

FORMACIÓN DE DOCENTES DE PRIMARIA EN LA COMPRENSIÓN DEL SISTEMA DE NOTACIÓN EN BASE DIEZ¹

MARIELA OROZCO-HORMAZA²

Se describen las concepciones, los ejes temáticos y las estrategias de un Programa de formación para maestros de 2° hasta 5° de primaria en escuelas públicas de Cali, Colombia. El Programa está orientado a mejorar la comprensión de los maestros sobre el Sistema de Notación en Base Diez (SNBD) y a transformar sus prácticas para enseñar a escribir números naturales y operaciones aritméticas. La aplicación pretest, postest de un cuestionario que indaga sobre la comprensión de los maestros sobre el SNBD y la manera de enseñarlo, así como el seguimiento de las sesiones de acompañamiento en el aula de cada maestro, permiten proponer que programas de formación que incluyan reflexión sobre tareas concretas y sobre experiencias de enseñanza novedosas posibilite la transformación de las concepciones y las prácticas de enseñanza de los docentes.

Conceptions, thematic axis and strategies from an in-service training Program for state primary school teachers (levels second to fifth) in Cali, Colombia, are described. The Program is aims to improve teachers' understanding on base ten notation system (BTNS) and also to transform teaching practices about the writing of natural numbers and arithmetic operations. Comparing the results in a pre-test and post-test which search for BTNS teachers' understanding and the way to teach it, and also accompanying the classroom sessions, lead to make a proposal: teachers' conceptions and practices could be changed if in-service training programs include reflection about concrete tasks and novel teaching experiences.

Palabras claves: aritmética, formación de profesores en ejercicio, acompañamiento al profesor en el aula, estrategias de acompañamiento, reflexión del docente, enseñanza, básica primaria.

-
1. Este artículo es producto de la investigación realizada con el apoyo de COLCIENCIAS, contrato 179-99.
 2. Agradezco a Patricia Perry sus comentarios críticos y la lectura minuciosa de este artículo. Igualmente agradezco a Diego Fernando Guerrero su valiosa colaboración en las correcciones sucesivas del mismo.

UBICACIÓN DEL PROGRAMA EN EL MARCO DE LA FORMACIÓN DE MAESTROS

El Programa de formación de maestros³ para enseñar matemáticas en primaria, al que se refiere este artículo, se concibe como un proceso de construcción de conocimiento a largo plazo que tiene por objetivo transformar las prácticas de enseñanza de quienes participan en él. En el proceso se busca confrontar las concepciones de los maestros con conocimientos actualizados sobre Educación Matemática y Psicología de la Educación Matemática y, como efecto de la reestructuración de concepciones, se espera que los profesores recuperen procesos creativos propios, adecuados a las condiciones del aula y del medio social y cultural en el cual trabajan. El Programa igualmente se entiende como un espacio que facilita experiencias novedosas y significativas que permiten confrontar las prácticas habituales con estrategias de enseñanza que tienen en cuenta a los alumnos que aprenden.

El enfoque del Programa se aparta de dos concepciones que tradicionalmente fundamentan los cursos de formación de maestros que se imparten⁴. Una de ellas sostiene que se puede enseñar matemáticas si se tiene un buen conocimiento de esta materia. Bajo tal concepción, el supuesto que orienta los cursos es: si los maestros adquieren un buen nivel de matemática, entonces pueden enseñarla correctamente. En el Programa que aquí se describe se reconoce que para enseñar cualquier contenido resulta indispensable conocerlo, pero conocerlo no garantiza su buena enseñanza, menos aun en la primaria, ciclo en el que el docente debe comprender las posibilidades y límites del aprendizaje de los niños. Para enseñar apropiadamente la matemática en primaria, se tiene que aprender a enseñarla a alumnos que no poseen la capacidad de abstracción y generalización exigida por el conocimiento matemático (Harel y Tall, 1991) con el fin de ayudarles a avanzar en esta dirección.

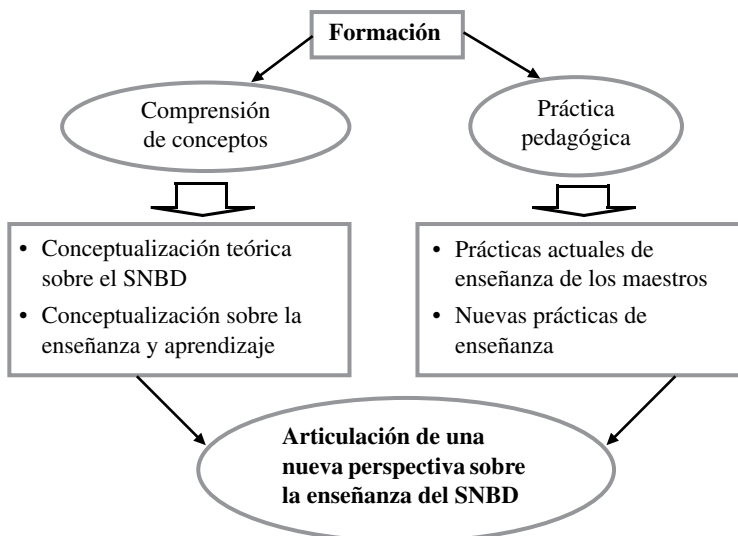
La otra concepción señala la necesidad de trabajar teóricamente como manera principal y casi exclusiva de incidir en las concepciones que los maestros manejan y en sus prácticas. En relación con esta perspectiva, que resulta incompleta, se deben señalar, por una parte, la enorme distancia que existe entre la teoría y la práctica y, por otra parte, la necesidad de revisar

3. Por razón de comodidad para la lectura, se utilizan sustantivos genéricos para referir los dos géneros cuando se habla de los actores de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula.

4. Reconocemos que en los últimos años ha habido esfuerzos importantes en formación de maestros en ejercicio que se alejan de estas concepciones tradicionales.

críticamente prácticas concretas y reflexionar sobre ellas a partir de la teoría, como una manera de garantizar su transformación.

En este Programa se trabaja con los maestros el cambio de sus concepciones sobre el Sistema de Notación en Base Diez (SNBD), su enseñanza y las posibilidades y dificultades que su aprendizaje conlleva; de igual manera, se realiza una revisión crítica de las prácticas que habitualmente utilizan para enseñar la lógica del sistema. Para lograr el cambio conceptual se adopta un enfoque metodológico que posibilita a los maestros reflexionar críticamente sobre sus acciones al trabajar con materiales concretos que ejemplifican la lógica del sistema; tal reflexión se fundamenta en concepciones novedosas y actuales sobre Educación Matemática. En términos generales, se supone que un método inductivo, basado en la experiencia, posibilita la confrontación y transformación del conocimiento. Para revisar críticamente las prácticas de enseñanza, las actividades realizadas y analizadas se implementan en el aula, tratando de establecer vínculos entre el conocimiento teórico y la práctica misma. El efecto de los cambios en concepciones y prácticas se debe reflejar en la transformación de las prácticas de enseñanza de la matemática que los maestros utilizan en el aula y en el aprendizaje efectivo de los alumnos que participan en ellas. El siguiente esquema reproduce los elementos teóricos y prácticos que estructuran el Programa.



