



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *L'Université Toulouse III- Paul Sabatier*

Discipline ou spécialité : *Mécanique, Energétique et procédés*

---

**Présentée et soutenue par *Gladés Bachir***

**Le 14 Octobre 2010**

**Titre: *Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard***

---

### JURY :

Ben Hadid H.	professeur de l'université de Lyon I(Rapporteur)
Bennacer R.	Professeur à l'ENS Cachan (Rapporteur)
Azaiez M.	professeur de l'université de Bordeaux I
Charrier-Mojtabi M.C	professeur de l'université de Toulouse III
Costeseque P.	Maître de conférences de l'université de Toulouse III(invité)
Fakih C.	Maître de conférences de l'université Libanaise (Invité)
Marcoux M.	Maître de conférences de l'université de Toulouse III
Mojtabi A	professeur de l'université de Toulouse III

### Ecole doctorale :

*Mécanique, Energétique et procédés (MEGeP)*

**Unité de recherche : *UFR MIG-UPS / IMFT***

**Directeur de Thèse : *Mojtabi Abdelkader***

# Remerciements

Cette thèse a été préparée au sein du laboratoire (IMFT) et la faculté de Génie de l'Université Libanaise. L'occasion m'est donnée aujourd'hui de remercier l'ensemble des personnes qui ont, de près ou de loin, contribué à l'accomplissement de ce travail.

Je tiens à exprimer ma vive gratitude à Monsieur le Professeur A. Mojtabi, de m'avoir accueilli dans son équipe pour effectuer ces recherches. Vous avez toujours accordé à mon travail le plus grand intérêt avec dynamisme et compétence. Il m'a été permis d'apprécier vos grandes qualités humaines qui ont largement contribué à finir mon travail. En témoignage de ma profonde gratitude, veuillez trouver, mes remerciements les plus sincères.

Je remercie mes rapporteurs, les Professeurs H. Ben Hadid et R. Bennacer, pour avoir accepté de consacrer une partie de leur temps à l'examen de cette thèse.

Je remercie Madame M.C. Charrier-Mojtabi professeur à l'UPS, le professeur M. Azaiez professeur à Bordeaux I et Messieurs P. Costeseque et M. Marcoux Maître de Conférences à l'UPS et C. Fakh MCF à l'université libanaise qui m'ont fait le grand honneur de participer au jury de cette thèse.

Je remercie Monsieur le Professeur Mohamed Zoeter doyen de la faculté de Génie de l'Université Libanaise qui m'a permis d'effectuer cette thèse et m'a donné le temps nécessaire dans des bonnes conditions.

Je suis aussi très reconnaissant envers Monsieur B. ElHajjar pour toute l'aide qui m'a apportée durant cette thèse.

Je dédie ce mémoire à mes parents et mes beaux parents, à mes enfants et à mon mari.

# Abstract

Nanofluid is a new kind of fluid suspension consisting of uniformly dispersed and suspended nanometer-sized ( $<100\text{nm}$ ) particles in base fluid. These fluid composites have attracted much attention since anomalously thermal properties were reported during at last decade.

The influence of nanoparticles ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Ag}$  and  $\text{Au}$ ) dispersed in base fluid on conductive and convection heat transfer in Rayleigh-Bénard configuration is studied. Instead of using the expression commonly found in the literature for specific heat capacity and thermal expansion coefficient, we used two relations that are in agreement with the laws of thermodynamics. It is shown that adding nanoparticles in a fluid decrease the Rayleigh number of nanofluid compared to base fluid and delays the onset of convection. Contrary to what is argued by many authors, we prove that the presence of nanoparticles in base fluid can reduce heat transfer instead of increasing it. The heat transfer is more important in a nanofluid than in base fluid only in the conductive regime and for the highest values of Rayleigh number.

## **Keywords:**

Nanofluids; Heat transfer; Natural convection; Rayleigh-Bénard.

# Résumé

Les nanofluides sont des solutions colloïdales composées de particules de taille nanométrique en suspension dans un liquide. Leurs propriétés thermiques étonnantes en ont fait l'objet d'intenses investigations durant la dernière décennie.

On propose dans ce travail d'étudier l'influence de la concentration en nanoparticules ( $Al_2O_3$ , CuO, Cu, Ag and Au) dispersées dans un fluide de base sur le transfert de chaleur par conduction et convection en configuration de Rayleigh-Bénard.

Les relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion thermique des nanofluides, utilisées dans le présent travail, déduites à partir des lois de la thermodynamique diffèrent de celles approchées retenues dans la littérature. On montre que pour une cellule expérimentale donnée et à différence de température fixée l'ajout de nanoparticules dans un fluide porteur conduit à une diminution du nombre de Rayleigh dans le nanofluide obtenu comparé à celui dans le fluide porteur seul.

L'apparition de la convection est donc retardée dans le nanofluide. Il s'ensuit que contrairement à ce qui a été obtenu antérieurement par de nombreux auteurs, on a montré que la présence de nanoparticules solides dans un fluide porteur peut réduire le transfert de chaleur au lieu de l'augmenter. Le transfert de chaleur est plus important dans un nanofluide que dans le fluide de base qu'en régime de conduction et pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh.

## **Mots-clés :**

Nanofluide; Transfert de chaleur; Convection naturelle; Rayleigh-Bénard.

# Nomenclature

Les notions ci-dessous définies sont communes à l'ensemble de ce travail. D'autres, utilisées localement sont, au fur et à mesure, définies dans le texte.

## Lettres latines

$A$		rapport d'aspect, $A=L / H$
$C_p$	$J.kg^{-1}.K^{-1}$	chaleur spécifique à pression constante
$d_p$	$nm$	diamètre des nanoparticules
$g, \vec{g}$	$m.s^{-2}$	accélération et vecteur accélération de la pesanteur
$H$	$m$	hauteur de la cellule selon Oz
$h$	$W. m^{-2}.K^{-1}$	coefficient de transfert de chaleur
$k$	$W. m^{-1}.K^{-1}$	conductivité thermique
$L$	$m$	longueur de la cellule selon Ox
$Nu$		nombre de Nusselt, $Nu = h H / k$
$\vec{n}$		normale sortante d'une surface
$P$	$Pa$	pression
$Pr$		nombre de Prandtl, $Pr = \nu / \alpha$
$Q$	$W$	flux de chaleur
$q$	$W.m^{-2}$	vecteur densité surfacique de flux de chaleur reçu par conduction, d'après la loi de Fourier : $q = -k \nabla T$
$Ra_c$		nombre de Rayleigh critique thermique
$Ra$		nombre de Rayleigh thermique, $Ra_T = g \beta_T H^3 \Delta T / (\nu \alpha)$

t	s	temps
$T_f$	$^{\circ}C$	température froide
$T_c$	$^{\circ}C$	température chaude
T	$^{\circ}C$	température
(u, w)	$m.s^{-1}$	composantes du vecteur vitesse
$\vec{v}$	$m.s^{-1}$	vecteur vitesse
(x, z)		coordonnées cartésiennes

## Lettres grecques

$\alpha$	$m^2.s^{-1}$	diffusivité thermique du fluide
$\beta$	$K^{-1}$	coefficient d'expansion thermique
$\mu$	$Kg.m^{-1}.s^{-1}$	viscosité dynamique
$\varphi$		fraction volumique des nanoparticules (Volume des nanoparticules sur le volume du nanofluide contenant ces nanoparticules)
$\rho$	$Kg.m^{-3}$	masse volumique
$\nu$	$m^2.s^{-1}$	viscosité cinématique

## Indices et symboles inférieurs

c	chaud
C	désigne les grandeurs critiques
DNTCs	double couche nanotube de carbone
eff	effective
EG	éthylène glycol
EMT	microscope électronique à transmission
f	froid
$f$	fluide de base
H-C	Hamilton-Crosser
l	local
MNTC	multiple couche nanotube de carbone
NTC	nanotube de carbone

<i>nf</i>	nanofluide
RB	Rayleigh-Bénard
s	nanoparticule solide
SNTCs	simple couche nanotube de carbone

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>16</b>
1.1	Notion de base de la convection naturelle.....	16
1.2	Contenu du manuscrit.....	17
<b>2</b>	<b>Les nanofluides</b>	<b>19</b>
2.1	Introduction.....	19
2.2	Nanoparticules et les fluides porteurs.....	19
2.3	Etat de l'art sur les nanofluides.....	21
2.4	Décantation des nanoparticules dans le fluide de base.....	22
2.5	Les nanofluides à base d'oxyde.....	23
2.5.1	Les nanoparticules d'oxyde d'Aluminium.....	23
2.5.2	Les nanoparticules d'oxyde de Cuivre.....	25
2.5.3	Les nanoparticules de dioxyde de Titane.....	25
2.6	Les nanoparticules métalliques.....	29
2.6.1	Les nanoparticules de cuivre.....	29
2.6.2	Les nanoparticules d'or et d'Argent.....	29
2.7	Les nanotubes de carbone.....	30
2.7.1	La structure.....	30
2.7.2	propriétés thermiques des nanotubes de carbone.....	32
2.8	Propriétés thermiques à l'échelle nanométrique.....	34
2.9	Synthèse bibliographique sur la convection dans les nanofluides.....	35
2.9.1	Convection forcée.....	35
2.9.2	Convection naturelle.....	36
2.10	Conclusion.....	39
<b>3</b>	<b>Caractéristiques thermophysiques des nanofluides</b>	<b>40</b>
3.1	La Masse volumique.....	40



3.2	La chaleur spécifique.....	42
3.2.1	Comparaison entre les valeurs tirées à partir des deux relations donnant les chaleurs spécifiques pour différents nanofluides.....	43
3.3	Coefficient d'expansion thermique.....	47
3.3.1	Comparaison entre les valeurs tirées à partir des deux relations donnant les coefficients d'expansion thermique pour différents nanofluides	48
3.4	La Viscosité dynamique.....	52
3.4.1	Les différents modèles de viscosités.....	53
3.4.2	Influence de température sur la viscosité dynamique.....	56
3.5	Conductivité thermique des nanofluides.....	56
3.5.1	Méthodes de mesures de la conductivité thermique.....	56
a-	Méthode de fil chaud (le fil Platine).....	56
a.1	Champs de température dans le fluide.....	57
3.5.2	Modèles des conductivités thermiques.....	59
3.5.2.1	Modèles de type Maxwell .....	60
3.5.2.1.1	Modèle de Maxwell.....	60
3.5.2.1.2	Modèle d'Hamilton – Crosser.....	60
3.5.2.1.3	Modèle de Yu et Choi.....	62
3.5.2.1.4	Modèle de Bruggeman.....	62
3.5.3	Comparaison des résultats expérimentaux avec les modèles de la conductivité thermique.....	63
3.6	Conclusion.....	71
<b>4</b>	<b>Formulation mathématique des écoulements convectifs dans les nanofluides</b>	<b>72</b>
4.1	Equations de conservation.....	72
4.1.1	Théorèmes fondamentaux.....	72
4.1.2	Equation de conservation de la masse.....	73
4.1.3	Equation de conservation de la quantité de mouvement.....	74
4.1.4	Equation de conservation de l'énergie.....	75
4.1.5	Approximation de Boussinesq.....	77
4.2	Description du modèle et hypothèses simplificatrices.....	78
4.3	Equations dimensionnelles et conditions aux limites.....	79
4.3.1	Conditions aux limites associées.....	80

<b>TABLE DES MATIERES</b>		<b>10</b>
4.4	Equations adimensionnelles du problème et conditions aux limites.....	80
4.4.1	Choix des grandeurs de référence.....	80
4.4.2	Les conditions aux limites.....	82
4.4.3	Transfert de chaleur.....	82
<b>5</b>	<b>Simulations numériques 2D</b>	<b>84</b>
5.1	Présentation du logiciel COMSOL.....	84
5.2	Simulations numériques.....	85
5.2.1	Calcul du nombre de Rayleigh pour un nanofluide.....	85
5.2.2	Champs de température pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.....	88
5.2.3	Nombre de Nusselt calculés pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.....	90
5.2.4	Calcul du flux thermique dans un nanofluide.....	91
5.3	Résultats et discussion.....	95
5.4	Conclusion.....	
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>101</b>
	<b>Annexe</b>	<b>103</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>108</b>

# Table des figures

2.1	Les couleurs de deux nanofluides avec seulement 1% de nanoparticules.....	26
2.2	Différentes structures des nanotubes identifiées.....	31
2.3	Image TEM (Microscope électronique à transmission) de nanotubes mono feuillet (barre d'échelle 10nm) Wang et al. en 2005.....	31
2.4	Explication schématisée de la création d'un réseau de ponts thermiques (trait rouge) crée par une dispersion de nano-fibres (trait noir) dans un liquide (Beige) qui permet la propagation de la chaleur d'une zone chaude (ovale rouge) vers une zone froide.....	32
3.1	Valeurs de $(C_p)_{nf} / (C_p)_f$ en fonction de $\phi$ pour le nanofluide (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> +eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide..	44
3.2	Valeurs de $(C_p)_{nf} / (C_p)_f$ en fonction de $\phi$ pour le nanofluide (CuO+eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide..	46
3.3	Valeurs de $(C_p)_{nf} / (C_p)_f$ en fonction de $\phi$ pour le nanofluide (Cu+eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide.....	45
3.4	Valeurs de $(C_p)_{nf} / (C_p)_f$ en fonction de $\phi$ pour le nanofluide (Au+eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide.....	46
3.5	Valeurs de $(C_p)_{nf} / (C_p)_f$ en fonction de $\phi$ pour le nanofluide (Ag+eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide.....	46
3.6	Valeurs de $\beta_{nf} / \beta_f$ en fonction de $\phi$ obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanofluide (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> +eau).....	49
3.7	Valeurs de $\beta_{nf} / \beta_f$ en fonction de $\phi$ obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanofluide (CuO+eau).....	50
3.8	Valeurs de $\beta_{nf} / \beta_f$ en fonction de $\phi$ obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanofluide (Cu+eau).....	50

3.9	Valeurs de $\beta_{nf} / \beta_f$ en fonction de $\phi$ obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanfluide (Ag+eau).....	51
3.10	Valeurs de $\beta_{nf} / \beta_f$ en fonction de $\phi$ obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanfluide (Au+eau).....	51
3.11	Graphe donnant $T(r, t) - T_0$ en fonction du logarithme de la température en un point du fluide.....	58
3.12	Comparaison entre la prédiction de modèle de H-C avec les résultats des autres modèles pour le nanfluide ( $Al_2O_3$ +eau).....	64
3.13	Comparaison entre résultats expérimentaux pour le nanfluide ( $Al_2O_3$ + eau) et ceux tirés à partir des deux modèles H-C et Yu-Choi.....	65
3.14	Comparaison entre les résultats expérimentaux pour le nanfluide ( $Al_2O_3$ + eau) et ceux tirés du modèle de H-C pour différentes valeurs de la sphéricité.....	66
3.15	Comparaison entre la prédiction du modèle de H-C avec les résultats expérimentaux pour le nanfluide (CuO+ eau).....	66
3.16	Comparaison entre le modèle de H-C avec les résultats expérimentaux pour le nanfluide (Cu+ eau) pour deux valeurs de $\Psi$ .....	67
3.17	Comparaison entre la prédiction de modèle de H-C avec les résultats des autres modèles pour le nanfluide (NTC + eau) .....	68
3.18	Comparaison entre la prédiction de modèle de H-C et les résultats expérimentaux pour le nanfluide (NTC+eau).....	69
4.1	Schéma de définition.....	79
5.1	Rapport $Ra_{nf} / Ra_f$ en fonction de la fraction volumique pour les trois types de nanofluides ( $Al_2O_3$ +eau), (CuO+eau) et (Cu+eau).....	87
5.2	Rapport $Ra_{nf} / Ra_f$ en fonction de fraction volumique pour les nanofluides (Argent + eau) et (or + eau).....	87
5.3	Rapport $Ra_{nf} / Ra_f$ en fonction de fraction volumique pour les nanofluides ( $Al_2O_3$ +eau) calculé à partir du modèle de Brinkman et à partir de la corrélation de Pak et Cho.....	88
5.4	Champs de température dans une cellule de rapport d'aspect $A = 10$ , $Pr=7.066$ et $\phi=0$ pour différents nombre de Rayleigh ( $Ra_f=10\ 000$ (a)), ( $Ra_f = 5000$ (b)) et ( $Ra_f = 2000$ (c)), ( $Ra_f=1700$ , (d)).....	89
5.5	Rapport $Q_{nf} / Q_f$ en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de $\phi$ dans le cas du nanfluide ( $Al_2O_3$ +eau).....	95

5.6	Rapport $Q_{nf}/Q_f$ calculé en fonction du nombre de Rayleigh pour $\phi=0.08$ dans le cas du nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau) et comparaison avec les résultats obtenus par Kim et al. [34].....	95
5.7	Rapport $Q_{nf}/Q_f$ en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de $\phi$ dans le cas du nanofluide (CuO+eau) .....	96
5.8	Rapport $Q_{nf}/Q_f$ en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de $\phi$ dans le cas du nanofluide (Cu+eau).....	96
5.9	Rapport $Q_{nf}/Q_f$ en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de $\phi$ dans le cas du nanofluide (Ag+eau).....	97
5.10	Rapport $Q_{nf}/Q_f$ en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de $\phi$ dans le cas du nanofluide (Au+eau).....	97
5.11	Rapport $Q_{nf}/Q_f$ calculé en fonction du nombre de Rayleigh pour $\phi=0.08$ dans le cas du nanofluide (Cu +eau) et comparaison de nos résultats avec ceux déterminés par Kim et al. [34].....	98
5.12	Rapport $Q_{nf}/Q_f$ calculé en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de $\phi$ (0.01, 0.05 et 0.08) dans le cas du nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau) et pour des conductivités des nanofluides calculées à partir de différents modèles.....	99

# Liste des tableaux

2.1	Valeurs des conductivités thermiques des nanoparticules et des fluides utilisés.....	27
2.2	Résultats donnant les valeurs maximales des conductivités thermiques obtenues pour différents nanofluides avec des nanoparticules sphériques d'oxydes métalliques et différents fluides de base.....	28
2.3	Valeurs maximales de la conductivité thermique des nanofluides pour les nanoparticules métalliques obtenues par différents auteurs.....	30
2.4	Valeurs mesurées de la conductivité thermique des nanofluides avec des nanotube de carbone pour différents fluides de base et pour différentes valeurs de la fraction volumique e nanotubes.....	34
3.1	Rapport des masses volumiques des différentes nanofluides en fonction de la fraction volumique.....	42
3.2	Valeurs de $(C_p)_{nf} / (C_p)_f$ pour $\phi = 4\%$ obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique pour différents nanofluides.....	47
3.3	Calcul du rapport $\beta_{nf} / \beta_f$ pour $\phi = 4\%$ obtenues à partir des deux relations donnant le coefficient d'expansion thermique (3.5) et (3.6) pour différents nanofluides.....	52
3.4	Rapport des viscosités du nanofluide ( $Al_2O_3$ + eau) obtenus à partir des différents modèles étudiés.....	56
3.5	Valeurs calculées du rapport $k_{nf} / k_f$ à partir du modèle H-C en fonction de $\phi$ pour deux nanofluides (eau + NTC) et (éthyle glycol + NTC).....	70
3.6	Valeurs de $k_{nf} / k_f$ en fonction de $\phi$ pour différents nanofluides avec l'eau comme fluide porteur et cinq nanoparticules différentes ( $Al_2O_3$ , CuO, Cu, Au et Ag) en utilisant le modèle de H-C.....	70
5.1	Nombre de Nusselt global calculés en $z = 0$ pour $A = L/H = 10$ pour différentes valeurs de $\phi$ du nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau) (COMSOL).....	90

---

5.2	Nombre de Nusselt global calculés en $z = 0$ pour $A = L/H = 10$ différentes valeurs de $\phi$ du nanofluide (Ag+eau) (COMSOL).....	91
5.3	Valeurs minimums des rapports de coefficient de transfert de chaleur pour différents nanofluides et pour $\phi = 8\%$ .....	93

# Chapitre 1

## Introduction

Le développement des nanotechnologies constitue un challenge pour les années à venir. Les nanosciences étudient la structure de la matière au niveau moléculaire donc à l'échelle nanométrique dans le but d'innover dans de nombreux domaines tels que : l'environnement, la production et le stockage de l'énergie, le refroidissement des composants électroniques, la biologie, le diagnostic médical, le traitement de l'eau, etc....

En ce qui concerne les applications dans le domaine du transfert de chaleur, des études menées depuis une dizaine d'années ont montré que dans certaines conditions, l'ajout de particules nanométriques dans un fluide (appelé alors nanofluide) comme par exemple des particules d'Oxyde d'Aluminium ( $Al_2O_3$ ), d'Oxyde de Cuivre (CuO), le cuivre (Cu) ou des nanotubes de carbone dans l'eau pouvaient augmenter le transfert de chaleur par rapport au cas du corps pur (eau), en modifiant de manière significative la conductivité thermique du fluide porteur. Différents modèles ont été élaborés en vue d'expliquer cette remarquable améliorations des transferts convectifs, mais la confrontation entre ces modèles pour évaluera la conductivité thermique effective des nanofluides montre que ces derniers n'approximent pas de façon satisfaisante les expériences réalisées sur les nanofluides avec différentes variétés de nanoparticules et de fluides porteurs tels que : eau, éthylène glycol,...

### 1.1 Notion de base de la convection naturelle

Le terme " convection" semble avoir été forgé pour désigner un mode de propagation de la chaleur. La convection est une science qui groupe la mécanique des fluides et le transfert de chaleur.



En convection naturelle, les mouvements des particules de fluide ont pour origine les différences de masse volumique induites par un gradient de température imposé, en présence du champ de gravité. En convection naturelle le transfert de chaleur global reste pour l'ingénieur une grandeur importante à caractériser. L'intérêt pour l'étude de ce problème est également son implication dans l'amélioration du refroidissement des composants électroniques. En plus de cet aspect pratique l'étude des écoulements convectif dans un nanofluide présente un intérêt certain du point de vue recherche fondamentale.

On s'intéresse dans cette étude au transfert thermique en convection naturelle dans une cellule rectangulaire horizontale chauffée par le bas remplie d'un nanofluide et soumise à un gradient de températures verticales. Cette configuration s'est vite imposée en tant que modèle d'étude. Nous allons étudier et comparer dans cette configuration le transfert global de chaleur véhiculée dans un nanofluide et dans le fluide porteur seul pour un nombre de Rayleigh variant de 0 à 10 000. Il a servi de référence à de nombreux travaux expérimentaux, théoriques et numériques. De nombreuses équipes de recherches dans le monde ont menées ces dernières années des études pour mieux comprendre les comportements des nanofluides soumis à un gradient thermique.

Jusqu'à maintenant il n'a pas été trouvé de modèle adéquat permettant la détermination de la conductivité thermique et de la viscosité du nanofluide. On utilisera dans la suite de notre travail les modèles approchant le mieux les résultats expérimentaux donnant la conductivité effective et la viscosité dynamique.

## **1.2 Contenu du manuscrit**

La configuration de Rayleigh-Bénard à laquelle nous nous intéressons présente à la fois un intérêt fondamental et un intérêt pratique. En effet, la convection naturelle permet d'expliquer certains phénomènes météorologiques et elle intervient dans des applications industrielles à forts enjeux économiques tel que le refroidissement ou la fabrication de composants électroniques.

Le travail que nous développons dans ce manuscrit porte sur la convection naturelle dans un nanofluide en configuration de Rayleigh Bénard. Ce sujet est actuellement ouvert et nous verrons que peu de travaux dans la littérature traitent de ce sujet.

Ce manuscrit comporte une étude théorique complétée par des simulations numériques.

Après avoir défini, dans le chapitre 1, les objectifs de la convection naturelle nous passerons au chapitre 2, qui est consacré à l'état de l'art sur les nanofluides. Une synthèse bibliographique des travaux antérieurs concernant les nanofluides et la convection naturelle dans les cavités est également présentée. En effet, de nombreux auteurs se sont intéressés à l'augmentation du transfert de chaleur en convection naturelle dans les nanofluides.

Dans le chapitre 3, on présente une étude recensant les paramètres thermophysiques rencontrés lors de l'étude des nanofluides en vue de mieux préciser ces différentes grandeurs associées à un nanofluide. Nous avons comparé les résultats expérimentaux donnant la chaleur spécifique, le coefficient d'expansion thermique, la viscosité et la conductivité thermique à ceux tirés des différentes corrélations utilisées par différents auteurs.

Nous présentons ensuite au chapitre 4, le formalisme mathématique conduisant à la mise en équation du problème de la convection naturelle en configuration de Rayleigh-Bénard dans le cas où le nanofluide est assimilé à un fluide incompressible de caractéristiques thermophysiques particulières. L'étude est faite dans le cadre de l'approximation de Boussinesq. Nous préciserons à la suite de ce travail les conditions aux limites choisies et la méthode de résolution adoptée.

Le chapitre 5 traite des résultats de simulations numériques en configuration 2D de la convection naturelle dans une cavité chauffée par le bas (problèmes de Rayleigh-Bénard). Nous avons utilisé pour cela le code industriel COMSOL, basé sur une méthode d'éléments finis. Si la naissance de la convection naturelle est observée, quel que soit le fluide pur, pour une valeur du nombre de Rayleigh critique égale à 1707.76, il n'en est pas de même pour les différents nanofluides. Le déclenchement de la convection naturelle dans ces derniers (nanofluides composés de nanoparticules ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Ag}$  et  $\text{Au}$ ) dans un fluide de base l'eau) apparaît pour un nombre de Rayleigh critique supérieur à 1707,76.

Enfin, le chapitre 6 est la conclusion où nous dégagerons les points forts et les résultats de notre étude et les perspectives qu'elle offre.

# Chapitre 2

## Les nanofluides

### 2.1 Introduction

Les transferts de chaleur au sein de fluides conduit à de nombreuses applications pratiques et industrielles, y compris dans le transport, l'approvisionnement en énergie, la climatisation et le refroidissement électronique, etc.

L'essor actuel des nanosciences a pour origine la mise en évidence des propriétés spécifiques de la matière aux dimensions nanométriques. Ceci a suscité de nouveaux champs d'étude dans de très nombreux laboratoires et a permis le développement des fluides aux propriétés originales. Nous restreindrons dans notre travail de thèse aux nanofluides.

### 2.2 Nanoparticules et les fluides porteurs

Une nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelques milliers d'atomes, conduisant à un objet dont au moins l'une des dimensions est de taille nanométrique (1 à 100 nm). Les nanoparticules se situent à la frontière entre l'échelle microscopique et l'échelle atomique ou moléculaire. Elles ont un intérêt à la fois fondamental et appliqué et sont très étudiées de nos jours. De nombreux physiciens et chimistes les synthétisent, d'autres physiciens les étudient afin de comprendre la physique de ces objets nanométriques et des biologistes les utilisent comme marqueurs cellulaires.

Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides sont:

- l'oxyde d'aluminium,  $Al_2O_3$ .
- l'aluminium, Al.
- le cuivre, Cu.
- l'oxyde de cuivre, CuO.
- l'or, Au.
- l'argent, Ag.
- les nanotubes de carbone.
- le silicone, Si.
- le dioxyde de titane,  $TiO_2$ .

Les liquides de base les plus utilisés sont:

- l'eau.
- l'éthylène-glycol, EG.
- les huiles.
- le Toluène.

Par ailleurs, l'agitation brownienne, liée à la taille nanométrique des particules, minimise les problèmes de sédimentation rencontrés avec des particules de plus grande dimension.

Les suspensions de nanoparticules dans un fluide, souvent appelées nanofluides, ont des caractéristiques thermiques intéressantes comparées aux fluides de base traditionnels Eastman et al. [3] et des qualités indéniables d'amélioration du transfert thermique. La conductivité thermique des nanofluides peut être significativement plus élevée que celle des liquides purs.

La mesure de la conductivité thermique des nanofluides nécessite le recours à une instrumentation originale. Les mesures disponibles de la conductivité thermique de différents nanofluides ne sont pas concordantes. Nous présentons dans un premier temps, la découverte d'un nanofluide et quelques travaux expérimentaux qui s'en sont suivis. Nous présenterons par la suite les propriétés thermophysiques et les résultats obtenus par différents auteurs sur les nanofluides. Pour comprendre les phénomènes mis en jeu dans les nanofluides, des expériences supplémentaires sont nécessaires pour arriver à une bonne compréhension des phénomènes mis en jeu dans les nanofluides. Pour l'instant aucune des théories physiques proposées ne rend compte des résultats expérimentaux obtenus.

### 2.3 État de l'art sur les nanofluides

Nous présentons dans cette partie l'historique des études théoriques et expérimentales portant sur les nanofluides depuis leur découverte jusqu'à nos jours.

Le terme "nanofluide" est proposé premièrement par Choi [1] pour désigner la suspension des nanoparticules solides dans un liquide de base. Choi [1] a trouvé que la conductivité thermique effective du mélange eau- $\text{Al}_2\text{O}_3$  augmente de 20% pour une concentration en volume entre 1% et 5% de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

De plus l'adjonction dans un liquide de certains types de nanoparticules, même en très faible concentration (1% en volume), permet d'augmenter la conductivité thermique de ce dernier de 150% dans le cas de nanotubes de carbone Choi et al. [2], et de 40% pour des nanoparticules d'oxyde de cuivre Eastman et al. [3] et plus de 20% pour des oxydes d'aluminium [1-7].

De nombreuses recherches ont été menées depuis 2001 sur cette nouvelle classe de nanofluides afin de permettre une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu, et mettre ainsi au point des fluides caloporteurs plus performants. La forte conductivité thermique des nanofluides les désigne en effet comme des candidats potentiels pour le remplacement des fluides porteurs utilisés dans les échangeurs thermiques en vue d'améliorer leurs performances Koblinski [4]. Certaines limitations susceptibles de réduire les performances des nanofluides utilisées à la place des fluides caloporteurs purs, ont été étudiées.

L'utilisation des nanofluides comme fluide caloporteur dans les échangeurs a montré que l'addition de nanoparticules dans un liquide augmente sa viscosité et de ce fait les pertes de charge Yang [5]. De plus, le manque de stabilité dans le temps de certains nanofluides peut entraîner l'agglomération des nanoparticules et une modification de leur propriété de conduction thermique. Néanmoins, en l'état actuel des recherches, ces deux effets restent moins importants lors de l'utilisation de nanofluides que dans le cas de suspension de microparticules classiques Daungthongsuk [6].

