

# 博士論文概要

## 論文題目

Chaotic dynamical system and  
gravitational waves  
力学系におけるカオスと重力波

申請者

木内	建太
Kenta	Kiuchi

物理学及応用物理学専攻 宇宙物理学研究

2007年 6月

カオス分野における研究はポアンカレの3体問題に端を発し、現在までに物理学に留まらず様々な分野で多岐にわたる研究が行なわれてきた。その結果、カオスは自然の本質に迫り得ることがわかってきた。宇宙での現象も自然の一部であるので、そこにカオスが関わってくることは十分考えられる。また、カオスを伴う天体现象を考察する際に、時に一般相対性理論が必要になる。なぜなら、宇宙での現象は非常に高エネルギーかつ強重力場で発生する可能性が高いからだ。

一般相対性理論におけるカオス現象は2種類に大別される。一方は、時空の振舞いがカオス的になる場合である。もう一方は、相対論的時空内での物体の運動のカオス性で、特にブラックホールや特異点が存在する時空中でのテスト粒子の振舞いを調べられて来た。本研究は後者に属するものであるが、これまでの研究において不十分であったカオスの性質を解析することに主眼点がある。ひとくちにカオスといってもその性質は様々である。特に近年、ハミルトン系のカオスの研究における最も大きな進展の1つに統計則の発見がある。この統計則は、カオス系における長時間相関の現れであり、相空間における構造と密接に関係している。即ち、この種の統計則を解析することによってカオス系の情報を取り出すことが出来るのである。しかし、天体现象、特に相対論、におけるカオスにおいて、この解析を実行した研究は数少ない。またカオス系の情報を抽出する手段の摸索という視点も欠いてきた。従来の代表的なカオス系の解析法は、ポアンカレ解析とリャプノフ解析である。これらはカオス的な運動を直接的に調べる方法である。しかし、天体现象は、我々から非常に遠く、また周囲物質により環境が汚されがち等の理由により直接観測が困難なことが往々にしてある。

そこで、重力波をカオス系の情報抽出ツールとして提案する。重力波は、一般相対論により予言される時空のさざ波である。2007年現在、TAMA,LIGOなど世界各地で直接観測への試みが精力的に行われている。重力波に対する期待は、その透過性の高さにおいて、既存の観測手段を凌駕する可能性を秘めている。重力波研究において理論の成すべきことは波形の予測による情報の抽出である。これまでに、様々な重力波源（主に連星系の合体や相対論的な星の重力崩壊）に対する理論的研究が行われてきた。これらは現在稼動中、もしくは建設予定の観測機器において有望とされる波源である。しかし、新たな波源を模索することも理論分野の重要な役割である。重力波研究における本論文の位置付けは、カオスという要素を付与された新しい波源の提案である。力学系におけるカオスの性質の解析、および放出重力波との相関の見極めが本論文の主目的である。

続いて、本論文で行った研究を概観する。具体的なカオス力学系として、次の2つの系において解析を行った。どちらの系も、銀河中心にその存在が観測的に示唆されている巨大ブラックホールをモデル化したものになっている。

#### ① 回転ブラックホール時空（カーブラックホール）

ブラックホール時空中を運動する質点（天体）に自転の自由度を許すとその運動

がカオス的になることが、回転していないブラックホール（シュヴァルツシルト時空）の場合に先行研究によって明らかにされている。このモデルにおける重要なパラメータは、粒子の質量、エネルギー、角運動量と自転の大きさおよびブラックホールの質量である。カオスが発生するためには、自転の大きさがある臨界値を越えることが必要条件とされる。

そこで、本研究ではブラックホールに回転を付与することで系の対称性を下げ、カオス性がより強まると予想される状況を用意した。このモデルの場合、上記のパラメータに、ブラックホールの回転パラメータが加えられる。粒子の運動のカオス性をポアンカレ解析およびリャプノフ解析で調べると共に、放出される重力波を解析した。

