

# Le temps en physique Quantique Relativiste

O. Costa de Beauregard

Institut Henri Poincaré, Paris

ABSTRACT (*Time in relativistic quantum physics*)

The paradigm of a period of time «deployed in the act» and intrinsically symmetrical (theoretical reversibility of the relation of cause and effect) is not necessarily linked to deterministic metaphysics, as it can be expressed in terms of quantum physics. The intrinsic reversibility of probabilities and conditional amplitudes obliges us to moderate the rigidity of the traditional declarations concerning irreversibility, attributed to Carnot, Clausius, Laplace and Boltzmann. All physicists today know that the temporal irreversibility of physical phenomena is *de facto* and not *de iure*; —This does not necessarily imply the suppression of advanced actions and decreasing probabilities, but definitely a strong regression of these. On the other hand, the well-established fact of quantum inseparability, insensible to spacial as well as to temporal distances, without doubt suggests the possibility of liminary phenomena in psychoneurology.

## 1. Introduction

Poincaré<sup>1</sup>, le promoteur du concept de l'espace-temps pseudo-euclidien, interprète les changements de repères d'inertie, ou repères lorentziens, comme des rotations hyperboliques du tétrapode cartésien. Dans l'espace tridimensionnel ordinaire une rotation du tripode cartésien ne permet pas d'échanger la droite et la gauche; il faut pour cela une symétrie-miroir, dite opération de parité, notée P, consistant à retourner un, ou trois, des axes. Semblablement, dans l'espace-temps, une rotation du tétrapode ne permet ni d'échanger la droite et la gauche, ni de retourner l'axe du temps. Dans l'espace-temps on est donc amené à considérer, en plus de l'opération P, une opération T, retournement de l'axe du temps.

<sup>1</sup> H. POINCARÉ, *Rendiconti Circ. Mat. Palermo*, 21, 129 (1906).

Les rotations de Poincaré constituent ce qu'on appelle le groupe de Lorentz strict, groupe continu, dit aussi « orthochiral » et « orthochrone » (pour la raison qu'on vient de dire).

Le principe de relativité macroscopique énonce l'invariance des lois physiques sous le groupe de Lorentz strict. Sont ainsi « conservées » les diverses lois d'irréversibilité — croissance de la probabilité ou de l'entropie, retardation des ondes, causalité retardée, etc... (ainsi que, d'ailleurs, les lois de chiralité biologiques découvertes par Pasteur).

Mais on sait qu'en 1876 Loschmidt a objecté à ce que Boltzmann considèrerait être une « deduction » probabiliste du principe de Carnot et de Clausius que les lois élémentaires de la mécanique et du calcul des probabilités sont réversibles. D'abord pris de court, puis ayant repensé la question, Boltzmann<sup>2</sup> proposa une théorie de la réversibilité de droit et de l'irréversibilité de fait retrouvée ensuite par de nombreux auteurs, selon laquelle la formalisation de l'irréversibilité ne se trouve pas dans les équations d'évolution, mais dans les conditions aux limites qu'on choisit pour intégrer ces équations. En physique, on accepte les évolutions du type retardé, et rejette les évolutions du type avancé.

Ce qui Loschmidt et Boltzmann ignoraient est que, plus d'un siècle auparavant, Laplace<sup>3</sup>, dans la suite de ses fameux « mémoires » consacrés à la probabilité conditionnelle, avait produit « en passant » une solution équivalente, mais beaucoup plus générale, en ce qu'elle est énoncée dans le calcul des probabilités lui-même. En bref (j'y reviendrai dans la Section 3), Laplace formalise le principe d'irréversibilité comme une pondération des probabilités a priori afférentes à l'état initial et à l'état final. En 1911 Van der Waals<sup>4</sup> explique la relation entre les points de vue de Laplace et de Boltzmann.

Ces importantes remarques de Laplace et de Boltzmann suggèrent qu'en relativité le « principe d'irréversibilité de fait et de réversibilité de droit » doit se retrouver comme une dialectique entre l'invariance macro-relativiste définie par Poincaré et une invariance micro-relativiste affirmant, en plus de la précédente, l'invariance des lois fondamentales sous les réflexions spatio-temporelles du tétrapode.

Lüders<sup>5</sup>, en 1954, montre que l'invariance sous la réflexion forte  $\pi$  s'interprète comme le produit CPT d'une réflexion faible, notée PT, et de l'échange particule-antiparticule, noté C. Voyons cela.

<sup>2</sup> L. BOLTZMANN, *Leçons sur la théorie des gaz*, tr. fr. Gauthier Villars, Vol. 2, pp. 251-253 (1902).

<sup>3</sup> P. S. DE LAPLACE, *Mémoire sur les probabilités des causes*, 1774, reproduit in *Oeuvres Complètes*, Gauthier Villars, Vol. 8, pp. 27-65 (1908) (et plusieurs articles ultérieurs).

<sup>4</sup> J. D. VAN DER WAALS, *Physik. Zeits.* 12, 547 (1911).

<sup>5</sup> G. LÜDERS, *Zeits. f. Phys.* 133, 325 (1952).

Dirac<sup>6</sup>, en 1927, produit une équation relativiste de l'électron qui est du premier ordre en les dérivées suivant le temps et l'espace, et en la masse propre  $m$ . Dans une telle théorie le quadrivecteur impulsion-énergie  $\underline{p}$  de la particule libre, qui est «du genre temps», peut être soit du genre «temps futur», soit du genre «temps passé» (fig. 1). Si l'on postule

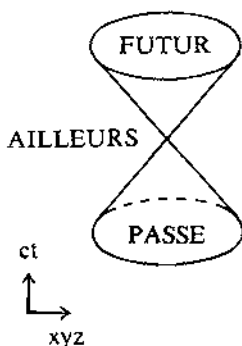


FIG. 1

que la quadrivitesse  $\underline{V}$  est essentiellement du genre temps futur, la formule habituelle

$$\underline{p} = m\underline{V}$$

prédit donc deux états de mouvement possibles, l'état «particule» tel que  $m > 0$ , et l'état «antiparticule» tal que  $m < 0$ . Cette spéculation (due à Dirac, Stückelberg en Feynman) a été brillamment confirmée par l'expérience: en 1935 Anderson observe le positron, antiparticule de l'électron. Et ce ne fut que le début d'une longue histoire.