En dehors des applications industrielles possibles, l'étude des nanofluides présente un intérêt scientifique pour la compréhension des phénomènes mis en jeu aux échelles nanométriques. Les propriétés thermiques des nanofluides ne concordent pas avec les prévisions fournies par les théories classiques décrivant les suspensions de particules solides dans un liquide. Malgré le

nombre élevé d'études publiées sur le sujet ces dernières années, aucune théorie ne parvient à décrire convenablement les résultats expérimentaux obtenus sur les nanofluides d'après Vadasz [7]. Il est à noter, que les résultats expérimentaux obtenus varient énormément d'une publication à l'autre ce qui ne facilite pas la comparaison entre ces derniers et les théories proposées. Des recherches complémentaires sont nécessaires pour valider ou infirmer les différentes théories proposées pour décrire les propriétés thermiques des nanofluides.

Différents types de nanoparticules ont été utilisés pour fabriquer les nanofluides. Nous pouvons de manière générale les classer en deux catégories de nanofluides : ceux contenant des nanoparticules métalliques et ceux contenant des nanotubes de carbone.

## 2.4 Décantation des nanoparticules dans le fluide de base

Nous allons montrer dans ce paragraphe, qu'étant donné la taille des nanoparticules de diamètres  $d_p$  et de masse volumique  $\rho_p$  dispersées dans un liquide de viscosité dynamique  $\mu$  et de masse volumique  $\rho$ , que la vitesse de glissement  $V_g$  sous l'effet de la gravité de ces nanoparticules dans de nombreux liquides peut-être négligée.

Pour cela nous écrivons que la vitesse de chute de ces nanoparticules peut-être obtenue en écrivant que la force de gravité ( $4\pi (d/2)^3 \rho_p / 3$ ) est compensée par la force d'Archimède ( $4\pi (d/2)^3 \rho / 3$ ) et par les forces de viscosité  $3\pi d\mu V_g$  ce qui conduit à

$$\frac{\pi}{6} d^3 (\rho_p - \rho) g = 3\pi d_p \mu V_g$$

$$V_g = \frac{d^2 (\rho_p - \rho) g}{18\mu}$$

Le diamètre des nanoparticules est généralement inférieur à 100nm et en prenant des nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  dans l'eau on en déduit que  $V_g$  reste inférieure à  $1.6 \times 10^{-8}$  m/s, dans un fluide plus visqueux cette vitesse serait encore plus faible.

## 2.5 Les nanofluides à base d'oxyde (Revue bibliographique)

L'idée est alors d'insérer, au sein du fluide, des particules de taille nanométriques pour espérer augmenter la conductivité thermique effective du mélange depuis Maxwell en 1881. Plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour l'obtention de nanofluides à base de nanoparticules sphériques. Ces nanoparticules peuvent être fabriquées à l'aide de métaux solides (Cuivre, Argent, Or,...) ou d'oxyde métallique (d'oxyde d'Aluminium, d'oxyde de cuivre, d'oxyde de Titan,..). Les oxydes métalliques sont faciles à produire, ils sont chimiquement stables et facile à disperser dans l'eau. Les chercheurs ont alors entamé des études théoriques et expérimentales pour améliorer les propriétés de transport thermique des nanofluides ainsi obtenus.

La phase liquide comme : l'eau, l'huile, l'éthylène glycol possède une conductivité largement inférieure à celle de la phase solide.

### 2.5.1 Les nanoparticules d'oxyde d'Aluminium

L'essentiel des travaux sur ce type de nanofluides a porté sur la mesure de la conductivité thermique en fonction des différents paramètres caractérisant les nanoparticules (taille, fraction massique) et température de l'ensemble.

Le premier travail publié sur l'amélioration de la conductivité thermique utilisant l'oxyde d'aluminium a été mené par Massuda et al. en 1993 [8]. En dispersant des nanoparticules ( $Al_2O_3$ ) dans l'eau dont la taille des nanoparticules est de diamètre 13nm. Ils ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 30% pour une fraction volumique  $\phi = 4.3\%$ . Ce résultat a été suivi par une autre étude publiée par Eastman et al. [9] qui ont trouvé une amélioration de 30% de la conductivité thermique de nanoparticules ( $Al_2O_3$ ) de taille 33nm en suspension dans l'eau pour une fraction volumique de 5%.

Les travaux de Wang et al. [10] ont porté sur l'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle pour différents nombres de Grashof et pour différentes concentrations en volume. Ils ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 40% pour ( $Al_2O_3$ +éthylène glycol) de fraction volumique 8% et 14% pour (eau+ $Al_2O_3$ ) pour une fraction volumique de 4.5%.

Lee et al. [11] ont mesuré la conductivité thermique des nanofluides. Ils ont utilisé l'oxyde de cuivre CuO et l'oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$ . Ces particules sont utilisées dans deux

liquides de base: l'eau et l'éthylène glycol. Ils ont obtenu une amélioration de 10% de la conductivité thermique pour le nanofluide (eau+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) de fraction volumique 4.3% et une amélioration de 20% pour (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) dans l'éthylène glycol pour  $\phi = 5\%$  de volume. Ces derniers résultats différents notablement de ceux obtenus par les précédents auteurs bien qu'ils aient travaillé avec des nanoparticules de même taille.

En 2003 Das et al. [12] furent les premiers à étudier l'influence de la température sur l'accroissement de la conductivité thermique des nanofluides. Ils ont relevé une augmentation de la conductivité thermique lorsque la température varie de 21°C à 51°C pour les deux nanofluides (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+eau) et (CuO+eau). Les valeurs de diamètre des particules sont de 38,4nm pour (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) et de 28.6nm pour CuO. Les résultats expérimentaux montrent que la conductivité thermique augmente linéairement avec l'augmentation de la température et dépend de la fraction volumique des nanoparticules dans l'eau.

Xie et al. [13] ont examiné l'influence du pH de la solution fluide de base et des nanoparticules de différentes tailles sur l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide et ce pour des nanoparticules (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) dispersées dans l'eau, l'éthylène glycol et l'huile. Ils ont montré que l'amélioration de la conductivité thermique diminue avec l'augmentation de pH.

En 2006, Pracher et al. [14] ont mesuré la conductivité thermique à 85°C d'un nanofluide constitué d'eau et de particules d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> de diamètre 10nm avec une fraction volumique de 0.5%. Ils ont trouvé qu'à cette température la conductivité du nanofluide était égale à deux fois celle de l'eau.

Li et Peterson [15] ont utilisé des nanoparticules Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> de diamètre 36nm avec une fraction volumique 10% dans l'eau pure à une température de 34.7°C. Ils ont relevé une amélioration de 30% de conductivité thermique du nanofluide ainsi mise au point. Sur la base de ces résultats expérimentaux, Li et Peterson ont proposé la relation permettant le calcul de la conductivité thermique du nanofluide (eau+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>).

$$\frac{k_{nf} - k_f}{k_f} = 0.764481\phi + 0.018688867T - 0.462147175.$$



### 2.5.2 Les nanoparticules d'oxyde de cuivre

En utilisant des nanoparticules de CuO, de diamètre 36nm avec une fraction volumique de 5% dans de l'eau, Eastman et al. [9] ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 60%, deux fois supérieure à la conductivité thermique obtenue dans les mêmes conditions avec des nanoparticules d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Lee et al. [11] ont mesuré la conductivité thermique de nanofluides utilisant des nanoparticules de CuO de diamètre 18,6 nm dans de l'eau ou dans l'éthylène glycol. Ils ont relevé que la conductivité thermique du nanofluide utilisé augmente linéairement en fonction de la fraction volumique des nanoparticules.

Das et al. [12] ont refait avec des nanoparticules de CuO les mêmes expériences développées pour des nanoparticules d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Ils ont retrouvé un résultat analogue à savoir que la conductivité thermique du nanofluide étudié varie linéairement avec la température.

Li et Peterson [15] ont mené des expérimentations avec des nanoparticules CuO de diamètre 29nm dans l'eau pure avec une fraction volumique 10% et une température de 34.7°C. Ils ont relevé une amélioration de 52% de conductivité thermique du nanofluide. Ils ont proposé comme pour le cas des nanoparticules d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> la relation suivante pour le nanofluide (eau+CuO).

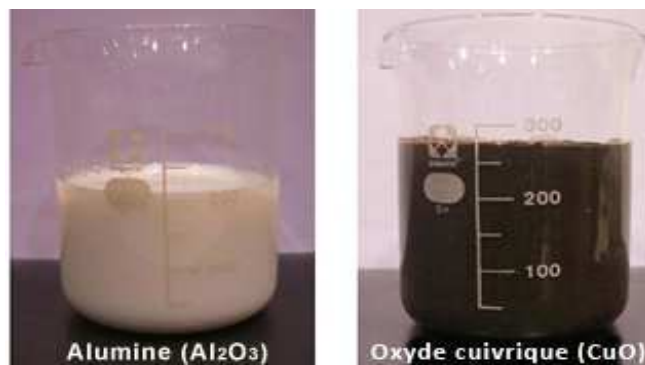
$$\frac{k_{nf} - k_f}{k_f} = 3.76108\varphi + 0.017924T - 0.30734$$

### 2.5.3 Nanoparticules de dioxyde de Titane

Les nanoparticules d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et de CuO, plus faciles à trouver dans le commerce, ont été les nanoparticules les plus étudiées au début des travaux de recherche sur les nanofluides. Une autre nanoparticule d'oxyde a été plus tardivement étudiée. Il s'agit de l'oxyde de Titane (TiO<sub>2</sub>), Pack et Choi [16], en dispersant des nanoparticules de 27 nm dans l'eau, ont obtenus une amélioration de la conductivité thermique de 10.7% pour une fraction volumique de 4,35%. Cette valeur est beaucoup plus faible que les 32% obtenue pour le nanofluide (eau+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) avec la même concentration des nanoparticules.

Murshed et al. [17] ont mesuré la conductivité thermique des nanoparticules ( $\text{TiO}_2$ ) sphérique et cylindrique. Ils ont trouvé que le nanofluide contenant des nanoparticules sphériques de 15nm conduit à une faible amélioration de la conductivité thermique tandis que, pour des nanoparticules cylindriques de 40nm, ils obtiennent une amélioration allant jusqu'à 33% pour une fraction volumique de 5%.

La figure 2.1 montre les couleurs des nanofluides d'oxyde d'aluminium ( $\text{eau}+\text{Al}_2\text{O}_3$ ) et d'oxyde de cuivre ( $\text{eau}+\text{CuO}$ ).



**FIG. 2.1** : les couleurs de deux nanofluides avec seulement 1% de nanoparticules.

Nous présentons sur le tableau (2.1), les valeurs des conductivités thermiques des nanoparticules et des fluides de base utilisées pour former des nanofluides.

Les Matériaux	Les formes	Les conductivités thermiques (W/mK)
Les carbones	nanotube de carbone	2000-3000
	Diamant	2300
	Graphite	110-190
	Fullerènes	0.4
Des solides métalliques	Cuivre	401
	Aluminium	237
	Argent	429
	Nickel	158
	Or	317
Des oxides métalliques	Silicon	148
	Oxide d'aluminium	40
	Oxide de Titane	8.9538
	Oxide de cuivre	17
	Brique rouge	60
Des liquides métalliques	Sodium	72.3
Des liquides non métalliques	Eau	0.613
	Ethylene glycol	0.253
	Huile de moteur	0.145
	Glycerol	0.289
	Huile	0.141

**TAB. 2.1** : Valeurs des conductivités thermiques des nanoparticules et des fluides utilisés.

Le tableau (2.2) regroupe les résultats expérimentaux, donnant la conductivité thermique des nanofluides, obtenus par plusieurs auteurs avec des nanoparticules d'oxydes métalliques de différentes tailles dispersées dans différents liquides porteurs (l'eau, l'éthylène glycol et l'huile) et pour différentes valeurs des fractions volumiques de nanoparticules.

On peut relever au niveau de ce tableau la discordance entre les résultats obtenus par les différents auteurs avec le même type de nanoparticules et le même fluide de base.

Les Nanofluides	Taille des nanoparticules (nm)	Fraction volumique %	L'amélioration maximum de k %	Référence
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	13	4,3	30	Masuda et al. 1993
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	33	5	30	Eastman et al. 1997
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	13	4.33	32	Pak et cho. 1998
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	28	4.5	14	Wang et al. 1999
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	24.4	4.3	10	Lee et al. 1999
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	38	4	25	Das et al. 2003
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	60	5	20	Xie et al. 2002
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	10	0.5	100	Prasher et al. 2006
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + eau	20	1	16	Krishnamurthy et al.2006
CuO +eau	36	5	60	Eastman et al. 1997
CuO + eau	28.6	4	36	Das et al. 2003
CuO + eau	18.6	4.3	10	Lee et al. 1999
CuO + eau	23	10	35	Wang et al. 1999
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> +EG	28	8	40	Wang et al. 1999
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> +EG	24.4	5	20	Lee et al. 1999
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> +EG	60	5	30	Xie et al. 2002
CuO + EG	25	5	22.4	Liu et al. 2006
CuO + EG	23	15	55	Wang et al. 1999
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> +huile	28	7	20	Wang et al. 1999
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + huile	60	5	40	Xie et al. 2002
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + huile	28	7.5	30	Wang et al. 1999
TiO <sub>2</sub> + eau	27	4.35	10.7	Pak et Choi. 1998
TiO <sub>2</sub> + eau	15	5	33	Murshed et al. 2005

**TAB. 2.2 :** Résultats donnant les valeurs maximales des conductivités thermiques obtenues pour différents nanofluides avec des nanoparticules sphériques d'oxydes métalliques et différents fluides de base.

## 2.6 Les nanoparticules métalliques

### 2.6.1 Les nanoparticules de cuivre

Les nanoparticules métalliques ont des conductivités thermiques plus grandes que celles des oxydes métalliques correspondants. On devrait s'attendre à trouver des valeurs de conductivité thermique du même ordre que celle obtenues avec les oxydes métalliques correspondants mais avec des fractions volumiques en nanoparticules métalliques beaucoup plus faibles. La conductivité thermique du cuivre à la température ambiante est environ 700 fois plus grande que celle d'eau et environ 3000 fois plus grande que celui d'huile du moteur. Xuan et Li [18] ont présenté une étude prouvant que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. Le rapport de la conductivité thermique du nanofluide (eau+Cu) sur le fluide de base augmente 75% et de 45% pour le nanofluide (huile+Cu), quand la fraction volumique des nanoparticules varie entre 2.5% à 7.5%. Théoriquement, Xuan et al. [18] ont utilisé le modèle de Hamilton-Crosser pour étudier la conductivité thermique des mêmes nanofluides. Ils ont obtenu des résultats très proches des résultats expérimentaux.

En 1997 Eastman et al. [9] ont été observé une amélioration de 45% de la conductivité thermique par l'ajout de moins de 0.055% en volume des nanoparticules de cuivre de 35nm dans l'huile. Aussi en 2001 ils ont trouvé une amélioration de 40% de la conductivité thermique pour le nanofluide (Cu+éthylène glycol) contenant moins de 0.3% en volume de nanoparticules inférieur à 10nm.

### 2.6.2 Les nanoparticules d'Or et d'Argent

La taille moyenne des nanoparticules d'or (Au) est de 10-20nm, tandis que, La taille moyenne des nanoparticules d'argent (Ag) est de 60-80nm.

Patel et al. [19] ont étudié le nanofluide (Au-thiolate+toluène) à une température de 60°C et ont obtenu une amélioration de 8.8% de la conductivité thermique pour une fraction volumique de nanoparticules  $\phi = 0.011\%$ . Pour une solution de (Au-citrate+eau) ils ont obtenu une amélioration de 8,3% de la conductivité thermique pour  $\phi = 0.00026$ , par contre, pour une solution de (Ag-citrate+eau) ils ont obtenu une amélioration de 4.5% pour  $\phi = 0.001\%$ . Pour le nanofluide (Ag+eau) la conductivité thermique obtenue est plus faible que celle du nanofluide (or+eau) bien que l'argent soit meilleur conducteur de la chaleur que l'or. Cette nette amélioration de la

conductivité thermique lors de l'utilisation des nanoparticules d'or par rapport aux particules d'argent pourrait être attribuée à la taille des nanoparticules d'or qui sont de l'ordre de 3 à 8 fois plus petites que celles d'argent. Kumar et al. [20] ont reporté, quant à eux une amélioration de conductivité thermique de 20% pour  $\phi = 0.00013\%$  d'or dans l'eau.

Le tableau (2.3) regroupe les résultats expérimentaux, donnant la conductivité thermique des nanofluides, obtenus par plusieurs auteurs avec des nanoparticules métalliques de différentes tailles dispersées dans différents liquides porteurs (l'eau, l'éthylène glycol et l'huile) et pour différentes valeurs des fractions volumiques de nanoparticules.

Les Nanofluides	Taille des nanoparticules	Fraction volumique	L'amélioration maximum de k%	Référence
Cu + huile	35	0.055	45	Eastman et al. 1996
Cu + eau	100	7.5	75	Xuan et Li 2000
Cu + huile	100	7.5	45	Xuan et Li 2000
Cu + EG	10	0.3	40	Eastman et al. 2001
Au + toluène	15	0.011	8.8	Patel et al. 2003
Au + eau	15	0.00026	8.3	Patel et al. 2003
Ag + eau	70	0.001	4.5	Patel et al. 2003
Fe + EG	10	0.55	18	Hong et al. 2006

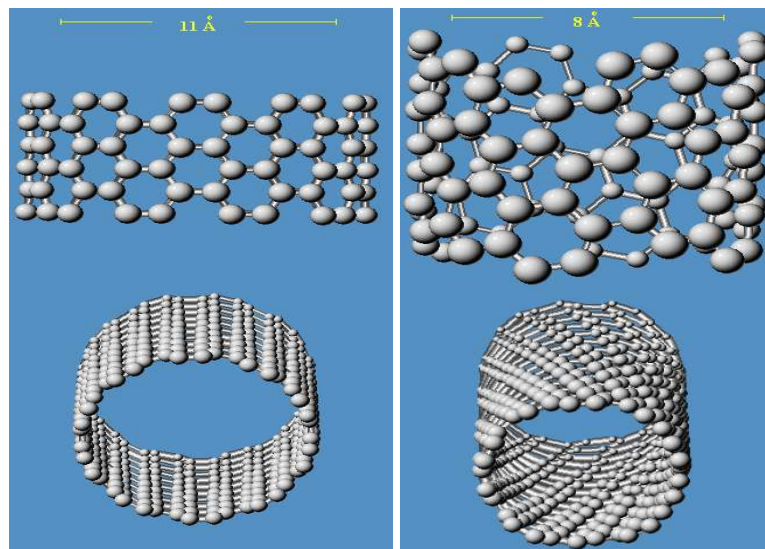
**TAB. 2.3 :** Valeurs maximales de la conductivité thermique des nanofluides pour les nanoparticules métalliques obtenues par différents auteurs.

## 2.7 Les nanotubes de carbone

### 2.7.1 La structure

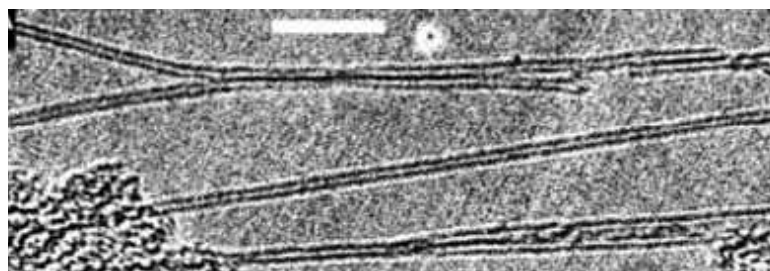
Les travaux d'Harold Kroto, Richard Smaley et Robert Curl (Prix Nobel de Chimie en 1996) ont abouti à la découverte d'une nouvelle forme allotropique du carbone, les fullerènes. L'étude de ces nouvelles structures formées de 60 atomes de carbone arrangés sous formes de sphères va très vite susciter un vif intérêt dans le milieu des matériaux nanostructures. C'est en étudiant ces nouvelles structures, synthétisées alors par arc électrique, qu'en 1991 Sumio Iijima observe pour

la première fois les nanotubes de carbone (NTC) multi-feuillets noté MWNT (Multi-Walled NanoTube). Ils sont constitués de deux ou plusieurs couches de graphène. En 1993, il découvre également des nanotubes mono-feuillet. Le NTC mono-feuillet noté SWNT (Single Walled NanoTube), se présente sous la forme d'un graphène, enroulé sur lui-même, décrivant une géométrie tubulaire. Si le NTC n'a pas subi de détérioration, une demi-sphère de fullerène forme généralement l'une de ses deux extrémités, tandis que la seconde peut être occupée par une nanoparticule métallique utilisée comme catalyseur pour la synthèse des NTC. Suivant l'orientation des motifs hexagonaux de carbone par rapport à l'axe du tube, il est possible de différencier les divers types de SWNT (Fig. 2.2).



**FIG. 2.2 :** Différentes structures des nanotubes identifiées

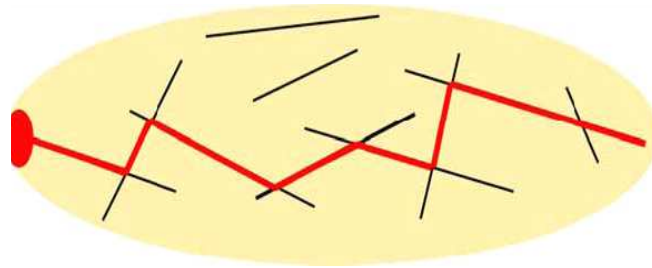
Les tubes de quelques nanomètres de diamètre peuvent atteindre plusieurs centaines de micromètres de longueur (Fig.2.3).



**FIG. 2.3 :** Image TEM (Microscope électronique à transmission) de nanotubes « mono feuillet » (barre d'échelle 10nm) Wang et al. en 2005.

### 2.7.2 Propriété thermique des nanotubes de carbone

Les travaux théoriques et expérimentaux ont permis la détermination de la conductivité thermique de ces nanotubes de carbone (3000W/mK pour les nanotubes de carbone multi-feuillets ou multiwall (MWNTCs) et 6000W/mK pour les nanotubes de carbone single-wall (SWNTCs) [21]. Ce sont les études portant sur les nanofluides à base de nanotubes de carbone qui ont montré les augmentations de conductivité thermique les plus élevées. Ces dernières sont de l'ordre plus de 160% pour des concentrations en volume de 1% (Choi en 2001). Une manière simple de se représenter l'effet de nanotubes de carbone en solution est de considérer les nanotubes en suspension comme autant de nano-ponts thermiques susceptibles de conduire rapidement l'énergie d'un point à l'autre de l'échantillon comme montre la figure 2.4.



**FIG. 2.4 :** Explication schématisée de la création d'un réseau de ponts thermiques (trait rouge) créée par une dispersion de nano-fibres (trait noir) dans un liquide (Beige) qui permet la propagation de la chaleur d'une zone chaude (ovale rouge) vers une zone froide.

Cette augmentation de conductivité thermique peut être prédite par la théorie du milieu effectif qui prévoit de fortes augmentations de conductivité thermique pour des fluides contenant des nanoparticules ayant un grand rapport d'aspect (Kebinski en 2005). Cette théorie permet de calculer l'augmentation de la conductivité thermique du liquide en fonction du rapport d'aspect des nanotubes utilisés. Elle prédit que la conductivité thermique du nanofluide devrait augmenter fortement avec le rapport d'aspect des nanotubes.

L'augmentation de conductivité thermique prévue (jusqu'à 6000%) par cette théorie est largement supérieure à celle obtenue expérimentalement (150%). Ceci pourrait être expliqué par la forte résistance interfaciale entre le nanotube et le liquide résultant de la faible affinité entre les



liquides et les nanotubes de carbone qui provoque une déplétion des molécules de liquide environnant, autour du nanotube. Ceci a pour effet de réduire le couplage thermique entre les nanotubes et le liquide environnant, ce qui réduit la conductivité thermique du mélange. Pour limiter cet effet, des travaux sont en cours pour obtenir une meilleure adéquation entre le nanotube et le fluide porteur. Ces travaux de recherche ont un double intérêt : ils permettent d'une part d'améliorer la stabilité de la suspension et d'autre part l'obtention de nanofluides meilleurs conducteurs de la chaleur. En revanche, les molécules greffées à la surface du nanotube peuvent également induire une résistance interfaciale supplémentaire Shenogin [22].

La principale difficulté rencontrée avec les nanofluides à base de nanotubes de carbone est de disperser de manière stable dans le temps les nanotubes de carbone dans le liquide de base Wang et al. [23]. Le rapport d'aspect des nanotubes, les méthodes de préparation et d'ensemencement sont différents d'une publication à l'autre, entraînant une grande différence entre les valeurs des conductivités thermiques mesurées pour les nanofluides avec des nanotubes de carbone. Ainsi la conductivité thermique augmente de 10% pour une concentration de 1% de nanotube dans l'eau (Xie 2003) à 38% pour une concentration de 0.6% de nanotubes dans l'eau (Assael 2005) ou encore de 150% pour une concentration de 1% de nanotubes dans l'éthylène glycol (Choi 2001).

L'utilisation de nanotube de carbone en suspension dans un liquide pour l'amélioration de la conductivité thermique est faite par Choi et al. [2] qui ont dispersé des multi couches de nanotubes de carbone de taille de 25nm et une longueur de 50 $\mu$ m dans l'huile Polyoléfine (PAO) à la température ambiante. L'amélioration de rapport de conductivité thermique était plus de 160% avec  $\phi = 1\%$ , ceci indique que l'interaction entre les fibres conduit à une plus grande valeur de la conductivité thermique.

D'autres études ont conduit à des résultats différents pour des nanotubes de carbone dispersé dans l'eau. Xie et al. [24] ont dispersé des (MNTC) dans l'eau, l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide est de 20% pour une concentration de 1% de volume.

Wen et Ding [25] ont mesuré l'amélioration de (MNTCs) en suspension dans l'eau en fonction de la température et de la concentration. Ils ont trouvé qu'en dessous de 30°C la conductivité

thermique du nanofluide augmente linéairement avec l'augmentation de la température. L'amélioration maximum obtenue est de 31% pour  $\phi = 0.84\%$  et à la température de 60°C. La même expérience a été menée par Ding et al. [26] qui ont trouvé une amélioration de 80% pour  $\phi = 1\%$  et à une température de 30°C.

Assael et al. [27] ont obtenu 38% pour une fraction volumique de 0.6% de nanotubes dans l'eau ou encore de 150% pour une concentration de 1% de nanotubes dans l'éthylène glycol.

Les Nanofluides	Fraction volumique	$k_{nf} / k_f$	Référence
MWCNTs+PAO	1	160	Choi et al. 2001
MWCNTs+eau	1	6	Xie et al. 2003
MWCNTs+EG	1	12	Xie et al. 2003
MWCNTs+Decène	1	20	Xie et al. 2003
MWCNTs+eau	0.84	21	Wen et Ding 2004b
MWCNTs+PAO	0.35	200	Yang et al. 2006
DWCNTs+eau	1	8	Assael et al. 2004 et 2005
MWCNTs+eau	0.6	34	Assael et al. 2004 et 2005
MWCNTs+huile synthétique	2	30	Liu et al. 2005
MWCNTs+EG	1	12.4	Liu et al. 2005

**TAB. 2.4 :** Valeurs mesurées de la conductivité thermique des nanofluides avec des nanotubes de carbone pour différents fluides de base et pour différentes valeurs de la fraction volumique en nanotubes.

## 2.8 Propriétés thermiques à l'échelle nanométrique

Dans ce chapitre nous allons donner un bref aperçu des différents types de transferts thermiques et de leur influence respective dans des dispositifs nanofluidiques. Aux échelles nanométriques les relations fondamentales régissant les transferts thermiques restent inchangées. En effet la loi de Fourier reste valable pour des échelles de longueur grandes devant le libre parcours moyen des atomes. Ainsi, l'équation de la chaleur en régime conductif reste inchangée. Il convient de comprendre quels sont les types de transferts thermiques prédominant dans les nanofluides. Dans

ce mémoire, nous nous intéresserons exclusivement au transfert thermique par conduction et par convection et les équations qui les régissent en régime permanent, ainsi nous ne prendrons pas en compte le transfert radiatif.

## **2.9 Synthèse bibliographique sur la convection dans les nanofluides**

L'étude du transfert de la chaleur par convection est un domaine de recherche depuis plusieurs décennies. Il existe une grande quantité de publications scientifiques consacrées à l'étude de la convection naturelle dans les cavités. Mais peu d'entre elles ont été consacrées aux nanofluides. La plupart des études ayant été généralement menées avec l'eau, l'huile ou l'air comme fluide de base. On sait que les transferts par convection peuvent augmenter considérablement en modifiant la configuration de l'écoulement ou en augmentant les surfaces d'échange entre la paroi et le fluide.

### **2.9.1 Convection forcée**

Pak et al. [16] se sont intéressés au transfert de chaleur par convection avec un fluide contenant en suspension des particules d'oxydes métalliques  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (13nm) et  $\text{TiO}_2$  (27nm)). Les mesures sont effectuées dans une configuration de tube chauffé à flux constant en régime turbulent et les résultats les plus significatifs sont obtenus avec une fraction volumique de nanoparticules de 3%. A nombre de Reynolds égale, ils ont montré que le coefficient de transfert de chaleur est accru de 75% par rapport à celui de l'eau pure. Cependant, à vitesse débitante identique, le même paramètre  $h$  devient inférieur de 12% à celui de l'eau pure. Ce résultat est dû au fait que la viscosité du nanofluide est nettement supérieure à celle de l'eau pure.

Xuan et Li [18] ont utilisé le nanofluide (eau + Cu) pour mesurer le coefficient d'échange en convection forcée pour des nombres de Reynolds variant de  $10^4$  à  $2.5 \cdot 10^4$ . Ils ont trouvé que l'ajout des nanoparticules améliore grandement le transfert convectif. Ainsi pour une fraction volumique des nanoparticules de 2% le nombre de Nusselt du nanofluide croît de 39% comparé à celui dans l'eau. Ce nombre de Nusselt augmente quand on augmente  $\phi$  ou quand on augmente le nombre de Reynolds. L'inconvénient du recours aux nanofluides dans ce cas est lié à l'augmentation de la viscosité du nanofluide. Il faudrait alors rechercher un compromis pour

augmenter le coefficient d'échange convectif en augmentant  $\phi$  et ne pas trop augmenter la viscosité du nanofluide pour pouvoir le mettre plus facilement en mouvement.

Qiang et Li [28] ont procédé à une expérimentation similaire de celle réalisée Xuan et Li [18]. Ils ont également mesuré le facteur d'échange en convection forcée pour le même type de nano fluide (eau+Cu) pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et pour  $\phi$  variant de 0% à 1.2%.