CONCEPCIONES QUE FUNDAMENTAN EL PROGRAMA

La perspectiva epistemológica, teórica y metodológica adoptada para el Programa se deriva de una posición constructivista que lleva a comprender y aplicar los siguientes principios:

- Maestros y alumnos, sujetos del Programa, construyen activamente conocimiento a partir de experiencias novedosas y de la reflexión sobre la actividad que realizan.
- El reconocimiento del error por parte del maestro constituye una de las condiciones que fundamenta la transformación de sus concepciones y prácticas.
- Solamente aquellos maestros que aceptan que sus prácticas resultan inconvenientes para los alumnos están en posibilidad tanto de construir un conocimiento nuevo sobre la matemática que enseñan y el alumno que aprende como de comprometerse activamente con el proceso de cambio.
- Es necesario diferenciar entre aprendizaje particular y aprendizaje conceptual o genérico; el primero se deriva de experiencias específicas y el segundo de la reflexión sobre dichas experiencias. Solamente el aprendizaje genérico permite conceptualizar la práctica.

Con el propósito de operacionalizar el principio según el cual el maestro construye activamente conocimiento a partir de su actividad reflexiva sobre experiencias novedosas, se adopta la concepción de reflexión, propuesta por Perry et al. (1999, pp. 20-21):

La reflexión acerca de asuntos relacionados con la práctica docente es una actividad vital en la que el profesor opera sobre y con las representaciones internas de que dispone acerca del asunto en el que enfoca su atención y pensamiento. Es una actividad que realiza el profesor en forma significativa, orientada como mínimo según propósitos generales relativos a su profesión —propósitos que le otorgan dirección a la reflexión misma— y que constituye invariablemente por lo menos una desviación con respecto a sus hábitos profesionales y a las representaciones mentales y teorías personales asociadas con tales hábitos.

La formación de maestros en ejercicio concebida como un proceso en el que la reflexión del profesor tiene un lugar preponderante, requiere, en primer lugar, la creación de situaciones novedosas que permitan a los maestros

aproximarse a experiencias que impliquen ruptura y contradicción con las concepciones y prácticas habituales y, en segundo lugar, la utilización de técnicas innovadoras que propicien procesos de comunicación, participación activa y reflexión. Para caracterizar con algún detalle la reflexión de los maestros acerca de su práctica, Perry et al. consideran tres componentes distintivos:

- El incidente, que promueve o genera la necesidad de reflexionar; se trata de situaciones que ponen en tela de juicio las teorías personales o la eficacia de las acciones para alcanzar lo que pretenden.
- El asunto, que centra la atención de la reflexión u objeto del proceso de reflexión.
- El involucramiento del profesor en la reflexión.

La reflexión se inicia con “un estado de duda, de incertidumbre, de perplejidad, de dificultad mental” (Dewey, 1933, citado en Perry et al. 1999, p. 21). En el Programa, el análisis de las producciones incorrectas de sus alumnos constituye uno de los puntos de partida de la reflexión, genera “el estado de duda” y permite el reconocimiento inicial de los errores que los maestros participantes cometen al enseñar matemáticas. El otro punto de partida que propicia la reflexión es la manipulación y análisis de materiales concretos que ejemplifican las características fundamentales del conocimiento matemático que se trabaja. Tal análisis genera incertidumbre sobre la comprensión que los maestros mismos poseen del contenido matemático que enseñan y les permite descubrir las equivocaciones y vacíos que su conocimiento presenta.

Que los maestros tomen consciencia de y comprendan los tres tipos de contenidos que configuran los ejes de la formación, constituye el objeto o asunto del proceso de reflexión en el Programa. Los ejes de la formación son: (i) las posibilidades y límites del conocimiento de los alumnos con respecto al contenido matemático que han de aprender; (ii) las características de los contenidos a enseñar; y (iii) la manera como se puede enseñar para lograr que los alumnos construyan un conocimiento estable y significativo.

Finalmente, la confrontación —a partir de preguntas centradas en lo que cada maestro hace y dice— y la dinámica adoptada en el Programa —trabajar las características fundamentales de los contenidos matemáticos a partir de la manipulación de materiales concretos que se pueden utilizar para enseñar ciertos contenidos— llevan a cada maestro a involucrarse en la reflexión y a construir conocimiento significativo que contribuye al cambio. Por supuesto que la confrontación y las preguntas se formulan en función de la concepción que orienta el proceso de formación y los ejes que lo estructuran.

Se espera que la reflexión genere en los maestros un cierto grado de consciencia sobre los temas tratados y una “desviación con respecto a sus hábitos profesionales y a las representaciones mentales y teorías personales asociadas con tales hábitos”. Tal desviación debe producir algún cambio en su conocimiento, aunque sea temporal y pequeño, cambio que ha de reflejarse en cambios específicos en su práctica cotidiana. La reflexión cubre también acciones en la práctica que exigen utilizar estrategias de enseñanza novedosas, fundamentadas por supuesto en la reflexión previa. Se espera que la observación de los resultados de estas acciones y las experiencias nuevas que de ellas derivan provean a los profesores una vivencia que antes no tenían, que puede producir cambios y dinamizar procesos de búsqueda que sobrepasan los límites del Programa.

[...] la significatividad de una primera experiencia depende de que no sea la única y que las experiencias siguientes a la primera sean próximas de manera que puedan consolidarse como una sola vivencia enriquecida y complementada; también depende de un apoyo externo que ayude a traspasar momentos y situaciones críticas en las que es fácil desertar en la experiencia o sucumbir a formas vacías de significado. (Perry et al., 1999, p. 24)

Para estos autores, si la reflexión se convierte para los maestros en una actividad frecuente a través de la cual abordan los problemas de su práctica, es posible esperar una mayor comprensión y “una consciencia clara de la complejidad de la práctica, en general, y de aspectos puntuales de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en particular” (p. 24); una toma de consciencia sobre sus hábitos en la práctica, sobre las teorías que guían su actuar y sobre el papel de la reflexión en su desarrollo profesional.

El logro progresivo y paulatino de tales resultados, a través de un proceso sistemático y persistente, permite

esperar un cambio en relación con el uso inconsciente de hábitos [de enseñanza] y en relación con las teorías-en-uso que dan lugar a actuaciones irreflexivas o poco fundamentadas. Finalmente, es probable que como resultado de una práctica reflexiva, es decir, fundamentada seriamente en la reflexión y comprometida con la acción, se obtengan mejoras en los resultados de sus estudiantes. (Perry et al., 1999, pp. 24-25)

Se espera que la construcción de una estructura interrelacionada de conceptos, basada en los ejes propuestos —el contenido matemático que enseñan, el sujeto que aprende y las características de su enseñanza— fundamente la práctica y permita resolver los problemas variados y diferenciados que coti-

dianamente enfrentan los maestros. Se supone que el dominio de estos conocimientos facilita la adopción de estrategias de enseñanza adecuadas al contenido que enseñan, adaptadas a las diferencias en el conocimiento de los alumnos, que apoyen en ellos la construcción progresiva de procedimientos y conceptos verdaderamente matemáticos (Orozco, 1997).

En el Programa de formación que describo, la reflexión sobre el contenido matemático que enseñan se orienta al análisis de la lógica operatoria del sistema que subyace a la escritura de numerales y a la comprensión del número natural. La reflexión sobre el sujeto que aprende se centra en el carácter del conocimiento matemático de los alumnos, en los procedimientos que utilizan para resolver tareas y problemas, en la evolución de los procedimientos hacia la construcción de operaciones y conceptos propiamente matemáticos y en el tipo de dificultades que presentan en el proceso de construcción.

La reflexión sobre la enseñanza está centrada, por una parte, en los métodos de observación, registro y análisis, que posibilitan al maestro inferir procedimientos y preconcepciones de los alumnos, determinantes para el aprendizaje y, por otra parte, en estrategias de enseñanza variadas y creativas que permiten apoyar la construcción de verdaderos conceptos y operaciones matemáticas.

La transformación de las prácticas de enseñanza se evalúa en función de cambios efectivos en las concepciones y prácticas de los maestros participantes —que permiten lograr una enseñanza más centrada en las características del contenido matemático que enseñan y en la manera como los alumnos acceden al conocimiento matemático— y en el aprendizaje efectivo que los alumnos logran.

