

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Ilc, A. 2013. Nelinearna analiza masivnega betona pri postopni gradnji. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Planinc, I., somentor Trtnik, G.): 104 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
Civil and Geodetic
Engineering



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Ilc, A. 2013. Nelinearna analiza masivnega betona pri postopni gradnji. Ph.D. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Planinc, I., co-supervisor Trtnik, G.): 104 pp.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



PODIPLOMSKI ŠTUDIJ
GRADBENIŠTVA

DOKTORSKI ŠTUDIJ

Kandidatka:

ANKA ILC, univ. dipl. inž. grad.

**NELINEARNA ANALIZA MASIVNEGA BETONA PRI
POSTOPNI GRADNJI**

Doktorska disertacija štev.: 229

**NONLINEAR ANALYSIS OF MASSIVE CONCRETE AT
SUCCESSIVE CONSTRUCTION**

Doctoral thesis No.: 229

Temo doktorske disertacije je odobrila Komisija za doktorski študij UL na 18. redni seji, dne 8. julija 2011. Za mentorja je bil imenovan izr. prof. dr. Igor Planinc, za somentorja pa doc. dr. Gregor Trtnik (IGMAT).

Ljubljana, 8. april 2013

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Komisijo za oceno ustreznosti teme doktorske disertacije v sestavi:

- izr. prof. dr. Igor Planinc,
- prof. dr. Goran Turk,
- doc. dr. Andrej Zajc, IRMA, Ljubljana,
- doc. dr. Gregor Trtnik, IGMAT,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo
na 19. redni seji, dne 30. marca 2011.

Poročevalce za oceno doktorske disertacije v sestavi:

- doc. dr. Andrej Zajc, IRMA, Ljubljana,
- prof. dr. Goran Turk,
- doc. dr. Andrej Kryžanowski,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo
na 37. redni seji, dne 30. januarja 2013.

Komisijo za zagovor doktorske disertacije v sestavi:

- prof. dr. Matjaž Mikoš, dekan UL FGG, predsednik,
- prof. dr. Igor Planinc, mentor,
- doc. dr. Gregor Trtnik, IGMAT, somentor,
- doc. dr. Andrej Zajc, IRMA, Ljubljana,
- prof. dr. Goran Turk,
- doc. dr. Andrej Kryžanowski,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo
na 39. redni seji, dne 27. marca 2013.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisana **ANKA ILC**, univ. dipl. inž. grad., izjavljam, da sem avtorica doktorske disertacije z naslovom:

»NELINEARNA ANALIZA MASIVNEGA BETONA PRI POSTOPNI GRADNJI«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 8. april 2013.

.....

(podpis)

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: 519.61/.64:624.012.44:691.3(043.3)
Avtor: Anka Ilc
Mentor: prof. dr. Igor Planinc
Somentor: doc. dr. Gregor Trtnik
Naslov: Nelinearna analiza masivnega betona pri postopni gradnji
Tip dokumenta: doktorska disertacija
Obseg in oprema: 105 str., 22 pregl., 62 sl., 215 en.
Ključne besede: nelinearna analiza, sveži masivni beton, porozni material, popolnoma povezan problem, hidratacija cementa, postopna gradnja, poladiabatni poskus

Izveček

V doktorski disertaciji smo prikazali numerično analizo svežega masivnega betona, to je betona, pri katerem moramo nadzorovati povišanje temperature, do katerega pride zaradi sproščanja hidratacijske toplote pri vezavi cementa. Disertacija je razdeljena na dva dela.

V prvem delu prikazujemo računski model, s katerim rešujemo popolnoma povezan problem prenašanja vode, vlažnega zraka in toplote v svežem betonu z mehansko analizo. Osnovne enačbe so izpeljane na podlagi modela poroznega materiala, ki beton opiše kot material, sestavljen iz trdnega skeleta in por, ki so napolnjene z vodo in vlažnim zrakom. Sistem šestih nelinearnih diferencialnih enačb, v katerih so neznanke zračni tlak, kapilarni tlak, temperatura in pomiki trdnega skeleta, rešujemo z metodo končnih elementov. Po prikazanem numeričnem postopku smo pripravili program PreTeDis. Rezultate, ki smo jih z njim pridobili, smo primerjali z eksperimentalnimi in ugotovili dobro ujemanje, iz česar lahko sklepamo, da je opisan numerični postopek primeren za analizo svežega masivnega betona.

V drugem delu disertacije je prikazana toplotna analiza svežega betona. Osnovno enačbo prevajanja toplote smo rešili z metodo končnih elementov s programom TeEx, ki smo ga dopolnili z možnostjo modeliranja postopne gradnje in osončenja vodoravne površine ter z možnostjo določitve adiabatne krivulje z nevronske mreže. Predlagali smo način upoštevanja vpliva armature na razpored temperatur v betonu. S primerjavo med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati smo ugotovili, da lahko z opisanim numeričnim postopkom dokaj natančno napovemo potek temperatur v betonu. Z numeričnim modeliranjem poladiabatnega poskusa smo ugotovili, da lahko z njim dobro določimo zvišanje temperature v betonu zaradi hidratacije.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 519.61/.64:624.012.44:691.3(043.3)
Author: Anka Ilc
Supervisor: prof. dr. Igor Planinc
Co-supervisor: assist. prof. dr. Gregor Trtnik
Title: Nonlinear analysis of mass concrete at successive construction
Document type: Ph. D. Thesis
Notes: 105 p., 22 tab., 62 fig., 215 eq.
Key words: nonlinear analysis, mass concrete at early age, porous material, fully coupled problem, cement hydration, successive construction, semi-adiabatic test

Abstract

The presented doctoral thesis deals with numerical analysis of fresh mass concrete, that is concrete whose temperature rise due to heat of cement hydration must be controlled. The thesis consists of two parts.

In the first part, a numerical model which solves a fully coupled problem of water, moist air, and heat transfer in fresh concrete and mechanical analysis is presented. Basic equations are deduced from the model of the porous body, which describes concrete as a material, composed of solid skeleton and pores filled with water and moist air. A system of six nonlinear differential equations, where the basic variables are gas pressure, capillary pressure, temperature, and displacement vector of the solid skeleton, is solved with the finite element method. A computer programme named PreTeDis is prepared following the presented numerical procedure. Numerical results of the programme are compared to the experiment and they show a good agreement, which indicates that the numerical procedure is adequate to the analysis of concrete at early age.

In the second part of the thesis, a temperature analysis of the fresh concrete is presented. The basic equation of the heat transfer is solved with the finite element method by the computer programme TeEx which has been supplemented with the possibility of modelling successive construction, insulation of the horizontal surface and the possibility of determination the adiabatic temperature rise with neural network. A method of modelling the impact of the reinforcement on the temperatures is suggested. The comparison between the experimental and numerical results shows that the numerical procedure is able to correctly predict the temperatures in concrete. The results of the numerical modelling of the semi-adiabatic test show that it is suitable for the determination of the adiabatic temperature rise due to hydration.

ZAHVALE

Za pomoč pri delu se zahvaljujem mentorju prof. dr. Igorju Planincu in somentorju doc. dr. Gregorju Trtniku. Posebej se za vso spodbudo in podporo zahvaljujem prof. dr. Goranu Turku. Hvala tudi vsem ostalim na Katedri za mehaniko. Hvala, ker ste mi stali ob strani, tudi ko ni šlo vse po načrtu.

Za podporo mojemu raziskovalnemu delu se zahvaljujem mojima mentorjema v podjetju Primorje, dr. Petru Kantetu in dr. Branku Bandlju. Hvala zdajšnjim sodelavcem, predvsem Zvonku Cotiču, za nasvete in pomoč pri eksperimentalnem delu.

Hvala družini in prijateljem, še posebej pa hvala Eriku, Leonu in Tadeju.

KAZALO VSEBINE

1 UVOD	1
1.1 Masivni beton	1
1.2 Numerična analiza svežega betona	3
1.3 Vsebina dela	5
2 POVEZAN PROBLEM PRENAŠANJA VODE, VLAŽNEGA ZRAKA IN TOPLOTE Z MEHANSKO ANALIZO V SVEŽEM BETONU	6
2.1 Osnovne enačbe termodinamike	7
2.1.1 Enačbe o ohranitvi mase	8
2.1.2 Enačba o ohranitvi energije	11
2.1.3 Ravnotežna enačba	12
2.1.4 Sistem osnovnih enačb termodinamike	12
2.1.5 Osnovne spremenljivke	13
2.2 Konstitucijski zakoni	14
2.2.1 Hidracija cementa	14
2.2.2 Poroznost	16
2.2.3 Gostote, tlaki in molske mase	16
2.2.4 Sorpcijske izoterme	17
2.2.5 Gibanje tekočin	18
2.2.6 Prevajanje toplote	19
2.2.7 Princip efektivnih napetosti in deformacije	19

2.2.8	Lezenje	22
2.3	Numerično reševanje sistema osnovnih enačb termodinamike	27
2.3.1	Sistem osnovnih enačb termodinamike	27
2.3.2	Princip virtualnega dela	29
2.3.3	Krajevna integracija	30
2.3.4	Časovna integracija	35
2.3.5	Numerični algoritem	35
2.4	Numerični primeri	36
2.4.1	Adiabatni poskus	37
2.4.2	Avtogeno krčenje cementne paste	38
2.4.3	Armiranobetonska temeljna plošča	43
2.5	Primerjava reševanja popolnoma povezanega problema z dvofaznim postopkom	48
2.5.1	Dvofazni postopek	48
2.5.2	Primer: armiranobetonska temeljna plošča	48
3	TOPLOTNA ANALIZA SVEŽEGA BETONA	50
3.1	Osnovna enačba prevajanja toplote	50
3.2	Določitev sproščanja hidratacijske toplote v adiabatnih pogojih	51
3.2.1	Matematično modeliranje adiabatne krivulje	52
3.2.2	Poladiabatni poskus	52
3.2.3	Primer: numerično modeliranje poladiabatnega poskusa	53
3.2.4	Določitev adiabatne krivulje z nevronske mrežo	61
3.2.5	Primer: betonski valj	65

3.3	Modeliranje osončenja vodoravne površine	67
3.3.1	Vpadni kot sončnih žarkov na vodoravno površino	68
3.3.2	Toplotni tok Sonca, ki doseže Zemljino površino	69
3.3.3	Primer: spodnja pasnica temelja hladilnega stolpa v šestem bloku Termoelektrarne Šoštanj	69
3.4	Postopna gradnja	72
3.4.1	Dodajanje in odzemanje končnih elementov in robnih pogojev	73
3.4.2	Modeliranje toplotne izolacije ali opaža	73
3.4.3	Primer: armiranobetonski vodnjak na Rebernicah	74
3.4.4	Primer: temelj mostu čez reko Mileno v Ulcinju	83
3.5	Vpliv armature na razpored temperatur v betonu	89
3.5.1	Vpliv na sproščanje hidratacijske toplote	89
3.5.2	Vpliv na materialne karakteristike armiranega betona	89
3.5.3	Primer: prevajanje toplote skozi betonski valj	91
3.5.4	Primer: steber hladilnega stolpa v šestem bloku Termoelektrarne Šoštanj	92
4	ZAKLJUČKI	96
5	POVZETEK	98
6	SUMMARY	100

KAZALO SLIK
LIST OF FIGURES

1.1	Temperaturno polje po masivnem betonskem prerezu med hidratacijo.	2
1.1	Temperature field in massive concrete section during hydration.	2
2.1	Sestava betona [23].	6
2.1	The composition of concrete [23].	6
2.2	Model sestave betona in prikaz njenega spreminjanja zaradi hidratacije.	7
2.2	Model of concrete's composition and its changing due to hydration of cement.	7
2.3	Hitrost delca plina v področju mešanja vodne pare in suhega zraka.	10
2.3	Velocity of a small part of gas in the area where water vapour and dry air mix.	10
2.4	Faze hidratacijskega procesa [48, 45].	14
2.4	Stages during the hydration process [48, 45].	14
2.5	Mehanski model lezenja.	22
2.5	Mechanical model for creep.	22
2.6	Shematski prikaz možnih oblik meniskusa tekočine v pori.	26
2.6	Schematic display of possible forms of meniscus of a liquid in a pore.	26
2.7	Štirivozliščni izoparametrični ravninski končni element.	34
2.7	Isoparametric plane finite element with four nodes.	34
2.8	Mreža končnih elementov in robni pogoji za modeliranje adiabatnega poskusa.	37
2.8	Finite elements mesh and boundary conditions for modelling the adiabatic experiment.	37
2.9	Primerjava med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati.	38
2.9	Comparison of experimental and numerical results.	38
2.10	Mreža končnih elementov in robni pogoji za poskus merjenja relativne vlažnosti.	40
2.10	Finite elements mesh and boundary conditions for modelling the relative humidity measurements.	40
2.11	Primerjava med enodimenzionalnim in dvodimenzionalnim modelom.	41

2.11	Comparison between one dimensional and two dimensional model.	41
2.12	Primerjava med eksperimentalno in numerično določenim potekom relativne vlažnosti v središču preizkušanca.	41
2.12	Comparison of experimentally and numerically determined course of relative humidity in the centre of specimen.	41
2.13	Dilatometer [35].	42
2.13	Dilatometer [35].	42
2.14	Mreža končnih elementov in robni pogoji za poskus merjenja pomikov.	42
2.14	Finite elements mesh and boundary conditions for modelling the displacement measurements.	42
2.15	Primerjava med eksperimentalno in numerično določenim vzdolžnim pomikom v točki D.	43
2.15	Comparison of experimentally and numerically determined longitudinal displacement at point D.	43
2.16	Gradnja temeljev glavnega tehnološkega objekta šestega bloka v termoelektrarni Šoštanj.	43
2.16	Construction of foundations of main power facility of the 6 th unit at Šoštanj power plant.	43
2.17	Mreža končnih elementov in robni pogoji.	44
2.17	Finite elements mesh and boundary conditions.	44
2.18	Primerjava med eksperimentalno in numerično določeno temperaturo.	46
2.18	Comparison between experimentally and numerically determined temperature.	46
2.19	Primerjava med vrednostmi kapilarnega tlaka, relativne vlage, temperature in navpičnega pomika pri različni relativni vlažnosti zunanjega zraka.	47
2.19	Comparison between the values of capillary pressure, relative humidity, temperature and vertical displacement at different relative humidity of the surrounding air.	47
2.20	Primerjava med vrednostmi kapilarnega tlaka, relativne vlage, temperature in navpičnega pomika pri različni debelini plošče <i>v</i>	47
2.20	Comparison between the values of capillary pressure, relative humidity, temperature and vertical displacement at different thickness of the plate <i>v</i>	47
2.21	Primerjava med vrednostmi kapilarnega tlaka, relativne vlage, temperature in vertikalnega pomika v primeru, ko smo reševali popolnoma povezan problem in v primeru, ko smo reševali problem po dvofaznem postopku.	49
2.21	Comparison between the values of capillary pressure, relative humidity, temperature and vertical displacement in the case fully coupled problem is solved and in the case the problem is solved in two phases.	49

3.1	Izvedba poladiabatnega poskusa.	52
3.1	Execution of semi-adiabatic experiment.	52
3.2	Geometrija preizkušanca pri poladiabatnem poskusu in merilna mesta.	53
3.2	Geometry of a specimen at semiadiabatic test and the measuring points.	53
3.3	Mreža končnih elementov za 2D in 3D model.	55
3.3	Finite element mesh for 2D and 3D model.	55
3.4	Temperatura v središču preizkušanca – primerjava med 2D in 3D modelom za beton B1.	56
3.4	Temperature in the centre of the specimen – the comparison between the two-dimensional and three-dimensional model for the concrete’s mixture B1.	56
3.5	Temperatura v središču in v vogalu preizkušanca – primerjava med izračunanimi in eksperimentalno določenimi vrednostmi za beton A1.	57
3.5	Temperature in the centre and in the corner of the specimen – a comparison between numerical and experimental values for the concrete’s mixture A1.	57
3.6	Primerjava med izračunanim in eksperimentalno določenim potekom temperature v središču preizkušanca za betonske mešanice iz serije A.	57
3.6	Comparison between numerically and experimentally determined temperature in the centre of the specimen for concrete mixtures from the series A.	57
3.7	Primerjava med izračunanim in eksperimentalno določenim potekom temperature v središču preizkušanca za betonske mešanice iz serije B.	58
3.7	Comparison between numerically and experimentally determined temperature in the centre of the specimen for concrete mixtures from the series B.	58
3.8	Primerjava med izračunanim in eksperimentalno določenim potekom temperature v središču preizkušanca za betonske mešanice iz serije C.	58
3.8	Comparison between numerically and experimentally determined temperature in the centre of the specimen for concrete mixtures from the series C.	58
3.9	Primerjava med potekom adiabatskih krivulj in temperatur v središču za betonski mešanici B2 in C1.	59
3.9	Comparison between adiabatic curves and temperatures in the centre of the specimen for the concrete’s mixtures B2 and C1.	59
3.10	Primerjava med eksperimentalno določenimi adiabatskimi krivuljami za betonske mešanice iz serije A.	60
3.10	Comparison between experimentally determined adiabatic curves for concrete mixtures from the series A.	60

3.11	Večslojna usmerjena umetna nevronska mreža.	62
3.11	Multi-layer feed-forward artificial neural network.	62
3.12	Primerjava adiabatne krivulje in temperature v središču valja za različno vsebnost cementa v betonski mešanici.	66
3.12	Comparison of adiabatic curve and temperature in the centre of the cilinder for different concrete mixtures with different cement content.	66
3.13	Primerjava adiabatne krivulje in temperature v središču valja za različne vrste cementa.	67
3.13	Comparison of adiabatic curve and temperature in the centre of the cilinder for different concrete mixtures with different types of cement.	67
3.14	Primerjava adiabatne krivulje in temperature v središču valja za različno vodocementno razmerje betonske mešanice.	67
3.14	Comparison of adiabatic curve and temperature in the centre of the cilinder for different concrete mixtures with different water to cement ratio.	67
3.15	Vpadni kot sončnih žarkov na Zemljo.	68
3.15	Incident angle of solar radiation on Earth.	68
3.16	Hladilni stolp bloka 6 v Termoelektrarni Šoštanj.	70
3.16	Cooling tower of unit 6 of Šoštanj thermal power plant.	70
3.17	Prerez temelja hladilnega stolpa na mestu meritev in položaj merskih točk.	70
3.17	Cross section of the foundation of the cooling tower and placement of measuring points.	70
3.18	Primerjava med izmerjenim in numerično določenim potekom temperatur v merskih točkah, če upoštevamo in če ne upoštevamo vpliv osončenja.	71
3.18	Comparison between experimentally and numerically determined temperature at measuring points whether solar radiation is or is not taken into account.	71
3.19	Shematski prikaz dodajanja novih končnih elementov v globalno mrežo končnih elementov.	74
3.19	Schematic display of the addition of the new finite element into the global mesh of finite elements.	74
3.20	Gradnja armiranobetonskega vodnjaka.	75
3.20	Construction of reinforced concrete well.	75
3.21	Geometrijski podatki masivnega armiranobetonskega vodnjaka in lege merskih točk.	75
3.21	Geometry of massive concrete well and position of measuring points.	75
3.22	Izmerjene vrednosti temperature.	76

3.22	Measured values of temperature.	76
3.23	Adiabatne krivulje, uporabljene pri analizi betonskega vodnjaka.	77
3.23	Adiabatic curves, used for the analysis of the concrete well.	77
3.24	Primerjava med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami v merskih točkah S1 in V1.	78
3.24	Comparison between measured and numerically determined values of temperature at points S1 and V1.	78
3.25	Primerjava med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami v središčnih merskih točkah betonskih slojev za račun z upoštevanjem enakih oziroma različnih adiabatnih krivulj v posameznih slojih.	79
3.25	Comparison between experimentally and numerically determined values of temperature at the centre of concrete layers considering the same or different adiabatic curves for different layers.	79
3.26	Primerjava med izračunanimi in izmerjenimi temperaturami v središču prvega in drugega sloja vodnjaka pri postopni gradnji in v primeru, če postopne gradnje v analizi ne bi upoštevali.	79
3.26	Comparison between experimentally and numerically determined values of temperature at the centre of the first and the second layer with and without considering successive construction.	79
3.27	Primerjava med izračunanim temperaturnim potekom v središču druge plasti pri dejanski gradnji in v primeru, ko v predhodni plasti ni hidracije.	80
3.27	Comparison between numerically determined values of temperature in the centre of the second layer at actual course of construction and in the case when there is no hydration in the previous layer.	80
3.28	Most Port Milena med gradnjo.	84
3.28	Bridge Port Milena under construction.	84
3.29	Tridimenzionalen prikaz stebra mostu Port Milena.	84
3.29	Tridimensional display of a column of bridge Port Milena.	84
3.30	Dnevno nihanje temperature zraka.	85
3.30	Daily oscillation of air temperature.	85
3.31	Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju za betonsko mešanico A pri različnih temperaturah zraka, pri čemer je začetna temperatura betona 20°C, in različnih začetnih temperaturah betona, pri čemer je maksimalna temperatura zraka 25°C.	86

3.31	Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation for concrete mixture A at different air temperatures while initial concrete temperature remains 20°C, and different initial concrete temperatures while maximal air temperature remains 25°C.	86
3.32	Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju pri začetni temperaturi betona 20°C in maksimalni temperaturi zraka 25°C za različne betonske mešanice različne debeline temelja.	87
3.32	Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation at initial concrete temperature 20°C and air temperature 25°C for different concrete mixtures and different thickness of the foundation.	87
3.33	Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju pri začetni temperaturi betona 20°C in maksimalni temperaturi zraka 25°C za betonsko mešanico A, če 2.5 m debel temelj zabetoniramo naenkrat ali pa v dveh fazah po 1.25 m z medsebojnim časovnim presledkom en dan oziroma dva dneva.	87
3.33	Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation for concrete mixture A at initial concrete temperature 20°C and air temperature 25°C if a 2.5 m thick foundation is cast at a time or in two phases of thickness 1.25 m at intervals of one or two days.	87
3.34	Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju za različne betonske mešanice in pri različni dinamiki gradnje.	88
3.34	Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation for different concrete mixture and at different course of construction.	88
3.35	Modeliranje armiranega betona kot sestavljeni in kot homogeni material.	90
3.35	Modelling reinforced concrete as a composed and as a homogeneous material.	90
3.36	Temperaturni odziv modela 1 in modela 2 pri različnih vrednostih toplotne prevodnosti.	91
3.36	Temperature response of model 1 and 2 for different values of thermal conductivity.	93
3.37	Steber hladilnega stolpa bloka 6 v Termoelektrarni Šoštanj.	92
3.37	Column of the cooling tower of unit 6 of Šoštanj thermal power plant.	93
3.38	Temperaturni odziv modela 1 in modela 2 pri različnih vrednostih toplotne prevodnosti.	94
3.38	Temperature response of model 1 and 2 for different values of thermal conductivity.	94
3.39	Primerjava med računskim in izmerjenim potekom temperatur v merskih točkah pri eksperimentalno določeni adiabatni krivulji.	95
3.39	Comparison between numerically and experimentally determined temperature at measuring points at experimentally defined adiabatic curve.	95

3.40 Primerjava med računskim in izmerjenim potekom temperatur v merskih točkah pri prilagojeni adiabatni krivulji.	95
3.40 Comparison between numerically and experimentally determined temperature at measuring points at adapted adiabatic curve.	95

KAZALO PREGLEDNIC
LIST OF TABLES

2.1	Razlika med navidezno in dejansko gostoto.	8
2.1	Difference between the apparent and intrinsic density	8
2.2	Materialni parametri betona.	37
2.2	Material parameters of concrete.	37
2.3	Materialni parametri cementne paste.	39
2.3	Material parameters of cement paste.	39
2.4	Materialni parametri betona in kamnine.	45
2.4	Material parameters of concrete and rock.	45
3.1	Parametri adiabatne krivulje in začetna temperatura betona.	54
3.1	Parameters of the adiabatic curve and the initial temperature of concrete.	54
3.2	Materialni parametri.	54
3.2	Material parameters.	54
3.3	Primerjava eksperimentalno in numerično določene najvišje dosežene temperature.	56
3.3	Comparison between the experimentally and numerically determined highest temperature.	56
3.4	Parametri adiabatne krivulje, aproksimirane z enačbo (3.6).	60
3.4	Parameters of the adiabatic curve approximated by the equation (3.6).	60
3.5	Seznam betonskih mešanic, na katerih smo izvedli adiabatni poskus, in njihovi parametri.	64
3.5	List of concrete mixtures used to perform adiabatic test, and their parameters.	64
3.6	Materialni parametri.	65
3.6	Material parameters.	65
3.7	Specifična hidratacijska toplota cementa.	66
3.7	Specific hydration heat of cement.	66

3.8	Materialni parametri betona in kamnine.	71
3.8	Material parameters of concrete and rock.	71
3.9	Trajanje osončenja za Celje [13].	72
3.9	Duration of insolation in Celje [13].	72
3.10	Materialni parametri betona in zemljine.	77
3.10	Material parameters of concrete and soil.	77
3.11	Najvišje temperature in največji temperaturni gradient betonskega sloja v odvisnosti od debeline sloja in časovnih presledkov med betoniranjem slojev.	81
3.11	Maximal temperature and temperature gradient in the concrete layer depending on the layer's thickness and intervals between construction.	81
3.12	Optimalni režim gradnje masivnega armiranobetonskega vodnjaka.	82
3.12	Optimal course of construction of reinforced concrete well.	82
3.13	Parametrična študija vpliva značilnih parametrov na najvišjo temperaturo in največji temperaturni gradient pri postopni gradnji masivnega armiranobetonskega vodnjaka.	82
3.13	Study of the impact of distinctive parameters on maximal temperature and maximal temperature gradient at successive construction of massive reinforced concrete well.	82
3.14	Temperature v betonu pri različnih debelinah izolacije za primer debeline plasti 4 m in časovnega razmaka med betoniranjem 1 teden.	83
3.14	Concrete temperatures at different thickness of isolation for a 4 m thick layers cast at intervals of one week.	83
3.15	Lastnosti betonskih mešanic.	85
3.15	Material properties of concrete mixtures.	85
3.16	Materialni parametri betona in armature.	91
3.16	Material parameters of concrete and reinforcement.	91
3.17	Geometrija prerezov na merilnih mestih.	92
3.17	Section geometry at measuring points.	92
3.18	Materialni parametri betona in armature.	92
3.18	Material parameters of concrete and reinforcement.	92

1 UVOD

1.1 Masivni beton

Ameriški inštitut za beton (ACI) opredeljuje masivni beton kot vsak beton z dovolj velikimi dimenzijami, da so potrebni posebni ukrepi za nadzorovanje sproščanja hidratacijske toplote in spremljajoče spremembe prostornine, da bi zmanjšali razpoke. Nedoločnost te definicije skuša več avtorjev popraviti s preprostimi inženirskimi pravili, po katerih je kot masiven opredeljen tak betonski element, ki ima najmanjšo dimenzijo večjo od določene vrednosti, ki se giblje od 0.5 m do 2 m. Gajda in VanGeem [22] na podlagi teh priporočil opredeljujeta za masiven vsak beton, ki ima bodisi debelino večjo od 0.9 m bodisi pri manjši debelini vsebuje več kot 335 kg/m^3 cementa ali cement, ki dosega visoke zgodnje trdnosti.

Vidimo, da se betonski elementi, ki jih tako opredelimo kot masivne, pojavljajo na vseh področjih gradbeništva. Poleg betonskih jezov, ki so klasičen primer masivnega betona, so betonski bloki velike debeline tudi temelji in stebri tako mostov in viaduktov kot tudi stavb. Zaradi različnih zahtev se vedno pogosteje uporabljajo betoni z visoko vsebnostjo cementa, pri katerih je debelina elementa, ki lahko povzroči pregrevanje betona, nižja. Podobno so že elementi z manjšimi debelinami lahko kritični pri uporabi betona z nižjo gostoto, saj ima ta manjšo toplotno kapaciteto, zato se zaradi enake količine energije bolj segreje kot gostejši beton.

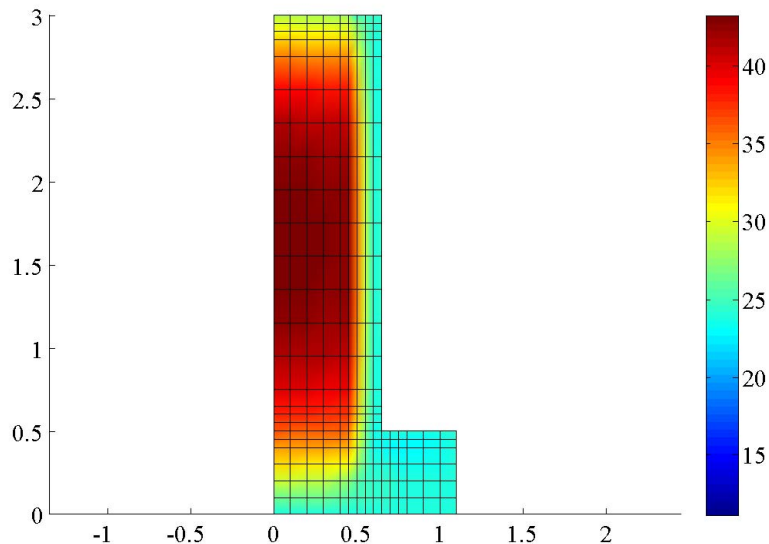
V prvih dneh po vgradnji se v svežemu betonu dogajajo velike spremembe. Njihov glavni vzrok je hidratacija cementa, kemijska reakcija, med katero voda reagira z zrnji cementa in skupaj tvorijo trdno cementno pasto. Med strjevanjem se fizikalne lastnosti betona neprestano spreminjajo: poroznost in vsebnost vode se znižujeta, medtem ko se togost in trdnost zvišujeta.

Potekajoča kemijska reakcija je eksotermna in posledično se v betonu lahko znatno zviša temperatura, kot je na primeru betonskega valja debeline 0.45 m prikazano na sliki 1.1. Tanjši elementi imajo tako razmerje med površino in prostornino, da se sproščena toplota brez težav odvaža v okolico, pri masivnih betonih pa je njeno odvajanje oteženo zaradi velike debeline betonskega elementa. Beton se zato segreva, kar še dodatno pospeši hidratacijo in povzroči še hitrejše sproščanje hidratacijske toplote. Visoka temperatura betona zmanjšuje tlačno trdnost, povečuje njegovo poroznost ter povzroča zakasnjeno tvorjenje etringita, hkrati pa se površina betona, če ni dobro izolirana, manj segreje od njegovega jedra (slika 1.1), kar povzroči natezne napetosti, zaradi katerih lahko nastanejo razpoke.

Pri veliki začetni hitrosti hidratacije hidratacijski produkti nimajo dovolj časa, da se z difuzijo enakomerno razporedijo v cementni pasti, ker jim pot zapirajo novi in novi hidratacijski produkti. Ob zrnu cementa tako nastane gosta ovojnica hidratacijskih produktov, ki onemogoča tako nadaljnjo hidratacijo kot tudi enakomerno prerazporeditev produktov po celotni cementni pasti. Če poteka hidratacija pri višji temperaturi, je končna trdnost betona manjša, hkrati pa je večja tako njegova poroznost kot tudi prostornina por večjega premera [16].

Če je beton izpostavljen temperaturam višjim od 65°C , se tvori kalcijev aluminat monosulfat hidrat kot trdni produkt hidratacije trikalcijevega aluminata [16]. Ko se prične temperatura v betonu spuščati, postane monosulfat nestabilen in se ob stiku z vodo prične v razpokah in votlinah tvoriti etringit (kalcijev aluminat trisulfat hidrat), ki je sicer običajna sestavina hidratiziranega portlanskega cementa in njegova

tvorba v začetni fazi hidratacije ima pozitiven vpliv. Toda transformacija monosulfata v etringit povzroči 2.3 kratno povečanje volumna, prav tako pa napetosti povzročata tudi tvorba kristalov in absorpcija vode [16]. Če napetosti prekorajajo natezno trdnost cementnega kamna, nastanejo razpoke, po katerih lahko v beton prihaja nova voda, ki omogoča nastanek novega etringita. To je dolgotrajen proces, katerega posledice se lahko pojavijo šele leta po času izgradnje, lahko pa povzroči močno razpokanost in propad betonskega elementa. Betoni, ki niso izpostavljeni vodi, in betoni, ki vsebujejo večjo količino dodatkov, ki nevarnost opisane reakcije zmanjšujejo, na primer elektrofiltrski pepel ali žindra, so odporni na tak način propadanja.



Slika 1.1: Temperaturno polje po masivnem betonskem prerezu med hidratacijo.
Figure 1.1: Temperature field in massive concrete section during hydration.

Poleg opisanih problemov, ki jih povzročata segrevanje betona, pa se pri hidrataciji cementa porablja voda, kar povzroči njegovo izsuševanje in s tem krčenje. Tako kot temperaturni gradient tudi krčenje povzroči zvišanje nateznih napetosti. Ker je natezna trdnost betona nizka, morajo biti te napetosti dovolj majhne, da preprečimo nastanek razpok. S tem poleg nosilnosti zagotovimo tudi zadostno trajnost betona, saj predstavljajo razpoke poti, po katerih v beton vdira voda z za beton škodljivimi snovmi.

Temperaturo betona in s tem tudi temperaturni gradient poskušamo pri gradnji omejiti na več načinov, med katerimi so najpogostejši vgradnja masivnega betonskega elementa v več tanjših slojih, hlajenje betona ali njegovih sestavnih delov pred ali po betoniranju ter izbira primerne betonske mešanice. Na količino in dinamiko sproščanja hidratacijske toplote najbolj vpliva vrsta in količina veziva. Z ukrepi, ki zmanjšujejo količino potrebne vode (dodajanje plastifikatorjev in aerantov), dosežemo, da je ob danem vodocementnem razmerju, ki je v tesni povezavi s trdnostjo in poroznostjo, količina veziva manjša. Na natezno trdnost betona lahko vplivamo z izbiro oblike agregata, saj pri lomljenemu agregatu k natezni trdnosti pripomore večje trenje med zrni, zato je le-ta za približno polovico večja kot pri naravnem agregatu. Poleg tega se natezna trdnost betona večja z manjšanjem maksimalnega zrna agregata. Z izbiro vrste agregata vplivamo tudi na elastični modul in koeficient toplotnega raztezanja betona.

Vidimo, da lahko na dogajanje v betonu vplivamo z vrsto ukrepov. Da lahko med njimi izberemo kombinacijo, ki bo hkrati ekonomična in bo izpolnjevala tehnične zahteve, moramo že pred gradnjo ta vpliv oceniti. Ker bi bili zaradi velikosti preizkušanca eksperimenti dragi, se je pri tem smiselno posluževati numeričnega modeliranja.

S tehničnimi predpisi ali s pogodbo med izvajalcem del in investitorjem je pogosto predpisana le najvišja dovoljena temperatura betona, včasih pa tudi največji dovoljeni temperaturni gradient. Ker je kriterij za nastanek razpok prekoračitev natezne trdnosti betona, ki jo lahko z omejitvijo temperaturnega gradienta kvečjemu ocenimo, so te zahteve postavljene dovolj nizko, da so na varni strani [22]. Če sta edina kriterija ustreznosti tehnologije gradnje dovolj nizka temperatura betona in dovolj majhen temperaturni gradient, da že toplotna analiza odgovor na vprašanje, ali izbrani ukrepi zadoščajo tema kriterijema, v kolikor pa želimo poznati dejanske deformacije in napetosti v betonu, potrebujemo tudi račun njegove vlažnosti in pomikov.

1.2 Numerična analiza svežega betona

Raziskovalci opisujejo beton kot porozni material, ki ga sestavljajo trdni skelet in pore, ki jih napolnjujejo kapilarna voda in vlažen zrak. Pri hidrataciji cementa se sprošča hidratacijska toplota, kar povzroči zvišanje temperature materiala. Sprememba temperature betona povzroči premikanje vode, vlage in suhega zraka po betonu ter fazne spremembe vode, kar vpliva na kapilarni in zračni tlak, ki povzročita spremembe napetostnega stanja betona. Poraba vode zaradi hidratacije povzroči izsuševanje betona, ki je vzrok dela krčenja, pri Bažantovem modelu [6, 7] pa relativna vlažnost vpliva tudi na lezenje. Po drugi strani tudi prenos vode in vlažnega zraka vpliva na temperaturo v betonu, saj premikajoče se tekočine s seboj nosijo tudi toploto, pri izparevanju oziroma kondenzaciji vode se toplota porablja oziroma sprošča, količina vode v betonu ima vpliv na hitrost hidratacijske reakcije [25, 32], pa tudi visoka specifična toplota vode povzroči počasnejše segrevanje betona.

Kljub vsemu naštetemu veliko avtorjev zanemari vpliv vlage na temperaturo in napetosti v betonu [3, 14, 32], drugi upoštevajo le vpliv vlage na razvoj hidratacije [41], nekateri pa računajo povezan problem prevajanja toplote, vode in vlažnega zraka [33, 47] in na podlagi teh rezultatov računajo mehanski odziv konstrukcije. V zadnjem času posamezni avtorji [18, 24, 27, 39] rešujejo tudi popolnoma povezan termo – hidro – mehanski model, pri čemer upoštevajo vpliv hitrosti trdnega skeleta na ravnovesje mas in toplote. Ti modeli so večinoma prilagojeni računu odziva betona pri požaru, v delu [25, 26] pa je model prilagojen za račun svežega betona.

Pri vseh modelih neznanke izračunamo iz parcialnih diferencialnih enačb, ki opisujejo ravnovesje energij (temperaturni del), ravnovesje mas zraka in vode (hidromehanski del) in ravnovesje momentov (mehanski del). Sistem enačb večina avtorjev računa z metodo končnih elementov [3, 14, 15, 25, 26, 33, 34, 39, 47, 49], nekateri pa tudi z metodo kontrolnih volumnov na osnovi diferenčne metode [34]. Ker so enačbe nelinearne, jih je treba reševati z inkrementno - iteracijskimi metodami, na primer z Newtonovo iteracijsko metodo.

Modeliranje postopne gradnje predstavlja dodaten izziv, ki se ga raziskovalci praviloma lotijo z metodo končnih elementov [3, 34], katerih število se med računom spreminja, ko modeliramo dodajanje novih slojev konstrukcije. V delu [34] je opisan račun temperature pri postopni gradnji pregrade, v delih [3, 32] pa je k temu dodan še matematično ločen račun napetosti.

Osnovna značilnost svežega betona je, da v njem poteka hidratacija cementa. Njena hitrost v adiabatskih pogojih je odvisna od sestave betona in večina avtorjev jo določi na podlagi adiabatskega [14, 25, 34, 49] ali poladiabatskega poskusa [43]. Pri adiabatskem poskusu skušamo preprečiti izgubo energije z izolacijo tako, da skušamo s temperaturo okolice betona čimbolj slediti temperaturi strjujočega se betona,

medtem ko pri poladiabatnem poskusu preizkušanece le izoliramo in računsko popravimo rezultate tako, da opisujejo adiabatno stanje. Maekawa s sodelavci v delu [41] poda postopek, s katerim lahko hitrost hidratacije določimo tudi kot vsoto hitrosti hidratacije posameznih oksidov, ki sestavljajo cement, in mineralnih dodatkov. Na ta način lahko hitrost sproščanja hidratacijske toplote v adiabatnih pogojih določimo brez eksperimenta, le na podlagi podatkov o sestavi betona, kar je uporabno predvsem pri načrtovanju betonske mešanice, ko bi radi preverili obnašanje več različnih betonov. Podobno lahko adiabatni potek hidratacije brez dodatnega eksperimenta določimo z nevronskimi mrežami [48], ki na podlagi njene sestave določijo obnašanje nove betonske mešanice iz rezultatov adiabatnih poskusov za betonske mešanice s podobnimi sestavami.

Ker se pri strjevanju betona na gradbišču del toplote izgublja, se adiabatno krivuljo popravi z Arrheniusovo zrelostno funkcijo [14, 32, 41, 49]. Hidratacijska reakcija se zaustavi, če začne primanjkovati cementa ali vode. Ker pri sodobnih betonih z nizkim vodocementnim faktorjem praviloma prej zmanjka voda, na hitrost sproščanja hidratacijske toplote vpliva tudi relativna vlažnost zraka v porah betona. To večina avtorjev zanemari, primera objav, kjer je relativna vlažnost upoštevana, pa sta [25, 41].

Pri hidrataciji cementa se povečuje delež trdne snovi, zato pa se spreminjajo tudi fizikalne lastnosti betona, najbolj trdnost, elastični modul, poroznost in prepustnost [14, 15, 25]. Odvisnost poroznosti od poteka hidratacije je opisana s Powersovim modelom [11, 37] ali pa z empiričnimi formulami [28]. Vpliv stopnje hidratacije na prepustnost je opisan v delu [28], njen vpliv na trdnost in elastični modul betona pa je podan z empiričnimi zvezami na podlagi eksperimentalnih rezultatov v delih [14, 20].

Na obnašanje betona močno vplivajo tudi sorpcijske izoterme, ki povezujejo količino vode v betonu z relativno vlažnostjo zraka v njegovih porah. Nekateri to zvezo določijo v odvisnosti od lastnosti betonske mešanice [18, 33], drugi pa z eksperimentom [4]. V obeh primerih je zveza določena za beton, v katerem je hidratacija že potekla. V delu [40] je količina vode v betonu odvisna od poteka hidratacije in ne od relativne vlažnosti betona.

Večina avtorjev povezuje deformacije betona s totalnimi napetostmi [14, 15, 32, 33], Lewis in Schrefler pa sta v delu [39] na podlagi Terzaghijeve teorije deformacije poroznih snovi povezala z efektivnimi napetostmi, ki so razlika med totalnimi napetostmi in povprečno napetostjo tekočine v porah. Princip efektivnih napetosti ima za posledico samodejno upoštevanje krčenja kot posledice izsuševanja, saj se zaradi zmanjšanja relativne vlažnosti v porah poveča kapilarni tlak, kar poveča pritisk tekočine na skelet in s tem povzroči njegovo krčenje. Ostali avtorji krčenje zaradi sušenja betona upoštevajo kot dodatno deformacijo, odvisno od spremembe vlažnosti, ali pa ga zanemarijo in upoštevajo le avtogeno krčenje.

Lezenje pomembno prispeva k deformacijam v betonu, zato ga vsi avtorji upoštevajo, vendar na različni način. Pogosto je uporabljen Bažantov model, kot na primer v delih [15, 26]. Časovno odvisnost lezenja v teoriji strjevanja [8, 9] razlaga s spreminjanjem sestave betona zaradi njegove hidratacije. Če naj to drži, bi moralo biti lezenje po enem letu, ko se zaključi hidratacija cementa, končano, kar pa ni res, saj se nadaljuje še več let. Zato je veriga Kelvinovih ali Maxwellovih elementov, ki opisujejo lezenje po tej teoriji, dopolnjena z dodatnim elementom zaradi relaksacije mikroprednapetosti [6, 7]. Te napetosti nastanejo v betonu zaradi velike količine por zelo majhnega premera, v katerih se ob visoki relativni vlažnosti na začetku strjevanja betona razvije visok vodni tlak, ki ga te napetosti uravnotežijo. Sproščajo se še vrsto let, njihovo sproščanje pa pospeši povišana temperatura ali pa povečana natezna napetost. V nasprotju s tem modelom Gawin s sodelavci [26] lezenje poveže z efektivnimi napetostmi, kar Bažantov model dopolni tako, da upošteva tudi vpliv sušenja na lezenje, s čimer dobi boljše ujemanje z eksperimentalnimi rezultati.

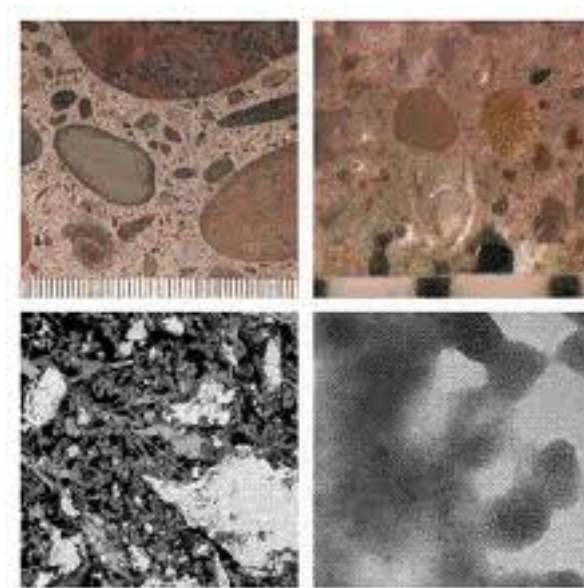
1.3 Vsebina dela

Doktorska disertacija je razdeljena na dva dela. V prvem delu prikazujemo računski model, s katerim rešujemo popolnoma povezan problem prenašanja vode, vlažnega zraka, toplote in napetosti po svežem betonu. Osnovne enačbe, ki so na podlagi modela poroznega materiala, ki sta ga razvila Lewis in Schrefler [39], v delu [25] prilagojene za sveži beton, so dopolnjene s konstitucijskimi zakoni. Opisano je numerično reševanje dobljenega nelinearnega sistema diferencialnih enačb z metodo končnih elementov. Po prikazanem numeričnem postopku smo pripravili program PreTeDis v programskem okolju Matlab. Poglavje zaključujejo numerični primeri, s katerimi numerične rezultate primerjamo z eksperimentalnimi, ter primerjava reševanja popolnoma povezanega problema z dvofaznim postopkom, v katerem najprej rešujemo problem prevajanja toplote in vlage, nato pa na osnovi teh rezultatov izračunamo pomike.

V drugem delu disertacije je prikazana toplotna analiza betona, pri kateri zanemarimo vpliv vlažnosti in deformacij betona na njegovo temperaturo in hidratacijo cementa. Osnovno enačbo prevajanja toplote rešujemo z metodo končnih elementov s programom TeEx, ki smo ga pripravili v programskem okolju Matlab. Prikazujemo določitev sproščanja hidratacijske toplote v adiabatnih pogojih s poladiabatnim poskusom in z nevronske mreže. Poleg možnosti določitve adiabatne krivulje z nevronske mreže je program TeEx dopolnjen še z možnostjo modeliranja osončenja vodoravne površine in z možnostjo modeliranja postopne gradnje. Na koncu je prikazan še način modeliranja vpliva temperature na razpored temperatur v betonu. Teoretična razlaga je dopolnjena s primeri, v katerih primerjamo eksperimentalne rezultate z numeričnimi.

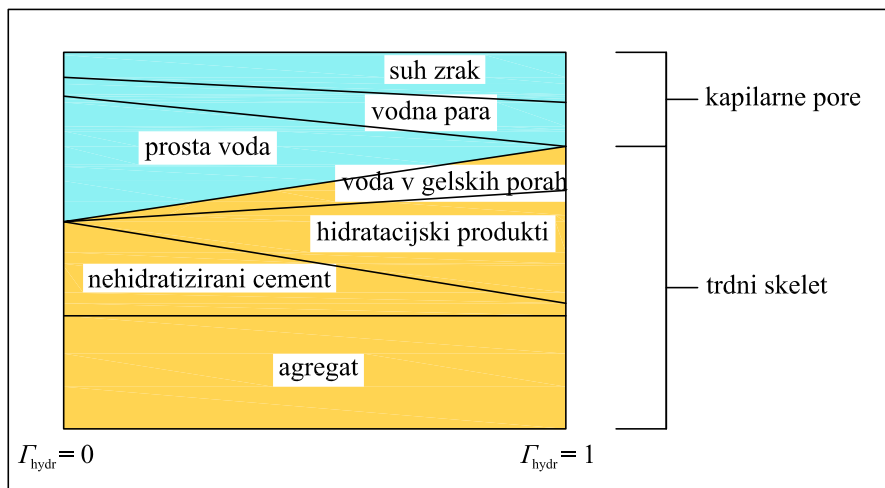
2 POVEZAN PROBLEM PRENAŠANJA VODE, VLAŽNEGA ZRAKA IN TOPLOTE Z MEHANSKO ANALIZO V SVEŽEM BETONU

Beton je kompozitni material, ki na vseh nivojih, od velikosti nekaj nanometrov do nekaj centimetrov, izkazuje slučajno strukturo, prikazano na sliki 2.1 [23]. Zgornji sliki sta posneti z optičnim mikroskopom in sta v manjšem merilu - razmik med črnima črticama na ravnilih na dnu slik znaša 1 mm. Na zgornji levi sliki jasno vidimo različno velika zrna agregata in zmes, ki jih obdaja in je sestavljena iz finih zrn agregata in cementne paste (zgornja desna slika na sliki (2.1)). Majhne črne lise na tej sliki so zrna cementa, ki še niso hidratizirala. Podobna zrna so na spodnji desni sliki, ki je posneta z elektronskim mikroskopom in je v še večjem merilu, bele barve. Premer največjega zrna na sliki je $10\ \mu\text{m}$. Predeli sive barve so različni hidratacijski produkti, ki skupaj z agregatnimi zrnji tvorijo trdno fazo v sestavi cementnih materialov. Črne lise so kapilarne pore, ki prepdajajo vso cementno pasto in predstavljajo kanale, po katerih potuje voda, zrak, pa tudi druge snovi. Slika spodaj desno je povečava glavnega hidratacijskega produkta - CSH gela. Dolžina slike je približno 100 nm, na njej pa vidimo, da so v betonu tudi zelo drobne pore, ki jih imenujemo gelske pore.



Slika 2.1: Sestava betona [23].
Figure 2.1: The composition of concrete [23].

To kompleksno strukturo betona raziskovalci navadno opišejo z modelom, pri katerem je beton porozni material, sestavljen iz trdnega skeleta (v nadaljevanju označen kot s) in kapilarnih por. Le-to so pore, večje od $0.01\ \mu\text{m}$ [6], napolnjene s prosto (tudi kapilarno ali nevezano) vodo (oznaka w) in vlažnim zrakom (oznaka g), ki je zmes suhega zraka (oznaka ga) in vodne pare (oznaka gw). Trdni skelet je sestavljen iz agregata, hidratacijskih produktov in kemijsko vezane vode, pa tudi iz drobnih gelskih por, v katerih je fizikalno vezana ali absorbirana voda. Ta voda v nasprotju s kapilarno vodo ni na razpolago za hidratacijo cementa – da lahko hidratacija cementa sploh poteka, mora biti v betonu vsaj nekaj proste vode. Zaradi hidratacije ali spreminjanja vlažnosti betona se deleži posameznih komponent betona spreminjajo, kot je prikazano na sliki 2.2.



Slika 2.2: Model sestave betona in prikaz njenega spreminjanja zaradi hidratacije (Γ_{hydr} pomeni stopnjo hidratacije, ki ima vrednost 0 ob začetku in 1 ob koncu hidratacije).

Figure 2.2: Model of concrete's composition and its changing due to hydration of cement (Γ_{hydr} denotes hydration degree which is 0 at the beginning and 1 at the end of the hydration process).

Prikazan model poroznega materiala sta razvila Lewis in Schrefler [39] na osnovi teorije o hibridni mešanici [29, 30, 31]. V delu [27] je bil model prilagojen za beton, izpostavljen požaru, v delu [25] pa za sveži beton, v katerem poteka hidratacija.

V prvem razdelku tega poglavja je prikazana izpeljava osnovnih enačb termodinamike, ki jih s konstitucijskimi zakoni v drugem razdelku izrazimo z osnovnimi spremenljivkami. V tretjem razdelku je prikazano reševanje tako dobljenega sistema enačb z numeričnimi metodami, v četrtem pa vse to ilustrira nekaj numeričnih primerov. Na koncu prikazujemo še primerjamo med reševanjem popolnoma povezanega problema z dvofaznim postopkom, kjer najprej računamo povezan problem prevajanja vode in temperature, nato pa še pomike.

2.1 Osnovne enačbe termodinamike

Beton je torej večfazni material, ki ga sestavljajo trdna, tekoča in plinasta faza. Termo-hidro-mehanski model betona sestavljajo enačbe o ohranitvi mase za vse sestavne dele betona, enačba o ohranitvi energije in enačba o mehanskem ravnotežju.

V tem razdelku je prikazana izpeljava osnovnih enačb termodinamike iz makroskopske oblike, ki je izpeljana iz mikroskopske [39]. Na koncu razdelka je prikazan sistem osnovnih enačb, izbrane pa so tudi osnovne spremenljivke sistema.

Ker ni upoštevano zmrzovanje in izparevanje vode, vse enačbe veljajo na območju med lediščem in vreliščem vode.

2.1.1 Enačbe o ohranitvi mase

Splošna makroskopska oblika enačbe o ohranitvi mase za sestavni del π je [39]:

$$\frac{\overset{\pi}{D}\rho_{\pi}}{Dt} + \rho_{\pi}\operatorname{div}\mathbf{v}^{\pi} = \rho_{\pi}e^{\pi}(\rho_{\pi}), \quad (2.1)$$


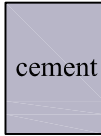


kjer je ρ_{π} navidezna gostota, \mathbf{v}^{π} hitrost in $\rho_{\pi}e^{\pi}(\rho)$ prostorninski vir mase sestavnega dela π . Navidezno gostoto sestavnega dela π ρ_{π} lahko izrazimo z dejansko gostoto sestavnega dela π ρ^{π} kot:

$$\rho_{\pi} = \eta^{\pi}\rho^{\pi}, \quad (2.2)$$

kjer je η^{π} volumski delež sestavnega dela π . Razlika med navidezno in dejansko gostoto sestavnega dela materiala je ilustrirana s primerom betonske mešanice v preglednici 2.1.