Maiga et al. [29] ont étudié numériquement l'hydrodynamique (convection forcée) et les caractéristiques thermiques des nanofluides dans un tube chauffé en utilisant un modèle à une seule phase pour les régimes laminaire et turbulent. Leurs résultats montrent que l'addition des nanoparticules conduit à une augmentation du transfert de chaleur comparé au fluide seul. Ils ont trouvé que le nanofluide obtenu avec (l'éthylène glycol +  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) assure un meilleur transfert de chaleur que le nanofluide (eau +  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Ils ont rapporté que le coefficient de transfert de chaleur augmente de 80% pour l'éthylène glycol +  $\text{Al}_2\text{O}_3$  tandis qu'il augmente de 60% pour le nanofluide (eau +  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) pour une fraction volumique  $\phi = 10\%$  de nanoparticule  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

### 2.9.2 Convection naturelle

A notre connaissance, on trouve très peu de travaux expérimentaux traitant de la convection naturelle dans les nanofluides.

Le problème de la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée a été étudié numériquement par Khanafer et al. [30] en considérant l'effet de la dispersion des particules. Ils ont utilisé le modèle de Brinkman pour évaluer la viscosité du nanofluide et le modèle de Wasp pour la conductivité effective du nanofluide. En plus, ils ont proposé une corrélation donnant l'importance des transferts de chaleur exprimée en termes de nombre de Nusselt moyen pour différents nombres de Grashof et pour différentes concentrations volumiques des nanoparticules.

Putra et al. [31] ont réalisé une étude expérimentale sur le transfert de chaleur en convection naturelle pour des nanofluides ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  + eau) et (CuO + eau) à l'intérieur d'un cylindre horizontal dont les deux faces verticales sont soumises à des températures constantes et différentes. Ils ont trouvé que pour un nombre de Rayleigh du nanofluide entre  $10^6$  et  $10^9$  le transfert de chaleur diminue au lieu d'augmenter lorsque l'on augmente la fraction volumique des nanoparticules. Donc observe une détérioration du transfert de chaleur.

Roy et al. [32] ont étudié numériquement le transfert de chaleur pour un nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau) placé dans un système radial de refroidissement. Leurs résultats indiquent que l'addition de 10% en volume d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  peut conduire à un doublement des transferts de chaleur comparée à celui du liquide de base seul.

Wen et al. [33] ont rapporté que pour des Rayleigh inférieurs à  $10^6$  le transfert de chaleur diminue lorsque la fraction volumique  $\phi$  augmente. Il confirme l'existence d'une détérioration de transfert de chaleur en convection naturelle pour le nanofluide ( $\text{TiO}_2$ +eau) pour des faibles nombres de Rayleigh. Nos simulations numériques qui feront l'objet des chapitres suivants confirmeront les résultats expérimentaux de ces derniers auteurs.

Kim et al. [34] ont étudié analytiquement la naissance de la convection naturelle pour un nanofluide remplissant une couche infinie horizontale. Ils ont introduit un nouveau facteur noté  $f$  qui traduit le rapport du nombre de Rayleigh du nanofluide sur le nombre de Rayleigh du fluide de base,  $f$  est une fonction complexe liant les variables thermophysiques du fluide de base et de ceux du nanofluide utilisé ainsi que de la fraction volumique  $\phi$ . Ils ont conclu à l'augmentation du transfert par convection naturelle quand  $\phi$  augmente. Nous allons dans la suite de ce travail montrer que ce résultat n'est valable que pour les grands nombres de Rayleigh.

L'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle chauffée par le bas et pour différents nombres de Grashof et pour différentes valeurs de  $\phi$  a été effectuée par Wang et al. [35]. Ces auteurs ont conclu que le coefficient de transfert de chaleur pour ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau) était de 30% pour  $\phi = 10\%$ , L'augmentation maximale du transfert de chaleur de 80% est obtenue pour  $\phi = 10\%$  avec des nanoparticules de cuivre. En plus le coefficient de transfert de chaleur est augmenté de 100% pour un nanofluide avec des nanotubes de carbone et de l'huile comme fluide porteur avec  $\phi = 1\%$ .

En 2006 Rong Yan Jou et al. [36] ont adopté le modèle utilisé par Khanafer pour simuler la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité différentiellement chauffée. Ils ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ) et le rapport d'aspect (1/2, 1 et 2) sur l'écoulement du nanofluide. Leurs résultats montrent une augmentation du coefficient de transfert de la chaleur avec la fraction volumique des nanoparticules.

Le comportement convectif dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée avec des parois verticales mobiles et remplie de nanofluide (Cu + eau) a été étudié numériquement par Tiwari et al. [37]. Ils ont assimilé le nanofluide à un fluide homogène Newtonien, doté de propriétés thermophysiques particulières. Ils ont montré que le nombre de Richardson et le sens du mouvement des deux parois verticales affectent l'écoulement du nanofluide et le transfert de chaleur au sein de la cavité.

Hwang et al. [38] ont étudié la convection naturelle dans une cellule rectangulaire en configuration de Rayleigh Bénard. Ils ont utilisé le modèle de Globe et Dropkin pour calculer le coefficient du transfert de chaleur pour le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau). Ils ont examiné l'influence de la fraction volumique  $\phi$ , la taille des nanoparticules et la température sur le transfert de chaleur au sein de la cellule. Pour cela deux modèles de viscosité celui d'Einstein et celui de Pack et Choi ont été utilisés. Ils ont observé une détérioration du transfert thermique en utilisant le modèle de Pack et Choi et une augmentation de ce transfert quand  $\phi$  augmente.

Ho et al. [39] ont développé une étude numérique portant sur la convection dans une cavité différentiellement chauffée remplie par le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau). Ils ont montré que les résultats obtenus à partir le modèle de Brinkman et la corrélation de Maiga et al. [29] ont une forte influence sur le transfert de chaleur. Ils ont fait des simulations pour des nombres de Rayleigh variant de  $10^3$  à  $10^6$  et pour une fraction volumique  $\phi$  variant de 0 à 4%. Ils ont alors relevé que le recours à l'une ou l'autre des relations donnant les grandeurs thermophysiques du nanofluide conduit à des résultats différents pour le transfert de chaleur dans cette configuration. Nous verrons dans la suite de cette introduction que notre étude analytique et numérique, dans une configuration différente, conduit à un résultat similaire.

## 2.10 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre introductif les différents nanofluides utilisés lors de cette décennie, leurs propriétés thermophysiques et leur application dans de nombreux problèmes.

Le but de ces travaux est d'obtenir un accroissement du transfert de chaleur véhiculé par le nanofluide comparé à celui qui serait véhiculé par le seul fluide porteur. Pour cela, il fallait d'abord pouvoir mesurer un paramètre important pour le transfert thermique qui est la conductivité thermique de ces nanofluides. Si la conductivité thermiques des nanoparticules et celle des fluides de base est connue et semble acceptées par les différents auteurs, il n'en est pas de même pour les résultats trouvés par les uns et les autres concernant la conductivité thermique de ces nanofluides. Les tableaux présentés dans ce chapitre montrent l'importance de l'écart sur les résultats de mesure de la conductivité thermique des nanofluides obtenus par les différentes équipes mentionnées précédemment. Le manque de concordance entre les différents résultats expérimentaux obtenus par les différents expérimentateurs et portant sur le même nanofluide, serait probablement dû, en partie, au fait que la fraction volumique utilisée n'est pas la même pour tous les auteurs puisqu'il n'est nul part précisé la température pour laquelle la mesure de  $\phi$  a été effectuée. Suivant les auteurs les expériences ont été menées à des températures moyennes allant de 5 à 80 °C alors que la variation de la masse volumique du fluide porteur ne peut plus être négligée dans cet intervalle de température.

# Chapitre 3

## Caractéristiques thermophysiques des nanofluides

Les propriétés thermophysiques (la masse volumique, la chaleur spécifique, l'expansion thermique, la viscosité dynamique et la conductivité thermique) des solutions sont profondément modifiées par l'ajout des nanoparticules. De nombreux paramètres caractérisant ces nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des paramètres thermophysiques du nanofluide obtenus (la nature des nanoparticules, leur taille, la fraction volumique  $\phi$ , la conductivité du fluide de base et celle des nanoparticules, la température du milieu, etc.).

De nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été menées, lors de ces deux dernières décennies, en vue de mieux caractériser les propriétés physiques des nanofluides mais cette caractérisation est encore loin d'être satisfaisante.

On supposera dans toute la suite de notre travail que les nanoparticules sont bien dispersées dans le fluide de base et qu'ils sont en état d'équilibre thermique avec ce dernier. Les propriétés thermophysiques effectives du nanofluide seront approximées par différentes relations tirées de la littérature ou que nous établirons dans la suite de ce travail.

### 3.1 La Masse volumique

Pour calculer la masse volumique d'un nanofluide que nous supposons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide) en fonction de la fraction volumique  $\phi$  à une température  $T$  donnée, nous revenons à la définition de la masse volumique de ce mélange.



$$\rho_{nf} = \left( \frac{m}{V} \right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_f + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \quad (3.1)$$

La fraction volumique des nanoparticules, notée  $\varphi$  désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\varphi = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume totale du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_s + V_f}$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (3.2)$$

Où  $\rho_{nf}$  : La masse volumique du nanofluide,

$\rho_f$  : La masse volumique du fluide de base

$\rho_s$  : La masse volumique des nanoparticules solides

Remarque : Dans tous les travaux, sans exception, les nanofluides ont été caractérisés en fonction

de la fraction volumique notée  $\varphi = \frac{V_s}{V_T}$  or ce paramètre dépend de la température T du nanofluide

au moment du mélange, même si on suppose que le volume des particules solides varie peu pour de faibles variations de température, celui des fluides par contre varie et les expériences des uns et des autres pour réaliser le nanofluide avec un  $\varphi$  donné ont été conduites à des températures différentes. Il aurait mieux valu pour mener à bien ces études prendre un autre paramètre

indépendant de la température, c'est le cas de la fraction massique  $C = \frac{m_s}{m_T}$ , une fois ce rapport

utilisé, C reste constante égale à  $C_0$  dans un milieu homogène et ce pour toute valeur de T si l'on ne prend pas en compte la thermodiffusion.

Nous présentons dans le tableau (3.1) les valeurs des rapports de la masse volumique des nanofluides sur la masse volumique du fluide de base pour les cinq nanofluides (eau+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), (eau+CuO), (eau+Cu), (eau+Ag) et (eau+Au) en fonction de la fraction volumique ( $\varphi$ ) qui varie entre 0% et 8%.

$\varphi$ %	$\rho_{nf} / \rho_f$				
	Eau+Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Eau+CuO	Eau+Cu	Eau+Ag	Eau+Au
0%	1	1	1	1	1
1%	1.0296	1.0546	1.0797	1.0951	1.1833
2%	1.0593	1.1092	1.1594	1.1903	1.3666
3%	1.0890	1.1638	1.2391	1.2855	1.5500
4%	1.1186	1.2184	1.3188	1.3807	1.7333
5%	1.1483	1.2730	1.3985	1.4759	1.9167
6%	1.1780	1.3276	1.4782	1.5711	2.1000
7%	1.2077	1.3823	1.5579	1.6663	2.2834
8%	1.2373	1.4369	1.6376	1.7615	2.4667

**TAB. 3.1** : Rapport des masses volumiques des différentes nanofluides en fonction de la fraction volumique

### 3.2 La chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène  $C_P = dQ/mdT$ . La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 K lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on a retrouvé suivant les auteurs l'une ou l'autre des deux relations suivantes.

De nombreux auteurs dont Pak et Cho [16] ont utilisé:

$$(C_P)_{nf} = (1 - \varphi)(C_P)_f + \varphi(C_P)_s \quad (3.3)$$

Certains autres dont Xuan et Roetzel [40] ont utilisé:

$$(\rho C_P)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_P)_f + \varphi(\rho C_P)_s \quad (3.4)$$

C'est cette dernière relation que nous conservons dans la suite de notre travail puisqu'elle est, contrairement à la première plus fréquemment utilisée, mais à tort, dans de nombreux travaux, les formes aux lois de la thermodynamique. Ce dernier résultat peut-être retrouvé simplement en revenant à la définition de la chaleur spécifique du nanofluide.

$$\begin{aligned}
(\rho C_P)_{nf} &= (\rho)_{nf} (C_P)_{nf} = \rho_{nf} \frac{Q_f + Q_s}{(m_f + m_s)\Delta T} \\
&= \rho_{nf} \frac{(m C_P)_f \Delta T + (m C_P)_s \Delta T}{(m_f + m_s)\Delta T} = \rho_{nf} \frac{(\rho V C_P)_f + (\rho V C_P)_s}{\rho_f V_f + \rho_s V_s} \\
&= \left( \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \right) \left( \frac{(\rho V C_P)_f + (\rho V C_P)_s}{\rho_f V_f + \rho_s V_s} \right) = (\rho)_f (C_P)_f \frac{V_f}{V_f + V_s} + (\rho)_s (C_P)_s \frac{V_s}{V_f + V_s}
\end{aligned}$$

d'où la relation précédente (3.4).

$(C_P)_{nf}$ ,  $(C_P)_f$  et  $(C_P)_s$  désignent respectivement les chaleurs spécifiques du nanofluide, du fluide de base et des nanoparticules.

### 3.2.1 Comparaison entre les valeurs tirées à partir des deux relations donnant les chaleurs spécifiques pour différents nanofluides

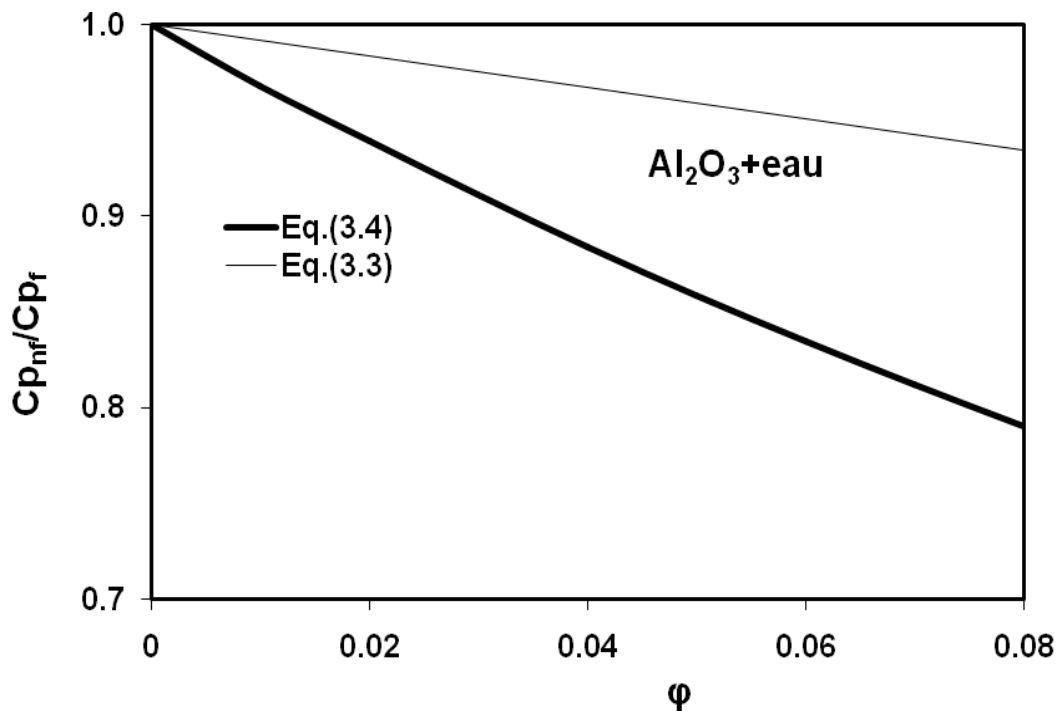
Plusieurs auteurs (15, 33, 39, 40, 41) ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, ou par analogie avec la relation (3.2) qui est une relation que nous utilisons pour simplifier la relation (3.3) qui n'est pas en conformité avec les lois de la thermodynamique.

Les résultats présentés par Polidori et al. [41] et Hwang et al. [38], en utilisant l'équation (3.3), ont sous-estimé le rapport de la chaleur spécifique d'un nanofluide sur celle du fluide de base. Récemment, Abou Nada et al. [42] et Aminossadati et al. [43] ont utilisé dans leurs travaux la relation (3.4).

Nous n'avons pas, par contre trouvé dans la littérature une discussion concernant la validité de l'une ou l'autre de ces deux relations (3.3) et (3.4). Seuls, Ridha Ben Mansour et al. [44] ont rapporté ce qui suit: pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, ils ont relevé l'existence de deux formulations dans la littérature et Polidori et al. [41] ont affirmé quant à eux : « cependant, de nombreux auteurs [14, 29, 39] préfèrent utiliser l'expression simple Eq. (3.3)

pour calculer la chaleur spécifique d'un nanofluide. On a utilisé cette relation pour rester consistant avec eux ».

Nous présentons sur les figures de (3.1) à (3.5) les valeurs du rapport  $(C_p)_{nf}/(C_p)_f$  obtenus à partir des deux relations (3.3) et (3.4) pour différents nanofluides avec comme fluide porteur l'eau et pour différentes nanoparticules ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , CuO, Cu, Ag et Au) en fonction de la fraction volumique  $\phi$  variant de 0 à 8%. On relève une différence notable entre les valeurs calculées à partir des deux relations de chaleur spécifique (3.3) et (3.4).



**FIG. 3.1 :** Valeurs de  $(C_p)_{nf}/(C_p)_f$  en fonction de  $\phi$  pour le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide.

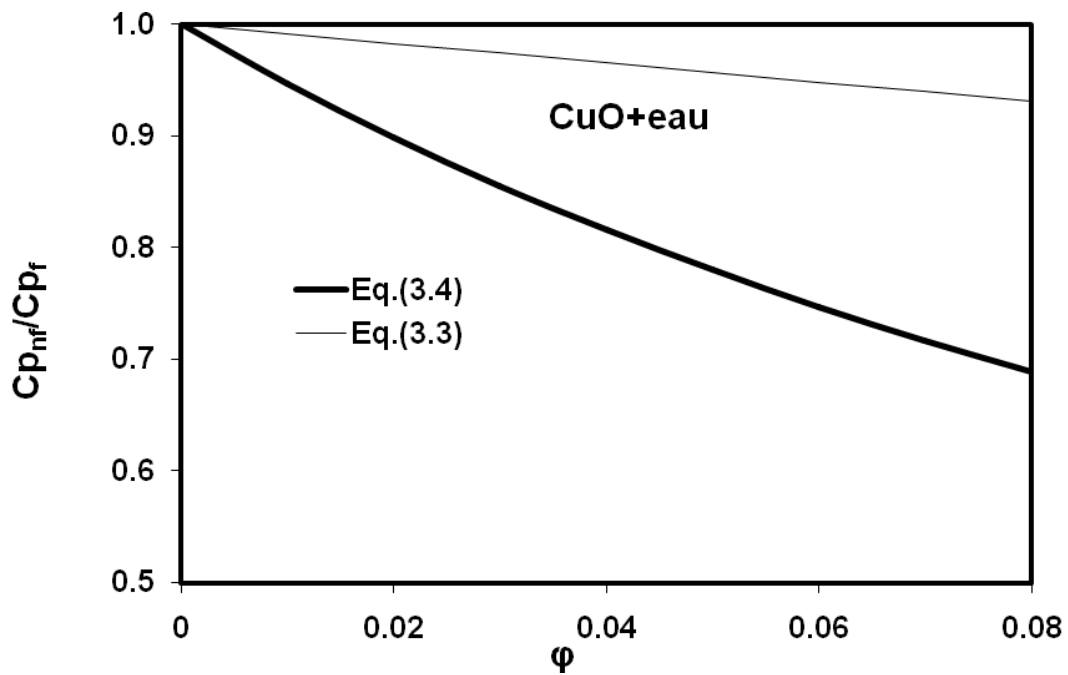


FIG. 3.2 : Valeurs de  $(C_P)_{nf}/(C_P)_f$  en fonction de  $\phi$  pour le nanofluide (CuO+eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide.

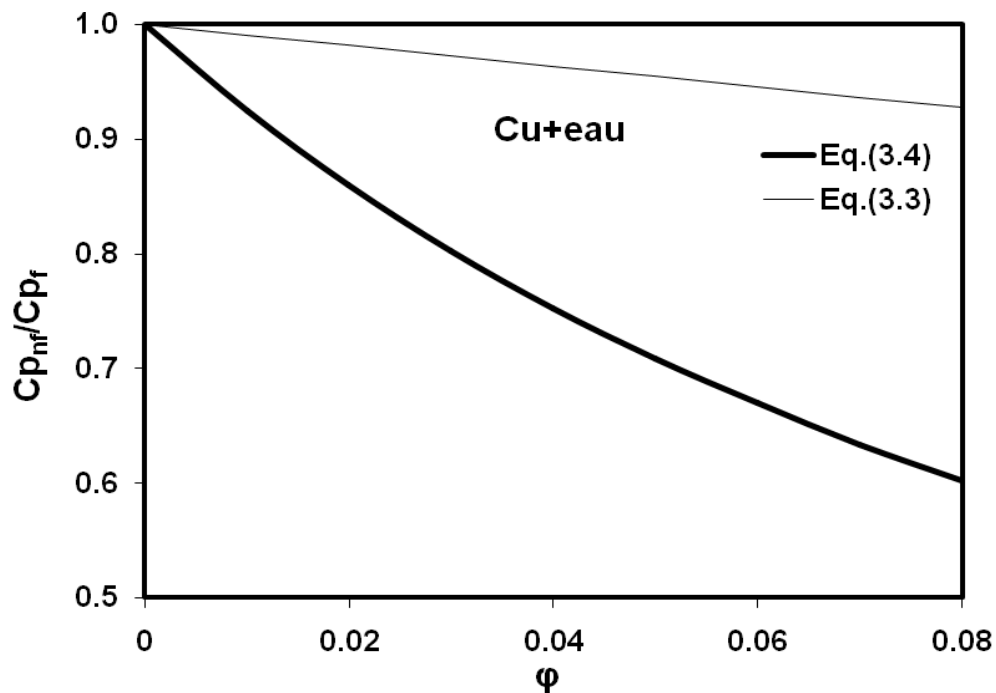


FIG. 3.3 : Valeurs de  $(C_P)_{nf}/(C_P)_f$  en fonction de  $\phi$  pour le nanofluide (Cu+eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluide.

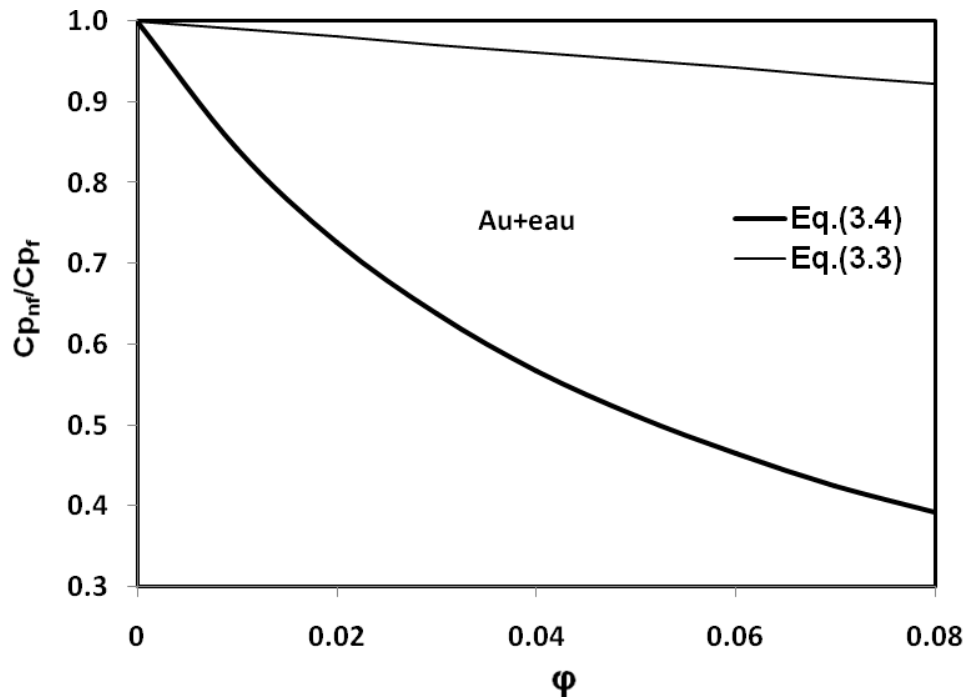


FIG. 3.4 Valeurs de  $(C_P)_{nf}/(C_P)_f$  en fonction de  $\phi$  pour le nanofluid (Au+ eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluid.

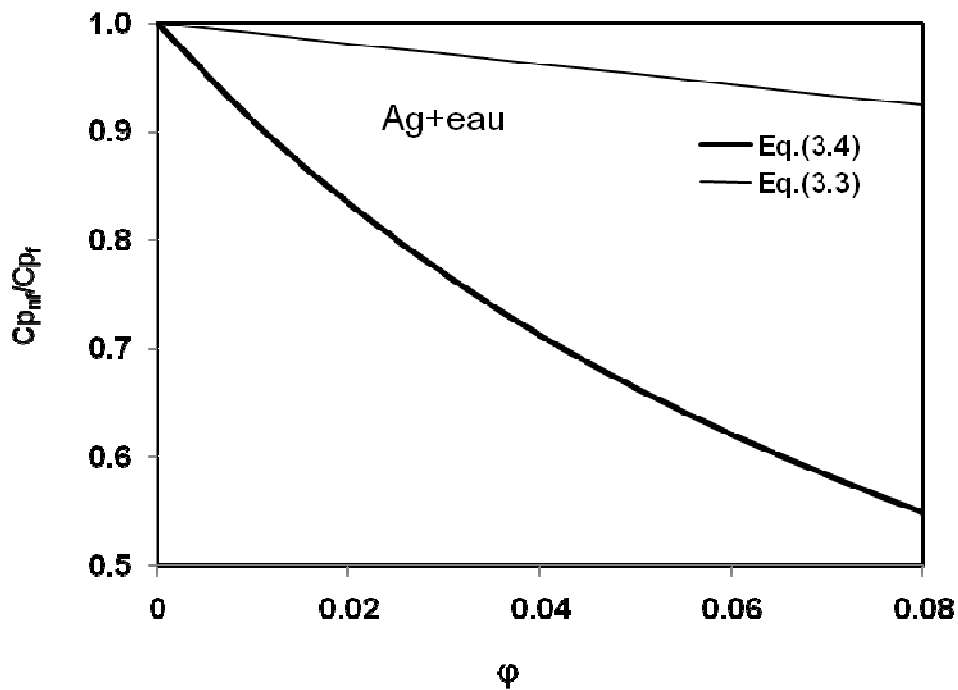


FIG. 3.5: Valeurs de  $(C_P)_{nf}/(C_P)_f$  en fonction de  $\phi$  pour le nanofluid (Ag+eau) obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique du nanofluid.

Sur le tableau 3.2, on présente les valeurs calculées à partir des deux relations (3.3) et (3.4) de  $(C_P)_{nf}/(C_P)_f$  pour  $\varphi = 4\%$  pour le nanofluide (eau avec les différentes nanoparticules  $Al_2O_3$ , CuO, Cu, Ag et Au).

$\varphi\%$	$(C_P)_s$	$(C_P)_f$	$(C_P)_{nf}/(C_P)_f$		
			0 %	4 % (Eq. 3.3)	4 % (Eq. 3.4)
eau		4181.8			
$Al_2O_3$	761.55		1	0.9672	0.8839
CuO	561		1	0.9653	0.8163
Cu	385		1	0.9636	0.7529
Ag	235		1	0.9622	0.7123
Au	129		1	0.9612	0.5675

**TAB. 3.2** : Valeurs de  $(C_P)_{nf}/(C_P)_f$  pour  $\varphi = 4\%$  obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique pour différents nanofluides.

### 3.3 Coefficient d'expansion thermique

Nous nous intéressons dans le cadre de notre étude aux seuls fluides porteurs incompressibles (masse volumique indépendante de la pression) mais dilatables. Cette variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique  $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$  appelé également coefficient de dilatabilité.

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (3.2)

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (3.2)

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$$

On déduit l'expression suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \tag{3.5}$$

ou  $\beta_f$  et  $\beta_s$  désignent respectivement les coefficients de dilatabilité du fluide porteur et celle des nanoparticules.

Kim et al. [34] ont supposé que le coefficient d'expansion thermique du fluide ( $\beta_f$ ) est largement plus grand que celui des nanoparticules solides ( $\beta_s$ ). Il ramène l'équation (3.5) à la forme simplifiée suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f$$

En supposant que l'on affaire à des fluides porteurs incompressibles, les nanoparticules et la différence de température imposée aux nanoparticules restent modérée pour écrire que la masse volumique du nanofluide et de ses constituants s'exprime sous une forme linéaire de la température par :

$$\rho_{nf} = \rho_{0,nf}(1 - \beta_{nf}(T - T_0)), \quad \rho_f = \rho_{0,f}(1 - \beta_f(T - T_0)), \quad \rho_s = \rho_{0,s}(1 - \beta_s(T - T_0))$$

De la première équation, on en déduit l'expression de :  $\beta_{nf} = -\frac{(\rho_{nf} - \rho_{0,nf})}{\rho_{0,nf}(T - T_0)}$

En remplaçant  $\rho_{nf}$  et  $\rho_{0,nf}$  par leur valeur tirée de l'équation (3.2) on en déduit :

$$\beta_{nf} \rho_{0,nf} = (1 - \varphi) \beta_f \rho_{0,f} + \varphi \beta_s \rho_{0,s} \quad (3.6)$$

Si on néglige la dilatabilité des nanoparticules devant celle du fluide porteur on est conduit à la relation simplifiée suivante :

$$\beta_{nf} \rho_{0,nf} = (1 - \varphi) \beta_f \rho_{0,f} \quad (3.7)$$

Cette relation donnant le  $\beta_{nf}$  du nanofluide. Cette relation distincte de celle habituellement utilisée dans les travaux sur les nanofluides conduit, comme nous le verrons dans la suite de ce travail à des valeurs qui diffèrent notablement de celle tirées de la relation (3.5).

### 3.3.1 Comparaison entre les valeurs tirées à partir des deux relations donnant les coefficients d'expansion thermique pour différents nanofluides

Les figures (3.6) à (3.10) montrent l'évolution du rapport  $\beta_{nf} / \beta_f$  pour différents nanofluides (eau, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CuO, Cu, Ag et Au) pour  $\varphi$  variant de 0 à 8% obtenue à partir des relations (3.5) et



(3.6). On remarque que les deux relations conduisent des résultats notablement différents. La relation (3.6) compatible avec nos hypothèses mentionnées précédemment conduit à des valeurs plus faibles du rapport  $\beta_{nf} / \beta_f$  que celles obtenues à partir de la relation déduite sans justification de la relation que nous avons qualifié de "géométrique" et non thermodynamique.