LOS CONTENIDOS DEL PROGRAMA DE FORMACIÓN

Tal como lo señalé previamente, los ejes que definen los contenidos que se trabajan en el Programa son: la matemática que enseñan los maestros participantes, los alumnos que la aprenden y la manera de enseñarla.

Conocimiento matemático que enseñan

La mayoría de los maestros que participan en el Programa son licenciados, pero no saben matemáticas⁵; por lo tanto, resulta indispensable que logren construir un conocimiento significativo sobre el SNBD, que posibilite su

5. De veintisiete profesores que participaron en el Programa de formación, dos son normalistas, diecisiete licenciados en diferentes áreas, solamente un profesor tiene licenciatura en matemáticas y diez tienen estudios de postgrado en áreas igualmente diferenciadas.

adecuada enseñanza. Desde la perspectiva del conocimiento matemático que se va a enseñar, se adopta el enfoque de sistemas (Vasco et al., 1994), buscando que los maestros construyan los objetos, las operaciones, las relaciones y las propiedades del SNBD.

Con esta formación no se intenta que los maestros comprendan la lógica del sistema para que la enseñen a sus alumnos, sino para que les sirva de referente sobre la manera de trabajar con ellos en la construcción del número natural, ligada a operaciones de composición y descomposición, la escritura de numerales, las relaciones de orden y equivalencia entre unidades en el sistema, los algoritmos de las operaciones y la diferencia entre cantidad y valor⁶.

Además, se adopta la diferenciación propuesta por Duval (1999) entre objetos matemáticos y la representación de los mismos. Para este autor es

esencial no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, etc., con sus representaciones, es decir, las escrituras decimales o fraccionarias, los símbolos, los gráficos, los trazados de las figuras..., pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes. (p. 13)

Teniendo en cuenta las resistencias generadas por concepciones equivocadas de los maestros sobre el SNBD y su enseñanza, se parte de la reflexión sobre las acciones que realizan con materiales tales como monedas y billetes, ábacos, yupanas, cubos de Dienes y regletas de Cuisenaire, que ejemplifican características diferenciadas del sistema, para posibilitar la significación del conocimiento nuevo que se imparte y romper las resistencias del previo. El análisis de la actividad con los materiales permite al maestro reflexionar sobre sus propias acciones, lo que garantiza experiencias nuevas que permiten significar el conjunto de conceptos, relaciones y operaciones que constituyen la estructura del SNBD.

El aprendizaje y el conocimiento de los alumnos

Los maestros manejan concepciones erradas y diferenciadas en relación con el aprendizaje. Algunos creen que la exposición de un discurso elaborado y coherente permite que los estudiantes aprendan; otros suponen que la manipulación de materiales concretos por parte de los alumnos genera conocimiento; finalmente, algunos piensan que la realización repetitiva del mismo tipo de ejercicio o problema lleva a los estudiantes al conocimiento.

6. Se pueden ver ejemplos del contenido matemático tratado en Orozco (2002) y en la página web del grupo, <http://www.univalle.edu.co/~aula-abi/links/articulos/intervencion.htm>

En la concepción sobre el aprendizaje que es orientada por el Programa se reconoce que cada alumno es un sujeto activo —y no pasivo, como usualmente se le concibe— frente al conocimiento que se imparte; que la actividad mental de los aprendices, y no la manipulación de materiales, es lo que permite la reflexión sobre acciones y nociones y posibilita el aprendizaje, permitiendo una construcción progresiva de conocimiento; que la actividad reflexiva de los alumnos hace posible el cambio de sus concepciones, asimilando el conocimiento nuevo que se imparte al conocimiento previo y que el conocimiento previo incide en el aprendizaje, generando obstáculos y resistencias o facilitándolo.

Desde esta perspectiva, el aprendizaje de los alumnos es posible si el docente y el alumno comparten significados (Coll, 1988). Para esto es necesario que el discurso y las actividades que el docente propone se articulen con producciones efectivas de los alumnos y con la reflexión sobre las mismas; que las confrontaciones a que los somete, los lleven a reconocer errores y a corregirlos. Resulta necesario, una vez más, señalar que la actividad por la actividad no produce conocimiento; es la reflexión sobre la actividad la que permite al alumno la construcción de conocimiento matemático. Esta es la concepción de aprendizaje que se adopta y se impulsa en el Programa.

El pensamiento concreto de los alumnos, propio de los primeros años de la primaria (Piaget, 1983), exige apoyar la enseñanza de la matemática en materiales concretos que faciliten la construcción de operaciones y relaciones entre los elementos del SNBD; de igual forma, exige trabajar con problemas concretos que manejan cantidades discretas y continuas. Estos requerimientos llevan a diferenciar, a la manera de Behr et al. (1992), la aritmética de la cantidad de la aritmética de los números.

Behr y sus compañeros señalan de manera crítica que en los primeros años de primaria, en un principio se enseña la aritmética de los números, esencialmente divorciada del contexto social y luego se asume la resolución de problemas, tratando de vincular “números y operaciones entre números con medidas y operaciones sobre cantidades, con el propósito de modelar las relaciones entre cantidades”. Estos autores proponen iniciar la enseñanza, trabajando la aritmética de la cantidad que permite considerar “unidades conceptuales compuestas” (*conceptual composite units*) que posibilitan composiciones variadas, evitando partir del presupuesto aritmético que establece “que todos los números representan cantidades de la misma unidad de uno”. La aritmética de la cantidad requiere prestar especial atención a unidades de medida y diversos tipos de unidades compuestas en tanto que la aritmética de los números, solamente asume unidades simples de uno (Behr et al., 1994, p. 122).

Finalmente, y desde la perspectiva de los alumnos, asumimos la posición de Steffe (1990) quien plantea la necesidad de partir de la aritmética de los niños y no de las formas canónicas de resolver la matemática, creando puentes que permitan transformar los procedimientos intuitivos y poco elaborados, que los niños poseen, en conocimiento matemático abstracto y general.

Cómo enseñar matemáticas en primaria

En relación con la enseñanza en el aula se encuentran maestros que manejan prácticas diversas que en términos generales reciben el nombre de enseñanza tradicional.

Por ejemplo, como parte de la enseñanza de la matemática, después de una clase explicativa, algunos maestros sacan a un alumno al tablero, generalmente, al que sabe hacerlo, para que enseñe a los otros cómo resolver una operación o problema y en esto consiste su clase; otros, sacan al tablero al que no sabe y lo corrigen frente a todos, sin constatar si entiende, ni corregir el procedimiento incorrecto y menos aun, evaluar en qué consiste su dificultad. En el otro extremo, los maestros que impulsan el activismo, ponen, por ejemplo, a los alumnos a partir papelitos o a medir utilizando instrumentos no convencionales o un metro, sin observar ni analizar los procedimientos que siguen al medir o partir la hoja de papel, ni evaluar la conceptualización que logran con este tipo de actividades. Que los alumnos aprendan a doblar y partir papel en partes iguales no es un problema de la enseñanza de la matemática; que los alumnos entiendan la relación entre las partes y el todo o manejen las fracciones de cualquier tipo de unidad, como un paso para comprender los números fraccionarios y la medida, sí es un problema de enseñanza de la matemática en primaria.

La enseñanza debe crear las condiciones para que esta conceptualización, que es abstracta, sea posible; entonces, en el caso de la enseñanza de la matemática, la pregunta pedagógica fundamental es: ¿cómo pasar de las prácticas concretas, de los procedimientos primitivos que los alumnos poseen a la conceptualización y a los procedimientos propiamente operatorios que posibilitan el conocimiento matemático abstracto? Aún falta mucha investigación para responderla.