Preglednica 2.1: Razlika med navidezno ρ_{π} in dejansko gostoto ρ^{π} na primeru nesestavljenih (agregat, cement, voda) in sestavljenih materialov (beton).

Table 2.1: Difference between the apparent ρ_{π} and intrinsic density ρ^{π} on the example of monolithic (aggregate, cement, water) and composite materials (concrete).

Material	shematski prikaz	sestavina	ρ^{π} [kg/m ³]	η^{π}	ρ_{π} [kg/m ³]
agregat		agregat (agg)	$\rho^{\text{agg}} = 2400$	$\eta^{\text{agg}} = 1$	$\rho_{\text{agg}} = 2400$
cement		cement (cem)	$\rho^{\text{cem}} = 3100$	$\eta^{\text{cem}} = 1$	$\rho_{\text{cem}} = 3100$
voda		voda (w)	$\rho^{\text{w}} = 1000$	$\eta^{\text{w}} = 1$	$\rho_{\text{w}} = 1000$
beton		agregat (agg) cement (cem) voda (w) skupaj	$\rho^{\text{agg}} = 2400$ $\rho^{\text{cem}} = 3100$ $\rho^{\text{w}} = 1000$	$\eta^{\text{agg}} = 0.75$ $\eta^{\text{cem}} = 0.1$ $\eta^{\text{w}} = 0.15$	$\rho_{\text{agg}} = 1800$ $\rho_{\text{cem}} = 310$ $\rho_{\text{w}} = 150$ $\rho_{\text{eff}} = \rho_{\text{agg}} + \rho_{\text{cem}} + \rho_{\text{w}} = 2260$

Oznaka $\frac{\overset{\pi}{D}\varphi}{Dt}$ pomeni materialni odvod glede na premikanje delca, ki pripada sestavnemu delu π . Definiran je kot:

$$\frac{\overset{\pi}{D}\varphi}{Dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \mathbf{v}^{\pi}\operatorname{grad}\varphi. \quad (2.3)$$

Enačba o ohranitvi mase za trdni skelet

Prvi sestavni del betona je trdni skelet, ki ga sestavljajo agregat, cementna zrna in vezana voda. Če je ρ_{hydr} prostorninska masa vode, ki se porabi pri hidraciji cementa in predstavlja vir mase skeleta, ima

za skelet enačba o ohranitvi mase (2.1) obliko:

$$\frac{\overset{s}{D}\rho_s}{Dt} + \rho_s \operatorname{div} \mathbf{v}^s = \dot{\rho}_{\text{hydr}}. \quad (2.4)$$

Z n označimo poroznost betona, ki je definirana kot volumski delež kapilarnih por. Volumski delež skeleta η^s lahko tako izrazimo kot $(1 - n)$ in z enačbo (2.2) lahko izrazimo navidezno gostoto betonskega skeleta kot:

$$\rho_s = (1 - n)\rho^s. \quad (2.5)$$

Enačbo (2.4) lahko sedaj preoblikujemo kot:

$$\frac{1 - n}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D}\rho^s}{Dt} - \frac{\overset{s}{D}n}{Dt} + (1 - n) \operatorname{div} \mathbf{v}^s = \frac{\dot{\rho}_{\text{hydr}}}{\rho^s}. \quad (2.6)$$

Enačba o ohranitvi mase za tekočo vodo

Drugi sestavni del betona je voda v tekočem agregatnem stanju, to je prosta, nevezana voda. Njena količina se zmanjšuje zaradi hidratacije in zaradi izparevanja. Če označimo prostorninsko maso vodne pare z ρ_{vap} , dobi enačba o ohranitvi mase za tekočo vodo naslednjo obliko:

$$\frac{\overset{w}{D}\rho_w}{Dt} + \rho_w \operatorname{div} \mathbf{v}^w = -\dot{\rho}_{\text{hydr}} - \dot{\rho}_{\text{vap}}. \quad (2.7)$$

Hitrost tekoče vode \mathbf{v}^w lahko napišemo kot vsoto $\mathbf{v}^s + \mathbf{v}^{\text{ws}}$, kjer je \mathbf{v}^{ws} relativna hitrost tekoče vode glede na trdni skelet. Tako lahko ob upoštevanju definicije materialnega odvoda (2.3) enačbo (2.7) preoblikujemo najprej v:

$$\frac{\overset{s}{D}\rho_w}{Dt} + \mathbf{v}^{\text{ws}} \operatorname{grad} \rho_w + \rho_w \operatorname{div}(\mathbf{v}^s + \mathbf{v}^{\text{ws}}) = -\dot{\rho}_{\text{hydr}} - \dot{\rho}_{\text{vap}} \quad (2.8)$$

in nato v:

$$\frac{\overset{s}{D}\rho_w}{Dt} + \operatorname{div}(\rho_w \mathbf{v}^{\text{ws}}) + \rho_w \operatorname{div}(\mathbf{v}^s) = -\dot{\rho}_{\text{hydr}} - \dot{\rho}_{\text{vap}} \quad (2.9)$$

S S_w označimo stopnjo zasičenosti por z vodo in z enačbo (2.2) lahko navidezno gostoto tekoče vode izrazimo kot:

$$\rho_w = n S_w \rho^w. \quad (2.10)$$

Iz enačbe o ohranitvi mase za trdni skelet (2.6) izrazimo $\frac{\overset{s}{D}n}{Dt}$ in vstavimo v enačbo o ohranitvi mase tekoče vode (2.9). Ob upoštevanju enačbe (2.10) dobimo:

$$\begin{aligned} \frac{(1 - n)}{\rho^s} \frac{\overset{s}{D}\rho^s}{Dt} + \frac{n}{\rho^w} \frac{\overset{s}{D}\rho^w}{Dt} + \frac{n}{S_w} \frac{\overset{s}{D}S_w}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{v}^s + \frac{1}{S_w \rho^w} \operatorname{div}(n S_w \rho^w \mathbf{v}^{\text{ws}}) = \\ \frac{-\dot{\rho}_{\text{hydr}} - \dot{\rho}_{\text{vap}}}{S_w \rho^w} + \frac{\dot{\rho}_{\text{hydr}}}{\rho^s}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

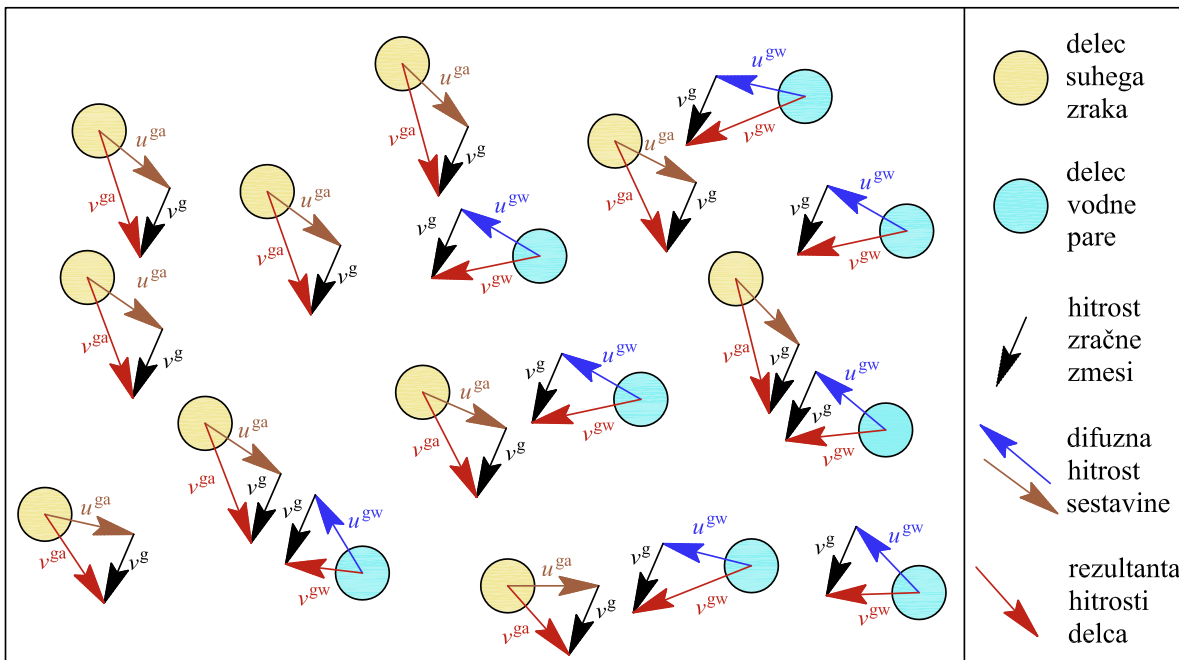
Enačba o ohranitvi mase za suh zrak

Tretji sestavni del betona je suh zrak. Ker nima nobenih ponorov ali virov mase, ima enačba o ohranitvi njegove mase obliko:

$$\frac{\overset{\text{ga}}{D}\rho_{\text{ga}}}{Dt} + \rho_{\text{ga}}\text{div}\mathbf{v}^{\text{ga}} = 0. \quad (2.12)$$

Suh zrak tvori skupaj z vodno paro mešanico plinov, v kateri se plina zaradi difuzije mešata, zato imajo delci plina eden glede na drugega neko hitrost, ki jo imenujemo difuzna hitrost. Difuzno hitrost suhega zraka v zraku označimo \mathbf{u}^{ga} , difuzno hitrost vodne pare v zraku pa \mathbf{u}^{gw} . Poleg tega se plinska zmes kot celota premika s hitrostjo težišča \mathbf{v}^{g} . Kot je prikazano na sliki 2.3, je hitrost delca zraka, ki pripada sestavini zmesi π , vsota obeh hitrosti:

$$\mathbf{v}^{\text{g}\pi} = \mathbf{v}^{\text{g}} + \mathbf{u}^{\text{g}\pi}. \quad (2.13)$$



Slika 2.3: Hitrost delca plina v področju mešanja vodne pare in suhega zraka.

Figure 2.3: Velocity of a small part of gas in the area where water vapour and dry air mix.

Če ob enačbi (2.13) upoštevamo še definicijo materialnega odvoda (2.3), dobi enačba (2.12) obliko:

$$\frac{\overset{\text{g}}{D}\rho_{\text{ga}}}{Dt} + \text{div}(\rho_{\text{ga}}\mathbf{u}^{\text{ga}}) + \rho_{\text{ga}}\text{div}\mathbf{v}^{\text{g}} = 0, \quad (2.14)$$

pri čemer lahko $\rho_{\text{ga}}\mathbf{u}^{\text{ga}}$ označimo z \mathbf{J}_d^{ga} , ki pomeni difuzni masni tok molekul suhega zraka v celotnem zraku.

Če napišemo hitrost zraka \mathbf{v}^{g} kot vsoto $\mathbf{v}^{\text{s}} + \mathbf{v}^{\text{gs}}$, kjer je \mathbf{v}^{gs} relativna hitrost zraka glede na trdni skelet, ob ponovnem upoštevanju enačbe (2.3) enačbo (2.14) napišemo kot:

$$\frac{\overset{\text{g}}{D}\rho_{\text{ga}}}{Dt} + \text{div}(\rho_{\text{ga}}\mathbf{v}^{\text{gs}}) + \text{div}\mathbf{J}_d^{\text{ga}} + \rho_{\text{ga}}\text{div}\mathbf{v}^{\text{s}} = 0. \quad (2.15)$$

Če navidezno gostoto suhega zraka izrazimo z dejansko kot

$$\rho_{ga} = n(1 - S_w)\rho^{ga} \quad (2.16)$$

in v enačbo (2.15) vstavimo masno enačbo za trdni skelet (2.6), dobimo:

$$\begin{aligned} \frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\dot{D}\rho^s}{Dt} + \frac{n}{\rho^{ga}} \frac{\dot{D}\rho^{ga}}{Dt} - \frac{n}{1-S_w} \frac{\dot{D}S_w}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{v}^s + \frac{1}{(1-S_w)\rho^{ga}} \operatorname{div} \mathbf{J}_d^{ga} + \\ \frac{1}{(1-S_w)\rho^{ga}} \operatorname{div} (n(1-S_w)\rho^{ga} \mathbf{v}^{gs}) = \frac{\dot{\rho}_{hydr}}{\rho^s}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Enačba o ohranitvi mase za vodno paro

Za zadnji sestavni del betona, vodno paro, katere edini vir je izparevanje, ima enačba o ohranitvi mase obliko:

$$\frac{\dot{D}\rho_{gw}^{gw}}{Dt} + \rho_{gw} \operatorname{div} \mathbf{v}^{gw} = \dot{\rho}_{vap}. \quad (2.18)$$

Če v to enačbo vstavimo masno enačbo za trdni skelet (2.6), dobimo na enak način kot za suh zrak enačbo:

$$\begin{aligned} \frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\dot{D}\rho^s}{Dt} + \frac{n}{\rho^{gw}} \frac{\dot{D}\rho^{gw}}{Dt} - \frac{n}{1-S_w} \frac{\dot{D}S_w}{Dt} + \operatorname{div} \mathbf{v}^s + \frac{1}{(1-S_w)\rho^{gw}} \operatorname{div} \mathbf{J}_d^{gw} + \\ \frac{1}{(1-S_w)\rho^{gw}} \operatorname{div} (n(1-S_w)\rho^{gw} \mathbf{v}^{gs}) = \frac{\dot{\rho}_{vap}}{(1-S_w)\rho^{gw}} + \frac{\dot{\rho}_{hydr}}{\rho^s}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

kjer je \mathbf{J}_d^{gw} difuzni masni tok molekul vodne pare v celotnem zraku.

2.1.2 Enačba o ohranitvi energije

Potem ko smo zanemarili člene, ki se nanašajo na sipanje viskozne energije in mehansko delo, ki ga povzročajo spremembe gostote in spremembe deležev posameznih sestavnih delov betona, ima enačba o ohranitvi energije za π -ti sestavni del betona obliko [39]:

$$\rho_\pi C_p^\pi \frac{\dot{D}T^\pi}{Dt} = \rho_\pi h^\pi - \operatorname{div} \mathbf{q}^\pi + \rho_\pi R_H^\pi - \rho_\pi e^\pi(\rho) H^\pi, \quad (2.20)$$

kjer je C_p^π specifična toplota, T^π temperatura, $\rho_\pi h^\pi$ volumski vir toplote, \mathbf{q}^π toplotni tok in H^π specifična izparilna toplota sestavnega dela π . Člen $\rho_\pi R_H^\pi$ predstavlja izmenjavo energije med sestavnimi deli betona, zato za vse sestavne dele betona v neki točki velja:

$$\sum_{\pi} \rho_\pi R_H^\pi = 0. \quad (2.21)$$

Poleg tega predpostavimo, da v vsaki točki obstaja lokalno termodinamično ravnovesje, kar pomeni tudi, da je temperatura posameznih sestavnih delov v določeni točki enaka, to je $T^s = T^w = T^g = T$. Če predpostavimo še, da je celotni toplotni tok enak vsoti toplotnih tokov po posameznih sestavnih delih $\mathbf{q} = \mathbf{q}^s + \mathbf{q}^w + \mathbf{q}^g$, upoštevamo definicijo materialnega odvoda (2.3), izrazimo navidezne gostote z

dejanskimi (2.5, 2.10 in 2.16) in napišemo enačbo o ohranitvi energije za beton kot vsoto enačb njenih sestavnih delov (2.20), dobimo:

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} \frac{\overset{\text{S}}{D}T}{Dt} + (n S_w \rho^w C_p^w \mathbf{v}^{ws} + n(1 - S_w) \rho^g C_p^g \mathbf{v}^{gs}) \text{grad}T + \text{div} \mathbf{q} = \dot{\rho}_{\text{hydr}} \Delta H_{\text{hydr}} - \dot{\rho}_{\text{vap}} \Delta H_{\text{vap}}, \quad (2.22)$$

kjer je ΔH_{hydr} specifična hidratacijska toplota, ΔH_{vap} specifična izparilna toplota vode, ρ_{vap} prostorninska masa izparjene vode, toplotna kapaciteta $(\rho C_p)_{\text{eff}}$ pa je definirana kot:

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} = (1 - n) \rho^s C_p^s + n S_w \rho^w C_p^w + n(1 - S_w) \rho^g C_p^g. \quad (2.23)$$

2.1.3 Ravnotežna enačba

Podobno kot enačbo o ohranitvi energije tudi ravnotežno enačbo dobimo tako, da seštejemo ravnotežne enačbe za vse sestavne dele betona. Ko zanemarimo vztrajnostne sile, ima ravnotežna enačba za beton obliko [39]:

$$\text{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = 0, \quad (2.24)$$

kjer je $\boldsymbol{\sigma}$ tenzor napetosti, \mathbf{g} težnostni pospešek in ρ gostota betona, ki jo izračunamo kot vsoto navideznih gostot njegovih sestavnih delov:

$$\rho = \rho_s + \rho_w + \rho_g = (1 - n) \rho^s + n S_w \rho^w + n(1 - S_w) \rho^g. \quad (2.25)$$

2.1.4 Sistem osnovnih enačb termodinamike

Ker smo enačbo o ohranitvi mase za trdni skelet vstavili v enačbe o ohranitvi mase za tekočo vodo, suh zrak in vodno paro, imamo tri enačbe o ohranitvi mase (2.11, 2.17 in 2.19), enačbo o ohranitvi energije (2.22) in ravnotežno enačbo (2.24), ki jo sestavlja toliko enačb, kolikor dimenzij ima obravnavani problem.

Sedaj iz enačbe o ohranitvi mase za tekočo vodo (2.11) izrazimo $\dot{\rho}_{\text{vap}}$ in ga vstavimo v enačbo o ohranitvi mase za vodno paro (2.19) in v enačbo o ohranitvi energije (2.22). Tako dobimo sistem treh enodimen-

zijskih in ene večdimenzijske enačbe:

$$\begin{aligned} & \frac{(1-n)(1-S_w)\rho^{\text{ga}} \dot{D}\rho^{\text{s}}}{\rho^{\text{s}}} + n(1-S_w)\frac{\dot{D}\rho^{\text{ga}}}{Dt} - n\rho^{\text{ga}}\frac{\dot{D}S_w}{Dt} + (1-S_w)\rho^{\text{ga}}\text{div}\mathbf{v}^{\text{s}} + \\ & \text{div}(\mathbf{J}_d^{\text{ga}}) + \text{div}(n(1-S_w)\rho^{\text{ga}}\mathbf{v}^{\text{gs}}) = \frac{(1-S_w)\rho^{\text{ga}}}{\rho^{\text{s}}}\dot{\rho}_{\text{hydr}}, \\ & \frac{(1-n)((1-S_w)\rho^{\text{gw}} + S_w\rho^{\text{w}})\dot{D}\rho^{\text{s}}}{\rho^{\text{s}}} + nS_w\frac{\dot{D}\rho^{\text{w}}}{Dt} + n(1-S_w)\frac{\dot{D}\rho^{\text{gw}}}{Dt} + n(\rho_w - \rho_{\text{gw}})\frac{\dot{D}S_w}{Dt} + \\ & (\rho_w S_w + \rho_{\text{gw}}(1-S_w))\text{div}\mathbf{v}^{\text{s}} + \text{div}(\mathbf{J}_d^{\text{gw}}) + \text{div}(n(1-S_w)\rho^{\text{gw}}\mathbf{v}^{\text{gs}}) + \\ & \text{div}(nS_w\rho^{\text{w}}\mathbf{v}^{\text{ws}}) = \frac{S_w\rho^{\text{w}} + (1-S_w)\rho^{\text{gw}} - \rho^{\text{s}}}{\rho^{\text{s}}}\dot{\rho}_{\text{hydr}}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} & (\rho C_p)_{\text{eff}}\frac{\dot{D}T}{Dt} + (nS_w\rho^{\text{w}}C_p^{\text{w}}\mathbf{v}^{\text{ws}} + n(1-S_w)\rho^{\text{g}}C_p^{\text{g}}\mathbf{v}^{\text{gs}})\text{grad}T + \text{div}\mathbf{q} - \rho_w S_w \text{div}\mathbf{v}^{\text{s}}\Delta H_{\text{vap}} - \\ & \left(\frac{(1-n)S_w\rho^{\text{w}}\dot{D}\rho^{\text{s}}}{\rho^{\text{s}}} + nS_w\frac{\dot{D}\rho^{\text{w}}}{Dt} \right) \Delta H_{\text{vap}} - n\rho_w\frac{\dot{D}S_w}{Dt}\Delta H_{\text{vap}} - \\ & \text{div}(nS_w\rho^{\text{w}}\mathbf{v}^{\text{ws}})\Delta H_{\text{vap}} = \dot{\rho}_{\text{hydr}}\Delta H_{\text{hydr}} - \frac{S_w\rho^{\text{w}} - \rho^{\text{s}}}{\rho^{\text{s}}}\Delta H_{\text{vap}}, \end{aligned}$$

$$\text{div}\boldsymbol{\sigma} + \rho\mathbf{g} = 0.$$

2.1.5 Osnovne spremenljivke

Izbira vektorja pomikov \mathbf{u} , temperature T in zračnega tlaka p^{s} je razumljiva in običajna, težje pa je izbrati osnovno spremenljivko, s katero bomo opisali stanje tekoče vode in vodne pare. V ta namen bi lahko uporabili različne količine, na primer relativno vlažnost, parni tlak, stopnjo zasičenosti por z vodo ali pa kapilarni tlak. Relativno vlažnost je sicer najlažje meriti, vendar pa njena uporaba povzroči numerične težave pri stanju, ko so pore skoraj popolnoma napolnjene z vodo [25]. Podobno se zgodi, če izberemo parni tlak. Gawin s sodelavci [25, 27] je za osnovno spremenljivko izbral kapilarni tlak p^{c} , s čimer je dosegel dobro numerično stabilnost modela. Poleg tega je kapilarni tlak neposredno povezan z napetostnim stanjem betona.

Za ravnovesno stanje kapilarne vode in vodne pare v porah velja Kelvinov zakon:

$$\ln\left(\frac{p^{\text{gw}}}{p^{\text{gws}}}\right) = -\frac{p^{\text{c}}}{\rho^{\text{w}}RT}M_w, \quad (2.27)$$

kjer je p^{gws} zasičen vodni tlak, M_w molska masa vode in R splošna plinska konstanta. Če v porah ni vode, lahko definiramo vodni potencial Ψ_c kot

$$\Psi_c = \frac{RT}{M_w} \ln\left(\frac{p^{\text{gw}}}{p^{\text{gws}}}\right). \quad (2.28)$$

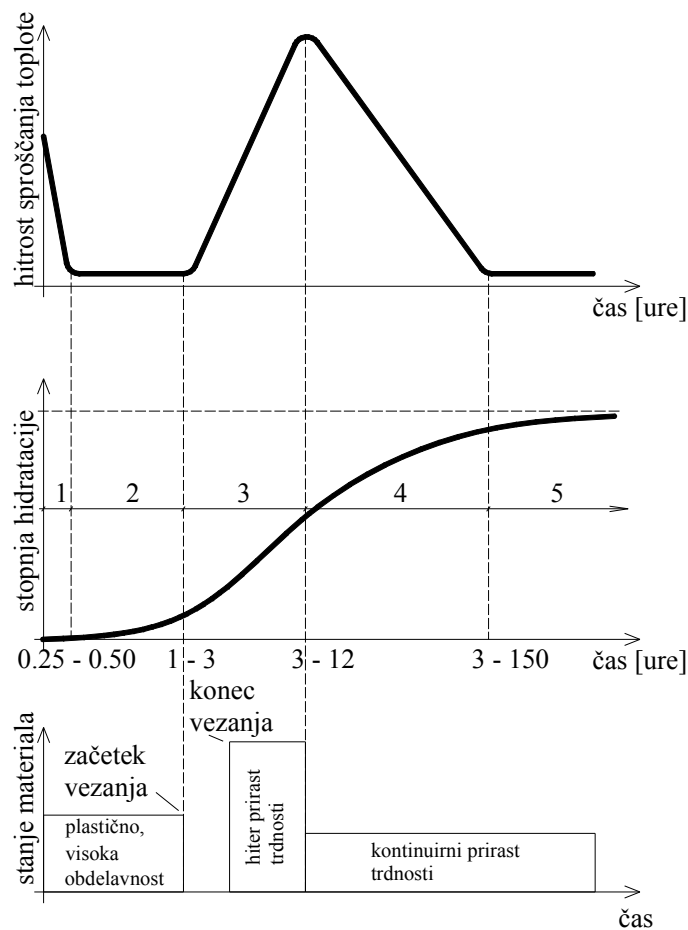
Če primerjamo enačbi (2.27) in (2.28), lahko formalno definiramo kapilarni tlak tudi za stanje, ko v porah ni vode kot $p^{\text{c}} = -\Psi_c\rho^{\text{w}}$. Tako je kapilarni tlak p^{c} definiran po vsem območju vlažnosti in ga lahko izberemo za osnovno spremenljivko.

2.2 Konstitucijski zakoni

V prejšnjem poglavju smo predstavili osnovne enačbe termodinamike in izbrali njihove osnovne spremenljivke. Te so z ostalimi količinami, ki v njih nastopajo, povezane preko konstitucijskih zakonov, predstavljenih v tem poglavju po med seboj povezanih področjih.

2.2.1 Hidratacija cementsa

Hidratacija cementsa je kemijska reakcija, pri kateri cementna zrna reagirajo z vodo in tako skupaj z betonskim agregatom tvorijo trdno fazo v strukturi materiala. Pri njenem poteku se sprošča hidrationska toplota, ki jo med drugim lahko izmerimo z adiabatnim ali poladiabatnim poskusom. Končni rezultat obeh poskusov je adiabatna krivulja, s katero opišemo naraščanje temperature betona zaradi hidrationske cementsa v popolnoma izoliranih, to je adiabatnih pogojih. Na sliki 2.4 vidimo, da se hidrationska toplota ne sprošča enakomerno, ampak začetni umirjeni fazi (oznaki 1 in 2) sledi obdobje intenzivne hidrationske (oznaka 3), po katerem hidrationska poteka vedno počasneje (oznaki 4 in 5).



Slika 2.4: Faze hidrationskega procesa [48, 45].

Figure 2.4: Stages during the hydration process [48, 45].

Stopnjo hidrationske Γ_{hydr} lahko definiramo na več načinov. Tu jo bomo opredelili kot razmerje med prostorninsko maso hidratirane (kemijsko vezane) vode ρ_{hydr} in prostorninsko maso kemijsko vezane vode po končani hidrationski $\rho_{\text{hydr}}^{\infty}$. Če predpostavimo, da je specifična hidrationska toplota konstanta

med celotnim procesom hidratacije, lahko stopnjo hidratacije izrazimo tudi kot razmerje med toploto, sproščeno zaradi hidratacije v nekem trenutku Q_{hydr} , in celotno hidratacijsko toploto Q_{hydr}^{∞} :

$$\Gamma_{\text{hydr}} = \frac{\rho_{\text{hydr}}}{\rho_{\text{hydr}}^{\infty}} = \frac{\rho_{\text{hydr}} \Delta H_{\text{hydr}}}{\rho_{\text{hydr}}^{\infty} \Delta H_{\text{hydr}}} = \frac{Q_{\text{hydr}}}{Q_{\text{hydr}}^{\infty}}, \quad (2.29)$$

pri čemer lahko časovni odvod hidratacijske toplote betona v primeru, ko se njegova temperatura spreminja le zaradi hidratacije, izrazimo kot:

$$\dot{Q}_{\text{hydr}} = (\rho C_p)_{\text{eff}} \dot{T}. \quad (2.30)$$

Če predpostavimo, da je toplotna kapaciteta pri adiabatnem poskusu konstantna, lahko časovni odvod stopnje hidratacije v adiabatnih pogojih izrazimo kot:

$$\dot{\Gamma}_{\text{hydr}}^{\text{ad}} = \frac{\dot{T}^{\text{ad}}}{T_{\infty}^{\text{ad}} - T_0^{\text{ad}}}, \quad (2.31)$$

kjer s T^{ad} označimo eksperimentalno določen potek adiabatne krivulje, s T_{∞}^{ad} končno (najvišjo) temperaturo adiabatne krivulje in s T_0^{ad} začetno temperaturo adiabatne krivulje.

Ker v naravi ne moremo doseči popolnoma izoliranega stanja, ki ga opisuje adiabatna krivulja, sproščanje toplote popravimo z zrelostno funkcijo [14, 25]. Ta opiše dejstvo, da kemijska reakcija ob višji temperaturi reaktantov poteka hitreje kot ob nižji. V tem modelu smo uporabili Arrheniusovo zrelostno funkcijo [14, 25]. Za časovni odvod stopnje hidratacije tako velja:

$$\dot{\Gamma}_{\text{hydr}} = \frac{\dot{T}^{\text{ad}}}{T_{\infty}^{\text{ad}} - T_0^{\text{ad}}} \exp\left(\frac{E_a}{R \frac{(\rho C_p)^{\text{ad}} T^{\text{ad}}}{(\rho C_p)_{\text{eff}}}}\right) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right), \quad (2.32)$$

kjer je E_a aktivacijska energija.

Za poenostavitev numeričnega računa eksperimentalno določeno adiabatno krivuljo aproksimiramo z matematično funkcijo. V delu [2] je adiabatna krivulja modelirana s funkcijo sigmoidne oblike:

$$T^{\text{ad}} = a_a + b_a \exp\left(-\left(c_a/t\right)^{d_a}\right), \quad (2.33)$$

kjer so a_a , b_a , c_a in d_a materialni parametri, določeni iz rezultatov adiabatnega poskusa po metodi najmanjših kvadratov.

V delu [14] sta z matematično funkcijo A_{Γ} aproksimirana prva dva faktorja enačbe (2.32):

$$A_{\Gamma} = A_1 \left(A_2 / \kappa_{\infty} + \kappa_{\infty} \Gamma_{\text{hydr}} \right) (1 - \Gamma_{\text{hydr}}) \exp(-\eta \Gamma_{\text{hydr}}), \quad (2.34)$$

pri čemer so A_1 , A_2 in η parametri, določeni iz adiabatne krivulje, κ_{∞} pa je razmerje med končno količino vode, ki reagira, in teoretično količino vode, ki bi reagirala, če se bi v reakciji porabil ves cement. Določimo ga po enačbi [14]:

$$\kappa_{\infty} = \frac{1.031w/c}{0.194 + w/c}, \quad (2.35)$$

kjer je w/c vodocementno razmerje.

Na hitrost hidratacije cementa pa ne vplivata le adiabatsna krivulja betonske mešanice in njena dejanska temperatura, ampak tudi količina vlage v betonu. Ta je odvisna od relativne vlažnosti zraka v porah p^{gw}/p^{gws} , njen vpliv pa zajamemo z izrazom (a_h je materialni parameter):

$$\beta_\varphi = \left(1 + a_h^4 \left(1 - \frac{p^{gw}}{p^{gws}} \right)^4 \right)^{-1}, \quad (2.36)$$

s katerim pomnožimo enačbo (2.32). Stopnjo hidratacije z upoštevanjem vpliva vlažnosti tako izračunamo kot:

$$\dot{\Gamma}_{\text{hydr}} = A_\Gamma \beta_\varphi \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right). \quad (2.37)$$

Da bi lahko iz enačbe (2.29) izračunali $\dot{\rho}_{\text{hydr}}$, potrebujemo prostorninsko maso kemijsko vezane vode ob končani hidrataciji $\rho_{\text{hydr}}^\infty$. Če imamo v betonski mešanici dovolj vode, da reagira ves cement, potem se na 100 g cementa CEM I veže 39.3 g vode [11]. Ker v betonski mešanici običajno ni dovolj vode in del cementa ostane nepovezan, moramo to vrednost pomnožiti s faktorjem κ_∞ (2.35). Če z ρ_{cem} označimo maso cementa v kubičnem metru betona, lahko $\dot{\rho}_{\text{hydr}}$ izračunamo po enačbi:

$$\dot{\rho}_{\text{hydr}} = \rho_{\text{hydr}}^\infty \dot{\Gamma}_{\text{hydr}} = 0.23 \kappa_\infty \rho_{\text{cem}} \dot{\Gamma}_{\text{hydr}}. \quad (2.38)$$

Iz enačb (2.29, 2.30, 2.38) lahko specifično hidratacijsko toploto izračunamo kot:

$$\Delta H_{\text{hydr}} = \frac{(\rho C_p)^{\text{ad}} T_\infty^{\text{ad}}}{\rho_{\text{hydr}}^\infty}. \quad (2.39)$$

2.2.2 Poroznost

Poroznost (tudi kapilarna poroznost) je definirana kot volumski delež kapilarnih por v betonu [37]. Z napredovanjem hidratacijske reakcije ima beton vedno gostejšo strukturo in njegova poroznost se manjša. V delu [28] je za poroznost cementne paste n^{cem} predlagan empirični izraz:

$$n^{\text{cem}} = 1 - \frac{1 + 1.31 \Gamma_{\text{hydr}}}{1 + 3.2w/c}. \quad (2.40)$$

Da bi dobili poroznost betona n , moramo poroznost cementne paste pomnožiti z volumskim deležem cementne paste v betonu:

$$n = n^{\text{cem}} \left(\frac{\rho_{\text{cem}}}{\rho_{\text{cem}}} + \frac{\rho_w}{\rho_w} \right), \quad (2.41)$$

kjer je ρ^{cem} gostota cementa, ρ_w pa začetna masa vode v kubičnem metru betona.

2.2.3 Gostote, tlaki in molske mase

Gostota tekoče vode je odvisna od njene temperature. To odvisnost lahko opišemo z linearno enačbo:

$$\rho^w = \rho^{w0} (1 - \beta_w T), \quad (2.42)$$

kjer $\rho^{w0} = 999.84 \text{ kg/m}^3$ gostota vode pri 0°C , T je temperatura v $^\circ\text{C}$, $\beta_w = 207 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ pa je koeficient toplotnega raztezanja vode. Enačba velja of temperature 0°C naprej, zanemari pa dejstvo, da je gostota vode največja pri 4°C .

Podobno se gostoto trdnega skeleta v odvisnosti od temperature opišemo z enačbo:

$$\rho^s = \rho^{s0}(1 - \beta_s T), \quad (2.43)$$

kjer je ρ^{s0} gostota trdnega skeleta pri 0°C , β_s pa je koeficient toplotnega raztezanja trdnega skeleta.

Kapilarni tlak je definiran kot razlika med tlakom plinaste in tekoče faze [39]. V našem primeru je plinasta faza zračna zmes in je njen tlak p^g , tekoča faza pa je voda s tlakom p^w . Tako lahko tlak vode v porah zapišemo kot:

$$p^w = p^g - p^c. \quad (2.44)$$

Zrak v porah obravnavamo kot mešanico dveh idealnih plinov, za katere velja, da je tlak mešanice enak vsoti delnih tlakov njenih sestavin. V obravnavanem primeru je zrak sestavljen iz suhega zraka in vodne pare, zato lahko delni tlak suhega zraka p^{ga} izračunamo po enačbi:

$$p^{ga} = p^g - p^{gw}, \quad (2.45)$$

kjer je p^{gw} delni tlak vodne pare (tudi parni tlak). Izračunamo ga s Kelvinovim zakonom

$$p^{gw} = p^{gws} \exp\left(-\frac{p^c}{\rho^w} \frac{M_w}{R(T + 273)}\right), \quad (2.46)$$

pri čemer je $M_w = 18 \text{ kg/kmol}$ molska masa vode, $R = 8314.47 \text{ J/K/kmol}$ splošna plinska konstanta in p^{gws} zasičen vodni tlak, ki ga izračunamo po empirični enačbi:

$$p^{gws} = 618.8710^{-\frac{7.5T}{T+237}}, \quad (2.47)$$

kjer je tlak v Pa.

Ker zrak obravnavamo kot idealni plin, lahko tudi njegovo gostoto izračunamo kot vsoto njegovih sestavnih delov, to je $\rho^g = \rho^{ga} + \rho^{gw}$. Gostoto π -tega plina izračunamo po enačbi:

$$\rho^\pi = \frac{p^\pi M_\pi}{(T + 273)R}. \quad (2.48)$$

Molsko maso zraka M_g dobimo iz enačbe:

$$M_g = \left(\frac{\rho^{gw}}{\rho^g M_w} + \frac{\rho^{ga}}{\rho^g M_a}\right)^{-1}, \quad (2.49)$$

kjer je $M_a = 29 \text{ kg/kmol}$ molska masa suhega zraka.

2.2.4 Sorpcijske izoterme

Sorpcijske izoterme opisujejo zvezo med količino vode v betonu in relativno vlažnostjo zraka v porah. Gawin s sodelavci [25] je za njen opis uporabil enačbo, ki jo je predlagal Baroghel-Bouny s sodelavci [4]:

$$S_w = \left(1 + \left(\frac{p^c}{a_s}\right)^{b_s/(b_s-1)}\right)^{-1/b_s}, \quad (2.50)$$

kjer sta a_s in b_s materialna parametra, ki ju moramo eksperimentalno določiti za ves razpon temperatur in za vsako betonsko mešanico, ki jo želimo modelirati. Ker je tak eksperiment težko izvesti, je Davie s sodelavci [18] predlagal drug izraz:

$$nS_w = \begin{cases} \frac{\rho_{cem}}{\rho^w} \left(\frac{n_0 \rho_0^w p^{gw}}{\rho_{cem} p^{gws}} \right)^{1/m} & \text{za } \frac{p^{gw}}{p^{gws}} \leq 0.96 \\ a \left(\frac{p^{gw}}{p^{gws}} \right)^3 + b \left(\frac{p^{gw}}{p^{gws}} \right)^2 + c \frac{p^{gw}}{p^{gws}} + d & \text{za } 0.96 < \frac{p^{gw}}{p^{gws}} < 1 \\ n & \text{za } \frac{p^{gw}}{p^{gws}} = 1 \end{cases}, \quad (2.51)$$

$$m = 1.04 - \frac{(T + 10)^2}{(T + 10)^2 + 22.3(25 + 10)^2},$$

kjer je ρ_0^w začetna gostota vode in so a , b , c in d parametri, določeni tako, da je S_w zvezno odvedljiva funkcija p^{gw}/p^{gws} . Če za premostitev intervala od 96 % do 100 % relativne vlažnosti uporabimo polinom, je lahko stopnja zasičenosti večja od 1, kar je fizikalno nemogoče in lahko povzroči numerične težave. Zato smo ta izraz nadomestili z:

$$S_w = 1 - c \exp \left(-a \left(\frac{1}{1 - p^{gw}/p^{gws}} \right)^b \right), \quad (2.52)$$

kjer so a , b in c parametri, določeni na način, da je S_w zvezno odvedljiva funkcija p^{gw}/p^{gws} . Ta funkcija je taka, da doseže vrednost 1 pri $p^{gw}/p^{gws} = 1$.

2.2.5 Gibanje tekočin

Čeprav je struktura betona zelo kompleksna, saj vsebuje tako velike razpoke kot tudi mikropore, lahko povprečni tok tekočin še vedno opišemo z Darcyjevim zakonom:

$$nS_\pi \mathbf{v}^{\pi s} = -\frac{k^{r\pi} \mathbf{k}}{\mu^\pi} (\text{grad} p^\pi - \rho^\pi \mathbf{g}), \quad (2.53)$$

kjer π označuje bodisi zrak (g) ali vodo (w), S_g je stopnja zasičenosti z zrakom in je $1 - S_w$, \mathbf{k} je tenzor prepustnosti in je materialna karakteristika, $k^{r\pi}$ in μ^π označujejo relativno prepustnost in dinamično viskoznost zraka in tekoče vode ter jih izračunamo po enačbah [24, 33]:

$$k^{rw} = \sqrt{S_w} \left(1 - \left(1 - S_w^{1/m} \right)^m \right)^2, \quad (2.54)$$

$$k^{rg} = \sqrt{1 - S_w} \left(1 - S_w^{1/m} \right)^{2m}, \quad (2.55)$$

$$\mu_w = 0.6612(T + 44.15)^{-1.562}, \quad (2.56)$$

$$\mu_g = \mu_{gw} + (\mu_{ga} - \mu_{gw}) \left(\frac{p^{ga}}{p^g} \right)^{0.608}, \quad (2.57)$$

$$\mu_{gw} = 8.85 \cdot 10^{-6} + 3.53 \cdot 10^{-8} T, \quad (2.58)$$

$$\mu_{ga} = 17.17 \cdot 10^{-6} + 4.73 \cdot 10^{-8} T + 2.22 \cdot 10^{-11} T^2, \quad (2.59)$$

kjer dinamično viskoznost μ_π merimo v Pa s, m je $1/b_s$, pri čemer je b_s enak 2.27 za navadni in 2.06 za visokotrni beton [4]. Vpliv razpok, ki nastanejo zaradi velikih nateznih napetosti, na prepustnost v modelu ni upoštevan.

Za opis mešanja delcev suhega zraka in vodne pare v zračni mešanici uporabimo Fickov zakon, napisan kot [25, 33, 39]:

$$\mathbf{J}_d^{\text{gw}} = -\rho^g \mathbf{D}_d^{\text{gw}} \text{grad} \left(\frac{\rho^{\text{gw}}}{\rho^g} \right), \quad (2.60)$$

kjer je \mathbf{D}_d^{gw} efektivni difuzijski tenzor vodne pare v zraku, ki ga izračunamo z izrazom [4, 33]:

$$\mathbf{D}_d^{\text{gw}} = \mathbf{D}_d^{\text{ga}} = n(1 - S_w) 1.87 \cdot 10^{-5} \frac{(T + 273)^{2.072}}{p^g} \frac{\delta}{\tau^2}, \quad (2.61)$$

pri čemer sta $\delta = 0.5$ in $\tau = 3$ koeficienta, s katerima upoštevamo vpliv ukrivljenost in zožanja por v betonu.

2.2.6 Prevajanje toplote

V enačbi (2.23) nastopajo specifične toplote suhega zraka, vode in vodne pare. Določimo jih v skladu z literaturo [19, 33] po naslednjih enačbah (specifična toplota je v J/kg/°C):

$$C_p^{\text{ga}} = a(T + 273)^3 + b(T + 273)^2 + c(T + 273) + d, \quad (2.62)$$

kjer so vrednosti parametrov enake: $a = -9.8494 \cdot 10^{-8}$, $b = 3.5644 \cdot 10^{-4}$, $c = -1.2162 \cdot 10^{-1}$ in $d = 1.0125 \cdot 10^3$, enačba pa velja od -70°C do 1730°C ,

$$C_p^{\text{gw}} = 7.1399(T + 273) - 443 + \left(\frac{a(T + 273)}{513.15} \right)^b, \quad (2.63)$$

kjer sta $a = 1.1377$ in $b = 29.444$, enačba velja od 20°C do 2730°C ,

$$C_p^w = 2.4768(T + 273) + 3368.2 + \left(\frac{a(T + 273)}{513.15} \right)^b, \quad (2.64)$$

kjer sta $a = 1.0854$ in $b = 31.445$, enačba pa velja od 0°C do 100°C ,

Za specifično izparilno toploto vode ΔH_{vap} predpostavimo, da je konstantna in ima vrednost $2.26 \cdot 10^6$ J/kg.

Za opis prevajanja toplote po betonu uporabimo Fourierjev zakon:

$$\mathbf{q} = -\lambda_{\text{eff}} \text{grad}T, \quad (2.65)$$

pri čemer je λ_{eff} koeficient toplotne prevodnosti in je materialna karakteristika. Beton je izotropen material, zato lahko njegovo toplotno prevodnost opišemo s skalarjem, medtem ko je za splošen, anizotropen material toplotna prevodnost tenzor.

2.2.7 Princip efektivnih napetosti in deformacije

Beton je sestavljen iz trdnega skeleta in por, ki so napolnjene z zrakom in vodo. Totalne napetosti $\boldsymbol{\sigma}$, ki so v ravnovesju z zunanjo obtežbo, so vsota napetosti, ki nastanejo v betonskem skeletu (efektivne napetosti) $\boldsymbol{\sigma}^{\text{eff}}$, in tlaka p^s , s katerim tekočine v porah pritiskajo na trdni skelet:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{\text{eff}} - \alpha p^s \mathbf{I}, \quad (2.66)$$

kjer je \mathbf{I} vektor $[1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Napetosti $\boldsymbol{\sigma}$ in $\boldsymbol{\sigma}^{\text{eff}}$ so pozitivne v nategu, p^s pa v tlaku. Vektorji napetosti (in podobno vektorji deformacij) so oblike:

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[\begin{array}{cccccc} \sigma^{xx} & \sigma^{yy} & \sigma^{zz} & \sigma^{xy} & \sigma^{xz} & \sigma^{yz} \end{array} \right]^T. \quad (2.67)$$

Z Biotovo konstanto α upoštevamo deformabilnost betonskega skeleta [27]. Definirana je kot:

$$\alpha = 1 - \frac{K_M}{K_s}, \quad (2.68)$$

kjer je K_M modul stisljivosti poroznega materiala, K_s pa modul stisljivosti trdnega dela betona. Ker je K_s mnogo večji od K_M , lahko predpostavimo, da velja $\alpha = 1$ [27].

Če z χ^{ws} označimo delež površine betonskega skeleta, ki je v stiku z vodo, in upoštevamo enačbo (2.44), lahko tlak p^s zapišemo kot:

$$p^s = (1 - \chi^{\text{ws}})p^g + \chi^{\text{ws}}p^w = (1 - \chi^{\text{ws}})p^g + \chi^{\text{ws}}(p^g - p^c) = p^g - \chi^{\text{ws}}p^c. \quad (2.69)$$

Da bi zadostili dejstvu, da je beton pri zračnem tlaku neobremenjen, dodamo na desno stran enačbe (2.69) še člen $-p^{\text{atm}}$, ki predstavlja zračni tlak v okolici betona. Tako dobimo enačbo:

$$p^s = p^g - p^{\text{atm}} - \chi^{\text{ws}}p^c. \quad (2.70)$$

Čeprav za zemljine običajno velja predpostavka, da je $\chi^{\text{ws}} = S_w$, pa ta zveza za betone ne drži, saj imajo velik delež majhnih por in veliko notranjo površino por [26]. Zato je v delu [26] zveza $\alpha\chi^{\text{ws}}(S_w)$ določena na podlagi eksperimentalnih rezultatov, ki jih je Baroghel-Bouny s sodelavci objavil v delu [4]. Ob predpostavki, da je α enak 1, smo to zvezo za beton običajnih trdnosti aproksimirali z matematično funkcijo:

$$\chi^{\text{ws}} = 0.1759 \exp \left(- \left(\frac{0.1463}{S_w} \right)^{1,391} \right). \quad (2.71)$$

Skupno deformacijo betona ϵ_{tot} lahko napišemo kot vsoto:

$$\epsilon_{\text{tot}} = \epsilon_e + \epsilon_c + \epsilon_t + \epsilon_{\text{ch}}, \quad (2.72)$$

kjer so ϵ_e elastične deformacije betonskega skeleta, ki jih povzroča tako zunanja obtežba, kot tudi sušenje, ϵ_c deformacije zaradi lezenja (te so natančneje opisane v naslednjem razdelku), ϵ_t deformacije zaradi spremembe temperature in ϵ_{ch} deformacije zaradi kemičnega krčenja. V tem modelu zanemarimo deformacije, ki nastanejo zaradi plastičnih deformacij in razpok v betonu.

Če je E trenutni modul elastičnosti betona, odvisen od stopnje hidratacije, potem velja:

$$d\boldsymbol{\sigma}^{\text{eff}} = E \mathbf{D} d\boldsymbol{\epsilon}_e + dE \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon}_e \quad (2.73)$$

kjer je \mathbf{D} togostna matrika, ki je inverzna podajnostni matriki \mathbf{G} . Za tridimenzijsko napetostno stanje ima obliko:

$$\mathbf{D} = \mathbf{G}^{-1} = \left[\begin{array}{cccccc} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1 - 2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1 - 2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 - 2\nu)/2 \end{array} \right], \quad (2.74)$$

pri čemer je ν Poissonov količnik.

Vpliv stopnje hidratacije na elastični modul betona določimo po enačbi [20, 26]:

$$E(\Gamma_{\text{hydr}}) = E(1) \left(\frac{\Gamma_{\text{hydr}} - \Gamma_{\text{hydr}}^0}{1 - \Gamma_{\text{hydr}}^0} \right)^b, \quad (2.75)$$

kjer sta Γ_{hydr}^0 in b odvisna od vrste cementa. Za CEM I velja $\Gamma_{\text{hydr}}^0 = 0.25$ in $b = 0.26$ [20].

Ker so v tem modelu elastične deformacije sorazmerne z efektivnimi napetostmi, zajamejo tudi krčenje betona zaradi sušenja. Iz enačb (2.66) in (2.70) lahko izrazimo efektivno napetost trdnega skeleta kot:

$$\boldsymbol{\sigma}^{\text{eff}} = \boldsymbol{\sigma} + \alpha(p^g - p^{\text{atm}} - \chi^{\text{ws}} p^c) \mathbf{I}. \quad (2.76)$$

Iz te enačbe lahko vidimo, da se tlačna napetost v betonskem skeletu povečuje, če se povečuje kapilarni tlak, ta pa se povečuje, če se zmanjšuje relativna vlažnost zraka v porah (2.27), oziroma, če se beton suši. Ta povečana tlačna napetost povzroči tlačno deformacijo betona, to je njegovo krčenje. Tako je krčenje betona zaradi njegovega sušenja ϵ_{sh} zajeto že v elastičnih deformacijah in ga ni treba dodatno upoštevati [26], lahko pa ga izračunamo po enačbi:

$$\epsilon_{\text{sh}} = -\frac{\alpha}{3K_M} \chi^{\text{ws}} p^c \mathbf{I}. \quad (2.77)$$

Deformacije zaradi spremembe temperature opišemo z enačbo:

$$d\boldsymbol{\epsilon}_t = \beta_s/3 dT \mathbf{I}. \quad (2.78)$$

Ker je prostornina produktov hidratacijske reakcije manjša od prostornine njenih reaktantov, pride do kemičnega krčenja. Predpostavimo, da to krčenje napreduje enako hitro kot hidratacijska reakcija. Če z β_{ch} označimo prostorninski koeficient kemičnega krčenja, ki je materialni parameter in ga lahko določimo med strjevanjem neobremenjenega betona konstantne temperature v vodi, lahko deformacijo zaradi kemičnega krčenja napišemo kot:

$$d\boldsymbol{\epsilon}_{\text{ch}} = \beta_{\text{ch}}/3 d\Gamma_{\text{hydr}} \mathbf{I}. \quad (2.79)$$

Deformacije $\boldsymbol{\epsilon}_{\text{tot}}$ izrazimo s pomiki \mathbf{u} kot:

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\text{tot}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \mathbf{L}\mathbf{u}. \quad (2.80)$$

V primeru ravninskega stanja ima enačba (2.80) obliko:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}, \quad (2.81)$$

v primeru osnosimetričnega stanja pa:

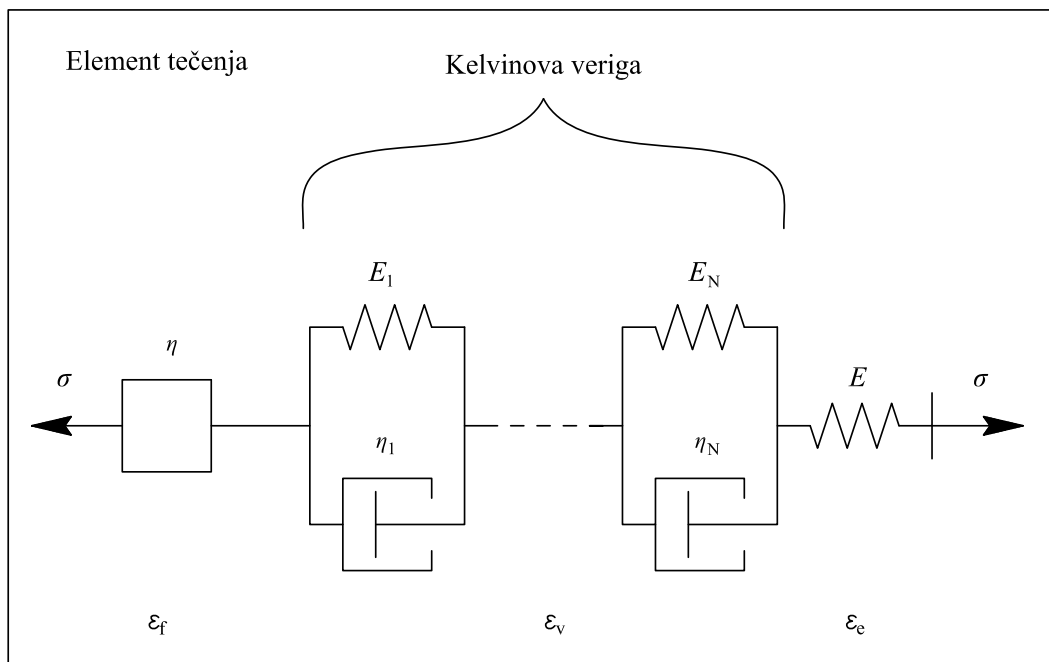
$$\begin{bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{\varphi\varphi} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_z \end{bmatrix}. \quad (2.82)$$

2.2.8 Lezenje

Za opis lezenja betona smo uporabili Bažantov model [6, 7], v katerem je deformacija zaradi lezenja sestavljena iz viskoelastičnih deformacij ϵ_v in viskoznega tečenja ϵ_f :

$$\epsilon_c = \epsilon_v + \epsilon_f. \quad (2.83)$$

Viskoelastične deformacije opisujejo lezenje betona, ki se sčasoma zmanjšuje zaradi večje togosti in viskoznosti betona zaradi napredovanja hidratacije. Viskozne deformacije opišejo dejstvo, da se lezenje pri obtežbi enake intenzitete in trajanja, ki pa je na beton nanešena ob njegovih različnih starostih, razlikuje, in sicer se z večjo starostjo betona manjša še več let, medtem ko se hidratacija po enem letu zaključí [6].