Appelons  $\mathcal{M}$  l'opération d'échange  $+m \rightleftharpoons -m$ . L'algèbre montre que<sup>7</sup>,  $Z$  notant ce qu'on appelle le passage du  $\psi$  au  $\bar{\psi}$  ( $\psi$  notant la fonction d'onde complexe), l'échange particule antiparticule est

$$C = \mathcal{M}Z.$$

D'autre part on sait que,  $T$  notant le changement de signe du terme de temps dans l'équation d'onde, Wigner<sup>8</sup> a montré que le retournement physique du

<sup>6</sup> P. A. M. DIRAC, *Proc. Roy. Soc.*, A 117, 610 et 118, 351 (1928).

<sup>7</sup> O. COSTA DE BEAUREGARD, «CPT revisited, a manifestly covariant presentation» in *The wave particle dualism*, S. Diner, D. Fargue, G. Lochak, F. Selleri eds., Reidel, 485-498 (1984).

<sup>8</sup> E. P. WIGNER, *Göttinger Nachr.*, 31, 546 (1932).

$$T = \mathcal{E}\mathcal{X}$$

Notant

$$P = \mathcal{P}$$

l'opération de parité, la loi d'invariance

$$M\mathcal{P}\mathcal{E} = 1$$

est directement évidente sur l'équation de Dirac (ou ses analogues). Il s'en suit que

$$M\mathcal{P}\mathcal{E} = \text{CPT} = 1:$$

c'est le théorème de Lüders.

Un argument géométrique sera peut être plus parlant.

La réflexion forte  $\pi^{it}$  du tétrapode a deux effets; elle inverse à la Loschmidt le réseau des collisions de particules; c'est ce qu'on peut appeler l'inversion covariante du mouvement, PT. D'autre part elle retourne les flèches des quadrivecteurs, et par conséquent, compte tenu du principe de Dirac-Stüeckelberg-Feynman, elle échange les particules et les antiparticules. Sur l'exemple d'une paire électron-positron et deux photons, les fig. 2a et 2b montrent l'opération C, les fig. 2b et 2c l'opération PT, et les fig. 2a et 2c l'opération CPT. L'examen de la figure montre ainsi que CPT est bien la réflexion forte  $\pi^{it}$ . Donc.

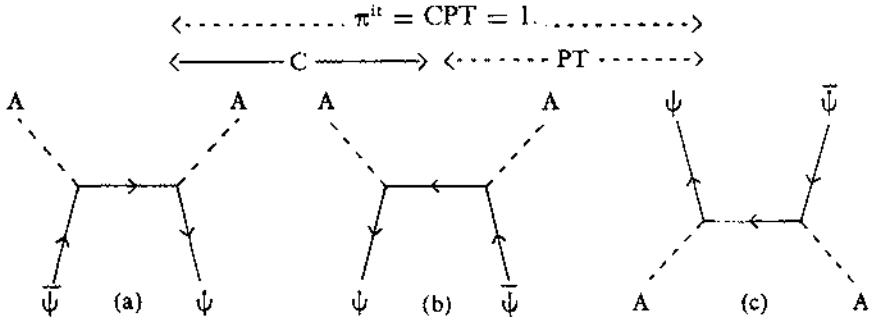


FIG. 2

En étendant à la micro-relativité une expression habituelle en macro-relativité, on peut dire que «l'inversion covariante du mouvement» PT et «l'échange particule-antiparticule» C sont «deux images relatives» du même processus fondamental.

On vient d'examiner la réflexion forte  $\pi^i$  sous son «aspect actif» de renversement physique d'une évolution. Qu'en est il au «sens passif», où l'évolution est conservé, mais où c'est la nomenclature qui est inversée? On retourne les axes (c'est à dire, pour le temps, qu'on passe à un «compte à revours»); et l'on échange les étiquettes «particule» et «antiparticule»: l'électron devient l'antiparticule, et le positron la particule.

Montrons que la CPT-invariance est bien l'extension quantique et relativiste de la T-invariance de Loschmidt. Pour une transitio elle entraine la «loi de bilan détaillé»

$$A + \overline{B} + \dots \rightleftharpoons C + \overline{D} + \dots$$

où (attention!) une barre signifie particule à gauche du signe  $\rightleftharpoons$ , antiparticule à droite (et vice-versa pour non-barre).

Voici pour finir une petite fable assez parlante. Soit un film de cinéma montrant une voiture continentale (direction à gauche) entrant dans un garage en marche avant. Retourné recto-verso (opération P) la même film montre une voiture anglaise (direction à droite) entrant dans un garage en marche avant. Projeté à rebours (opération T) le film montre une voiture continentale sortant d'un garage en marche arrière. Retourné recto-verso et projeté à rebours le film montre une voiture anglaise sortant d'un garage en marche arrière. Convenont d'appeler «particule» une voiture continentale en marche avant, «antiparticule» une voiture anglaise en marche arrière. On voit que l'opération PT équivaut à l'opération C.

En géométrie spatio-temporelle, l'analogue de l'échange «marche avant-marche arrière» est le changement du signe de la masse propre, et donc du «produit scalaire»  $\underline{p} \cdot \underline{V}$ .

## 2. Algèbre des amplitudes conditionnelles quantiques. graphes de Feynman

Une affirmation récurrente dans les exposés introductifs à la relativité est qu'une description spatio-temporelle, où «tout est écrit» —passé, présent, futur «à la fois» (à la fois n'étant pas synonyme de *en même temps*) est essentiellement déterministe.

La réfutation est fournie par un contre-exemple: l'algèbre des graphes de Feynman, couramment utilisée en mécanique quantique, est probabiliste, et a une image spatio-temporelle. Donc une description spatio-temporelle des évolutions physiques est compatible avec un calcul des probabilités.

Il reste à comprendre comment cela est possible, et c'est parfois assez subtil.

Une première remarque est que les incertitudes de Heisenberg, c'est à dire la «complémentarité» entre description spatio-temporelle et description en impulsion-énergie, ôte au concept de l'espace-temps l'objectivité que lui avait conférée la physique classique. Vus à l'échelle macroscopique les «objets» —et notamment les appareils de préparation ou de mesure dans une expérience quantique— *semblent* «avoir» à la fois une position spatio-temporelle et une impulsion-énergie, parce qu'à cette échelle les erreurs de mesure sont largement supérieures à celles des relations de Heisenberg. Mais là n'est pas la solution du problème: on verra dans la Section 3 que l'algèbre classique des probabilités conditionnelles, initiées par Laplace en 1774, se laisse, elle aussi, mettre en forme explicitement relativiste; or les incertitudes de Heisenberg lui sont inconnues.

