# 中學生通訊解題第三十一期題目

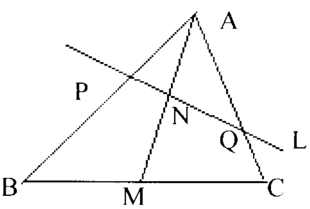
臺北市立建國高級中學　數學科

**問題編號**
**921201**

如圖，$\overline{AM}$ 爲△ABC 中 $\overline{BC}$ 邊上的中線，任一直線 L 交 $\overline{AB}$、$\overline{AM}$、$\overline{AC}$ 於 P, Q, N 三點，

求證：$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AP}}, \dfrac{\overline{AM}}{\overline{AN}}, \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AQ}}$ 成等差數列

（即 $\dfrac{\overline{AM}}{\overline{AN}}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AP}}+\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AQ}})$）




**問題編號**
**921202**

兩人玩猜拳遊戲，規則如下：每人可從「剪刀；石頭；布」中任意選出一種拳，“剪刀贏布；石頭贏剪刀；布贏石頭”，若雙方皆出相同之拳，則判定此盤爲不分勝負。

今有五人同時猜拳，每人各出「剪刀；石頭；布」一次，規則定爲：若出現兩種不同的拳，如石頭及剪刀，則出“石頭”者爲勝，出剪刀者爲敗；若三種拳皆出現或只出現一種拳（即 5 人皆出相同的拳），則判定爲不分勝負。在此情況下，試回答下列問題：

（1）猜拳一次，甲獲勝的機率是多少。

（2）猜拳三次，甲獲勝的機率是多少。

**問題編號**
**921203**

現在是下午 4：15，有甲、乙、丙、丁四個人想在下午 6：00 前從 A 地走路到 B 地，AB 兩地相距 19.3 公里，而每人走路的時速爲每小時 4 公里。甲發現根本無法完成此項任務，於是四個人商量結果，租了一輛含司機的摩托車，由於這四人皆不會騎摩托車，且摩托車最多只能載 1 人，若假設摩托車的時速是 56 公里。在租好摩托車全部人開始行動已是下午 4：20，試問這四人是否可同時在下午 6：00 前到達 B 地？並請說明原因或方法。

**問題編號**
**921204**

有一個由 n 個連續自然數所構成的數列，假設由 A 與 B 二人輪流劃掉數列中的一個數字，且由 A 先開始，直到剩最後兩個數 a 與 b，假若 a，b 互質則 A 贏，否則 B 贏

(1).若 n 爲奇數，則 A, B 何者有必勝之策略？爲何？

(2).若 n 爲偶數，$n\geq 12$，則 A, B 何者有必勝之策略？爲何？

（下轉第 15 頁）

*程暫行綱要*。教育部編印。

2.陳英娥（1998）。*數學臆測：思維與能力的研究*。國立台灣師範大學科學教育研究所博士論文（未出版）。

3.（2003，3 月 25 日）。「一綱多本」問題何時了？*國語日報*，第十三版。

4.National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

5.National Council of Teachers of Mathematics (2000). *The principles and standards for school mathematics.* Reston, VA:NCTM.

---

（上承第 20 頁）

數值就好了，不一定非要是整數不可；這個觀念雖然簡單，但是就像鴿籠原理本身一樣，初看並不起眼，卻常能小兵立大功，時有令人意想不到的妙用。

## 參考資料

1.許介彥（2000），鴿籠原理及應用舉例，科學教育月刊，第 232 期。

2.R. Grimaldi. *Discrete and combinatorial mathematics, Addison-Wesley,* 1999.

3.R. Johnsonbaugh. *Discrete mathematics*, 5th edition, Prentice Hall, 2001.

---

（上承第 37 頁）

**問題編號 921205**

有一數列第 1 項 $a_1$=2，第 2 項 $a_2$=7；今將兩數相乘得到 14，且將十位數"1"視爲第 3 項 $a_3$，個位數"4"視爲第 4 項 $a_4$；再將末二項（1 與 4）相乘得 4，並令其爲第 5 項；再將末二項（4 與 4）相乘，...如此繼續下去，可得數列的任意項。試求：

(1)此數列的第 20 項爲何數？

(2)此數列的第 1000 項爲何數？

(3)若將 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 7 \end{cases}$ 改成 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 3 \end{cases}$、$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 4 \end{cases}$、$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 5 \end{cases}$、$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 9 \end{cases}$ 等，則其結果又會如何？有何較具體的結論。