Slika 2.5: Mehanski model lezenja.
Figure 2.5: Mechanical model for creep.

Enačbe so najprej izpeljane za enoosno in nato posplošene na triosno napetostno stanje.

Viskoelastične deformacije

Lezenje betona lahko opišemo s funkcijo lezenja $J(t, t')$, ki opisuje deformacijo betona pri času t , povzročeno z enotsko napetostjo, ki bremeni beton od časa t' naprej. S principom superpozicije dobimo

enačbo:

$$\epsilon_v(t) = \int_0^t J(t, t') d\sigma(t'). \quad (2.84)$$

Da sta lahko poenostavila račun lezenja, sta Bažant in Prasannan v delu [8] predlagala, da se staranje betona opiše z večanjem volumskega deleža strjenega betona $v(t)$, pri tem pa se funkcijo lezenja $J(t, t')$, ki opisuje lezenje celotnega materiala, nadomesti s funkcijo lezenja $\Phi(t - t')$, ki opisuje lezenje strjenega dela betona. Hitrost spreminjana viskoelastične deformacije $\dot{\epsilon}_v$ tedaj izrazimo kot:

$$\dot{\epsilon}_v(t) = \frac{1}{v(t)} \int_0^t \dot{\Phi}(t - t') d\sigma(t') = \frac{\dot{\gamma}(t)}{v(t)}, \quad (2.85)$$

pri čemer je γ viskoelastična mikrodeformacija. Predpona mikro- označuje dejstvo, da je to deformacija majhnega delca, ki je sestavni del že strjenega dela betona, ni pa to deformacija betona kot celote.

Časovna integracija funkcije lezenja je računsko zahtevna, saj zahteva, da v vsakem koraku seštejemo prispevke iz vseh predhodnih časovnih korakov. Zato integral v enačbi (2.85) izrazimo kot Dirichletovo vrsto, ki si jo lahko predstavljamo kot Kelvinovo verigo vzmeti in dušilk (slika 2.5), kjer so E_μ in η_μ elastični modul in viskoznost μ -te enote verige. Če deformacijo μ -tega člena verige označimo z γ_μ , lahko diferencialne enačbe Kelvinove verige napišemo kot [9]:

$$E_\mu \gamma_\mu + \eta_\mu \dot{\gamma}_\mu = \sigma, \quad \gamma = \sum_{\mu=1}^N \gamma_\mu. \quad (2.86)$$

Ob predpostavki, da se znotraj kratkega časovnega koraka (t_k, t_{k+1}) napetost spreminja linearno, dobimo analitično rešitev enačb (2.86):

$$\begin{aligned} \gamma_\mu^{k+1} &= \gamma_\mu^k \exp(-\Delta y_\mu) + \frac{\sigma^k}{E_\mu} (1 - \exp(-\Delta y_\mu)) + \frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu} \Delta \sigma, \\ \Delta y_\mu &= \frac{\Delta t}{\tau_\mu}, \quad \lambda_\mu = \frac{1 - \exp(-\Delta y_\mu)}{\Delta y_\mu}, \end{aligned} \quad (2.87)$$

pri čemer Δx označuje spremembo količine x med časovnim korakom, $\tau_\mu = \frac{\eta_\mu}{E_\mu}$ pa so zakasnitveni časi. Ob upoštevanju enačb (2.86) in (2.87) spremembo viskoelastične mikrodeformacije zapišemo kot:

$$\Delta \gamma = \sum_{\mu=1}^N \gamma_\mu^{k+1} - \gamma_\mu^k = \Delta \sigma \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu} + \sum_{\mu=1}^N (1 - \exp(-\Delta y_\mu)) \left(\frac{\sigma^k}{E_\mu} - \gamma_\mu^k \right). \quad (2.88)$$

Če ta izraz vstavimo v enačbo (2.85), dobimo:

$$\Delta \epsilon_v = \frac{\Delta \sigma}{E''} + \Delta \epsilon'', \quad (2.89)$$

kjer je:

$$\frac{1}{E''} = \frac{1}{v^{k+1/2}} \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu}, \quad (2.90)$$

$$\Delta \epsilon'' = \frac{1}{v^{k+1/2}} \sum_{\mu=1}^N (1 - \exp(-\Delta y_\mu)) \left(\frac{\sigma^k}{E_\mu} - \gamma_\mu^k \right), \quad (2.91)$$

pri čemer se izraz $k + 1/2$ nanaša na vrednost količine na sredini časovnega koraka v logaritmskem merilu, to je pri času $t^{k+1/2} = t^0 + ((t^{k+1} - t^0)(t^k - t^0))^{1/2}$.

Z enačbami (2.87) in (2.89 – 2.91) lahko izračunamo viskoelastični del deformacije lezenja, pri čemer pa moramo poznati volumski delež strjenega betona $v(t)$ in določiti koeficiente E_μ in τ_μ Kelvinove verige. Določitev teh prikazujemo v naslednjem razdelku, za volumski delež strjenega betona pa smo enako kot Gawin s sodelavci [26] predpostavili, da je enak stopnji hidratacije:

$$v(t) = \Gamma_{\text{hydr}}. \quad (2.92)$$

Določitev koeficientov Kelvinove verige

Za Kelvinovo verigo z N enotami, je funkcija lezenja določena z Dirichletovo vrsto [12]:

$$\Phi(\xi) = \sum_{\mu=1}^N A_\mu \left(1 - \exp\left(-\frac{\xi}{\tau_\mu}\right) \right), \quad A_\mu = \frac{1}{E_\mu}, \quad \xi = t - t'. \quad (2.93)$$

Funkcijo lezenja betona določimo z eksperimentom ali pa z empiričnimi obrazci iz lastnosti betonske mešanice, nato pa moramo iz nje določiti koeficiente Kelvinove verige. Lahko jih določimo neposredno iz eksperimentalnih rezultatov z empiričnimi obrazci, ki pa veljajo le za določen tip funkcije lezenja in s tem le za nekatere betone. Poleg tega lahko iz ene eksperimentalno določene funkcije lezenja določimo več različnih skupin koeficientov, ki jo vsi dovolj dobro opišejo. Da bi se izognili tem težavam, sta Bažant in Xi [12] predlagala, da obnašanje betona modeliramo z verigo z neskončno mnogo Kelvinovimi enotami, ki imajo zakasnitvene čase neskončno blizu skupaj, in tako A_μ postane zvezni zakasnitveni spekter $L^*(\tau)$. Če definiramo $L(\tau) = \tau L^*(\tau)$, dobimo:

$$\Phi(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\tau) \left(1 - \exp\left(-\frac{\xi}{\tau}\right) \right) d(\ln\tau). \quad (2.94)$$

Iz funkcije lezenja lahko določimo zvezni zakasnitveni spekter $L(\tau)$ po formuli [12]:

$$L(\tau) = - \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{(-k\tau)^k}{(k-1)!} \Phi^{(k)}(k\tau). \quad (2.95)$$

Preprost izraz za funkcijo lezenja, ki se dobro prilagaja eksperimentalnim rezultatom, je funkcija oblike [12]:

$$\Phi(\xi) = q_2 \ln \left(1 + \left(\frac{\xi}{\lambda_0} \right)^n \right), \quad (2.96)$$

kjer so q_2 , n in λ_0 materialni parametri, ki jih določimo iz eksperimentalnih rezultatov, lahko pa jih ocenimo po priporočilih, ki sta jih Bažant in Baweja navedla v delu [5] za betone iz Portland cementa, za katere veljajo naslednje omejitve:

$$0.35 \leq w/c \leq 0.85, \quad 2.5 \leq a/c \leq 13.5, \quad (2.97)$$

$$160 \text{ kg/m}^3 \leq \rho_{\text{cem}} \leq 720 \text{ kg/m}^3 \quad \text{in} \quad 17 \text{ MPa} \leq \bar{f}_c \leq 70 \text{ MPa},$$

pri čemer je a/c masno razmerje med količino agregata in cementa v betonu, \bar{f}_c pa je 28-dnevna povprečna tlačna trdnost betona. Avtorji v [5] predlagajo, da za nekatere spremenljivke privzamemo vrednosti:

$$n = 0.1, \quad \lambda_0 = 1 \text{ dan}, \quad q_2 = 185.4 \cdot 10^{-6} \rho_{\text{cem}}^{0.5} \bar{f}_c^{-0.9}, \quad (2.98)$$

kjer je \bar{f}_c v MPa, ρ_{cem} v kg in q_2 v MPa^{-1} .

Za funkcijo lezenja (2.96) lahko za $k = 3$ zakasnitveni spekter (2.95) aproksimiramo kot:

$$L(\tau) = \left(\frac{-2n^2(3\tau)^{2n-3}(n-1-(3\tau)^n)}{(1+(3\tau)^n)^3} + \frac{n(n-2)(3\tau)^{n-3}(n-1-(3\tau)^n) - n^2(3\tau)^{2n-3}}{(1+(3\tau)^n)^2} \right) \frac{(3\tau)^3}{2} q_2. \quad (2.99)$$

Da jo lahko numerično izvedemo, integral v funkciji lezenja (2.94) aproksimiramo z vsoto, pri čemer je priporočljivo uporabljati razmik $\Delta(\log\tau_\mu) = 1$ [12]:

$$\Phi(\xi) = \sum_{\mu=1}^N L(\tau_\mu) \left(1 - \exp\left(-\frac{\xi}{\tau_\mu}\right) \right) \ln 10 \Delta(\log\tau_\mu). \quad (2.100)$$

Z upoštevanjem navedenega priporočila o razmiku zakasnitvenih časov ter s primerjanjem enačb (2.93, 2.100) lahko določimo koeficiente Kelvinove verige:

$$A_\mu = \frac{1}{E_\mu} = L(\tau_\mu) \ln 10 \Delta(\log\tau_\mu), \quad \tau_{\mu+1} = 10 \tau_\mu. \quad (2.101)$$

Viskozno tečenje

Strjujoči se beton je zelo hidrofilen material, kar pomeni, da ima voda v porah minimalno energijo, če ima čim večjo površino (ima konkaven meniskus, kot je prikazano na sliki 2.6) in se hoče zato čimbolj razširiti po stenah por v obliki filma z debelino δ_a [6]. Če je beton zasičen z vodo, je δ_a enak debelini petih vodnih molekul. Ker pa ima beton ogromno drobnih por, ki imajo premer manjši od velikosti desetih vodnih molekul, je na teh mestih adsorpcija vode na stene por omejena in na steno pore se pojavi tlak, ki jo hoče razširiti. Ta tlak morajo uravnovežiti beton okrog pore in pa vezi (mostovi), ki premeščajo poro. Zato so ti deli betona lokalno podvrženi visokim napetostim, ki jih imenujemo mikroprednapetosti. Ker so vezi med molekulami, ki premeščajo poro, zelo obremenjene, se pretržejo, in nato se lahko vzpostavi nova vez s sosednjo molekulo. Več takih zdrsov se navzven kaže kot tečenje, ki se s časom zmanjšuje, saj postanejo nekatera mesta strižnih zdrsov neaktivna.

Viskozno tečenje modeliramo z elementom tečenja, ki je zaporedno vezan h Kelvinovi verigi (slika 2.5). (slika 2.5). Hitrost deformiranja takega elementa lahko izrazimo kot [6]:

$$\dot{\epsilon}_f = \frac{\sigma}{\eta(S)}, \quad (2.102)$$

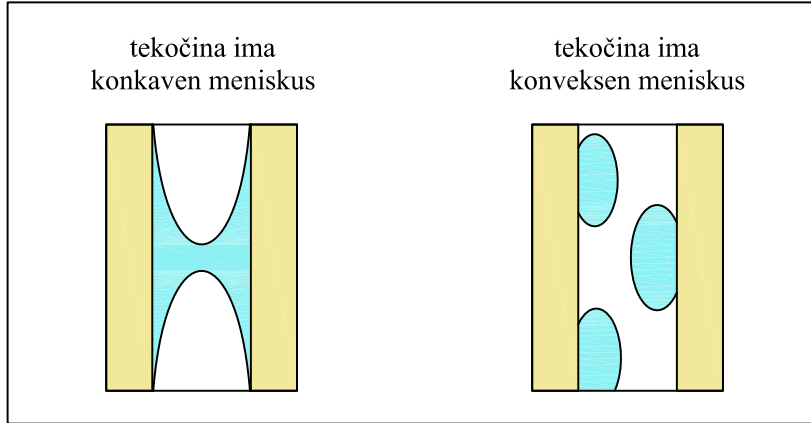
kjer je $\eta(S)$ efektivna viskoznost, S pa je povprečna mikroprednapetost na mestih lezenja. Bažant je v delu [6] predpostavil naslednjo zvezo med viskoznostjo in mikroprednapetostjo:

$$\frac{1}{\eta(S)} = c p S^{p-1}, \quad (2.103)$$

kjer sta c in p materialna parametra.

Enačba, ki določa relaksacijo mikroprednapetosti, ima obliko [6]:

$$\frac{\dot{S}}{C_s} + \frac{S}{\eta(S)} = \frac{\dot{\gamma}_m}{C_s}, \quad (2.104)$$



Slika 2.6: Shematski prikaz možnih oblik meniskusa tekočine v pori.
Figure 2.6: Schematic display of possible forms of meniscus of a liquid in a pore.

kjer je γ_m mikroprednapetost, ki jo določajo kapilarni tlak, natezna napetost in tlak zaradi rasti kristalov. Ker zadnjega zanemarimo [6], velja:

$$\dot{\gamma}_m = -c_1 \frac{\dot{h}}{h}, \quad (2.105)$$

kjer je h relativna vlažnost zraka v porah, to je $h = p^{gw}/p^{gws}$, c_1 pa je materialni parameter.

Če označimo $c_0 = C_s c p$ in v enačbo (2.104) vstavimo enačbi (2.103) in (2.105), dobimo:

$$\dot{S} + c_0 S^p = -c_1 \frac{\dot{h}}{h}. \quad (2.106)$$

Za vrednost $p = 2$ ima diferencialna enačba (2.106) analitično rešitev ob predpostavki, da je $d \ln h / dt$ konstanten znotraj časovnega koraka:

$$S_{k+1} = \frac{S_k - c_1 \omega \Delta(\ln h)}{1 + c_0 S_k \omega \Delta t}, \quad (2.107)$$

kjer je:

$$\omega = \begin{cases} (\tan \Delta\xi) / \Delta\xi, & \text{če } \Delta h > 0 \text{ in } \Delta\xi > 10^{-5}, \\ (\tanh \Delta\xi) / \Delta\xi, & \text{če } \Delta h < 0 \text{ in } \Delta\xi > 10^{-5}, \\ 1, & \text{če } \Delta\xi < 10^{-5}; \end{cases} \quad \Delta\xi = \sqrt{c_0 c_1 \Delta t |\Delta \ln h|}. \quad (2.108)$$

Vpliv temperature in visokih napetosti

Pri višjih temperaturah se lezenje poveča, njen vpliv pa zajamemo s faktorjem R_T , ki ga določimo po enačbi [5]:

$$R_T = \exp\left(\frac{U'_c}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right), \quad (2.109)$$

kjer je T_0 referenčna temperatura ($T_0 = 293$ K) in

$$\frac{U'_c}{R} = 0.18 \cdot 110 \rho_w^{-0.27} \bar{f}_c^{0.54}. \quad (2.110)$$

Pri visokih napetostih pride do nastanka razpok, zato se lezenje še dodatno pospeši. Ta vpliv zajamemo s faktorjem $F(\sigma(t))$:

$$F(\sigma(t)) = \frac{1 + s^2}{1 - s^{10}}, \quad s = \frac{\sigma(t)}{f_c}. \quad (2.111)$$

Združitev Bažantove teorije lezenja s principom efektivnih napetosti in posplošitev na triosno napetostno stanje

Bažant s sodelavci [6, 7, 8, 9] v svoji teoriji lezenje povezuje s totalnimi napetostmi, Gawin s sodelavci [26] pa z efektivnimi napetostmi betonskega skeleta. V skladu z drugim modelom bomo kot napetost, ki povzroča lezenje, upoštevali efektivno napetost.

Do sedaj so bile enačbe v razdelku Lezenje napisane za enoosno napetostno stanje. Če jih napišemo za splošno, triosno napetostno stanje, in namesto totalne napetosti napišemo efektivno napetost, σ postane $G\sigma^{\text{eff}}$, ϵ postane $\epsilon \dots$

Tako lahko celotni prirastek lezenja med časoma t_k in t_{k+1} $\Delta\epsilon_c$ (viskoelastični in viskozni del) izračunamo iz enačb:

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_c &= \frac{G\Delta\sigma^{\text{eff}}}{E''} + \Delta\epsilon_c'', \\ \frac{1}{E''} &= \frac{1}{v^{k+1/2}} \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu}, \\ \Delta\epsilon_c'' &= R_T(T^{k+1/2})F(\sigma^{\text{eff},k+1/2}) \\ &\quad \left(\frac{1}{v^{k+1/2}} \sum_{\mu=1}^N (1 - \exp(-\Delta y_\mu)) \left(\frac{G\sigma^{\text{eff},k}}{E_\mu} - \gamma_\mu^k \right) + 2cS_{k+1}G\sigma^{\text{eff},k}\Delta t \right), \\ \gamma_\mu^{k+1} &= \gamma_\mu^k \exp(-\Delta y_\mu) + \frac{G\sigma^{\text{eff},k}}{E_\mu}(1 - \Delta y_\mu) + \frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu}G\Delta\sigma^{\text{eff}}, \\ \Delta y_\mu &= \frac{\Delta t}{\tau_\mu}, \quad \lambda_\mu = \frac{1 - \exp(-\Delta y_\mu)}{\Delta y_\mu}, \end{aligned} \quad (2.112)$$

pri čemer E_μ izračunamo iz enačbe (2.101), $v^{k+1/2}$ iz enačbe (2.92), S_{k+1} iz enačbe (2.107), $R_T(T^{k+1/2})$ iz enačbe (2.109) in $F(\sigma^{\text{eff},k+1/2})$ iz enačbe (2.111).

2.3 Numerično reševanje sistema osnovnih enačb termodinamike

2.3.1 Sistem osnovnih enačb termodinamike

S konstitucijskimi zakoni, navedenimi v poglavju 2.2 sistem osnovnih enačb termodinamike (2.26) preoblikujemo, da bi ga izrazili z osnovnimi spremenljivkami p^g , p^c , T in \mathbf{u} , ki smo jih izbrali v poglavju 2.1.5. Tako dobimo sistem enačb:

$$\begin{aligned}
& n(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \dot{p}^g - \left(n(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \frac{\partial p^{g^w}}{\partial p^c} + n \rho^{ga} \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \right) \dot{p}^c + \\
& \left(n(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \left(\frac{\partial p^{ga}}{\partial T} - \frac{p^{ga}}{T} \right) - n \rho^{ga} \frac{\partial S_w}{\partial T} - \beta_s \rho^{ga} (1 - n)(1 - S_w) \right) \dot{T} + \\
& (1 - S_w) \rho^{ga} \operatorname{div} \dot{\mathbf{u}} - \operatorname{div} \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{ga} \operatorname{grad} \frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \right) + \operatorname{div} \left(\rho^{ga} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\operatorname{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) = \\
& \frac{\rho^{ga}}{\rho^s} (1 - S_w) \dot{\rho}_{\text{hydr}},
\end{aligned} \tag{2.113}$$

$$\begin{aligned}
& \left(n(1 - S_w) \frac{M_w}{RT} \frac{\partial p^{g^w}}{\partial p^c} + n(\rho^w - \rho^{g^w}) \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \right) \dot{p}^c + \left(n(1 - S_w) \frac{M_w}{RT} \left(\frac{\partial p^{g^w}}{\partial T} - \frac{p^{g^w}}{T} \right) + \right. \\
& \left. n(\rho^w - \rho^{ga}) \frac{\partial S_w}{\partial T} - \beta_s \rho^{g^w} (1 - n)(1 - S_w) - (\beta_s(1 - n) + \beta_w n) \rho^w S_w \right) \dot{T} + \\
& ((1 - S_w) \rho^{g^w} + S_w \rho^w) \operatorname{div} \dot{\mathbf{u}} - \operatorname{div} \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{g^w} \operatorname{grad} \frac{\rho^{g^w}}{\rho^g} \right) + \\
& \operatorname{div} \left(\rho^{g^w} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\operatorname{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) + \operatorname{div} \left(\rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^g + \operatorname{grad} p^c + \rho^w \mathbf{g}) \right) = \\
& \left(\frac{\rho^{g^w}}{\rho^s} (1 - S_w) + \frac{\rho^w}{\rho^s} S_w - 1 \right) \dot{\rho}_{\text{hydr}},
\end{aligned} \tag{2.114}$$

$$\begin{aligned}
& -n \rho^w \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \Delta H_{\text{vap}} \dot{p}^c + \left(-n \rho^w \frac{\partial S_w}{\partial T} \Delta H_{\text{vap}} + (\beta_s(1 - n) + \beta_w n) \rho^w S_w \Delta H_{\text{vap}} + \rho C_p \right) \dot{T} - \\
& S_w \rho^w \Delta H_{\text{vap}} \operatorname{div} \dot{\mathbf{u}} - \operatorname{div} \left(\rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^g + \operatorname{grad} p^c + \rho^w \mathbf{g}) \right) \Delta H_{\text{vap}} - \\
& \operatorname{div} (\lambda_{\text{eff}} \operatorname{grad} T) + \rho^w C_p \left(\frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^g + \operatorname{grad} p^c + \rho^w \mathbf{g}) \right) \operatorname{grad} T + \\
& \rho^g C_p \left(\frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\operatorname{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) \operatorname{grad} T = \left(\Delta H_{\text{hydr}} - \left(\frac{\rho^w}{\rho^s} S_w - 1 \right) \Delta H_{\text{vap}} \right) \dot{\rho}_{\text{hydr}},
\end{aligned} \tag{2.115}$$

$$\begin{aligned}
& \left(n(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \mathbf{g} \right) \dot{p}^g + \left(n(1 - S_w) \frac{M_w - M_a}{RT} \frac{\partial p^{g^w}}{\partial p^c} + n(\rho^w - \rho^g) \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \right) \mathbf{g} \dot{p}^c + \\
& \left((n - 1) \beta_s \rho^s - n S_w \beta_w \rho^w + n(1 - S_w) \frac{\partial \rho^g}{\partial T} + n(\rho^w - \rho^g) \frac{\partial S_w}{\partial T} \right) \mathbf{g} \dot{T} + \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \\
& \dot{n} (\rho^s - S_w \rho^w - (1 - S_w) \rho^g) \mathbf{g},
\end{aligned} \tag{2.116}$$

pri čemer je odvod napetosti po času $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ enak:

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\sigma}} = & E \mathbf{D} \left(\mathbf{L} \dot{\mathbf{u}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_c - \beta_s/3 \mathbf{I} \dot{T} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{\text{ch}} \right) + \dot{E} \mathbf{D} (\mathbf{L} \mathbf{u} - \boldsymbol{\epsilon}_c - \beta_s/3 \mathbf{I} T - \boldsymbol{\epsilon}_{\text{ch}}) - \\
& \alpha \mathbf{I} (\dot{p}^g - \chi_s^{\text{ws}} \dot{p}^c - \dot{\chi}_s^{\text{ws}} p^c)
\end{aligned} \tag{2.117}$$

To je nelinearen sistem diferencialnih enačb, ki ga dopolnjujejo začetni in robni pogoji. Na celotnem obravnavanem območju Ω in na njegovem robu Γ velja:

$$p^g(t = 0) = p_0^g, \quad p^c(t = 0) = p_0^c, \quad T(t = 0) = T_0, \quad \mathbf{u}(t = 0) = \mathbf{u}_0, \tag{2.118}$$

kjer so p_0^g, p_0^c, T_0 in \mathbf{u}_0 začetne vrednosti neznank.

Na delu robu Γ_a^d ($a = p^g, p^c, T, \mathbf{u}$) so definirani Dirichletovi robni pogoji:

$$p^g(t) = \hat{p}^g \quad \text{na } \Gamma_g^d, \quad p^c(t) = \hat{p}^c \quad \text{na } \Gamma_c^d, \quad T(t) = \hat{T} \quad \text{na } \Gamma_T^d, \quad \mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}} \quad \text{na } \Gamma_u^d, \quad (2.119)$$

na robu Γ_a^c ($\Gamma_a^d \cup \Gamma_a^c = \Gamma_a$) pa Cauchyjevi robni pogoji:

$$\begin{aligned} (n(1 - S_w)\rho^{ga}\mathbf{v}^{gs} + \mathbf{J}_d^{ga}) \cdot \mathbf{n} &= q^{ga} \quad \text{na } \Gamma_g^c, \\ (nS_w\rho^w\mathbf{v}^{ws} + n(1 - S_w)\rho^{gw}\mathbf{v}^{gs} + \mathbf{J}_d^{gw}) \cdot \mathbf{n} &= q^{gw} + q^w + \beta_c(\rho^{gw} - \rho_\infty^{gw}) \quad \text{na } \Gamma_c^c, \\ (-nS_w\rho^w\mathbf{v}^{ws}\Delta H_{\text{vap}} - \lambda_{\text{eff}}\text{grad}T) \cdot \mathbf{n} &= q^t + \alpha_c(T - T_\infty) + e\sigma_0(T^4 - T_\infty^4) \quad \text{na } \Gamma_T^c, \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= \hat{\mathbf{t}} \quad \text{na } \Gamma_u^c, \end{aligned} \quad (2.120)$$

kjer je \mathbf{n} enotski vektor, ki je pravokoten na površino in kaže proti plinu, ki obkroža obravnavani beton, q^π je masni tok faze π , ki vstopa v beton, q^t je toplotni tok, in $\hat{\mathbf{t}}$ je obtežba. ρ_∞^{gw} in T_∞ sta masna koncentracija vodne pare in temperatura daleč stran od obravnavanega betona. e je emisivnost površine, σ je Štefan - Boltzmannova konstanta, α_c in β_c pa sta toplotni in masni prestopni koeficient.

2.3.2 Princip virtualnega dela

Da bi jih numerično rešili, enačbe (2.113 – 2.116) skupaj s pripadajočimi robnimi pogoji (2.119 – 2.120) integriramo po območju veljavnosti, pomnožimo vsako enačbo s svojo virtualno količino δa (enačbo (2.113) pomnožimo z δp^g , enačbo (2.114) z δp^c , enačbo (2.115) z δT in enačbo (2.116) z $\delta \mathbf{u}$) in seštejemo. δa je virtualna količina, ki je enaka nič na Γ_a^d in poljubna zvezna funkcija na Ω in Γ_a^c .

Sedaj člene oblike $\int_\Omega \text{div} \mathbf{a} \delta b \, d\Omega$ skupaj s členi oblike $\int_\Gamma \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} \delta b \, d\Gamma$ z uporabo Gaussovega izreka preoblikujemo:

$$\begin{aligned} \int_\Omega \text{div} \mathbf{a} \delta b \, d\Omega - \int_\Gamma \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} \delta b \, d\Gamma &= \int_\Omega (\text{div}(\mathbf{a} \delta b) - \mathbf{a} \cdot \text{grad} \delta b) \, d\Omega - \int_\Gamma \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} \delta b \, d\Gamma = \\ &= - \int_\Omega \mathbf{a} \cdot \text{grad} \delta b \, d\Omega. \end{aligned} \quad (2.121)$$

V preoblikovani enačbi (2.113) tako z upoštevanjem Darcyjevega in Fickovega zakona (2.53, 2.60) seštejemo člene:

$$\begin{aligned} \int_\Omega \left(-\text{div} \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{ga} \text{grad} \frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \right) + \text{div} \left(\rho^{ga} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\text{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) \right) \delta p^g \, d\Omega - \\ \int_\Gamma \left(\mathbf{J}_d^{ga} + n(1 - S_w)\rho^{ga}\mathbf{v}^{gs} \right) \cdot \mathbf{n} \delta p^g \, d\Gamma = \\ \int_\Omega \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{ga} \text{grad} \frac{\rho^{ga}}{\rho^g} - \rho^{ga} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\text{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) \text{grad} \delta p^g \, d\Omega. \end{aligned} \quad (2.122)$$

Podobno preoblikujemo nekatere člene enačbe (2.114):

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \left(-\operatorname{div} \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{gw} \operatorname{grad} \frac{\rho^{gw}}{\rho^g} \right) + \operatorname{div} \left(\rho^{gw} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\operatorname{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) \right) \delta p^c \, d\Omega + \\
& \int_{\Omega} \operatorname{div} \left(\rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^g + \operatorname{grad} p^c + \rho^w \mathbf{g}) \right) \delta p^c \, d\Omega - \\
& \int_{\Gamma} (\mathbf{J}_d^{gw} + n(1 - S_w) \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs} + n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ws}) \cdot \mathbf{n} \, \delta p^c \, d\Gamma = \\
& \int_{\Omega} \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{gw} \operatorname{grad} \frac{\rho^{gw}}{\rho^g} - \rho^{gw} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\operatorname{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) \operatorname{grad} \delta p^c \, d\Omega - \\
& \int_{\Omega} \left(\rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^g + \operatorname{grad} p^c + \rho^w \mathbf{g}) \right) \operatorname{grad} \delta p^c \, d\Omega.
\end{aligned} \tag{2.123}$$

V enačbi (2.115) se spremenijo členi:

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Omega} \left(\operatorname{div} \left(\rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^g + \operatorname{grad} p^c + \rho^w \mathbf{g}) \right) \Delta H_{\text{vap}} + \operatorname{div} (\lambda_{\text{eff}} \operatorname{grad} T) \right) \delta T \, d\Omega - \\
& \int_{\Gamma} - (n S_w \rho^w \mathbf{v}^{ws} \Delta H_{\text{vap}} + \lambda_{\text{eff}} \operatorname{grad} T) \cdot \mathbf{n} \, \delta T \, d\Gamma = \\
& \int_{\Omega} \left(\rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^g + \operatorname{grad} p^c + \rho^w \mathbf{g}) \Delta H_{\text{vap}} + \lambda_{\text{eff}} \operatorname{grad} T \right) \operatorname{grad} \delta T \, d\Omega.
\end{aligned} \tag{2.124}$$

V enačbi (2.116) pa se spremeni le člen:

$$\int_{\Omega} \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \, \delta \mathbf{u} \, d\Omega - \int_{\Gamma} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \, \delta \mathbf{u} \, d\Gamma = - \int_{\Omega} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \operatorname{grad} \delta \mathbf{u} \, d\Omega. \tag{2.125}$$

2.3.3 Krajevna integracija

Diskretizacijo sistema osnovnih enačb po prostoru naredimo z metodo končnih elementov. Uporabimo izoparametrični element, kar pomeni, da vrednosti neznank v dani točki in njene koordinate iz vozliščnih vrednosti neznank oziroma koordinat interpoliramo z istimi oblikovnimi funkcijami, ki so združene v vektorju $\mathbf{N} = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_{n_v}]$, kjer je n_v število vozlišč elementa [17]:

$$p^g = \mathbf{N} \bar{p}^g, \quad p^c = \mathbf{N} \bar{p}^c, \quad T = \mathbf{N} \bar{T}, \quad u_i = \mathbf{N} \bar{u}_i, \quad x_i = \mathbf{N} \bar{x}_i, \tag{2.126}$$

kjer je u_i vrednost pomika v i -ti smeri, x_i je i -ta koordinata opazovane točke, \bar{p}^g , \bar{p}^c , \bar{T} , \bar{u}_i in \bar{x}_i pa so vozliščne vrednosti zračnega in kapilarnega tlaka, temperature, pomika v i -ti smeri in i -te koordinate ($i = x, y, z$).

Sistem enačb (2.113 – 2.116) skupaj s pripadajočimi robnimi pogoji (2.119 – 2.120) lahko sedaj uredimo v matrično obliko:

$$\begin{bmatrix} C_{gg} & C_{gc} & C_{gt} & C_{gu_x} & C_{gu_y} & C_{gu_z} \\ 0 & C_{cc} & C_{ct} & C_{cu_x} & C_{cu_y} & C_{cu_z} \\ 0 & C_{tc} & C_{tt} & C_{tu_x} & C_{tu_y} & C_{tu_z} \\ C_{u_xg} & C_{u_xc} & C_{u_xt} & C_{u_xu_x} & C_{u_xu_y} & C_{u_xu_z} \\ C_{u_yg} & C_{u_yc} & C_{u_yt} & C_{u_yu_x} & C_{u_yu_y} & C_{u_yu_z} \\ C_{u_zg} & C_{u_zc} & C_{u_zt} & C_{u_zu_x} & C_{u_zu_y} & C_{u_zu_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{p}}^g \\ \dot{\bar{p}}^c \\ \dot{\bar{T}} \\ \dot{\bar{u}}_x \\ \dot{\bar{u}}_y \\ \dot{\bar{u}}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{gg} & K_{gc} & K_{gt} & 0 & 0 & 0 \\ K_{cg} & K_{cc} & K_{ct} & 0 & 0 & 0 \\ K_{tg} & K_{tc} & K_{tt} & 0 & 0 & 0 \\ K_{u_xg} & K_{u_xc} & K_{u_xt} & K_{u_xu_x} & K_{u_xu_y} & K_{u_xu_z} \\ K_{u_yg} & K_{u_yc} & K_{u_yt} & K_{u_yu_x} & K_{u_yu_y} & K_{u_yu_z} \\ K_{u_zg} & K_{u_zc} & K_{u_zt} & K_{u_zu_x} & K_{u_zu_y} & K_{u_zu_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}^g \\ \bar{p}^c \\ \bar{T} \\ \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_g \\ f_c \\ f_T \\ f_{u_x} \\ f_{u_y} \\ f_{u_z} \end{bmatrix}, \quad (2.127)$$

kjer so C_{ab} , K_{ab} in f_a matrike, odvisne od p^g , p^c , T in \mathbf{u} , zato moramo sistem enačb reševati iterativno. Če definiramo vektor neznanih vozliščnih količin \mathbf{a} kot $\mathbf{a} = [\bar{p}^g \bar{p}^c \bar{T} \bar{\mathbf{u}}]^T$, lahko sistem enačb (2.127) zapišemo krajše kot:

$$C \dot{\mathbf{a}} + K \mathbf{a} = \mathbf{f}. \quad (2.128)$$

Matrike C_{ab} , K_{ab} in f_a

V sistemu enačb (2.113 – 2.116) nastopajo tudi gradienti osnovnih spremenljivk, ki jo izračunamo na način:

$$\text{grad} p^g = \text{grad}(N \bar{p}^g) = D_N \bar{p}^g, \quad \text{grad} p^c = D_N \bar{p}^c, \quad \text{grad} T = D_N \bar{T}, \quad \text{grad} u_i = D_N \bar{u}_i, \quad (2.129)$$

kjer je D_N matrika oblike:

$$D_N = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_{n_v}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_{n_v}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_{n_v}}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (2.130)$$

Matriko L , definirano v enačbi (2.80), lahko izrazimo v obliki $L = [L_x \ L_y \ L_z]$. Matrike B_x , B_y in B_z lahko sedaj definiramo kot:

$$B_x = L_x N, \quad B_y = L_y N, \quad B_z = L_z N. \quad (2.131)$$

Vektor \mathbf{g} lahko izrazimo kot $\mathbf{g} = [g_x \ g_y \ g_z]^T$. V koordinatnem sistemu xyz sta običajno g_x in g_y enaka nič, g_z pa ima vrednost -9.81 m/s^2 .

Sedaj lahko matrike, ki nastopajo v prvi enačbi sistema (2.127), izrazimo kot:

$$C_{gg} = \int_{\Omega} N^T n (1 - S_w) \frac{M_a}{RT} N \, d\Omega, \quad (2.132)$$

$$C_{gc} = - \int_{\Omega} N^T \left(n (1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \frac{\partial p^{gw}}{\partial p^c} + n \rho^{ga} \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \right) N \, d\Omega, \quad (2.133)$$

$$\mathbf{C}_{gt} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \left(n(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \left(\frac{\partial p^{ga}}{\partial T} - \frac{p^{ga}}{T} \right) - n \rho^{ga} \frac{\partial S_w}{\partial T} - \beta_s \rho^{ga} (1 - n)(1 - S_w) \right) \mathbf{N} d\Omega, \quad (2.134)$$

$$\mathbf{C}_{gu_j} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T (1 - S_w) \rho^{ga} \mathbf{B}_j d\Omega, \quad (2.135)$$

$$\mathbf{K}_{gg} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{ga} \frac{\partial \rho^{ga}}{\partial p^g} + \rho^{ga} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} \right) \mathbf{D}_N d\Omega, \quad (2.136)$$

$$\mathbf{K}_{gc} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \rho^g \mathbf{D}_d^{ga} \frac{\partial \rho^{ga}}{\partial p^c} \mathbf{D}_N d\Omega, \quad (2.137)$$

$$\mathbf{K}_{gt} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \rho^g \mathbf{D}_d^{ga} \frac{\partial \rho^{ga}}{\partial T} \mathbf{D}_N d\Omega, \quad (2.138)$$

$$\mathbf{f}_g = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \rho^{ga} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} \rho^g \mathbf{g} + \mathbf{N}^T \frac{\rho^{ga}}{\rho^s} (1 - S_w) \dot{\rho}_{hydr} d\Omega - \int_{\Gamma_c^g} \mathbf{N}^T q^{ga} d\Gamma, \quad (2.139)$$

kjer j pomeni smeri koordinatnega sistema ($j = x, y$ ali z).

Matrike, ki nastopajo v drugi enačbi sistema (2.127), so:

$$\mathbf{C}_{cc} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \left(n(1 - S_w) \frac{M_w}{RT} \frac{\partial p^{gw}}{\partial p^c} + n(\rho^w - \rho^{gw}) \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \right) \mathbf{N} d\Omega, \quad (2.140)$$

$$\mathbf{C}_{ct} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \left(n(1 - S_w) \frac{M_w}{RT} \left(\frac{\partial p^{gw}}{\partial T} - \frac{p^{gw}}{T} \right) + n(\rho^w - \rho^{gw}) \frac{\partial S_w}{\partial T} - \beta_s \rho^{gw} (1 - n)(1 - S_w) - (\beta_s(1 - n) + \beta_w n) \rho^w S_w \right) \mathbf{N} d\Omega, \quad (2.141)$$

$$\mathbf{C}_{cu_j} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T ((1 - S_w) \rho^{gw} + S_w \rho^w) \mathbf{B}_j d\Omega, \quad (2.142)$$

$$\mathbf{K}_{cg} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{gw} \frac{\partial \rho^{gw}}{\partial p^g} + \rho^{gw} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} + \rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \right) \mathbf{D}_N d\Omega, \quad (2.143)$$

$$\mathbf{K}_{cc} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \left(\rho^g \mathbf{D}_d^{gw} \frac{\partial \rho^{gw}}{\partial p^c} - \rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \right) \mathbf{D}_N d\Omega, \quad (2.144)$$

$$\mathbf{K}_{ct} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \rho^g \mathbf{D}_d^{gw} \frac{\partial \rho^{gw}}{\partial T} \mathbf{D}_N d\Omega, \quad (2.145)$$

$$\mathbf{f}_c = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \left(\rho^{gw} \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} \rho^g + \rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \rho^w \right) \mathbf{g} + \mathbf{N}^T \left(\frac{\rho^{gw}}{\rho^s} (1 - S_w) + \frac{\rho^w}{\rho^s} S_w - 1 \right) \dot{\rho}_{hydr} d\Omega - \int_{\Gamma_c^c} \mathbf{N}^T (q^{gw} + q^w + \beta_c (\rho^{gw} - \rho_{\infty}^{gw})) d\Gamma. \quad (2.146)$$

Matrike tretje enačbe sistema (2.127) lahko napišemo kot:

$$\mathbf{C}_{tc} = - \int_{\Omega} \mathbf{N}^T n \rho^w \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \Delta H_{vap} \mathbf{N} d\Omega, \quad (2.147)$$

$$\mathbf{C}_{tt} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \left(-n \rho^w \frac{\partial S_w}{\partial T} \Delta H_{vap} + (\beta_s(1 - n) + \beta_w n) \rho^w S_w \Delta H_{vap} + \rho C_p \right) \mathbf{N} d\Omega, \quad (2.148)$$

$$\mathbf{C}_{tu_j} = - \int_{\Omega} \mathbf{N}^T S_w \rho^w \Delta H_{\text{vap}} \mathbf{B}_j \, d\Omega, \quad (2.149)$$

$$\mathbf{K}_{tg} = - \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \Delta H_{\text{vap}} \mathbf{D}_N \, d\Omega, \quad (2.150)$$

$$\mathbf{K}_{tc} = \int_{\Omega} \mathbf{D}_N^T \rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \Delta H_{\text{vap}} \mathbf{D}_N \, d\Omega, \quad (2.151)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{tt} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^T \left(\rho^w C_p^w \left(\frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\text{grad}p^g + \text{grad}p^c + \rho^w \mathbf{g}) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. \rho^g C_p^g \left(\frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} (-\text{grad}p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) \right) + \mathbf{D}_N^T \lambda_{\text{eff}} \right) \mathbf{D}_N \, d\Omega, \end{aligned} \quad (2.152)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_t = \int_{\Omega} -\mathbf{D}_N^T \rho^w \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \rho^w \mathbf{g} + \mathbf{N}^T \left(\Delta H_{\text{hydr}} - \left(\frac{\rho^w}{\rho^s} S_w - 1 \right) \Delta H_{\text{vap}} \right) \dot{\rho}_{\text{hydr}} \, d\Omega - \\ \int_{\Gamma_t^c} \mathbf{N}^T (q^t + \alpha_c (T - T_{\infty}) + \epsilon \sigma_0 (T^4 - T_{\infty}^4)) \, d\Gamma. \end{aligned} \quad (2.153)$$

Zadnje tri enačbe sistema (2.127) predstavljajo ravnotežne enačbe za vsako od koordinatnih smeri. Matrike, ki v njih nastopajo, so:

$$\mathbf{C}_{u_i g} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^T n (1 - S_w) \frac{M_a}{RT} g_i + \mathbf{B}_i^T \alpha \mathbf{I} \right) \mathbf{N} \, d\Omega, \quad (2.154)$$

$$\mathbf{C}_{u_i c} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^T \left(n (1 - S_w) \frac{M_w - M_a}{RT} \frac{\partial p^{gw}}{\partial p^c} + n (\rho^w - \rho^g) \frac{\partial S_w}{\partial p^c} \right) g_i - \mathbf{B}_i^T \alpha \chi_s^{ws} \mathbf{I} \right) \mathbf{N} \, d\Omega, \quad (2.155)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{u_i t} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^T \left((n - 1) \beta_s \rho^s - n S_w \beta_w \rho^w + n (1 - S_w) \frac{\partial \rho^g}{\partial T} + n (\rho^w - \rho^g) \frac{\partial S_w}{\partial T} \right) g_i \right. \\ \left. + \mathbf{B}_i^T \beta_s / 3 E \mathbf{D} \mathbf{I} \right) \mathbf{N} \, d\Omega, \end{aligned} \quad (2.156)$$

$$\mathbf{C}_{u_i u_j} = - \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T E \mathbf{D} \mathbf{B}_j \, d\Omega, \quad (2.157)$$

$$\mathbf{K}_{u_i c} = - \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \alpha \dot{\chi}_s^{ws} \mathbf{I} \mathbf{N} \, d\Omega, \quad (2.158)$$

$$\mathbf{K}_{u_i t} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \beta_s / 3 \dot{E} \mathbf{D} \mathbf{I} \mathbf{N} \, d\Omega, \quad (2.159)$$

$$\mathbf{C}_{u_i u_j} = - \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \dot{E} \mathbf{D} \mathbf{B}_j \, d\Omega, \quad (2.160)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{u_i} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T (n (\rho^s - S_w \rho^w - (1 - S_w) \rho^g) g_i) + \\ \mathbf{B}_i^T \left(E \mathbf{D} (\dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_{\text{ch}}) + \dot{E} \mathbf{D} (\epsilon_c + \epsilon_{\text{ch}}) \right) \, d\Omega - \int_{\Gamma_u^c} \mathbf{N}^T \hat{\mathbf{t}} \, d\Gamma. \end{aligned} \quad (2.161)$$

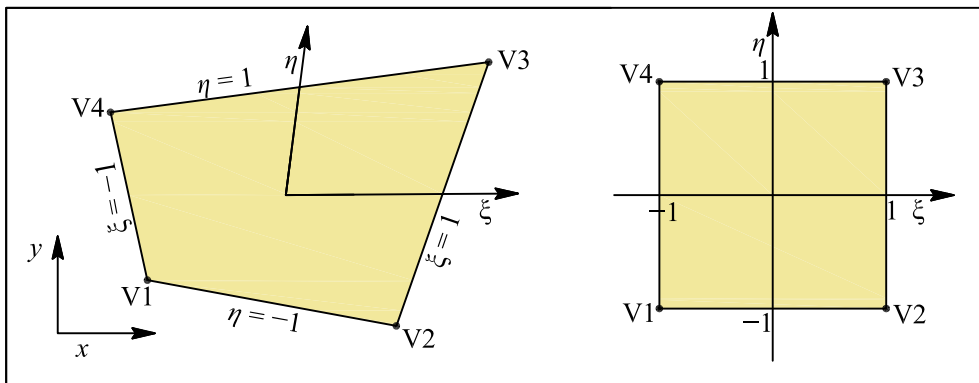
Gaussova kvadratura

V okviru te naloge smo obravnavali ravninsko deformacijsko in osnosimetrično stanje, torej dvodimenzionalne probleme. Zaradi lažje numerične integracije integrale, navedene v dodatku, preoblikujemo tako, da jih iz osnovnega koordinatnega sistema xy ali rz transformiramo v koordinatni sistem $\xi\eta$, ki ima koordinatno izhodišče v središču končnega elementa, točke na levem robu elementa imajo koordinato ξ enako -1 , tiste na desnem pa 1 , medtem ko imajo točke na spodnjem robu koordinato η enako -1 , tiste na zgornjem pa 1 (slika 2.7). Pri tem se integral v primeru ravninskega deformacijskega stanja spremeni na način [17]:

$$\int \int f(p^g, p^c, T, \mathbf{u}, x, y) dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(p^g, p^c, T, \mathbf{u}, \xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (2.162)$$

kjer je \mathbf{J} Jacobijeva matrika in jo izračunamo po enačbi:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix}. \quad (2.163)$$



Slika 2.7: Štirivozliščni izoparametrični ravninski končni element.

Figure 2.7: Isoparametric plane finite element with four nodes.

Za opisani štirivozliščni izoparametrični element, ki ima vozlišča oštevilčena v protiurni smeri, ima vektor \mathbf{N} obliko [17]:

$$\mathbf{N} = \frac{1}{4} [(1 - \xi)(1 - \eta), (1 + \xi)(1 - \eta), (1 + \xi)(1 + \eta), (1 - \xi)(1 + \eta)]. \quad (2.164)$$

Integrala (2.162) v splošnem ne moremo rešiti analitično, zato ga rešimo numerično z Gaussovo kvadraturo. To je numerični postopek, ki da približek vrednosti integrala tako, da sešteje vrednost funkcije v določenih točkah, pomnožene z utežjo. Mesta točk so določena tako, da dobimo čimboljše približek integrala. Izberemo lahko Gaussovo kvadraturu poljubnega reda, kar pove, koliko točk imamo v posamezni smeri. Koordinate izbranih točk ξ_i in uteži W_i lahko najdemo npr. v delu [17]. Približek integrala (2.162) tako določimo po enačbi:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(p^g, p^c, T, \mathbf{u}, \xi, \eta) d\xi d\eta \approx \sum_i \sum_j W_i W_j f(p^g, p^c, T, \mathbf{u}, \xi_i, \eta_j). \quad (2.165)$$

V primeru osnosimetričnega stanja po ravnini rz integriramo po opisanem postopku, pri integriranju v

tangencialni smeri φ pa upoštevamo osno simetrijo:

$$\int_r \int_z \int_0^{2\pi} f(p^g, p^c, T, \mathbf{u}, r, z) r d\varphi dr dz = 2\pi \int_r \int_z f(p^g, p^c, T, \mathbf{u}, r, z) r dr dz. \quad (2.166)$$

2.3.4 Časovna integracija

V sistemu enačb (2.128) nastopajo prvi odvodi osnovnih spremenljivk. Da bi ga numerično rešili, uporabimo direktno integracijsko metodo [17, 49]. Časovno območje, na katerem bi radi poiskali rešitev enačb, razdelimo na manjše časovne korake.

Opazujemo časovni korak dolžine δt , ki se začne pri času t_k in konča pri času t_{k+1} . Sistem enačb (2.128) zapišemo pri času $t_{k+\alpha\delta t}$:

$$\mathbf{C}_{k+\alpha} \frac{\mathbf{a}_{k+\alpha} - \mathbf{a}_k}{\alpha\delta t} + \mathbf{K}_{k+\alpha} \mathbf{a}_{k+\alpha} = \mathbf{f}_{k+\alpha}, \quad (2.167)$$

kjer je α parameter, ki ima vrednost na intervalu $[0,1]$. Obstaja več metod direktne integracije, ki se razlikujejo po izbiri tega parametra, vendar so brezpogojno stabilne le metode, pri katerih je $\alpha \geq 1/2$ [17].

Sedaj lahko enačbo (2.167) zapišemo v obliki:

$$\mathbf{K}_{k+\alpha}^* \mathbf{a}_{k+\alpha} = \mathbf{f}_{k+\alpha}^*, \quad \mathbf{K}_{k+\alpha}^* = \mathbf{K}_{k+\alpha} + \frac{\mathbf{C}_{k+\alpha}}{\alpha\delta t}, \quad \mathbf{f}_{k+\alpha}^* = \mathbf{f}_{k+\alpha} + \frac{\mathbf{C}_{k+\alpha}}{\alpha\delta t} \mathbf{a}_k. \quad (2.168)$$

Predpostavimo, da se vrednosti osnovnih spremenljivk v vozliščih na opazovanem časovnem koraku spreminjajo linearno in tako njihove vrednosti ob koncu časovnega koraka izračunamo po enačbi:

$$\mathbf{a}_{k+1} = \frac{1}{\alpha} \mathbf{a}_{k+\alpha} + \frac{1-\alpha}{\alpha} \mathbf{a}_k. \quad (2.169)$$

2.3.5 Numerični algoritem

Če združimo algoritem za račun lezenja, krajevno in časovno integracijo ter reševanje nelinearnega sistema enačb (2.168) z navadno iteracijo, dobimo postopek, po katerem rešimo sistem enačb termodinamike.

1. Račun količin, ki se s časom ne spreminjajo: koeficienti Kelvinove verige E_μ , matrike \mathbf{N} , \mathbf{D}_N , \mathbf{B}_i , \mathbf{D} , \mathbf{J} in njihovih medsebojni produkti, ki nastopajo v enačbi (2.168).
2. Račun začetnih vrednosti količin, ki se spreminjajo s časom: S_w^0 , n_0 , E_0 .
3. Nov časovni korak $t_{k+1} = t_k + \delta t$.
4. Za račun prirastka lezenja in modula elastičnosti ocenimo:

$$\Gamma_{\text{hydr}}^{k+1} \approx \Gamma_{\text{hydr}}^k. \quad (2.170)$$

5. Račun prirastka lezenja $\Delta\epsilon_c''$, modula elastičnosti zaradi lezenja E'' in mikrodeformacije vzmeti Kelvinove verige γ_μ^k iz enačb (2.112). Deformacijo lezenja in njen odvod nato izračunamo po enačbi:

$$\epsilon_c^{k+1} = \epsilon_c^k + \Delta\epsilon_c'', \quad \dot{\epsilon}_c^{k+1} = \Delta\epsilon_c''/\delta t. \quad (2.171)$$

6. Račun modula elastičnosti, ki ga določimo po enačbi:

$$E_{k+1} = \left[E''^{-1} + E(\Gamma_{\text{hydr}}^{k+1})^{-1} \right]^{-1}, \quad (2.172)$$

kjer $E(\Gamma_{\text{hydr}}^{k+1})$ določimo iz enačbe (2.75).