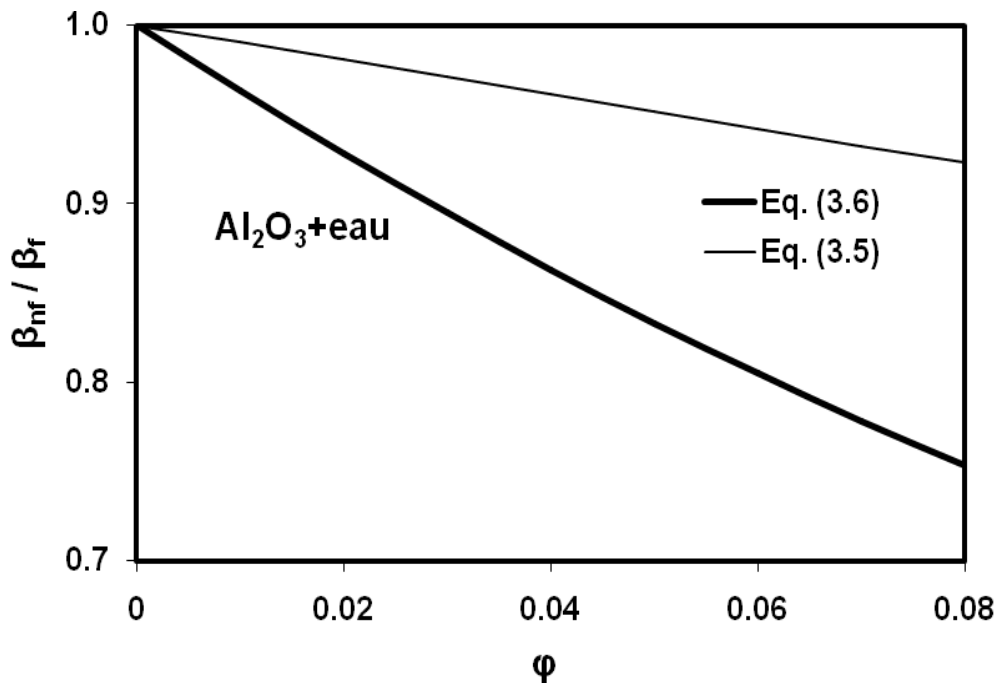


FIG. 3.6 : Valeurs de  $\beta_{nf} / \beta_f$  en fonction de  $\phi$  obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau).

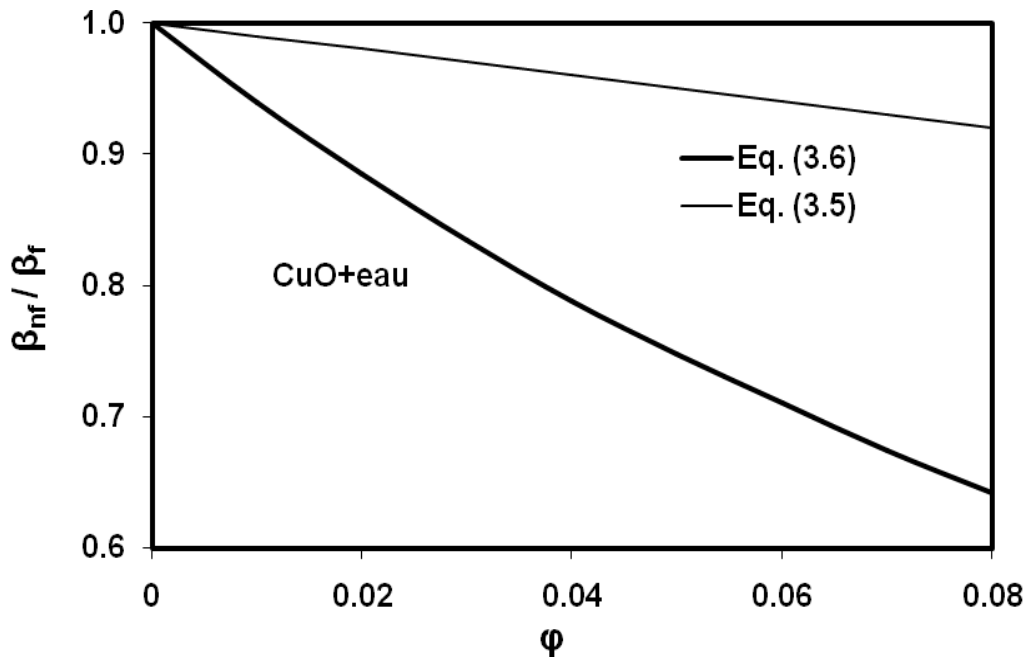


FIG. 3.7 : Valeurs de  $\beta_{nf} / \beta_f$  en fonction de  $\phi$  obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanofluide (CuO+eau).

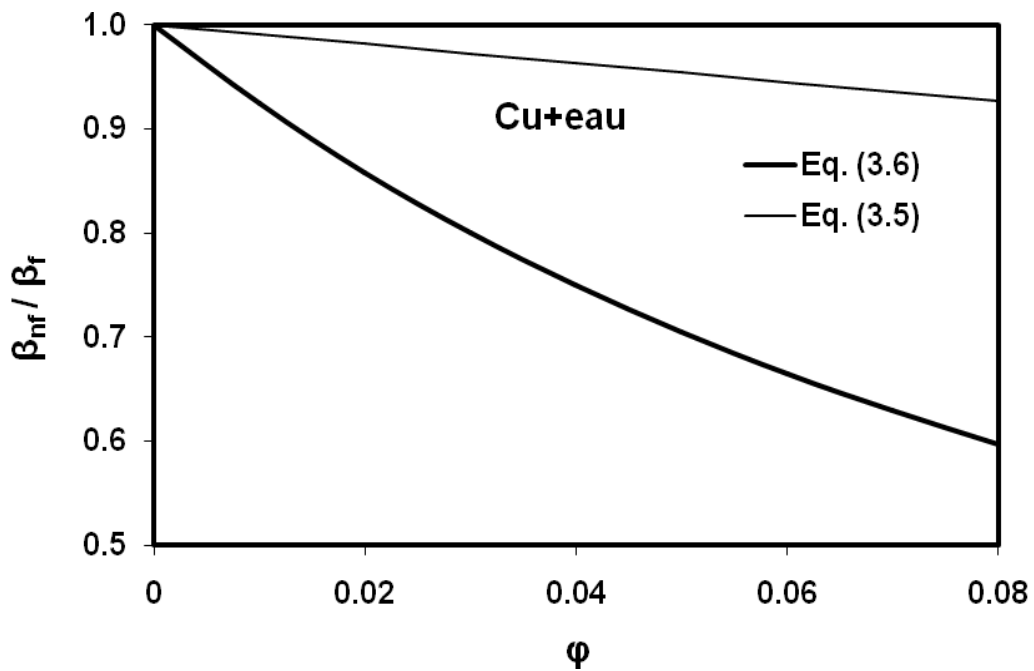


FIG. 3.8 : Valeurs de  $\beta_{nf} / \beta_f$  en fonction de  $\phi$  obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanofluide (Cu+eau).

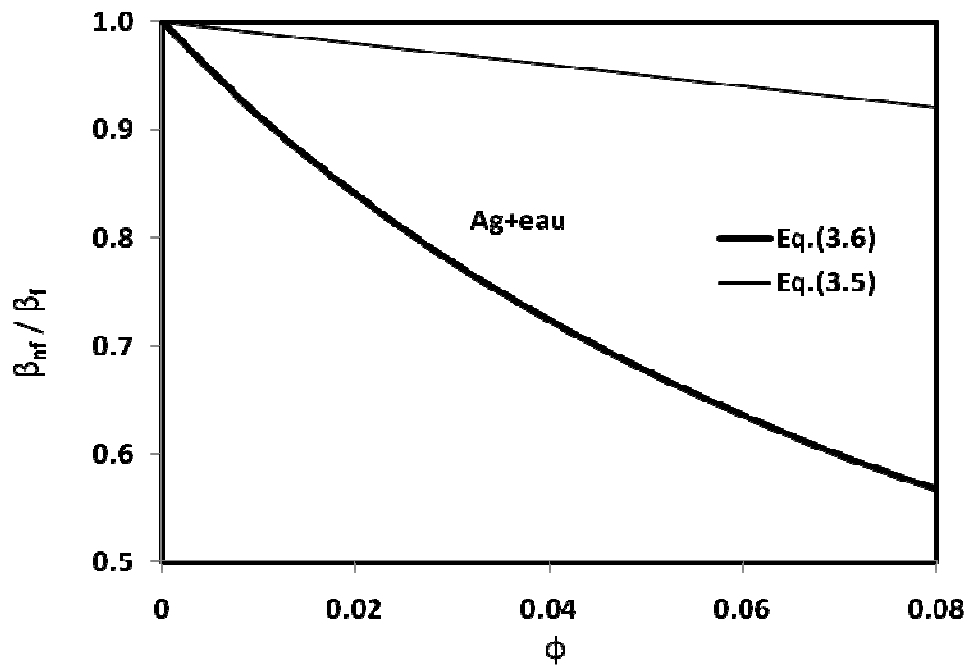


FIG. 3.9 : Valeurs de  $\beta_{nf} / \beta_f$  en fonction de  $\phi$  obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanfluide (Ag+eau).

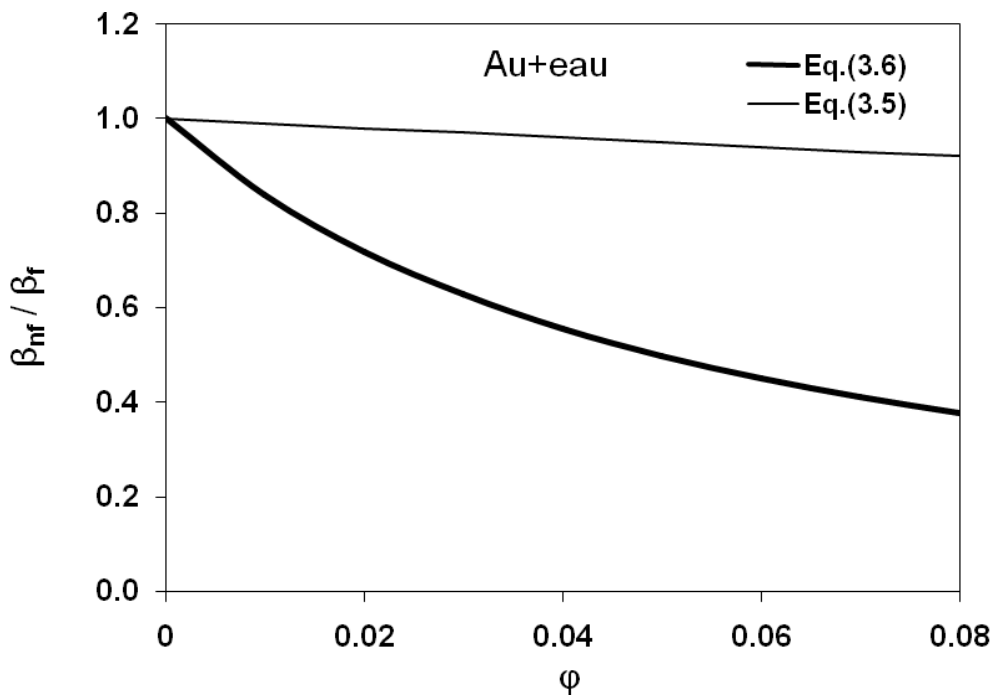


FIG. 3.10 : Valeurs de  $\beta_{nf} / \beta_f$  en fonction de  $\phi$  obtenues à partir des deux relations (3.5) et (3.6) pour le nanfluide (Au+eau).

Le tableau 3.3 montre les valeurs calculées du rapport  $\beta_{nf} / \beta_f$  pour différents nanofluides (eau, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CuO, Cu, Ag et Au) pour  $\varphi = 4\%$ .

$\varphi\%$	$\beta_s \times 10^{-6}$	$\beta_f \times 10^{-6}$	$\beta_{nf}/\beta_f$		
			0 %	4 % (Eq. 3.5)	4 % (Eq. 3.6)
eau		210			
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	7.5		1	0.961	0.863
CuO	18		1	0.9602	0.788
Cu	16.7		1	0.963	0.750
Ag	19.7		1	0.9604	0.723
Au	14.2		1	0.9603	0.556

**TAB. 3.3 :** Calcul du rapport  $\beta_{nf} / \beta_f$  pour  $\varphi = 4\%$  obtenues à partir des deux relations donnant le coefficient d'expansion thermique (3.5) et (3.6) pour différents nanofluides.

### 3.4 La viscosité dynamique

La majorité des études qui ont traité de la viscosité des nanofluides ont eu recours, pour son calcul à partir de la viscosité du fluide de base et de la fraction volumique  $\varphi$ , aux relations de Stokes-Einstein ou de Brinkman. Ces relations ont été établies dans un cadre précis à savoir particules métalliques de forme sphérique, en faible concentration, parfaitement dispersées et sans interaction inter-particules. Or les nanoparticules utilisées dans les différentes expérimentations ne sont ni sphériques ni de même taille, en particulier lorsqu'il s'agit de nanofluides avec des nanotubes de carbone.

L'ajout de particules solides dans un liquide provoque une augmentation, plus ou moins importante, de la viscosité du mélange obtenu. Là encore, de nombreux facteurs peuvent être à l'origine des disparités constatées. Pour des nanoparticules identiques (nature, taille) et un même fluide de base, la qualité de la dispersion, et la température peuvent influencer considérablement sur la viscosité.

Bien qu'un comportement Newtonien soit constaté pour des fluides contenant de faibles concentrations de nanoparticules, les suspensions à base de nanotubes de carbone obéissent à une loi de comportement différente.

La dispersion de nanoparticules dans un fluide de base modifie notablement sa viscosité, il s'ensuit alors une modification de la structure des écoulements convectifs qui dépend fortement de la viscosité.

Pour les suspensions constituées de nanoparticules sphériques, on dispose de différents modèles et de formules semi-empiriques variées décrivant l'évolution de la viscosité relative en fonction de la fraction volumique. La viscosité relative est le rapport de la viscosité du nanofluide sur celle

du fluide de base  $\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$ .

### 3.4.1 Les différents modèles de viscosités

La viscosité dynamique d'un nanofluide donné par Einstein [45] pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi) \quad (3.8)$$

$\mu_{nf}$ ,  $\mu_f$  désignent respectivement les viscosités dynamiques du nanofluide, du fluide de base et  $\varphi$  la fraction volumique des nanoparticules. Cette relation n'est valable que pour  $\varphi < 0.03$ .

Par contre, Brinkman [46] a étendu la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (3.9)$$

On remarque que pour les faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein. Ces relations n'intègrent pas les effets du mouvement Brownien ni ceux de la taille des particules.

Pour ce qui est de la viscosité des nanofluides, on conçoit que la prédominance des effets de surface sur les effets de volume, conjuguée aux effets de l'agitation thermique, rend caduques les

modèles précédents. Ainsi les travaux expérimentaux portant sur la mesure des viscosités des nanofluides ont montré que cette dernière est plus élevée que celle tirée des relations précédentes.

En prenant en compte l'effet de l'interaction hydrodynamique entre deux nanoparticules sphériques Batchelor [47] a montré que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de  $\phi$ , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de  $\phi$  avec la présence d'un terme en  $\phi^2$  :

$$\mu_{nf} = \mu_f (6.2 \phi^2 + 2.5\phi + 1) \quad (3.10)$$

Cette équation permet le calcul de la viscosité de suspension de nanoparticules avec  $\phi > 10\%$ .

Remarque : On pourra remarquer que le développement limité à l'ordre 1 de la relation de Brinkman redonne la relation d'Einstein. Ces trois dernières (3.8), (3.9) et (3.10) conduisent exactement aux mêmes valeurs du rapport de viscosité pour les faibles valeurs de  $\phi < 2\%$ .

D'autres relations ont été proposées dans la littérature limitées à des applications bien précises. Maiga et al. [48] à partir de résultats de mesures ont proposé la corrélation (3.11).

$$\mu_{nf} = \mu_f (123 \phi^2 + 7.3 \phi + 1) \quad (3.11)$$

En comparant cette corrélation aux modèles d'Einstein et de Brinkman, on trouve que ces deux dernières approches sous-estiment les valeurs expérimentales de la viscosité des nanofluides.

Pack et Cho [16] ont proposé, quant à eux une corrélation pour les nanoparticules  $Al_2O_3$  dispersés dans l'eau donnée par:

$$\mu_{nf} = \mu_f (533.9 \phi^2 + 39.11 \phi + 1) \quad (3.12)$$

En utilisant des nanoparticules d' $Al_2O_3$  de différents diamètres (27, 40 et 50 nm) et pour plusieurs valeurs de la fraction volumique  $\phi$  (0.5%, 2% et 3%), Prasher et al. [49] n'ont pas relevé d'influence de l'effet de taille des nanoparticules sur la mesure de la viscosité des nanofluides expérimentés.

Dans la gamme des faibles valeurs de  $\phi$ , la viscosité relative évolue linéairement avec  $\phi$  mais avec un coefficient directeur quatre fois supérieur à celui trouvé par Einstein, Brinkman et

Batchelor. Ils expliquent cette évolution par la formation d'agrégats de rayon 3 fois supérieur à celui des particules. Nous donnons dans le tableau 3.4 le rapport de la viscosité d'un nanofluide sur le fluide de base (eau+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) en fonction de fraction volumique  $\phi$  variant de 0% à 8%, en utilisant les différents modèles d'Einstein [45], de Brinkman [46], de Batchelor [47] et les Corrélation de Maiga et al. [48].

$\phi$ %	Einstein	Brinkman	Batchelor	Corrélation de Maiga et al.
0	1	1	1	1
1	1.0250	1.0254	1.026	1.10
2	1.0500	1.0518	1.0525	1.21
3	1.0750	1.0791	1.0806	1.32
4	1.1000	1.1074	1.1099	1.48
5	1.1250	1.1368	1.1405	
6	1.1500	1.1673	1.1723	
7	1.1750	1.1989	1.2054	
8	1.2000	1.2318	1.2397	

**TAB. 3.4 :** Rapport des viscosités du nanofluide (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> +eau) obtenus à partir des différents modèles étudiés.

### 3.4.2 Influence de la température sur la viscosité dynamique

En augmentant la fraction volumique des nanoparticules dans un fluide porteur, on augmente sa conductivité thermique ce qui est intéressant pour le transfert de chaleur, mais en augmentant  $\phi$ , on augmente nécessairement la viscosité du nanofluide obtenu, ce qui conduit à une augmentation des pertes de charges dans les échangeurs de chaleur et nécessiterait une déperdition plus importante d'énergie pour mettre en mouvement ce fluide caloporteur. Lorsque la viscosité dynamique augmente, la capacité du fluide à s'écouler diminue. La viscosité des liquides tend généralement à diminuer lorsque la température de ce dernier augmente. Pour

cela, il existe des corrélations semi-empiriques basées sur des résultats expérimentaux utilisées pour calculer la viscosité dynamique de l'eau [50] et d'un nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau) [51].

### 3.5 Conductivité thermique des nanofluides

Une grande partie des travaux traitant des nanofluides porte sur la quantification de l'augmentation de la conductivité thermique des nanofluides. L'objectif de ces travaux est de mesurer cette conductivité thermique et de choisir les nanoparticules et le fluide porteur les plus appropriés pour obtenir des rapports conductivité thermique du nanofluide sur celle du fluide porteur la plus élevée possible. Les travaux ont également porté sur la façon de prédire cette augmentation de conductivité thermique en fonction de celle des nanoparticules et du fluide porteur ainsi que de celle de la taille et la forme de ces nanoparticules en proposant différentes relations donnant ce rapport des conductivités thermiques nanofluide sur celle du fluide  $\frac{k_{nf}}{k_f}$ .

En l'absence de données expérimentales et de théorie fondée permettant la détermination de la conductivité thermique d'un nanofluide, des relations utilisées précédemment pour le calcul de la conductivité thermique d'une suspension de particules de plus grande taille de l'ordre micromètres ou millimètres dans un fluide, ont été adoptées pour calculer la conductivité thermique des nanofluides.

#### 3.5.1 Méthodes de mesures de la conductivité thermique

Différentes techniques de mesure de la conductivité thermique des nanofluides ont été utilisées, la plus employée étant celle du fil chaud en régime transitoire. C'est uniquement sur cette dernière technique que nous reviendrons.

##### a- Méthode de fil chaud (le fil Platine)

La technique du fil chaud en régime transitoire (en anglais THW : Transient Hot Wire method) a été utilisée couramment pour mesurer la conductivité thermique ( $k$ ) des matériaux ; pour les liquides, en particulier, sa rapidité, sa facilité de mise en œuvre, et son coût peu élevé, en font la méthode de caractérisation la plus connue et la plus utilisée dans l'industrie.



Sous des conditions favorables, la valeur de  $k$  peut être déterminée avec une incertitude inférieure à 0.5 % [52, 53]. Plusieurs auteurs ont également proposé des mesures simultanées de la valeur de  $k$  et celle de la diffusivité thermique  $\alpha$  par la technique THW [54, 55] avec toutefois des procédures expérimentales complexes.

Pour les liquides électriquement conducteurs, le fil doit être isolé électriquement par dépôt d'une fine couche d'isolant à sa surface. Un certain nombre de techniques de dépôt a été utilisé à cette fin (dépôt de polyester [56], dépôt de silice [57], dépôt d'oxyde d'aluminium [55, 58], dépôt d'oxyde de tantale [59]).

Le principe de la méthode THW est basé sur le fait qu'un fil métallique en platine de longueur  $l \gg r_0$  ( $r_0$  rayon du fil) et  $r_0 \ll 1$ , soumis à un flux de chaleur linéique  $q$  et immergé dans un milieu fluide (de conductivité thermique  $k$  et de diffusivité thermiques  $\alpha$ ) de température initiale uniforme  $T_0$ , est susceptible de provoquer des transferts purement conductifs et unidimensionnels au sein du fluide.

### a.1 Champs de température dans le fluide:

L'équation de la chaleur en coordonnées cylindriques dans le milieu extérieur qui pourrait être le nanofluide est donnée par:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right)$$

Les conditions aux limites sont :

$$1- \forall r \quad t \leq 0, \quad T(r,t) - T_0 = 0$$

$$2- \forall t \geq 0 \quad r = 0, \quad -k \left( r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right)_{r \rightarrow 0} = 2\pi q$$

$$3- r \rightarrow \infty, \quad \forall t \leq 0, \quad \text{Lim}(T(r,t) - T_0)_{r \rightarrow \infty} = 0$$

La condition initiale est donnée par:

$$4- T(r, t=0) = T_0$$

La solution de ce problème est donnée par :

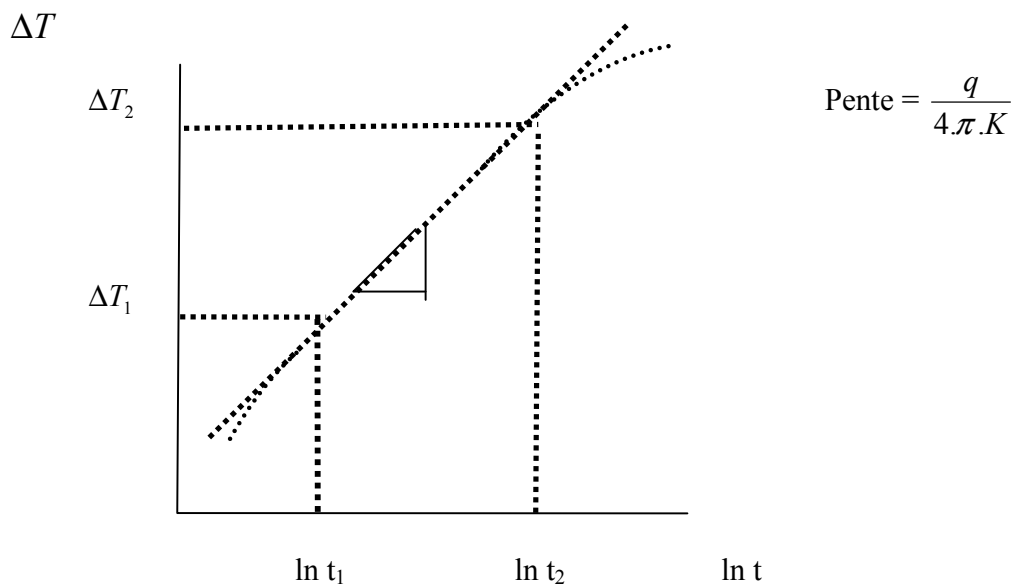
$$T(r,t) - T_0 = \frac{q}{4\pi k} F\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) \quad \text{avec} \quad F\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) = \int_{\frac{r^2}{4\alpha t}}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx = \gamma - \ln\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) + \frac{r^2}{4\alpha t} + o\left(\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right)^2\right) \quad (3.13a)$$

avec  $\gamma = 0.5772157$  (constante d'Euler) et la fonction  $F$  désigne la fonction Exponentielle intégrale notée habituellement  $E_i$ . Le groupement  $\frac{\alpha t}{r^2}$  désigne le nombre de Fourier. Pour un nombre de Fourier grand la solution de ce problème se ramène à :

$$\Delta T = T(r, t) - T_0 = \frac{q}{4\pi K} \left( \gamma - \ln\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) \right) = \frac{q}{4\pi K} \ln(t) + \frac{q}{4\pi K} \ln\left(\frac{4\alpha}{r^2 e^\gamma}\right)$$

En traçant le graphe donnant  $T(r, t) - T_0$  en fonction du logarithme de la température en un point du fluide (Cf. Figure 3.11), on en déduit la pente de la droite et connaissant cette pente on en

déduit la valeur mesurée de la conductivité thermique  $K = \frac{q}{4\pi(\text{valeur de la pente})}$



**Figure 3.11** : Graphe donnant  $T(r, t) - T_0$  en fonction du logarithme de la température en un point du fluide

La génération de flux  $q$  dans le fil est donnée par :

$$q = \frac{I^2 R(t)}{l}$$

où  $R(t)$  est la résistance électrique instantanée du fil (correspondant à une température  $T(t)$  de fil),  $l$  est la longueur du fil et  $I$  est l'intensité du courant électrique en (A).

Si la simplicité de la méthode est à souligner, quelques difficultés apparaissent pour améliorer le traitement de la mesure. L'inertie du fil et la résistance de contact entre l'échantillon et la sonde peuvent conduire à des erreurs significatives. Une modélisation complète du système a été proposée et elle montre qu'au premier ordre seul les effets conductifs interviennent, mais qu'au second et troisième ordre interviennent également la résistance de contact et l'inertie de la sonde [60].

Pour tenir compte du transfert thermique aux seins du fil, il est nécessaire que la géométrie de la sonde soit bien caractérisée. En général ceci est difficilement réalisable si l'on veut concilier finesse, cylindricité du fil et réalisation technologique. Pour l'étude de matériaux particulièrement isolants, de forts gradients de températures peuvent influencer sur la linéarité de la mesure.

Un facteur limitant de cette méthode est l'hypothèse de milieu semi-infini faite sur l'échantillon. En effet, même si de faibles épaisseurs suffisent pour des milieux isolants, on peut difficilement être au delà de l'échelle centimétrique, ce qui limite considérablement le champ d'application de cette technique.

Pour la caractérisation du fluide liquide ou gazeux, divers travaux ont été menés pour améliorer cette méthode en apportant des corrections prenant en compte des effets convectifs, radiatifs, les propriétés thermophysiques et géométriques du fil.

L'influence du comportement thermique de la sonde est loin d'être négligeable, et des méthodes similaires utilisant des sondes à faible inertie thermique, ont été développées.

### **3.5.2 Modèles des conductivités thermiques**

A partir de la résolution de l'équation de l'énergie, beaucoup de modèles de calculs de la conductivité thermique ont été développés pour prédire l'estimation de la conductivité du nanofluide, constitués par des éléments très réguliers tels que les nanoparticules sphériques.

Les modèles décrits dans la littérature sont des outils de prédictions développés afin d'appréhender les mécanismes de transfert thermique aux seins des nanofluides.

Il existe un panel important de modèles de calcul de la conductivité thermique apparente dans un nanofluide. Notre objectif étant ici de présenter succinctement quelques-uns. Cette famille de

modèles recouvre en réalité deux grands types d'approches d'une part l'analogie électrique, d'autre part par la résolution exacte de l'équation de la chaleur. Les modèles que nous présentons ne concernent que les nanofluides. En dernier recours seule l'expérimentation physique permet d'obtenir une évaluation précise de la conductivité des nanofluides.

### 3.5.2.1 Modèles de type Maxwell

Ces modèles concernent les milieux où l'empilement des particules est régulier. La phase solide est supposée discontinue, noyée dans une phase fluide continue. A partir de ce modèle, beaucoup de chercheurs ont développé plusieurs modèles qui s'appuient sur les mêmes principes que Maxwell [61].

#### 3.5.2.1.1 Modèle de Maxwell

Maxwell fait parti des chercheurs qui se sont intéressés au calcul de la conductivité thermique d'un fluide contenant des particules sphériques en suspension. Pour aboutir à l'estimation de cette dernière, il a supposé que le fluide renferme plusieurs particules sphériques de même diamètre  $D_p$ . Les particules sont séparées d'une distance suffisante conduisant à l'absence d'interaction mutuelle entre elles, par conséquent le milieu est fortement dilaté (pas de contact entre les particules).

La formule de Maxwell est donnée par :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)\varphi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)\varphi} \quad (3.13)$$

$k_{nf}$ ,  $k_f$ ,  $k_s$  désignent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide de base et des particules solides.

#### 3.5.2.1.2 Modèle de Hamilton-Crosser

Le modèle de Hamilton [62] est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque. Pour prendre en compte cette diversité de forme, Hamilton introduit un facteur géométrique appelé sphéricité ( $\psi$ ) faisant référence à la géométrie sphérique. Ce coefficient est défini comme étant le rapport de la surface de la sphère ayant le même volume que les nanoparticules sur la surface d'une nanoparticule.

La conductivité thermique apparente du milieu est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_s)\varphi}{k_s + (n-1)k_f + (k_f - k_s)\varphi} \quad (3.14)$$

Où n est un facteur de forme empirique donné par :

$$n = \frac{3}{\psi}$$

n = 3 pour les particules sphériques et n = 6 pour les particules cylindriques.