Une autre remarque, celle là tout à fait appropriée, est que les diverses probabilités a priori, afférentes à l'état initial et à l'état final, sont pensées comme «étant là» dans l'espace-temps (ou dans l'espace des impulsions-énergies, si telle est la description choisie).

Par conséquent, comme il n'y a qu'une histoire macroscopique des évènements, et qu'il y aurait donc non-sens à prétendre la récrire, la conception fréquentielle de la probabilité est essentiellement exclue d'une description relativiste; il faut donc revenir à la conception subjectiviste qu'avaient proposée les fondateurs (Daniel Bernoulli, Bayes, Laplace) et que soutient aujourd'hui Jaynes<sup>8</sup>. Cette remarque n'est pas essentiellement nouvelle, parce qu'on pouvait la faire aussi en calcul classique des probabilités, où était postulée l'existence d'un «déterminisme caché». Voyons cela de plus près à la lumière de ce qu'écrivait Paul Lévy<sup>9</sup>.

Classiquement deux tests étaient déclarés statistiquement identiques s'ils l'étaient à la différence près des variables tenues pour négligeables. Par exemple, l'aérodynamicien qui «répète une mesure» sur une maquette d'avion ne tiendra pas compte de la phase de la lune, ni du cours des valeurs boursières. Semblablement, en mécanique quantique relativiste, un graphe de Feynman est considéré comme une «image encadrée», abstraction faite du rattachement à l'environnement. Les amplitudes terminales, que Dirac<sup>10</sup> note comme des «bras  $\langle |$  ou des «kets  $| \rangle$ », notent de manière abrégée des amplitudes conditionnelles  $\langle | E \rangle$  ou  $\langle E | \rangle$  rattachant le système à l'environnement. En description spatio-temporelle Dirac les note  $\langle | x \rangle$  ou  $\langle x | \rangle$  et, en description quadri-fréquence,  $\langle | k \rangle$  ou  $\langle k | \rangle$ . Dans son algèbre des amplitudes, qu'il a codifiée sous la forme d'un «calcul symbolique» courant pour ainsi dire

<sup>8</sup> P. LÉVY, *Calcul des Probabilités*, Gauthier Villars, chapitre III, p. 34 (1925).

<sup>10</sup> P. A. M. DIRAC, *The Principles of Quantum Mechanics*, 3.<sup>e</sup> ed., Clarendon Press, Oxford (1947).

de lui-même, il y a la *transposition* d'une conception «bayésienne», classique en calcul des probabilités.

Ces remarques faites le concept d'un «test répétable» reprend un sens; la conception fréquentielle de la probabilité peut revenir sur scène. Deux tests statistiquement identiques seront figurés macroscopiquement comme déduits l'un de l'autre par translation dans l'espace-temps.

Le moment est venu d'examiner plus spécifiquement cette algèbre des amplitudes de Dirac, à laquelle Feynman<sup>11</sup> a conféré une covariance relativiste explicite. En amont de l'algèbre de Dirac il a celle initiée en 1926 par Born<sup>12</sup> et par Jordan<sup>13</sup> —une invention ayant l'ampleur d'un changement de paradigme «copernicien». Born et Jordan abrogent les deux règles classiques d'addition des probabilités partielles et de multiplication des probabilités indépendantes et les remplacent par des règles similaires portant sur des amplitudes. Dans le jeu classique de «pile-ou-face», la probabilité de «pile» ( $1/2$  si la pièce est correcte) plus celle de «face» ( $1/2$  si la pièce est correcte) s'additionnent pour faire 1. Si l'on joue avec deux pièces, les probabilités de «pile-pile» et «face-face» valent  $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ , et celle de «pile-face et face-pile» vaut  $2 \cdot 1/4 = 1/2$ . Telles sont les règles familières que Born et Jordan ont abrogées.

Et pourquoi les ont-ils abrogées? Le dualisme onde-particule, proposé par Einstein en 1905 et 1913 sous la forme du photon associé à l'onde lumineuse, et par Louis de Broglie en 1925 sous la forme de l'onde matérielle associée à toute particule, était un peu le «mariage de la carpe et du lapin» en ceci que l'onde est continue et la particule discontinue. Le concept de la probabilité est un intermédiaire tout désigné en ce genre d'affaires. Born, très naturellement, postule donc que l'intensité de l'onde, au sens classique, est la probabilité de manifestation de la particule en un instant-point. Mais on sait, en acoustique et en optique classiques, que, dans les phénomènes «pour» où il y a cohérence des phases (le son en tant qu'opposé au bruit) ce ne sont pas les intensités, mais les phases qui s'ajoutent, produisant les phénomènes d'interférence spatiale ou de battement temporels. Sans trop crier «gare», Born remplace donc la loi classique d'addition des probabilités partielles par une loi, radicalement nouvelle, d'addition des amplitudes partielles. En la même année 1926 Jordan complète et systématise cette proposition, et remplace la loi de multiplication des probabilités indépendantes par celle de multiplication des amplitudes indépendantes. Plus tard Dirac synthétise cette nouvelle «algèbre ondulatoire des amplitudes de probabilité» sous la forme d'un élégant calcul symbolique courant pour ainsi de lui-même.

<sup>11</sup> R. P. FEYNMAN, *Phys. Rev.*, 76, 749 et 769 (1949).

<sup>12</sup> M. BORN, *Zeits. f. Phys.*, 38, 803 (1926).

<sup>13</sup> P. JORDAN, *Zeits. f. Phys.*, 40, 809 (1926).

J'ai groupé les règles fondamentales de cette algèbre dans le Tableau 1 ci-contre, qu'il n'est pas à propos de commenter en détail dans un exposé d'intérêt général; je l'ai fait ailleurs<sup>14</sup> Je me bornerai à quelques remarques.

Par définition même une algèbre est intemporelle. Le concept de probabilité impliqué dans l'algèbre de Dirac (ou de Born-Jordan) est donc essentiellement intemporel, et ne reçoit une interprétation temporelle (ou spatio-temporelle) que dans ses interprétations géométriques — par exemple, dans le calcul des amplitudes associées aux graphes de Feynman.