7. Reševanje sistema (2.168) z navadno iteracijo, začetni približek je $\mathbf{a}_{k+\alpha}^1 = \mathbf{a}_k$. Ponavljanje reševanja sistema enačb z vedno novimi približki $\mathbf{a}_{k+\alpha}^r$:

$$\mathbf{K}_{k+\alpha}^* (\mathbf{a}_{k+\alpha}^r) \mathbf{a}_{k+\alpha}^{r+1} = \mathbf{f}_{k+\alpha}^* (\mathbf{a}_{k+\alpha}^r), \quad (2.173)$$

dokler ni izpolnjen pogoj $\left| \frac{\mathbf{a}_{k+\alpha}^{r+1} - \mathbf{a}_{k+\alpha}^r}{\mathbf{a}_{k+\alpha}^r} \right| \leq \delta_p$, pri čemer je δ_p dopustna relativna napaka, ki je običajno majhno število.

Pri tem v vsaki iteraciji račun stopnje hidratacije po enačbi:

$$\Gamma_{\text{hydr}}^{k+\alpha,r} = \Gamma_{\text{hydr}}^k + \dot{\Gamma}_{\text{hydr}}^{k+\alpha,r} \delta t, \quad (2.174)$$

pri čemer je hitrost hidratacije $\dot{\Gamma}_{\text{hydr}}^{k+\alpha,r}$ podana z enačbo (2.32).

8. Račun \mathbf{a}_{k+1} iz enačbe (2.169).

9. Račun količin ob koncu časovnega koraka z iterativno določenimi vrednostmi osnovnih spremenljivk: $\Gamma_{\text{hydr}}^{k+1}$, ϵ_t^{k+1} , $\epsilon_{\text{ch}}^{k+1}$, χ_{k+1}^{ws} , E_{k+1} , ϵ_c^{k+1} .

10. Račun efektivnih napetosti po enačbah:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\text{eff}}^{k+1} &= E_{k+1} \mathbf{D} \left[\Delta\epsilon_{\text{tot}}^{k+1} - \Delta\epsilon_c^{k+1} - \Delta\epsilon_t^{k+1} - \Delta\epsilon_{\text{ch}}^{k+1} \right] + \\ &\quad \Delta E_{k+1} \mathbf{D} \left[\epsilon_{\text{tot}}^{k+1} - \epsilon_c^{k+1} - \epsilon_t^{k+1} - \epsilon_{\text{ch}}^{k+1} \right], \quad (2.175) \\ \sigma_{\text{eff}}^{k+1} &= \sigma_{\text{eff}}^k + \Delta\sigma_{\text{eff}}^{k+1}. \end{aligned}$$

11. Ponavljanje korakov 3 – 10, dokler $t_{k+1} + \delta t$ ni večji ali enak končnemu času računa.

Po tem algoritmu smo pripravili računalniški program PreTeDis (Pressure Temperature Displacement) v programskem okolju Matlab.

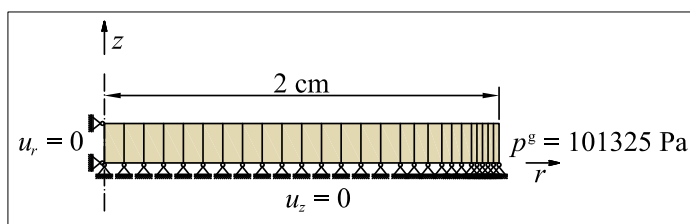
2.4 Numerični primeri

Da bi preverili pravilnost delovanja opisanega numeričnega postopka in izdelanega računalniškega programa, smo najprej izdelali dva primera, s katerima smo skušali dobljene numerične rezultate primerjati z eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati iz literature. Nato smo naredili še primer armiranobetonske plošče, na katerem poleg primerjave z izmerjenimi vrednostmi temperature prikazujemo vpliv posameznih parametrov na dogajanje v betonu.

2.4.1 Adiatatni poskus

Izdelali smo numerični model adiatatnega poskusa, ki ga je izvedel Bentz s sodelavci in ga opisal v delu [10]. Rezultate smo primerjali z rezultati eksperimenta in z numeričnimi rezultati, ki jih je Gawin s sodelavci navedel v delu [25].

Preizkušane je 60 cm dolg valj s premerom 4 cm, ki je toplotno izoliran in nepropusten za vodo. Njegova dolžina je mnogo večja od njegovega premera, zato ga modeliramo kot tanek disk. Ker je osnosimetričen, ga opišemo z 26 štirivozliščnimi izoparametričnimi osnosimetričnimi končnimi elementi, katerih dolžina se zmanjšuje proti površini (slika 2.8). Začetna temperatura betona je 20 °C, začetna relativna vlažnost zraka v porah je 99.9 % in začetna stopnja hidratacije je 0.1 [25]. Materialne parametre betona prikazujemo v preglednici 2.2.

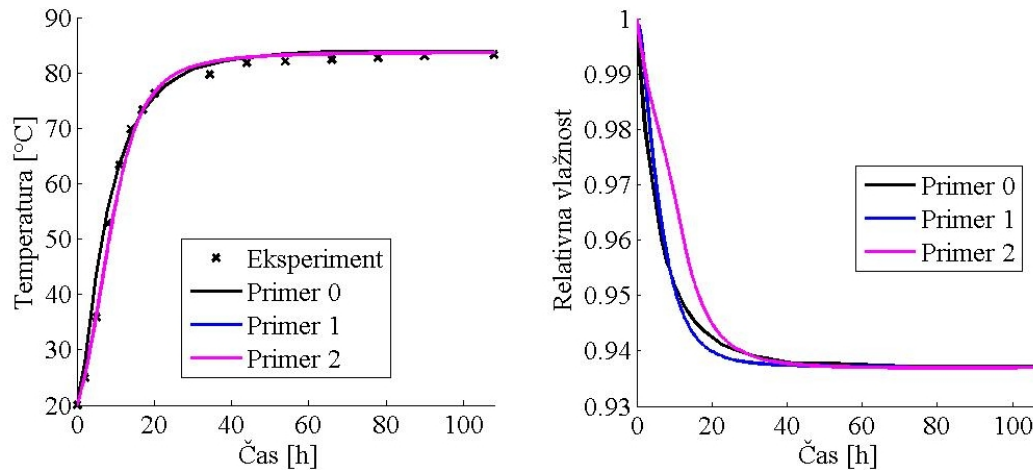


Slika 2.8: Mreža končnih elementov in robni pogoji za modeliranje adiatatnega poskusa.
Figure 2.8: Finite elements mesh and boundary conditions for modelling the adiabatic experiment.

Preglednica 2.2: Materialni parametri betona.
Table 2.2: Material parameters of concrete.

Parameter	Symbol	Vrednost
Vodocementno razmerje	w/c	0.45
Vsebnost cementa	ρ_{cem}	420 kg/m ³
Poroznost	n	30.6 %
Prepustnost	k	$3 \cdot 10^{-18}$ m ²
Gostota betona	ρ_{eff}	2285 kg/m ³
Specifična toplota	$C_{p,eff}$	1020 J/kg K
Toplotna prevodnost	λ_{eff}	1.5 W/m K
Koeficient toplotnega raztezanja	β_s	$3.6 \cdot 10^{-5}$ /K
Modul elastičnosti	E	24.11 GPa
Poissonov količnik	μ	0.2
Tlačna trdnost pri 28 dnevih	f_c	26 MPa
Parametri v enačbi (2.33)	a_a	0 °C
	b_a	40 °C
	c_a	72000 s
	d_a	2.5
	a_h	5
Parameter v enačbi (2.36)	E_a	41570 J/mol
Aktivacijska energija	a_s	25.4 MPa
	b_s	1.8
Parameter v enačbi (2.112)	c_c	$13.55 \cdot 10^{-9}$ /MPa ² s
Parametra v enačbi (2.107)	c_0	$2.72 \cdot 10^{-3}$ /MPa s
	c_1	1.98 MPa

Na sliki 2.9 primerjamo dobljene numerične rezultate v središču valja z eksperimentalnimi rezultati in z numeričnimi rezultati, ki jih je Gawin s sodelavci predstavil v delu [25] (oznaka primer 0). Naredili smo dva primera. V prvem (primer 1) smo uporabili sorpcijske izoterme, podane z enačbo (2.50), ki so bile uporabljene tudi v delu [25]. Ker je v primeru uporabe teh sorpcijskih izoterm težko določiti materialne parametre, smo v drugem primeru (primer 2) uporabili še sorpcijske izoterme, podane z enačbama (2.51, 2.52), katerih parametri so odvisni le od lastnosti betonske mešanice in jih je mnogo lažje določiti.



Slika 2.9: Primerjava med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati.

Figure 2.9: Comparison of experimental and numerical results.

Rezultati, prikazani na sliki 2.9 se dobro ujemajo, kar kaže, da je uporabljeni model primeren. Uporaba različnih matematičnih funkcij za modeliranje adiabatnega zvišanja temperature v betonu (enačba (2.34)) v primeru 0 in enačba (2.33) v primeru 1 in 2) je vzrok manjšim razlikam med potekom temperatur v primeru 0 in v primerih 1 in 2. Zvišanje temperature v primerih 1 in 2 je skoraj enako, iz česar lahko sklepamo, da način modeliranja sorpcijskih izoterm ne vpliva na razpored temperatur. Po drugi strani opis sorpcijskih izoterm vpliva na relativno vlažnost v betonu, čeprav so rezultati še vedno dovolj blizu, kar kaže na primernost sorpcijskih izoterm, podanih z enačbami (2.51, 2.52).

2.4.2 Avtogeno krčenje cementne paste

V tem primeru prikazujemo numerični model dveh poskusov, s katerima je Lura s sodelavci v delu [40] analiziral avtogeno krčenje cementne paste. Prvi model opisuje merjenje relativne vlažnosti, drugi pa pomikov zaradi avtogenega krčenja. Oba poskusa sta potekala v izotermnih pogojih pri temperaturi 20°C, preizkušane pa je bil v obeh primerih zatesnjen, da vanj ni mogla prodirati voda. Oba poskusa smo modelirali od starosti preizkušanca 12 do 144 ur.

Lastnosti cementne paste

Uporabljen material je bil portlandski cement z oznako CEM I 52.5 R z dodatkom mikrosilike (5.2 % mase cementa). Materialne karakteristike so zbrane v preglednici 2.3. Poroznost cementne paste smo računali po enačbi (2.40).

Preglednica 2.3: Materialni parametri cementne paste.
Table 2.3: Material parameters of cement paste.

Parameter	Simbol	Vrednost
Vodocementno razmerje	w/c	0.37
Vsebnost cementa	ρ_{cem}	1424 kg/m ³
Prepustnost	k	$0.5 \cdot 10^{-21}$ m ²
Gostota cementne paste	ρ_{eff}	1950 kg/m ³
Specifična toplota	$C_{p,\text{eff}}$	770 J/kg K
Toplotna prevodnost	λ_{eff}	0.45 W/m K
Koeficient toplotnega raztezanja	β_s	$1.5 \cdot 10^{-5}$ /K
Poissonov količnik	μ	0.2
Tlačna trdnost pri 28 dnevih	f_c	20 MPa
Parametra v enačbi (2.50)	a_s	različno
	b_s	2.0
Parameter v enačbi (2.96)	q_2	$9.44 \cdot 10^{-6}$ MPa ⁻¹
Parameter v enačbi (2.112)	c_c	$13.55 \cdot 10^{-9}$ /MPa ² s
Parametra v enačbi (2.107)	c_0	$1.2 \cdot 10^{-1}$ /MPa s
	c_1	1.98 MPa

Potek hidratacije je Lura s sodelavci meril s izotermnim kalorimetrom pri 20°C. V delu [40] je tako prikazan graf dejanske stopnje hidratacije cementa v odvisnosti od časa, ki je definirana kot razmerje med prostorninsko maso kemijsko vezanega cementa in prostorninsko maso vsega cementa. Ta je pri betonih in cementnih pastah z nizkim vodocementnim razmerjem vedno manjša od 1, saj ves cement ne more reagirati, ker se prej porabi vsa voda. Stopnja hidratacije Γ_{hydr} v predstavljenem numeričnem postopku pa je definirana kot razmerje med prostorninsko maso hidratirane (kemijsko vezane) vode ρ_{hydr} in prostorninsko maso kemijsko vezane vode po končani hidrataciji $\rho_{\text{hydr}}^{\infty}$ (enačba (2.29), zato moramo stopnjo hidratacije cementa, prikazano v delu [40], pomnožiti s faktorjem κ (enačba (2.35)), da dobimo stopnjo hidratacije, ki jo označujemo kot Γ_{hydr} .

Spreminjanje stopnje hidratacije v odvisnosti od časa smo nato modelirali s potenčno funkcijo:

$$\Gamma_{\text{hydr}}(t) = -6.597t^{-0.9128} + 1.018, \quad (2.176)$$

kjer je čas t v urah.

Iz podatka, da ima pri poskusu uporabljeni cement potencialno hidratacijsko toploto 535 kJ/kg, smo na podlagi podatkov o sestavi betonske mešanice (preglednica 2.3) izračunali, da je celotna hidratacijska toplota Q_{hydr}^{∞} enaka 515 MJ/m³.

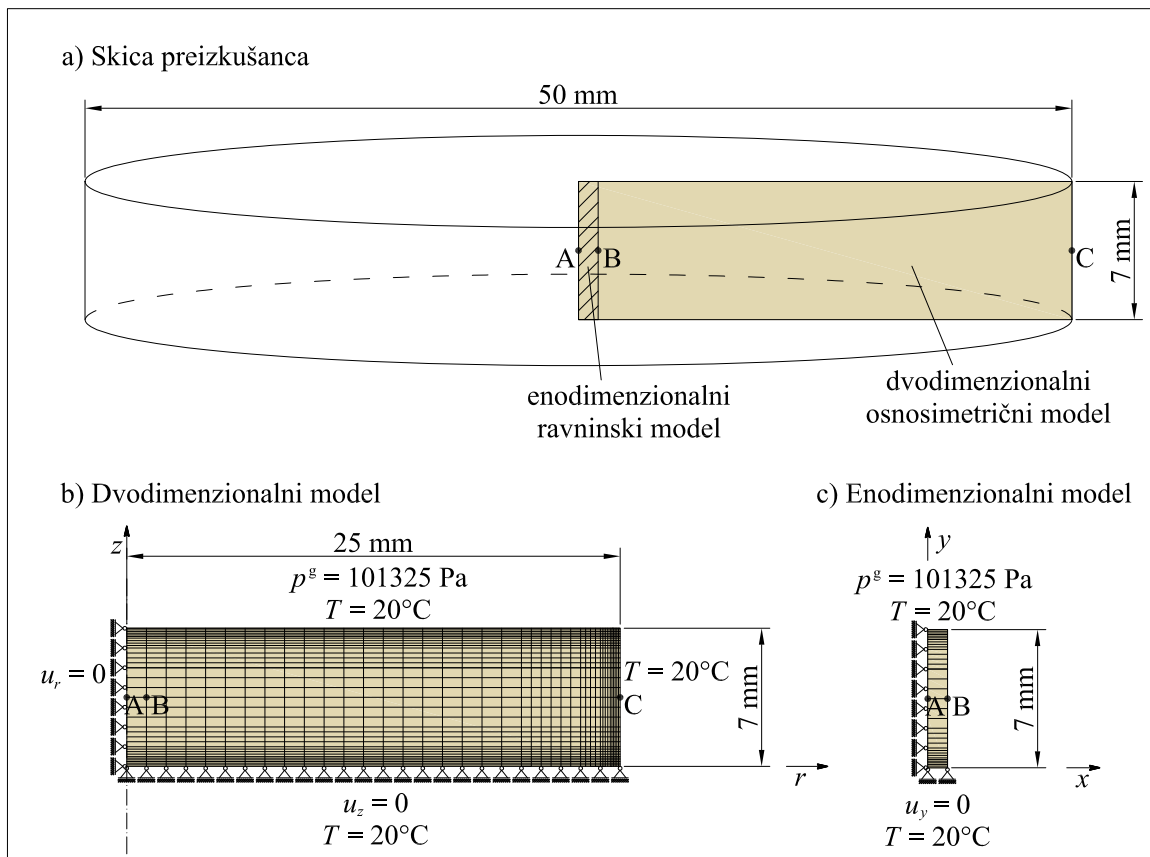
V delu [40] so navedene tudi meritve elastičnega modula pri časih 20 ur, 3 dni in 7 dni. Za modeliranje obnašanja cementne paste v območju med 12 in 144 urami smo spreminjanje elastičnega modula v odvisnosti od časa modelirali s kvadratno enačbo:

$$E(t) = -76.26t^2 + 43.18t + 10.32, \quad (2.177)$$

kjer je elastični modul E v GPa.

Numerični model poskusa merjenja relativne vlažnosti

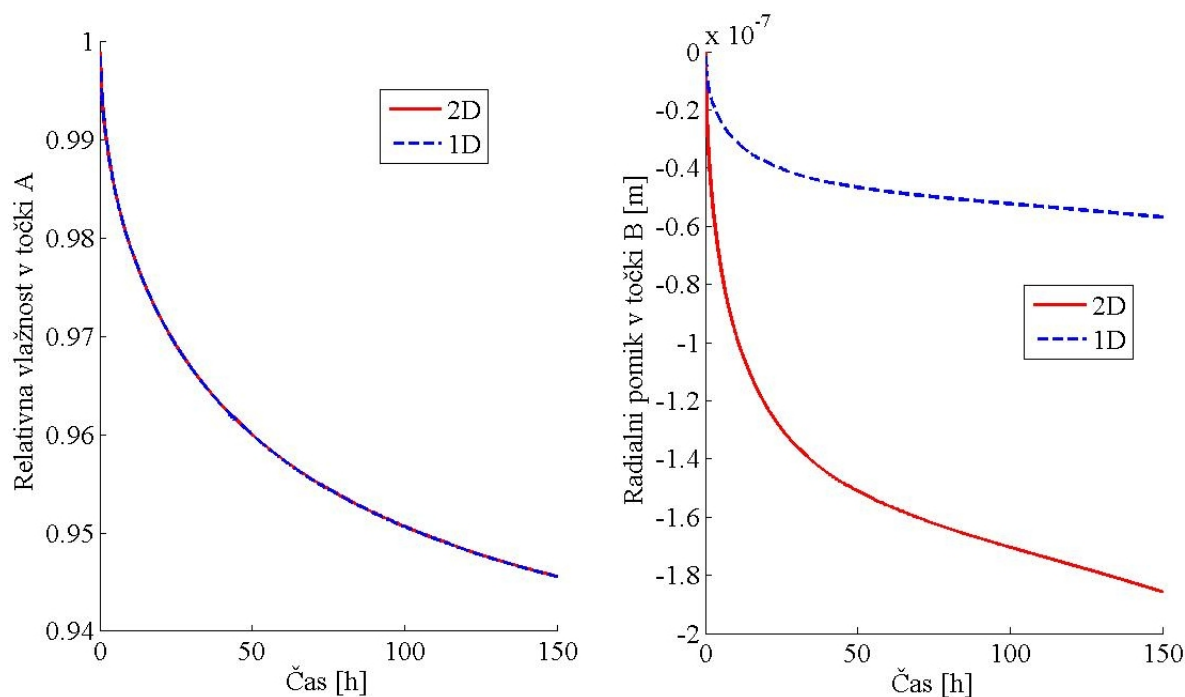
Lura s sodelavci je meril relativno vlažnost na majhnih valjih premera 50 mm in višine približno 7 mm. Valji so bili zaščiteni pred izmenjavo vode z okolico. Preizkušanece smo modelirali na dva načina - v prvem primeru smo valj modelirali s 1360 osnosimetričnimi končnimi elementi, v drugem primeru pa smo zanemarili prevajanje toplote, gibanje vode in zraka ter spreminjanje deformacij po prerezu valja in smo ga modelirali z 34 ravninskimi končnimi elementi, ki potekajo po višini valja (slika 2.10). V obeh primerih smo uporabili Gaussovo kvadraturu drugega reda in implicitno metodo direktne integracije. Vozliščne količine smo računali v različno dolgih časovnih intervalih, ki so bili na začetku računa dolgi 5 s, na koncu pa 1000 s. Robni pogoji so prikazani na sliki 2.10. Toplotni prestopni koeficient α_c je $10 \text{ W/m}^2\text{°C}$.



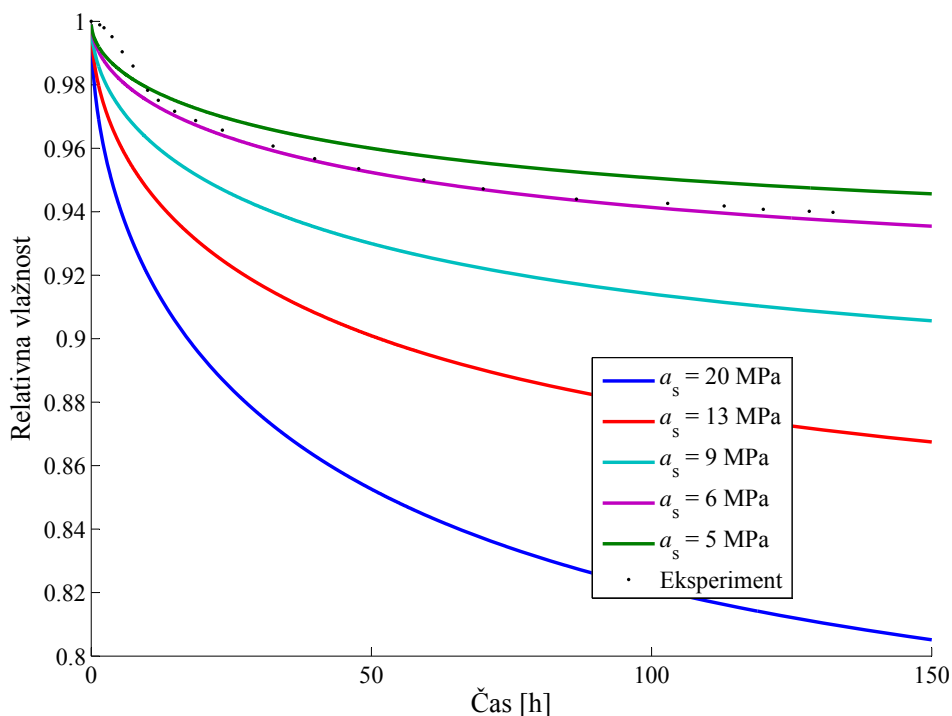
Slika 2.10: Mreža končnih elementov in robni pogoji za poskus merjenja relativne vlažnosti.
Figure 2.10: Finite elements mesh and boundary conditions for modelling the relative humidity measurements.

Na sliki 2.11 so prikazani rezultati enodimenzionalnega in dvodimenzionalnega osnosimetričnega modela. Vidimo, da sta poteka radialnega pomika v točki B sicer različna, vendar pa na potek relativne vlažnosti v točki A to skoraj nič ne vpliva, saj se rezultati za enodimenzionalen in dvodimenzionalen model prekrivajo. Za račun relativne vlažnosti je torej v tem primeru tudi enodimenzionalen model dovolj natančen.

Ugotovili smo, da je potek relativne vlažnosti močno odvisen od sorpcijskih izoterm, ki jih brez ustreznega eksperimenta težko določimo, zato smo vrednosti parametra a v enačbi (2.50) spreminjali. Na sliki 2.12 vidimo, da se tako dobljeni rezultati med seboj močno razlikujejo in se za vrednost $a_s = 6 \text{ MPa}$ dobro ujemajo z rezultati eksperimenta.



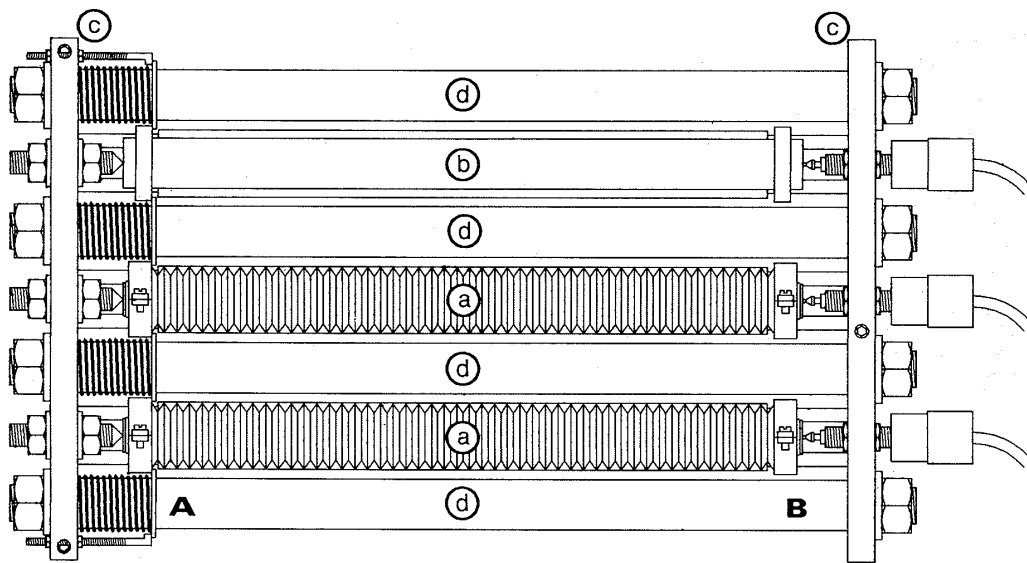
Slika 2.11: Primerjava med enodimenzionalnim in dvodimenzionalnim modelom.
Figure 2.11: Comparison between one dimensional and two dimensional model.



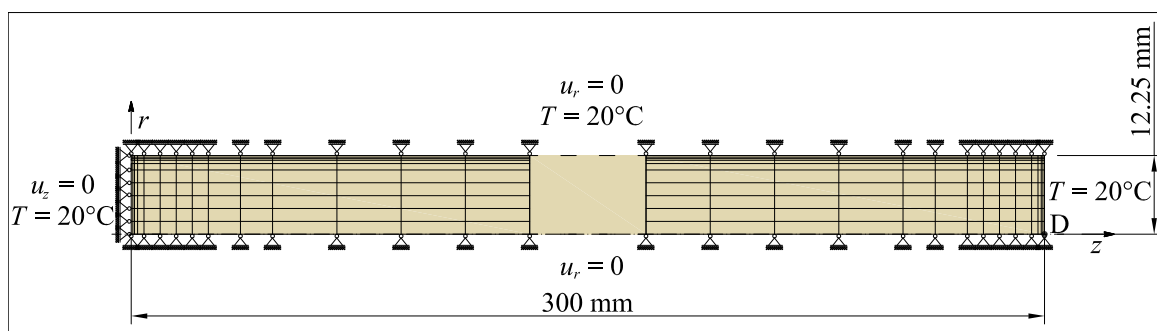
Slika 2.12: Primerjava med eksperimentalno in numerično določenim potekom relativne vlažnosti v središču preizkušanca.
Figure 2.12: Comparison of experimentally and numerically determined course of relative humidity in the centre of specimen.

Numerični model preizkusa merjenja pomikov

Meritve pomikov so bile opravljene z dilatometrom, ki je prikazan na sliki 2.13 [35, 36]. Cementna pasta je vgrajena v modele v obliki valja s srednjim premerom 24.5 mm in dolžino 300 mm. Preizkušanec je na eni strani vpet (leva stran na sliki 2.13), na drugi pa se meri njegov vzdolžni pomik. Plašč valja je iz nagubane plastičnega materiala, zaradi katerega smo predpostavili, da se valj deformira le v smeri njegove osi, v prečni smeri pa je tog. Valj smo tako modelirali s 480 osnosimetričnimi končnimi elementi. Vozliščne količine smo računali v različno dolgih časovnih intervalih, ki so bili na začetku računa dolgi 5 s, na koncu pa 1000 s. Robni pogoji so prikazani na sliki 2.14. Ker je preizkušanec potopljen v kopal iz glikola, smo toplotni prestopni koeficient povečali na $1000 \text{ W/m}^2\text{C}$.

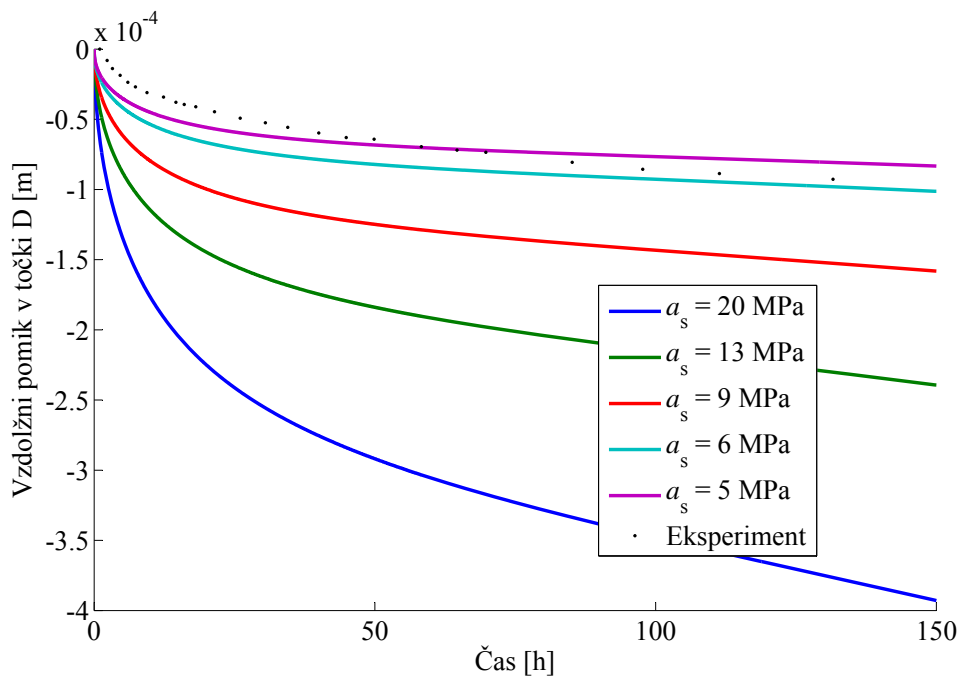


Slika 2.13: Dilatometer [35].
Figure 2.13: Dilatometer [35].



Slika 2.14: Mreža končnih elementov in robni pogoji za poskus merjenja pomikov.
Figure 2.14: Finite elements mesh and boundary conditions for modelling the displacement measurements.

Na sliki 2.15 je prikazana primerjava med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati pri različnih vrednostih parametra a_s , ki določa obliko sorpcijskih izoterm po enačbi (2.50). Vidimo, da se eksperimentu najbolj približamo pri vrednostih a_s med 5 in 6 MPa, kar je podobno kot v primeru modeliranja eksperimenta relativne vlažnosti. Iz tega lahko sklepamo, da predstavljeni numerični model ob pravi izbiri sorpcijskih izoterm pravilno opiše obnašanje preizkušancea.



Slika 2.15: Primerjava med eksperimentalno in numerično določenim vzdolžnim pomikom v točki D.
Figure 2.15: Comparison of experimentally and numerically determined longitudinal displacement at point D.

2.4.3 Armiranobetonska temeljna plošča

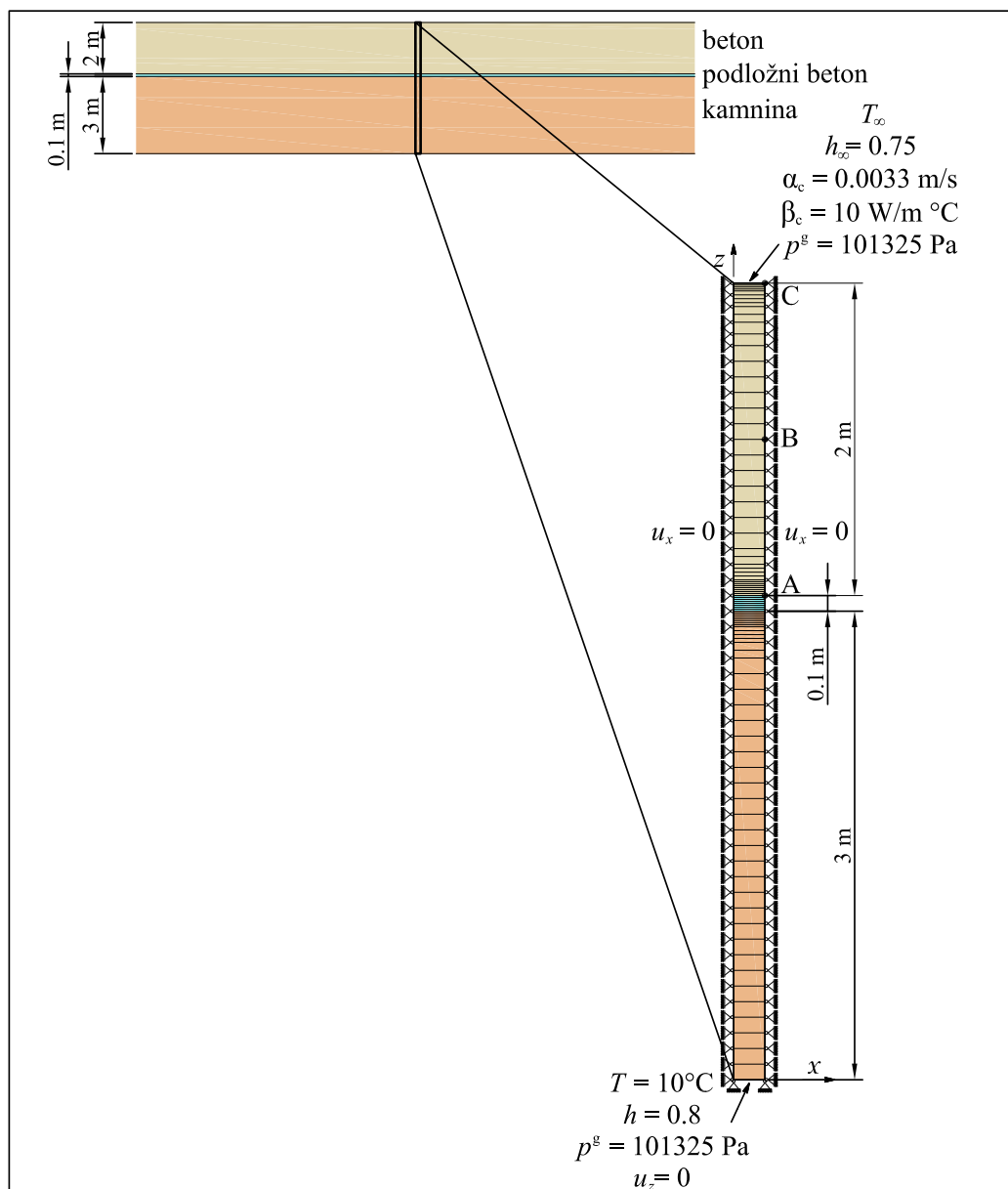
Glavni tehnološki objekt šestega bloka termoelektrarne Šoštanj je temeljen na temeljnih ploščah z največjo debelino 3.2 m, dolžina in širina plošč pa sta bistveno večji (slika 2.16). Tu prikazujemo analizo razvoja temperature, spremembe relativne vlažnosti in pomika v navpični smeri za temeljno ploščo debeline 2 m na enostavnem, enodimenzionalnem modelu. Najprej je prikazana primerjava med izračunanim in izmerjenim temperaturnim potekom, nato pa je prikazan vpliv relativne vlažnosti zraka in debeline plošče na temperaturo, relativno vlažnost zraka v porah in vertikalni pomik na vrhu plošče.



Slika 2.16: Gradnja temeljev glavnega tehnološkega objekta šestega bloka v termoelektrarni Šoštanj.
Figure 2.16: Construction of foundations of main power facility of the 6th unit at Šoštanj power plant.

Numerični model

Ker je debelina plošče precej manjša od njene dolžine in debeline, je plošča modelirana s stolpcem ravninskih elementov, kot je to prikazano na sliki 2.17. Pod ploščo je 10 cm debela plast podložnega betona, v model pa je vključena tudi plast zemljine debeline 3 m, na njenem dnu pa je predpisana konstantna temperatura 10°C in konstantna relativna vlažnost 80 %. Na vrhu plošče smo upoštevali prevajanje toplote s konvekcijo in radiacijo. Temperatura zraka je bila merjena in je prikazana na sliki 2.18. Začetna temperatura betona je znašala 25.5°C , relativna vlažnost 99.5 %, začetna stopnja hidratacije pa je bila 5 %. Po zemljini sta začetna temperatura in začetna relativna vlažnost enakomerno padali tako, da sta pri dnu modela dosegli predpisani konstantni vrednosti. Materialne lastnosti betona in kamnine so zbrane v preglednici 2.4. Potek hidratacije v adiabatnih pogojih smo določili s poladiabatnim poskusom.



Slika 2.17: Mreža končnih elementov in robni pogoji.
Figure 2.17: Finite elements mesh and boundary conditions.

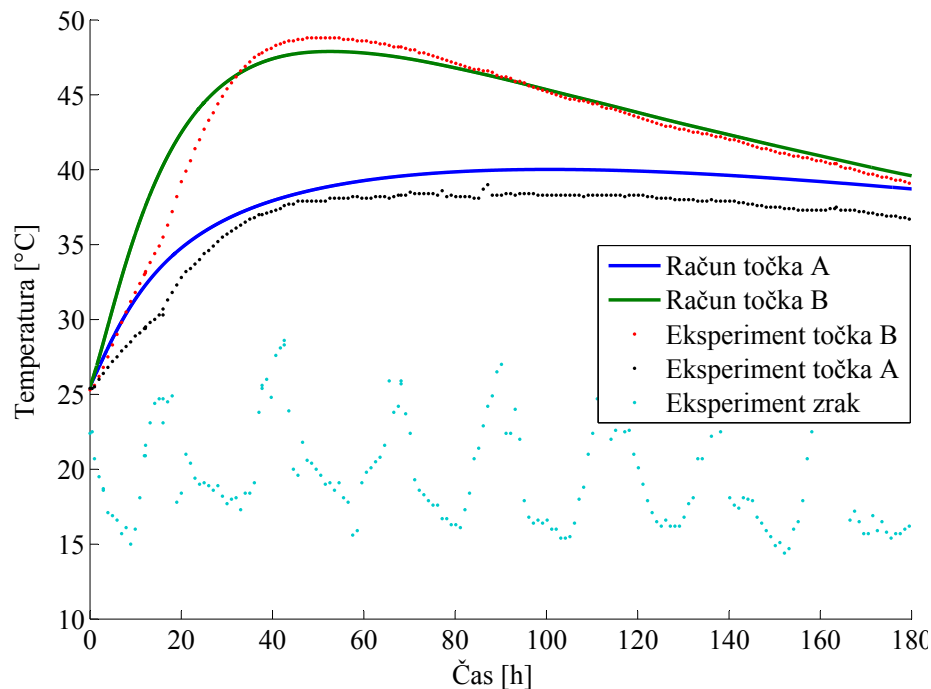
Preglednica 2.4: Materialni parametri betona in kamnine.
Table 2.4: Material parameters of concrete and rock.

Parameter	Simbol	Vrednost
Beton		
Vodocementno razmerje	w/c	0.5
Vsebnost cementa	ρ_{cem}	340 kg/m ³
Prepustnost	k	$3 \cdot 10^{-18}$ m ²
Gostota betona	ρ_{eff}	2430 kg/m ³
Specifična toplota	$C_{p,eff}$	1020 J/kg K
Toplotna prevodnost	λ_{eff}	2.5 W/m K
Koeficient toplotnega raztezanja	β_s	$1.5 \cdot 10^{-5}$ /K
Modul elastičnosti strjenega betona	E	39 GPa
Parametra v enačbi (2.75)	Γ_{hydr}^0	0.03
	b	0.62
Poissonov količnik	μ	0.18
Tlačna trdnost pri 28 dnevih	f_c	46 MPa
Parametri v enačbi (2.33)	a_a	0 °C
	b_a	31.6 °C
	c_a	90720 s
	d_a	1.2
Parameter v enačbi (2.36)	a_h	5
Aktivacijska energija	E_a	41570 J/mol
Parametra v enačbi (2.50)	a_s	18.6 MPa
	b_s	2.27
Parameter v enačbi (2.96)	q_2	$1.09 \cdot 10^{-5}$ MPa ⁻¹
Parameter v enačbi (2.112)	c_c	$13.55 \cdot 10^{-9}$ /MPa ² s
Parametra v enačbi (2.107)	c_0	$6 \cdot 10^{-1}$ /MPa s
	c_1	1.98 MPa
Kamnina		
Poroznost	n	0.1 %
Prepustnost	k	$3 \cdot 10^{-17}$ m ²
Gostota kamnine	ρ_{eff}	2500 kg/m ³
Specifična toplota	$C_{p,eff}$	850 J/kg K
Toplotna prevodnost	λ_{eff}	1.7 W/m K
Koeficient toplotnega raztezanja	β_s	$1.5 \cdot 10^{-5}$ /K
Modul elastičnosti	E	30 GPa
Poissonov količnik	μ	0.2
Parametra v enačbi (2.50)	a_s	18.6 MPa
	b_s	2.27
Parameter v enačbi (2.96)	q_2	$1.09 \cdot 10^{-5}$ MPa ⁻¹
Parameter v enačbi (2.112)	c_c	$13.55 \cdot 10^{-9}$ /MPa ² s
Parametra v enačbi (2.107)	c_0	$6 \cdot 10^{-1}$ /MPa s
	c_1	1.98 MPa

Primerjava med eksperimentalno in numerično določenim potekom temperatur

Po vgradnji betona smo temperaturo betona merili v treh točkah, prikazanih na sliki 2.17, poleg tega pa smo merili še temperaturo zraka. Primerjavo med eksperimentalno in numerično določenim potekom

temperatur prikazujemo na sliki 2.18. Vidimo, da se rezultati med seboj dobro ujemajo, kar kaže na to, da uporabljeni numerični postopek primeren za določitev temperature v betonski konstrukciji.



Slika 2.18: Primerjava med eksperimentalno in numerično določeno temperaturo.

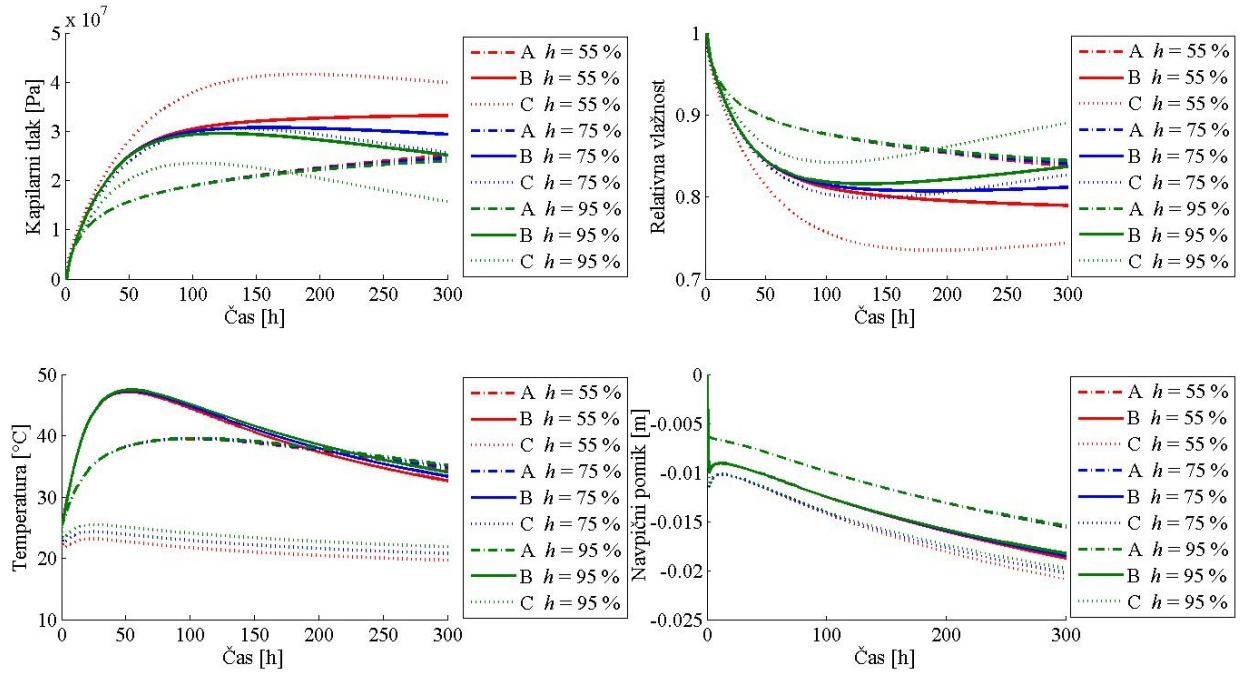
Figure 2.18: Comparison between experimentally and numerically determined temperature.

Vpliv relativne vlažnosti zraka

Na sliki 2.19 prikazujemo potek kapilarnega tlaka, relativne vlažnosti, temperature in navpičnega pomika v točkah A, B in C pri različni relativni vlažnosti zraka. Zunanja temperatura zraka je konstantna in sicer znaša 25°C. Vidimo, da sprememba relativne vlažnosti zunanjega zraka le malo vpliva na temperaturo v betonu, vpliv pa je večji bližje površini (točka C). Podobno velja tudi za navpične pomike. V nasprotju s tem pa relativna vlažnost zraka pomembno vpliva na relativno vlažnost in na kapilarne tlake v betonu. Tudi tu je vpliv največji ob površini betona, na dnu plošče (točka A) pa je zanemarljiv.

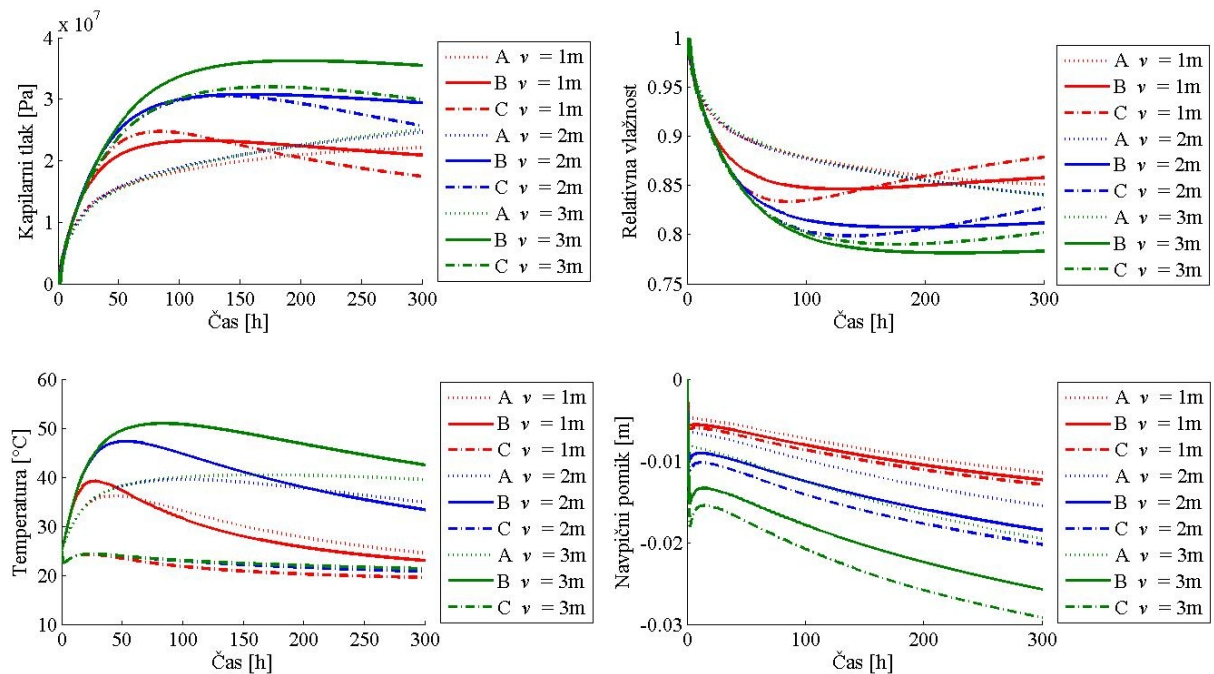
Vpliv debeline plošče

Na sliki 2.20 je primerjava med kapilarnim tlakom, relativno vlažnostjo, temperaturo in navpičnim pomikom v točkah A, B in C za različne debeline plošče v . Pri večji debelini plošče ta težje oddaja toploto v okolico, zato se najbolj segreje in hidratacija v njej poteka najhitreje. To vodi k večji porabi vode in k hitrejšemu izsuševanju plošče, zato je relativna vlažnost v debelejši plošči nižja. Zaradi večjega izsuševanja je v taki plošči tudi krčenje večje, zato je tudi navpični pomik večji. S principom učinkovitih napetosti lahko večje krčenje razložimo tudi s tem, da višji kapilarni tlaki pomenijo večji pritisk tekočine na trdno fazo, kar v njej povzroči višje učinkovite napetosti.



Slika 2.19: Primerjava med vrednostmi kapilarnega tlaka, relativne vlage, temperature in navpičnega pomika pri različni relativni vlažnosti zunanjega zraka.

Figure 2.19: Comparison between the values of capillary pressure, relative humidity, temperature and vertical displacement at different relative humidity of the surrounding air.



Slika 2.20: Primerjava med vrednostmi kapilarnega tlaka, relativne vlage, temperature in navpičnega pomika pri različni debelini plošče v .

Figure 2.20: Comparison between the values of capillary pressure, relative humidity, temperature and vertical displacement at different thickness of the plate v .

2.5 Primerjava reševanja popolnoma povezanega problema z dvofaznim postopkom

V literaturi smo zasledili tudi primere numeričnih postopkov [19, 33, 47], ko se najprej rešuje problem prevajanja toplote in vlage, nato pa se na osnovi teh rezultatov izračunajo pomiki. Ker je reševanje popolnoma povezanega problema časovno zahtevno, smo podobno razbili sistem matričnih enačb (2.127) na dva ločena sistema enačb, ki se rešujeta zaporedno. Primerjavo reševanja popolnoma povezanega problema z dvofaznim postopkom bomo pokazali na primeru armiranobetonske temeljne plošče, opisane v razdelku 2.4.3.

2.5.1 Dvofazni postopek

Da bi ločili račun temperature in vlažnosti od računa pomikov, smo člene C_{au_i} , $a = g, c, t$ v sistemu enačb (2.127) postavili na nič. Tako sedaj najprej iz sistema enačb:

$$\begin{bmatrix} C_{gg} & C_{gc} & C_{gt} \\ 0 & C_{cc} & C_{ct} \\ 0 & C_{tc} & C_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{p}}^g \\ \dot{\bar{p}}^c \\ \dot{\bar{T}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{gg} & K_{gc} & K_{gt} \\ K_{cg} & K_{cc} & K_{ct} \\ K_{tg} & K_{tc} & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}^g \\ \bar{p}^c \\ \bar{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_g \\ f_c \\ f_T \end{bmatrix} \quad (2.178)$$

izračunamo zračni in kapilarni tlak ter temperaturo v vozliščih, nato pa iz sistema

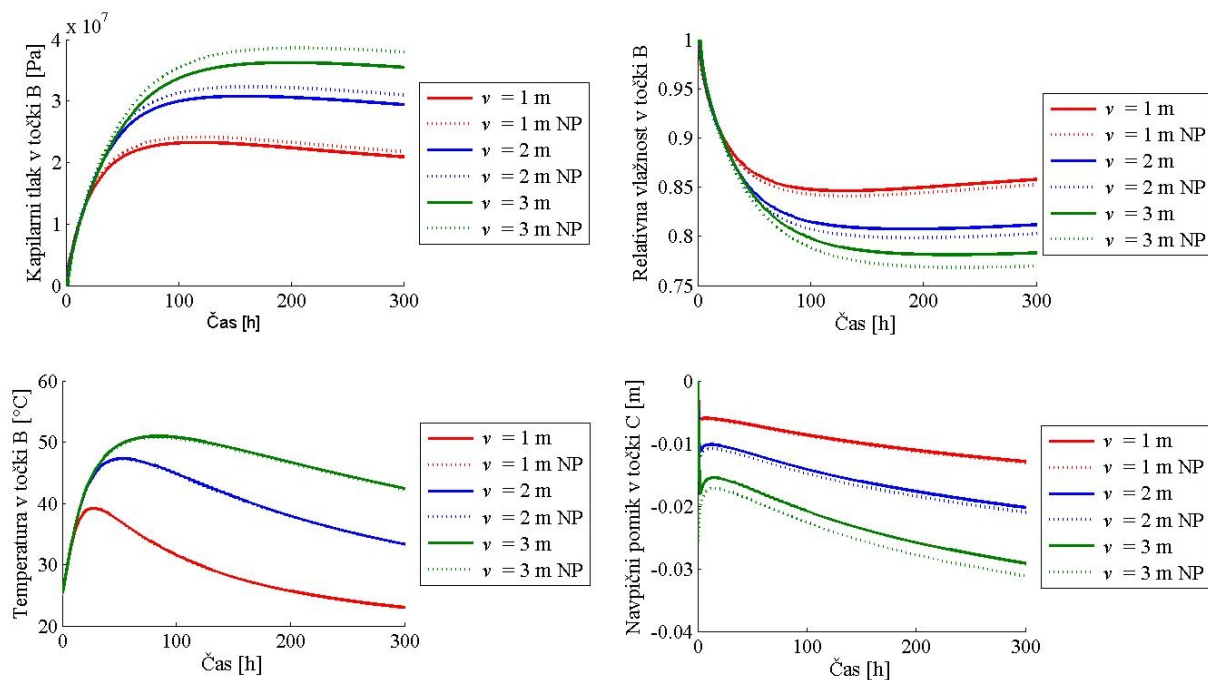
$$\begin{bmatrix} C_{u_x u_x} & C_{u_x u_y} & C_{u_x u_z} \\ C_{u_y u_x} & C_{u_y u_y} & C_{u_y u_z} \\ C_{u_z u_x} & C_{u_z u_y} & C_{u_z u_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{u_x u_x} & K_{u_x u_y} & K_{u_x u_z} \\ K_{u_y u_x} & K_{u_y u_y} & K_{u_y u_z} \\ K_{u_z u_x} & K_{u_z u_y} & K_{u_z u_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{u_x} \\ f_{u_y} \\ f_{u_z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{u_x g} & C_{u_x c} & C_{u_x t} \\ C_{u_y g} & C_{u_y c} & C_{u_y t} \\ C_{u_z g} & C_{u_z c} & C_{u_z t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{p}}^g \\ \dot{\bar{p}}^c \\ \dot{\bar{T}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{u_x g} & K_{u_x c} & K_{u_x t} \\ K_{u_y g} & K_{u_y c} & K_{u_y t} \\ K_{u_z g} & K_{u_z c} & K_{u_z t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}^g \\ \bar{p}^c \\ \bar{T} \end{bmatrix} \quad (2.179)$$

določimo še pomike.