Pour  $\psi = 1$  (particules sphériques) le modèle de Hamilton-Crosser est identique au modèle de Maxwell. Le modèle de Hamilton-Crosser est utilisée par Xuan et Li [18] pour obtenir une estimation de la conductivité thermique en utilisant des différents valeurs de  $\psi$  variant de 0.5 à 1.0, les résultats obtenus à partir de ce modèle pour  $\psi = 0.7$  sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Par contre, Lee et al. [11] ont obtenu des valeurs de conductivité thermique des nanofluides qui concordent avec les résultats expérimentaux en utilisant  $\psi = 0.1$  pour le nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau).

L'interface entre deux milieux constitue un obstacle au transfert de la chaleur. La résistance d'interface est un important facteur pour la détermination de la conductivité thermique des nanofluides. Ce facteur, noté résistance de Kapitza ( $R_k$ ) a été pris en compte par certains auteurs pour le calcul de cette conductivité thermique. Hasselman et Johnson [63] ont adapté le modèle de Maxwell en tenant compte de cette résistance:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s(1+2\beta) + 2k_f + 2\varphi \left[ k_s(1-\beta) - k_f \right]}{k_s(1+2\beta) + 2k_f - \varphi \left[ k_s(1-\beta) - k_f \right]} \quad (3.15)$$

Avec  $\beta = \frac{2R_k K_f}{d}$

d : le diamètre moyen d'une nanoparticule

$R_k$  : La résistance de Kapitza

$K_f$  : La conductivité thermique du fluide de base

D'après Wilson et al. [64], la résistance de Kapitza entre les nanoparticules et le fluide de base est égale à  $7.7 \times 10^{-9} \text{ Km}^2 \text{ W}^{-1}$ .

### 3.5.2.1.3 Modèle de Yu et Choi

Une autre expression pour calculer la conductivité thermique a été introduite par Yu et Choi [65]. Ils ont proposé de modéliser les nanofluides comme un liquide de base et des particules solides séparés par une couche nanométrique, cette couche agit comme un pont thermique entre le fluide et les nanoparticules. De plus, ils ont supposé que la conductivité thermique de la couche nanométrique est plus grande que la conductivité thermique de liquide.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)(1 + \beta)^3 \varphi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)(1 + \beta)^3 \varphi} \quad (3.16)$$

Où  $\beta$  est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

### 3.5.2.1.4 Modèle de Bruggeman

Le modèle proposé par Bruggeman [66] semble mieux approximer certains résultats expérimentaux comparé aux autres modèles [62, 63] pour le cas des nanoparticules sphériques avec aucune limitation concernant les concentrations des nanoparticules.

$$k_{nf} = \frac{1}{4} \left[ (3\varphi - 1)k_s + (2 - 3\varphi)k_f \right] + \frac{k_f}{4} \sqrt{\Delta} \quad (3.17)$$

Avec 
$$\Delta = \left[ (3\varphi - 1)^2 (k_s/k_f)^2 + (2 - 3\varphi)^2 + 2(2 + 9\varphi - 9\varphi^2)(k_s/k_f) \right]$$

Récemment, Koblinski et al. [4] ont discuté plusieurs mécanismes susceptibles de contribuer à l'augmentation de la conductivité thermique des nanofluides. Parmi ces mécanismes il y a le mouvement Brownien. Il s'avère que le mouvement Brownien des nanoparticules est trop lent pour transporter une quantité de chaleur notable à travers un nanofluide. Toutefois, ce mouvement peut avoir un rôle indirect pour produire une convection autour des nanoparticules qui sert à augmenter le transfert de chaleur.

Il est bien connu que les formules proposées par Maxwell et Hamilton-Crosser ne constituent qu'une première approximation de la conductivité thermique des nanofluides. Pour cela, il existe

plusieurs corrélations semi-empiriques basées sur des résultats expérimentaux utilisées pour calculer la conductivité thermique des différents nanofluides.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 28.905 \varphi^2 + 2.8273\varphi + 1 \quad \text{Pour le nanofluide (EG + Al}_2\text{O}_3) \quad (3.18)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = -13\varphi^2 + 6.3\varphi + 1 \quad \text{Pour le nanofluide (Al}_2\text{O}_3 + \text{eau)} \quad (3.19)$$

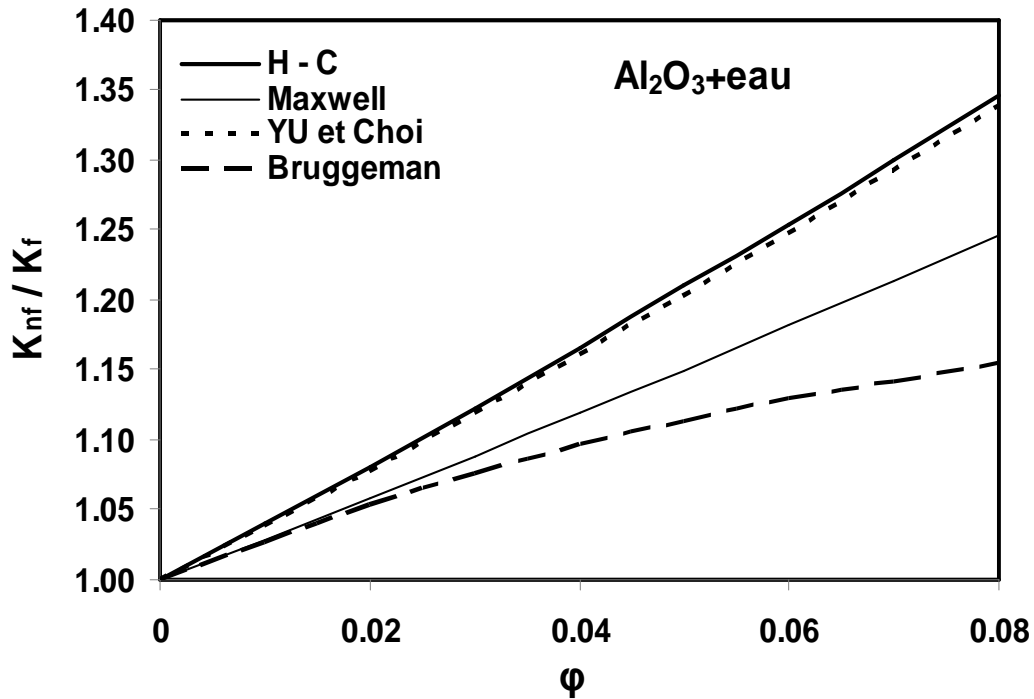
$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 11.6\varphi^2 + 9.6\varphi + 1 \quad \text{Pour le nanofluide (Cu + eau)} \quad (3.20)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 7146\varphi^2 + 76.6\varphi + 1 \quad \text{Pour le nanofluide (huile + NTC)} \quad (3.21)$$

Les équations (3.18), (3.19), (3.20) et (3.21) sont des corrélations empiriques utilisées pour estimer la conductivité thermique des nanofluides (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + EG), (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + eau), le nanofluide (Cu + eau) et le nanofluide (huile + nanotube de carbone) respectivement.

### 3.5.3 Comparaison des résultats expérimentaux avec les modèles de la conductivité thermique

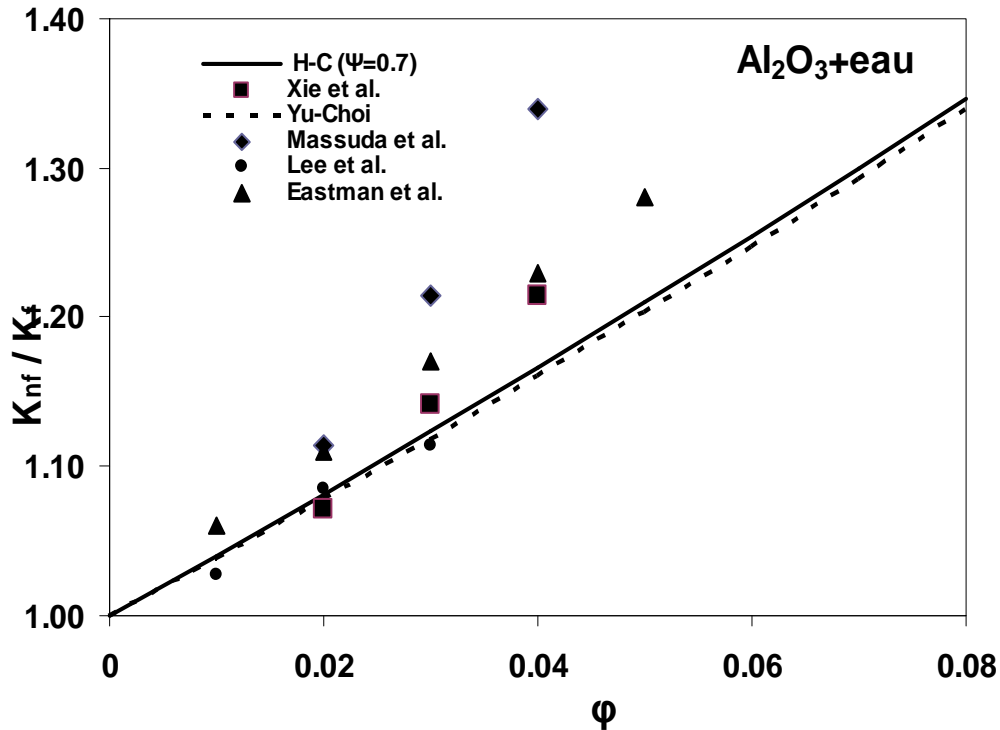
Au niveau de la figure 3.12 nous comparons les résultats, donnant  $k_{nf}/k_f$  en fonction de  $\varphi$  pour le nanofluide (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+eau) obtenus par les différents modèles mentionnés précédemment. Il ressort de cette comparaison que le modèle Hamilton-Crosser fournit les prédictions les plus élevées. Les valeurs tirées à partir du modèle Yu-Choi sont situées entre celles tirées du modèle de H-C et celle de celui de Maxwell.



**FIG. 3.12 :** Comparaison entre la prédiction de modèle de H-C avec les résultats des autres modèles pour le nanofluide ( $Al_2O_3+eau$ ).

Nous présentons au niveau de la figure 3.13, le rapport conductivité thermique  $k_{nf} / k_f$  en fonction de  $\phi$  pour le nanofluide ( $Al_2O_3+eau$ ) obtenus à partir de différents travaux expérimentaux et nous les confrontons aux résultats tirés des modèles de H-C et Yu-Choi pour ( $\psi = 0.7$ ). On remarque que ces modèles sont loin de bien approximer les résultats expérimentaux trouvés par Massuda et al. [8] et Eastman et al. [9] par contre, ils sont en bon accord avec ceux obtenus par Xie et al. [13] et Lee et al. [11] pour les faibles valeurs de  $\phi$ .





**FIG. 3.13 :** Comparaison entre les résultats expérimentaux pour le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{eau}$ ) et ceux tirés à partir des deux modèles H-C et Yu-Choi.

Au niveau de la figure 3.14, on compare le rapport conductivité thermique  $k_{nf}/k_f$  en fonction de  $\phi$  pour le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{eau}$ ) obtenus à partir de différents travaux expérimentaux à ceux tirés des modèles de H-C pour différentes valeurs de la sphéricité  $\psi$ . Les résultats de l'expérience de Xie et al. [13] et de Massuda et al. [8] sont plus proches de ceux obtenus à partir du modèle Hamilton-Crosser pour  $\psi = 0.5$

La conductivité thermique du nanofluide ( $\text{CuO} + \text{eau}$ ) prédite par le modèle de (H-C) est comparée aux résultats expérimentaux trouvés dans la littérature sur la figure 3.15. Nous trouvons que les résultats du modèle de Hamilton-Crosser sont en très bon accord avec ceux obtenus par Lee et al. [11] et Das et al. [12]. Par contre ils diffèrent notablement de ceux mesurés par Eastman et al. [9].

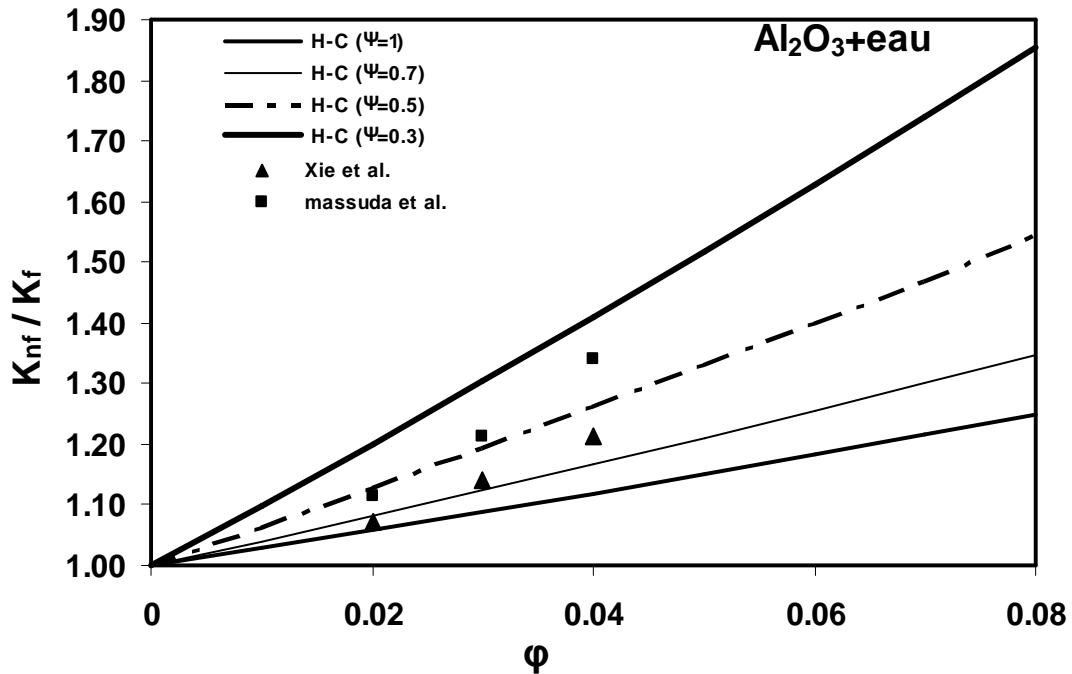


FIG. 3.14 : Comparaison entre les résultats expérimentaux pour le nanofluide ( $Al_2O_3 + eau$ ) et ceux tirés du modèle de H-C pour différentes valeurs de la sphéricité.

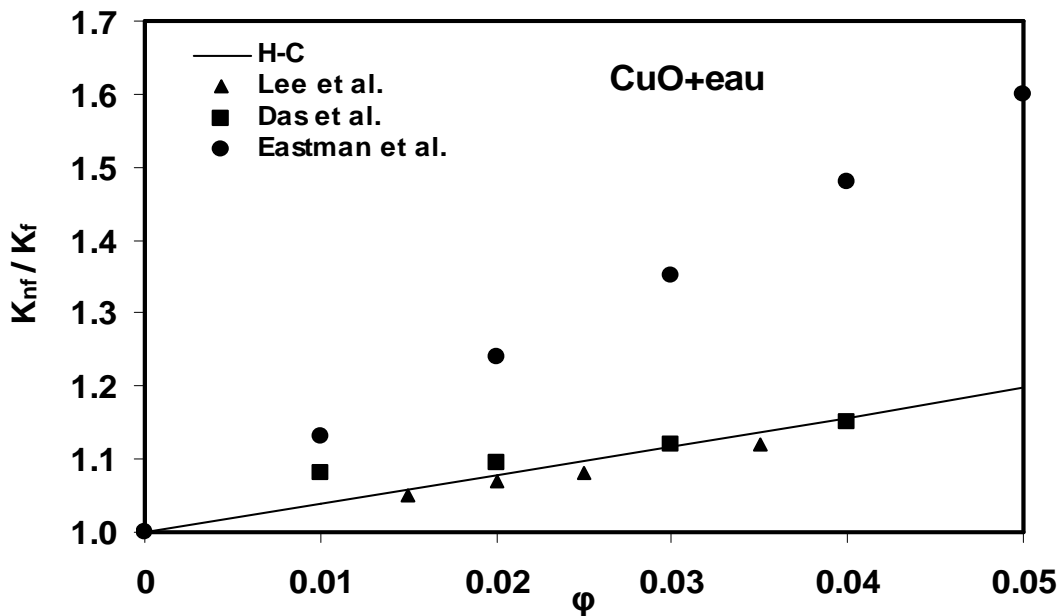
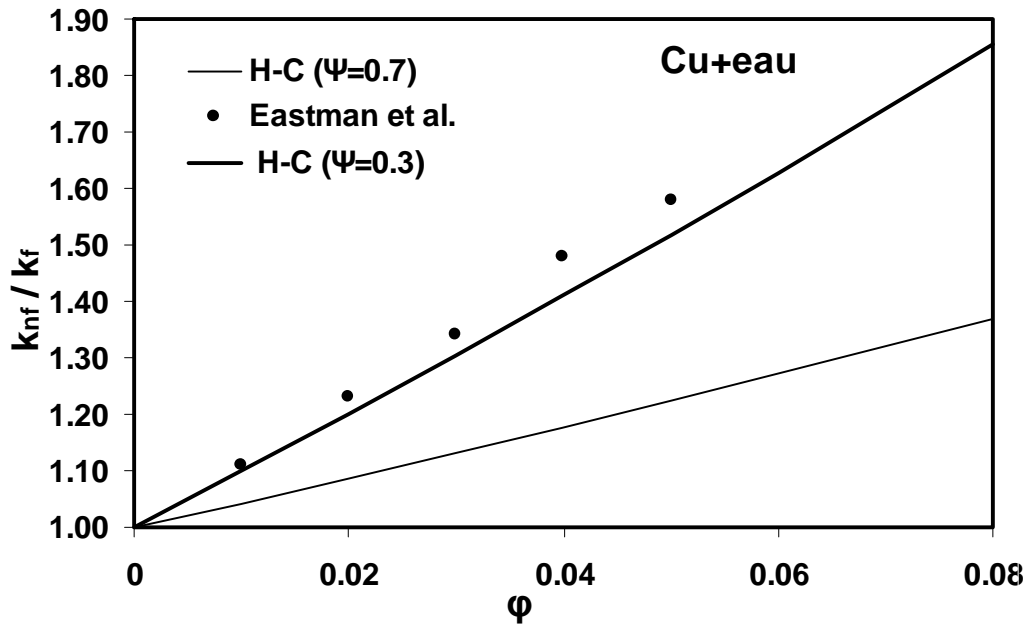


FIG. 3.15 : Comparaison entre la prédiction du modèle de H-C avec les résultats expérimentaux pour le nanofluide ( $CuO + eau$ ).

La figure 3.16 montre l'influence de la fraction volumique des nanoparticules sur la conductivité thermique du nanofluide (Cu+eau). On remarque le modèle de H-C approxime de façon satisfaisante si l'on prend une sphéricité  $\psi = 0.3$ , par contre pour  $\psi = 0.7$  le moins est loin d'être satisfaisant.



**FIG. 3.16** : Comparaison entre le modèle de H-C avec les résultats expérimentaux pour le nanofluide (Cu+ eau) pour deux valeurs de  $\psi$ .

Les suspensions à base de nanotubes de carbone donnent à des nanofluides de plus grande conductivité thermique comparée à celle de suspensions de nanoparticules métalliques. Ceci s'explique évidemment par les valeurs élevées de la conductivité thermique de ces nanotubes de carbones comparées à celle des nanoparticules de plus grande conductivité comme celle des particules d'argent.

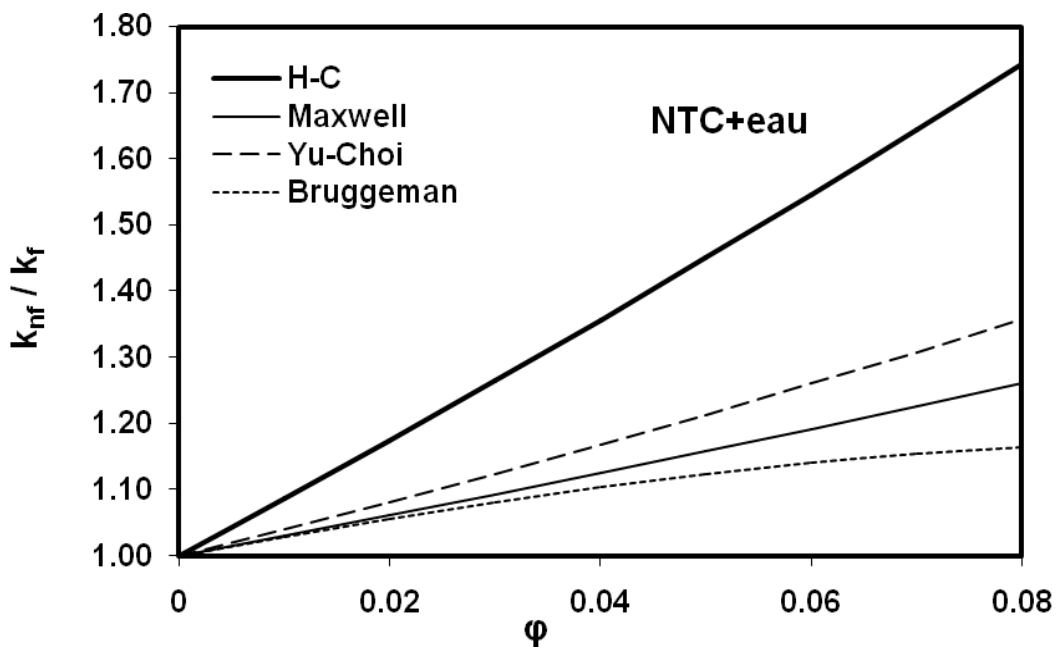
On s'intéressera principalement ici à des solutions à base de nanotube de carbone en présence d'un mélange d'eau ou d'éthylène glycol, qu'on retrouve fréquemment dans les applications industrielles.

Koo et Kleinstreuer [67] ont récemment développé un modèle pour calculer la conductivité thermique des nanofluides. Leur modèle tient compte des effets de la taille des particules, de la fraction volumique des particules, de la température ainsi que des propriétés des phases fluide et

solide. La prédiction du comportement et des propriétés thermophysiques des nanofluides demeure donc encore imprécise.

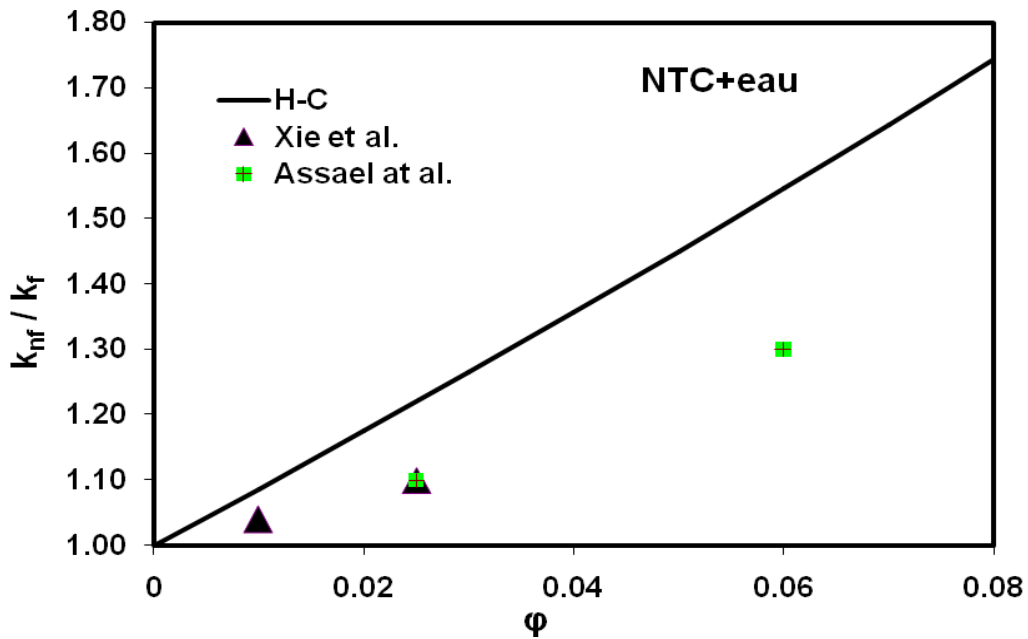
L'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides (eau, nanotubes de carbone) augmente avec les fractions volumique pour  $\phi$  variant de 0% à 8%.

En utilisant comme conductivité thermique du nanotube de carbone  $k_s = 2500 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , on obtient pour une fraction volumique de 8% une amélioration de 74% comme nous montrons sur la figure 3.17.



**FIG. 3.17 :** Comparaison entre la prédiction du modèle de H-C avec les résultats des autres modèles pour le nanofluide (NTC + eau).

Sur la figure 3.18, on présente les valeurs du rapport  $k_{nf}/k_f$  obtenues à partir du modèle de Hamilton-Crosser et les résultats expérimentaux d'Assael et al. [27] pour des fractions volumiques de 0 à 6% et de 0 à 2% pour ceux de Xie et al. [24]. La conductivité thermique obtenus pour les nanofluides (NTC+eau) sont plus grandes que ceux de nanofluides avec des nanoparticules sphériques. Pour les nanofluides à base de nanotubes de carbones le modèle de Hamilton-Crosser n'approxime de manière satisfaisante la conductivité thermique que pour les faibles valeurs de  $\phi$ .



**FIG. 3.18 :** Comparaison entre la prédiction du modèle de H-C et les résultats expérimentaux pour le nanofluide (NTC+eau).

Dans le tableau 3.5, nous présentons les valeurs calculées du rapport  $k_{nf} / k_f$  à partir du modèle H-C en fonction de  $\phi$ . On observe une amélioration de 54% de la conductivité thermique pour une fraction volumique de 6 % pour les deux nanofluides (eau+NTC) et (EG+ NTC). On remarque une augmentation quasi linéaire de la conductivité thermique de nanofluides avec la fraction volumique. Assael et al. [27] ont trouvé une amélioration de conductivité thermique du nanofluide (eau + NTC) de 28% pour une fraction volumique de 6% alors que Choi et al. [62] ont trouvé une amélioration de 150% pour une fraction volumique de 1% pour le nanofluide (NTC + EG).

$\varphi$ %	$k_{nf}/k_f$	
	H-C (NTC+eau)	H-C (NTC+EG)
0	1	1
1	1.0864	1.0865
2	1.1746	1.1748
3	1.2645	1.2649
4	1.3564	1.3568
5	1.4502	1.4507
6	1.5459	1.5466
7	1.6438	1.6446
8	1.7437	1.7446

**TAB. 3.5 :** Valeurs calculées du rapport  $k_{nf}/k_f$  à partir du modèle H-C en fonction de  $\varphi$  pour deux nanofluides (eau + NTC) et (éthyle glycol + NTC)

Le tableau 3.6 montre les différentes valeurs calculées en utilisant le modèle de Hamilton-Crosser du rapport  $k_{nf}/k_f$  en fonction de  $\varphi$  variant de 0 à 8%, pour cinq nanofluides (eau +  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), (eau + CuO), (eau + Cu), (Ag + eau) et (Au + eau).

$\varphi$ %	Rapport des conductivités thermiques $K_{nf}/K_f$								
	0%	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
<b><math>\text{Al}_2\text{O}_3</math></b>	1	1.040	1.081	1.123	1.166	1.210	1.254	1.30	1.346
<b>CuO</b>	1	1.038	1.077	1.116	1.157	1.198	1.239	1.282	1.326
<b>Cu</b>	1	1.043	1.086	1.131	1.177	1.224	1.271	1.320	1.370
<b>Au</b>	1	1.0429	1.0867	1.1314	1.177	1.2236	1.2712	1.3198	1.3694
<b>Ag</b>	1	1.0430	1.0869	1.1317	1.1774	1.2241	1.2718	1.3205	1.3702
<b>NTC</b>	1	1.0864	1.1746	1.2645	1.3564	1.4502	1.5459	1.6438	1.7437

**TAB. 3.6 :** Valeurs de  $k_{nf}/k_f$  en fonction de  $\varphi$  pour différents nanofluides avec l'eau comme fluide porteur et cinq nanoparticules différentes ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , CuO, Cu, Au et Ag) en utilisant le modèle de H-C.

### 3.6 Conclusion

Il est difficile de comparer les différentes études expérimentales sur les nanofluides car chacune a été menée pour des nanoparticules de tailles différentes et des préparations d'échantillons différentes. Or la taille des particules et la préparation des échantillons sont des facteurs déterminants qui influent fortement sur les résultats obtenus Trisaskri en 2005.

D'autres approches théoriques ont vu le jour pour tenter de comprendre l'origine et l'importance de cette augmentation de la conductivité thermique des nanofluides. Néanmoins aucune d'entre elles n'est parvenue à décrire convenablement tous les comportements obtenus expérimentalement.

L'agglomération des particules ne nous permet pas d'étudier de manière rigoureuse l'influence de la taille de ces dernières sur l'augmentation de conductivité thermique du fluide. Un meilleur contrôle des propriétés physico chimiques de ces fluides serait nécessaire pour pouvoir les étudier de façon précise et ainsi comprendre leur comportement. Les résultats obtenus sur les nanofluides à base de nanotubes de carbone montrent des augmentations de conductivité thermique en fonction de la concentration volumique beaucoup plus importantes que celles obtenues avec des nanoparticules métalliques.

# Chapitre 4

## Formulation mathématique des écoulements convectifs dans les nanofluides

Dans ce chapitre les équations traduisant les lois de conservation régissant l'écoulement de fluide dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas sont présentées en précisant toutes les hypothèses simplificatrices adoptées.

### 4.1 Equations de conservation

Dans la suite de ce chapitre, nous allons mettre en place les différentes équations de conservation que nous aurons à utiliser par la suite pour décrire les écoulements convectifs des nanofluides.

#### 4.1.1 Théorèmes fondamentaux

Soit  $D$  un domaine de contrôle de volume  $V$  et de surface  $\Sigma$  du milieu continu  $\Omega$  que l'on étudie. Soit  $M$  une particule fluide élémentaire de  $D$ , de volume  $dV$ , que l'on suit dans son mouvement au cours du temps. Soit  $f$  une fonction définie et continue sur  $D$ , désignant une grandeur intensive.

Le taux de variation de l'intégrale de  $f$  sur le volume  $V$  en fonction du temps est défini par :

$$\frac{d}{dt} \int_D f dV = \int_D \frac{\partial f}{\partial t} dV + \int_{\Sigma} f \vec{V} \cdot \vec{n} d\Sigma \quad (4.1)$$



où  $\vec{V}$  désigne la vitesse locale de la surface de contrôle et  $\vec{n}$  est la normale sortante du volume de contrôle considéré.  $\frac{d}{dt}$  désigne ici la dérivée particulaire, c.à.d. la dérivée obtenue lorsque l'on suit le domaine D de fluide dans son mouvement.