Sous sa forme intemporelle, une amplitudes de transition de Dirac relie ce qu'on appelle deux «représentations» d'un système — par exemple, la représentation de la polarisation d'une onde lumineuse en termes de deux polarisations linéaires ou de deux polarisations circulaires complémentaires l'une à l'autre — «orthogonales», comme on dit dans le jargon.

Dans son application géométrique aux graphes de Feynman, l'algèbre de Dirac jouit de l'invariance topologique, c'est à dire d'une indifférence à toute déformation sans désarticulation du graphe. Je donne ici deux exemples qu'on trouve dans les articles originaux de Feynman. Les figures 2 a, b, c (déjà discutées) sont topologiquement équivalents; au sens de la micro-relativité ce sont donc diverses «images relatives» d'un même processus essentiel: annihilation d'une paire électron-positron en deux protons (fig. 2 a ou b) et l'inverse (fig. 2 c); «effet Compton», ou choc électron-photon (2 d).

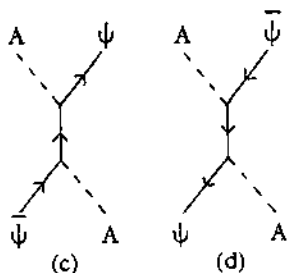


FIG. 2

Les figures 3 détaillent un autre «graphe essentiel»: répulsion de deux électrons (3 a), attraction électron-positron (3 b et c); la figure 3 c est ce qu'on appelle une «fluctuation du vide»: un processus «virtuel» d'annihilation-et-crédation de la paire.

<sup>14</sup> O. COSTA DE BEAUREGARD, «Spacetime and probability, classical and quantal», in *the World view of contemporary physics*, R. Kitchener ed., State University of New York Press (sous presse).



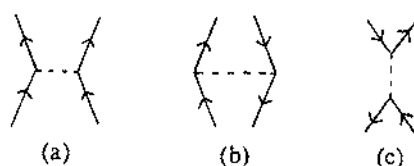


FIG. 3

Avant Feynman, tous ces effets avaient été fort laborieusement calculés, la principale difficulté ayant été de trouver à la fin du calcul la covariance relativiste qu'on avait mal exprimée au départ. Feynman fit sensation en produisant les bonnes formules directement, en une ligne —après quelques pages d'explications générales qui renouvelaient la face des choses.

Je comparerais volontiers les graphes de Feynman à d'élégantes toiles d'araignée rattachées à l'environnement par des fils d'ancrage étiquetés par les amplitudes a priori discutées plus haut. Ils jouissent de la CPT invariance, et doivent être pensés comme des images encadrées, parce qu'en fait on ne peut pas CPT-inverser l'environnement. Il serait déjà difficile de P-inverser l'environnement, d'embaucher des expérimentateurs gauchers utilisant des vis lévogyres et nourris d'anti-sucre; et encore moins facile de la T-inverser, de remplacer les «causes efficientes» par des «causes finales»; et de la C-inverser, de remplacer la matière par l'anti-matière!

Voyons maintenant la relation entre la CPT-invariance et les deux symétries prédiction-rétrodiction, et ondes retardées-ondes avancées.

Fock<sup>15</sup> et Watanabe<sup>16</sup>, indépendamment, ont expliqué qu'en mécanique quantique les ondes retardées servent à la prédiction statistique et les ondes avancées à la rétrodition statistique. Ils ont ainsi lié organiquement deux symétries de droit et asymétries de fait bien connues. La première, concernant la prédiction et la rétrodition, n'est autre que celle discutée par Loschmidt et par Boltzmann —et avant eux déjà par Laplace; en thermodynamique cette asymétrie s'appelle «principe de Carnot». La seconde, concernant la propagation des ondes, est un fait d'observation courante. On peut, il est vrai, produire une onde convergente au moyen d'une «conspiration de causalités» respectant la cohérence des phases, comme le font les instruments d'optique; mais à l'ori-

<sup>15</sup> V. FOCK, *Dokl. Akad. Nauk.*, SSSR 60, 1157 (1958).

<sup>16</sup> S. WATANABE, *Rev. Mod. Phys.*, 27, 26 (1955).

gine il y a eu une onde divergente. Ce problème demande réflexion car, sur une corde de violon, les deux directions de propagation sont équivalentes. C'est quand on passe à l'espace à trois dimensions qu'une «dissymétrie de fait» apparait entre ondes convergentes et ondes divergentes.

De 1906 à 1909 une vive discussion a opposé Ritz à Einstein <sup>17</sup>, le premier soutenant que la retardation des ondes doit être postulée pour déduire le croissancement de l'entropie, le second que la retardation des ondes doit se comprendre sur une base statistique. Ce fut une «querelle de sourds». Or, la vérité est que les deux propositions sont réciproques, comme l'ont montré plus tard Fock et Watanabe. Ritz et Einstein connaissaient le photon, mais pas encore l'onde broglieenne; de ce fait ils ne voyaient pas que diffusion d'ondes et mutuelle diffusion de particules vont la main dans la main.

Dans la pensée de Planck aussi les deux idées étaient rapprochées. Il les synthétisa dans sa formule de l'entropie d'un faisceau lumineux, impliquant que l'entropie croit lors d'une diffusion, même cohérence.

Maintenant je vais argumenter dans le formalisme covariant de Schwinger <sup>18</sup> plutôt que dans celui de Feynman. Je rappelle que Dyson <sup>19</sup> a démontré l'équivalence des deux formalismes.

L'amplitude de transition entre une préparation  $|A\rangle$  et une mesure  $|C\rangle$  peut s'exprimer en termes d'un opérateur unitaire d'évolution  $U$  sous trois formes équivalentes:

$$\langle C | UA \rangle = \langle CU | A \rangle = \langle C | U | A \rangle.$$

La première reflète un calcul prédictif; elle «projette» l'onde retardée  $|UA\rangle$  issue de la préparation sur l'onde mesurée  $|C\rangle$ , un processus appelé «collapse du  $\psi$ ». La seconde reflète un calcul rétrodictif: elle «projette» l'onde avancée  $|U^{-1}C\rangle$ , qui sera absorbée dans la mesure, sur l'onde préparée  $|A\rangle$ , un processus que j'ai proposé d'appeler «rétro-collapse». La troisième forme, symétrique, illustre ce que j'appelle «collapse-et-rétrocollapse». Ces remarques résument l'argument de Fock et de Watanabe. Ce qu'il faut bien voir est que la symétrie onde retardée-onde avancée, au sens de Fock et de Watanabe, équivaut à la CPT invariance, et pas du tout à la PT-invariance (comme il pourrait sembler à première vue).