En el Programa apoyamos a los maestros para que reconozcan que prácticas de enseñanza del mismo tipo que las descritas antes, resultan completamente inadecuadas y con ellas los alumnos no logran aprendizajes significativos. Consideramos que la reflexión sobre el conocimiento que poseen con respecto al contenido que enseñan y el reconocimiento de los efectos de sus prácticas en el aprendizaje de los alumnos, generan las condiciones que les permite asumir el largo proceso de búsqueda y construc-

ción de prácticas de enseñanza totalmente nuevas, que tenga en cuenta al alumno que aprende y sus dificultades frente al conocimiento matemático.

La transformación de las prácticas de enseñanza de la matemática en el aula exige que el maestro abandone la enseñanza tradicional, centrada en el método expositivo y el aprendizaje memorístico de procedimientos canónicos para adoptar y asumir una enseñanza basada en concepciones actualizadas sobre el contenido que se enseña y el sujeto que aprende.

Es necesario que los maestros reconozcan que los alumnos poseen un conocimiento matemático propio, independiente de los algoritmos escolares, que les permite resolver problemas sencillos. Cualquier niño va a la tienda a comprar y no se deja engañar y puede repartir una gaseosa o un chocolate entre sus amigos con un rigor sorprendente. En general, la escuela deja de lado este conocimiento previo y no tiene en cuenta estos aprendizajes —producto de experiencias cotidianas a partir de prácticas concretas— e impone un conocimiento formal que no se articula con el conocimiento previo. Los efectos de esta estrategia son demoledores y producen verdaderos errores en el conocimiento matemático que los alumnos construyen, producto de una enseñanza impuesta, que no consulta ni tiene en cuenta sus formas espontáneas de aprender.

Por supuesto, se reconoce que los procedimientos iniciales de los alumnos, que les permiten resolver estos problemas sencillos no son propiamente matemáticos; pero, se valoran como el punto de partida que permite a los maestros orientar y guiar la construcción de un conocimiento matemático con significado, de tal forma que los alumnos logren alcanzar el nivel operatorio, general y abstracto que la matemática exige.

Tal diferenciación implica que inicialmente las estrategias de enseñanza apoyen la reflexión sobre las acciones y el establecimiento de relaciones entre la actividad realizada y otros medios de representación y expresión, como la escritura y el cálculo mental, para que los alumnos evolucionen desde el “saber hacer”, hasta el “saber escribir”. Desde la perspectiva de la reflexión, es fundamental que los alumnos construyan textos matemáticos que los acerquen al lenguaje de la matemática y a la lógica abstracta y formal que caracteriza a la matemática.

El objetivo que se intenta alcanzar con el cambio de las prácticas de enseñanza utilizadas, es que los maestros sean capaces de orientar y apoyar a los alumnos en la transformación de los procedimientos primitivos, que ellos espontáneamente desarrollan y comúnmente utilizan para resolver todo tipo de situaciones problema, en procedimientos más elaborados, de tipo operatorio que permitan la construcción de objetos verdaderamente matemáticos⁷. En el caso que nos ocupa, se pretende que los profesores puedan reconocer la necesidad que los alumnos tienen de reflexionar sobre sus ac-

ciones de unir y desunir, añadir y quitar, partir y repartir, y puedan apoyarlos para que avancen progresivamente hacia la construcción de las operaciones generales de composición y descomposición, garantizando la construcción de objetos numéricos, propiamente dichos.

En términos generales, con las estrategias de enseñanza adoptadas para implementar en el aula se busca “tender puentes” que permitan romper la enorme distancia que existe entre el conocimiento espontáneo de los niños y el conocimiento matemático que la escuela debe enseñar.

LA ESTRATEGIA DE FORMACIÓN

Se supone que experiencias novedosas, a través de actividades concretas en talleres y en el aula, ilustran mejor que cualquier teoría la necesidad de cambio. Desde esta perspectiva, la estrategia adoptada para la formación incluye dos etapas: seminarios-talleres orientados a cambiar las concepciones sobre los contenidos matemáticos y sesiones de acompañamiento en el aula dedicadas a lograr cambios en las prácticas de enseñanza.

Los seminarios-talleres

En los seminarios-talleres del Programa que describo, las actividades inicialmente se apoyan en la utilización de materiales que permiten ejemplificar los contenidos matemáticos, en este caso los componentes del SNBD; así, los veintisiete maestros participantes manipulan y analizan materiales concretos que, por un lado, ejemplifican los componentes del SNBD y la lógica del sistema y, por otro lado, pueden ser utilizados con alumnos de primaria para trabajar la lógica operatoria del mismo.

Resulta necesario señalar una vez más que la simple utilización de materiales —simbólicos o concretos— no resulta suficiente para lograr aprendizajes significativos. Para que efectivamente aprendan de la experiencia, los maestros deben reflexionar sobre las acciones y operaciones que realizan con los materiales. Para generar dicha reflexión se utiliza un enfoque dialógico, que contempla la confrontación de la lógica implícita en la argumentación del maestro aprendiz, apoyándolo para que utilice argumentos y procedimientos propios que posibiliten la comprensión del contenido que trabaja. Igualmente, se confronta a los maestros con las dificultades que sus respuestas revelan. Se espera que la confrontación cree conflictos, que el maestro resuelve a través de un proceso de búsqueda que implica aplicación de lo aprendido, reflexión y re/conceptualización. Se trata pues de una me-

7. La resolución de problemas es el medio privilegiado para apoyar la construcción de procedimientos más elaborados, propiamente matemáticos.

todoología de enseñanza, centrada en los procesos del sujeto que aprende, cuyo dinamizador fundamental es la solución de conflicto que la confrontación de prácticas y conocimiento crea.

La reflexión sobre teorías relativas a la Educación Matemática no se asume en el vacío, sino a través de un método concreto que exige analizar la tarea y el material con el cual se trabaja, instrumentos fundamentales a la práctica de enseñanza. El método de análisis de tareas se convierte en el instrumento metodológico de intermediación pedagógica en los diferentes niveles que se configuran en el Programa. Utilizamos el análisis de tareas para que los maestros reconozcan en los materiales, los problemas y las tareas, los elementos significativos del contenido que enseñan, su complejidad y las demandas que su comprensión y aprendizaje tienen para los alumnos.

Este análisis genera para cada tarea y cada contenido un modelo que permite a los maestros entender el desfase existente entre las estructuras propiamente matemáticas del contenido que trabajan y las adaptaciones que la escuela ha hecho para “acercarlo” a los alumnos y el desfase entre el conocimiento que los alumnos alcanzan y los sistemas y estructuras propiamente matemáticos.

El acompañamiento

De los profesores que participaron en el Programa, sólo diez de ellos —los que enseñaban matemáticas en los grados 2º, 3º, 4º o 5º— tuvieron sesión de acompañamiento en su aula. En tales sesiones, el profesor titular del curso fue acompañado y apoyado por el grupo asesor⁸ y otros maestros⁹ en la implementación de tareas que exigen utilizar los materiales concretos previamente analizados en los seminarios-talleres. A lo largo de cuatro semanas, con una sesión semanal orientada por un miembro del grupo asesor, la totalidad de los alumnos de estos docentes fueron repartidos en grupos de máximo ocho alumnos.

