

中學生通訊解題第十五期題目

臺北市立建國高級中學 數學科

問題編號

901501

有若干個大小不同的正立方體積木，由下而上堆成如右所示之塔形，使上面正方體底部的四個頂點，恰是下面正方體頂部各邊之中點。已知最下面正方體的體積為 1，且從四周或上面能看到的表面積超過 8.9，試求這些正方體之個數至少有幾個？



問題編號

901503

下表是一個 4×4 的方格，在每個小方格的四個角落都寫上一個數字，其規則是：以 4×4 方格的四個端點為起點，然後按照的排

1
 2 3
 4 5 6

列方式，寫滿整個 4×4 方格。

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 7 | 3 | 4 | 6 | 2 | 10 | 1 |
| 10 | 16 | 13 | 14 | 15 | 11 | 16 | 7 |
| 2 | 11 | 5 | 8 | 9 | 5 | 13 | 3 |
| 6 | 15 | 9 | 12 | 12 | 8 | 14 | 4 |
| 4 | 14 | 8 | 12 | 12 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | 13 | 5 | 9 | 8 | 5 | 11 | 2 |
| 7 | 16 | 11 | 15 | 14 | 13 | 16 | 10 |
| 1 | 10 | 2 | 6 | 4 | 3 | 7 | 1 |

- (1) 若把表格改成 $n \times n$ 的方格。試證：每一個小方格內的四個數字的和皆相等。
- (2) 若把表格改成 15×15 的方格，且每個小方格內右下角的數字都寫不出來。

試求：第 8 列第 7 行的小方格內的三個數字的和是多少？

(下轉第 30 頁)

問題編號

901502

設 $a=1+2+\cdots+10$ ， $b=1^2+2^2+\cdots+10^2$ ，
 $c=1^3+2^3+\cdots+10^3$ 及 $d=1^4+2^4+\cdots+10^4$

自 1~10 中任選 2 個相異的數相乘，S 代表所有可能情形的和；自 1~10 中任選 4 個相異的數相乘，T 代表所有可能情形的和。

即 $S=1 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 4 + \cdots + 8 \times 10 + 9 \times 10$ ，

$T=1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 \times 2 \times 3 \times 5 + 1 \times 2 \times 3 \times 6 + \cdots + 6 \times 8 \times$

$9 \times 10 + 7 \times 8 \times 9 \times 10$ ，試以 a, b, c, d 的式子表

示 S、T。