2.5.2 Primer: armiranobetonska temeljna plošča

Primerjavo med obema načinoma reševanja problema prikazujemo na primeru armiranobetonske temeljne plošče, opisane v razdelku 2.4.3. Na sliki 2.21 prikazujemo primerjavo med količinami v ploščah različne debeline. Vidimo, da so temperature v središču plošče v primeru, ko jih računamo po dvofaznem postopku, praktično enake kot v primeru, ko računamo popolnoma povezan problem. Iz tega lahko sklepamo, da pomiki ne vlivajo bistveno na temperaturo v betonu. V nasprotju s tem vidimo, da način računa opazno vpliva na kapilarne tlake in da se razlike z večjo debelino plošče povečujejo, kar je verjetno posledica tega, da se z večjo debelino plošče povečujejo tudi pomiki. Kapilarni tlaki in s tem relativna vlažnost zraka v porah so torej odvisni od pomikov trdnega skeleta, čeprav razlike niso zelo velike, pa tudi s časom se ne povečujejo, verjetno zaradi vedno večje togosti betona.

Računski čas je v primeru dvofaznega postopka 78 % časa, ki ga potrebujemo za reševanje popolnoma povezanega problema. Ta delež ni odvisen od debeline plošče. Glede na to je pri tanjših ploščah in v primeru, ko ne rabimo zelo natančnih rezultatov, smiselno računati po dvofaznem postopku.



Slika 2.21: Primerjava med vrednostmi kapilarnega tlaka, relativne vlage, temperature in vertikalnega pomika v primeru, ko smo reševali popolnoma povezan problem in v primeru, ko smo reševali problem po dvofaznem postopku (oznaka NP).

Figure 2.21: Comparison between the values of capillary pressure, relative humidity, temperature and vertical displacement in the case fully coupled problem is solved and in the case the problem is solved in two phases (denotation NP).

3 TOPLOTNA ANALIZA SVEŽEGA BETONA

Reševanje povezanega problema prevajanja vode, vlažnega zraka, toplote in napetosti po betonu je numerično zahteven in časovno potraten problem, saj imamo že pri dvodimenzionalnih problemih v vsakem vozlišču pet spremenljivk. Pri večjih, realnejših modelih je tako lahko računski čas zelo dolg. Poleg tega imamo v modelu zelo veliko materialnih parametrov, ki jih je težko eksperimentalno določiti. Zato smo za praktično uporabo pripravili numerični postopek toplotne analize betona, ki zanemari vpliv prenašanja toplote s premikanjem tekočin po betonu in vpliv faznih sprememb vode. V tem primeru temperatura betona ni odvisna od vlažnostnega in napetostnega stanja betona in jo lahko izračunamo ločeno.

Najprej tako prikazujemo osnovno enačbo, ki jo pri tem numeričnem postopku rešujemo. Bistven vhodni podatek pri računu je adiabatna krivulja, ki opisuje sproščanje hidratacijske toplote v toplotno popolnoma izoliranem stanju, zato je v ločenem razdelku opisana njena določitev s posebnim poudarkom na poladiabatnem poskusu in uporabi nevronske mreže. Robni pogoji k osnovni enačbi so lahko predpisana temperatura, izmenjava toplote z okolico s konvekcijo ali radiacijo ali dovod toplote z osončenjem. Modeliranje slednjega je malce zahtevnejše, zato je opisano v posebnem razdelku.

V nadaljevanju poglavja je opisano modeliranje dveh posebnosti masivnih betonskih konstrukcij. Prva je postopna gradnja, ki se pogosto uporablja pri gradnji masivnih betonskih konstrukcij, njeno modeliranje pa zahteva nadgradnjo računalniškega programa, da ta omogoča dodajanje in odzemanje končnih elementov. Druga posebnost betona je, da je kompozitni material, saj vsebuje armaturo, ki spremeni njegovo obnašanje.

Razlaga teorije je tekom celega poglavja ilustrirana z numeričnimi primeri, izračunanimi s programom TeEx (Temperature Expanded), ki je bil pripravljen po opisanem numeričnem postopku v programskem okolju Matlab. V nekaterih primerih je prikazana primerjava med numeričnimi in eksperimentalnimi rezultati, v drugih pa je prikazana praktična uporaba numeričnih rezultatov za napoved temperature v betonskih elementih.

3.1 Osnovna enačba prevajanja toplote

Ker nas zanima le temperatura betona, rešujemo le enačbo o ohranitvi energije (2.22), v kateri zanemarimo vpliv faznih sprememb vode, to je izhlapevanje in kondenzacijo ($\dot{\rho}_{\text{vap}} = 0$). Prav tako zanemarimo vpliv prenašanja toplote z gibanjem tekočin po snovi (drugi člen v enačbi (2.22) je enak nič), kar Tenchev s sodelavci v delu [47] utemeljuje z dejstvom, da toplotno prevodnost eksperimentalno merimo na vlažnem betonu, zato je prispevek prevajanja toplote zaradi premikanja tekočin že implicitno upoštevan v toplotnem toku zaradi kondukcije. V tem primeru sta toplotna prevodnost in toplotna kapaciteta drugačni od tistih v modelu, opisanem v prejšnjem poglavju, in sta praviloma odvisni od stopnje hidratacije.

V enačbo (2.22) nato vstavimo Fourierjev zakon (2.65) in tako dobimo parcialno diferencialno enačbo prevajanja toplote:

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} \frac{\dot{D}T}{Dt} - \text{div}(\lambda_{\text{eff}} \text{grad}T) = \dot{\rho}_{\text{hydr}} \Delta H_{\text{hydr}} = \dot{Q}_{\text{hydr}}, \quad (3.1)$$

ki jo dopolnjujejo začetni

$$T(t = 0) = T_0 \quad (3.2)$$

ter Cauchyjevi in Dirichletovi robni pogoji:

$$\begin{aligned} -\lambda_{\text{eff}} \text{grad}T \cdot \mathbf{n} &= q^t + \alpha_c(T - T_\infty) + e\sigma_0(T^4 - T_\infty^4) \quad \text{na } \Gamma_T^c, \\ T(t) &= \hat{T} \quad \text{na } \Gamma_T^d. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Prikazano enačbo numerično rešujemo analogno kot sistem enačb povezanega prevajanja vode, vlažnega zraka, toplote in napetosti, kar je opisano v razdelku 2.3.

3.2 Določitev sproščanja hidratacijske toplote v adiabatnih pogojih

Nekatere konstitucijske enačbe, s katerimi modeliramo hidratacijo cementa, smo predstavili v razdelku 2.2.1, v tem razdelku pa jih bomo dopolnili.

Iz enačb (2.29), (2.30) in (2.32) lahko izrazimo časovni odvod hidratacijske toplote kot:

$$\dot{Q}_{\text{hydr}} = (\rho C_p)_{\text{eff}} \dot{T}^{\text{ad}} \exp\left(\frac{E_a}{R \frac{(\rho C_p)^{\text{ad}} T^{\text{ad}}}{(\rho C_p)_{\text{eff}}}}\right) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right). \quad (3.4)$$

Iz enačbe (3.4) vidimo, da potrebujemo odvod temperature betona v adiabatnih pogojih T^{ad} . Da eksperimentalne rezultate zgladimo in tudi lažje odvajamo, jih najprej modeliramo z matematično krivuljo, kot prikazujemo v razdelku 3.2.1.

Tako dobimo adiabatno krivuljo, ki opisuje zvišanje temperature zaradi hidratacije cementa v popolnoma izoliranem betonu. Ta krivulja je karakteristika posamezne betonske mešanice, določimo pa jo z adiabatnim ali s poladiabatnim poskusom [43] oziroma jo ocenimo na podlagi sestave betona [41]. Pri adiabatnem poskusu preprečujemo izgubo energije tako, da skušamo s temperaturo okolice betona čimbolj slediti temperaturi strjujočega se betona, medtem ko pri poladiabatnem poskusu preizkušanece le izoliramo, nastale toplotne izgube pa opišemo z računsko korekcijo, ki jo prištejemo izmerjenim vrednostim. Tako je poladiabatni poskus enostavnejši za izvedbo, daje pa lahko zelo natančne rezultate, kar smo pokazali tako, da smo na osnovi s poladiabatnim poskusom določene adiabatne krivulje izračunali temperaturni potek v merskih točkah in ga primerjali z izmerjenim (razdelek 3.2.3). Sam poladiabatni poskus je natančneje opisan v razdelku 3.2.2.

Ker je eksperimentalno določanje adiabatne krivulje za vsako novo mešanico lahko zamudno, lahko adiabatno krivuljo za mešanico, ki je podobna že znanim, določimo tudi z nevronske mreže, kar opisujemo v razdelku 3.2.4, na koncu pa je prikazan še primer uporabe tako določene adiabatne krivulje na konkretnem izračunu.

3.2.1 Matematično modeliranje adiabatne krivulje

Z adiabatnim ali poladiabatnim poskusom dobimo vrednosti temperatur betona v adiabatnih pogojih ob različnih časih. Da bi dobili adiabatno krivuljo, bi lahko te vrednosti povezali z odsekoma linearno funkcijo, vendar pa eksperimentalni rezultati zaradi merskih napak niso monotono naraščajoči, kar povzroči numerične težave. Zato eksperimentalno določene vrednosti običajno opišemo z matematično funkcijo, ki se jim čimbolj prilega.

Pri našem izračunu običajno uporabljamo funkcijo s parametri a_a , b_a , c_a in d_a , ki jo je predlagal Ammar s sodelavci [2]:

$$T^{\text{ad}} = a_a + b_a \exp\left(-\left(c_a/t\right)^{d_a}\right), \quad (3.5)$$

vendar pa ta funkcija slabo opiše nizkohidracijske betone, ki vsebujejo veliko mineralnega dodatka, kar je ilustrirano v primeru, opisanem v razdelku 3.2.3. Zato smo enačbi (3.5) dodali še dva člena, s katerima se lahko bolje približamo eksperimentalnim rezultatom:

$$T^{\text{ad}} = b_1 \exp\left(-\left(c_1/t\right)^{d_1}\right) + b_2 \left(1 - \exp\left(-c_2(t - d_2)\right)\right) + b_3 \exp\left(-\left(c_3(t - d_3)\right)^2\right), \quad (3.6)$$

pri čemer so b_1 , c_1 , d_1 , b_2 , c_2 , d_2 , b_3 , c_3 in d_3 materialni parametri.

3.2.2 Poladiabatni poskus

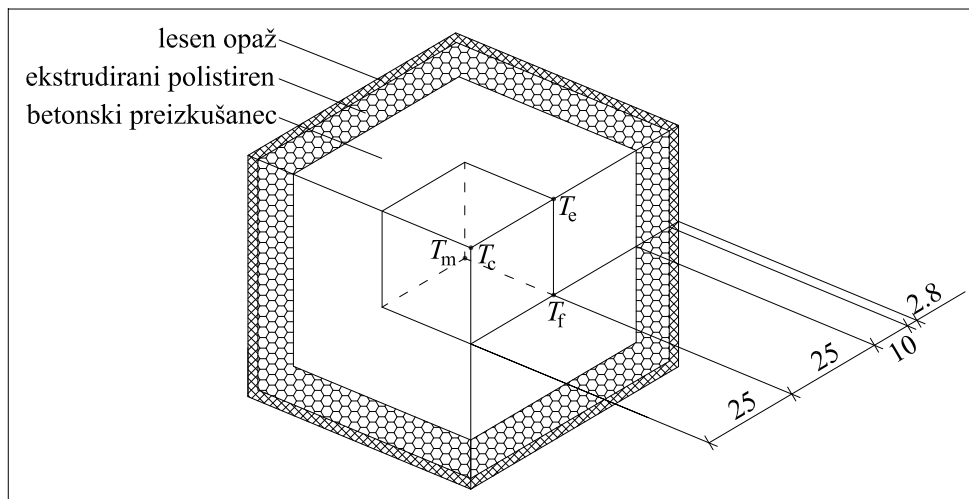
Pri poladiabatnem poskusu, kot ga predlaga Ng s sodelavci v delu [43], ima preizkušane obliko kocke s stranico 50 cm je obdan z 10 cm ekstrudiranega polistirena in z 2.8 cm debelim lesenim opažem (slika 3.1). Ker je kocka glede na tri ravnine popolnoma simetrična, temperaturni potek merimo le na štirih mestih, označenih na sliki 3.2, poleg tega pa merimo še temperaturo okoliškega zraka.



Slika 3.1: Izvedba poladiabatnega poskusa.
Figure 3.1: Execution of semi-adiabatic experiment.

Pri poladiabatnem poskusu dopustimo toplotne izgube, zato jih moramo oceniti in računsko upoštevati. Če označimo pravo adiabatno zvišanje temperature s T_G , povprečno temperaturo betona s T_V in začetno temperaturo betona s T_P , potem so toplotne izgube H_L sorazmerne z razliko med adiabatnim zvišanjem temperature in dejanskim zvišanjem temperature $T_V - T_P$:

$$H_L = V_c \rho_c c_c (T_G - (T_V - T_P)), \quad (3.7)$$



Slika 3.2: Geometrija preizkušanca pri poladiabatnem poskusu in merilna mesta.
Figure 3.2: Geometry of a specimen at semiadiabatic test and the measuring points.

kjer so V_c , ρ_c in c_c prostornina, gostota in specifična toplota betonskega preizkušanca.

Če označimo s k skupno toplotno prevodnost ovoja in napišemo nadomestno enodimenzijsko enačbo (3.1) za ovoj, lahko izrazimo toplotne izgube kot:

$$\dot{H}_L = k (T_S - T_A), \quad (3.8)$$

kjer je T_S povprečna temperatura površine betonskega preizkušanca, T_A pa temperatura okolice.

Z združitvijo enačb (3.7) in (3.8) lahko izrazimo adiabatno zvišanje temperature T_G kot:

$$T_G = (T_V - T_P) + \lambda \int_0^t (T_S - T_A) dt, \quad (3.9)$$

kjer je $\lambda = \frac{k}{V_c \rho_c c_c}$ karakteristika posameznega poskusa in jo določimo po koncu sproščanja hidratacijske toplote z odvajanjem enačbe (3.9) po času ob predpostavljenem konstantnem adiabatnem zvišanju temperatur T_G . Tako dobimo:

$$\lambda = -\frac{\dot{T}_V}{T_S - T_A}. \quad (3.10)$$

Povprečno temperaturo betonskega preizkušanca T_V in povprečno temperaturo njegove površine T_S izračunamo iz izmerjenih temperatur (slika 3.2) po enačbah, podanih v članku [43]:

$$\begin{aligned} T_V &= \frac{64}{125} T_m + \frac{48}{125} T_f + \frac{12}{125} T_e + \frac{1}{125} T_c, \\ T_S &= \frac{16}{25} T_f + \frac{8}{25} T_e + \frac{1}{25} T_c. \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.2.3 Primer: numerično modeliranje poladiabatnega poskusa

Da bi ugotovili primernost postopka poladiabatnega poskusa, opisanega v razdelku 3.2.2, smo adiabatno zvišanje temperature, ki smo ga dobili s poladiabatnim poskusom preko računske korekcije po enačbi

(3.9), aproksimirali s krivuljo sigmoidne oblike (enačba (3.5), preglednica 3.1) in jo uporabili kot vhodni podatek v računalniškemu programu TeX, pripravljenim na osnovi enačb v poglavju 3.1. Nato smo izračunane vrednosti temperatur na mestih meritev primerjali z izmerjenimi vrednostmi. Postopek smo ponovili za 10 betonskih mešanic.

Preglednica 3.1: Parametri adiabatne krivulje in začetna temperatura betona.
Table 3.1: Parameters of the adiabatic curve and the initial temperature of concrete.

Oznaka mešanice	a_a [°C]	b_a [°C]	c_a [h]	d_a	T_0 [°C]
A1	1.48	42.88	10.99	3.55	13.5
A2	1.21	44.60	11.63	3.22	16.3
A3	0.74	46.29	9.63	2.44	16.5
B1	0.48	38.33	10.5	2.01	21.8
B2	2.46	31.61	25.17	1.20	22.2
B3	1.44	40.90	16.61	2.45	22.5
B4	2.11	45.24	7.44	2.46	21.0
C1	2.44	26.08	24.20	2.36	23.0
C2	1.49	35.61	16.32	2.03	24.0
C3	0.75	41.11	9.8	2.17	22.5

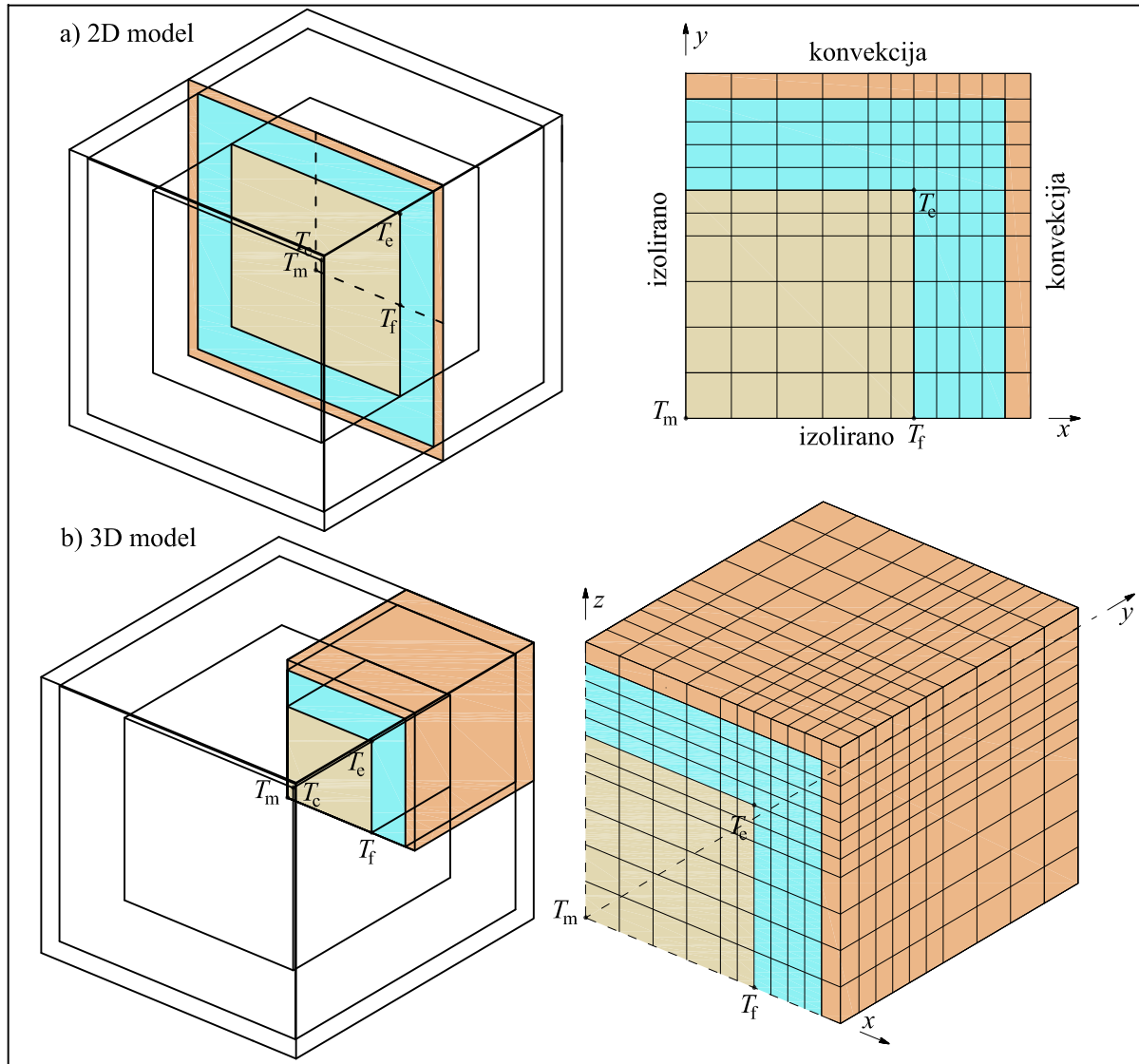
Numerični model

Za določitev poteka temperatur smo pripravili dva numerična modela. Najprej smo potek temperatur v kocki modelirali z ravninskim potekom temperatur (2D model), drugi model pa je tridimenzionalen (3D model). Pri obeh modelih smo upoštevali simetrijske ravnine kocke, tako da smo obakrat modelirali le njen del. Pri 2D modelu mrežo sestavlja 121 štirivozliščnih izoparametričnih ravninskih končnih elementov, pri 3D modelu pa 1331 osemvozliščnih izoparametričnih prostorskih končnih elementov (slika 3.3).

Ker ostali materialni parametri, ki jih potrebujemo pri računu, niso bili izmerjeni, smo v analizi za te predpostavili vrednosti, dobljene v literaturi [49] in prikazane v preglednici 3.2. Temperatura zraka je bila približno 20°C, za prestopni koeficient pa smo izbrali vrednost 50000 J/h m²°C, kar ustreza mirnemu ozračju v laboratoriju. Za vrednost aktivacijske energije smo izbrali 44500 J/mol [45]. Temperature v vozliščnih končnih elementov smo zaradi relativno dolgega obdobja merjenja računali na vsake pol ure. Za časovno integracijo enačbe (3.1) smo uporabili implicitno metodo.

Preglednica 3.2: Materialni parametri.
Table 3.2: Material parameters.

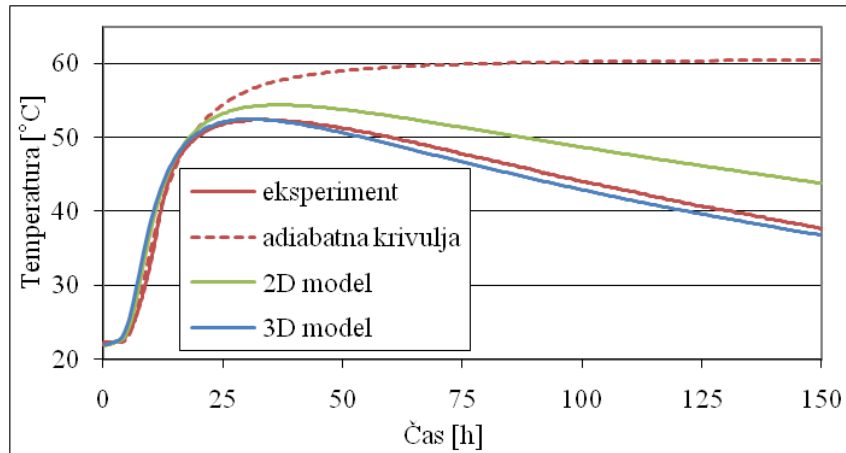
Material	λ_{eff} [J/m h °C]	c [J/kg °C]	ρ [kg/m ³]
Beton	9200	1000	2430
Ekstrudirani polistiren	118	1450	25
Les	470	2800	500



Slika 3.3: Mreža končnih elementov za 2D in 3D model.
Figure 3.3: Finite element mesh for 2D and 3D model.

Primerjava med dvo- in tridimenzionalnim modelom

Slika 3.4 prikazuje primerjavo med rezultati dvodimenzionalnega (2D) in tridimenzionalnega (3D) modela. Pri 2D modelu smo s predpostavko o ravninskem temperaturnem stanju predpostavili, da sta ploskvi kocke, ki sta vzporedni z obravnavano ravnino, popolnoma izolirani. Tako se toplota izgublja le skozi štiri in ne skozi šest ploskev, kot pri realnejšem 3D modelu, zato je razlika med končno temperaturo središča preizkušanca in adiabatnim potekom pri 2D modelu le dve tretjini tiste pri 3D modelu. Rezultati zadnjega se posledično bolje ujemajo z eksperimentalnimi podatki in v nadaljevanju tako prikazujemo le rezultate 3D modela.



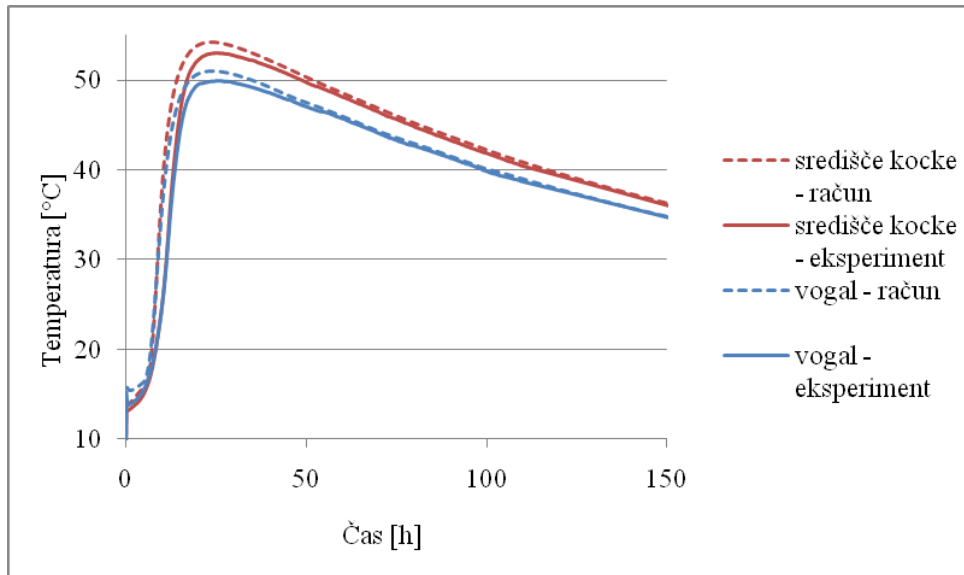
Slika 3.4: Temperatura v središču preizkušanca – primerjava med 2D in 3D modelom za beton B1.
Figure 3.4: Temperature in the centre of the specimen – the comparison between the two-dimensional and three-dimensional model for the concrete's mixture B1.

Primerjava med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati

V preglednici 3.3 je prikazana primerjava med rezultati, dobljeni z numeričnim računom za 3D model, in rezultati eksperimenta. V tem primeru se izmerjena in izračunana najvišja dosežena temperatura razlikujeta za največ 1.5°C. Do razlik pride zaradi aproksimacije adiabatne krivulje s krivuljo sigmoidne oblike (enačba (3.5)), zaradi predpostavljenih materialnih parametrov in pa zaradi napake metode poladiabatnega poskusa. Iz slike 3.5 vidimo, da se tudi potek temperatur po preizkušancu za celo obdobje trajanja preizkusa dobro ujema, na slikah 3.6, 3.7 in 3.8 pa je prikazana primerjava med računsko in eksperimentalno določeno temperaturo v središču kocke za vse obravnavane mešanice.

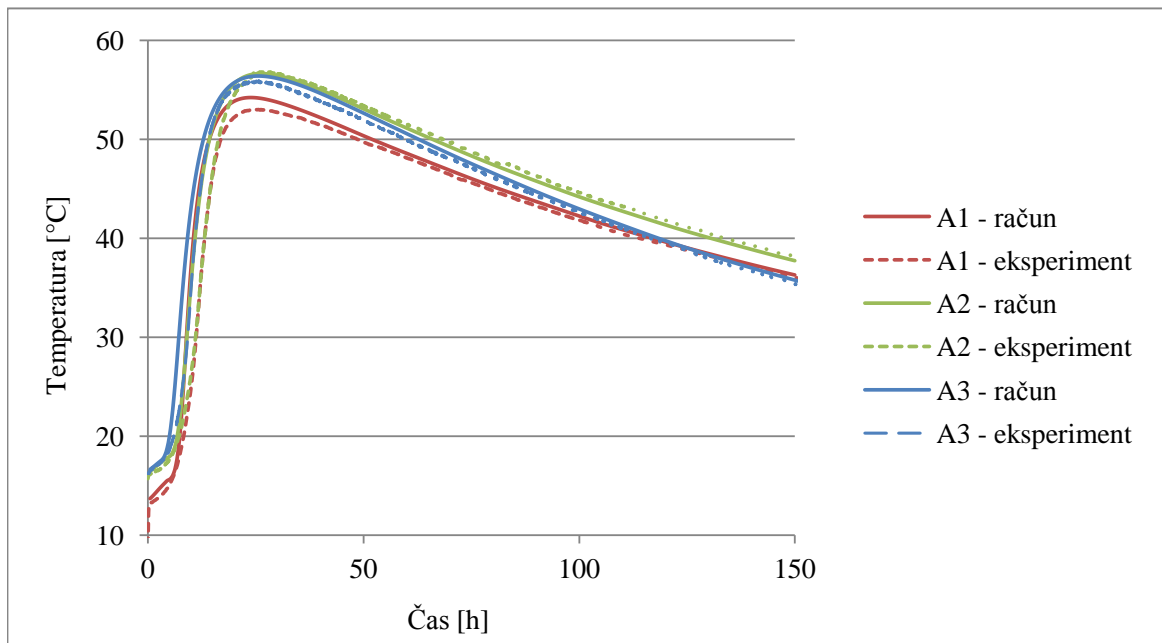
Preglednica 3.3: Primerjava eksperimentalno in numerično določene najvišje dosežene temperature.
Table 3.3: Comparison between the experimentally and numerically determined highest temperature.

Oznaka mešanice	$T_{\max} [^{\circ}\text{C}]$		Razlika [$^{\circ}\text{C}$]
	eksperiment	račun	
A1	53.0	54.2	+1.2
A2	56.8	56.6	-0.2
A3	55.8	56.4	+0.6
B1	52.4	52.5	+0.1
B2	46.2	44.8	-1.4
B3	56.2	54.7	-1.5
B4	61.7	61.6	-0.1
C1	44.1	43.5	-0.6
C2	51.7	50.8	-0.9
C3	56.5	56.2	-0.3



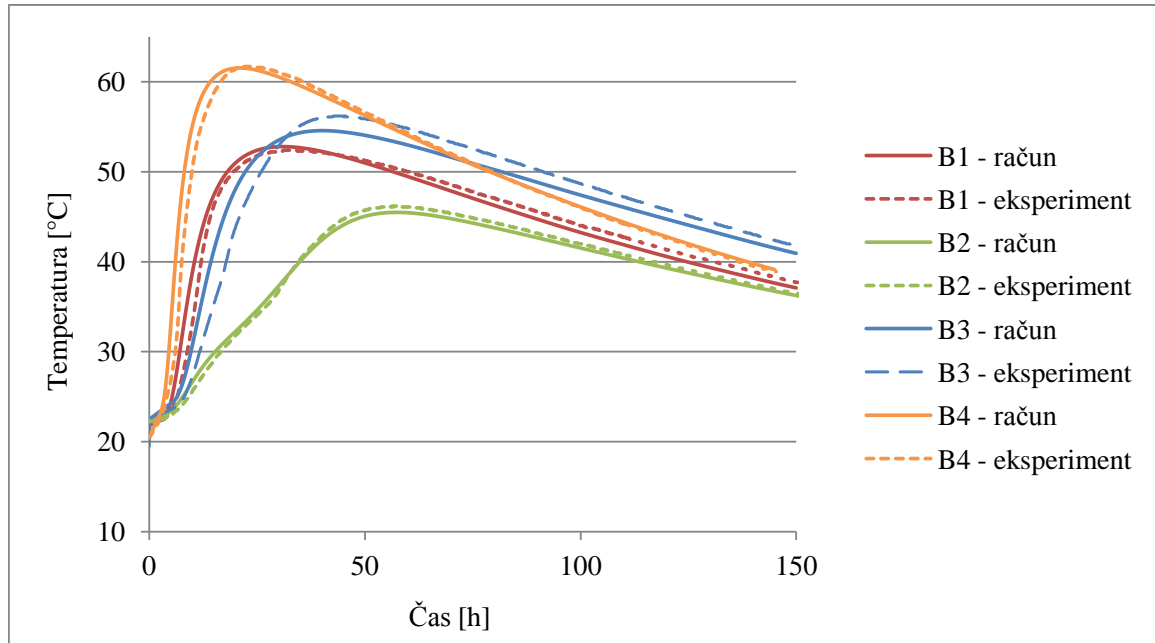
Slika 3.5: Temperatura v središču in v vogalu preizkušanca – primerjava med izračunanimi in eksperimentalno določenimi vrednostmi za beton A1.

Figure 3.5: Temperature in the centre and in the corner of the specimen – a comparison between numerical and experimental values for the concrete's mixture A1.



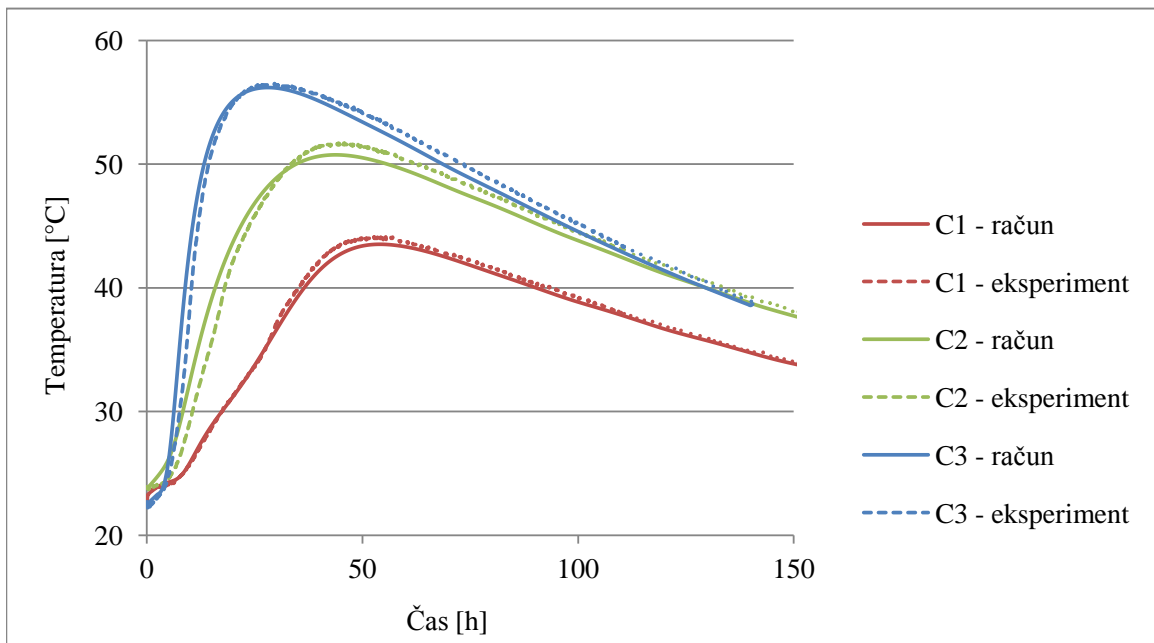
Slika 3.6: Primerjava med izračunanim in eksperimentalno določenim potekom temperature v središču preizkušanca za betonske mešanice iz serije A.

Figure 3.6: Comparison between numerically and experimentally determined temperature in the centre of the specimen for concrete mixtures from the series A.



Slika 3.7: Primerjava med izračunanim in eksperimentalno določenim potekom temperature v središču preizkušanca za betonske mešanice iz serije B.

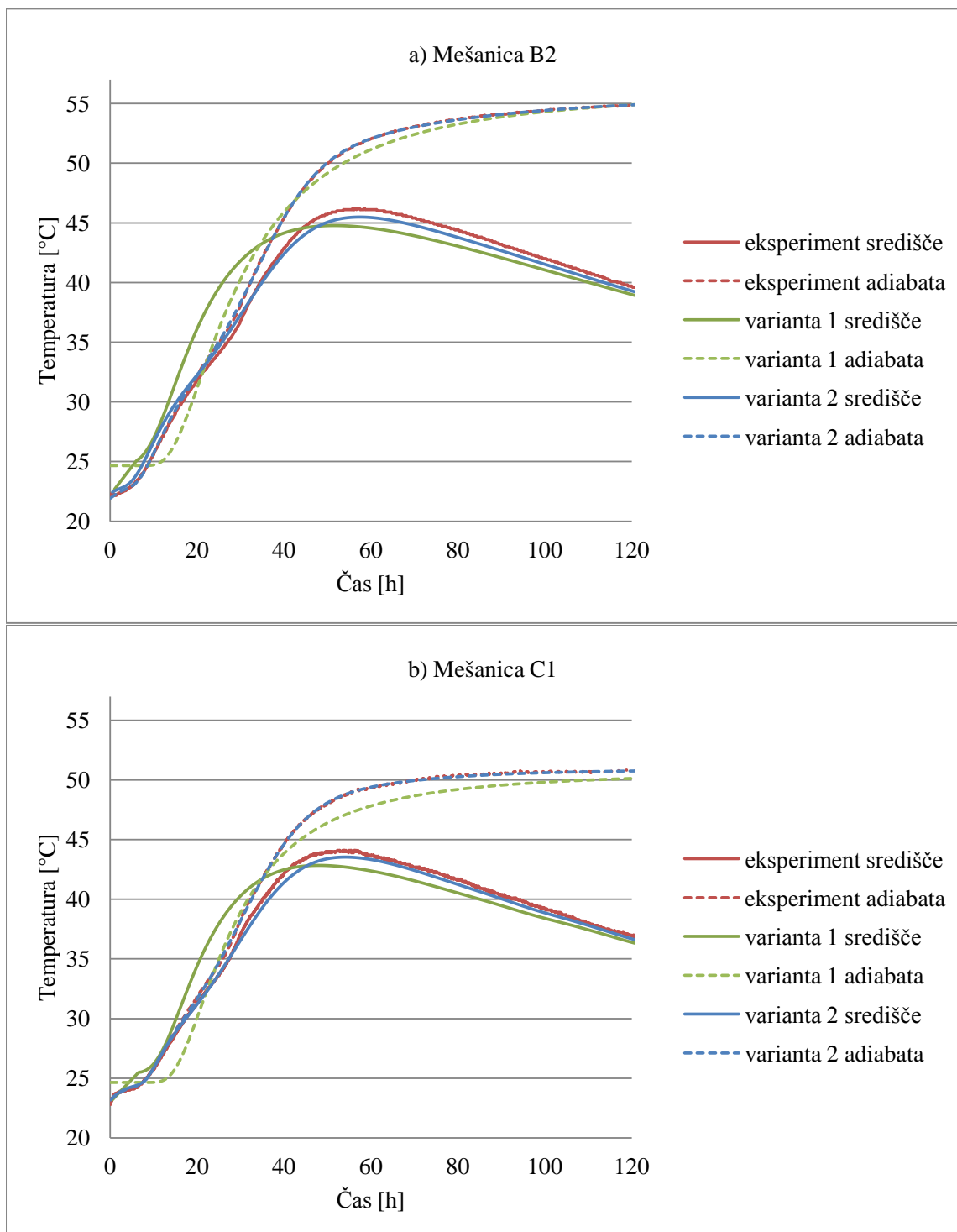
Figure 3.7: Comparison between numerically and experimentally determined temperature in the centre of the specimen for concrete mixtures from the series B.



Slika 3.8: Primerjava med izračunanim in eksperimentalno določenim potekom temperature v središču preizkušanca za betonske mešanice iz serije C.

Figure 3.8: Comparison between numerically and experimentally determined temperature in the centre of the specimen for concrete mixtures from the series C.

Med obravnavanimi betoni izstopata mešanici B2 in C1, saj imata visok delež mineralnega dodatka, zato je njuna z eksperimentom določena adiabatna krivulja drugačna od ostalih in se slabo prilega funkciji, podani z enačbo (3.5) (slika 3.9). Tako smo ju aproksimirali še s funkcijo, podano z enačbo (3.6), kjer so vrednosti parametrov prikazane v preglednici 3.4.



Slika 3.9: Primerjava med potekom adiabatnih krivulj in temperatur v središču za betonski mešanici B2 in C1. Pri varianti 1 je adiabata aproksimirana z enačbo (3.5), pri varianti 2 pa z enačbo (3.6).

Figure 3.9: Comparison between adiabatic curves and temperatures in the centre of the specimen for the concrete's mixtures B2 and C1. In the case 1, adiabatic curve is approximated by the equation (3.5), while in the case 2, it is approximated by the equation (3.6).

Iz slike 3.9 vidimo, da se tako določena adiabata skoraj povsem prekriva z eksperimentalno določeno krivuljo, zato se tudi potek temperature bolje prilega eksperimentalno določenim vrednostim. Najvišja dosežena temperatura znaša 45.5°C in je le še za 0.7°C nižja od izmerjene vrednosti (slika 3.9). Ta napaka je lahko posledica napake poladiabatnega poskusa ali pa napake v oceni materialnih parametrov.

Preglednica 3.4: Parametri adiabatne krivulje, aproksimirane z enačbo (3.6).

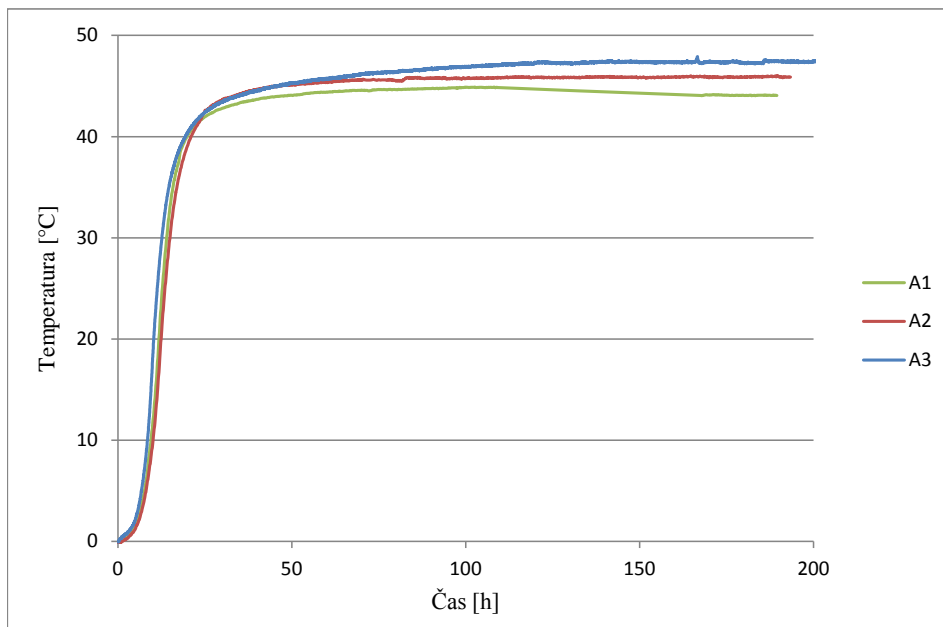
Table 3.4: Parameters of the adiabatic curve approximated by the equation (3.6).

Oznaka mešanice	b_1 [°C]	c_1 [h]	d_1	b_2 [°C]	c_2 [h^{-1}]	d_2 [h]	b_3 [°C]	c_3 [h^{-2}]	d_3 [h]
B2	23.69	16.85	1.39	10.52	0.0486	-1.53	-8.10	0.00348	24.28
C1	7.69	12.47	2.58	20.19	0.0432	-4.24	-10.16	0.00300	19.51

Relativno majhna razlika med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami v prikazanem primeru kaže tako na primernost opisanega numeričnega postopka za napoved temperaturnega polja v preizkušancu kot tudi na ustreznost uporabe poladiabatnega poskusa za določitev adiabatne krivulje betonske mešanice. Poleg tega lahko zaključimo, da je izbira ustreznega matematičnega modela za opis adiabatne krivulje ključna za natančnost izračunanega poteka temperatur v betonu.

Primerjava med eksperimentalnimi rezultati za mešanice A1, A2 in A3

Mešanice A1, A2 in A3 so bile med seboj neodvisno pripravljene v isti betonarni po isti recepturi. Na sliki 3.10 so prikazana eksperimentalno določena zvišanja temperatur v adiabatnih pogojih za vse tri mešanice. Vidimo, da so si te krivulje sicer podobne, vendar pa je najvišje povišanje temperature pri mešanici A1 44.9°C, pri mešanici A2 46.0°C in pri mešanici A3 47.9°C. Del te napake je lahko posledica napake samega poladiabatnega poskusa (preglednica 3.3), del pa je posledica dejstva, da je v betonarni težko dvakrat zmešati povsem enak beton. Zato se tudi rezultati merjenj temperature v betonskih elementih in numerični rezultati, pripravljene na osnovi predhodno izvedenega poladiabatnega poskusa, lahko razhajajo za nekaj stopinj.



Slika 3.10: Primerjava med eksperimentalno določenimi adiabatnimi krivuljami za betonske mešanice iz serije A.

Figure 3.10: Comparison between experimentally determined adiabatic curves for concrete mixtures from the series A.

3.2.4 Določitev adiabatne krivulje z nevronske mreže

Adiabatna krivulja je lastnost betonske mešanice, zato bi jo morali določiti za vsako mešanico posebej. Ker je to zamudno, se skušamo temu vsaj deloma izogniti z uporabo nevronske mreže, s katero aproksimiramo zvezo med nekaterimi lastnostmi betonske mešanice in temperaturo betona zaradi hidratacije v adiabatnih pogojih. Nevronska mreža je za reševanje tega problema posebej primerna, ker omogoča tako vključitev več vhodnih parametrov kot tudi upoštevanje vpliva medsebojne korelacije vhodnih parametrov na rezultat.

Umetne nevronske mreže

Nevronske mreže so dobile svoje ime zaradi podobnosti njihovega delovanja z delovanjem možganov. Oboje sestavljajo sorazmerno preproste enote, imenovane nevroni, ki so med seboj povezane s povezavami. Biološki nevron sprejme signal od mnogih nevronov, ga predela in pošlje proti drugim nevronom. Dva nevrona med seboj nista fizično povezana, ampak komunicirata preko kemičnih spojin – neurotransmiterjev, ki signal ojačajo, udušijo ali popolnoma zadušijo. Analogno tudi umetni nevron sprejme signale od drugih nevronov, te signale pomnoži z utežmi, ki določajo vpliv posameznega signala, in jih sešteje. Tako dobljenemu signalu prišteje prag, ga preoblikuje z aktivacijsko funkcijo in odda drugim nevronom.

Nevronske mreže uporabljamo za reševanje različnih problemov, med njimi za razvrščanje v razrede in za aproksimacijo poljubne zvezne funkcije [1]. Ker sodi obravnavani problem v drugo skupino, bomo uporabili večslojno usmerjeno umetno nevronske mreže, s katero lahko poljubno zvezno funkcijo aproksimiramo poljubno natančno. Taka mreža je shematsko prikazana na sliki 3.11. Ker je usmerjena, po njej signali potujejo le v eno smer, to je od vhodnih proti izhodnim nevronom. Večslojnost pomeni, da ima poleg vhodnega in izhodnega tudi enega ali več slojev skritih nevronov. Vhodni podatki so tako povezani vsak s svojim vhodnim nevronom, ki je povezan s prvim skritim slojem nevronov. Ta sloj je povezan z drugim skritim slojem in tako naprej do zadnjega skritega sloja nevronov, ki je povezan z izhodnimi nevroni, ki predstavljajo izhodne podatke.

Z y_i^k označimo izhodni signal i -tega nevrona na k -tem sloju, z w_{ij}^k pa utež, ki opredeljuje njegovo povezavo z j -tim nevronom na sloju $k - 1$. Če je $n_n(k)$ število nevronov na k -tem sloju in f aktivacijska funkcija, potem izhodni signal nevrona zapišemo kot:

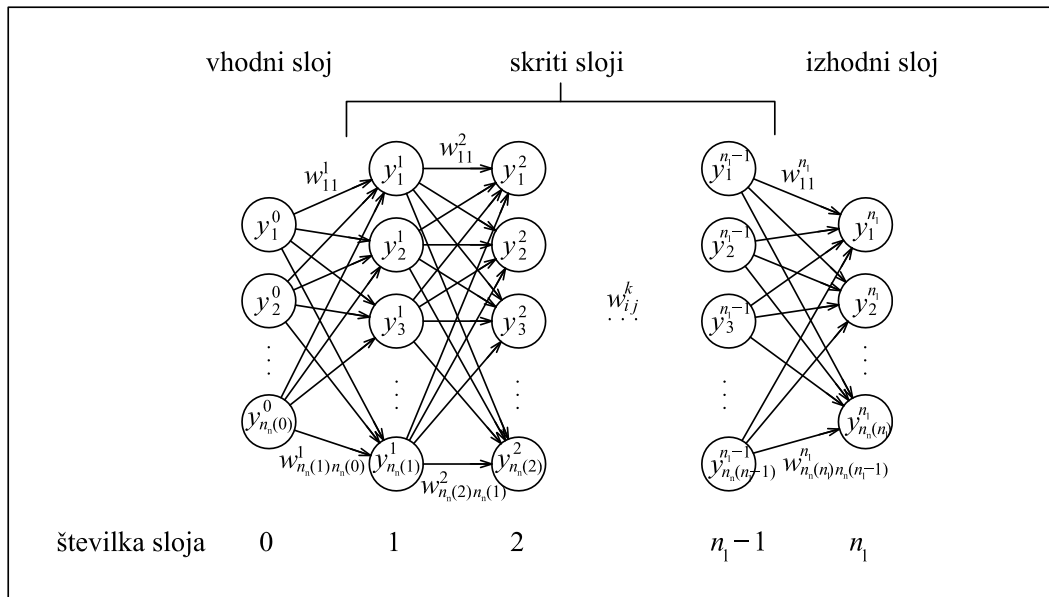
$$y_i^k = f(y_i'^k) = f\left(\sum_{j=1}^{n_n(k-1)} w_{ij}^k y_j^{k-1} + \theta_i^k\right), \quad (3.12)$$

kjer je θ_i^k prag i -tega nevrona na k -tem sloju, ki skupaj z aktivacijsko funkcijo uduši oziroma ojača signal, ki ga nevron prejme od nevronov na prejšnjem sloju.

Obstaja več vrst aktivacijskih funkcij [1]. Če želimo, da je izhodna vrednost nevrona med 0 in 1, je najbolje izbrati monotono naraščajočo, omejeno, zvezno in odvedljivo funkcijo, kot je funkcija oblike:

$$f(y) = \frac{1}{1 + \exp(-y)}. \quad (3.13)$$

Nevronske mreže učimo na nizu vhodno – izhodnih parov, ki ga imenujemo niz učnih podatkov. Učenje nevronske mreže pomeni določitev vrednosti uteži tako, da se izhodni podatki, ki jih dobimo z nevronske



Slika 3.11: Večslojna usmerjena umetna nevronska mreža.
Figure 3.11: Multi-layer feed-forward artificial neural network.

mrežo, čimbolj ujemajo z ustreznimi izhodnimi podatki iz niza učnih podatkov. Ko mrežo naučimo, preverimo njeno obnašanje na nizu testnih podatkov.

Bistvena lastnost umetne nevronske mreže je, da je sposobna generalizirati, kar pomeni, da lahko izračuna vrednosti izhodnih podatkov tudi za take vhodne podatke, ki niso bili vključeni v niz učnih podatkov. Za uspešno generalizacijo morajo biti izpolnjeni vsaj ti pogoji [44]:

- vhodni podatki vsebujejo dovolj informacij, da lahko iz njih določimo vrednost izhodnih podatkov, to je kot vhodni podatki so vključeni vsi podatki, ki pomembno vplivajo na vrednost izhodnih podatkov,
- funkcija, s katero želimo povezati vhodne in izhodne podatke, je na nek način gladka, kar pomeni, da večino časa majhna sprememba vhodnih podatkov povzroči majhno spremembo izhodnih podatkov. Nekatere nevronske mreže se lahko naučijo tudi nezveznosti, če je funkcija sestavljena iz končnega števila zveznih delov, vendar se ne morejo naučiti zelo nezveznih funkcij.
- Niz učnih podatkov mora predstavljati reprezentativni vzorec celotne populacije, to je celotnega območja vzhodno – izhodnih parov, ki jih želimo določiti. Z umetnimi nevronskimi mrežami lahko dobro interpoliramo, medtem ko je ekstrapolacija nezanesljiva.
- Nevronska mreža mora biti primerne oblike, da se mreža ne prenauči (angl. overfitting). Če mreža zelo natančno sledi parom iz niza učnih podatkov, lahko povsem napačno napove vrednosti izhodnih podatkov za druge vhodne podatke.