El docente responsable del curso escoge uno de estos grupos, generalmente el que presenta mayores dificultades, y conjuntamente con la investigadora les propone tareas previamente escogidas. Para acompañar la labor del docente y permitirle obtener experiencias novedosas que impliquen una ruptura y contradicción con sus prácticas habituales, la investigadora interactúa con los niños, formulando preguntas sobre la actividad que realizan o señalando al maestro las modalidades diferenciadas de procedimientos y

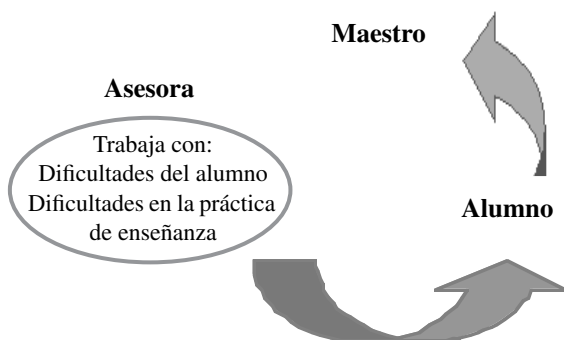
8. El grupo asesor está configurado por la investigadora y el grupo de psicólogos que trabajan como auxiliares de la investigación.

9. Docentes que participaron regularmente en los seminarios-talleres y cuyo interés por el Programa los llevó a participar en las sesiones de acompañamiento en las aulas de sus compañeros.

respuestas que utilizan. Igualmente, interactúa con el maestro para mostrarle sus dificultades al presentar la tarea o al interrogar a los niños. Los alumnos participan de la sesión con gran interés porque saben que su profesor está aprendiendo para ayudarlos a comprender la matemática. Denominamos estas sesiones del Programa, “el maestro como aprendiz de maestro”.

El seguimiento¹⁰ de las sesiones de acompañamiento permite evaluar el cambio efectivo en las prácticas de los maestros. Los resultados del acompañamiento se analizan desde la doble perspectiva del tipo de interacción y la finalidad que cumple el acompañamiento. En el Programa, se denomina *interacción* a la acción o diálogo recíproco entre dos personas, generalmente la investigadora y el maestro asesorado, alrededor de los contenidos relativos a las prácticas en el aula. La interacción puede ser directa o mediada.

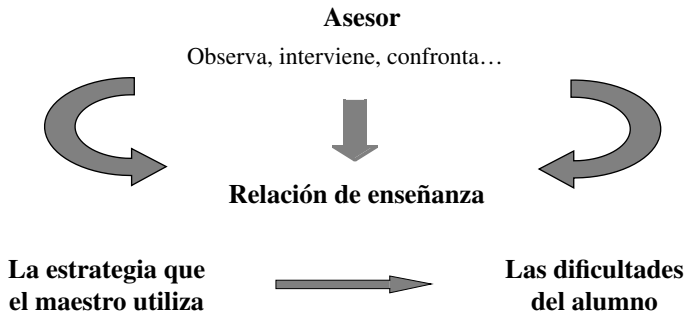
Se consideran *interacción mediada* los episodios en los cuales la asesora trabaja con los alumnos para ejemplificar al docente las dificultades que los procedimientos de los niños revelan, o corregir, a través del alumno, las dificultades que sus estrategias de enseñanza presentan. En este tipo de interacción la asesora trabaja con los alumnos mostrando al maestro la dificultad del alumno, o confrontando la estrategia de enseñanza, con las producciones de los alumnos. El siguiente esquema caracteriza la interacción mediada:



Se designan como *interacción directa* los episodios en los que la asesora señala o reflexiona directamente sobre la dificultad que presenta la estrategia de enseñanza utilizada por el maestro o sobre las dificultades de los alumnos con la tarea o con los contenidos matemáticos que el docente trabaja. En este

10. Para cada sesión se hizo un plano del aula en el cual se ubicaron tanto los grupos de alumnos como el asesor encargado de cada grupo. Cada asesor dispuso de una grabadora para registrar su trabajo con los alumnos a su cargo. En sesiones semanales se analizaron los resultados del conjunto de actividades realizadas con el fin de corregir dificultades, señalar logros y planear la siguiente sesión.

caso, la asesora observa a la maestra trabajar con sus alumnos e inmediatamente o después muestra, corrige, confronta o reflexiona sobre las dificultades creadas por la estrategia que la maestra adopta. La maestra igualmente reflexiona sobre sus dificultades al enseñar, por ejemplo, para formular preguntas que permitan evaluar la dificultad de los alumnos y que resulten adecuadas para ayudarlos a avanzar. El siguiente esquema describe la labor de la asesora en este tipo de estrategia:



La segunda perspectiva de análisis permite diferenciar las estrategias de acompañamiento en función de la finalidad que cumplen las actividades que la asesora realiza, así:

De diagnóstico. Permiten mostrar al docente la dificultad del alumno o de su propia práctica.

De confrontación. Permiten confrontar tanto al maestro como al alumno con las dificultades de sus estrategias de enseñanza y de sus procedimientos respectivamente.

De reflexión. Permiten suscitar la reflexión del maestro o del estudiante; en el docente, reflexión sobre su práctica y en los alumnos, sobre la manera como responden.

PROBLEMA

En el estudio al que me refiero en este artículo se evaluó la transformación de las concepciones y prácticas de los maestros —participantes en el Programa— al enseñar los números naturales y las operaciones básicas a alumnos de 2° a 5° de primaria, teniendo en cuenta la lógica del SNBD que fundamenta la escritura de los numerales y los algoritmos de las operaciones. Tal evaluación se concretó en tres preguntas:

- ¿Qué tipos de cambios se logran en la conceptualización que los maestros poseen sobre el SNBD y sobre la manera de trabajar sus componentes con sus alumnos?
- ¿Qué cambios se operan en sus prácticas de enseñanza?
- ¿Cambia la comprensión de los alumnos sobre la lógica del sistema de notación en base diez?¹¹

DISEÑO

Para evaluar los cambios en las concepciones de los maestros se utilizó un diseño pretest-intervención-postest. Al inicio y al final del Programa —posterior a las acciones correspondientes a la estrategia de formación, seminarios-talleres y sesiones de acompañamiento— se aplicaron cuestionarios destinados a evaluar las concepciones sobre el sistema y la manera de enseñarlo. Los cambios en las prácticas se evaluaron indirectamente a partir de las modificaciones en la interacción, uno de los componentes de las estrategias de acompañamiento.

Sujetos

De veintisiete maestros participantes en los seminarios-talleres, veintiuno respondieron tanto el cuestionario del pretest como el del postest, sobre concepciones. Para evaluar la transformación de las prácticas, únicamente los diez maestros que trabajan en 2º, 3º, 4º y 5º de primaria fueron observados en las cuatro sesiones de acompañamiento. Sólo fueron observados estos maestros pues no se evaluó la comprensión de los alumnos de 1º porque ellos no podían resolver una prueba escrita diseñada para aplicar en grupo; la comprensión es el otro indicador que permite evaluar cambios en las prácticas. Los docentes se distribuyeron de la siguiente manera en función de los grados: en 2º y 4º, dos por grado; en 3º, uno y en 5º, cinco. De estos docentes, 74% tienen escalafón superior a la categoría décima, o sea, poseen título de licenciatura o postgrado y una experiencia de trabajo superior a diez años.

Evaluación de logros

Los logros alcanzados con el Programa se evalúan de tres maneras: cambios en la concepción de los maestros, cambios en sus prácticas y cambios en las concepciones de los alumnos.

11. Por límites de espacio no se abordan aquí los resultados relativos a esta pregunta (véase Orozco, 2002).

Para evaluar los cambios en las concepciones de los docentes se compararon los resultados de las aplicaciones pre y post de los cuestionarios diseñados para este fin. Los cuestionarios poseen la misma estructura e incluyen dos tipos de preguntas: unas relativas a la comprensión del SNBD y otras, a la enseñanza de los componentes del SNBD (el Apéndice presenta algunas de las preguntas formuladas en los cuestionarios). Para evaluar los cambios en las prácticas de enseñanza se analizaron las dos últimas sesiones del acompañamiento, en función de los tipos de estrategias de acompañamiento utilizadas.