一方、質点が自転していない場合には運動方程式が可積分であることが数学的に証明されている。しかし、軌道パラメータおよび、可積分性により導かれる新たな保存量をうまく選ぶことによって複雑な周期運動が構成できる。そこで、カオス的な系の比較対象としてこの複雑な可積分運動系を採用し、放出される重力波を解析、比較した。重力波は多重極展開法によって四重極および八重極のモードを評価した。得られた結果をまとめると

（１）重力波の波形に顕著な違いは現れなかった。

（２）カオス的な運動をする場合でも、四重極モードが主要成分であった。

（３）重力波のエネルギースペクトルには、以下に述べる特徴が見つかった。運動が可積分である場合、離散的なスペクトルが得られた。その周波数は運動の特徴的な周期と関連付けられることがわかった。一方、カオス的な場合は、連続的な分布を持ったスペクトルが得られた。また、このスペクトルは雑音的な成分を多く含むことがわかった。可積分系の場合との比較により、このスペクトルの特徴は運動のカオス性により引き起こされることが明らかになった。よって、重力波のエネルギースペクトルは運動のカオス性を反映しうると結論した。

## ② 中心重力源と赤道面に分布するディスク（Newton力学系）

まず、中心重力源として点源を採用する。次にそのまわりに厚みを持ったディスクをおく。ディスク内部における釣り合いの式を単純化して解くと、この重力源中を運動するテスト粒子のハミルトニアンが得られる。このモデルにおけるパラメータは、粒子の質量、エネルギー、角運動量、中心点源の質量、ディスクの厚さ、表面密度である。この系における質点の運動は、中心重力源による引力とディスクによるポテンシャル力が同程度になった場合、カオス的になることが先行研究により示されている。しかし、先行研究ではポアンカレ断面図を用いてカオスが発生すると結論しているだけで、カオスの性質などの詳細な解析はなされていない。そこで、本研究では解析を２段階に分けて行った。まず、粒子運動の再解析を行った。続いて、放出される重力波を解析し、運動との相関を調べた。結果を以下にまとめる。

(1) ポアンカレ図による解析と局所リャプノフ指数を用いた解析により、粒子のカオス的な運動が2つの相を行き来することが明らかになった。粒子運動のパワースペクトルを解析した結果、一方は運動が白色雑音的である場合に相当し、もう一方は淀み運動に相当することがわかった。というのも、後者の場合には、スペクトルが冪則を示したからである。この結果は後者の運動が $1/f$ 揺らぎと呼ばれる長時間相関を持つことを意味してしる。これらの再解析により、この系においては白色雑音を示す運動と $1/f$ 揺らぎを示す運動が、1つの軌道中に共存しうることが明確にされた。また、ポアンカレ図の解析より、 $1/f$ 揺らぎ運動は白色雑音的な運動をする場合に比べて、相空間内の小さな領域（小さな多くのトラス付近）に留まることが示された。この運動の特徴は以下に述べるように重力波の波形に反映される。

(2) 重力波の波形を四重極公式により評価した。同時に重力波のエネルギー Spektrum を見積もった。波形は、(1)で得られた粒子の運動の特徴を含むことがわかった。すなわち、 $1/f$ 揺らぎ運動をする相では、白色雑音運動をする相に比べて、重力波の振幅が小さくなる。これは、重力波が近似的には系の四重極モーメントの時間変化で評価されることと結びつく。上記の通り、 $1/f$ 揺らぎの相では、相空間内の比較的小さな領域を運動する。すなわち、四重極モーメントの時間変化は、白色雑音のそれと比べて小さくなる。ゆえに振幅が小さくなるのだ。また、重力波のエネルギー Spektrum も特徴を持つことがわかった。白色雑音相では、エネルギー Spektrum もやはり白色雑音になる。その一方、 $1/f$ 揺らぎ相では、Spektrum は雑音的ピークを伴った連続的な分布をする。この分布の特徴は①の研究で得られた結果と一致する。