Učenje umetne nevronske mreže

Učenje nevronske mreže se lahko izvede na več načinov, v tem primeru smo uporabili učenje s splošenim delta pravilom oziroma učenje z vzratnim razširjanjem napake [1, 50].

Cilj učenja nevronske mreže je čimbolj zmanjšati razliko med izhodnimi podatki nevronske mreže in izhodnimi vrednostmi podatkov v učnem nizu, ki jih običajno določimo eksperimentalno. Če za p -ti eksperiment označimo želeni odziv i -tega izhodnega nevrona, ki je enak eksperimentalnemu rezultatu, s t_{pi} , z nevronske mreže izračunani odziv pa z y_{pi}^l , lahko napako p -tega eksperimenta E_p definiramo kot:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_n(n_1)} (t_{pi} - y_{pi}^{n_1})^2, \quad (3.14)$$

kjer je n_1 število slojev nevronske mreže (slika 3.11). Če želimo, da se ta napaka v vsakem koraku zmanjšuje, morajo biti popravki uteži $\Delta_p w_{ij}^k$ sorazmerni z odvodom napake na izhodnem sloju po utežeh, popravki pragov pa z odvodom napake po vrednosti pragov:

$$\Delta_p w_{ij}^k = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}^k}, \quad \Delta_p \theta_i^k = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial \theta_i^k}, \quad (3.15)$$

kjer je η dolžina koraka, ki določa hitrost spreminjanja uteži, ta pa hitrost konvergence iskanja minimuma funkcije E_p oziroma hitrost učenja.

Parcialna odvoda v enačbi (3.15) izračunamo s posrednim odvajanjem:

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_{ij}^k} = \frac{\partial E_p}{\partial y_{pi}^k} \frac{\partial y_{pi}^k}{\partial w_{ij}^k}, \quad \frac{\partial E_p}{\partial \theta_i^k} = \frac{\partial E_p}{\partial y_{pi}^k} \frac{\partial y_{pi}^k}{\partial \theta_i^k}. \quad (3.16)$$

Odvoda $\partial y_{pi}^k / \partial w_{ij}^k$ in $\partial y_{pi}^k / \partial \theta_i^k$ izračunamo z odvajanjem enačbe (3.12):

$$\frac{\partial y_{pi}^k}{\partial w_{ij}^k} = \frac{df(y_{pi}^k)}{dy_{pi}^k} \frac{\partial y_{pi}^k}{\partial w_{ij}^k} = \frac{df(y_{pi}^k)}{dy_{pi}^k} y_{pj}^{k-1}, \quad \frac{\partial y_{pi}^k}{\partial \theta_i^k} = \frac{df(y_{pi}^k)}{dy_{pi}^k} \frac{\partial y_{pi}^k}{\partial \theta_i^k} = \frac{df(y_{pi}^k)}{dy_{pi}^k}. \quad (3.17)$$

Odvod $\partial E_p / \partial y_{pi}^k$ izračunamo glede na to, za kateri sloj nevronov trenutno računamo. Ko računamo odvode po vrednostih izhodnih signalov nevronov zadnjega, n_1 -tega sloja, odvajamo enačbo (3.14):

$$\frac{\partial E_p}{\partial y_{pi}^{n_1}} = -(t_{pi} - y_{pi}^{n_1}). \quad (3.18)$$

Če v enačbi (3.15) upoštevamo enačbe (3.16 - 3.18), dobimo popravke za uteži med nevroni izhodnega in zadnjega skritega sloja:

$$\Delta_p w_{ij}^{n_1} = \eta (t_{pi} - y_{pi}^{n_1}) \frac{df(y_{pi}^{n_1})}{dy_{pi}^{n_1}} y_{pj}^{n_1-1}. \quad (3.19)$$

Ko računamo odvode za nevrone drugih slojev, na osnovi enačbe (3.12) izpeljemo rekurzivni obrazec:

$$\frac{\partial E_p}{\partial y_{pi}^{k-1}} = \sum_{j=1}^{n_n(k)} \frac{\partial E_p}{\partial y_{pj}^k} \frac{\partial y_{pj}^k}{\partial y_{pi}^{k-1}} = \sum_{j=1}^{n_n(k)} \frac{\partial E_p}{\partial y_{pj}^k} \frac{df(y_{pj}^k)}{dy_{pj}^k} w_{ij}^k. \quad (3.20)$$

Če v enačbi (3.15) upoštevamo enačbe (3.16, 3.17, 3.20), dobimo popravke za uteži med vsemi drugimi sloji:

$$\Delta_p w_{ij}^{k-1} = \left(\sum_{j=1}^{n_n(k)} \frac{\partial E_p}{\partial y_{pj}^k} \frac{df(y_{pj}^k)}{dy_{pj}^k} w_{ij}^k \right) \frac{df(y_{pi}^{k-1})}{dy_{pi}^{k-1}} y_{pj}^{k-2}. \quad (3.21)$$

Uteži torej popravljamo od izhodnega sloja proti vhodnemu, zato imenujemo to metodo metoda z vzvratnim razširjanjem napake (angl. error back-propagation). Za vsak eksperiment izračunamo popravke vseh uteži, pri čemer pri popravljanju uteži za obravnavani eksperiment pokvarimo uteži za predhodno upoštevane, vendar pa to zaradi holografskega spomina nevronskih mrež ni kritično [50].

Uporaba nevronske mreže za določitev adiabatne krivulje

Da bi lahko pravilno napovedali adiabatno krivuljo betonske mešanice, moramo najprej izbrati parametre, za katere pričakujemo, da bodo imeli na zvišanje temperature zaradi hidratacije največji vpliv. V skladu z literaturo [22, 42] smo izbrali naslednje parametre betonske mešanice: vrsto cementa, vsebnost cementa ρ_{cem} , vodocementno razmerje w/c in začetno temperaturo betona T_0 . Z adiabatnim kalorimetrom na inštitutu IGMAT d.d. smo izvedli 24 adiabatnih poskusov tako, da smo spreminjali vrednosti posameznih parametrov, kot je to prikazano v preglednici 3.5. Vsak od poskusov je trajal 168 ur.

Preglednica 3.5: Seznam betonskih mešanic, na katerih smo izvedli adiabatni poskus, in njihovi parametri.

Table 3.5: List of concrete mixtures used to perform adiabatic test, and their parameters.

Oznaka mešanice	Oznaka cementa	w/c	$\rho_{cem}[\text{kg}/\text{m}^3]$	$T_0[^\circ\text{C}]$	Oznaka aditiva
M1	C1	0.70	180	20.0	A1
M2	C1	0.70	180	25.0	A1
M3	C1	0.70	180	29.0	A1
M4	C1	0.42	380	22.9	A1
M5	C2	0.43	350	25.3	A1
M6	C3	0.45	350	19.9	A1
M7	C4	0.45	350	26.5	A1
M8	C1	0.65	280	23.0	A1
M9	C3	0.50	360	21.3	A1
M10	C3	0.50	360	22.5	A1
M11	C3	0.47	360	20.7	A2
M12	C3	0.45	330	12.6	A2
M13	C3	0.47	360	7.2	A2
M14	C3	0.50	350	22.7	A1
M15	C3	0.50	360	23.6	A1
M16	C3	0.50	360	24.1	A1
M17	C3	0.54	370	17.4	A1
M18	C3	0.54	370	13.1	A1
M19	C3	0.54	370	7.9	A1
M20	C3	0.50	370	18.5	A3
M21	C4	0.50	370	12.8	A3
M22	C3	0.50	370	7.9	A3
M23	C3	0.52	370	19.0	A4
M24	C4	0.52	370	11.0	A4

Ker želimo aproksimirati časovni potek povišanja temperature v adiabatnih pogojih, to je funkcijo $T_{ad}(t)$, potrebujemo vhodni nevron, ki predstavlja čas, in izhodni nevron, ki ustreza adiabatnemu zvišanju temperature. Poleg tega so v mreži še štirje vhodni nevroni, ki predstavljajo parametre, ki vplivajo na povišanje temperature (preglednica 3.5). Izvedli smo mnogo izračunov z različnimi geometrijami nevronskih mrež. Na podlagi rezultatov smo se odločili za umetno nevronske mrežo z dvema skritima slojema, od katerih ima vsak 30 nevronov, torej ima izbrana mreža geometrijo 5–30–30–1.

Preizkusili smo različne velikosti nizov učnih in testnih podatkov, vendar se rezultati niso veliko razlikovali. Nazadnje smo v set učnih podatkov slučajno izbrali približno 40000 parov $(t_p, T_{ad,p})$, kar predstavlja okrog 75% vseh eksperimentalnih rezultatov. Preostali pari so bili uporabljeni za testiranje mreže in izkazalo se je, da je bila mreža zelo dobro naučena, saj je bil korelacijski koeficient med dejanskimi in izračunanimi vrednostmi R^2 enak 0.9969.

Uporabili smo mrežo, pri kateri so vrednosti vseh pragov enake nič $\theta_i^k = 0$, kar pomeni, da je učenje mreže pomenilo določitev uteži w_{ij}^k . Ko smo te uteži določili, smo račun adiabatsnega zvišanja temperature v odvisnosti od časa in parametrov z nevronske mreže vgradili v program za račun temperaturnega odziva svežega betona TeEx. Tako smo lahko določili adiabatsno krivuljo za betonske mešanice, ki imajo podobne parametre kot mešanice, uporabljene pri adiabatsnem poskusu, pa tudi potek temperature v betonu zaradi hidratacije za različne vrednosti materialnih parametrov, za različno geometrijo betonskega elementa in za različne robne pogoje.

Da bi dodatno preverili sposobnost nevronske mreže, da aproksimira adiabatsno krivuljo, smo slučajno izbrali 12 krivulj, ki so bile vključene v niz učnih podatkov, in primerjali izračunano in eksperimentalno določeno adiabatsno krivuljo. Koeficient korelacije je bil 0.9986, standardna deviacija pa 0.72, kar kaže, da lahko nevronska mreža take krivulje zelo dobro aproksimira.

Nato smo preverili še sposobnost mreže, da aproksimira nove adiabatsne krivulje, ki niso bile vključene v niz učnih podatkov. Če so bili izbrani parametri betonske mešanice v razponu parametrov, ki so bili uporabljeni pri eksperimentih, so bili rezultati aproksimacije v skladu s pričakovanji, če pa je imel kateri od parametrov ekstremno vrednost, so bili rezultati slabši. To kaže na lastnost nevronske mreže, da ima dobro sposobnost interpolacije, a slabšo sposobnost ekstrapolacije.

3.2.5 Primer: betonski valj

Uporabo nevronske mreže za določitev adiabatsnih krivulj bomo prikazali na primeru betonskega valja. S programom TeEx smo izračunali zvišanje temperature v valju zaradi hidratacije in opazovali vpliv različnih vhodnih parametrov betonske mešanice na adiabatsno krivuljo in na potek temperature v valju.

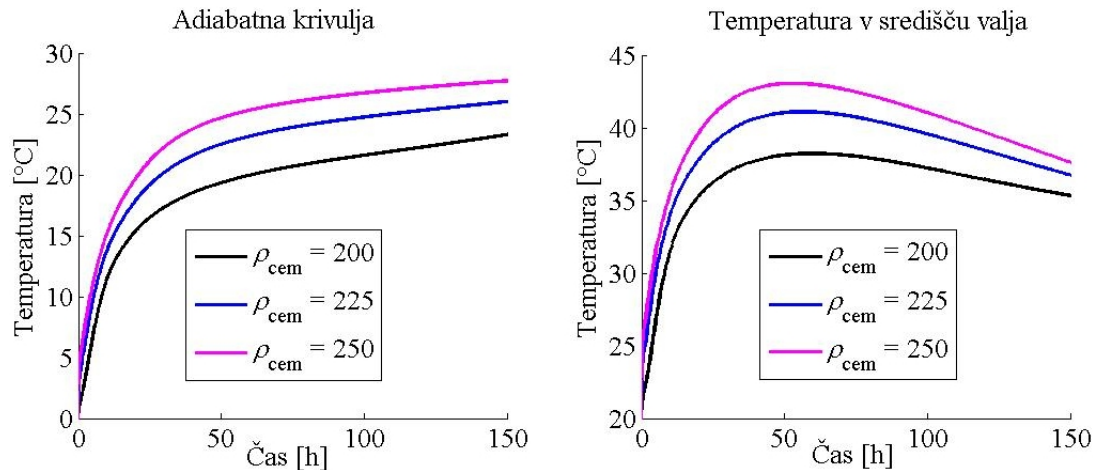
Obravnavani betonski valj ima premer 90 cm in višino 250 cm, po plašču je obdan s 15 cm toplotne izolacije in vlaknocementnimi ploščami debeline 5 cm ter postavljen na betonska tla. Modelirali smo ga z izoparametričnimi osnosimetričnimi končnimi elementi. Na robu smo upoštevali prevajanje toplote s konvekcijo in radiacijo. Predpostavili smo konstantno temperaturo zraka 20°C, prestopni koeficient 50000 J/hm²°C in emisivnost 0.94. Za vrednost aktivacijske energije smo izbrali 33500J/mol [49]. Za materialne parametre smo predstavili tipične vrednosti, navedene v preglednici 3.6.

Preglednica 3.6: Materialni parametri.

Table 3.6: Material parameters.

Material	λ_{eff} [J/m h°C]	C_p [J/kg°C]	ρ [kg/m ³]
Beton	7200	1000	2400
Izolacija	148	1260	22
Vlaknocementne plošče	1480	960	2100

Najprej smo spreminjali vsebnost cementa med 200 in 250 kg/m³, pri čemer so bili drugi parametri konstantni (vrsta cementa = C1, $w/c = 0.55$, $T_0 = 25^\circ\text{C}$), kar je prikazano na sliki 3.12. Vidimo, da sta pri višji vsebnosti cementa tako adiabatsno povišanje temperature kot posledično tudi temperatura v središču valja višja. Temu je vzrok dejstvo, da je pri večji količini cementa, ki reagira pri hidrataciji, tudi količina sproščene toplote večja. Ker je imela nevronska mreža nekaj težav pri določitvi poteka temperature v začetni fazi hidratacije (angl. dormant phase, fazi 1 in 2 na sliki 2.4), se adiabatsna krivulja pri času $t = 0$ s ne začne pri vrednosti 0°C , ampak pri višji temperaturi.



Slika 3.12: Primerjava adiabatsne krivulje in temperature v središču valja za različno vsebnost cementa v betonski mešanici.

Figure 3.12: Comparison of adiabatic curve and temperature in the centre of the cylinder for different concrete mixtures with different cement content.

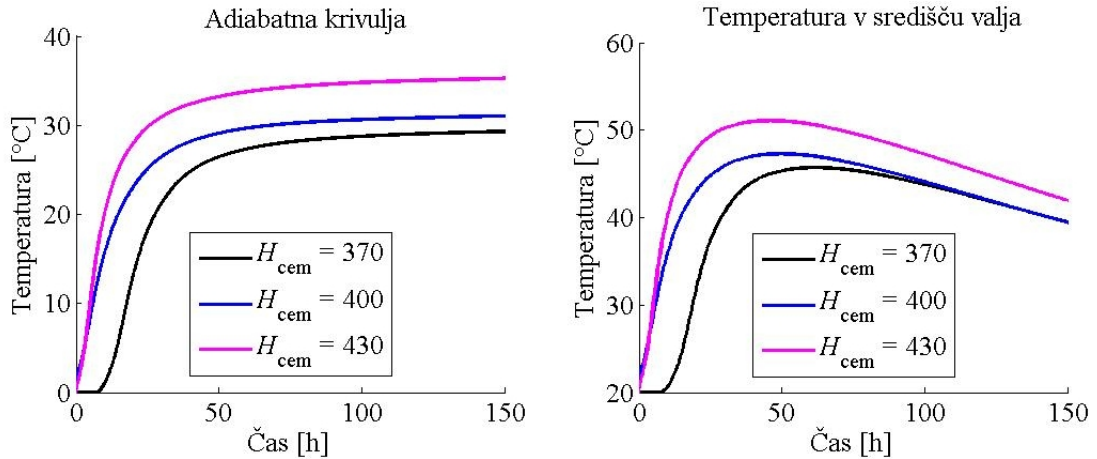
Vrsto cementa smo opredelili s specifično hidratacijsko toploto H_{cem} , ki se sprosti, ko reagira kilogram cementa. Za vrste cementa, ki so bile vključene v eksperiment, so vrednosti navedene v preglednici 3.7. Na sliki 3.13 so prikazane adiabatsne krivulje in potek temperatur v središču betonskega valja za betonske mešanice z različnimi vrstami cementov, drugi parametri pa so enaki: $\rho_{\text{cem}} = 350$, $w/c = 0.5$, $T_0 = 25^\circ\text{C}$. Vidimo, da je pri cementu z višjo specifično hidratacijsko toploto povišanje temperature višje, torej je učinek cementa z višjo hidratacijsko toploto podoben učinku večje vsebnosti cementa v betonski mešanici.

Preglednica 3.7: Specifična hidratacijska toplota cementa.

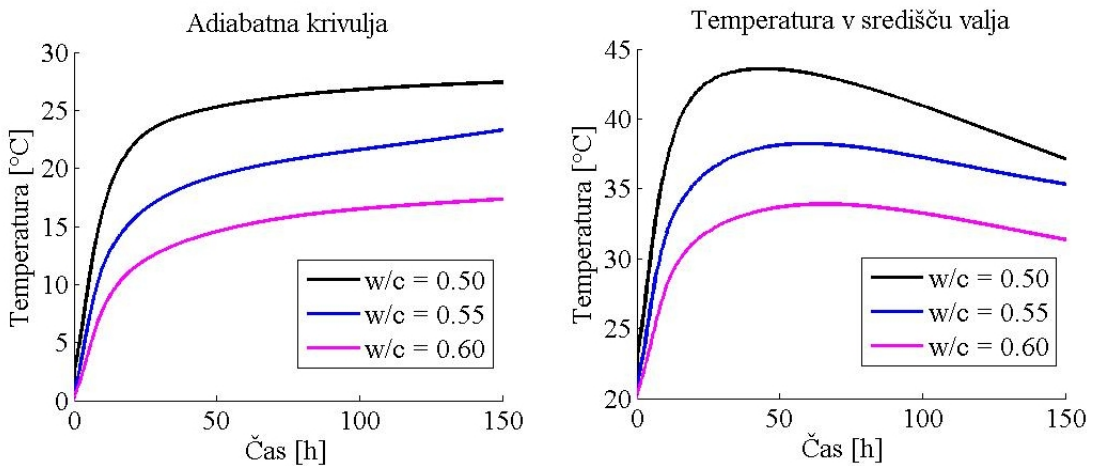
Table 3.7: Specific hydration heat of cement.

Oznaka vrste cementa	H_{cem} [kJ/kg]
C2	370
C1	400
C4	430
C3	435

Nato smo spreminjali še vodocementno razmerje med 0.50 in 0.60, pri čemer so bili drugi parametri enaki: vrsta cementa = C1, $\rho_{\text{cem}} = 200$, $T_0 = 25^\circ\text{C}$. Na sliki 3.14 vidimo, da je pri višjem vodocementnem razmerju adiabatsno zvišanje temperature manjše. To je posledica visoke toplotne kapacitete vode ($4200 \text{ J}/^\circ\text{C m}^3$) v primerjavi z betonom ($2400 \text{ J}/^\circ\text{C m}^3$), zaradi česar se beton ob visoki vsebnosti vode počasneje segreva.



Slika 3.13: Primerjava adiabatne krivulje in temperature v središču valja za različne vrste cements.
Figure 3.13: Comparison of adiabatic curve and temperature in the centre of the cylinder for different concrete mixtures with different types of cement.



Slika 3.14: Primerjava adiabatne krivulje in temperature v središču valja za različno vodocementno razmerje betonske mešanice.
Figure 3.14: Comparison of adiabatic curve and temperature in the centre of the cylinder for different concrete mixtures with different water to cement ratio.

Iz prikazanih rezultatov vidimo, da lahko s prikazano nevronske mrežo dobro napovemo vpliv posameznih parametrov betonske mešanice na adiabatno krivuljo, če so ti parametri taki, da so v območju, za katerega imamo na razpolago eksperimentalne rezultate. S tako pridobljeno adiabatno krivuljo moremo nato napovedati obnašanje betonskih blokov poljubne geometrije in robnih pogojev.

3.3 Modeliranje osončenja vodoravne površine

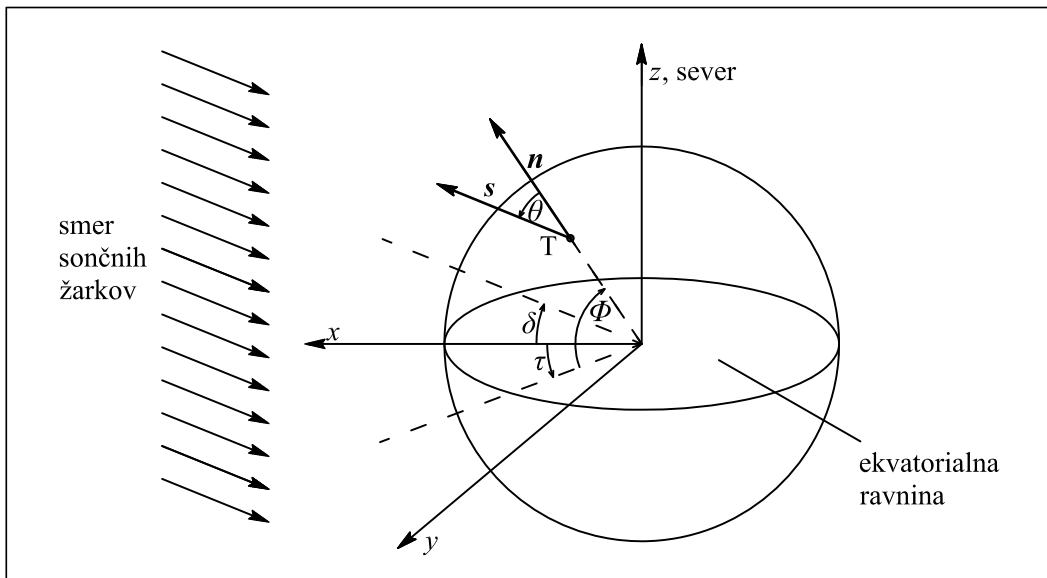
Vpliv osončenja površine opišemo z gostoto toplotnega toka q_s^t , ki predstavlja sončno energijo, ki preko površine vstopa v beton. Odvisna je od gostote toplotnega toka, ki pride do Zemljine površine I , absorptivnosti površine α in vpadnega kota sončnih žarkov θ . Izračunamo jo po enačbi:

$$q_s^t = I\alpha \cos\theta. \quad (3.22)$$

Absorptivnost površine predstavlja delež vpadnega toplotnega toka, ki ga telo absorbira in je odvisen od lastnosti površine in valovne dolžine sevanja, vendar tu uporabljamo povprečno vrednost za vse valovne dolžine sončnega spektra. Vpadni kot sončnih žarkov na ploskev je kot med normalo na opazovano ploskev in smerjo sončnih žarkov. Njegov račun prikazujemo v naslednjem razdelku, za tem pa še račun gostote toplotnega toka, ki pride do Zemljine površine.

3.3.1 Vpadni kot sončnih žarkov na vodoravno površino

Vpadni kot sončnih žarkov θ je odvisen od časa in lokacije opazovane površine na Zemlji. Za točko T, ki leži na geografski širini Φ , za dan v letu d in uro u , lahko $\cos\theta$ izračunamo s skalarnim produktom vektorja normale na ploskev \mathbf{n} in enotskega vektorja \mathbf{s} , ki v opazovanem trenutku kaže proti Soncu (slika 3.15).



Slika 3.15: Vpadni kot sončnih žarkov na Zemljo.
Figure 3.15: Incident angle of solar radiation on Earth.

Vektor normale na ploskev \mathbf{n} zapišemo kot (slika 3.15):

$$\mathbf{n} = [\cos \tau \cos \Phi, \quad \sin \tau \cos \Phi, \quad \sin \Phi], \quad (3.23)$$

kjer je τ urni kot, ki ima vrednost 0° ob sončnem poldnevu in ga lahko izračunamo po enačbi:

$$\tau = 15^\circ (12 - u). \quad (3.24)$$

Enotski vektor v smeri proti Soncu \mathbf{s} je odvisen od deklinacije Zemlje δ , ki je kot med sončnimi žarki in ekvatorialno ravnino ter ima pozitivno vrednost proti severnemu nebesnemu polu (slika 3.15). Nagnjenost ekvatorialne ravnine Zemlje glede na ravnino Zemljinega tira okrog Sonca je približno 23.45° , zato vrednost deklinacije niha med 23.45° 21. julija in -23.45° 21. decembra. Če to nihanje aproksimiramo s sinusnim nihanjem, deklinacijo izračunamo z izrazom:

$$\delta = 23.45 \sin(360(d - 81)/365). \quad (3.25)$$

Vektor \mathbf{s} ima koordinate (slika):

$$\mathbf{n} = [\cos \delta, \quad 0, \quad \sin \delta]. \quad (3.26)$$

Za vodoravno ploskev tako vrednost $\cos \theta$ izračunamo kot:

$$\cos \theta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{s} = \cos \tau \cos \Phi \cos \delta + \sin \Phi \sin \delta. \quad (3.27)$$

Če je $\cos \theta$ negativen, sončni žarki ne pridejo do opazovane površine in osončenja ni.

3.3.2 Toplotni tok Sonca, ki doseže Zemljino površino

Gostota toplotnega toka Sonca, ki doseže Zemljino površino, je produkt solarne konstante I_{SC} in faktorja prosojnosti k_T . Solarne konstante je gostota toplotnega toka, ki doseže zunanjo mejo Zemljine atmosfere. Njena vrednost niha zaradi eliptičnosti Zemljinega tira okrog Sonca in zaradi nihanja Sončeve aktivnosti, vendar pa smo pri računu upoštevali njeno povprečno vrednost, ki znaša 1361 W/m^2 .

Faktor prosojnosti opisuje vpliv slabitve sončnega sevanja v ozračju, ki se dogaja zaradi razpršitve, absorpcije in odboja sončnega sevanja. Odvisen je predvsem od dolžine poti toplotnega toka skozi atmosfero in od njene sestave. Na osnovi meritev so določili približen izraz za njegovo določitev [21, 49]:

$$k_T = 0.9^{m' t_U}, \quad (3.28)$$

kjer je t_U faktor onesnaženja, ki ima za jasno, neonesnaženo ozračje vrednosti med 1.8 in 3, za industrijska območja pa lahko doseže vrednosti do 9.

Faktor m' opisuje vpliv dolžine poti skozi atmosfero na faktor prosojnosti in ga lahko izračunamo kot [21]:

$$m' = \frac{k_a}{\sin(h_S + 5^\circ)}, \quad (3.29)$$

kjer je h_S kot med normalo na Zemljino površino in smerjo proti Soncu in je za vodoravno površino enak $\cos \theta$, faktor k_a pa je odvisen od nadmorske višine h_{NM} in ga lahko izračunamo po enačbi [49]:

$$k_a = 1 - 0.000105 h_{NM}. \quad (3.30)$$

3.3.3 Primer: spodnja pasnica temelja hladilnega stolpa v šestem bloku Termoelektrarne Šoštanj

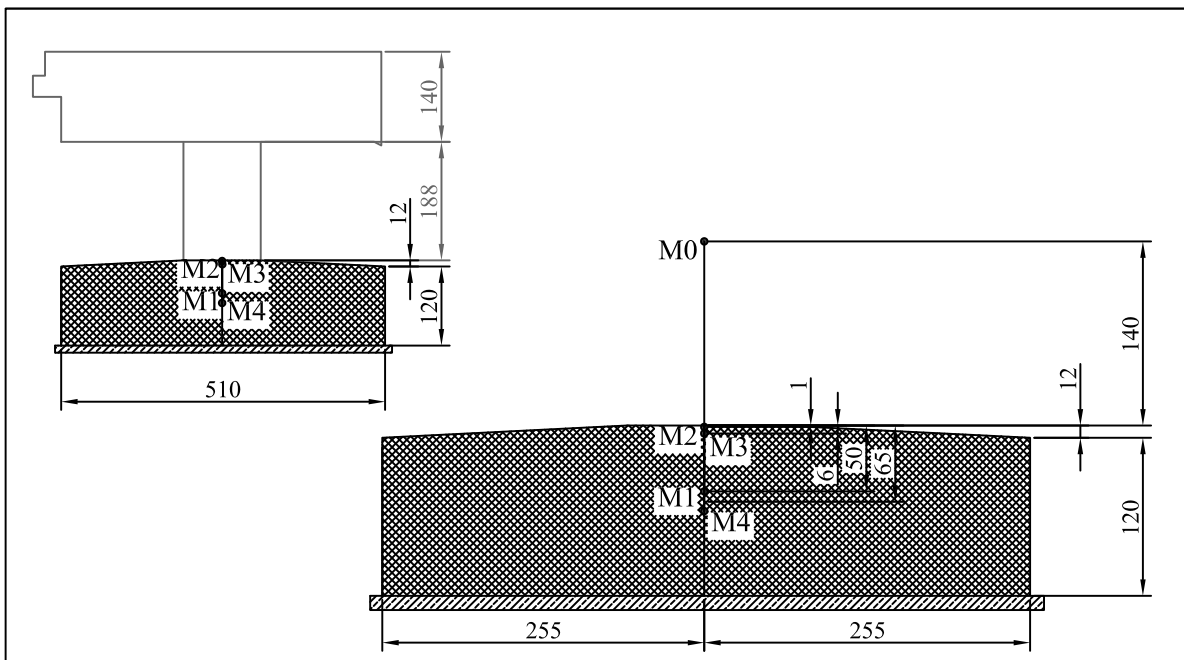
Hladilni stolp šestega bloka Termoelektrarne Šoštanj je 164 m visoka zgradba, ki opravlja funkcijo odvoda toplote in očiščenih dimnih plinov iz čistilne naprave (slika 3.16). Na armiranobetonskih pilotih je postavljen temeljni betonski prstan, na njem pa je radialno postavljenih dvaintrideset 10 m visokih stebrov. Nad njimi je betonski obroč in lupina, debeline od 100 do 18 cm.

Del temeljnega obroča ima prerez v obliki črke H (slika 3.17), tu prikazujemo analizo temperaturnega odziva spodnje pasnice. Temperatura je bila merjena v štirih točkah na različnih višinah na sredinski osi temelja, poleg tega pa smo merili še temperaturo zraka nad pasnico.

Ker je vzdolžna dimenzija temelja bistveno večja od prečnih dimenzij, smo predpostavili, da se temperatura v vzdolžni smeri ne spreminja. Za numerično analizo smo uporabili izoparametrične ravninske končne elemente z dvotočkovno Gaussovo ploskovno integracijsko shemo. Temperature v vozliščih končnih elementov smo računali v časovnih razmakih med 15 minut in eno uro. Za časovno integracijo smo izbrali implicitno metodo, znotraj vsakega časovnega koraka pa smo reševali diskretizirane enačbe prevajanja toplote iterativno z natančnostjo $10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$.



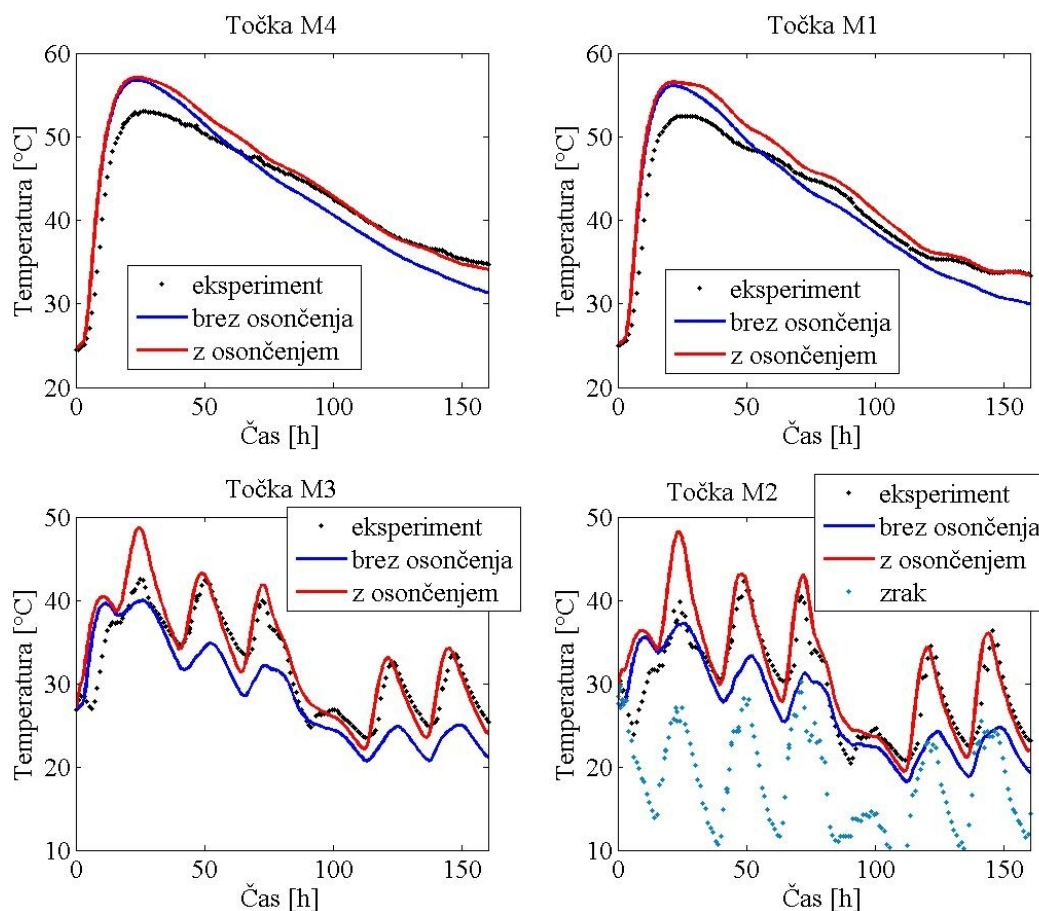
Slika 3.16: Hladilni stolp bloka 6 v Termoelektrarni Šoštanj.
Figure 3.16: Cooling tower of unit 6 of Šoštanj thermal power plant.



Slika 3.17: Prerez temelja hladilnega stolpa na mestu meritev in položaj merskih točk.
Figure 3.17: Cross section of the foundation of the cooling tower and placement of measuring points.

Začetna temperatura betona je bila 24.5°C , začetna temperatura zemljine pod temeljem pa 20°C . V numerični model so bila vključena še tla do globine enega metra, ki so imela na robu predpostavljeno konstantno temperaturo 20°C . Na delih betonskih slojev, ki so bili izpostavljeni zraku, je bil prehod toplote modeliran s konvekcijo. Temperatura zraka je močno nihala in je prikazana na sliki 3.18. Za

prestopni koeficient zraka smo izbrali vrednost $50000 \text{ J/hm}^2\text{°C}$, opaž pa smo modelirali s prestopnim koeficientom $17150 \text{ J/hm}^2\text{°C}$ (modeliranje opaža je natančneje razloženo v razdelku 3.4.2).



Slika 3.18: Primerjava med izmerjenim in numerično določenim potekom temperatur v merskih točkah, če upoštevamo in če ne upoštevamo vpliv osončenja.

Figure 3.18: Comparison between experimentally and numerically determined temperature at measuring points whether solar radiation is or is not taken into account.

Ker materialni parametri betona in kamnine niso bili izmerjeni, smo v analizi predpostavili značilne vrednosti [49], ki jih prikazujemo v preglednici 3.8. Za podobno betonsko mešanico je bil narejen poladiabatni poskus, nato pa smo adiabatno krivuljo aproksimirali z izrazom, ki je podan v enačbi (3.5), pri čemer imajo njegovi parametri vrednosti: $a_a = 0.43$, $b_a = 38.33$, $c_a = 10.5$ in $d_a = 2.012$. Za vrednost aktivacijske energije smo izbrali 44500 J/mol [45].

Preglednica 3.8: Materialni parametri betona in kamnine.
Table 3.8: Material parameters of concrete and rock.

Material	$\lambda_{\text{eff}} [\text{J/m h}^\circ\text{C}]$	$C_p [\text{J/kg}^\circ\text{C}]$	$\rho [\text{kg/m}^3]$
Beton	9000	1000	2430
Kamnina	6000	850	2500

Na sliki 3.18 prikazujemo primerjavo med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati v merskih točkah. Vidimo, da so numerični rezultati brez upoštevanja osončenja na sredini betonskega bloka (točki M4 in M1, slika 3.17) prvih 50 ur višje od eksperimentalno določenih vrednosti, kar kaže na to, da je bilo adiabatno zvišanje temperature višje od eksperimentalno določenega. Navkljub tej napaki so numerični

rezultati brez upoštevanja osončenja v točkah blizu površine (točki M2 in M3) nižji od eksperimentalnih podatkov, kar bi lahko bila posledica manjšega odvajanja toplote ali pa njenega dodatnega vira. Ker je predpostavljeni prestopni koeficient že precej nizek, lahko višje temperature razložimo le z dovajanjem toplote z osončenjem, zato smo ga vključili v model.

Analizirani betonski blok je bil vgrajen 24. maja 2011 ob 14 h. V biltenu Agencije RS za okolje [13] smo poiskali trajanje osončenja za opazovano obdobje za Celje, ki je manj kot 20 km oddaljeno od Termoelektrarne Šoštanj. Podatki so prikazani v preglednici 3.9. Vidimo, da je bilo to obdobje večinoma sončno, razen petega dne, zato smo osončenje upoštevali do 75. ure in od 100. ure naprej. Ker gre za industrijsko območje, smo predpostavili faktor onesnaženja 8. Geografska širina Šoštanja je 46.33° vzhodno od Greenwicha, nadmorska višina pa 400 m. Za betonsko površino smo privzeli absorptivnost 0.65 [49].

Preglednica 3.9: Trajanje osončenja za Celje [13].
Table 3.9: Duration of insolation in Celje [13].

Dan	Čas [h]	Datum	Trajanje osončenja [h]
1	0–10	24. maj	13
2	10–34	25. maj	12
3	34–58	26. maj	13
4	58–82	27. maj	10
5	82–106	28. maj	1
6	106–130	29. maj	13
7	130–156	30. maj	13
8	156–180	31. maj	13

Na sliki 3.18 vidimo, da se ob upoštevanju osončenja rezultati v točkah blizu površine (točki M2 in M3) veliko bolje ujemajo z eksperimentalnimi rezultati, na točke globlje v betonu pa osončenje nima velikega vpliva.

3.4 Postopna gradnja

Temeljne plošče, betonske pregrade in druge masivne betonske konstrukcije imajo lahko zelo velike dimenzije, zato njihova gradnja, bodisi zaradi omejitve segrevanja betona bodisi zaradi drugih tehnoloških problemov, pogosto poteka v več fazah.

Temperatura strjujočega se betona pri masivnih betonskih konstrukcijah je v veliki meri odvisna od sosledja gradnje blokov. Zato smo numerični model s pripadajočim računalniškim programom TeEx dopolnili tako, da s podajanjem začetnega in končnega časa aktivnosti posameznega končnega elementa in robnih pogojev relativno preprosto modeliramo postopno gradnjo. Na podlagi teh vhodnih podatkov računalniški program v pravem časovnem koraku v mrežo končnih elementov doda oziroma odvzame elemente in robne pogoje, kar je opisano v naslednjem razdelku. V nadaljevanju prikazujemo numerično analizo dveh primerov postopne gradnje – gradnjo armiranobetonskega vodnjaka na Rebernicah in gradnjo temelja stebra mostu čez reko Mileno v Ulcinju v Črni Gori. V obeh primerih s programom TeEx določimo optimalen potek gradnje, kar kaže tudi na njegovo uporabnost pri načrtovanju gradnje.

3.4.1 Dodajanje in odzemanje končnih elementov in robnih pogojev

Bistveni operaciji, ki jih mora računalniški program izvajati za modeliranje postopne gradnje, sta dodajanje in odzemanje končnih elementov in pripadajočih vozlišč ter robnih pogojev v globalno mrežo končnih elementov.

Ko se v nekem časovnem koraku zaradi postopne gradnje pojavi nov končni element, ga mora program dodati v globalno mrežo končnih elementov, kar shematsko prikazujemo na sliki 3.19. Tedaj program preveri, če novi element vključuje nova vozlišča. Če jih vključuje, se začetne temperature teh vozlišč dodajo v globalni sistem enačb kot nove prostostne stopnje.

Nov končni element s podano začetno temperaturo vozlišč ne vpliva samo na nova vozlišča, ampak tudi na že obstoječa. V vozliščih, kjer je novi končni element v stiku z že obstoječimi, se temperatura izračuna kot obteženo povprečje, kjer je utež toplotna vdornost snovi b [38]. V pravokotni mreži dvodimenzionalnih končnih elementov se lahko stikujejo največ štirje elementi. Temperaturo skupnega vozlišča T v tem primeru izračunamo z enačbo:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n_V} b_i T_i}{\sum_{i=1}^{n_V} b_i}, \quad b_i = \sqrt{\lambda_{\text{eff},i} (\rho C_p)_{\text{eff},i}}, \quad (3.31)$$

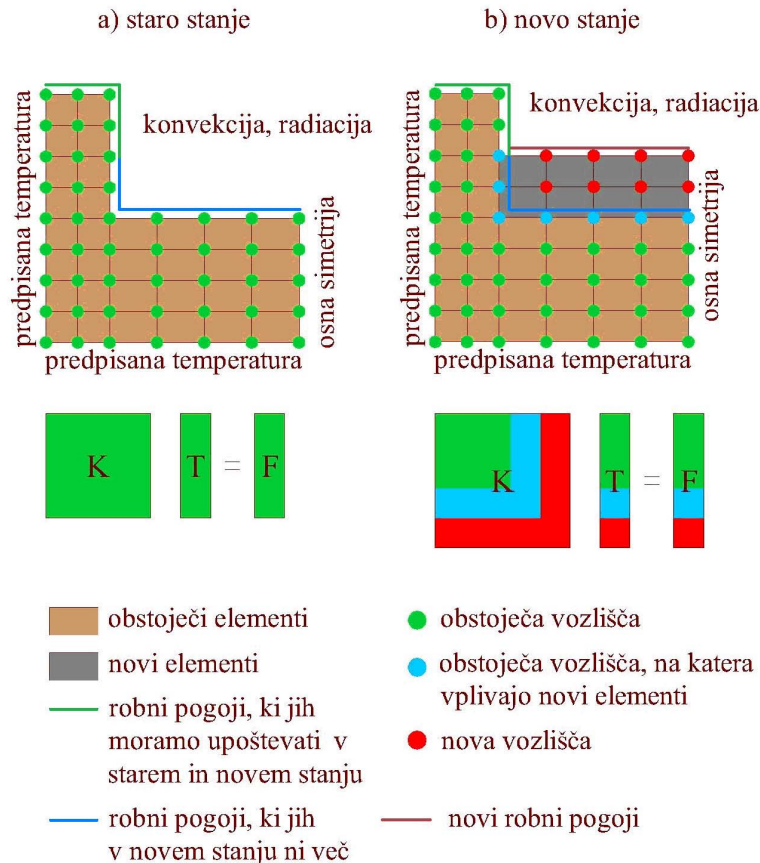
kjer je T_i temperatura obravnavanega vozlišča i -tega končnega elementa, b_i , $\lambda_{\text{eff},i}$ in $(\rho C_p)_{\text{eff},i}$ pa so toplotna vdornost, toplotna prevodnost in toplotna kapaciteta i -tega elementa, ($i = 1, \dots, n_V$). Z n_V smo označili število elementov, ki imajo skupno obravnavano vozlišče. V večini primerov je n_V enako 4, lahko pa je tudi 2 ali 3.

Na sliki 3.19 je prikazano dodajanje novih končnih elementov v globalno mrežo končnih elementov. Z zeleno barvo so označena vozlišča, ki so aktivna ves čas analize, z rdečo pa tista, ki so postala aktivna po vključitvi novih elementov. Z modro barvo so označena vozlišča, ki so bila pred dodajanjem novih elementov na robu, ob vključitvi novih elementov pa moramo njihovo temperaturo določiti po enačbi (3.31). Ob vključitvi novih končnih elementov postanejo nekateri zunanji robovi meje med elementi (modra črta), zato tam robnih pogojev ne moremo predpisati, nove robne pogoje pa dobimo na zunanjih robovih novih elementov (rdeča črta).

Pomembna prednost prikazanega postopka za modeliranje postopne gradnje je tudi v tem, da poleg dodajanja novih končnih elementov v globalno mrežo omogoča tudi njihovo odstranjevanje. To na primer lahko uporabimo za modeliranje toplotne izolacije ali pa opaža, ki ga po nekem času odstranimo. Pri odstranjevanju elementov običajno nekatera vozlišča postanejo neaktivna, kar pomeni, da nanje ni več priključenih končnih elementov. Tedaj se iz globalnega sistema enačb odstranijo tiste prostostne stopnje, ki predstavljajo temperaturo vozlišč, ki postanejo neaktivna.

3.4.2 Modeliranje toplotne izolacije ali opaža

Opaži in toplotna izolacija betona so tanjše plasti z majhno toplotno kapaciteto, zato jih lahko modeliramo na dva načina: lahko uporabimo elemente, ki se po nekem času odstranijo, lahko pa tudi z nadomestnim prestopnim koeficientom α'_c , to je s spremembo robnega pogoja. V zadnjem primeru prvi robni pogoj s spremenjenim prestopnim koeficientom α'_c velja do trenutka odstranitve opaža, naprej pa velja drugi robni pogoj s prestopnim koeficientom zračne plasti α_c^{air} .



Slika 3.19: Shematski prikaz dodajanja novih končnih elementov v globalno mrežo končnih elementov.
Figure 3.19: Schematic display of the addition of the new finite element into the global mesh of finite elements.

S prestopnim koeficientom, ki je količnik toplotne prevodnosti snovi λ_{eff} in debeline plasti d , lahko modeliramo tanjše plasti. Skupni toplotni upor zaradi te plasti in zaradi zračne plasti, ki se ustvari ob njej, lahko upoštevamo z nadomestnim prestopnim koeficientom, ki ga izračunamo po enačbi:

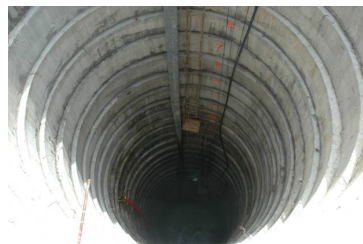
$$\alpha'_c = \left(\frac{d}{\lambda_{\text{eff}}} + \frac{1}{\alpha_c^{\text{air}}} \right)^{-1}. \quad (3.32)$$

S takim načinom modeliranja vpliva tanke plasti zanemarimo njeno toplotno kapaciteto, kar bi ustrezalo stacionarnemu stanju oziroma linearnemu poteku temperatur po debelini izolacije. V tem primeru tudi ne moremo upoštevati radiacije na površini tanke plasti, saj imamo v modelu le element, ki predstavlja beton, in računsko bi radiacija potekala na njegovi površini. Ta površina pa je toplejša od površine tanke plasti izolacije ali opaža, tako da bi z računom dobili večje toplotno sevanje od dejanskega.

3.4.3 Primer: armiranobetonski vodnjak na Rebernicah

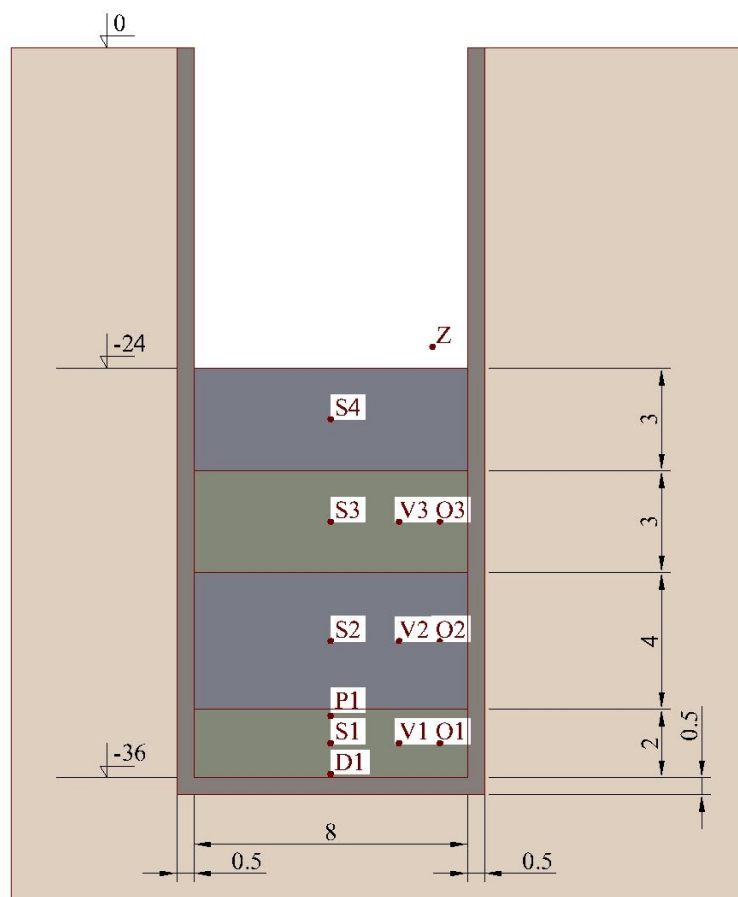
Pri gradnji odseka hitre ceste Vipava Razdrto preko pobočja Rebernice so bili kot podpora plazoviti brežini hitre ceste zgrajeni trije masivni armiranobetonski vodnjaki. Vodnjake s premerom 8 m in globine približno 40 m s približno pol metra debelim armiranobetonskim opažem (slika 3.20) so gradili po slojih.

Za zagotavljanje ustrezne kvalitete vgrajenega betona je bilo potrebno med gradnjo skladno s tehnološkim elaboratom določiti najvišje temperature strjujočega se betonu. Tako se je med gradnjo vodnjakov z



Slika 3.20: Gradnja armiranobetonskega vodnjaka.
Figure 3.20: Construction of reinforced concrete well.

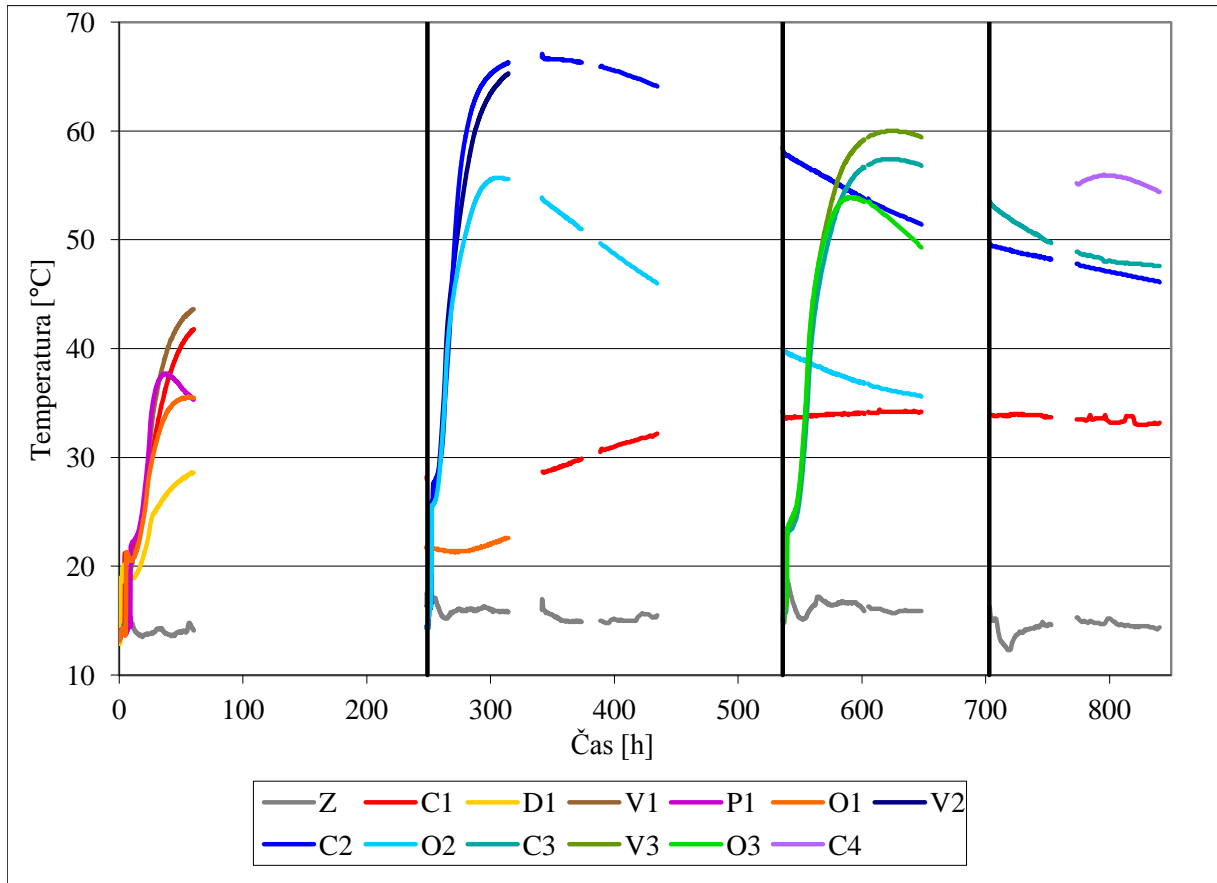
ustrezno eksperimentalno opremo in računalniško podporo merilo časovni potek temperatur strujočega se betona v spodnjih štirih slojih enega izmed vodnjakov. Debeline betonskih slojev in razporeditev merskih točk prikazujemo na sliki 3.21. Poleg merjenja temperatur betona v 12 točkah je bila merjena tudi temperatura zraka, vedno pol metra nad trenutno najvišjim slojem.