Los logros, en las respuestas de los docentes al cuestionario, se analizaron en función de los niveles de comprensión alcanzados. Para ello, las respuestas se clasificaron como correctas o incorrectas y adicionalmente se fijaron criterios para establecer niveles de comprensión en función del porcentaje de acierto: “bajo” para quienes acertaron menos del 50% de los ítems, “medio” para quienes acertaron entre 50% y 75% de los ítems, y “alto”, más del 75%. Cada maestro se ubicó dentro de uno de estos intervalos de comprensión de acuerdo con su puntaje total en el cuestionario.

Para definir las estrategias de acompañamiento se partió del registro grabado y transcrito de los diálogos entre la asesora, los alumnos y el docente. De los registros de cada sesión se retoman los episodios en los que la asesora interviene, bien sea para trabajar con los alumnos o para trabajar con el maestro sobre las estrategias de enseñanza que utiliza. Para organizar el análisis del acompañamiento, a cada episodio identificado se le asignó un código y se enumeraron los renglones de la transcripción.

Para la clasificación de las estrategias de acompañamiento se distinguen dos perspectivas, la primera corresponde con el análisis de la interacción y la segunda con la finalidad que cumple el acompañamiento. Las categorías adoptadas para tipificar la interacción, evalúan si la interacción es mediada o es directa. Las categorías que diferencian la finalidad de las estrategias de acompañamiento varían así: de diagnóstico, de confrontación y de reflexión. En este segundo tipo de análisis se incluyen variaciones que especifican el tipo de acción que la asesora utiliza para confrontar al maestro o al alumno con su dificultad.

Este análisis permite distinguir la evolución en las estrategias de acompañamiento tanto desde la perspectiva de la interacción como de la finalidad. Las interacciones mediadas describen la orientación que la asesora da a los alumnos; prácticamente es ella quien les enseña y el docente observa lo que la asesora hace y dice. En cambio, en la directa es el docente quien interactúa con el alumno, y la asesora simplemente le señala la dificultad del alumno o el efecto de su enseñanza. Por supuesto, el segundo tipo resulta más

avanzado que el primero, e igualmente, el segundo tipo permite inferir transformaciones en la práctica de los maestros.

Tipos de interacción	Estrategias de acompañamiento
I. Interacción mediada: con el maestro a través del alumno	I-E1. La asesora interactúa con alumnos y maestro diagnosticando procedimientos y dificultades diferenciados de los alumnos.
	I-E1-V1. La asesora interactúa con los alumnos para describir y explicar sus procedimientos y nivel de conocimiento al maestro. A partir de la descripción, el maestro cambia su manera de interrogarlos.
	I-E2. La asesora interactúa con alumnos y maestro interrogando al alumno para corregir estrategias del maestro, implementando estrategias de enseñanza que permiten superar la dificultad.
	I-E2-V1. La asesora interactúa con alumnos y maestro, ejemplificando procedimientos diferenciados de los alumnos al resolver problemas con la misma estructura, presentados en formatos diferenciados, utilizando estrategias que permiten a los alumnos comparar la solución correcta, en una tarea, con la incorrecta; en la otra; el reconocimiento del error, permite corregirlo.
	I-E2-V2. La asesora interactúa con alumnos y maestro para señalar la necesidad de disminuir las exigencias de la tarea con el propósito de buscar la respuesta correcta más avanzada que pueden producir y progresivamente, paso a paso, formular preguntas que los confronten con su error hasta facilitarles la producción de las respuestas correctas.
	I-E2-V3. La asesora interactúa con alumnos y maestro sugiriéndole que les proponga tareas similares que permitan a los alumnos afianzar la comprensión recién adquirida.
	I-E3. La asesora interactúa con alumnos y maestro reflexionando sobre los procedimientos de los alumnos y la forma como el maestro interroga, para hacerlos explícitos.

Tabla N° 1. Tipos de estrategias utilizadas en el acompañamiento

Tipos de interacción	Estrategias de acompañamiento
II- Interacción directa: con maestro/alumnos	II-E1. La asesora observa la interacción del maestro con sus alumnos y señala a uno y a otro la dificultad del alumno y la forma de corregirla.
	II-E2. La asesora observa la interacción del maestro con sus alumnos para corregirle dificultades en la aplicación de una estrategia de enseñanza que ha aprendido.
	II-E2-V1. La asesora observa la interacción del maestro con sus alumnos al aplicar una estrategia de enseñanza aprendida y le propone otra estrategia que permite a los alumnos alcanzar una mejor comprensión.
	II-E3. La asesora observa la interacción del maestro con sus alumnos para reflexionar sobre la estrategia de enseñanza que utiliza.
III. Interacción directa: con el maestro, sin la presencia de los alumnos	III-E1. La asesora reflexiona con el maestro sobre sus prácticas de enseñanza y las dificultades que sus alumnos presentan.
“I”, “II”, “III” se refieren al tipo de interacción; “E1”, “E2”,... se refieren a las estrategias identificadas, y las variaciones a las estrategias se refieren con “V1”, “V2”, etc.	

Tabla N° 1. Tipos de estrategias utilizadas en el acompañamiento

En relación con la finalidad de las estrategias de acompañamiento adoptadas, igualmente se pueden distinguir niveles y la manera como evolucionan. En un primer nivel se encuentran las estrategias que trabajan sobre el diagnóstico y en niveles más avanzados, las que permiten al docente reflexionar sobre su práctica o sobre los procedimientos de sus alumnos. Por supuesto la reflexión exige un mayor nivel de elaboración que el diagnóstico de la dificultad e igualmente permite inferir el cambio.

El cruce de los dos tipos de análisis posibilita identificar de manera más precisa la evolución de las estrategias de acompañamiento, desde estrategias de interacción mediada, en las cuales la asesora diagnostica la dificultad del alumno, hasta estrategias de interacción directa, con las que ayuda al maestro a reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza o sobre los procedimientos de sus alumnos. La Tabla N° 1 presenta el conjunto de estrategias identificadas.

RESULTADOS

Los logros alcanzados en este proceso de formación así como sus límites se presentan en dos apartados: el primero dedicado a evaluar el cambio en las concepciones de los maestros, a partir de niveles de comprensión obtenidos al resolver los cuestionarios; el segundo, centrado en el cambio en las prácticas, incluye el análisis del seguimiento a las sesiones de acompañamiento.

Cambios en las concepciones de los maestros

El análisis comparativo de las respuestas de los maestros a los dos cuestionarios, pretest y postest, muestra un cambio estadísticamente significativo tanto en su comprensión del SNBD como en sus concepciones sobre la manera de enseñarlo.