On peut également transformer le dernier terme de l'équation précédente en intégrale de volume en utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky, autrement appelé théorème de la divergence :

$$\int_{\Sigma} f \vec{V} \cdot \vec{n} d\Sigma = \int_D \vec{\nabla} \cdot (f \vec{V}) dV \quad (4.2)$$

En combinant (4.1) et (4.2), on peut alors exprimer le théorème de transport (ou règle de Leibnitz) qui s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \int_D f dV = \int_D \left[ \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (f \vec{V}) \right] dV \quad (4.3)$$

On utilisera également un autre lemme fondamental de la mécanique des fluides qui permet d'obtenir une équation locale à partir de la connaissance d'une relation intégrale pour tous les domaines D appartenant à une famille dense d'ouverts de  $\Omega$  :

$$\int_D f(\vec{X}, t) dV = 0 \quad \forall D \in \Omega \quad \Rightarrow \quad f(\vec{X}, t) = 0 \quad \forall M \in \Omega \quad (4.4)$$

Où  $\vec{X}$  est le vecteur position.

#### 4.1.2 Equation de conservation de la masse

La masse contenue dans le volume de contrôle D, où  $\rho$  désigne la masse volumique locale (i.e. masse par unité de volume), est obtenue par :

$$m = \int_D \rho(\vec{X}, t) dV$$

Dans le cas où, il n'y a ni apparition ni disparition de matière dans  $\Omega$  au cours de son mouvement et ce quel que soit le volume considéré, on peut donc écrire :

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho(\vec{X}, t) dV = 0$$

En appliquant successivement (4.3) et (4.4) à l'équation précédente, on obtient l'équation locale :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (4.5)$$

Cette équation est l'équation locale qui traduit la conservation de la masse au cours du temps dans le volume de contrôle D. Cette équation est également appelée : équation de continuité.

On peut encore simplifier cette équation en remarquant que pour les fluides incompressibles la masse volumique de chaque particule fluide reste constante, au cours du temps, lorsque l'on suit cette particule fluide dans son mouvement, d'où :  $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\text{grad}} \rho = 0$  et en tenant compte de

la relation (4.5) on en déduit  $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ .

Pour un fluide incompressible l'équation de continuité (4.5) prend la forme simple suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (4.6)$$

#### 4.1.3 Equation de conservation de la quantité de mouvement

La quantité de mouvement du fluide contenu dans un volume de contrôle D est donnée par :

$$\int_D \rho \vec{V} dV$$

Le principe fondamental de la dynamique stipule que la variation de la quantité de mouvement du fluide contenu dans D au cours du temps est égale à la somme des forces extérieures qui lui sont appliquées :

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho \vec{V} dV = \int_D \vec{f} dV + \int_{\Sigma} \vec{T} d\Sigma \quad (4.7)$$

Les forces extérieures étant : les forces de volume qui se réduisent à la force de pesanteur et les forces de surface qui se réduisent aux forces de pression et aux forces de viscosité.

La force  $\vec{f}$  est donnée par  $\vec{f} = -\rho g \vec{e}_z$  et le vecteur contrainte par  $\vec{T} = \overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{n}$ . L'écriture développée du tenseur des contraintes  $\overline{\overline{\sigma}}$  est donnée par :  $\overline{\overline{\sigma}}_{ik} = -P \delta_{ik} + \tau_{ik}$  où  $\overline{\overline{\tau}} = \tau_{ik}$  désigne le tenseur des contraintes de viscosité du fluide newtonien qui s'écrit  $\tau_{ik} = \mu (V_{i,k} + V_{k,i}) + \gamma \nabla \cdot \vec{V} \delta_{ik}$ . Dans ce

tenseur on peut distinguer : le coefficient de viscosité dynamique  $\mu$  et le coefficient de viscosité volumique  $\gamma$ . L'hypothèse de Newton-Stokes, valable pour les liquides et les gaz monoatomique, conduit à  $\gamma = -\frac{2}{3}\mu$  selon Bird et al. [68].

Dans le cas où  $\mu = \text{constante}$ , en transformant l'intégrale de surface en une intégrale de volume et en appliquant successivement les lemmes (4.3) et (4.4), on obtient :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + (\gamma + \mu) \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + \mu \nabla^2 \vec{V}$$

Si l'on se restreint aux fluides incompressibles ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ ) cette dernière équation conduit à la forme classique de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (4.8)$$

#### 4.1.4 Equation de conservation de l'énergie

C'est une expression locale du premier principe de la thermodynamique qui traduit que la variation par rapport au temps de l'énergie totale par unité de volume (Energie cinétique,  $E_c = \frac{1}{2}\rho V^2$  et énergie interne  $\rho e$  où  $e$  est l'énergie par unité de masse) est égale à la puissance des forces extérieures  $P_e$  au système augmenté de la puissance calorifique  $\dot{Q}$  reçue par le fluide à travers la surface  $\Sigma$  du milieu continu  $\Omega$  que l'on suit dans son mouvement:

$$\frac{d(E_c + U)}{dt} = P_e + \dot{Q} \quad (4.9)$$

Pour obtenir un bilan sur l'énergie interne  $U$ , on utilise le théorème de l'énergie cinétique, qui traduit que de la variation au cours du temps de l'énergie cinétique d'une particule fluide que l'on suit dans son mouvement est égale à la somme des puissances des forces extérieures et intérieures qui agissent sur ce milieu.

$$\frac{d(E_c)}{dt} = P_e + P_i \quad (4.10)$$

En combinant les relations (4.9) et (4.10), on trouve la relation (4.11)

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} - P_i \quad (4.11)$$

Si on décompose les différents termes qui composent cette équation on a :

- $U = \int_D \rho e dV .$
- $\dot{Q} = \int_{\Sigma} q(\vec{X}, t, \vec{n}) d\Sigma + \int_D r(\vec{X}, t) dV$  où  $q = -\vec{q} \cdot \vec{n}$  représente la densité surfacique du flux de chaleur reçue par conduction et où  $r$  représente la puissance volumique dissipée localement sous forme de chaleur.
- $P_i = -\int_D (\overline{\overline{\sigma}} : \vec{\nabla} \vec{V}) dV$  Où  $(\overline{\overline{\sigma}} : \vec{\nabla} \vec{V}) = \sigma_{ik} V_{i,k} = -P \vec{\nabla} \cdot \vec{V} + (\overline{\overline{\tau}} : \vec{\nabla} \vec{V}) .$

En explicitant les différents termes, l'équation (4.11) devient :

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho e dV = \int_{\Sigma} q(\vec{X}, t, \vec{n}) d\Sigma + \int_D r(\vec{X}, t) dV - \int_D P (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) dV + \int_D (\overline{\overline{\tau}} : \vec{\nabla} \vec{V}) dV$$

En appliquant successivement à l'équation que nous venons d'obtenir, le théorème de la divergence (4.2) et le lemme (4.4), on obtient l'équation locale suivante :

$$\rho \frac{de}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + r - P \vec{\nabla} \cdot \vec{V} + (\overline{\overline{\tau}} : \vec{\nabla} \vec{V}) \quad (4.12)$$

où d'après la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -K \vec{\nabla} T$$

Cette relation relie de façon linéaire le vecteur de densité de flux de chaleur par conduction  $\vec{q}$  avec le gradient de température. Le coefficient de proportionnalité entre ces deux termes étant la conductivité thermique  $K$  du fluide ou du nanofluide, étudié.

Finalement, nous avons:

$$\rho \frac{de}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot (-K \vec{\nabla} T) + r - P \vec{\nabla} \cdot \vec{V} + (\overline{\overline{\tau}} : \vec{\nabla} \vec{V}) \quad (4.13)$$

L'équation de conservation de l'énergie (4.13) est plus souvent exprimée en fonction de la température du fluide et de sa capacité calorifique à pression constante plutôt qu'en fonction de son énergie interne massique. Il nous faut donc exprimer  $e$  en fonction de  $T$  et  $P$ . Pour ceci on introduit l'enthalpie massique :  $h = e + \frac{p}{\rho}$  qui s'exprime de la façon suivante :

$$d h = C_P dT + \frac{1}{\rho}(1 - \beta_r T) dP \quad (4.14)$$

On trouvera notamment la démonstration de (4.14) dans [69] où :

-  $\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \beta_T$  est le coefficient d'expansion thermique

-  $C_P = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$  est la chaleur spécifique par unité de masse à pression constante.

A partir de la relation d'enthalpie massique, on peut exprimer  $e$ . La relation (4.14) permet ensuite d'exprimer la dérivée particulière de  $e$  en fonction de  $\frac{dT}{dt}$  et de  $\frac{dP}{dt}$ .

Enfin, en identifiant la dérivée particulière de  $e$  et l'équation (4.13), on obtient finalement l'équation de conservation de l'énergie d'un fluide incompressible sous la forme générale :

$$\rho C_P \frac{dT}{dt} - \beta_r T \frac{dP}{dt} = \bar{\nabla} \cdot (K \bar{\nabla} T) + r + (\bar{\tau} : \bar{\nabla} \bar{V}) \quad (4.15)$$

Il est maintenant possible de simplifier cette équation. On peut notamment supposer pour notre cas d'étude que  $(r)$  est négligeable. En effet, le terme  $r$  représente la somme des puissances calorifiques dissipées par l'ensemble des sources de chaleur présentes au sein du fluide. Ces sources d'énergie peuvent être de diverses natures (radiative, nucléaire, électromagnétique, etc.).

Dans notre problème de convection naturelle dans une cavité, remplie de nanofluide, chauffée par le bas, la seule source d'énergie à prendre en compte est la différence de température entre la paroi du bas et celle du haut.

#### 4.1.5 Approximation de Boussinesq

Cette approximation est attribuée à Boussinesq [70], mais elle a été présentée pour la première fois par Oberbeck [71]. Lorenz l'a utilisée en (1881) pour établir une corrélation en convection

naturelle. Depuis, les travaux traitant de la convection naturelle dans les fluides dans le cadre de l'hypothèse dite d'Oberbeck-Boussinesq ont fait l'objet d'une abondante bibliographie ces dernières années.

Rappelons que l'approximation d'Oberbeck-Boussinesq stipule que les différentes propriétés thermophysiques du fluide sont indépendantes de la température et de la pression. De plus le fluide est supposé incompressible mais dilatable aussi la masse volumique du fluide est supposée constante, égale à sa valeur moyenne  $\rho_0$ , dans tout le formalisme à l'exception du terme de poussée  $\rho \vec{g}$ . Où la masse volumique  $\rho$  est donnée par son développement au premier ordre par rapport à la température:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad (4.16)$$

Ce développement au premier ordre est valable pour de nombreux problèmes de convection naturelle et mixte puisque la différence de température au sein du fluide reste toujours inférieure à une dizaine de degrés,  $T$  représente la température du fluide en un point donné du système,  $T_0$  est la température de référence qui correspond généralement à la valeur moyenne de la température du système,  $\beta_T$  est le coefficient d'expansion thermique du fluide défini par :

$$\beta_T = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

Compte tenu de l'hypothèse (4.16) on peut considérer que dans l'équation de l'énergie (4.15), la puissance volumique liée aux variations de pression  $\beta_T \left( \frac{d\rho}{dt} \right)$  et la dissipation visqueuse  $(\vec{\tau} : \vec{\nabla} \vec{V})$  sont négligeables devant le terme diffusif  $(\vec{\nabla} \cdot (K \vec{\nabla} T))$ .

Pour davantage de détails, le lecteur pourra se reporter à l'ouvrage de référence de Tritton en 1988.

## 4.2 Description du modèle et hypothèses simplificatrices

Notre travail est consacré à l'étude de la convection naturelle dans une cellule horizontale rectangulaire chauffée par le bas de hauteur  $H$  et de largeur  $L$  remplie d'eau contenant différentes concentrations de nanoparticules de ( $Al_2O_3$ ,  $CuO$ ,  $Cu$ ,  $Ag$  et  $Au$ ). Les parois horizontales sont imperméables et maintenues à des températures constantes et différentes respectivement  $T_1 = T_c$  pour  $z = 0$  et  $T_2 = T_f$  pour  $z = H$  avec  $T_1 > T_2$ , les parois verticales ( $x = 0$ ,

$x = L$ ) sont imperméables et isolées, toutes les parois sont rigides (figure 4.1). L'axe des  $z$  choisi vérifie  $z = -g/\|g\|$ . On assimile le nanofluide à un fluide newtonien incompressible de caractéristiques thermophysiques constantes lorsque la différence de température  $\Delta T = T_c - T_f$  reste suffisamment faible (quelques degrés) pour que l'approximation de Boussinesq reste applicable. Dans ces conditions les écoulements convectifs obtenus sont laminaires.

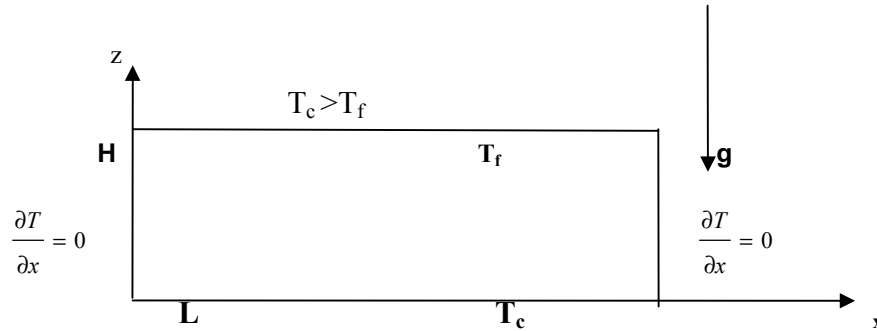


FIG. 4.1 : Schéma de définition.

### 4.3 Equations dimensionnelles et conditions aux limites.

On peut maintenant simplifier les équations (4.6, 4.8 et 4.15) en tenant compte de l'approximation de Boussinesq :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho_{nf,0}} \vec{\nabla} P + [1 - \beta_{nf,0}(T - T_0)](-g)\vec{e}_z + \nu_{nf,0} \nabla^2 \vec{V} \quad (4.18)$$

où  $\rho_{nf,0}$ ,  $\beta_{nf,0}$  et  $\nu_{nf,0}$  désignent la masse volumique du nanofluide, son coefficient d'expansion thermique et viscosité cinématique à la température de référence  $T_0$ .

L'équation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha_{nf,0} \nabla^2 T$$

(4.19) où  $\alpha_{nf,0} = \frac{k_{nf,0}}{\rho_0 C_{P_{nf,0}}}$  est la diffusivité thermique du nanofluide et  $T$  est le champ de température.

### 4.3.1 Conditions aux limites associées

Nous allons détailler dans ce qui suit les conditions aux limites associées aux équations mathématiques (4.17- 4.19) afin de traiter le problème de Rayleigh Bénard en 2D.

$$\text{Pour } x = 0, \vec{V} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$\text{Pour } x = L, \vec{V} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$\text{Pour } z = 0, V = 0, T = T_c$$

$$\text{Pour } z = H, V = 0, T = T_f$$

Pour la température ambiante on a :  $T_0 = (T_c + T_f) / 2$

## 4.4 Equations adimensionnelles du problème et conditions aux limites

Cette formulation adimensionnelle permet généralement de réduire le nombre de paramètres nécessaires à la résolution du système mathématique et de faire ressortir les paramètres adimensionnels caractéristiques du problème considéré.

De point de vue purement mathématique, le choix des échelles de référence peut être a priori tout a fait arbitraire. Mais ce serait sans compter avec les difficultés numériques non négligeables qui surgiraient si l'on faisait un choix inadéquat des grandeurs de référence. On perdrait également énormément en ce qui concerne les possibilités d'interprétation des phénomènes étudiés. Un bon choix a pour conséquences tangibles de permettre la réalisation d'une économie en temps de calcul lors de la recherche de solutions numériques et de faciliter ensuite l'interprétation de celles-ci.

### 4.4.1 Choix des grandeurs de référence

Dans notre travail les grandeurs de référence choisies sont:

H épaisseur de la cellule pour les longueurs.

$$x' = \frac{x}{H}, \quad z' = \frac{z}{H} \quad (4.20)$$



La température adimensionnelle est définie par :

$$T' = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} = \frac{(T - T_f)}{\Delta T} \quad (4.21)$$

Où  $\Delta T$  est une différence de température caractéristique de notre problème.

Pour les vitesses :

$$u = \frac{Hu'}{\alpha_{nf,0}}, \quad w = \frac{Hw'}{\alpha_{nf,0}} \quad (4.22)$$

Pour la pression :

$$p = \frac{H^2 p'}{\rho \alpha_{nf,0}^2} \quad (4.23)$$

Pour le temps :

$$t' = \frac{t \alpha_{nf,0}}{H^2} \quad (4.24)$$

On introduit les différentes variables adimensionnées (4.20)-(4.24) dans les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie.

On trouve que le formalisme général dépend de deux paramètres adimensionnelles qui sont le nombre de Rayleigh,

$$Ra_{nf} = \frac{g \beta_{nf,0} H^3 (T_c - T_f)}{\alpha_{nf,0} \nu_{nf,0}}$$

et le nombre de Prandtl,

$$Pr = \frac{\alpha_{nf,0}}{\nu_{nf,0}}$$

A ces deux nombres adimensionnels il faudrait ajouter le rapport de cellule,  $A=L/H$  qui intervient au niveau des conditions aux limites.

Dans l'annexe A.2, le tableau (b) donne la variation du nombre de Prandtl pour cinq nanofluides utilisés dans cette études  $Al_2O_3$ ,  $CuO$ ,  $Cu$ ,  $Ag$  et  $Au$  avec l'eau comme fluide de base en fonction de la fraction volumique ( $\phi$ ) à une température  $T = 20^\circ C$ . On remarque que le nombre de Prandtl décroît quand la fraction volumique augmente.

On peut exprimer le nombre de Prandtl et le nombre de Rayleigh pour obtenir les équations du problème.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\vec{\nabla} P + \text{Pr}_{nf} \text{Ra}_{nf} \text{Te}_z + \text{Pr}_{nf} \nabla^2 \vec{V} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = \nabla^2 T \quad (4.27)$$

#### 4.4.2 Les conditions aux limites

Les conditions aux limites adimensionnelles associées s'écrivent alors :

Pour la vitesse :  $\vec{V}' = 0 \quad \forall M \in \partial\Omega,$

Pour la température :

$$\text{En } z' = 0 \text{ on a } T' = \frac{T_c - T_f}{T_c - T_f} = 1$$

$$\text{En } z' = 1 \text{ on a } T' = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} = 0 \quad (4.28)$$

$$\text{En } x' = 0 \text{ et } x' = \frac{L}{H} = A \text{ on a } \frac{\partial T'}{\partial x'} = 0$$

#### 4.4.3 Transfert de chaleur

Le taux du transfert de chaleur par convection est décrit par le nombre sans dimension appelé nombre de Nusselt, Nu qui joue un rôle particulier. Ce nombre sans dimension représente le rapport du flux thermique convectif sur le flux thermique de diffusion pure.

Le flux convectif est donné par la loi de Newton:  $\phi_{conv} = h S \Delta T$

Le flux conductif est donné par la loi de Fourier :  $\phi_{cond} = k S \frac{\Delta T}{H}$

Alors, le nombre de Nusselt est défini par :

$$Nu = \frac{Q_{conv}}{Q_{cond}} = \frac{hS\Delta T}{kS\frac{\Delta T}{H}} = \frac{hH}{k} \quad (4.29)$$

Où  $H$  est la hauteur de la cavité et  $k$  est la conductivité thermique du fluide,  $h$  est le coefficient d'échange convectif.

On a introduit dans la suite de cette étude le nombre de Nusselt global caractérisant l'efficacité du transport de chaleur au niveau de l'une ou de l'autre des parois horizontales. Ce nombre est donné par :

$$Nu = -\frac{1}{A} \int_0^A \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} dx = -\frac{1}{A} \int_0^A \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=1} dx,$$

Dans le cas du régime conductif ce nombre de Nusselt est égale à 1 et commence à croître à partir de 1 quand la convection démarre dans la cellule horizontale, c'est à dire quand le nombre de Rayleigh dépasse le nombre de Rayleigh critique associé à la perte de stabilité de la solution conductive.

# Chapitre 5

## Simulations numériques 2D

On s'intéresse, dans ce chapitre à l'accroissement du transfert de chaleur en convection naturelle dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas contenant un nanofluide. Les simulations numériques ont été effectuées pour un modèle monophasique où la phase fluide et les nanoparticules sont en état d'équilibre thermodynamique et se déplacent à la même vitesse locale. Nous avons utilisé particulièrement, au niveau de cette expérimentation numérique le code industriel COMSOL pour résoudre les trois équations de conservation (4.25), (4.26) et (4.27), avec les conditions aux limites (Eq. 4.28). Nous avons cependant préalablement vérifié que les résultats numériques obtenus à partir de ce code industriel sont en parfait accord avec ceux obtenus à partir d'un code spectral développé dans notre équipe de recherche. De plus en prenant une cellule de grande extension horizontale ( $A > 10$ ) on trouve des résultats en accord avec ceux tirés de l'étude classique de la stabilité linéaire de la solution conductive dans une cellule horizontale d'extension infinie à savoir  $Ra_c = 1708$  et un nombre d'onde  $k_c = 3.12$ .

L'objectif de cette étude est de savoir si le recours aux nanofluides apporte une amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle dans la configuration de Rayleigh Bénard par rapport au fluide porteur.

### 5.1 Présentation du logiciel COMSOL

COMSOL est un environnement puissant et interactif pour modéliser toute sorte de problèmes scientifiques régis par des équations aux dérivées partielles (PDE).

COMSOL compile alors intérieurement un ensemble de PDEs représentant le modèle entier. On accède à la puissance de COMSOL comme produit autonome par une interface utilisateur graphique flexible, ou par le manuscrit en programmant dans le langage MATLAB.

En résolvant les PDEs, COMSOL emploie la méthode des éléments finis. Le logiciel fait l'analyse par éléments finis avec adaptation de maillage et contrôle de l'erreur en utilisant différentes variétés de solveurs numériques.

## 5.2 Simulations numériques

L'analyse de stabilité linéaire de ce problème de Rayleigh-Bénard montre que la transition conduction-convection ne dépend pas du nombre de Prandtl. Ce résultat est d'abord retrouvé à partir de nos simulations. Donc la naissance de la convection, dans une cellule horizontale de rapport d'aspect fixé ne dépend que du nombre de Rayleigh.

Aussi il est important si l'on souhaite comparer le transfert de chaleur à la naissance de la convection dans une cellule remplie de nanofluide par rapport à celui que l'on obtiendrait dans une cellule identique remplie du fluide porteur et soumise à la même différence de température de comparer les nombres de Rayleigh dans ces deux situations.

### 5.2.1 Calcul du nombre de Rayleigh pour un nanofluide

Nous nous restreignons dans cette étude à la gamme de Rayleigh comprise entre 0 et  $10^4$ , pour des fractions volumiques  $\phi$  des nanoparticules dans le nanofluide comprise entre 0% et 8%. Connaissant l'expression du nombre de Rayleigh pour le fluide porteur et celle du nombre de Rayleigh pour une suspension de nanoparticules dans ce fluide porteur on en déduit l'expression du rapport  $Ra_{nf} / Ra_f = P$  où l'expression de ce rapport est donnée par :

$$Ra_{nf} / Ra_f = \frac{(\rho\beta)_{nf}}{(\rho\beta)_f} \frac{k_f}{k_{nf}} \frac{(\rho C_P)_{nf}}{(\rho C_P)_f} \frac{\mu_f}{\mu_{nf}} = P \quad (5.1)$$

En remplaçant les grandeurs thermophysiques associées aux nanofluides mentionnées précédemment (Modèle H-C pour la conductivité, celui de Brinkman pour la viscosité et les relations (3.4) pour la chaleur spécifique et (3.6) pour le coefficient d'expansion thermique) on

obtient en fonction des caractéristiques thermophysiques du fluide, des nanoparticules et de la fraction volumique ces dernières l'expression de ce rapport:

D'où :

$$P = \frac{k_s + (n-1)k_f + (k_f - k_s)\varphi}{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_s)\varphi} \left[1 - \varphi + \varphi \frac{(\rho\beta)_s}{(\rho\beta)_f}\right] \left[1 - \varphi + \varphi \frac{(\rho C_P)_s}{(\rho C_P)_f}\right] (1-\varphi)^{2.5} \quad (5.2)$$

Le nombre de Prandtl des nanofluides est calculé en fonction du nombre de Prandtl du fluide de base, en utilisant les mêmes équations ayant permis de calculer le rapport des nombres de Rayleigh, on obtient:

$$\text{Pr}_{nf}/\text{Pr}_f = \frac{k_f (C_P)_{nf} \mu_{nf}}{k_{nf} (C_P)_f \mu_f} = R \quad (5.3)$$

$$R = \frac{k_s + (n-1)k_f + (k_f - k_s)\varphi}{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_s)\varphi} \left[1 - \varphi + \varphi \frac{(\rho C_P)_s}{(\rho C_P)_f}\right] \left[1 - \varphi + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f}\right]^{-1} (1-\varphi)^{-2.5}$$

On observe à partir de la figure (5.1) obtenue à l'aide de l'équation (5.1) que  $Ra_{nf} < Ra_f$  pour toutes les valeurs de  $\varphi \in [0, 0.08]$  et pour les trois nanofluides ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau,  $\text{CuO}$ +eau et  $\text{Cu}$ +eau). Les mêmes tendances sont observées dans la figure (5.2) pour les nanofluides ( $\text{Ag}$ +eau) et ( $\text{Au}$ +eau). Nous remarquons que le rapport  $Ra_{nf}/Ra_f$  est du même ordre de grandeur pour les différentes nanoparticules ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Ag}$  et  $\text{Au}$ ).

On remarque également que le rapport du nombre de Rayleigh du nanofluide sur celui du fluide de base diminue quand la fraction volumique des nanoparticules augmente.

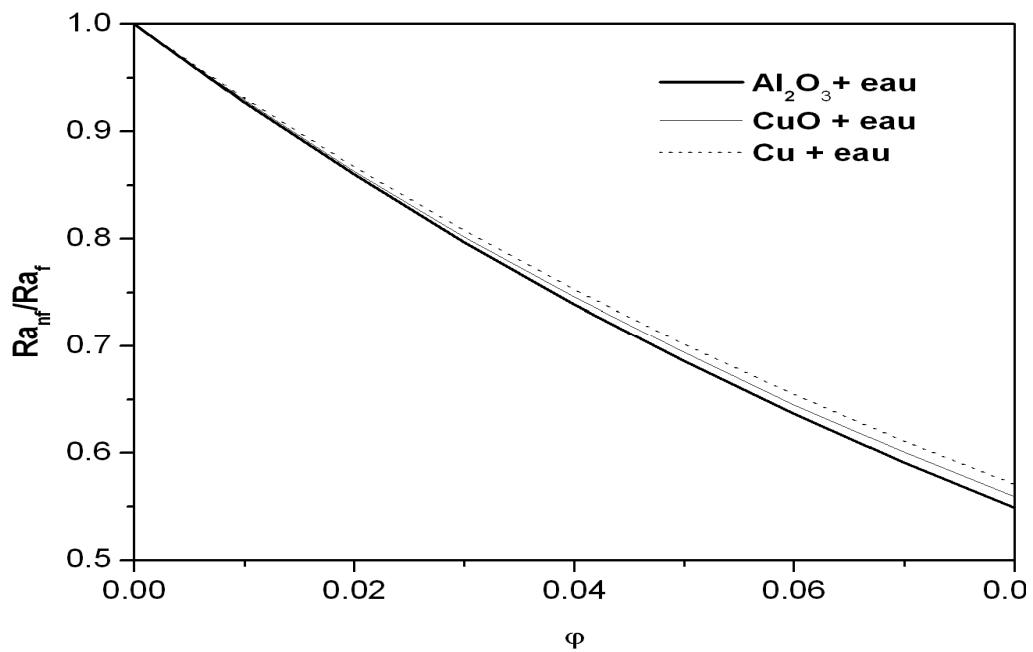


FIG. 5.1 : Rapport  $Ra_{nf}/Ra_f$  en fonction de la fraction volumique pour les trois types de nanofluides ( $Al_2O_3+eau$ ), ( $CuO+eau$ ) et ( $Cu+eau$ ).