Slika 3.21: Geometrijski podatki masivnega armiranobetonskega vodnjaka in lege merskih točk.
Figure 3.21: Geometry of massive concrete well and position of measuring points.

Betoniranje prvih štirih slojev je potekalo 23. 6., 3. 7., 15. 7. in 22. 7. 2008, temperature pa so bile z nekaj prekinitvami merjene med 23. 6. in 25. 7. 2008, torej v poletnem času. Zaradi omejenega števila merilnih kanalov uporabljenega merilnega inštrumenta se je merjenje v nekaterih merskih točkah spodnjih slojev po določenem času opuščalo, kar je omogočilo meritve temperatur v zgornjih slojih.

Rezultate meritev prikazujemo na sliki 3.22, kjer vidimo, da je bila najvišja temperatura skladno s pričakovanji izmerjena v drugem, najdebelejšem sloju, pričakovano pa so bile izmerjene temperature v prvem, najtanjšem sloju najnižje. Hkrati pa te slike kažejo tudi vpliv postopne gradnje na časovno razporeditev temperatur betonskih slojev. Vidimo, da se po vgradnji drugega (najdebelejšega) sloja temperatura v prvem sloju spet zviša, pa tudi vgradnja tretjega in četrtega sloja povzroči počasnejše ohlajanje nižjega sloja.



Slika 3.22: Izmerjene vrednosti temperature.
Figure 3.22: Measured values of temperature.

Numerični model

Temperaturo v strjujočem se betonu smo določili z metodo končnih elementov. Glede na obliko vodnjakov smo v analizi uporabili osnosimetrične izoparametrične končne elemente z dvotočkovno Gaussovo ploskovno integracijsko shemo. Temperature v vozliščnih končnih elementov smo zaradi relativno dolgega obdobja merjenja računali vsako uro. Za časovno integracijo smo izbrali Galerkinovo metodo, znotraj vsakega časovnega koraka pa smo reševali diskretizirane enačbe prevajanja toplote iterativno z natančnostjo 10^{-6} °C.

Začetna temperatura betona je nihala med 21°C (prvi in četrti sloj) in 26°C (drugi sloj). Poleg samega vodnjaka je bilo v numerični model vključeno še 3 m široko območje tal v okolici, ki ima na robu predpostavljeno konstantno temperaturo 12°C, kar približno ustreza temperaturi tal na globini, do katere ne seže letno nihanje temperature. Na delih betonskih slojev, ki so bili izpostavljeni zraku, je bil prehod toplote

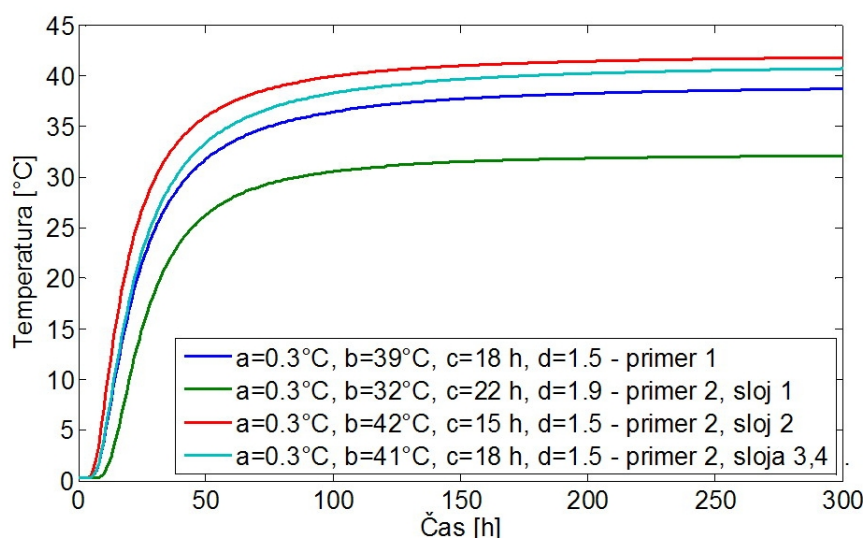
modeliran s konvekcijo in radiacijo. Temperatura zraka je bila z manjšimi odstopanji približno 15°C. Za prestopni koeficient zraka smo izbrali vrednost 100000 J/hm²°C, kar ustreza relativno mirnemu ozračju na dnu vodnjaka, za emisivnost betona pa vrednost 0.94.

Ker ostali, za numerični postopek potrebni materialni parametri niso bili izmerjeni, smo v analizi za te predpostavili značilne vrednosti, ki se v analizah običajno uporabljajo. Prikazujemo jih v preglednici 3.10. Zaradi precej mokrih tal v okolici vodnjaka smo za zemljino predpostavili nekoliko višjo vrednost specifične toplote.

Preglednica 3.10: Materialni parametri betona in zemljine.
Table 3.10: Material parameters of concrete and soil.

Material	λ_{eff} [J/m h°C]	C_p [J/kg°C]	ρ [kg/m ³]
Beton	9000	1000	2400
Zemljina	5000	1500	1460

Ker adiabatni preizkusi vgrajenih betonov vodnjaka niso bili narejeni, smo vrednosti parametrov adiabatne krivulje in aktivacijske energije smiselno predpostavili oziroma ocenili na podlagi izmerjenih temperatur v notranjosti betonskih slojev. Za vrednost aktivacijske energije smo izbrali 44500J/mol [45]. Ker so meritve pokazale, da so izmerjene temperature betonskih slojev različne, smo masivni armiranobetonski vodnjak analizirali na dva načina: pri prvem smo predpostavili enako adiabatno krivuljo za vse sloje, pri drugem pa različne. Te smo določili tako, da se kar najbolj prilegajo meritvam temperatur v sredini ustreznih betonskih slojev. Pri analizi masivnega armiranobetonskega vodnjaka z enako adiabatno krivuljo v vseh slojih, smo adiabatno krivuljo določili s povprečjem adiabatnih krivulj posameznih slojev. Vse uporabljene adiabatne krivulje prikazujemo na sliki 3.23.

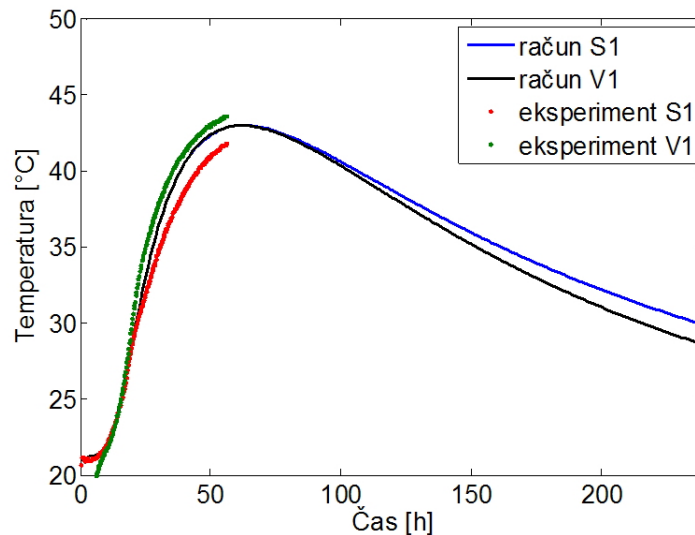


Slika 3.23: Adiabatne krivulje, uporabljene pri analizi betonskega vodnjaka.
Figure 3.23: Adiabatic curves, used for the analysis of the concrete well.

Primerjava med numeričnimi in eksperimentalnimi rezultati

V prvem in tretjem sloju obravnavanega masivnega armiranobetonskega vodnjaka so izmerjene temperature v vmesnih merskih točkah (V) za 2 do 3°C višje od izmerjenih temperatur v središčnih merskih

točkah (S) (slika 3.24). To je seveda nepričakovano, saj v vsakem sloju merski točki z oznakama V in S ležita na isti višini, pri čemer je točka S v središču sloja, točka V pa na razdalji 2 m od središča (slika 3.21). Ker se tudi izračunane temperature v obeh merskih točkah na časovnem intervalu od začetka gradnje pa do nastopa najvišje temperature praktično ne razlikujejo (slika 3.24), lahko sklepamo, da je razlika izmerjenih temperatur v merskih točkah S in V najverjetneje posledica nehomogenosti vgrajenega betona oziroma napak meritev. Zato v nadaljevanju izmerjene temperature v merskih točkah S in V primerjamo le z izračunanimi temperaturami v točki S.

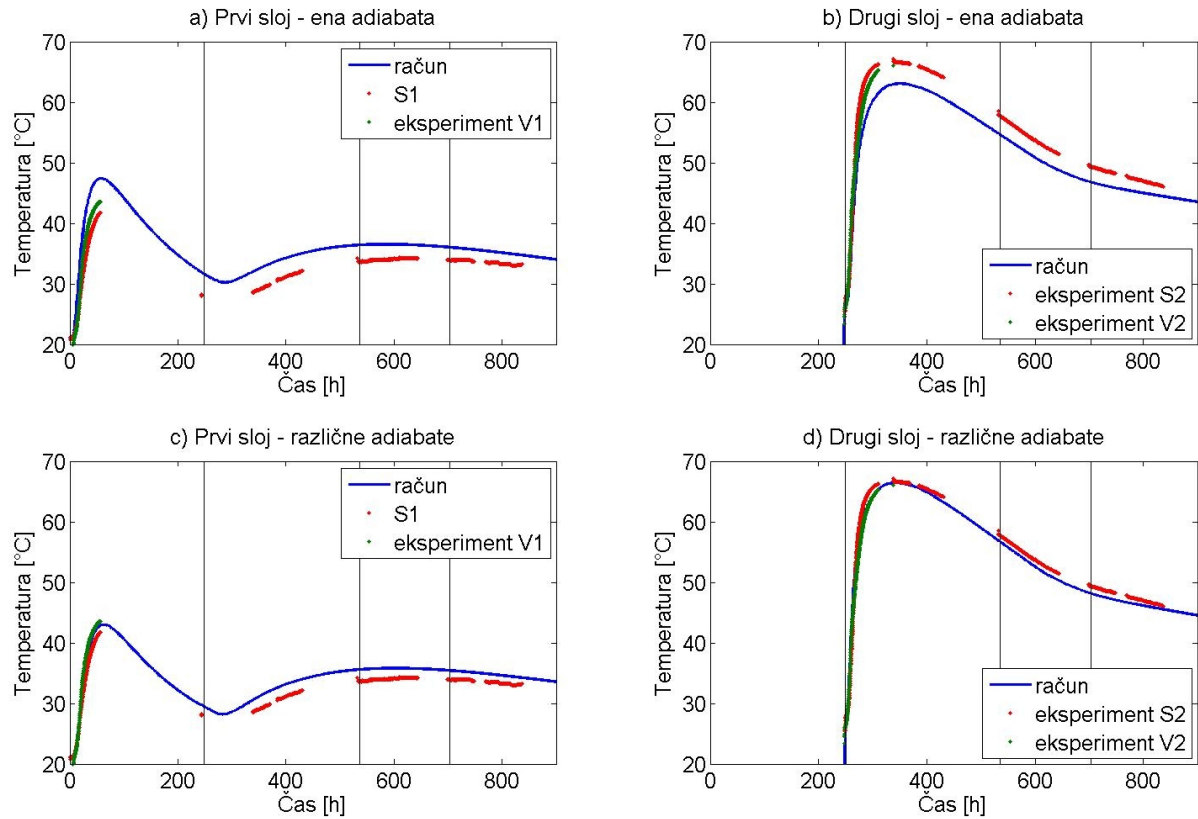


Slika 3.24: Primerjava med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami v merskih točkah S1 in V1.
Figure 3.24: Comparison between measured and numerically determined values of temperature at points S1 and V1.

Na sliki 3.25 prikazujemo primerjavo med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami v središčnih merskih točkah v prvem in drugem sloju. Vidimo, da z uporabo enake adiabatne krivulje za vse sloje masivnega armiranobetonskega vodnjaka izračunamo v prvem sloju za okoli 3°C previsoke temperature, v zadnjih treh slojih pa za okoli 3°C prenizke (sliki 3.25a in 3.25b). Kot smo opazili pri izvedbi poladiabatnega poskusa, težko večkrat pripravimo beton s povsem enakimi lastnostmi (poglavje 3.2.3). Zato smo v nadaljevanju analizo ponovili še z uporabo različnih adiabatnih krivulj za posamezne sloje. Rezultate te analize prikazujemo na slikah 3.25c in 3.25d. Po pričakovanjih smo sedaj dobili boljše ujemanje med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami. Boljše ujemanje temperatur pa opazimo tudi v ostalih merskih mestih betonskega sloja.

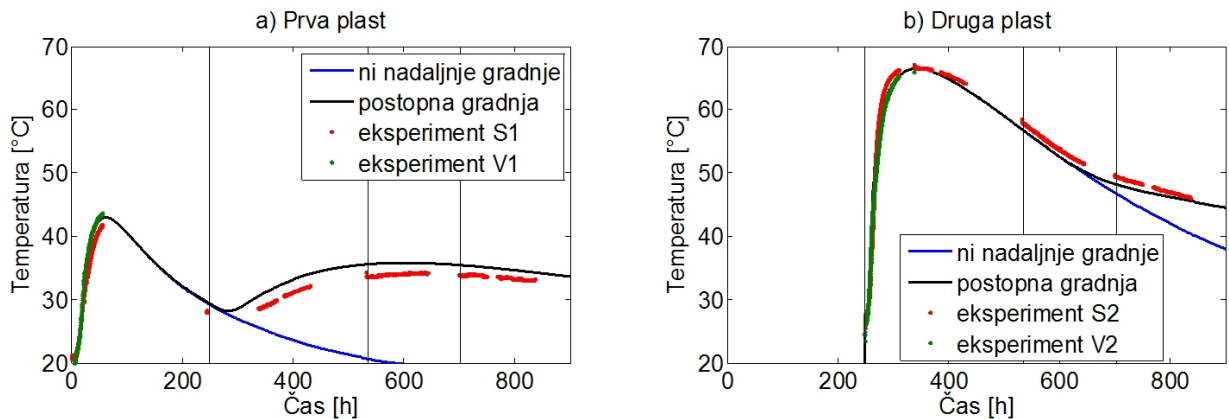
Vpliv postopne gradnje na časovno razporeditev temperatur v betonskih slojih

Zaradi sproščanja hidratacijske toplote v betonu višje ležečega sloja se spremeni tudi temperatura spodnjega sloja. Na sliki 3.25 vidimo, da se po betoniranju drugega sloja temperatura v prvem sloju ponovno poviša. Sproščena hidratacijska toplota v drugem sloju namreč s prevajanjem toplote segreje prvi (spodnji) sloj, hkrati pa dovedena hidratacijska toplota pospeši proces hidratacije cementa v zgornji polovici prvega sloja. Na enak način tudi drugi višje ležeči sloji vplivajo na nižje ležeče sloje. Ker so v obravnavanem masivnem armiranobetonskem vodnjaku ti sloji debelejši, so tudi središčne točke bolj oddaljene od naslednjega sloja, zato ta vpliv tam ni tako izrazit, kaže pa se v spremembi naklona krivulje temperature (slika 3.22).



Slika 3.25: Primerjava med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami v središčnih merskih točkah betonskih slojev za račun z upoštevanjem enakih oziroma različnih adiabatnih krivulj v posameznih slojih.

Figure 3.25: Comparison between experimentally and numerically determined values of temperature at the centre of concrete layers considering the same or different adiabatic curves for different layers.

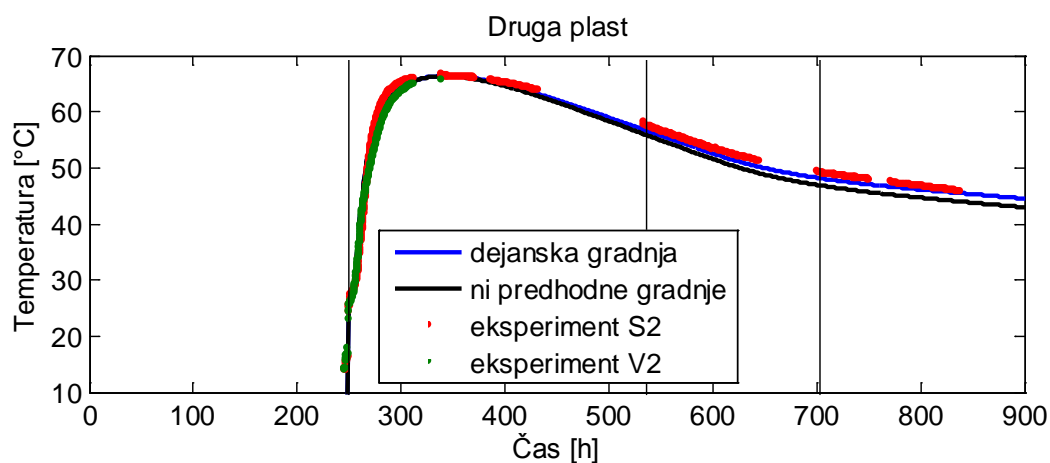


Slika 3.26: Primerjava med izračunanimi in izmerjenimi temperaturami v središču prvega in drugega sloja vodnjaka pri postopni gradnji in v primeru, če postopne gradnje v analizi ne bi upoštevali.

Figure 3.26: Comparison between experimentally and numerically determined values of temperature at the centre of the first and the second layer with and without considering successive construction.

Na sliki 3.26 prikazujemo primerjavo med izračunanimi in izmerjenimi temperaturami betonskih slojev pri postopni gradnji. Opazimo odlično ujemanje rezultatov, kar potrjuje primernost predstavljenega numeričnega postopka za analizo postopne gradnje masivnih betonskih konstrukcij. Za primerjavo prikazujemo na sliki 3.26 tudi temperaturo v betonskih slojih v primeru, če postopne gradnje vodnjaka v analizi ne upoštevamo, kar povzroči precejšnje neujemanje eksperimentalnih in numeričnih rezultatov, torej je upoštevanje sosledja gradnje zelo pomembno.

Predhodno zabetonirane plasti imajo na potek temperature v središču opazovane plasti manjši vpliv, čeprav imata druga in tretja plast v središču ob vgradnji naslednje plasti še vedno približno 55°C. Vzrok tega je dejstvo, da so plasti dovolj debele, da v začetni fazi na temperaturo v njihovem središču vpliva predvsem količina sproščene hidratacijske toplote. Nova plast se zaradi tople spodnje plasti nato počasneje ohlaja, vendar pa razlika ni velika (slika 3.27).



Slika 3.27: Primerjava med izračunanim temperaturnim potekom v središču druge plasti pri dejanski gradnji in v primeru, ko v predhodni plasti ni hidratacije.

Figure 3.27: Comparison between numerically determined values of temperature in the centre of the second layer at actual course of construction and in the case when there is no hydration in the previous layer.

Izbira ustreznih debelin slojev in časovnih presledkov med betoniranjem

Eksperimentalno je dokazano, da se pri temperaturah betona nad 70°C zmanjša tlačna trdnost betona in poveča njegova poroznost, prav tako pa tudi visoke temperature svežega betona povzročijo zakasnjeno tvorjenje etringita, ki zaradi svoje velike prostornine lahko povzroči razpoke [22]. Tako tu optimalno razmerje med debelinami betonskih slojev obravnavanega masivnega armiranobetonskega vodnjaka in časovnimi presledki med betoniranjem le-teh (v nadaljevanju optimalni režim gradnje) določimo glede na dovoljeno najvišjo temperaturo v betonu, ki po trenutno veljavnem standardu znaša 70°C [46]. Ker poleg previsokih temperatur poškodbe betona povzročajo tudi preveliki temperaturni gradienti, določimo optimalni režim gradnje vodnjaka tudi glede na dovoljeni največji temperaturni gradient, ki je skladno z eksperimentalnimi podatki 25°C/50 cm.

Na optimalni režim gradnje poleg tehnoloških zahtev bistveno vplivajo tako same debeline betonskih slojev kot tudi časovni presledki med betoniranjem le-teh in s tem povezana temperatura betonskih slojev. Ta vpliv določimo s predstavljenim numeričnim postopkom za račun postopne gradnje. Rezultate analize

prikazujemo v preglednici 3.11 in sicer za debeline slojev od enega do štirih metrov ter za enodnevne, dvodnevne, štiridnevne in sedemdnevne časovne presledke med betoniranjem slojev. Vse prikazane rezultate smo izračunali z uporabo povprečne adiabatske krivulje (primer 1 na sliki 3.23), začetno temperaturo betona 25°C in s temperaturo zraka 15°C.

Preglednica 3.11: Najvišje temperature in največji temperaturni gradient betonskega sloja v odvisnosti od debeline sloja in časovnih presledkov med betoniranjem slojev.

Table 3.11: Maximal temperature and temperature gradient in the concrete layer depending on the layer's thickness and intervals between construction.

Debelina plasti [m]	Časovni presledki [dan]	7	4	2	1
4	Najvišja temperatura [°C]	61.3	61.4	61.9	62.4
	Najvišji temperaturni gradient [°C/50 cm]	25.3	25.3	25.3	25.3
3	Najvišja temperatura [°C]	59.0	59.3	60.2	61.5
	Najvišji temperaturni gradient [°C/50 cm]	25.3	25.3	25.3	25.3
2	Najvišja temperatura [°C]	54.4	55.4	56.9	60.4
	Najvišji temperaturni gradient [°C/50 cm]	25.00	25.05	25.07	25.11
1	Najvišja temperatura [°C]	42.0	44.1	47.9	57.4
	Najvišji temperaturni gradient [°C/50 cm]	20.5	22.2	24.0	25.3

V preglednici 3.11 vidimo, da najvišja temperatura v nobenem primeru ne preseže najvišje dovoljene temperature 70°C. Ta ni bila vedno v središču betonskega sloja, pri hitri postopni gradnji je bila lahko tudi nižje. Pri daljših časovnih presledkih med gradnjo slojev je bila najvišja temperatura dosežena kmalu po vgradnji betona, pri krajših časovnih presledkih pa po vgradnji naslednjega ali pa katerega od nadaljnjih slojev.

Kot vidimo v preglednici 3.11, so bili v vseh primerih bolj kritični temperaturni gradienti. Skladno s pričakovanji so se najvišji temperaturni gradienti pojavili na površini betonskega sloja na stiku z zrakom, približno 36 ur po vgradnji betona. V bližini stika z zemljinjo so bili temperaturni gradienti manjši in nikjer niso presegli 20°C/50 cm. Tako lahko sklepamo, da bi v tem letnem času lahko gradili večje betonske bloke in s tem bistveno povečali hitrost gradnje masivnih betonskih konstrukcij, če bi zgornjo površino betonskega sloja vsakič za nekaj dni po betoniranju toplotno izolirali.

Iz preglednice 3.11 lahko tudi ugotovimo, da je vpliv sosednjih slojev na bolj debele sloje minimalen, saj je najvišja temperatura v štiri metre debelem sloju praktično enaka, ne glede na to, ali nov sloj zabetoniramo po enem tednu ali enem dnevu. Pri debelejših slojih razmerje med površino plašča in površino osnovnih ploskev masivnega sloja (valja) narašča, zato se betonski valj bolj hladi skozi plašč, posledično pa ima postopna gradnja na razporeditev temperatur manjši vpliv. Hkrati pa se v debelejših betonskih slojih v notranjosti vzpostavijo skoraj adiabatske razmere, zato višje temperature, kot jih določajo adiabatske krivulje, niso možne.

Sedaj lahko s hkratnim spreminjanjem debeline betonskih slojev in časovnih presledkov med betoniranjem teh slojev ob upoštevanju najvišje dovoljene temperature in največjega dovoljenega temperaturnega gradienta določimo optimalni režim gradnje obravnavanega masivnega armiranobetonskega vodnjaka. Opozorimo pa, da na optimalni režim gradnje vodnjakov vplivajo tudi druge tehnološke zahteve, ki jih tu ne upoštevamo. Glede na rezultate analiz, prikazanih v preglednici 3.11, ugotovimo, da je v obravnavanem masivnem armiranobetonskem vodnjaku dovoljena postopna gradnja z največ 2 m debelimi sloji. Tako v nadaljevanju optimizacije režima gradnje vodnjaka v preglednici 3.12 prikazujemo optimalne časovne presledke betoniranja betonskih slojev vodnjaka le za 2 m, 1.5 m in 1 m debele sloje. Rezultati v

preglednici 3.12 kažejo, da je optimalni (najkrajši) čas gradnje obravnavanega masivnega armiranobetonskega vodnjaka 79 dni. Tega dosežemo s postopnim betoniranjem tako 1.5 m kot 1 m debelih betonskih slojev. Pri postopni gradnji z 1.5 m debelimi sloji je časovni presledek med betoniranjem 3 dni, pri 1 m debelih slojih pa 2 dni.

Preglednica 3.12: Optimalni režim gradnje masivnega armiranobetonskega vodnjaka.

Table 3.12: Optimal course of construction of reinforced concrete well.

Debelina sloja [m]	Časovni presledek [dan]	Št. slojev	Čas gradnje* [dan]	Najvišja temp. [°C]	Največji gradient [°C/50 cm]
2.0	7	20	134	54.4	25.0
1.5	3	27	79	52.3	24.9
1.0	2	40	79	50.2	24.0

* Kot konec gradnje vodnjaka izberemo pričetek betoniranja zadnjega sloja.

Vpliv značilnih parametrov na temperaturo betonskega sloja

V tem poglavju analiziramo vpliv začetne temperature betona, temperature zraka in prestopnega koeficienta zraka na časovno in krajevno razporeditev temperatur v masivnih betonskih konstrukcijah, saj se običajno vrednosti teh parametrov v naravi bistveno razlikujejo od projektnih. Parametrično študijo prikazujemo za primer gradnje masivnega armiranobetonskega vodnjaka z 1.5 m debelimi sloji in tri-dnevnimi časovnimi presledki med betoniranjem le-teh (preglednica 3.13).

Preglednica 3.13: Parametrična študija vpliva značilnih parametrov na najvišjo temperaturo in največji temperaturni gradient pri postopni gradnji masivnega armiranobetonskega vodnjaka.

Table 3.13: Study of the impact of distinctive parameters on maximal temperature and maximal temperature gradient at successive construction of massive reinforced concrete well.

		Najvišja temperatura [°C]	Največji temperaturni gradient [°C/50 cm]
Začetna temperatura betona [°C]	20	48.1	21.1
	25	52.3	24.9
	30	57.4	29.2
	35	62.9	34.1
Temperatura zraka [°C]	10	50.9	27.2
	15	52.3	24.9
	20	53.1	22.6
Prestopni koeficient zraka [J/(m ² °C h)]	50000	53.1	23.1
	100000	52.3	24.9
	200000	51.6	26.2

Iz rezultatov v preglednici 3.13 vidimo, da začetna temperatura betona pomembno vpliva na najvišjo temperaturo in največji temperaturni gradient v masivnem armiranobetonskem vodnjaku.

Še bolj nepredvidljiva od začetne temperature betona sta temperatura zraka in njegov prestopni koeficient. Tako je temperatura zraka na dnu vodnjaka skoraj konstantna, medtem ko je pri vrhu vodnjaka, kjer se že čuti vpliv vremenskih sprememb, precej spremenljiva. Podobno velja tudi za prestopni koeficient zraka. Iz rezultatov v preglednici 3.13 lahko vidimo, da temperatura zraka in prestopni koeficient zraka

sicer ne vplivata bistveno na najvišjo temperaturo betona, imata pa velik vpliv na največji temperaturni gradient ob zgornji, izpostavljeni površini betonskega sloja. Višja temperatura zraka in nižji prestopni koeficient vplivata ugodno, nižja temperatura in višji prestopni koeficient pa neugodno.

Vpliv izolacije površine na temperaturo v betonskem sloju

Ker je v obravnavanem primeru največkrat kritična temperaturna razlika v točkah blizu površine plasti, bi lahko dopustno debelino plasti precej povečali, če bi površino plasti izolirali. Izolacijo smo modelirali na dva načina: z elementi, ki se ob vgradnji naslednje plasti odstranijo in nadomestijo z betonom, ter z nadomestnim prestopnim koeficientom, kot je to opisano v razdelku 3.4.2. Kljub temu, da pri računu na drugi način ne upoštevamo radiacije in toplotne kapacitete tanke plasti, se rezultati, dobljeni po obeh metodah, za izolacijo debeline manjše od 10 cm razlikujejo komaj na drugi decimaliki.

Za primer debeline plasti 4 m in časovnega razmaka med betoniranjem 1 teden smo preučili vpliv različnih debelin toplotne izolacije na temperature v betonu. Za izolacijo je predpostavljena vrednost toplotne prevodnosti $0.041 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, gostote 22 kg/m^3 in specifične toplote $1240 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$.

Rezultati so prikazani v preglednici 3.14, kjer vidimo, da je pri debelini plasti 4 m in časovnem razmaku med betoniranjem 1 teden razlika v najvišji doseženi temperaturi majhna, razlika v največjem temperaturnem gradientu pa precej večja. Z izolacijo torej lahko zelo zmanjšamo temperaturni gradient proti površini betona, medtem ko se najvišja temperatura betona le malo poveča. Ker pa vidimo, da že tanka plast izolacije močno zmanjša temperaturni gradient v betonu, uporaba debelejših plasti praviloma ni smiselna.

Preglednica 3.14: Temperature v betonu pri različnih debelinah izolacije za primer debeline plasti 4 m in časovnega razmaka med betoniranjem 1 teden.

Table 3.14: Concrete temperatures at different thickness of isolation for a 4 m thick layers cast at intervals of one week.

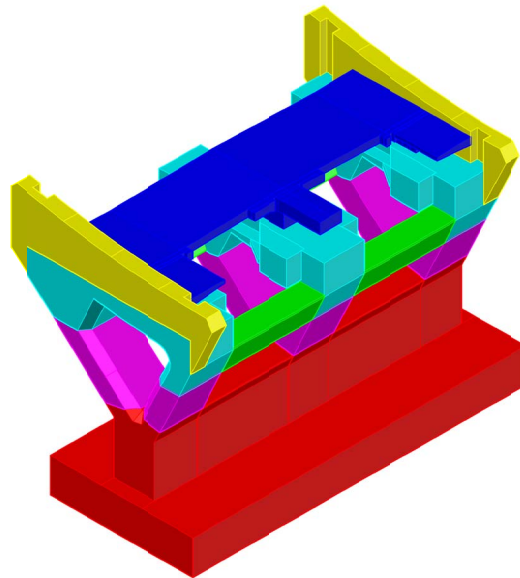
Debelina izolacije [cm]	Najvišja temperatura [$^\circ\text{C}$]	Največja temp. razlika [$^\circ\text{C}$]
10	66.51	2.97
5	66.21	5.23
2	65.63	9.84
1	65.23	14.27
0	64.70	28.00

3.4.4 Primer: temelj mostu čez reko Mileno v Ulcinju

Dvižni most Port Milena premošča reko Mileno v letoviškem mestu Ulcinj v Črni Gori (slika 3.28). Tu prikazujemo analizo temelja stebrov, ki ležita ob bregovih reke. Najprej predstavljamo vpliv posameznih parametrov na temperaturo v betonu, nato pa prikazujemo, kako se lahko z numerično analizo odločimo za primerne ukrepe za omejitev temperature v betonu.



Slika 3.28: Most Port Milena med gradnjo.
Figure 3.28: Bridge Port Milena under construction.



Slika 3.29: Tridimenzionalen prikaz stebra mostu Port Milena.
Figure 3.29: Tridimensional display of a column of bridge Port Milena.

Numerični model

Obravnavani temelj ima obliko kvadra višine 2.5 m, širine 10.5 m in dolžine 24.5 m in je najbolj masiven element mostu. Na sliki 3.29 je predstavljen s spodnjim kvadrom. Opažen je z 18 mm debelim opažem. V model je vključene tudi 2 m zemljine, na dnu katere je predpostavljena konstantna temperatura 18°C. Ker je razmerje med dolžino in debelino temelja dovolj veliko, je modeliran z izoparametričnimi ravninskimi elementi z dvotočkovno Gaussovo ploskovno integracijsko shemo. Temperature v vozliščih končnih elementov smo zaradi relativno dolgega obdobja merjenja računali vsako uro. Upoštevali smo iz-

gubljanje toplote s konvekcijo (prestopni koeficient je $80000 \text{ J}/(\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C h})$) in dovod toplote z osončenjem (faktor onesnaženja je 3 in absorptivnost je 0.65). V skladu s terminskim planom smo predpostavili, da se bo betoniranje pričelo 1. julija.

Analizirali smo dve betonski mešanici z različnim vezivom. Njihovi materialni parametri so prikazani v preglednici 3.15. Za vrednost aktivacijske energije smo izbrali 44500 J/mol [45].

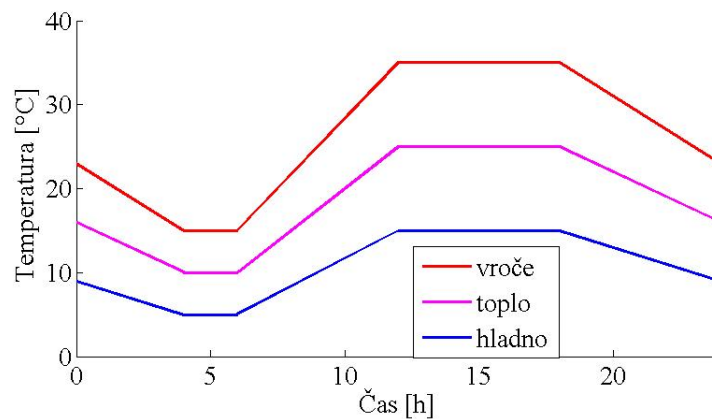
Preglednica 3.15: Lastnosti betonskih mešanic.
Table 3.15: Material properties of concrete mixtures.

		Mešanica A	Mešanica B
Prevodnostni koeficient $[\text{J}/(\text{m}^\circ\text{C h})]$		9000	9000
Specifična toplota $[\text{J}/(\text{kg}^\circ\text{C})]$		1000	1000
Gostota $[\text{kg}/\text{m}^3]$		2430	2430
Koeficienti adiabatne krivulje (enačba 3.5)	$a_a [^\circ\text{C}]$	0.4	2.6
	$b_a [^\circ\text{C}]$	38.3	31.0
	$c_a [\text{h}]$	10.5	25.1
	d_a	2.0	2.1

Vpliv značilnih parametrov na temperaturo v temelju

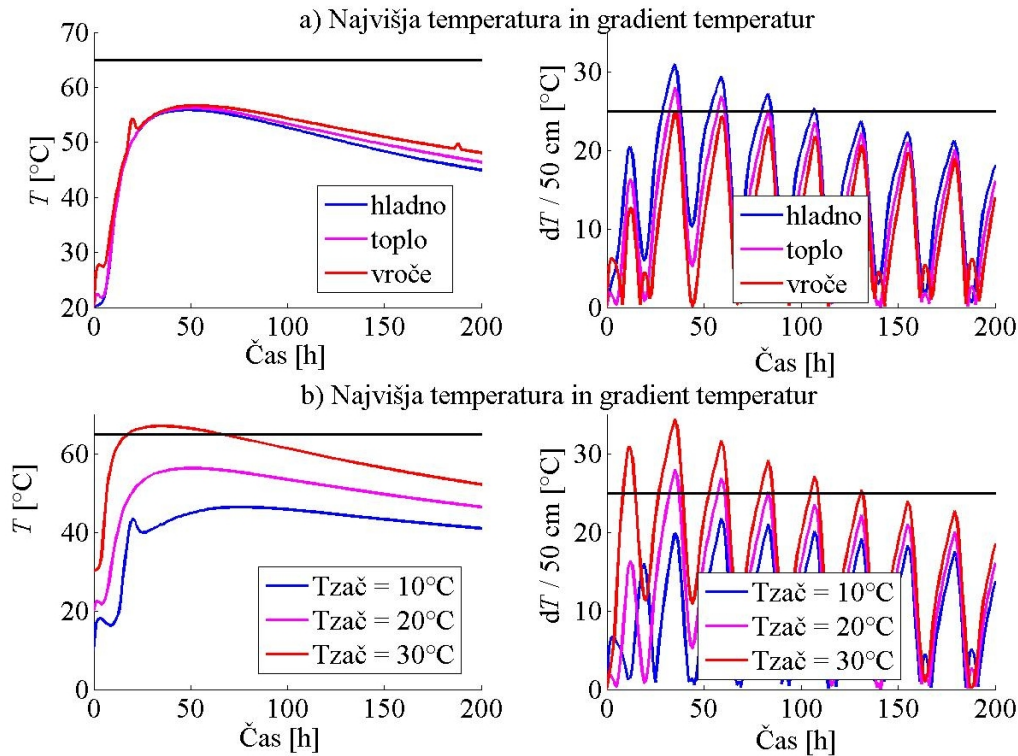
Na temperaturo v betonu vpliva mnogo parametrov – na nekatere med njimi lahko vplivamo, medtem ko na druge ne moremo, oziroma bi bilo to predrago. V nadaljevanju bomo pokazali vpliv najpomembnejših med njimi na temperature v obravnavanem temelju.

Če imamo določen datum betoniranja, ne moremo vplivati na temperaturo zraka. Glede na to, da je betoniranje predvideno poleti, smo predpostavili tri različne dnevne in jutranje temperature, ki so prikazane na sliki 3.30. Varianta "Hladno" sicer ni posebej verjetna za to lokacijo in ta letni čas, vendar lahko z njo boljše predstavimo vpliv temperature zraka na dogajanje v betonu. Na sliki 3.31a vidimo, da pri tej debelini temelja temperatura zraka ne vpliva bistveno na najvišjo temperaturo v betonu, vpliva pa na največji gradient, ki je pri nižjih zunanjih temperaturah večji, torej v tem primeru nižje zunanje temperature neugodno vplivajo na razpored temperatur.



Slika 3.30: Dnevno nihanje temperature zraka.
Figure 3.30: Daily oscillation of air temperature.

Začetno temperaturo betona lahko spremenimo s hlajenjem oziroma segrevanjem betona oziroma njegovih sestavnih delov (npr. vode, agregata). Ta parameter ima velik vpliv na razpored temperatur (3.31b), saj je tako maksimalna temperatura betona kot tudi največji gradient pri višji začetni temperaturi višja in hitreje doseže najvišjo vrednost.

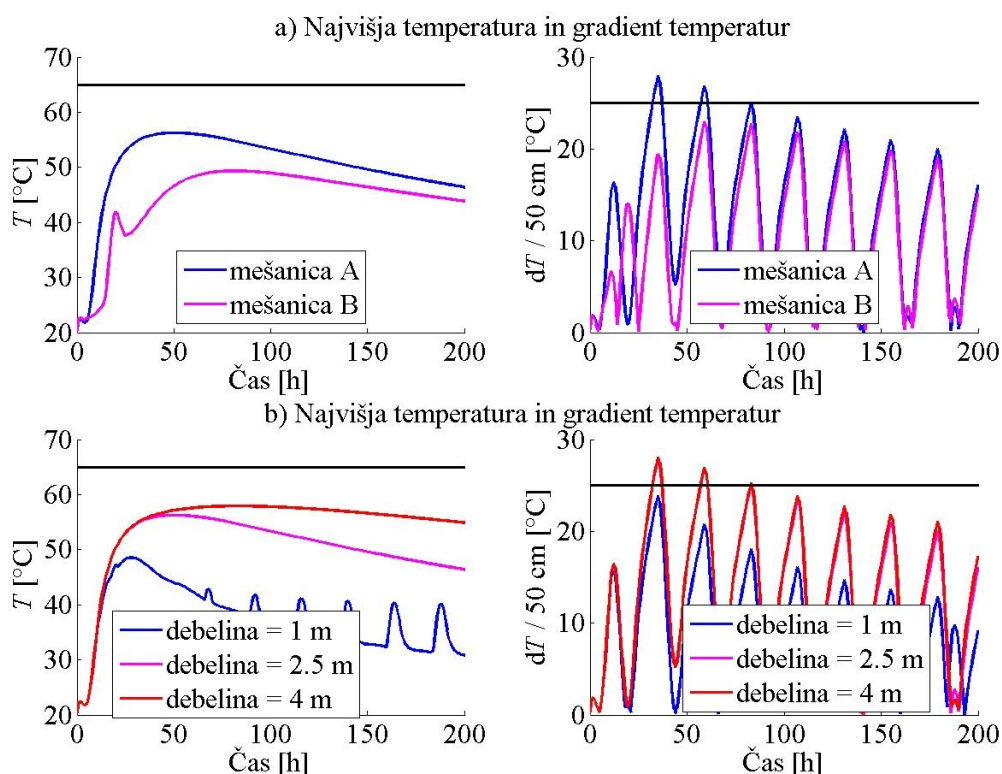


Slika 3.31: Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju za betonsko mešanico A pri a) različnih temperaturah zraka, pri čemer je začetna temperatura betona 20°C , in b) različnih začetnih temperaturah betona, pri čemer je maksimalna temperatura zraka 25°C .

Figure 3.31: Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation for concrete mixture A at a) different air temperatures while initial concrete temperature remains 20°C , and b) different initial concrete temperatures while maximal air temperature remains 25°C .

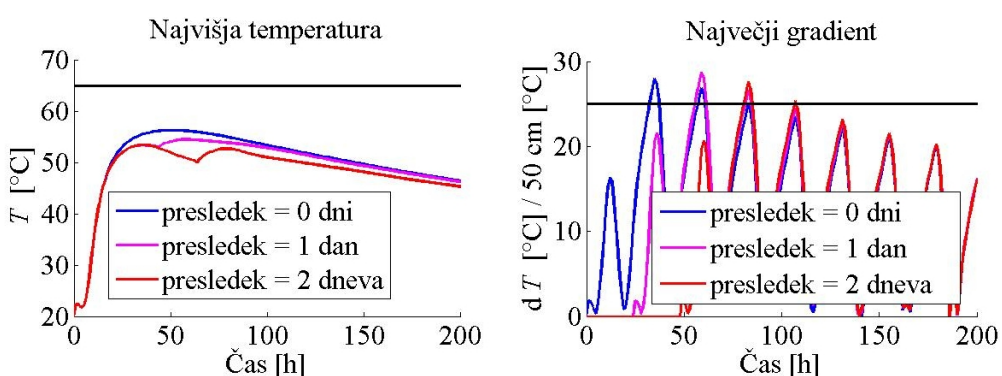
Z izbiro ustreznega cementa lahko bistveno znižamo sproščeno hidrationsko toploto. Na sliki 3.32a so prikazani rezultati za dve betonski mešanici z enako količino in različno vrsto cementa. Lastnosti betona smo upoštevali z adiabatno krivuljo (enačba 3.5), ki smo jo dobili kot rezultat poladiabatnega poskusa (poglavje 3.2.2). Koeficienti adiabatne krivulje in drugi parametri so prikazani v preglednici 3.15.

Kot lahko vidimo na sliki 3.32b, debelina temelja bistveno vpliva tako na najvišjo doseženo temperaturo kot tudi na največji gradient. Ker ju manjša debelina zmanjšuje, je učinkovit ukrep za njuno znižanje gradnja betonskega elementa v več fazah. Na sliki 3.33 lahko primerjamo najvišjo temperaturo v betonu v primeru, ko 2.5 m debel temelj zabetoniramo naenkrat, in v primeru, ko ga razdelimo na dve fazi po 1.25 m. Vidimo, da je pri postopni gradnji temperatura v betonu nižja, da pa je pri manjših časovnih presledkih med betoniranjem hidratacija v spodnjem sloju ob vgradnji zgornjega še zelo intenzivna in tako spodnji sloj dodatno segreva zgornjega, kar se kaže v tem, da je drugi vrh krivulje najvišje temperature, ki pripada časovnemu presledku 1 dneva, višji od prvega.



Slika 3.32: Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju pri začetni temperaturi betona 20°C in maksimalni temperaturi zraka 25°C za a) različne betonske mešanice b) različne debeline temelja.

Figure 3.32: Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation at initial concrete temperature 20°C and air temperature 25°C for a) different concrete mixtures and b) different thickness of the foundation.

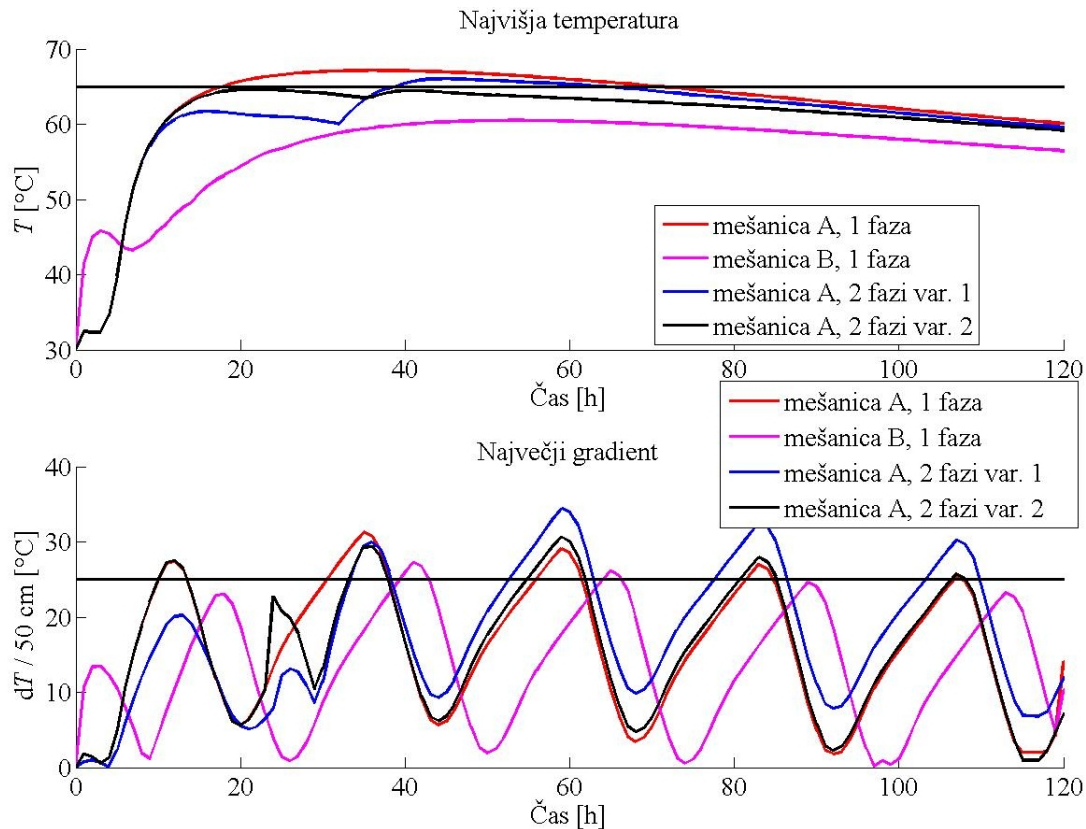


Slika 3.33: Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju pri začetni temperaturi betona 20°C in maksimalni temperaturi zraka 25°C za betonsko mešanico A, če 2.5 m debel temelj zabetoniramo naenkrat ali pa v dveh fazah po 1.25 m z medsebojnim časovnim presledkom en dan oziroma dva dneva.

Figure 3.33: Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation for concrete mixture A at initial concrete temperature 20°C and air temperature 25°C if a 2.5 m thick foundation is cast at a time or in two phases of thickness 1.25 m at intervals of one or two days.

Izbira in ovrednotenje ukrepov za znižanje temperature

Čeprav ni dvoma o tem, da visoke temperature zmanjšujejo tako trajnost kot tudi nosilnost betona, se omejitve glede najvišje dovoljene temperature razlikujejo in segajo od 50°C do 70°C, omejitve glede največjih gradientov pa so od 25°C/50 cm do 25°C/25 cm ([22, 46]). Ko gre za masivni beton, je poleg omejitev, predpisanih v standardu, pogosto treba upoštevati še omejitve glede temperature v pogodbi, sklenjeni med naročnikom in izvajalcem del. V tem primeru bomo upoštevali le omejitev temperature v betonu na 65°C.



Slika 3.34: Primerjava med najvišjimi doseženimi temperaturami in največjimi gradienti v betonskem temelju za različne betonske mešanice in pri različni dinamiki gradnje.

Figure 3.34: Comparison between maximal temperature and maximal temperature gradient in concrete foundation for different concrete mixture and at different course of construction.

Če predpostavimo najneugodnejšo varianto, ima beton začetno temperaturo 30°C, temperatura zraka pa se giblje med 35°C in 15°C. Če pri takih pogojih ob uporabi betonske mešanice A vgradimo ves temelj naenkrat, temperatura v temelju doseže 68°C (slika 3.34), kar je glede na izbrani kriterij preveč. Ob uporabi mešanice B se najvišja temperatura v temelju zniža na 60°C, kar kaže na to, da lahko z uporabo ustrezne betonske mešanice v veliki meri odpravimo problem pregrevanja betona.

Če betonske mešanice B ni na voljo in smo prisiljeni uporabiti mešanico A, se moremo pregrevanju betona izogniti z betoniranjem temelja v več fazah, kar pa nam podaljša čas gradnje. Če se odločimo za izvedbo dveh slojev debeline 1.25 m v časovnem presledku enega dne (varianta 1), je ob vgradnji zgornjega sloja spodnji sloj še zelo topel in greje zgornji sloj, zato temperatura v zgornjem sloju preseže 65°C, medtem ko je v spodnjem sloju precej nižja (61°C). Da bi ob nespremenjenem trajanju gradnje zadostili omejitvi temperature, smo debelino prvega sloja povečali na 1.6 m, debelino drugega pa zmanjšali na 0.9 m (varianta 2). Pri takem režimu gradnje najvišja temperatura v betonu ne preseže 65°C.

Vidimo, da lahko predpisanim omejitvam glede najvišje temperature v betonu in največjega gradienta, s katerimi dosežemo zadostno trajnost masivnih betonskih konstrukcij, zadostimo z različnimi ukrepi, med katerimi sta v tem primeru prikazana postopna gradnja in izbira ustrezne betonske mešanice. Z numeričnim modeliranjem lahko vplive teh ukrepov računsko ocenimo in s tem pridobimo oceno njihove ustreznosti in zadostnosti.

3.5 Vpliv armature na razpored temperatur v betonu

Armirani beton je sestavljen iz betona in armature, ki lahko predstavlja do 4 % njegovega volumna. Masivni betoni imajo praviloma manjši delež armature, vendar pa so tudi izjeme, kakršna je steber hladilnega stolpa v Šoštanju, ki ga bomo podrobneje predstavili.

V armiranobetonskih elementih, ki se bližajo mejnemu deležu armature, ta na razvoj temperature vpliva na dva načina: znižuje hidratacijsko toploto, ki se sprosti v določenem volumnu materiala, in spreminja prevodnost in toplotno kapaciteto kompozitnega materiala. V nadaljevanju tega razdelka bomo prikazali, kako lahko modeliramo ta dva vpliva.

3.5.1 Vpliv na sproščanje hidratacijske toplote

Ker je v armiranem betonu prisotna tudi armatura, beton ne zavzema več celotne prostornine elementa, kot to velja pri adiabatnem oziroma poladiabatnem poskusu, zato se v primerjavi z njim sprosti manj toplote. To lahko upoštevamo tako, da znižamo adiabatno krivuljo za korekcijski faktor η^c , ki predstavlja prostorninski delež betona v armiranem betonu in je enak:

$$\eta^c = 1 - V_a/V, \quad (3.33)$$

kjer je V_a prostornina armature, V pa prostornina celotnega elementa. Adiabatna krivulja $T^{\text{ad}'}$, ki upošteva vpliv armature, je tako enaka:

$$T^{\text{ad}'} = \eta^c T^{\text{ad}}. \quad (3.34)$$

Če adiabatno krivuljo aproksimiramo z enačbo (3.5), popravljene koeficiente adiabatne krivulje a'_a in b'_a določimo po enačbah:

$$a'_a = \eta^c a_a, \quad b'_a = \eta^c b_a, \quad (3.35)$$

koeficienta c_a ter d_a pa ostaneta enaka.