本論文における主要課題は、力学系におけるカオスおよび放出重力波との相関の解析である。特に、天体物理学を念頭においた力学系を用意した。また、主に質点粒子近似を用いた解析を行った。①のモデルにおけるカオスの発生要因は、質点の自転である。一方、②のモデルにおいては、中心の重力とディスクによる引力の非一様性によりカオスが発生する。ゆえに、この2つのモデルにおいては、カオスの発生要因が異なる。両モデルにおいて、粒子運動のカオス性をポアンカレ図による解析、局所リャプノフ指数を用いた解析、パワースペクトルの解析により明らかにした。これらの解析結果に基づき、各モデルでのカオスの性質を明確にした。また、各モデルから放出される重力波を四重極公式および多重極展開法により評価した。波形およびエネルギー Spektrum を解析した結果、両物理量ともに粒子運動のカオス性を反映し得ることがわかった。特に、エネルギー Spektrum は、カオス性が強いと雑音を伴った連続的な分布になる傾向が見て取れた。この結果は、カオスの発生要因が異なる両モデルにおいて共通する性質である。以上の結果をもって、重力波がカオス力学系の性質を探る際に有用な物理量となり得ると結論付ける。

# 研 究 業 績

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
○ 論文	Gravitational Wave Signals from Chaotic System : A Point Mass with A Disk ( Physical Review D76 024018 (2007) )木内建太、小山博子、前田恵一
論文	1/f fluctuations in spinning-particle motions around Schwarzschild black hole Physical Review Dに掲載決定 小山博子、木内建太、小西哲郎
○ 論文	Gravitational Waves from a chaotic dynamical system ( Physical Review D70 064036 (2004) )木内建太、前田恵一
講演	Chaotic motion of Spinning particle in Black Hole space time (The 17 <sup>th</sup> Workshop on General Relativity and Gravitation 新潟大 2006年12月) 木内建太、小山博子、小西哲郎
講演	カオスによるブラックホールパラメーターへの予測可能性 (日本物理学会 奈良女子大 2006年9月) 木内建太、小山博子、小西哲郎
講演	超新星爆発からの重力波 (日本天文学会 和歌山大 2006年3月) 木内建太、中里健一郎、固武慶、住吉光介、山田章一
講演	Gravitational wave from realistic stellar collapse : odd parity perturbation (The 16 <sup>th</sup> Workshop on General Relativity and Gravitation 東工大 2005年12月) 木内建太、中里健一郎、固武慶、住吉光介、山田章一
講演	Gravitational Wave from slightly nonspherical stellar collapse including neutrino effect: odd parity perturbation  (Relativistic Astrophysics and Cosmology - Einstein's Legacy ドイツ 2005年11月) 木内建太、中里健一郎、固武慶、住吉光介、山田章一
講演	現実的な星の重力崩壊から放出される重力波：ニュートリノ効果 (日本天文学会 北大 2005年9月) 木内建太、中里健一郎、固武慶、住吉光介、山田章一
講演	ADM形式における摂動論 (日本物理学会 阪市大 2005年9月) 木内建太、吉田至順
講演	カオス力学系と重力波 (第4回TAMAシンポジウム 阪市大 2005年2月) 木内建太、前田恵一
講演	Gravitational Waves from a spinning particle with time domain approach (The 15 <sup>th</sup> Workshop on General Relativity and Gravitation 京大 2004年12月) 木内建太、前田恵一

## 研 究 業 績

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
講演	Gravitational Wave from Spinning Particle orbiting around Rotating Black Hole (日本物理学会 高知大 2004年9月) 木内建太、前田恵一
講演	Gravitational Wave from Spinning Particle orbiting around Rotating Black Hole (17 <sup>th</sup> International Conference on General Relativity and Gravitation アイルランド 2004年7月) 木内建太、前田恵一
講演	カオス力学系からの重力波 (日本物理学会 九大 2004年3月) 木内建太、前田恵一
講演	Kerr Black Hole からの重力波 (重力波物理学冬の学校 京大 2004年2月) 木内建太、前田恵一

# 研 究 業 績

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）