Le formalisme de la «matrice S» (celui de Feynman-Schwinger-Dyson) jouit de la CPT-invariance; ceci est lié à l'emploi du propagateur de Feynman, un point trop technique pour être discuté ici.

<sup>17</sup> W. RITZ et A. EINSTEIN, *Phys. Zeits.*, 10, 323 (1909).

<sup>18</sup> J. SCHWINGER, *Phys. Rev.*, 74, 1439 (1948).

<sup>19</sup> F. J. DYSON, *Phys. Rev.*, 75, 486 (1949).

Au coeur du propagateur de Feynman —comme aussi des autres propagateurs qu'on peut avoir à utiliser— il y a le noyau de Fourier

$$\langle k | x \rangle = \langle x | k \rangle^* = \exp(ik \cdot x).$$

Ce n'est pas un hasard, mais une conséquence nécessaire<sup>20</sup> de deux prémisses: 1.° Algèbre «ondulatoire» des amplitudes de Born et de Jordan. 2.° invariance par translation dans les espaces plats. Ainsi, la propagation «sinusoïdale» des «ondes de probabilité» quantique, qui avait intrigué au début, a des racines profondes, et dans l'algèbre, et dans la structure de l'espace.

Les physiciens «réalistes» ont tendance à considérer comme fondamentale, au sens étymologique, la propagation des ondes, porteuses d'impulsion-énergie et de moment angulaire, obéissant à l'équation de Schrödinger (ou à ses descendantes relativistes); et au contraire comme secondaire (voire même «ajouté arbitrairement») le «collapse du  $\psi$ ». Je pense que la vérité est exactement opposée. *Le fondamental en mécanique quantique est le jeu stochastique question-réponse, ou préparation-mesure, selon l'algèbre de Born-Jordan; ce qui est ancillaire est la connection spatio-temporelle par les propagateurs de Feynman.*

Je vois celle-ci comme analogue à un câblage d'ordinateur au service du jeu question-réponse. Ce câblage, bien sûr, connecte le demandeur avec lui-même. Celui-ci, s'asseyant devant le clavier vers le début de ce siècle, pensait s'enquérir de la structure et du fonctionnement de l'ordinateur en lui-même. Et voilà qu'à partir des «années 25» la nature énigmatique des réponses reçues l'amène à s'interroger sur sa propre manière d'être au monde, d'être-en-un-monde à la fois «étrange», et beaucoup moins «étranger» à lui-même qu'il ne l'avait d'abord pensé.

Ce que «transportent» les ondes quantifiées ce n'est donc pas tant de l'impulsion-énergie et du moment angulaire que de l'information, conformément à la cybernétique «ondulatoire» définie en 1926 par Born et Jordan, dont les implications métaphysiques ne sont pas encore complètement perçues.

En terminant cette Section je mentionne que les deux concepts d'*amplitude de transition* (entre deux représentations) et d'*amplitude conditionnelle* sont synonymes. Une amplitude de Feynman s'entend *si et seulement si* chacune des préparations et des mesures mentionnées dans la formule est effectuée. Voilà qui justifie la proposition. Si l'on ajoute que ce qui compte dans la formule, c'est l'ajustement des appareils de préparation et de mesure lorsque les particules les traversent, indépendamment de ce

<sup>20</sup> A. LANDÉ, *New Foundations of Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, pp. 161-163 (1965).

que sont ces ajustements avant ou après, on aura spécifié la racine du redoutable «paradoxe EPR», en tant qu'illustration spatio-temporelle de l'algèbre de Born et de Jordan.

### 3. Une reformulation de l'algèbre classique des probabilités conditionnelles

L'existence et la parfaite opérationnalité de la mise en forme relativiste par Feynman de l'algèbre des probabilités quantiques amène à se demander s'il ne serait pas possible de conférer aussi une invariance relativiste explicite au calcul classique des probabilités. Je me suis récemment avisé que cela est parfaitement possible. L'algèbre des probabilités conditionnelles proposée par Laplace<sup>3</sup>, en 1774 et les années suivantes, et reconnue par lui symétrique entre «cause» et «effet», se laisse formaliser sans aucune difficulté d'une manière strictement «correspondante» (au sens de Bohr) à l'algèbre des amplitudes quantiques de Born-Jordan-Dirac-Feynman. Je présente, sans la commenter, cette formalisation dans le Tableau 2, où chacune des équations reçoit le même numéro que l'équation correspondante du Tableau 1. On voit que le parallélisme est parfait, la dernière équation ( $\omega$ ) du Tableau 1 étant exclue, d'où il appert que *ce parallélisme n'implique pas une superposabilité au niveau de l'interprétation*. Je reviendrai sur ce point important.

Comme celle de Born-Jordan, l'algèbre de Laplace est essentiellement intemporelle; comme elle, elle jouit de l'invariance topologique vis à vis des déformations des chaînes d'occurrences A, B, C, ... En particulier, la réversibilité de cette algèbre entraîne la PT invariance de ses applications géométriques, reconnue par Laschmidt en 1876. Bien sûr la CPT-invariance n'a pas cours ici; et pourtant, si Loschmidt avait imaginé ses molécules en collision comme analogues à des balles de fusil ogivales en rotation, il aurait été amené à concevoir quelque chose d'analogue à la CPT-invariance.

Dans l'algèbre de Laplace aussi, les deux locutions *probabilité conditionnelle intrinsèque* et *probabilité de transition* entre deux «représentations» d'un système sont mutuellement équivalentes, ainsi que l'a signalé Accardi<sup>21</sup>.

<sup>21</sup> L. ACCARDI, «The probabilistic roots of the quantum paradoxes», in *ref. 7*, pp. 297-330 (1984).

#### 4. Comparaison des deux algèbres. Leur réversibilité. Leur invariance topologique

Au coeur de l'algèbre de Laplace il y a la probabilité conditionnelle intrinsèque, ou de transition, réversible

$$(1 L) \quad (A | C) = (C | A);$$

L'opération symbolisée par cette formule est l'échange des lignes et des colonnes d'un tableau rectangulaire, ce qu'on appelle «transposition matricielle». L'interprétation est que, abstraction faite des probabilités a priori de A et de C, la probabilité conditionnelle (intrinsèque) «de A si C» égale celle «de C si A».