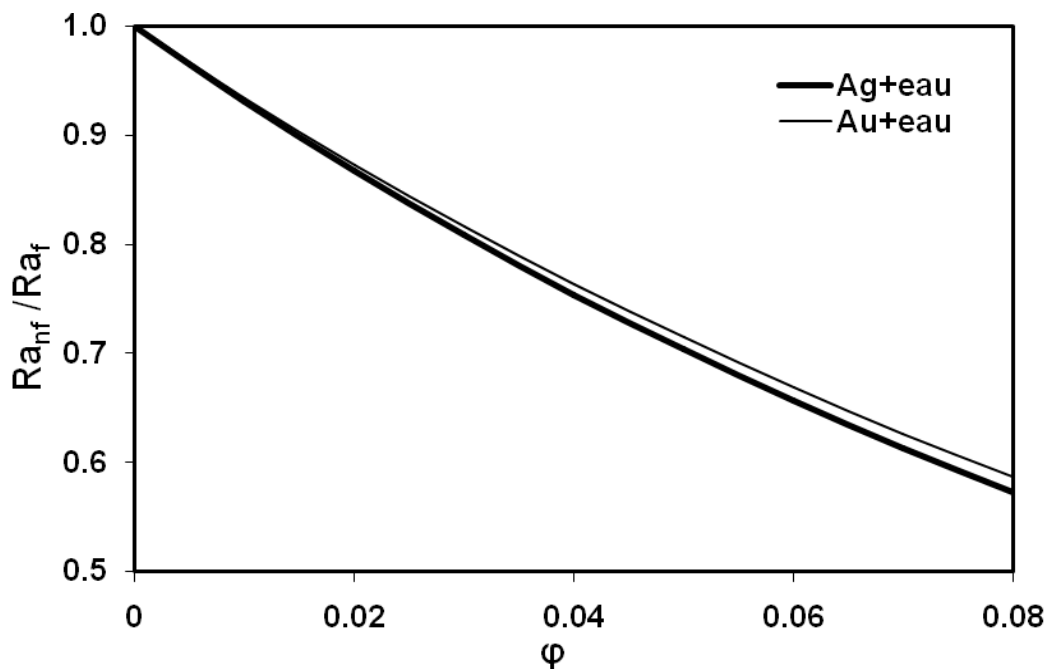
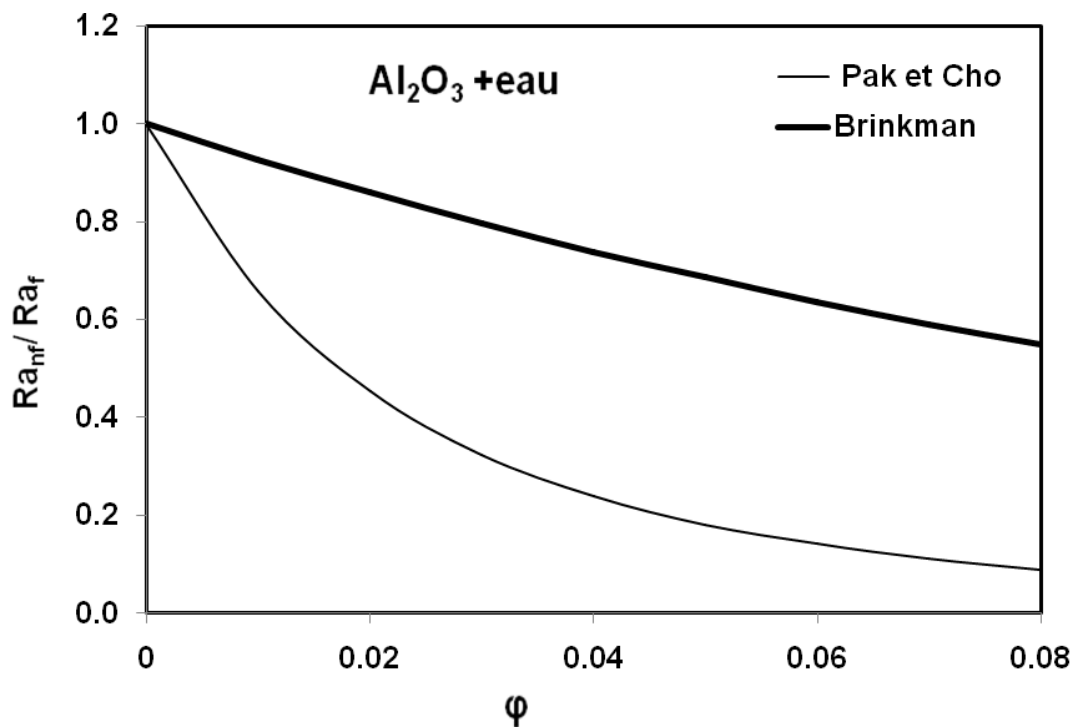


FIG. 5.2 : Rapport  $Ra_{nf}/Ra_f$  en fonction de la fraction volumique pour les nanofluides (Argent + eau) et (Or + eau).

Donc si on ajoute des nanoparticules en gardant la même différence de température et la même cellule expérimentale, le nombre de Rayleigh diminue et on retarde le déclenchement de la convection. On remarque de plus que ce rapport dépend aussi fortement des modèles utilisés pour le calcul de la viscosité. La corrélation de Pak et Choi [16] conduit à un rapport des nombres de Rayleigh plus petit que celui obtenu à partir du modèle de Brinkman [46] comme l'indique la figure (5.3).



**FIG. 5.3 :** Rapport  $Ra_{nf}/Ra_f$  en fonction de fraction volumique pour les nanofluides ( $Al_2O_3$ +eau) calculé à partir du modèle de Brinkman et à partir de la corrélation de Pak et Cho.

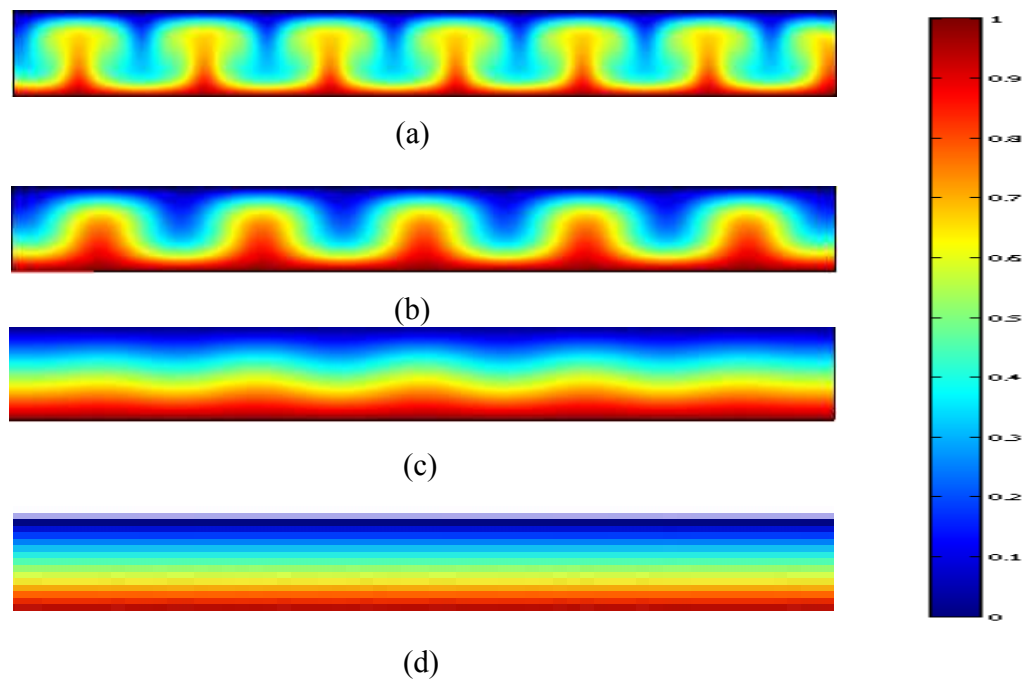
### 5.2.2 Champs de température pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

Pour notre expérimentation numérique, nous avons particulièrement mené nos calculs avec un rapport d'aspect  $A=10$  et un nombre de Prandtl de 7.066 correspondant à celui de l'eau à  $T=20^\circ C$ , les résultats obtenus avec ce rapport d'aspect diffèrent très peu de ce que l'on obtient pour une cellule de plus grande extension horizontale ou une cellule d'extension horizontale infinie.

Au niveau de la figure (5.4), nous avons progressivement diminué le nombre de Rayleigh en utilisant des nombres de Rayleigh de 1700, 2000, 5000 et 10000.



Pour un nombre de Rayleigh de 10 000, nous avons à faire à une convection développée dans le fluide porteur seul Fig (5.4a). Par contre dans un nanofluide avec une fraction volumique  $\phi$  en nanoparticules métalliques de 8% le nombre de Rayleigh du nanofluide dans les mêmes conditions que le fluide porteur est de seulement 5724 et ce qui conduirait à une convection moins développée et plus proche de ce que l'on obtient au niveau de la figure (5.4b) obtenue pour un fluide porteur avec  $Ra = 5000$ . Pour un nombre de Rayleigh de 2000 pour le fluide porteur (Figure 5.4c), on observe une convection très peu développée, mais pour le nanofluide dans les mêmes conditions le nombre de Rayleigh correspondant est de 1098 et correspond à l'absence de convection dans le nanofluide alors qu'elle est naissante dans le fluide porteur. Sur la figure (5.4.d) obtenue pour un nombre de Rayleigh du fluide de 1700 on observe que un régime purement diffusif dans le fluide pur et également. Il l'est également dans le nanofluide puisque le nombre de Rayleigh correspondant est de seulement 937.



**FIG. 5.4 :** Champs de température dans une cellule de rapport d'aspect  $A = 10$ ,  $Pr = 7.066$  et  $\phi = 0$  pour différents nombre de Rayleigh fluide ( $Ra_f = 10\ 000$  (a)), ( $Ra_f = 5000$  (b)) et ( $Ra_f = 2000$  (c)) et ( $Ra_f = 1700$ , (d))

### 5.2.3 Nombre de Nusselt calculés pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

Dans le tableau (5.1), on reporte les valeurs des nombres de Nusselt ( $Nu$ ) obtenues à partir de nos simulations utilisant le code COMSOL pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh ( $Ra$ ) pour le nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau) et pour trois valeurs de la fraction volumique  $\phi$  dans une cellule de rapport d'aspect  $A = 10$ . On observe qu'à nombre de Rayleigh fixé, le nombre de Nusselt calculé diminue quand la fraction volumique augmente.

$\phi = 0.01$			$\phi = 0.05$		$\phi = 0.08$	
$Ra_f$	$Ra_{nf}$	$Nu$	$Ra_{nf}$	$Nu$	$Ra_{nf}$	$Nu$
1707.76	1582.49	1	1171.55	1	937.65	1
2000	1853.30	1.0833	1372.04	1	1098.11	1
3000	2779.95	1.551	2058.06	1.213	1647.17	1
4000	3706.60	1.825	2744.08	1.538	2196.23	1.291
5000	4633.25	2.013	3430.10	1.755	2745.28	1.538
6000	5559.90	2.156	4116.12	1.916	3294.34	1.718
7000	6486.55	2.273	4802.14	2.042	3843.40	1.857
8000	7413.20	2.371	5488.16	2.147	4392.46	1.970
9000	8339.55	2.456	6174.18	2.236	4941.52	2.065
10000	9266.50	2.532	6860.20	2.314	5490.57	2.147

**TAB. 5.1** : Nombre de Nusselt global calculés en  $z = 0$  pour  $A = L/H = 10$  pour différentes valeurs de  $\phi$  du nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau) (COMSOL).

Dans le tableau (5.2) sont calculées les valeurs des nombres de Nusselt ( $Nu$ ), à partir du code COMSOL, pour différents nombres de Rayleigh ( $Ra$ ) avec les fractions volumique (1%, 5% et 8%) et pour le nanofluide (Ag+eau). On observe également que les nombres de Nusselt obtenus décroissent quand la fraction volumique augmente.

$\phi = 0.01$			$\phi = 0.05$		$\phi = 0.08$	
$Ra_f$	$Ra_{nf}$	$Nu$	$Ra_{nf}$	$Nu$	$Ra_{nf}$	$Nu$
1707.76	1589.93	1	1201.26	1	977.64	1
2000	1862.01	1.083	1406.82	1	1144.94	1
3000	2793.02	1.556	2110.24	1.213	1717.42	1
4000	3724.04	1.825	2813.65	1.548	2289.89	1.317
5000	4655.04	2.017	3517.07	1.770	2862.37	1.566
6000	5586.05	2.164	4220.48	1.934	3434.84	1.748
7000	6517.06	2.284	4923.90	2.064	4007.32	1.889
8000	7448.06	3.385	5637.31	2.171	4579.79	2.004
9000	8379.07	2.472	6330.73	2.263	5152.27	2.101
10000	9310.08	2.550	7034.14	2.343	5724.74	2.185

**TAB. 5.2 :** Nombre de Nusselt global calculés en  $z = 0$  pour  $A = L/H = 10$  différentes valeurs de  $\phi$  du nanofluide (Ag+eau) (COMSOL)

### 5.2.4 Calcul du flux thermique dans un nanofluide

Les travaux portant sur la comparaison entre le flux véhiculé en convection naturelle en présence de nanofluide par rapport à celui véhiculé en présence d'un fluide porteur ont concerné principalement l'établissement de corrélations donnant le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh ou du nombre de Rayleigh et de Prandtl. C'est les cas des corrélations obtenues par Kim et al. [34] :

$$Nu = 0.012Ra^{0.6} \text{ pour } Ra \in [1700, 6000]$$

et  $Nu = 0.375Ra^{0.2}$  pour  $Ra \in [6000, 37000]$

Hwang et al. [38] ont utilisé la corrélation de Globe et Dropkin qui est valable pour  $Ra_f \in [3.10^5, 7.10^9]$  et Cengel [72] a établi des corrélations dont un domaine de validité restreint aux nombres de Rayleigh compris généralement entre  $3.10^5$  et  $7.10^7$  et donc non utilisable pour l'étude du transfert de chaleur par conduction et par convection naturelle à la naissance de la convection c'est dire pour des nombres de Rayleigh compris entre 0 et  $10^4$ .

De plus ces auteurs n'ont pas réalisé de simulations numériques leur permettant d'obtenir

directement le rapport  $\frac{h_{nf}}{h_f}$  en fonction du nombre de Rayleigh

Dans notre travail nous avons mené de nombreuses simulations numériques en utilisant la méthode des éléments finis du programme COMSOL pour calculer le rapport du transfert de chaleur dans les nanofluides sur celui dans le fluide de base dans les mêmes conditions expérimentales. Le rapport des flux de chaleur du nanofluide et du fluide de base est défini comme suit:

$$\frac{Q_{nf}}{Q_f} = \frac{h_{nf}}{h_f} \quad (5.4)$$

Or comme nous l'avons défini précédemment d'après la relation (4.29):  $Nu = \frac{hH}{K}$ , on en déduit:

$$\frac{Q_{nf}}{Q_f} = \frac{h_{nf}}{h_f} = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{Nu_{nf}}{Nu_f} \quad (5.5)$$

Ainsi tant que le nombre de Rayleigh du fluide porteur reste inférieur à 1707.76, le rapport des nombres de Nusselt reste égal à 1 ( $Nu_{nf}/Nu_f = 1$ ) puisque le transfert dans le nanofluide et dans le fluide s'effectue par pure diffusion. On en déduit dans ces conditions que le rapport des flux de chaleur véhiculés par les deux fluides dans les mêmes conditions est égal au rapport des conductivités thermiques du nanofluide sur celui du fluide de base:

$$\frac{Q_{nf}}{Q_f} = \frac{h_{nf}}{h_f} = \frac{k_{nf}}{k_f} \quad (5.6)$$

Pour chaque valeur du nombre de Rayleigh et pour chaque valeur fixée de  $\phi$  on calcule le nombre de Nusselt pour le fluide de base par simulation numérique directe. On en déduit ensuite le nombre de Rayleigh pour le nanofluide dans les mêmes conditions ce qui nous permet de calculer également le nombre de Nusselt pour le nanofluide

- Pour  $Ra_{nf} < Ra_f < 1707.76$ , Le transfert dans les deux fluides s'opère par conduction pure. Il s'en suit que le rapport des flux de chaleur est égal au rapport des conductivités thermiques et il est constant et indépendant du nombre de Rayleigh calculés pour les deux fluides.

- Pour  $Ra_{nf} < 1707.76$  et  $Ra_f > 1707.76$  le transfert de chaleur dans le nanofluide est véhiculé par conduction pure alors que dans le fluide de base le transfert de chaleur s'opère par convection naturelle. Le transfert de chaleur est plus important dans le fluide de base et le rapport  $Q_{nf}/Q_f = h_{nf}/h_f$  diminue jusqu'à une valeur minimum comme nous le montre la figure 5.5 pour différentes valeurs de  $\phi$  et pour le nanofluide (eau+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>).

Sur le tableau 5.3. On présente les valeurs des rapports des coefficients du transfert de chaleur  $Q_{nf}/Q_f$  pour cinq nanofluides (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+eau), (CuO+eau), (Cu+eau), (Ag+eau), (Au+eau) pour la fraction volumique  $\phi = 0.08$ .

	$Ra_f$	$Ra_{nf}$	$Nu_{nf}/Nu_f$	$k_{nf}/k_f$	$Q_{nf}/Q_f$
Eau + Au	3000	1763.37	0.6231	1.3694	0.8533
Eau + Ag	3000	1717.32	0.6142	1.3702	0.8417
Eau + Cu	3050	1649.64	0.6132	1.3701	0.8401
Eau + CuO	3100	1810.40	0.6026	1.3262	0.7993
Eau + Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3111	1708.11	0.6011	1.3465	0.8094

**TAB. 5.3 :** Valeurs minimums des rapports de coefficient de transfert de chaleur pour différents nanofluides et pour  $\phi = 8\%$ .

- Pour  $1707.76 < Ra_{nf} < Ra_f$  et pour  $Ra_f > 2000$  et  $3000$  suivant le nanofluide utilisé, et la valeur de fraction volumique ( $\varphi$ ) choisie, le rapport  $Q_{nf}/Q_f$  augmente pour dépasser la valeur 1 mais reste inférieur au rapport de conductivité  $k_{nf}/k_f$

### 5.3 Résultats et discussion

Les figures (5.5) - (5.11) montrent l'évolution du rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh fluide pour Ra variant de 0 à  $10^4$  et pour trois valeurs de  $\varphi$  (1%, 5% et 8%).

$Q_{nf}/Q_f$  est d'abord constant quand le transfert de chaleur s'effectue par conduction pure dans les deux fluides. Ce rapport commence à diminuer lorsque la convection apparaît dans le fluide porteur et le régime conductif subsiste dans le nanofluide. Ce rapport atteint un minimum non pas quand la convection se déclenche juste dans le nanofluide mais une fois que son intensité atteint à un certain seuil comparé à l'intensité de la convection dans le fluide porteur. Ce rapport augmente ensuite quand la convection est développée dans les deux fluides et tend asymptotiquement vers une valeur qui reste inférieure au rapport des conductivités thermiques du nanofluide sur celle du fluide.

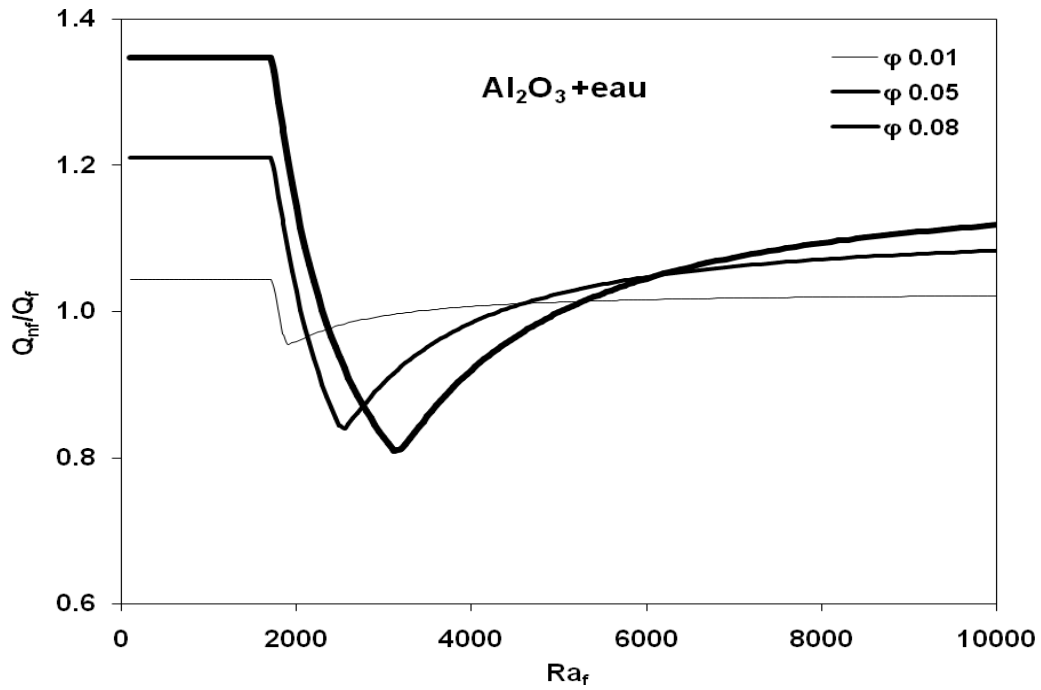


FIG. 5.5 : Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de  $\phi$  dans le cas du nanofluide (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+eau).

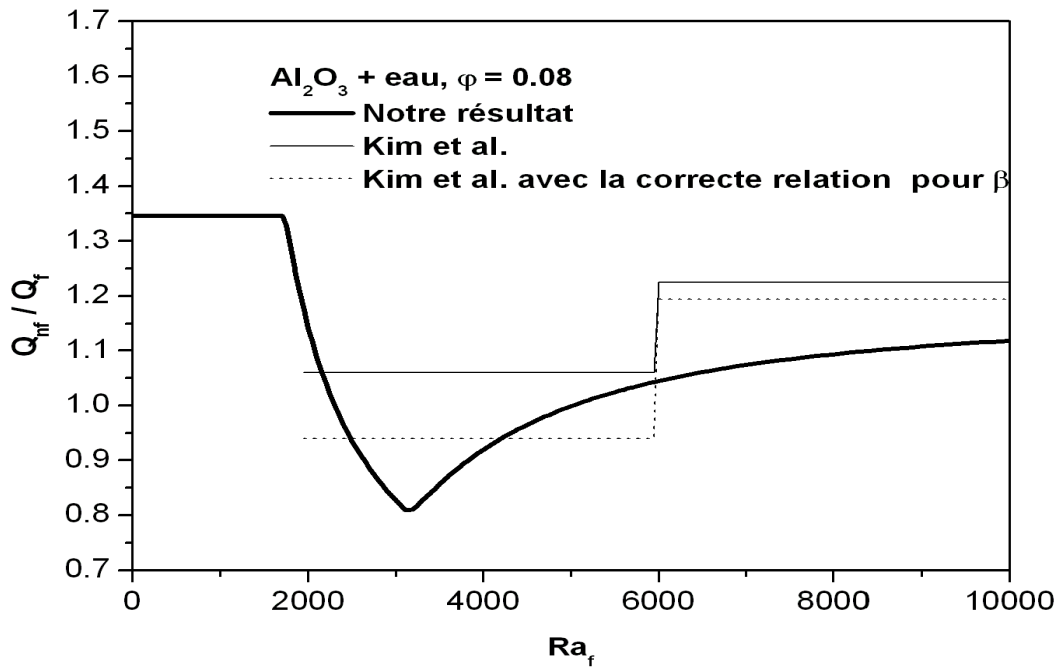


FIG. 5.6 : Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  calculé en fonction du nombre de Rayleigh pour  $\phi=0,08$  dans le cas du nanofluide (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+eau) et comparaison avec les résultats obtenus par Kim et al. [34].

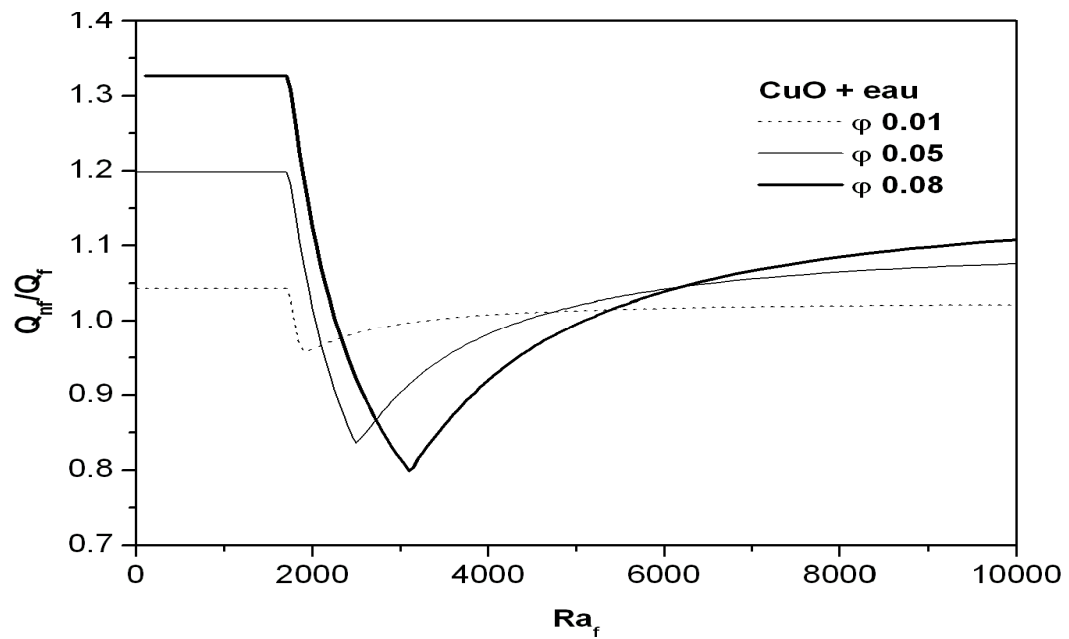


FIG. 5.7 Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de  $\phi$  dans le cas du nanofluide (CuO+eau).

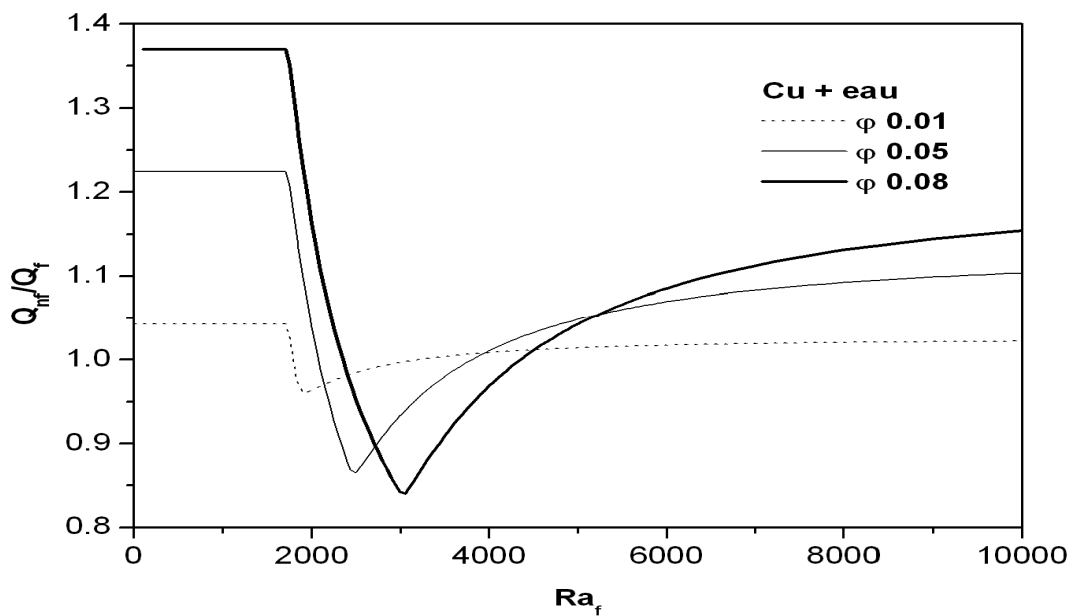


FIG. 5.8 : Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de  $\phi$  dans le cas du nanofluide (Cu+eau).



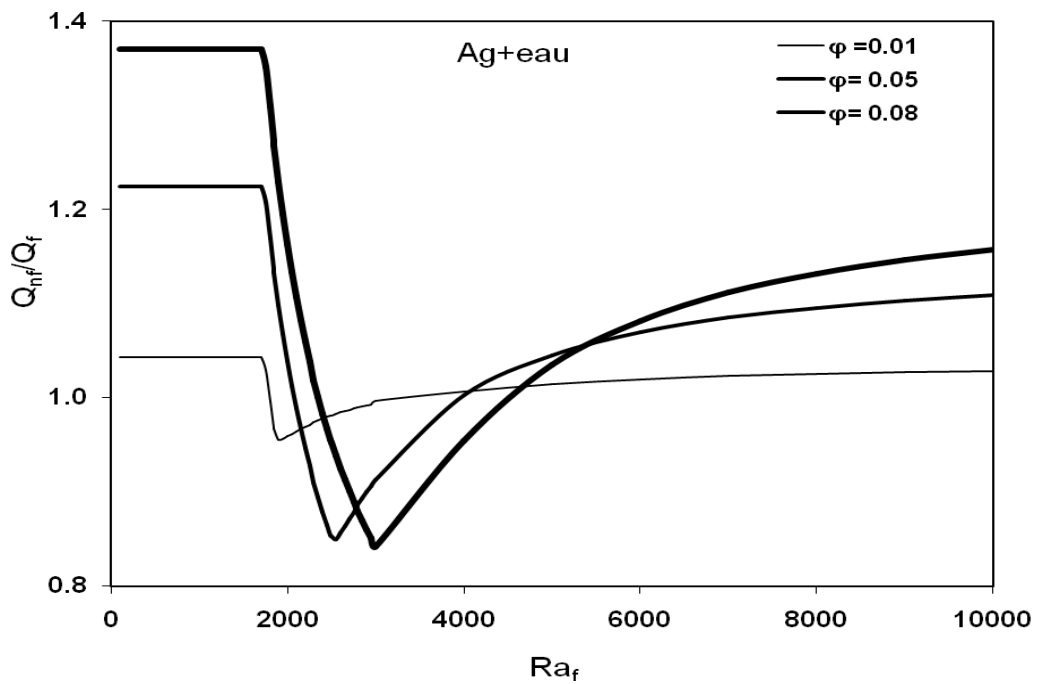


FIG. 5.9 : Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de  $\phi$  dans le cas du nanofluide (Ag+eau).