3.5.2 Vpliv na materialne karakteristike armiranega betona

Ker ima armatura drugačno vrednost toplotne kapacitete in prevodnosti, sta tudi ti dve karakteristiki armiranega betona drugačni kot pri nearmiranem betonu.

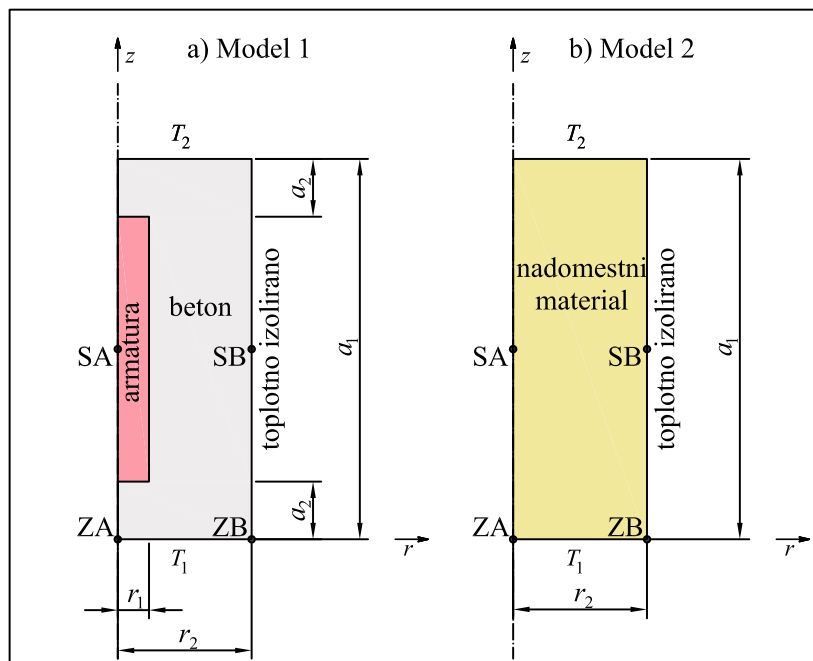
Toplotno kapaciteto armiranega betona $(\rho C_p)'_{\text{eff}}$ izračunamo tako, da upoštevamo delež jekla in delež betona v sestavljenem materialu, podobno kot smo to storili za sam beton (enačba (2.23)):

$$(\rho C_p)'_{\text{eff}} = \eta^c (\rho C_p)_{\text{eff}} + (1 - \eta^c) (\rho C_p)_{\text{arm}}, \quad (3.36)$$

kjer je $(\rho C_p)_{\text{arm}}$ toplotna kapaciteta armature.

Efektivno toplotno prevodnost sestavljenega materiala λ'_{eff} ne moremo računati kot obteženo povprečje, ampak vpliv armature določimo tako, da skušamo najti nadomestno toplotno prevodnost betona, ki bo taka, da bo temperaturni odziv nadomestnega materiala enak temperaturnemu odzivu betona z armaturo.

V ta namen smo pripravili dva modela (slika 3.35): prvi je osnosimetrični model armaturne palice s pripadajočim betonom, v drugem primeru pa je vsa snov modelirana z enotnim, nadomestnim materialom. Polmer armaturne palice r_1 je povprečni premer armaturne palice v opazovani smeri, polmer pripadajočega betona r_2 pa določimo tako, da je prostornina valja enaka prostornini dejanskega betona, ki v povprečju pripada vsaki armaturni palici. a_1 je dolžina betonskega elementa v obravnavani smeri, a_2 pa je debelina krovnega sloja betona.



Slika 3.35: Modeliranje armiranega betona na dva načina: a) kot sestavljeni materiala in b) kot homogeni material.

Figure 3.35: Modelling reinforced concrete in two ways: a) as a composed material and b) as a homogeneous material.

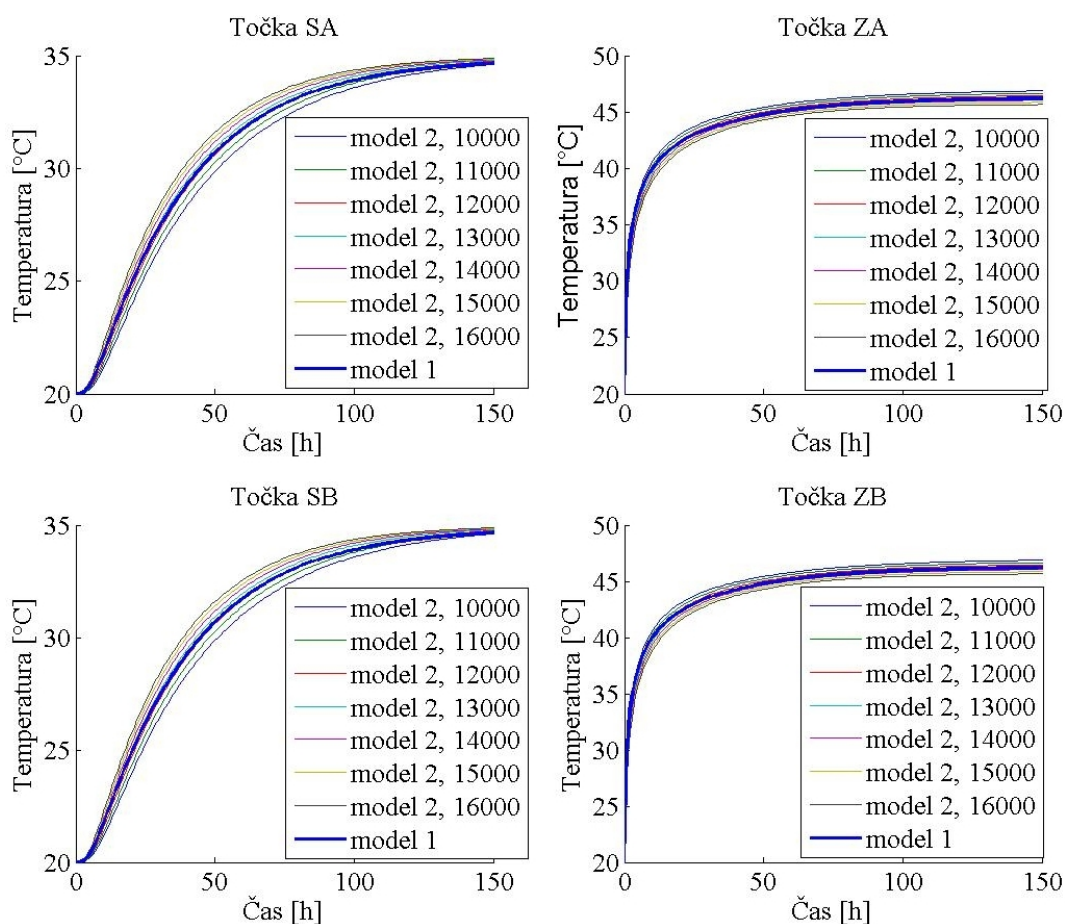
Najprej izračunamo odziv prvega modela, nato pa spreminjamo toplotno prevodnost materiala v drugem modelu, dokler odziv drugega modela ne ustreza odzivu prvega. Toplotna prevodnost materiala v drugem modelu, pri kateri se rezultati obeh modelov najboljše ujemajo, je toplotna prevodnost sestavljenega materiala λ'_{eff} .

3.5.3 Primer: prevajanje toplote skozi betonski valj

Določitev materialnih karakteristik armiranega betona najprej prikazujemo na enostavnem primeru betonskega valja, čigar prerez je prikazan na sliki 3.35. Valj je premera 7.9 cm, v osi pa ima armaturno palico premera 12 mm. Dolžina valja je 1.1 m, krovni sloj betona pa je debeline 5 cm. Njegova začetna temperatura je 20°C. Valj je po plašču toplotno izoliran, na dnu je izpostavljen zraku s temperaturo $T_1 = 50^\circ\text{C}$, na vrhu pa je v stiku z zrakom temperature $T_2 = 20^\circ\text{C}$ (slika 3.35). Toplota se preko površine prevaja s konvekcijo, prestopni koeficient je enak $80000 \text{ J}/(\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C h})$. Materialni parametri jekla in betona so prikazani v preglednici (3.16).

Preglednica 3.16: Materialni parametri betona in armature.
Table 3.16: Material parameters of concrete and reinforcement.

Material	$\lambda_{\text{eff}} [\text{J}/\text{m h}^\circ\text{C}]$	$C_p [\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}]$	$\rho [\text{kg}/\text{m}^3]$	$\eta[\%]$
Beton	9000	1006	2430	97.9
Armatura	220000	470	7800	2.1



Slika 3.36: Temperaturni odziv modela 1 in modela 2 pri različnih vrednostih toplotne prevodnosti.
Figure 3.36: Temperature response of model 1 and 2 for different values of thermal conductivity.

Toplotno kapaciteto sestavljenega materiala izračunamo po enačbi 3.36 in znaša $2470200 \text{ J}/^\circ\text{C m}^3$. Toplotno prevodnost določimo po postopku, opisanem v prejšnjem razdelku in sicer tako, da najprej izračunamo temperaturni potek za dva različna modela, za natančnejši model 1 (slika 3.35a) in za model 2, v katerem je armiran beton modeliran kot homogen material (slika 3.35b). Sedaj v štirih karakteri-

stičnih točkah (slika 3.35) primerjamo rezultate modela 1 z rezultati modela 2, izračunanimi za različne toplotne prevodnosti (slika 3.36). Prava toplotna prevodnost armiranega betona je tista, za katero se rezultati modela 2 najbolj ujemajo z rezultati modela 1. Iz slike 3.36 lahko razberemo, da je v tem primeru odziv modela 1 večinoma med odzivom modela 2 s toplotno prevodnostjo $12000 \text{ J/m h}^\circ\text{C}$ in odzivom modela 2 s toplotno prevodnostjo $13000 \text{ J/m h}^\circ\text{C}$, zato za toplotno vrednost izberemo vrednost $12500 \text{ J/m h}^\circ\text{C}$.

Če bi toplotno prevodnost armiranega betona izračunali kot obteženo povprečje analogno kot toplotno kapaciteto, bi dobili vrednost $13430 \text{ J/m h}^\circ\text{C}$, ki je nekoliko višja od vrednosti, ki smo jo izračunali z nadomestnim modelom.

3.5.4 Primer: stebel hladilnega stolpa v šestem bloku Termoelektrarne Šoštanj

Hladilni stolp šestega bloka Termoelektrarne Šoštanj je natančneje opisa v razdelku 3.3.3. Na sliki 3.16 lahko vidimo, da njegovo lupino nosi dvaintrideset stebrov oblike poševne prizme (slika 3.37), ki ima v radialni smeri stolpa pri dnu širino 2.615 m , na vrhu pa 1 m . V obodni smeri stolpa je njegova širina po višini konstantna in znaša 1.1 m . Iz armaturnega načrta smo izračunali, da predstavlja volumen armature na mestih točk M1 in M2 3.8% skupnega volumna, na mestih točk M3 in M4 pa 2.8% . Steber je opažen z 18 mm opažem in vgrajen monolitno.

Točki M1 in M2 sta dovolj oddaljeni od obeh koncev stebra, da lahko beton na njunih mestih modeliramo z ravninskim stanjem. Pri tem zanemarimo ožanje stebra proti vrhu. Ker predpostavimo, da se bo stebel skozi opaž intenzivneje hladil kot skozi svoje dno, tudi beton na mestih M3 in M4 modeliramo z ravninskim deformacijskim stanjem. Tako imamo za vsako točko svoj model z geometrijo, ki ustreza prerezu stebra na opazovanem mestu (preglednica 3.17). Zaradi simetrije smo modelirali le eno četrtino prereza stebra. Upoštevali smo konvekcijo, prestopni koeficient zraka smo zaradi opaža znižali na $15000 \text{ J/(m}^2 \text{ }^\circ\text{C h)}$.

Preglednica 3.17: Geometrija prerezov na merilnih mestih.

Table 3.17: Section geometry at measuring points.

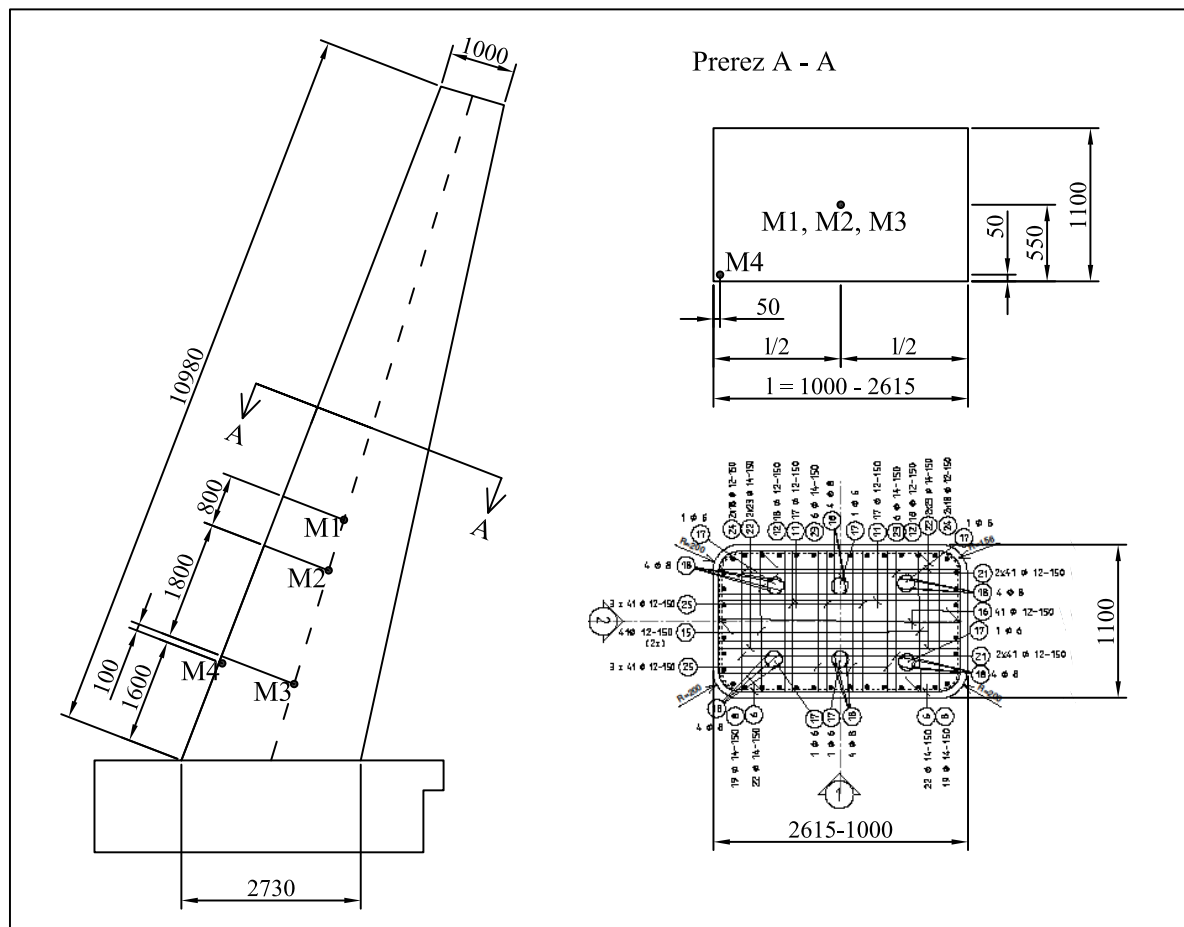
Točka	dolžina [m]	širina [m]	delež armature [%]
M1	2.06	1.10	3.8
M2	2.18	1.10	3.8
M3	2.47	1.10	2.8
M4	2.49	1.10	2.8

Materialni parametri betona in armature so predstavljeni v preglednici 3.18. Adiatbatna krivulja je bila določena s poladiabatnim poskusom in smo jo modelirali z enačbo (3.5), pri čemer imajo njeni parametri vrednosti: $a_a = 1.44$, $b_a = 40.69$, $c_a = 16.61$ in $d_a = 2.246$.

Preglednica 3.18: Materialni parametri betona in armature.

Table 3.18: Material parameters of concrete and reinforcement.

Material	$\lambda_{\text{eff}} [\text{J/m h}^\circ\text{C}]$	$C_p [\text{J/kg}^\circ\text{C}]$	$\rho [\text{kg/m}^3]$	$\eta [\%]$
Beton	9000	1000	2430	96.7
Armatura	220000	470	7800	3.3

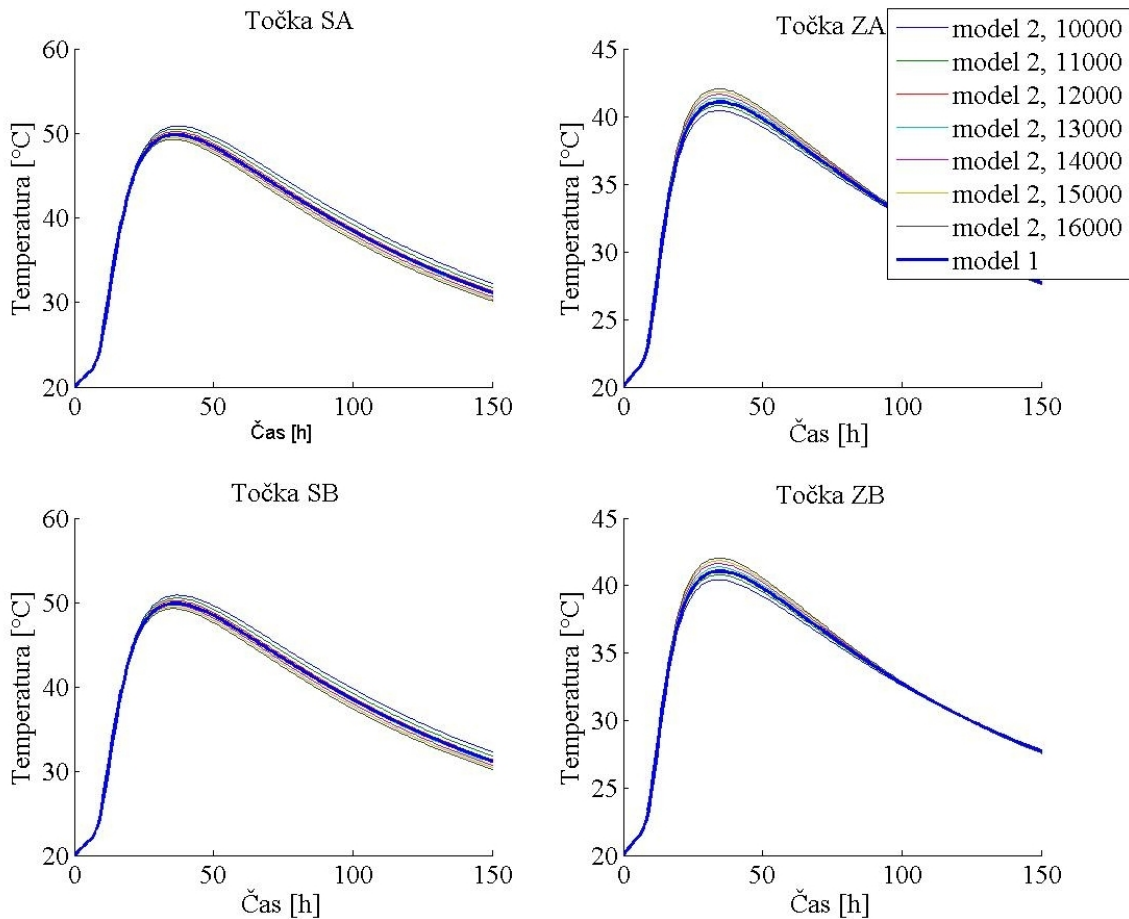


Slika 3.37: Steber hladilnega stolpa bloka 6 v Termoelektrarni Šoštanj. Vse mere so v mm.
Figure 3.37: Column of the cooling tower of unit 6 of Šoštanj thermal power plant. All dimensions are in mm.

Za račun materialnih karakteristik smo upoštevali povprečni delež armature v betonu, ki znaša 3.3 %. Toplotno kapaciteto sestavljenega materiala smo izračunali po enačbi 3.36 in znaša $2470200 \text{ J}/^\circ\text{C m}^3$.

Pri računu toplotne prevodnosti smo upoštevali armaturne palice, ki kažejo v opazovani smeri prevajanja toplote. Ker obravnavamo ravninsko stanje in zanemarimo prevajanje toplote vzdolž stebra, so v tem primeru to stremena. Ker je delež stremen glede na delež betona v obeh smereh prečnega prereza približno enak, smo v modelu upoštevali povprečno palico premera 12 mm, pripadajoči volumen betona pa smo izračunali iz podatkov armaturnega načrta in znaša 7.9 cm, kar je enako kot v prejšnjem primeru. Podobno kot v prejšnjem primeru smo primerjali rezultate natančnejšega modela 1 z rezultati modela 2, v katerem smo podali različne vrednosti toplotne prevodnosti (slika 3.35). V modelu 1 smo upoštevali vpliv vzdolžne armature stebra na toplotno kapaciteto stebra tako, da smo specifično toploto betona povečali na $1006 \text{ J}/\text{kg}^\circ\text{C}$, materialni parametri so bili torej povsem enaki kot pri prejšnjem primeru. V nasprotju z njim pa je bil v tem primeru prestopni koeficient enak $19686 \text{ J}/(\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C h})$, saj smo upoštevali vpliv opaža. Poleg tega je bila zunanja temperatura na obeh straneh enaka 20°C , v betonu pa je potekala hidratacija, kar je povzročilo zvišanje temperature. Kljub tem razlikam pa se nadomestna toplotna prevodnost ni spremenila in je bila še vedno enaka $12500 \text{ J}/\text{m h}^\circ\text{C}$ (slika 3.38), kar kaže na to, da nanjo ne vplivajo robni pogoji in razpored temperature v betonu.

Najprej smo izračunali temperature v betonu v primeru, če vpliva armature ne upoštevamo (primer 1 na sliki 3.39). V primeru 2 smo upoštevali le zmanjšanje sproščanja hidratacijske toplote zaradi vsebnosti armature v betonu, v primeru 3 pa smo upoštevali tudi vpliv armature na materialne karakteristike v betonu.

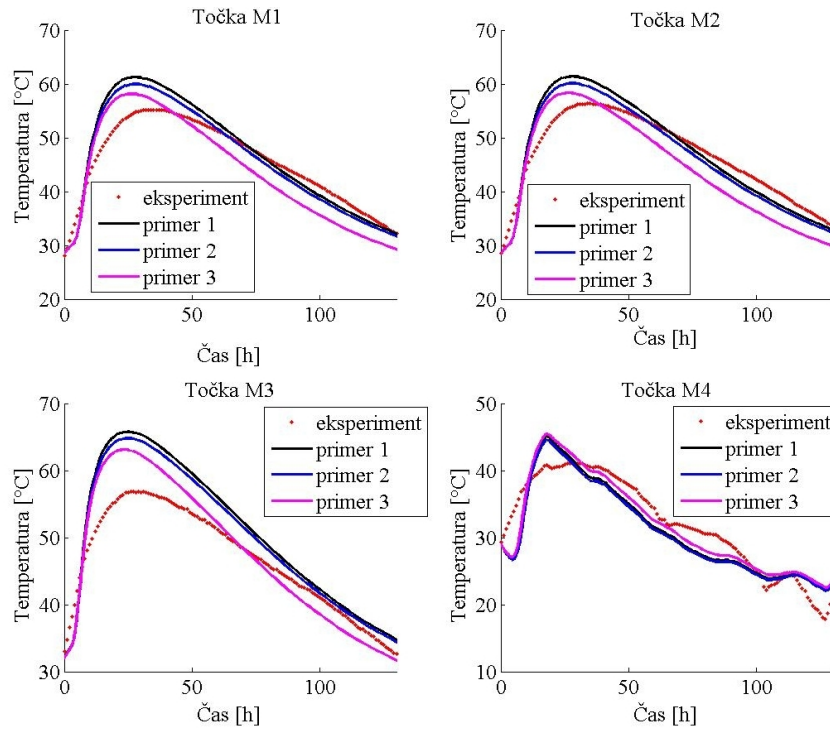


Slika 3.38: Temperaturni odziv modela 1 in modela 2 pri različnih vrednostih toplotne prevodnosti.
Figure 3.38: Temperature response of model 1 and 2 for different values of thermal conductivity.

Na sliki 3.39 vidimo, da je znižanje temperature v betonu zaradi upoštevanja vpliva armature na sproščanje hidratacijske toplote majhno, malce večje je le pri času, ko je v betonu najvišja temperatura. Nasprotno upoštevanje vpliva armature na materialne karakteristike v betonu vodi do za približno 3°C nižje temperature, torej ta vpliv vsaj pri visoki vsebnosti armature ni zanemarljiv, je pa pri masivnih betonih stopnja armiranja običajno nižja.

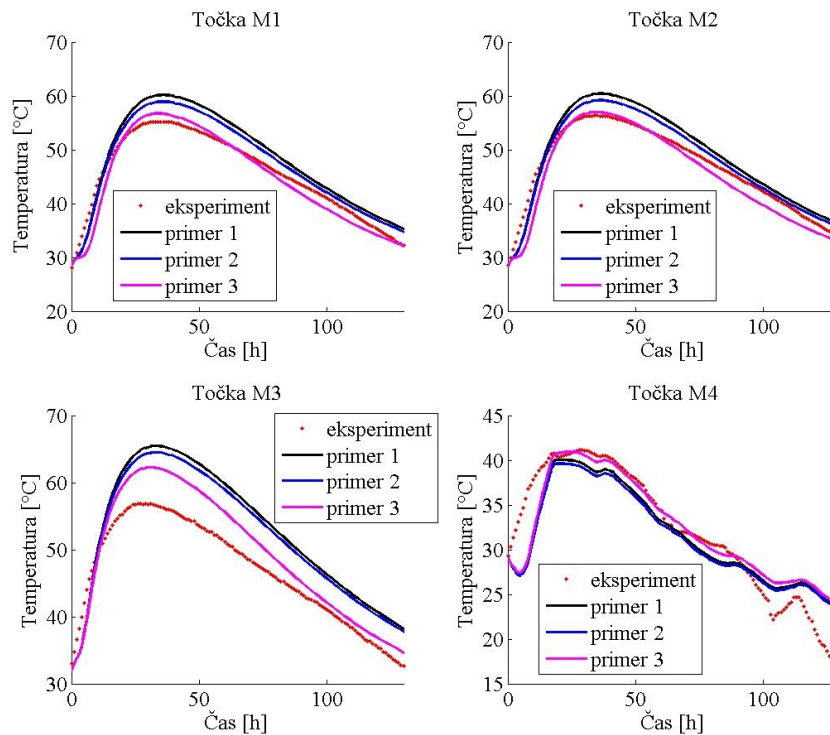
Vidimo, da je tudi v primeru 3 najvišja dosežena temperatura višja od eksperimentalno določene, pa tudi vrh je v numeričnem izračunu dosežen približno 20 ur prej. Vzrok temu je betonska mešanica, ki je bila malce drugačna od tiste, za katero je bil narejen poladiabatni poskus, zato smo spremenili podatke adiabatne krivulje tako, da imajo njeni parametri sedaj vrednosti: $a_a = 1.44$, $b_a = 52$, $c_a = 25$ in $d_a = 1.5$.

Potek temperatur s spremenjeno adiabatno krivuljo je prikazan na sliki 3.40, kjer vidimo, da se tako eksperimentalni in numerični rezultati ob upoštevanju vpliva armature za točke M1, M2 in M4 dobro ujemajo. Numerični rezultati za točko M3 so nekoliko višji od izmerjenih, kar lahko pripišemo dejstvu, da je bil uporabljen dvodimenzionalen model, ki ni upošteval prenašanja energije vzdolž stebra, točka M3 pa je že precej blizu njegovega dna.



Slika 3.39: Primerjava med računskim in izmerjenim potekom temperatur v merskih točkah pri eksperimentalno določeni adiabatni krivulji.

Figure 3.39: Comparison between numerically and experimentally determined temperature at measuring points at experimentally defined adiabatic curve.



Slika 3.40: Primerjava med računskim in izmerjenim potekom temperatur v merskih točkah pri prilagojeni adiabatni krivulji.

Figure 3.40: Comparison between numerically and experimentally determined temperature at measuring points at adapted adiabatic curve.

4 ZAKLJUČKI

V disertaciji smo predstavili numerični model za račun gibanja vlažnega zraka in vode, prevajanja toplote in deformacij svežega betona. Model temelji na delu Lewisa in Schreflerja [39] in Gawina s sodelavci [25, 26] ter na Bažantovem modelu lezenja [6, 7, 8, 9], vendar je dopolnjen z nekoliko drugačnimi konstitucijskimi zakoni. Drugačen je predvsem opis adiabatne krivulje, poroznosti in sorpcijskih izoterm.

Na osnovi opisanega numeričnega postopka smo pripravili računalniški program PreTeDis v programskem okolju Matlab, s katerim smo izračunali odziv betona na treh primerih. Na primeru modeliranja adiabatnega poskusa in avtogenega krčenja cementne paste smo rezultate numeričnega modela primerjali z eksperimentalnimi rezultati. Vidimo, da se rezultati dobro ujemajo, vendar so rezultati močno odvisni od parametrov, ki jih je dokaj težko določiti, predvsem so za določitev obnašanja betona ključne sorpcijske izoterme. Kljub temu lahko zaključimo, da je opisani postopek primeren za analizo svežega betona.

Reševanje popolnoma povezanega problema smo na primeru armiranobetonske temeljne plošče primerjali z dvofaznim postopkom, pri katerem najprej rešujemo povezan problem gibanja vlažnega zraka in vode ter prevajanja toplote, nato pa na osnovi teh rezultatov določimo še pomike trdne faze betona. Ugotovili smo, da so pri tanjših ploščah rezultati skoraj enaki, pri debelejših ploščah pa se razlikujejo za manj kot 10 %. Glede na krajši računski čas, ki je potreben za račun dvofaznega postopka, je pri tanjših ploščah in v primeru, ko ne rabimo zelo natančnih rezultatov, smiselno računati po dvofaznem postopku.

V drugem delu disertacije smo se osredotočili na toplotno analizo betona, pri čemer smo zanemarili vpliv vlažnosti in deformacij betona na njegovo temperaturo ter na potek hidratacije cementa. V okolju Matlab smo pripravili program TeEx, ki poleg toplotne analize svežega betona omogoča dodajanje in odvzemanje končnih elementov in robnih pogojev iz sistema ter s tem modeliranje postopne gradnje konstrukcije in modeliranje razopaževanja. Poleg tega smo program dopolnili z možnostjo določitve adiabatne krivulje z nevronske mreže ter z možnostjo modeliranja osončenja vodoravne površine. Pravilnost in ustreznost numeričnega postopka ter računalniškega programa smo potrdili s primerjavo rezultatov numeričnih modelov s številnimi eksperimenti.

Prikazali smo možnost določitve temperature zaradi hidratacije v adiabatnih pogojih s poladiabatnim poskusom, kot ga je predlagal Ng s sodelavci [43]. Z numeričnim modeliranjem poskusa smo pokazali, da je poladiabatni poskus ustrezen za določitev adiabatne krivulje betonske mešanice. Iz tega primera tudi lahko vidimo, da je izbira ustreznega matematičnega modela za opis adiabatne krivulje pomembna za natančnost izračunanega poteka temperatur v betonu.

Ker je izvedba poladiabatnega ali adiabatnega poskusa zamudna, smo pokazali, kako lahko adiabatno krivuljo mešanice določimo na osnovi njenih parametrov z nevronske mreže. Ugotovili smo, da lahko z nevronskimi mrežami dobro določimo adiabatne krivulje mešanic, ki imajo vrednosti parametrov v okviru razpona parametrov učnega niza. Z dodajanjem novih adiabatnih krivulj v učni niz podatkov lahko obseg veljavnosti delovanja nevronskih mrež povečamo. Nevronska mreža ima le nekoliko težav pri določitvi začetne faze hidratacije.

Modeliranje osončenja vodoravne površine smo prikazali na primeru spodnje pasnice temelja hladilnega stolpa. Rezultati kažejo, da ima osončenje površine velik vpliv na temperaturo betona blizu površine, sploh v času blizu poletnega solsticija, ko je toplotni tok Sonca, ki doseže površino na naši polobli, največji. Na beton, ki je od osončene površine bolj oddaljen, insolacija nima pomembnega vpliva.

Modeliranje postopne gradnje smo prikazali na primerih armiranobetonskega vodnjaka in temelja mostu. V prvem primeru smo numerične rezultate primerjali z rezultati meritev in ugotovili, da je upoštevanje vpliva naknadno vgrajenih plasti ključno za pravilno določitev temperature v betonu. Z upoštevanjem vpliva postopne gradnje smo dobili zelo dobro ujemanje rezultatov. V drugem primeru smo prikazali napoved temperature v betonu v odvisnosti od vrste betonske mešanice in debeline vgrajenih plasti. Pokazali smo, da lahko predpisanim omejitvam glede najvišje temperature v betonu in največjega gradienta zadostimo z različnimi ukrepi. Z numeričnim modeliranjem lahko vplive teh ukrepov računsko ocenimo in s tem pridobimo oceno njihove ustreznosti in zadostnosti.

Na koncu smo prikazali še način upoštevanja vpliva armature na razpored temperature v betonu. Upoštevali smo zmanjšanje sproščanja hidrationske toplote zaradi manjšega deleža betona v armiranem betonu in vpliv armature na materialne parametre armiranega betona. V primeru zelo gosto armiranega stebra hladilnega stolpa je bil vpliv prvega pojava zanemarljiv, vpliv drugega pa večji od 10 %. Če želimo natančnejši račun, je vpliv armature na potek temperature v betonu smiselno upoštevati, vendar pa to velja le za gosto armirane konstrukcije, kar masivne konstrukcije, pri katerih je potrebna toplotna analiza, ponavadi niso.

Toplotna analiza svežega betona je v primerjavi z reševanjem popolnoma povezanega problema hitrejša in lažje obvladljiva, saj ima bistveno manj parametrov. Če potrebujemo samo toplotni odziv konstrukcije, reševanje popolnoma povezanega problema ni smiselno, saj vlažnost in pomiki ne vplivajo bistveno na temperaturo betona, vsaj ne v območju visoke relativne vlažnosti. Ker imajo masivni betoni običajno dovolj visoko vodocementno razmerje, se tudi relativna vlažnost betona manj zniža kot pa pri visokotrčnih betonih. Po drugi strani je reševanje popolnoma povezanega problema ali dvofaznega postopka nujno, če želimo tudi informacijo o vlažnosti in napetostnem stanju betona. To lahko uporabimo pri napovedi krčenja in pri natančnejšem napovedovanju razpok, s čimer bi lahko varčneje uporabljali ukrepe za nadzor temperature, saj so omejitve najvišje dovoljene temperature in največjega gradienta pogosto konservativne.

Model povezanega reševanja gibanja vlažnega zraka in vode, prevajanja toplote in deformacij svežega betona bi lahko še izboljšali predvsem s spreminjanjem konstitucijskih zakonov, da bi bili njegovi materialni parametri lažje eksperimentalno določljivi in bolj prilagojeni lastnostim svežega betona. Analogno kot je v programu TeEx bi lahko tudi v program PreTeDis vgradili možnost dodajanja in odvzemanja končnih elementov in robnih pogojev in s tem omogočili določitev vlažnosti in pomikov tudi v primeru postopne gradnje.

5 POVZETEK

V doktorski disertaciji smo prikazali numerično analizo svežega masivnega betona, to je betona, pri katerem moramo nadzorovati povišanje temperature, do katerega pride zaradi sproščanja hidratacijske toplote pri vezavi cementa. Tanjši betonski elementi namreč preko svoje površine sproti oddajo večji del toplote, medtem ko se masivnejši elementi znatno segrejejo. Ker visoka temperatura betona in velik temperaturni gradient lahko povzročita zmanjšanje nosilnosti in trajnosti konstrukcij, moramo že pred gradnjo pripraviti ukrepe, s katerimi temperaturo omejimo. Učinkovitost teh ukrepov lahko ocenimo z numeričnim modeliranjem.

Doktorska disertacija je razdeljena na dva dela. V prvem delu prikazujemo računski model, s katerim rešujemo popolnoma povezan problem prenašanja vode, vlažnega zraka, toplote in napetosti po svežem betonu. Osnovne enačbe so izpeljane na podlagi modela poroznega materiala, ki beton opiše kot material, sestavljen iz trdnega skeleta in por, ki so napolnjene z vodo in vlažnim zrakom. Deformacija betona je povezana z efektivnimi napetostmi trdnega skeleta, ki so razlika med totalnimi napetostmi in povprečno napetostjo tekočine v porah. Princip efektivnih napetosti ima za posledico samodejno upoštevanje krčenja kot posledice izsuševanja, saj se zaradi zmanjšanja relativne vlažnosti v porah poveča kapilarni tlak, kar poveča pritisk tekočine na skelet in s tem povzroči njegovo krčenje. Lezenje betona je opisano z Bažantovim modelom, v katerem je deformacija zaradi lezenja sestavljena iz viskoelastičnih deformacij in viskoznega tečenja. Hidratacija cementa je opredeljena z zvišanjem temperature v adiabatnih pogojih in z Arrheniusovo zrelostno funkcijo. Podali smo dva načina za določitev sorpcijskih izoterm.

Z vstavljanjem konstitucijskih zvez v osnovne enačbe smo za tridimenzionalni problem dobili sistem šestih nelinearnih diferencialnih enačb s pripadajočimi robnimi in začetnimi pogoji, v katerih so neznanke zračni tlak, kapilarni tlak, temperatura in pomiki trdnega skeleta. Opisano je numerično reševanje dobljenega sistema enačb z metodo končnih elementov. Po prikazanem numeričnem postopku smo pripravili program PreTeDis v programskem okolju Matlab. Rezultate, ki smo jih z njim pridobili, smo primerjali z eksperimentalnimi in ugotovili dobro ujemanje, iz česar lahko sklepamo, da je opisan numerični postopek primeren za analizo svežega betona. Reševanje popolnoma povezanega problema smo primerjali z dvofaznim postopkom, v katerem najprej rešujemo problem prevajanja toplote in vlage, nato pa na osnovi teh rezultatov izračunamo pomike, in ugotovili, da je tudi dvofazni postopek za račun tanjših elementov dovolj natančen.

V drugem delu disertacije je prikazana toplotna analiza svežega betona, pri kateri zanemarimo vpliv vlažnosti in deformacij betona na njegovo temperaturo in hidratacijo cementa. Osnovno enačbo prevajanja toplote smo rešili z metodo končnih elementov s programom TeEx, ki smo ga pripravili v programskem okolju Matlab. Program smo dopolnili z možnostjo modeliranja osončenja vodoravne površine in z možnostjo modeliranja postopne gradnje. Analizirali smo vpliv armature na razpored temperatur v betonu. S primerjavo med eksperimentalnimi in numeričnimi rezultati smo ugotovili, da lahko z opisanim numeričnim postopkom in pripadajočim računalniškim programom dobro modeliramo dogajanje v svežem betonu in dokaj natančno napovemo potek temperatur v betonu v odvisnosti od začetne temperature betona, lastnosti betonske mešanice in temperature zraka.

Prikazali smo tudi določitev sproščanja hidratacijske toplote v adiabatnih pogojih s poladiabatnim poskusom in z nevronske mrežo. Z numeričnim modeliranjem poladiabatnega poskusa smo ugotovili, da lahko z njim dobro določimo zvišanje temperature v betonu zaradi hidratacije. Za betonske mešanice, ki

imajo vrednosti parametrov v okviru razpona parametrov učnega niza, moremo to zvišanje dobro napovedati tudi z uporabo nevronske mreže.

Toplotna analiza svežega betona je v primerjavi z reševanjem popolnoma povezanega problema hitrejša in lažje obvladljiva, saj ima bistveno manj parametrov. Če potrebujemo le toplotni odziv konstrukcije, reševanje popolnoma povezanega problema ni smiselno, saj vlažnost in pomiki ne vplivajo bistveno na temperaturo betona. Po drugi strani je reševanje popolnoma povezanega problema ali dvofaznega postopka nujno, če želimo tudi informacijo o vlažnosti in napetostnem stanju betona. To lahko uporabimo pri napovedi krčenja in pri natančnejšem napovedovanju razpok, s čimer bi lahko varčneje uporabljali ukrepe za nadzor temperature, saj so omejitve najvišje dovoljene temperature in največjega gradienta pogosto konservativne.

6 SUMMARY

Presented doctoral thesis deals with numerical analysis of massive concrete at an early age. Massive concrete is concrete whose temperature rise due to heat of cement hydration needs to be controlled, since it cannot dissipate the energy through the surface fast enough. As high temperature and high temperature gradient can cause a decrease in bearing capacity and durability of structures, measures to limit the temperature need to be chosen before the construction begins. Efficiency of these measures can be estimated by numerical modelling.

The thesis consists of two parts. In the first part, a numerical model which solves a fully coupled problem of water, moist air, heat and tension transfer through fresh concrete is presented. Basic equations are deduced from the model of the porous body, which describes concrete as a material composed of solid skeleton and pores filled with water and moist air. Deformation of concrete is connected with effective stress of solid skeleton, which is the difference between the total stress and the average stress of the liquid in pores. The principle of the effective stress results in automatic consideration of a part of shrinkage which is the consequence of desiccation. A decrease of relative humidity in pores causes an increase in capillary pressure which gives rise to the pressure of liquid onto the skeleton and effects in its shrinkage. The creep of concrete is described by Bažant's model where the creep deformation consists of the viscoelastic and viscous part. The hydration of cement is described by the adiabatic temperature rise and the Arrhenius maturity function. Two methods for the determination of the sorption isotherms are given.

After incorporating constitutive equations in the basic equations, a system of six nonlinear differential equations with associated boundary and initial conditions is obtained for a three dimensional problem. The basic variables are gas pressure, capillary pressure, temperature and displacement vector of the solid skeleton. The system is solved numerically with the finite element method. Following the presented numerical procedure, a computer programme named PreTeDis has been developed in the Matlab environment. Numerical results of the programme are compared to the experiment and they show good agreement which indicates that the numerical procedure is adequate to the analysis of concrete at an early age. Solving the fully coupled problem is compared to the two phase procedure where firstly, the problem of moisture and heat transfer is solved, and then the displacements are calculated on the basis of these results. The two phase procedure proved to be adequate to the analysis of the not so thick elements.

In the second part of the thesis, a temperature analysis of the fresh concrete is presented. The impact of moisture and the deformation of concrete on its temperature and on the hydration of cement is neglected. The basic equation of the heat transfer is solved with the finite element method by a computer programme TeEx which has been prepared in the Matlab environment. The programme has been supplemented with the possibility of modelling the successive construction and the insulation of the horizontal surface. A method for modelling the impact of the reinforcement on the temperatures in reinforced concrete is suggested. The comparison between the experimental and numerical results shows that the numerical procedure and the computer programme describe the processes that take place in the fresh concrete well and are able to predict the temperatures in concrete with respect to the initial temperature, air temperature and the parameters of the concrete mixture quite accurately.

Determination of the adiabatic temperature rise with semi-adiabatic experiment and the neural network is described. The results of the numerical modelling of the semi-adiabatic test show that it is suitable

for the determination of the adiabatic temperature rise due to hydration. For concrete mixtures which have the values of the input parameters in the range of the parameters of the training series, the adiabatic temperature rise can be adequately predicted with the neural networks as well.

In comparison to the fully coupled problem, the temperature analysis of fresh concrete is faster and easier to control as it has fewer parameters. Solving the fully coupled problem is not reasonable if only temperature of the concrete is needed since moisture and displacement does not effect it significantly. However, solving the fully coupled or the two phase procedure is necessary if the information on moisture and stresses of concrete are desired. These information can be used for the prediction of shrinkage and for more accurate prediction of cracks which could lead to a more economical usage of temperature control measures, since the limits of the highest temperature and temperature gradient are usually conservative.

VIRI

- [1] Ambrožič, T. 2001. Aplikacija umetnih nevronske mreže v napovedovanju ugrezanja zaradi podzemnega rudarjenja. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta (samozaložba T. Ambrožič).
- [2] Ammar, C., Dutron, P., Motteu, H., Dubois, J. 1973. La progression des betons et des mortiers par basses temperatures. C.S.T.C. - C.R.I.C. - SECO, Bruxelles.
- [3] Araujo, J. M., Awruch, A. M. 1998. Cracking safety evaluation on gravity concrete dams during the construction phase. *Computers and Structures* 66, 1, 93–104.
- [4] Baroghel-Bouny, V., Mainguy, M., Lassabatere T., Coussy, O. 1999. Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high performance cementitious materials. *Cement and concrete research* 29, 1225–1238.
- [5] Bažant, Z.P., Baweja, S., in collaboration with RILEM Committee TC 107-GCS 1995. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures — model B3. *Materials and Structures (RILEM, Paris)* 28, 357–365.
- [6] Bažant, Z. P., Hauggaard, A. B., Baweja, S., Ulm F.-J. 1997. Microprestress-solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)* 123, 11, 1188–1194.
- [7] Bažant, Z. P., Hauggaard, A. B., Baweja, S. 1997. Microprestress-solidification theory for concrete creep. II: Algorithm and verification. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)* 123, 11, 1195–1201.
- [8] Bažant, Z. P., Prasanna, S. 1989. Solidification theory for concrete creep. I: Formulation. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)* 115, 1691–1703.
- [9] Bažant, Z. P., Prasanna, S. 1989. Solidification theory for concrete creep. II. Verification and application. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)* 115, 1704–1725.
- [10] Bentz, D. P., Waller, V., de Larrard, F. 1998. Prediction of adiabatic temperature rise in conventional and high-performance concrete using a 3-D microstructural model. *Cement and concrete research*, 28, 285–297.
- [11] Brouwers, H. J. H. 2004. The work of Powers and Brownyard revisited. *Cement and concrete research* 34, 1697–1716.
- [12] Bažant, Z. P., Xi, Y. 1995. Continuous Retardation spectrum for solidification theory of concrete creep. *Journal of engineering mechanics (ASCE)* 121, 281–288.
- [13] Cegnar, M., Gorup, T. 2011. Podnebne razmere v maju 2011. Naše okolje, bilten Agencije RS za okolje, 18, 5, 3–22.
- [14] Cervera, M., Oliver, J., Prato, T. 1999. Thermo-Chemo-Mechanical model for concrete I: Hydration and aging. *Journal of engineering mechanics* 125, 9, 1018–1027.
- [15] Cervera, M., Oliver, J., Prato, T. 1999. Thermo-Chemo-Mechanical model for concrete II: Damage and creep. *Journal of engineering mechanics* 125, 9, 1028–1039.

- [16] Chini, A. R., et al. 2003. Determination of the Maximum Placement and curing temperatures in mass concrete to avoid durability problems and DEF. Gainesville, University of Florida.
- [17] Cook, R., Malkus, D., Plesha, M. 1989. Concepts and applications of finite element analysis. New York, Wiley.
- [18] Davie, C. T., Pearce, C. J., Bićanić, N. 2010. A fully generalised, coupled, multi-phase, hygro-thermo-mechanical model for concrete. *Materials and structures* 43, 13–33.
- [19] Davie, C. T., Pearce, C. J., Bićanić, N. 2006. Coupled heat and moisture transport in concrete at elevated temperatures – effects of capillary pressure and adsorbed water. *Numerical heat transfer, Part A*, 49, 733–763.
- [20] De Schutter, G., Taerwe, L. 1996. Degree of hydration based description of mechanical properties of early age concrete. *Materials and structures* 29, 335–344.
- [21] Dilger, W. H., Ghali, A., Chan, M., Cheung, M. S., Maes, M. A. 1983. Temperature stresses in composite box girder bridges. *Journal of structural engineering*, 109, 6.
- [22] Gajda, J., VanGeem, M. 2002. Controlling temperatures in mass concrete. *Concrete international*, 24, 1, 59–62.
- [23] Garboczi, E. J.; Bentz, D. P. 1996. Multiscale picture of concrete and its transport properties: Introduction for non-cement researchers. Gaithersburg, National institute of standards and technology.
- [24] Gawin, D., Majorana, C. E., Schrefler, B.A. 1999. Numerical analysis of hygro-thermic behaviour and damage of concrete at high temperature. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials* 4, 37–74.
- [25] Gawin, D., Pesavento, F., Schrefler, B. A. 2006. Hygro-thermo-chemo-mechanical modelling of concrete at early ages and beyond. Part I: Hydration and hydro-thermal phenomena. *International journal for numerical methods and engineering* 67, 299–331.
- [26] Gawin, D., Pesavento, F., Schrefler, B. A. 2006. Hygro-thermo-chemo-mechanical modelling of concrete at early ages and beyond. Part II: Shrinkage and creep of concrete. *International journal for numerical methods and engineering* 67, 332–363.
- [27] Gawin, D., Pesavento, F., Schrefler, B. A. 2003. Modelling of hygro-thermal behaviour of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 192, 1731–1771.
- [28] Halamickova P., Detwiler, R. J. 1995. Water permeability and chloride ion diffusion in portland cement mortars: Relationship to sand content and critical pore diameter. *Cement and concrete research* 25, 780–802.
- [29] Hassanizadeh, M., Gray, W. G. 1979. General conservation equations for multi-phase systems: 1. Averaging procedure. *Advances in water resources* 2, 131–144.
- [30] Hassanizadeh, M., Gray, W. G. 1979. General conservation equations for multi-phase systems: 2. Mass, momenta, energy and entropy equations. *Advances in water resources* 2, 191–203.
- [31] Hassanizadeh, M., Gray, W. G. 1980. General conservation equations for multi-phase systems: 3. Constitutive theory for porous media flow. *Advances in water resources* 3, 25–40.
- [32] Hattel, J. H., Thorborg, J. 2003. A numerical model for predicting the thermomechanical conditions during hydration of early age concrete. *Applied mathematical modeling* 27, 1–26.

- [33] Hozjan, T. 2009. Nelinearna analiza vpliva požara na sovprežne linijske konstrukcije, doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba T. Ambrožič).
- [34] Jaafar, M. S., Bayagoob, K. H., Noorzaei, J., Thanoon, W. A. M. 2007. Development of finite element computer code for thermal analysis of roller compact concrete. *Advances in engineering software* 38, 886–895.
- [35] Jensen, O. M., Hansen, P. F. 1995. A dilatometer for measuring autogenous deformation in hardening Portland cement paste. *Materials and structures* 28, 406–409.
- [36] Jensen, O. M. 1996. Dilatometer - further development. Technical university of Denmark, Department of structural engineering and materials.
- [37] Jensen, O. M., Hansen, P. F. 2001. Water entrained cement-based materials, I. Principles nad theoretical background. *Cement and concrete research* 31, 647–654.
- [38] Kladnik, R. 1983. Nestacionarni temperaturni pojavi v ovojnem sklopu zgradbe. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo.
- [39] Lewis, R. W., Schrefler, B. A. 1998. The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media (2nd edn). Chichester, Wiley.
- [40] Lura, P., Jensen, O. M., van Breugel, K. 2003. Autogenous shrinkage in high-performance cement paste: An evaluation of basic mechanisms. *Cement and concrete research* 33, 223–232.
- [41] Maekawa, K., Chaube, R., Kishi, T. 1999. Modelling of concrete performance. New York, Routledge.
- [42] Mehta, P. K., Monteiro, P. J. M. 2006. Concrete Microstructure, Properties and Materials. New York, McGraw-Hill.
- [43] Ng, P. L., Ng, I. Y. T., Kwan, A. K. H. 2008. Heat loss compensation in semi-adiabatic curing test of concrete. *ACI materials journal* 105, 1, 52–61.
- [44] Sarle, W. S. Neural network FAQ, Periodic posting to the usenet newsgroup comp.ai.neural-nets, Part 3: Generalization.
URL: <ftp://ftp.sas.com/pub/neural/FAQ3.html#questions> (Pridobljeno 1.10.2012).
- [45] Schindler, A. K., Dossey, T., McCullough, B. F. 2002. Temperature control during construction to improve the long term performance of portland cement concrete pavements. Austin, Texas Department of Transportation, Research project No. 0-1700-2, The University of Texas at Austin.
- [46] SIST EN 13670:2010. Izvajanje betonskih konstrukcij. Ljubljana, Slovenski inštitut za standardizacijo.
- [47] Tenchev, R. T., Li, L. Y., Purkiss, J. A. 2001. Finite element analysis of coupled heat and moisture transfer in concrete subjected to fire. *Numerical heat transfer, Part A*, 39, 685–710.
- [48] Trtnik, G. 2009. Uporaba ultrazvočne metode za analizo vezanja in strjevanja betona. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba G. Trtnik).
- [49] Turk, G. 1987. Programska oprema za račun nelinearnega in nestacionarnega prevajanja toplote z upoštevanjem raznih robnih pogojev in notranjega vira toplote zaradi hidratacije cementa. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo (samozaložba G. Turk).

- [50] Turk, G. 1994. Analiza zanesljivosti konstrukcij z upoštevanjem geometrijske in materialne nelinearnosti. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo (samozaložba G. Turk).