Au coeur de l'algèbre de Dirac il y a l'amplitude conditionnelle intrinsèque, ou de transition, réversible

$$(1 D) \quad \langle A | C \rangle = \langle C | A \rangle^*,$$

comprise comme «conjugaison hermitienne» d'une matrice à éléments complexes (transposition et passage au complexe conjugué). Les amplitudes conditionnelles de «A si C» et de «C si A» sont égales en module.

La formule précédemment numérotée ( $\omega$ )

$$(\omega) \quad (A | C) = | \langle A | C \rangle |^2$$

exprime, dans l'algèbre de Dirac, la probabilité conditionnelle sous une forme qui abroge les deux règles classiques d'addition des probabilités partielles et de multiplication des probabilités indépendantes; cela, du fait de la présence de termes «rectangles» ou «croisés» au second membre. Ces termes contiennent les différences des phases (des «arguments», dans l'algèbre complexe); ce sont donc des termes du type «interférence» ou «battement» ondulatoire. Ils entraînent ce qu'on appelle, algèbriquement parlant, «non séparabilité» et, géométriquement parlant, «non-localité» —une propriété radicalement nouvelle, et qui a donné beaucoup de migraines aux théoriciens des quanta.

On peut faire apparemment disparaître ces termes rectangles en usant de ce qu'on appelle une «représentation adaptée»; mais ils ne sont alors pas plus «annihilés» que ne l'est la troisième dimension d'une boîte d'allumettes regardée perpendiculairement à l'une de ses faces.

Les appareils de préparation ou de mesure quantiques sont agencés de manière à concrétiser une certaine «représentation adaptée». Un système préparé, ou mesuré, de cette façon a perdu apparemment ses relations de phase, quoiqu'une discussion plus fine révèle qu'à la vérité ces rela-

tions de phase sont reportées sur la relation du système à l'environnement. Faire acte de préparation ou de mesure consiste donc à décider d'ignorer ce que sont devenues ces relations —qu'il serait d'ailleurs difficile de «repêcher». C'est pourtant ce qu'on fait dans certaines expériences de «corrélation» dont l'interprétation est tout à fait étrangère au paradigme formalisé par le calcul classique des probabilités.

Il est souvent nécessaire d'exprimer une probabilité ou une amplitude conditionnelle avec une sommation sur des états intermédiaires B. La formule classique est alors

$$(2 L) \quad (A | C) = \Sigma (A B)(B C)$$

et la formule quantique

$$(2 D) \quad \langle A | C \rangle = \Sigma \langle A | B \rangle \langle B | C \rangle.$$

Ces formules étant algébriques le mot «intermédiaire» s'entend au sens algébrique en évidence, rien de plus. Dans leur interprétation géométrique spatio-temporelle, avec un axe de temps «vertical» et trois axes d'espace «horizontaux», ces formules jouissent de l'invariance topologique vis à vis des formes V, A < (ou C) du zigzag ABC. Quoique leurs formes se «correspondent» les deux précédentes équations diffèrent radicalement quant à l'interprétation. Dans la formule classique la sommation est conçue comme portant sur des états «réels chachés»; mais, dans la formule quantique, en raison de la non-séparabilité cette, somme est dite porter sur des «états virtuels».

Examinons alors les formules «correspondantes»

$$(3 L) \quad |A)(C| = |A)(A|C)(C|.$$

$$(3 D) \quad |A \rangle \langle C| = |A \rangle \langle A|C \langle C|.$$

La première exprime une probabilité jointe  $|A)(C|$  comme le produit de trois probabilités indépendantes: la probabilité conditionnelle intrinsèque  $(A|C)$ , et les deux probabilités a priori  $|A)$  et  $(C|$ . Suivant une autre terminologie, la probabilité de transition extrinsèque  $|A)(C|$  est le produit de la probabilité de transition intrinsèque  $(A|C)$  par les nombres d'occupation  $|A)$  et  $(C|$  des deux états A et C (éventuellement, les valeurs probables de ces nombres). Si les deux occurrences A et C sont des événements spatio-temporels il y a lieu de discuter l'invariance topologique de la formule; par exemple, A et C peuvent désigner les états de mouvement de deux molécules qui se choquent.

Alors la forme A du zigzag ABC illustre un calcul prédictif de la

probabilité de collision:  $(A | C)$  est la mutuelle section efficace des deux molécules,  $|A)$  et  $(C |$  les nombres d'occupation de leurs états initiaux. Inversement, la forme V du zigzag illustre un calcul rétrodictif,  $|A)$  et  $(C |$  notant les nombres d'occupation des états finaux.

La même formule vaut pour la forme C du zigzag,  $|A)$  notant le nombre d'occupation initial de l'état initial et ici le nombre d'occupation final de l'état final. Ici s'impose un instant de réflexion, parce que ni Boltzmann, ni Laplace dans des cas analogues, ne multipliaient  $(A | C)$  par  $(C |$ , la probabilité a priori de l'état final. Laplace<sup>3</sup> considérait qu'on n'a pas de «raisons suffisantes» d'assigner diverses valeurs  $(C |$ , ce qui revenait à affirmer l'impossibilité de «connaître les futurs contingents»; quant à Boltzmann<sup>2</sup>, il considérait qu'en physique les divers états finaux sont également probables. Or, la vérité est que le postulat commun à Laplace et à Boltzmann est non seulement intrinsèquement illogiques, mais qu'il est réfuté expérimentalement.

La multiplication de  $(A | C)$  par  $|A)$  implique en effet ce qu'on appelle «l'indiscernabilité statistique» des molécules. Mais alors, la molécule transistante a  $(C |$  manières d'aboutir dans l'état final, et il faut donc multiplier par  $(C |$ . Et c'est bien ce que l'expérience a vérifié. Les corpuscules réels sont soit des «bosons», tels que  $|A)$ ,  $(C | = 0, 1, 2, \dots, n, \dots$ , soit des «fermions», soumis au «principe d'exclusion», tels que  $|A)$ ,  $(C | = 0, 1$ . L'algèbre des probabilités de transition est donc dotée d'une symétrie passé-futur qui avait échappé aux classiques, bien qu'elle ait été inscrite dans la logique de leur algèbre.