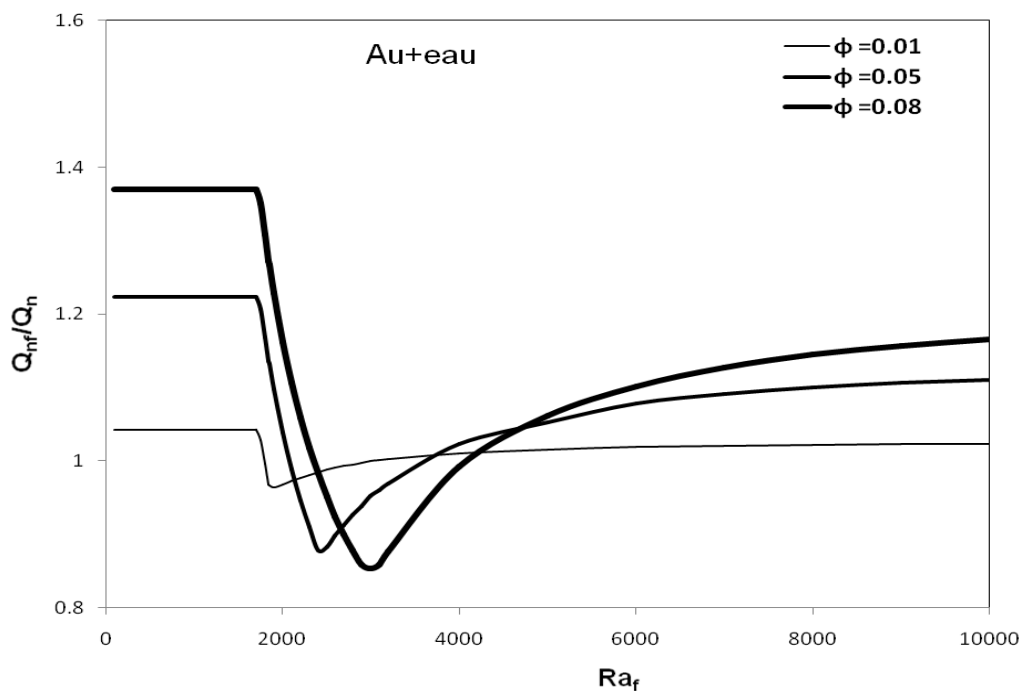
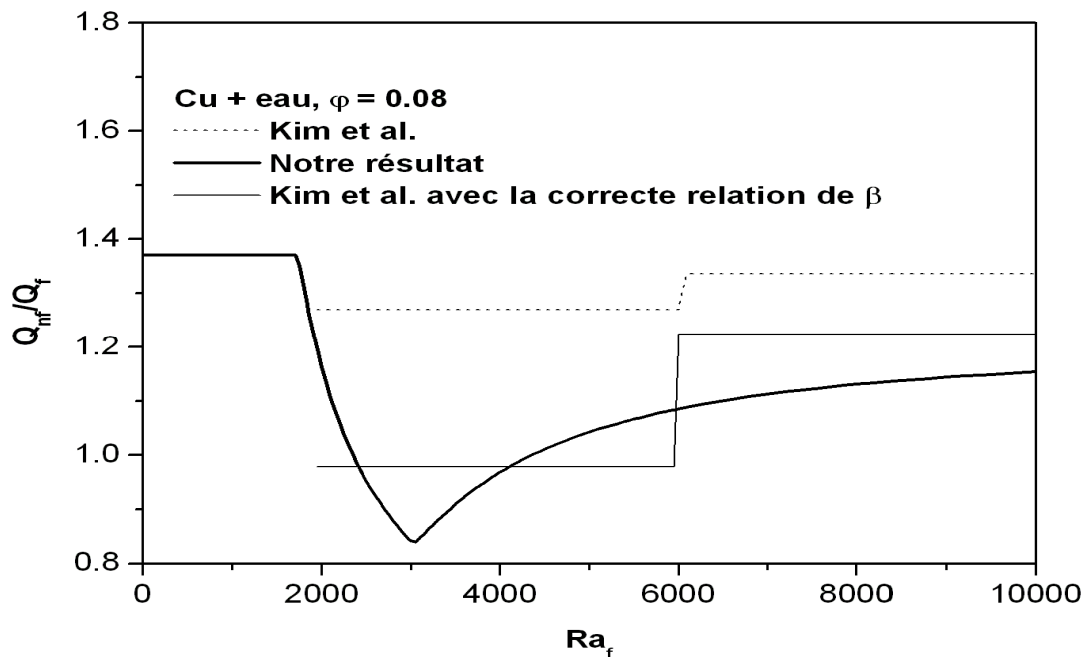


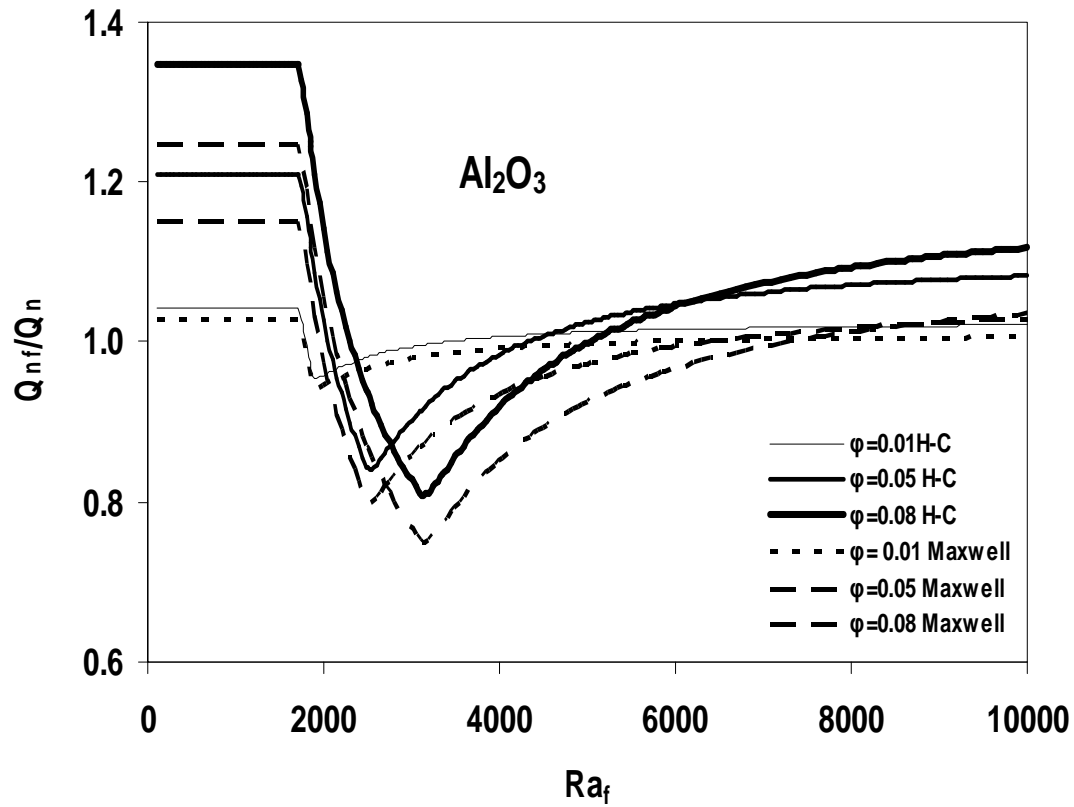
FIG. 5.10 : Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de  $\phi$  dans le cas du nanofluide (Au+eau).

La figure (5.11) montre une comparaison entre nos résultats et ceux obtenus par Kim et al. [34] pour le nanofluide (Cu+eau) et pour  $\varphi = 0.08$ . Comme on peut l'observer sur cette figure, Kim et al. [34] prédisent une valeur constante du rapport des flux de chaleur entre le nanofluide et le fluide pour une valeur donnée de la fraction volumique et ensuite une amélioration du transfert de chaleur pour toutes valeurs du nombre de Rayleigh. Cette figure présente aussi une comparaison entre nos résultats et les résultats de Kim et al. [34] obtenus en utilisant la valeur de  $\beta_{nf}$  donnée par (Eq. 3.6). On peut remarquer la grande influence de coefficient d'expansion thermique ( $\beta_{nf}$ ) sur le rapport des flux de chaleur.



**FIG. 5.11 :** Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh pour  $\varphi = 0.08$  dans le cas du nanofluide (Cu+eau) et comparaison de nos résultats avec ceux déterminés par Kim et al. [34]

Sur la figure 5.12, nous avons tracé l'évolution du rapport  $Q_{nf}/Q_f$  en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de  $\varphi$  dans le cas du nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau) et à partir de différents modèles donnant la conductivité thermique des nanofluides (modèles d'Hamilton-Crosser et de Maxwell). L'évolution de ce rapport montre qu'il dépend du choix du modèle adopté pour un  $\varphi$  fixé et qu'il dépend de  $\varphi$  pour un modèle choisi.



**FIG. 5.12** : Rapport  $Q_{nf}/Q_f$  calculé en fonction du nombre de Rayleigh pour trois valeurs de  $\phi$  (0.01, 0.05 et 0.08) dans le cas du nanofluide ( $Al_2O_3$  +eau) et pour des conductivités des nanofluides calculées à partir de différents modèles.

## 5.4 Conclusion

Le transfert de chaleur convectif en régime laminaire, en configuration de Rayleigh-Bénard est étudié numériquement pour plusieurs nanofluides différents. Au lieu de recourir aux relations que l'on trouve habituellement dans la littérature pour la capacité calorifique et le coefficient d'expansion thermique, nous avons utilisé des relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion volumique des nanofluides en adéquation avec les lois de la thermodynamique. On a ensuite étudié l'influence de la concentration en nanoparticules sur le transfert conductif et convectif. On a montré que la naissance de la convection est retardée par l'ajout de nanoparticules. Contrairement à ce qui a été obtenu par plusieurs auteurs, nous avons montré à partir de simulations numériques directes que la présence de nanoparticules dans un fluide peut réduire le transfert de chaleur au lieu de l'augmenter.

Il est donc important de poursuivre ce travail avec d'autres fluides de base comme l'éthylène glycol. Aussi des expériences de laboratoire sont encore nécessaires pour confirmer l'utilité de recourir aux nanofluides pour accroître le transfert de chaleur en convection naturelle.

# Chapitre 6

## Conclusion générale

Dans ce travail de thèse nous avons mené une étude théorique et numérique en vue de quantifier l'importance du transfert de chaleur par convection naturelle convectif dans une cellule horizontale chauffée par le bas (configuration de Rayleigh-Bénard)

Nous avons utilisé cinq types de nanofluides ( $\text{Al}_2\text{O}_3+\text{eau}$ ), ( $\text{CuO}+\text{eau}$ ), ( $\text{Cu}+\text{eau}$ ), ( $\text{Ag}+\text{eau}$ ) et ( $\text{Au}+\text{eau}$ ) chacun doté de propriétés thermophysiques différentes. Nous avons supposé que les nanofluides peuvent être assimilés à des fluides homogènes. Nous avons utilisé les relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient de dilatation thermique en conformité avec les lois de la thermodynamique. Ces relations sont différentes de ce que de nombreux auteurs ont utilisées sans justification et uniquement pour être en conformité avec les premiers auteurs ayant travaillé sur les nanofluides. Les deux relations que l'on a établies et utilisées dans toute la suite de notre étude ont conduit à des résultats qui diffèrent sensiblement des résultats trouvés par les nombreux auteurs mentionnés précédemment.

Il est vrai que l'addition de nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$ , de  $\text{CuO}$ , de  $\text{Cu}$ , d' $\text{Ag}$  et de  $\text{Au}$  dans l'eau pure augmente sa conductivité thermique et donc améliore le transfert de chaleur par conduction dans les nanofluides comparé au transfert de chaleur par conduction dans le fluide de base. Contrairement à ce que de nombreux auteurs ont obtenus, nous avons montré dans ce travail que dans la configuration de Rayleigh-Bénard, après l'apparition de la convection, le transfert de chaleur est plus élevé dans le fluide de base par rapport au nanofluides. Le nombre de Rayleigh dans les nanofluides diminue avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Ainsi, les nanoparticules en suspension dans l'eau vont retarder l'apparition de la convection dans ce dernier. Nous avons aussi examiné dans ce travail le cas particulier des nanofluides avec des nanotubes de carbones. Ce nanofluide se caractérise par une augmentation beaucoup plus importante de sa conductivité thermique comparée à tous les autres nanofluides avec des nanoparticules métalliques. Les résultats expérimentaux obtenus et les modèles utilisés pour

calculer sa conductivité concorde encore moins bien que pour les nanofluides avec des nanoparticules métalliques. Une extension possible de notre travail devrait porter en premier lieu sur ces nanofluides avec des nanotubes de carbone tant pour la mesure de leur conductivité thermique que pour l'étude expérimentale de la convection naturelle en configuration de Rayleigh-Bénard. Il faudrait pour cela pouvoir disposer de nanotubes de carbones non seulement de même diamètre nanométrique mais également de même longueur micrométrique. Il faudrait aussi s'assurer de l'absence d'agglomérats lors de la mise en suspension de ces nanotubes de carbone. C'est le manque de précision sur ces données physiques qui sont à l'origine de la diversité plus grande observée lors de l'étude des nanotubes de carbone.

Les résultats expérimentaux récents obtenus par Donzelli et al. [73] ont montré le rôle important que peut jouer la thermodiffusion dans les nanofluides, aussi notre étude devrait être prolongé pour prendre en compte ce phénomène physique qui pourrait également fournir une explication quand à la non concordance et à la non reproductibilité des expériences conduites depuis une bonne décennie pour déterminer la conductivité thermique de ces nanofluides.

D'autres recherches théoriques et expérimentales sont nécessaires afin d'être en mesure d'utiliser les nanofluides pour l'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle.

# Annexe A

## A.1 Température du fil chauffant

La température du fil est supposée fonction que du temps puisque le fil chauffant est supposé infiniment long et de très faible rayon. Pour déterminer  $T(t)$  pour le fil on écrit le bilan thermique pour un élément  $dl$  de longueur de fil. L'élément  $dl$  du fil de rayon  $r_0$  reçoit sous forme électrique une énergie  $(qdl dt)$  pendant le temps  $dt$  et fourni au milieu extérieur, c'est à dire ici le nanofluide à travers sa surface latérale ( $2\pi r_0 dl$ ) l'énergie:

$$-k \left( r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right)_{r=r_0} 2\pi dl dt$$

Le bilan énergétique conduit à une élévation de la température du fil de  $dT$ , d'où l'équation différentielle permettant de trouver la loi d'évolution de la température du fil :

$$\rho C_p dT(t) \pi r_0^2 = q dt + k \left( r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right)_{r=r_0} 2\pi dt$$

Le terme  $\left( r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right)_{r=r_0}$  peut-être tirée à partir de la forme simplifiée de la solution (3.13a):

$$\left( r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right)_{r=r_0} = \frac{q}{4\pi K} r_0 \left( -\frac{2}{r_0} + \frac{r_0}{2\alpha t} \right)$$

$$D'où: \rho C_p dT(t) \pi r_0^2 = q dt + \frac{q}{4\pi} \left( -2 + \frac{r_0^2}{2\alpha t} \right) dt = q \left( 1 - \frac{1}{2\pi} + \frac{r_0^2}{8\pi\alpha t} \right) dt$$

Cette équation différentielle du premier ordre s'écrit alors:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{q\alpha}{\pi r_0^2 K} \left( 1 - \frac{1}{2\pi} + \frac{r_0^2}{8\pi\alpha t} \right)$$

Son intégration se fait en calculant la primitive du second membre de cette équation par rapport à  $t$  d'où la solution cherchée:

$$T(t) - T_0 = \frac{\alpha q}{\pi r_0^2 k} \left( \left(1 - \frac{1}{2\pi}\right)t + \frac{r_0^2}{8\pi\alpha} \ln(t+1) \right)$$

On vérifie, au niveau de cette dernière équation que pour  $t = 0$  la température du fil est égale à zéro.

## A.2 Tableau des propriétés thermophysiques

Les propriétés thermophysiques qu'on a utilisé dans notre étude pour différentes nanoparticules ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Ag}$  et  $\text{Au}$ ) et de fluide de base (eau et EG) à une température ambiante  $T = 20$  °C sont présentées au niveau du tableau (a).

Les Propriétés thermophysiques	Les fluides de base		Les phases solides				
	eau	EG	$\text{Al}_2\text{O}_3$	$\text{CuO}$	$\text{Cu}$	$\text{Ag}$	$\text{Au}$
$C_p$ (J/kg K)	4181.8	2386	761.55	561	385	235	129
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	998.2	1117	3960.14	6450	8954	10500	19300
$k$ (W/mK)	0.593	0.257	37.17	20	401	429	317
$\beta$ (K <sup>-1</sup> ) x 10 <sup>-6</sup>	210	618.9	7.5	18	16.7	19.7	14.2
$\mu$ x 10 <sup>-3</sup>	1.002	21.4					

**Table (a) :** Propriétés thermophysiques des différentes nanoparticules et des fluides de base à  $T = 20$  °C.



### A.3 Nombre de Prandtl pour les nanofluides à base d'eau

Dans le tableau (b) nous donnons la variation du nombre de Prandtl des cinq nanofluides utilisé dans cette études  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , CuO, Cu, Ag et Au avec l'eau comme fluide de base en fonction de la fraction volumique ( $\phi$ ) à une température  $T = 20^\circ\text{C}$ . On remarque que le nombre de Prandtl décroît quand la fraction volumique augmente.

Nombre de Prandtl pour les nanofluides à base d'eau					
$\phi$ %	$\text{Al}_2\text{O}_3$	CuO	Cu	Ag	Au
0	7.066	7.066	7.066	7.066	7.066
1	6.906	6.922	6.883	6.317	5.847
2	6.758	6.787	6.713	5.697	4.963
3	6.618	6.661	6.554	5.176	4.295
4	6.487	6.542	6.404	4.734	3.773
5	6.365	6.430	6.264	4.354	3.355
6	6.249	6.325	6.132	4.026	3.014
7	6.141	6.226	6.008	3.739	2.731
8	6.039	6.133	5.891	3.487	2.493

**TAB. (b) :** Nombre de Prandtl pour différents nanofluides en fonction de la fraction volumique.

### A.4 Construction du modèle convection naturelle avec COMSOL Multiphysics 32.

Lancez COMSOL Multiphysics dans la session utilisateur.

NB : choisissez la langue de COMSOL Multiphysics dans options >> préférences >> cliquez sur apply, puis OK.

- **Model navigator** > définissez le système d'équations en 2D. Dans le répertoire COMSOL Multiphysics, sélectionnez le mode Incompressible Navier-Stokes pour les

variables  $u$ ,  $v$ ,  $p$  et cliquez sur **add**. Faites de même pour l'équation de transfert de chaleur conductive et convective pour la variable  $T$ . Cliquez sur OK.

- Dessinez un rectangle de 1m d'arête (icônes de géométrie sur la gauche).

- **Multiphysics** >> sélectionnez le mode Incompressible Navier-Stokes.

- **Physics** >> subdomain settings > entrez '1' pour la densité, 'Pr' pour la viscosité dynamique, l'expression ' $Pr*Ra*T$ ' pour  $F_y$ . Cliquez OK.

- **Physics** >> boundary setting > vérifiez que la condition limite sur les frontières est 'no-slip'.

- **Physics** >> point settings > sélectionner un point et indiquer une pression nulle (pour un écoulement en cavité, il est nécessaire de spécifier une valeur de référence pour la pression).

- **Multiphysics** >> sélectionnez le mode Conduction and Convection.

- **Physics** >> subdomain settings > entrez '1' pour la conductivité, la densité et la chaleur spécifique, '0' pour le terme source  $Q$  et ' $u$ ' et ' $v$ ' pour les composantes de la vitesse. Cliquez OK.

- **Physics** >> boundary settings > vérifiez que la condition limite sur les frontières supérieure et inférieures est 'thermal-insulation'. Définissez une température de '1' sur la frontière de gauche et de '0' sur la frontière de droite. Cliquez OK.

- **Options** >> Constants > définissez Pr et Ra dans la colonne 'name' et leur valeur '0.7' et '1e3' dans la colonne 'expression'. Cliquez OK.

- Choisissez Solve >> Solve Problem ou cliquez directement sur le raccourci '='.

Postprocessing >> Plot Paramètres > sélectionnez la température dans l'onglet surface et dans l'onglet contour (modifiez la couleur), et le champ de vitesse dans l'onglet arrow. Vérifiez que ces options sont cochées dans l'onglet général. Cliquez sur OK.



# Bibliographies

- [1] S.U.S. Choi. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *Developments and applications of Non-Newtonian Flows*. D.A. Siginer and H.P. Wang (Eds.), FED-vol. 231/MD-vol. 66, ASME, New York, 99-105, 1995.
- [2] S.U.S. Choi, Z.G. Zhang, W. Yu, F.E. Lockwood, and E.A Grulke. Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspension. *Applied Physics Letters*, 79(14): 2252-2254, 2001.
- [3] J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, W. Yu, and L.J. Thompson. Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol based nanofluids containing copper nanoparticles. *Applied Physics Letters*, 78(6): 718-720, 2001.
- [4] P. Keblinski, J.A. Eastman, and D.G. Cahill. Nanofluids for thermal transport. *Materials today*, 8, 36, 2005.
- [5] Y. Yang, Z.G. Zhang, E.A. Grulke, W.B. Anderson, and G. Wu. Heat transfer properties of nanoparticle in fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, 1107, 2005.
- [6] W. Daungthongsuk, S. Wongwises. A critical review of convective heat transfer of nanofluids. *Renewable Sustainable Energy Review*, 11,797, 2005.
- [7] P. Vadasz. Heat conduction in nanofluids suspension. *Journal of Heat Transfer*, 128, 465, 2006.
- [8] H. Masuda, A. Ebata, K. Teramae, and N. Hishinuma. Alteration of Thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing Ultra-fine Particles (dispersion of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>, and TiO<sub>2</sub> Ultra-fine particles). *Netsu Bussei (Japan)*, 7(4): 227-233, 1993.
- [9] J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, L.J. Thomson, and S. Lee. Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids. *Materials Research Society Symposium Proceedings*, vol. 457, Materials Research Society, Pittsburgh, PA, 3-11, 1997.

- 
- [10] X.W. Wang, X.F. Xu, and S.U.S. Choi. Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture. *Journal of Thermophysic and Heat Transfer*, 13(4): 474-480, 1999.
- [11] S. Lee, S.U.S. Choi, S. Li, and J.A. Eastman. Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles. *ASME J. Heat Transfer*, 121, 280-289, 1999.
- [12] S.K. Das, N. Putra, P. Thiesen, and W. Roetzel. Temperature depended of thermal conductivity enhancement for nanofluids. *Journal of Heat transfer transaction of the ASME*, 125(4): 567-574, 2003.
- [13] H. Xie, J. Wang, T. Xi, Y. Liu, and F. Ai. Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles. *Journal of Applied Physics*, 91 (7): 4568-4572, 2002.
- [14] R. Prasher, P.E. phelan, and P. Bhattacharya. Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluid). *Nano Letters*, 6(7): 1529-1534, 2006.
- [15] C.H. Li and G.P. Peterson. Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids). *Journal of Applied Physics*, 99(8), 084314, 2006.
- [16] B.C. Pak and Y.I. Cho. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151-170, 1998.
- [17] S.M.S. Murshed, K.C. Leong, and C. Yang. Thermal conductivity of nanoparticle suspensions. *International Journal of thermal science*, Singapore 2007.
- [18] Y. Xuan and Q. Li. Heat transfer enhancement of nanofluids. *International Journal of Heat fluid flow*, 21(1), 58-64, 2000.
- [19] H.E. Patel, S.K. Das, T. Sundararajan, A.S Nair, B. George, and T. Pradeep. Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids: manifestation of anomalous enhancement and chemical effects. *Applied Physics Letters*, 83(14), 2931-2933, 2003.
- [20] D.H. Kumar, H.E. Patel, V.R.R. Kumar, T. Sundararajan, T. Pradeep, and S.K. Das. Model for heat conduction in nanofluids. *Physical Review Letter*, 93, 144301, 2004.
- [21] S. Berber, Y.K. Kwon, and T. David. Unusually high thermal conductivity of carbon nanotubes. *Physical Review Letters*, 84(20):4613-4616, 2000.
- [22] S. Shenogin, A. Bodapati, L. Xue, R. Ozisik, and P. Keblinski. Effect of chemical functionalization on thermal transport of carbon nanotube composites. *Appl. Phys. Lett.*, 85, 2229, 2004.
- [23] Y. Wang, Z. Iqbal, and S. Mitra. Rapidly functionalized water-dispersed carbon nanotubes at high concentration. *J. AM. CHEM. SOC. E*, 128, 95, 2005.

- [24] H. Xie, H. Lee, W. Youn, and M. Choi. Nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes and their enhanced thermal conductivities. *J. Appl. Phys*, 94(8):4967–71, 2003.
- [25] D.S. Wen and Y.L. Ding. Effective thermal conductivity of aqueous suspensions of carbon nanotubes (carbon nanotubes nanofluids). *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 18(4):481-485, 2004.
- [26] Y. Ding, H. Alias, D. Wen, and R.A. Williams. Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 (1-2): 240-250, 2006.
- [27] M.J. Assael, C.F. Chen, I. Metaxa, and W.A. Wakeham. Thermal conductivity of suspensions of carbon nanotubes in water. *International Journal of Thermophysics*, 25(4): 971-985, 2004.
- [28] Q. Li. and Y. Xuan. Convective heat transfer performances of fluids with nanoparticles. *Proc of twelfth International Heat Transfer*, 483-488, 2002.
- [29] S.E.B. Maiga, C.T. Nguyen, N. Galanis, and G. Roy. Heat transfer behaviors of nanofluids in a uniformly heated tube. *Super lattices and Microstructures* 35: 543-557, 2004.
- [30] K. Khanafer, K. Vafai, and M. Lightstone. Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46:3639-3653, 2003.
- [31] N. Putra, W. Roetzel, and S. DAS. Natural convection of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39(8-9): 775-784, 2003.
- [32] G. Roy, C.T. Nguyen, and P.R. Lajoie. Numerical investigation of laminar flow and heat transfer in a radial flow cooling system with the use of nanofluids. *Superlattices and Microstructures*, 35: 497-511, 2004.
- [33] D. Wen and Y. Ding. Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 26: 855-864, 2005.
- [34] J. Kim, Y.T. Kang, and C.K. Choi. Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids. *Physics of Fluids*, 16(7): 2395-2401, 2004.
- [35] B.X. Wang, L.P. Zhou, and X.F. Peng, A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(14): 2665-2672, 2003.
- [36] J. Rong and T. Sheng-Chung. Numerical research of nature convective heat transfer enhancement filled with nanofluids in rectangular enclosures. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 33, 727–736, 2006.

- [37] R.K. Tiwari and M.K. Das. Heat Transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, 2002-2018, 2007.
- [38] K.S. Hwang, J.H. lee, and S.P. Jang. Buoyancy-driven heat transfer of water-based  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanofluids in a rectangular cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, 4003-4010, 2007.
- [39] C.J. Ho, M.W. Chen, and Z.W. Li. Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: Effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity. *Int. J. of heat and Mass Transfer*, 51, 4506-4516, 2008.
- [40] Y. Xuan and W. Roetzel. Conception for heat transfer correlation of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(19), 3701-3707, 2000.
- [41] G. Polidori, S. Fohanno, and C.T. Nguyen. A note on heat transfer modelling of Newtonian nanofluids in laminar free convection. *International Journal of thermal sciences*, 46, 739-744, 2007.
- [42] E. Abu Nada, Z. Masoud, and A. Hijazi. Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids. *International Communication in Heat and Mass Transfer*, 35, 657-665, 2008.
- [43] S.M. Aminossadati, and B. Ghasemi. Natural convection cooling of a localized heat source at the bottom of a nanofluid filled enclosure. *European Journal of Mechanics Fluids*, 28, 630-640, 2009.
- [44] R. Ben Mansour, N. Galanis, and C.T. Nguyen. Effect of uncertainties in physical properties on forced convection heat transfer with nanofluids. *Applied Thermal Engineering*, 27, 240-249, 2007.
- [45] A. Einstein. Investigations on the Theory of the Brownian Movement. *Dover Publications*, New York, 1956.
- [46] H.C. Brinkman. The viscosity of concentrated suspensions and solution. *J. Chem. Phys.*, 20, 571-581, 1952.
- [47] G.K. Batchelor. Brownian Diffusion of particles with Hydrodynamic Interaction. *Journal of Fluid Mechanics*, 74(1): 1-29, 1976.
- [48] S. Maiga, S. Palm, S. Nguyen, C. Roy, and G. Galanis. Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 26, 530-546, 2005.
- [49] R. Prasher, D. Song, J. Wang, and P. Phelan. Measurement of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications. *Applied Physics Letters*, 89 (13) 133108, 2006c.

- [50] K.D. Hagen. Heat transfer with applications. *Prentice-hall*, New Jersey, USA, 637-638, 1999.
- [51] C.T. Nguyen, F. Desgranges, G. Roy, N. Galanis, T. Mare, S. Boucher, and H.A. Mintsas. Mesure de viscosité  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, phénomène d'hystérésis, *Colloque Interuniversitaire Franco-québécois*, Montréal (Canada) 2007.
- [52] C. A. Nieto de Castro, J. C. G. Calado, W. A. Wakeham, and M. Dix. An apparatus to measure the thermal conductivity of liquids. *J. Phys. E. Sci. Instrum.*, 9, 1073-1080, 1976,
- [53] H. Watanabe. *Int. J. Thermophys.* 18:2, 1997.
- [54] X. Zhang and M. Fujii, *Int. J. Thermophys.* 21:71, 2000.
- [55] Y. Nagasaka and A. Nagashima, *J. Phys. E: Sci. Instrum.* 14:1435, 1981.
- [56] E. Yamasue, M. Susa, H. Fukuyama, K. Nagata, *J. Crystal Grow* 234 :121, 2002.
- [57] H. Fukuyama, T. Yoshimura, H. Yasuda and H. Ohta, *Int. J. Thermophys.* 27:1760, 2006.
- [58] A. Alloush, W. B. Gosney and W. A. Wakeham, *Int. J. Thermophys.* 3:225, 1982.
- [59] M. L. V. Ramires and C. A. Nieto de Castro, J. M. N. Fareleira and W. A. Wakeham, *J. Chem. Eng. Data* 39:186, 1994.
- [60] X. Zhang, and A. Degiovanni. Mesure de l'effusivité thermique de matériaux solides et homogènes par une méthode de sonde plane, *J.Phys.*
- [61] J.C. Maxwell. A Treatise on electricity and magnetism, *Clarendon Press*, U.K., 1891.
- [62] R.L. Hamilton and O.K. Crosser. Thermal conductivity of heterogeneous two component systems. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals* 1(3), 187-191, 1962.
- [63] D.P.H. Hasselman, and L.F. Johnson. Effective thermal conductivity of composites with interfacial thermal Barrier resistance. *Journal of composite Materials*, 21(6): 508-515, 1987.
- [64] O.M. Wilson, X.Y. Hu, D.G. Cahill, and P.V. Braun. Colloidal metal particles as probes of nanoscale thermal transport in fluids. *Physical Review B*, 66(22), 2002.
- [65] W. Yu and S.U.S. Choi. The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model. *J. nanoparticle Res* 5: 167-71, 2003.
- [66] D.A.G. Bruggeman. *Ann. Physics (Leipzig)*, 24, 636, 1935.



- 
- [67] J. Koo and C. Kleinsteuber. A new thermal conductivity model for nanofluids, *J. Nanoparticle Res.*, 6, 577-588, 2004.
- [68] R.B. Bird, W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot. Transport phenomena. *John Wiley and Sons*, New York, 1960.
- [69] J.K. Platten, and J.C. Legros. Convection in liquids. *Springler Verlag*, 1984.
- [70] J. Boussinesq. Théorie analytique de la chaleur, Vol.2. Gauthier-Villars, Paris, 1903.
- [71] A. Oberbeck. Ueber die warmeleitung der flussigkeiten bei berucksichtigung der stromungen infolge von temperaturdifferenzen. *Annalen der physic und Chemie*, 243(6): 271-292, 1879.
- [72] Y.A. Cengel. Heat Transfer: A practical approach (WCB/McGraw-Hill, New York, 1998.
- [73] G. Donzelli, R. Cerbino, and A. Vailati. Bistable heat transfer in nanofluid, *Physical Review Letters*, 102, 104503, 2009.