Comprensión	Pretest	Postest
Baja	62	5
Media	24	57
Alta	14	38
Total	100	100

Tabla N° 2. Distribución total de porcentajes de maestros en función del nivel de comprensión para pretest y postest

Comprensión	Pretest	Postest
Baja	38	5
Media	48	38
Alta	14	57
Total	100	100

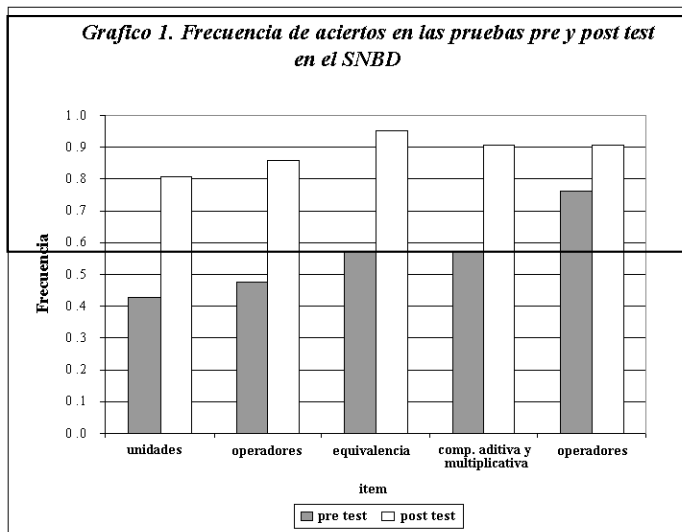
Tabla N° 3. Distribución de porcentajes de maestros en función del nivel de comprensión para pretest y postest en ítems relativos a SNBD

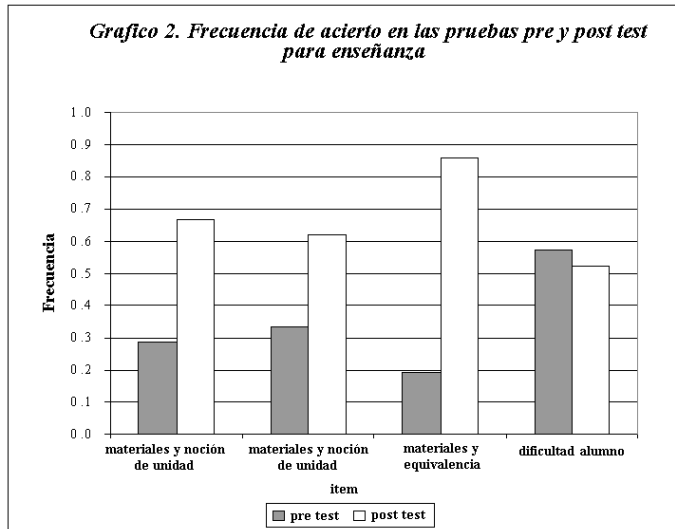
Comprensión	Pretest	Postest
Baja	76	52
Media	10	29
Alta	14	19
Total	100	100

Tabla N° 4. Distribución de porcentajes de maestros en función del nivel de comprensión para pretest y postest en ítems relativos a enseñanza

En el pretest, el 62% de los maestros presentaron dificultades al resolver los cuestionarios; esto significa que más de la mitad de los veintiún maestros se equivocaron en más del 50% de los ítems que se les preguntaron y solamente un 14% respondió adecuadamente más del 75% de los ítems. En el postest, el porcentaje de maestros con comprensión “baja” disminuyó al 5% y aumentó el porcentaje de maestros ubicados en comprensión “media” (57%) y “alta” (38%) (véase Tabla N° 2). La comparación entre las medias de acierto de las pruebas pre y post muestra una diferencia significativa ($t(20) = -5.266$, $p < .001$).

El análisis de los resultados, en función de los componentes de la prueba revela que en el pretest, la mayor dificultad de los maestros se presentó en los ítems relativos a la enseñanza del sistema: 76% quedó asignado a la categoría “comprensión baja” (véase Tabla N° 4). En estos ítems, la mayor dificultad se presentó en las preguntas relativas a la utilización de materiales concretos para trabajar con los alumnos las nociones de unidad y relación de equivalencia entre unidades en el sistema (véase Gráfico 2). En cambio, al resolver los ítems relativos a la comprensión del sistema (véase Tabla N° 3), 38% de los maestros fueron asignados a la categoría “comprensión baja” y el 48% a “comprensión media”; y solamente 14%, alcanzaron una “comprensión alta” en los dos componentes (véanse Tabla N° 3 y Tabla N° 4). En relación con la comprensión del sistema, el porcentaje más alto falló al responder los ítems relativos a: unidades del sistema, operadores, relación de equivalencia y composiciones (véase Gráfico 1).





Los resultados del postest revelan que el porcentaje de maestros que comprendió el sistema es mayor que el porcentaje que logró comprender su enseñanza: 57% de los maestros son asignados a la categoría “comprensión alta” en los ítems relativos al sistema; en cambio, en los ítems relativos a su enseñanza, solamente el 19% alcanzó “comprensión alta” (véanse Tabla N° 3 y Tabla N° 4).

Las diferencias entre pre y post del porcentaje de maestros asignados a los diferentes niveles de acierto al resolver las preguntas relativas a los componentes del cuestionario —comprensión del sistema y comprensión de la enseñanza— fueron significativas: en comprensión del SNBD: $t(20) = -4.742$, $p < .001$; en enseñanza: $t(20) = -3.792$, $p < .001$.

A pesar de las limitaciones inherentes a cualquier cuestionario, estos resultados permiten concluir que los maestros participantes en el Programa de formación lograron comprender buena parte de los componentes del sistema y mejoraron su comprensión sobre las estrategias que se pueden utilizar para trabajar con los niños ciertas nociones y operaciones.

Cambios en la práctica

Teniendo en cuenta que sólo se consideran los episodios de interacción correspondientes a la tercera y cuarta sesiones, el análisis que a continuación se propone es muy preliminar. Sin embargo, los resultados permiten señalar que:

- 1) A medida que las sesiones de acompañamiento avanzan, las estrategias evolucionan; solamente en la cuarta sesión se identifican las estrategias de acompañamiento más avanzadas.
- 2) Tanto el tipo de interacción como la finalidad de las estrategias de acompañamiento evolucionan a través de las sesiones: sólo en la última sesión se presentan estrategias de interacción directa y la asesora logra que el docente reflexione sobre sus prácticas al enseñar o sobre los procedimientos que los alumnos utilizan.
- 3) Solamente en la última sesión de acompañamiento la asesora utiliza la interacción directa, en la cual el docente recupera su papel como maestro del grupo, en tanto que la mediada, se presenta en una y otra sesión.
- 4) La evolución en los tipos de interacción asesor-maestro permite inferir transformaciones en las prácticas de enseñanza de los docentes, porque en la interacción mediada el docente asume su papel de "aprendiz de maestro" y en la directa, los maestros recuperan su papel de docentes, de "autoridad institucional en el aula" (Bishop, 1985, citado por Cobb et al., 2000, p. 9), reconociendo igualmente su papel de aprendices. La identificación de este último tipo de interacción permite inferir la manera como la práctica del docente ha evolucionado: en la interacción mediada el docente no asume su papel y en la directa, se responsabiliza del mismo, transformando sus prácticas de enseñanza.
- 5) A pesar de los cambios señalados, al final de las sesiones de acompañamiento, las mismas maestras reconocen sus dificultades para formular preguntas y adecuar los contenidos y las estrategias de enseñanza a las dificultades y logros de los alumnos. Esta toma de consciencia sobre la dificultad resulta altamente positiva.
- 6) Este análisis permite igualmente inferir que a medida que las intervenciones avanzan, las prácticas de enseñanza de los maestros se transforman y que las estrategias de acompañamiento evolucionan en función de tales cambios.

El análisis del seguimiento de las sesiones de acompañamiento, igualmente permite señalar la permanencia de los siguientes cambios en el 90% de las

aulas de los maestros que a través de las sesiones de acompañamiento reasumen su papel de docentes:

- La organización del aula de clase cambia en el sentido de que los alumnos trabajan por mesas¹², en pequeños grupos, cada estudiante dispone de su material y de su hoja de trabajo.
- Los alumnos utilizan materiales concretos no sólo durante las sesiones de acompañamiento sino también durante la semana que transcurre entre cada par de sesiones consecutivas. La comprensión que los alumnos muestran en la siguiente sesión y la propiedad con que utilizan los materiales constituyen indicadores de este logro.
- Los maestros asignan tareas diferenciadas a los alumnos dentro de un mismo grupo; los rangos numéricos y las tareas varían de acuerdo con el nivel de su conocimiento.
- Los maestros empiezan a detectar las dificultades más notorias en algunos alumnos del subgrupo con el cual trabajan. Se espera que en el futuro los maestros no sólo detecten los casos más críticos sino que puedan identificar las dificultades que el estudiante promedio presenta y logren proponerles tareas que les permitan superarlas.
- Los maestros designan estudiantes “líderes” para que ayuden y apoyen a sus compañeros de mesa que presenten mayores dificultades al resolver la tarea que están realizando.