Des commentaires analogues valent pour la formule (3 D), mais, en raison de la non-séparabilité quantique, ils méritent un traitement spécial.

## 5. Correlations d'Einstein-Podolsky-Rosen directes et inverses. Dragon nebuleux de Wheeler

L'expression

$$(2 D) \quad \langle A | C \rangle = \Sigma \langle A | B \rangle \langle B | C \rangle$$

d'une amplitude conditionnelle est topologiquement invariante vis à vis des formes V, A et C du zigzag ABC<sup>14</sup>.

La forme V du zigzag illustre une «corrélation EPR directe», entre deux résultats de mesures distantes  $|A \rangle$  et  $|C \rangle$  portant sur une paire de particules issues d'une source commune B. Le fait que l'expression de la probabilité conditionnelle quantique

$$(A | C) = | \langle A | C \rangle |^2$$

ne puisse *absolument pas* être attribuée à un échantillonnage de particules appariées quittant la source B en possession des propriétés mesurées en A et C a causé de grandes migraines chez les physiciens. La paire de particules se comporte comme un tout indissociable; il y a interférence des résultats de mesures  $|A\rangle$  et  $|C\rangle$ , le «paradoxe» consistant en ce que le lien de cette «interférence» est un zigzag de forme V, prenant un relais dans le passé, en B.

La forme A du zigzag ABC illustre une «corrélacion EPR inverse», entre les préparations distantes  $|A\rangle$  et  $|C\rangle$  de deux particules venant s'absorber dans un puits futur B.

Confrontées aux habitudes de pensée héritées de la physique traditionnelle, la corrélation EPR inverse est trouvée aussi «convenable» que la corrélation EPR directe est jugée «choquante». Voyons cela sur l'exemple des «cascades» et des «anticascades» atomiques, où sont respectivement émises ou absorbées des paires de photons de moment angulaire total nul. Respectivement, les mesures ou les préparations  $|A\rangle$  et  $|C\rangle$  sélectionnent des états de polarization linéaire de photons.

Dans la corrélation EPR inverse on trouve «tout naturel» que les polariseurs A et C puissent être arbitrairement tournés après que les photons les ont traversés, et aussi que les distances BA et BC puissent être aussi grandes qu'on voudra. Cela, parce qu'on considère comme «allant de soi» que ces photons conservent, jusqu'à leur future absorption conjointe en B, les polarisations qu'on leur a conférées en A et C. En d'autres termes, on considère comme allant de soi que les «effets» suivent leur cause (et ne la précèdent pas).

Mais que, dans la corrélation EPR proprement dite, les orientations des polariseurs A et C puissent être fixées après que les deux photons aient quitté leur source B, et aussi que les distances BA et BC puissent être variées arbitrairement et rendus très grandes (ce qui a été vérifié) a été trouvé aussi dérangent que le fut en son temps l'héliocentrisme de Copernic. Il apparaît alors un aspect rétroactif, vers la source B, de l'interférence entre les résultats des mesures A et C.

*La phénoménologie des corrélations EPR rend donc «aveuglante» la réversibilité des amplitudes conditionnelles, et donc le caractère non fléchi de la causalité au niveau élémentaire.* Cela était vrai, déjà, des probabilités classiques de Laplace et de Boltzmann, et ce fut d'ailleurs l'objet du «paradoxe de Loschmidt». Ce qui rend le paradoxe EPR incomparablement plus dérangent que celui de Loschmidt est que la sommation intermédiaire y porte sur des états virtuels, et non plus sur des états «réels cachés».



Quid alors de la force C du zigzag ABC? Wheeler<sup>22</sup> en a discuté dans son apologue du «dragon nébuleux». Le «dragon nébuleux» de Wheeler est un système quantique évoluant entre sa préparation  $|A\rangle$  et sa mesure  $|C\rangle$ . «Dans quel état» est le système entre  $|A\rangle$  et  $|C\rangle$ ? Est-il «dans» l'état retardé issu de la préparation  $|A\rangle$ , comme on le pensait traditionnellement?

Mais alors, au raison de la réversibilité de l'amplitude conditionnelle, pourquoi pas tout aussi bien dans l'état avancé venant s'absorber en  $|C\rangle$ ? La vérité est qu'il n'est ni dans l'état retardé, ni dans l'état avancé, parce qu'il est en train de transiter de  $|A\rangle$  à  $|C\rangle$ . Il est dans la superposition des paires d'états virtuels exprimée par la formule (2 D). C'est un «dragon nébuleux», qui vit «au dessus» de l'espace-temps empirique, où seule sa «queue» est tenue en  $|A\rangle$  et sa «bouche» mord en  $|C\rangle$ . On peut, si l'on veut, le penser comme un ensemble indissocié de  $|A\rangle$  et de  $|C\rangle$ , c'est à dire comme la «particule virtuelle» qui, interférant avec le système entre  $|A\rangle$  et  $|C\rangle$ , induirait la transition de  $|A\rangle$  à  $|C\rangle$ .

Au total on a donc trois dragons nébuleux. Celui de Wheeler, un autre dans la source d'une corrélation EPR, ayant deux bouches mordant, l'une en A, l'autre en C; et un autre dans le puits d'une corrélation EPR inverse, ayant deux queues, tenues l'une en A, l'autre en C.

## 6. Brève conclusion

*Le paradigme d'un temps «déployé en acte», et intrinsèquement symétrique sous l'échange cause-effet, n'est pas du tout lié à une métaphysique déterministe, comme on l'a souvent pensé.* L'algorithme des amplitudes de transition quantique de Feynman est un contre-exemple irrécusable; et j'ai montré qu'une reformulation de l'algorithme des probabilités conditionnelles classiques de Laplace met en évidence ces mêmes invariances.

L'histoire de l'univers étant unique, la conception fréquentielle de la probabilité est, au sens strict, exclue d'un paradigme fondé sur l'invariance macro ou micro-relativiste. Force est alors de s'appuyer sur la conception «subjectiviste» de la probabilité proposée par les Pères Fondateurs, Bernouilli et Laplace, et défendue aujourd'hui par Jaynes<sup>23</sup>.

Alors, la réversibilité intrinsèque des probabilités et des amplitudes conditionnelles amène à tempérer d'un bémol la rigidité des énoncés clas-

<sup>22</sup> W. A. MILLER et J. A. WHEELER, «Delayed choice experiment and Bohr's elementary quantum phenomenon» in *Foundations of quantum mechanics in the light of new technology*, S. Kamefuchi et al eds., Physical Society of Japan, 140-152 (1983).

