 章では単一ポテンシャル障壁に対する素励起のトンネル現象を議論する。この章の前半部分では、ポテンシャル障壁を隔てて存在する 2 つの BEC 間に位相差がない場合の素励起のトンネル現象についてレビューし、anomalous tunneling について詳しく説明する。Josephson 効果や物質波干渉の実験からも明らかのように一般には 2 つの BEC 間には位相差が存在するので、後半部分ではそのことを考慮に入れ、位相差がある場合の素励起のトンネル現象を調べる。まず Gross-Pitaevskii 方程式を解析的に解き凝縮体波動関数を計算し、それを用いて位相差と超流動流の関係式を得る。障壁が高い極限ではこの関係式は超流動流が位相差の正弦に比例するという Josephson 関係式に一致する。次に Bogoliubov 方程式を解析的に解きトンネル確率の位相差依存性を調べる。位相差が 0 から増加するにつれて anomalous tunneling の特徴であるエネルギー 0 を中心としたピークの幅が狭くなり、超流動流が最大になる位相差で anomalous tunneling が消滅してしまう。このようにトンネル確率が位相差に顕著に依存することから、トンネル確率を測定することによって凝縮体間の位相差を決定することができると考えられる。そこで、anomalous tunneling を実験で観測する方法について議論

することでこの章のまとめとする。

第4章では二重井戸型ポテンシャル中の BEC の素励起について議論する。特にポテンシャル障壁の高さの変化に伴う最低エネルギー励起の変化の様子に注目する。まず箱型の二重井戸型ポテンシャル中の BEC を考え、Gross-Pitaevskii 方程式と Bogoliubov 方程式を解析的に解き Josephson plasma エネルギーと励起スペクトルを計算する。最低エネルギー励起は障壁が高い極限では Josephson plasma 振動になり、障壁が低い極限では二重極振動になる。このクロスオーバーを決定しているのが anomalous tunneling であることが示される。最低励起エネルギーが励起のトンネル確率の持つピークの半値幅よりも十分小さければ、その励起にとって障壁は実効的には透明なので励起は二重極振動である。逆の場合、最低エネルギー励起は障壁の影響を著しく受けて Josephson plasma 振動になる。次に、実験で実現されている調和ポテンシャルとガウス関数型障壁からなる二重井戸型ポテンシャル中の BEC についても数値的に調べ、上述のクロスオーバーの解釈が妥当であることが示される。このように、anomalous tunneling は二重井戸型ポテンシャル中における低エネルギーの素励起の性質を理解する上で重要であることがわかる。

第5章では、Kronig-Penney モデルを用いて周期ポテンシャル中の BEC の素励起と超流動性について議論する。まず BEC が周期ポテンシャルに対して静止している場合を考える。第3章で得られた単一障壁問題の解に Bloch の定理を課すことで Kronig-Penney ポテンシャル中の BEC の励起スペクトルが得られる。低エネルギーの励起は anomalous tunneling が効くためにギャップレスで線形の音波分散になることが示される。このような励起スペクトルの形は周期ポテンシャル中の BEC の超流動性を示唆している。続いて、BEC が周期ポテンシャル中を動いている場合を考える。Gross-Pitaevskii 方程式を解き凝縮体の第一バンドを求める。周期ポテンシャルが BEC の平均場相互作用エネルギーに比べて十分に弱いとき第一 Brillouin ゾーンの端の周りに swallowtail structure が現れる。超流動流がないときと同じように、単一障壁問題の解に Bloch の定理を課せば励起スペクトルが得られる。凝縮体波動関数の準運動量を 0 から増加させても、ある臨界値まで超流動は安定である。これは静止した BEC の励起からの予測とコンシステントである。さらに準運動量を増加させていくとちょうど anomalous tunneling が消える準運動量で第一 Bogoliubov バンド中の長波長励起が Landau 不安定性を示し、Brillouin ゾーン近傍の励起が動的不安定性を示す。さらに凝縮体の準運動量を増加させていくと超流動流が最大になる準運動量で第一 Bogoliubov バンド中の全ての励起が動的不安定性を示す。この章の最後で、swallowtail の上側における状態の安定性についても議論する。

第6章では本論文を総括し今後の展望を述べる。

研 究 業 績

種 類 別	題名、	発表・発行掲載誌名、	発表・発行年月、	連名者 (申請者含む)
○論文	Stability of Bose-Einstein Condensates in a Kronig-Penney potential	Physical Review A 掲載決定 (cond-mat/0610582)		I. Danshita S. Tsuchiya
○論文	Landau and dynamical instabilities of Bose-Einstein condensates in a Kronig-Penney potential	Journal of Low Temperature Physics 掲載決定 (cond-mat/0607195)		I. Danshita S. Tsuchiya
論文	Landau damping: instability mechanism of superfluid Bose gases moving in optical lattices	Physical Review A 74, 053611		K. Iigaya S. Konabe I. Danshita T. Nikuni
○論文	Phase dependence of phonon tunnelling in bosonic superfluid-insulator-superfluid junctions	New Journal of Physics 8, 44	2006年3月	I. Danshita N. Yokoshi S. Kurihara
○論文	Collective excitations of Bose-Einstein condensates in a double-well potential	Journal of the Physical Society of Japan 74, 3279	2005年12月	I. Danshita K. Egawa N. Yokoshi S. Kurihara
○論文	Bogoliubov excitations in a Kronig-Penney potential	Physical Review A 72, 053611	2005年11月	I. Danshita S. Kurihara S. Tsuchiya
論文	ボース凝縮系におけるトンネル現象	物性研究 85-1, 96	2005年10月	段下 一平
論文	Phase dependence of tunneling of phonon excitations between two Bose-Einstein condensates	Journal of Low Temperature Physics 134, 1-2, 737	2004年1月	I. Danshita N. Yokoshi S. Kurihara
講演	Elementary excitations and superfluidity of Bose-Einstein condensates in inhomogeneous media	The 4 21COE symposium: self-organization phenomena in condensed matter	2006年9月	I. Danshita
講演	Bogoliubov excitations and superfluidity in a Kronig-Penney potential	The American Physical Society March Meeting 2006	2006年3月	I. Danshita S. Kurihara S. Tsuchiya
講演	Elementary excitations of condensates in Kronig-Penney potentials	The 24th International Conference on Low Temperature Physics	2005年8月	I. Danshita S. Kurihara S. Tsuchiya
講演	Crossover from the dipole mode to the Josephson plasma mode of condensate excitations in a double-well traps	The 14th International Laser Physics Workshop	2005年7月	I. Danshita N. Yokoshi S. Kurihara

研 究 業 績

種 類 別	題名、	発表・発行掲載誌名、	発表・発行年月、	連名者 (申請者含む)
講演	ボース凝縮系における音波励起の 準共鳴トンネル現象	日本物理学会年次大会	2005年3月	段下 一平 余越 信彦 栗原 進
講演	Quasi-resonant tunneling in bosonic superfluid-insulator-superfluid junctions	The 13 International Laser Physics Workshop	2004年7月	I. Danshita N. Yokoshi S. Kurihara
講演	2つのボース凝縮体間における音波トン ネル現象の位相特性	日本物理学会年次大会	2004年3月	段下 一平 余越 信彦 栗原 進
講演	2つのボース凝縮体間における音波トン ネル現象の位相特性	東京大学物性研究所短期 研究会「量子凝縮系研究の 新展開」	2004年1月	段下 一平 余越 信彦 栗原 進

研 究 業 績

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）