Es necesario señalar que aunque al finalizar el Programa de formación, los maestros son capaces de diagnosticar algunas dificultades, aún no son capaces de establecer las causas de las mismas y, menos aun, la manera de interpretar e intervenir en estos casos.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados de este estudio permiten proponer que la reflexión sobre materiales concretos, que facilitan trabajar la lógica del sistema de notación en base diez a los alumnos de primaria, puede llevar a cambios en las concepciones de los maestros y que la reflexión sobre la utilización de prácticas de enseñanza novedosas puede asimismo generar cambio en sus

12. Los pupitres bipersonales se dispusieron de tal manera que se configuraron mesas de trabajo.

prácticas. La reflexión sobre los materiales y las prácticas permite que los maestros tomen consciencia entre otros, de sus logros y dificultades al enseñar, de los cambios que deben introducir en sus prácticas y de las dificultades de los niños en relación con el conocimiento que les enseñan.

Los cambios en las prácticas se lograron a través de cuatro sesiones, que corresponden a igual número de semanas, durante las cuales los asesores comparten con los maestros actividades. Este resultado sugiere que un programa de formación que incluya reflexión sobre situaciones que propician experiencias novedosas, posibilita cambios en un período relativamente corto. Sin embargo, ¿qué tan estable resulta este cambio?, ¿cómo lograr que estos resultados perduren?

Estas preguntas llevan a señalar, una vez más, que se trata de un proceso de cambio a largo plazo y que la reflexión permanente sobre la práctica y la indagación constante con los alumnos, constituyen los mejores instrumentos para lograr la continuación del proceso y que los cambios alcanzados permanezcan a través del tiempo, garantizando una profesionalización constante.

Entonces, ¿cómo garantizar la continuación del proceso? La búsqueda de una respuesta a esta pregunta lleva a reconocer que es necesario generar redes de maestros que contribuyan a dinamizar y mantener procesos de cambio y de indagación sobre la mejor manera de enseñar los contenidos matemáticos. Solamente una acción coordinada y permanente entre maestros y profesionales interesados en el mejoramiento de la enseñanza permitirá avanzar en este camino.

REFERENCIAS

- Behr, M.J., Harel, G., Post, T. y Lesh, R. (1992). Units of quantity: A conceptual basis common to additive and multiplicative structures. En G. Harel y J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany: State University of New York Press.
- Betancur, R.D. (1998). *Logros del programa: Conocimiento de los alumnos. Programa de formación, actualización y profesionalización de docentes al servicio del Estado en el área de matemáticas*. Departamento de Risaralda. Cali: Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados en Psicología, Cognición y Cultura.
- Cobb, P., McClain, K., Stephan, M. y Gravemeijer, K. (2000). *Participating in classroom mathematical practices*. Vanderbilt University y State University Utrecht. (documento no publicado)
- Coll, C. (1988). Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo. *Infancia y Aprendizaje*, 41, 131-142.

- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (Traducción de Myriam Vega). Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.
- Harel, G. y Tall, D. (1991). The general, the abstract and the generic in advanced mathematics. *Learning of Mathematics, 11* (1), 38-43.
- Orozco, M. (1997). La matemática en primaria. *Actas 8vas JAEM. Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (447-44). Salamanca: España.
- Orozco, M. (2000). El análisis de tareas: cómo utilizarlo en la enseñanza de la matemática en primaria. *Revista EMA, 5* (2), 139-151.
- Orozco, M. (2002). Relación entre prácticas de enseñanza en el aula y la comprensión de los componentes del sistema de notación en base diez. *UNO, 31*, 73-94.
- Perry, P., Andrade, L., Fernández, F., Castro, M. y de Meza, M. (1999). Reflexión: componente de la actividad profesional del docente de matemáticas (reporte de investigación). Bogotá: Universidad de los Andes, "una empresa docente".
- Piaget, J. (1983). *Psicología y pedagogía*. Madrid: Editorial Ariel, S.A.
- Puche, R., Colinvaux, D. y Dibar, C. (2001). *El niño que piensa. Un modelo de formación de maestros*. Washington: OEA y Bogotá: MEN.
- Saxe, G., Gearhart, M., Franke, M., Howard, Sh. y Crockett, M. (1999). Teachers' shifting assessment practices in the context of educational reform in mathematics. *Teaching and Teacher Education, 15*, 85-105.
- Steffe, L. (1991). Cómo construye el niño la significación de los términos aritméticos: Un problema curricular. *Cuadernos de Psicología, 11* (1), 105-162.
- Vasco, C.E., Escobedo, H., León, T. y Negret, J.C. (1994). La teoría general de procesos y sistemas. Una propuesta semiológica, ontológica y gnoseológica para la ciencia, la educación y el desarrollo. En E. Aldana et al. (Comisionados) *Misión Ciencia, Educación y Desarrollo* (tomo 2). Informes de Comisionados I. Bogotá: Presidencia de la República y COLCIENCIAS.

Mariela Orozco-Hormaza
Centro de Investigaciones en Psicología, Cognición y Cultura
Universidad del Valle
Tel.: (092) 3212192
Santiago de Cali, Colombia
morozco@mafalda.univalle.edu.co

APÉNDICE

ALGUNAS PREGUNTAS DE LOS CUESTIONARIOS

No.	Ítem	Pretest	Post test
1	<i>Unidades</i>	¿Cuáles son las unidades del sistema de notación en base 10? Justifique.	¿Cuáles son las unidades del sistema de notación en base 10? Justifique.
2	<i>Operadores</i>	¿Qué representan los dígitos en un numeral cualquiera? Dé un ejemplo.	¿Qué representan los dígitos en un numeral cualquiera? Dé un ejemplo.
3	<i>Equivalencia</i>	Establezca las relaciones de equivalencia entre 1.000.000 y las demás unidades del sistema de notación en base 10.	Establezca las relaciones de equivalencia entre 100.000 y las demás unidades del sistema de notación en base 10.
4	<i>Composición aditiva y multiplicativa</i>	Demuestre la composición aditiva y multiplicativa del siguiente numeral: cinco millones dos mil cuatro.	Demuestre la composición aditiva y multiplicativa del siguiente numeral: seis millones cuatrocientos cincuenta mil novecientos cincuenta.
5	<i>Operadores</i>	¿Cuáles son los operadores en el sistema de notación en base 10?	¿Cuáles son los operadores en el sistema de notación en base 10?
6	<i>Materiales y noción de unidad</i>	¿Cómo trabajaría la noción de unidad en el ábaco?	¿Cuál es el material más apropiado para explicar la noción de valor?
7	<i>Materiales y equivalencia</i>	¿Qué material utilizaría para trabajar la noción de equivalencia entre unidades del sistema de notación en base 10?	¿Cuál es el material más apropiado para explicar la noción de equivalencia?
8	<i>Dificultad alumno</i>	Un niño de su clase tiene dificultades para escribir numerales que incluyan cero. ¿Qué materiales utilizaría para ayudarle a superar esta dificultad? Explique.	Un niño de su clase tiene dificultades para establecer equivalencias entre 10.000 y unidades de 10 y 1. ¿Qué tareas propone para ayudarle a superar esta dificultad? Explique.