<sup>23</sup> E. T. JAYNES, *Papers on Probability, Statistics and Statistical Physics*, R. D. Rosenkrantz ed., Reidel (1983).

siques d'irréversibilité dus à Sadi Carnot, à Clausius, à Laplace, à Boltzmann. Tous les physiciens savent aujourd'hui que «l'irréversibilité est de fait, non de droit», c'est à dire qu'elle signifie non pas suppression, mais (forte) répression des actions avancées et des probabilités décroissantes.

Par ailleurs, le fait bien établi de la non-séparabilité quantique, insensible aux distances tant spatiales que temporelles (quoique difficile à mettre en évidence en raison du bruit de fond de l'environnement) suggère indubitablement la possibilité de phénomènes liminaux en psychoneurologie, voire peut-être même dans le champ entier de la biologie.

TABLEAU I

L'Algèbre de Born-Jordan-Dirac complétée.

*Définitions et notations*

Amplitude jointe	$ A\rangle \langle B $
Amplitude conditionnelle intrinsèque	$\langle A B\rangle$
Amplitudes conditionnelles extrinsèques	$ A\rangle, \langle A B $
Amplitudes a priori	$ A\rangle, \langle B $
Amplitudes de rattachement à l'ambiance	$ E\rangle, \langle E' $

*Formules*

$$\langle A|B\rangle = \langle B|A\rangle^* \text{ (Hermite)} \quad (1)$$

$$|A\rangle = \langle A|^* \langle B| = |B\rangle^* |A|B\rangle = \langle B|A|^* \quad (2)$$

$$|A|B\rangle = |A\rangle \langle A|B\rangle, \langle A|B| = \langle A|B\rangle \langle B| \quad (3)$$

$$|A\rangle \langle B| = |A\rangle \langle A|B\rangle \langle B| = |A|B\rangle \langle B| = |A\rangle \langle A|B| \quad (4)$$

$$|A\rangle \langle A| = |A\rangle \langle A|A\rangle \langle A|, |A\rangle \langle A| \text{ projecteur} \quad (5)$$

$$\langle A|A\rangle = 1, |A|A\rangle = |A\rangle$$

$$\text{Orthonormalisation: } \langle A|A'\rangle = \delta(A, A') \quad (6)$$

Formalisation de l'irréversibilité de fait:

$$|A|B\rangle \neq |B|A\rangle^* \quad \text{si} \quad |B\rangle \neq |A\rangle^* \quad (7)$$

Chaînes de Landé:

$$\langle A|C\rangle = S \langle A|B\rangle \langle B|C\rangle \quad (8)$$

$$|A\rangle \langle L| = SS \dots |A\rangle \langle A|B\rangle \langle \dots K\rangle \langle K|L\rangle \langle L| \quad (9)$$

Généralisation: graphes de Feynman

Amplitudes a priori = amplitudes terminales:

$$|A\rangle = \langle E|A\rangle, \langle L| = \langle L|E'\rangle \quad (10)$$

Interprétation par Dirac des vecteurs d'état comme amplitudes de transition:

$$\varphi_a(x) = \langle a|x\rangle, \theta_a(x) = \langle a|x\rangle \quad (11)$$

Formule de Born-Jordan

$$(A|B) = |\langle A|B\rangle|^2 \quad (12)$$

TABLEAU II

Reformulation et reconceptualisation de l'Algebre de Laplace.

*Définitions et notations*

Probabilité jointe	$ A)(B $
Probabilité conditionnelle intrinsèque	$(A B)$
Probabilités conditionnelles extrinsèques	$ A B), (A B $
Probabilités a priori	$ A), (B $
Probabilités de rattachement à l'ambiance	$ E), (E' $

∴

*Formules*

$(A|B) = (B|A)$  (Laplace, 1774) (1)

$|A) = (A|, (B| = |B), |AB) = (B|A|$  (2)

$|A|B) = |A)(A|B), (A|B| = (A|B)(B|$  (3)

$|A)(B| = |A)(A|B)(B| = |A|B)(B| = |A)(A|B|$  (4)

$\longrightarrow |A)(A| = |A) = (A|A)(A|, |A)(A|$  projecteur (5)

$(A|A) = 1, |A|A) = |A)$

Orthonormalisation:  $(A|A') = \delta(A, A')$  (6)

Irréversibilité de fait selon Laplace et Boltzmann:

$|A|B) \neq |B|A) \quad \text{si} \quad |B) \neq |A)$  (7)

Irréversibilité maximale si tous les  $|B)$  sont égaux.

Chaînes de Markov:

$(A|C) = S(A|B)(B|C)$

$|A)(L| = SS \dots |A)(A|B)(B \dots K)(K|L)(L|$  (9)

Probabilités a priori = probabilités terminales:

$|A) \approx (E|A), (L| \approx (L|E')$  (10)

## Bibliographie succincte

- BELL, J. S.: «On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox», *Physics*, 1, 1964, page 195.
- BELL, J. S.: *Beables for quantum field theory in*.
- BOHM, D. et HILEY, B. J.: «Measurement understood through quantum potential approach», *Foundations of Physics*, 14, 1984, page 255.
- BOHR, N.: «Discussion with Einstein», in *Einstein Philosopher Scientist*, P. A. Schilpp ad. The library of living philosophers, pages 201-241.
- BOLTZMANN, L.: *Leçons sur la Théorie des Gaz* (tr. fr.), Gauthier Villars, 19, 90, page 251.
- BONSACK, F.: *Information, Thermodynamique, Vie et Pensée*, Gauthier-Villars, 1961.
- BRILLOUIN, L.: *La Science et la Théorie de l'Information*, Masson, 1959.
- CALLEN, H.: *Thermodynamics as a Science of Symmetry*, *Foundations of Physics* 4, 1974, page 423.
- CRAMER, J. G.: «The transactional interpretation of quantum mechanics», *Reviews of Modern Physics*, 58, 1986, page 647.
- CUFARO-PETRONI, N., DEWDNEY, C., HOLLAND, P. R., KYPRIANIDIS, A. et VIGIER, J. P., EINSTEIN-PODOLSKY-ROSEN: *Constraints on a quantum action at a distance*, *Foundations of Physics* (sous presse).