

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Bezák, N. 2012. Verjetnostna analiza visokovodnih konic z metodo vrednosti nad izbranim pragom in z metodo letnih maksimumov. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentorica Šraj, M., somentor Brilly, M.): 106 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
Civil and Geodetic
Engineering



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Bezák, N. 2012. Verjetnostna analiza visokovodnih konic z metodo vrednosti nad izbranim pragom in z metodo letnih maksimumov. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Šraj, M., co-supervisor Brilly, M.): 106 pp.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ
GRADBENIŠTVA
HIDROTEHNIČNA SMER

Kandidat:

NEJC BEZAK

**VERJETNOSTNA ANALIZA VISOKOVODNIH KONIC Z
METODO VREDNOSTI NAD IZBRANIM PRAGOM IN Z
METODO LETNIH MAKSIMUMOV**

Diplomska naloga št.: 3239/KS

**FLOOD FREQUENCY ANALYSIS WITH PEAKS OVER
THRESHOLD METHOD AND ANNUAL MAXIMUM
SERIES METHOD**

Graduation thesis No.: 3239/KS

Mentorica:

doc. dr. Mojca Šraj

Predsednik komisije:

izr. prof. dr. Janko Logar

Somentor:

prof. dr. Mitja Brilly

Član komisije:

izr. prof. dr. Matjaž Dolšek

Ljubljana, 07. 09. 2012

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVE

Podpisani Nejc Bezak izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom »Verjetnostna analiza visokovodnih konic z metodo vrednosti nad izbranim pragom in z metodo letnih maksimumov«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 28. 8. 2012

Nejc Bezak

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

| | |
|-------------------------|--|
| UDK: | 519.21:551.577:627.51(043.2) |
| Avtor: | Nejc Bezak |
| Mentor: | doc. dr. Mojca Šraj |
| Somentor: | prof. dr. Mitja Brilly |
| Naslov: | Verjetnostna analiza visokovodnih konic z metodo vrednosti nad izbranim pragom in z metodo letnih maksimumov |
| Tip dokumenta: | diplomska naloga |
| Obseg in oprema: | 106 str., 32 pregl., 66 sl., 103 en., 1 pril. |
| Ključne besede: | POT metoda, metoda letnih maksimumov, vrednost praga, metoda L-momentov, metoda največjega verjetja, verjetnostna analiza visokih vod |

Izvleček

Poplave so redek in izredno dinamičen pojav. V Sloveniji se poplave praviloma dogajajo zaradi intenzivnih padavin. Za zmanjšanje ogroženosti pred poplavami izvajamo aktivne in pasivne ukrepe, za katere potrebujemo verjetnostne analize visokih vod. Ker lahko poplave ogrožajo tudi človeška življenja, je potrebno verjetnostne analize izvesti kvalitetno in zanesljivo.

Verjetnostna analiza visokih vod se najpogosteje dela z metodo letnih maksimumov ali z metodo vrednosti konic nad izbrano mejno vrednostjo - pragom (POT metodo). Metoda letnih maksimumov je precej enostavna za uporabo, medtem ko je pri POT metodi potrebno izbrati ustrezne pogoje neodvisnosti in določiti primerno vrednost praga. Prav zaradi teh lastnosti se POT metoda v praksi uporablja redkeje kot metoda letnih maksimumov. Pri POT analizi upoštevamo vse dogodke nad določeno vrednostjo praga. Pri metodi letnih maksimumov vzorec sestavljajo le največji letni pretoki.

V diplomski nalogi je najprej predstavljeno teoretično ozadje obeh metod ter njune prednosti in slabosti. Sledi opis statističnih testov, ki se lahko uporabijo za določitev najustreznejše porazdelitvene funkcije ali testiranje hipotez in enačbe, s katerimi lahko določimo intervale zaupanja za ocenjene vrednosti pretokov.

V praktičnem delu naloge smo za vodomerno postajo Litija 1 na reki Savi naredili verjetnostno analizo visokovodnih konic z metodo letnih maksimumov in s POT metodo. Pri verjetnostni analizi smo uporabili različne najpogosteje uporabljene porazdelitvene funkcije in tri različne načine ocenjevanja parametrov porazdelitev: metodo momentov, metodo L-momentov in metodo največjega verjetja. POT metodo smo naredili za različne vrednosti praga in analizirali vpliv vrednosti praga na rezultate. Z uporabo testov smo določili porazdelitveno funkcijo in metodo ocenjevanja parametrov, ki sta dali najboljše rezultate. Na podlagi priporočil različnih tujih avtorjev, smo poskušali določiti optimalno vrednost praga. Rezultate POT metode in metode letnih maksimumov smo primerjali in ugotovili, da je POT metoda dala boljše rezultate kot metoda letnih maksimumov. Pri metodi letnih maksimumov se je za najbolj učinkovito izkazala logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3, kjer so bili parametri ocenjeni z metodo L-momentov. Rezultati metode L-momentov so bili pri večini porazdelitev boljši, kot rezultati metode momentov in metode največjega verjetja.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC: 519.21:551.577:627.51(043.2)
Author: Nejc Bezak
Supervisor: Assist. Prof. Mojca Šraj, Ph.D.
Cosupervisor: Prof. Mitja Brilly, Ph.D.
Title: Flood frequency analysis with peaks over threshold method and annual maximum series method
Document type: Graduation Thesis-University studies
Scope and tools: 106 p., 32 tab., 66 fig., 103 eq., 1 ann.
Keywords: POT method, annual maximum series method, threshold selection, method of L-moments, maximum likelihood method, flood frequency analysis

Abstract

Floods are natural and dynamic phenomenon. Floods in Slovenia are mostly caused by intensive rainfall. Active and passive flood mitigations are performed to lower flood threat. Floods can endanger human lives, therefore effective and quality flood frequency analysis are important and in addition they are also precondition for flood mitigations.

Flood frequency analysis can be carried out with annual maximum series method or peaks over threshold method. The main advantage of annual maximum series method is simplicity. Independence criterion and threshold selection are two important properties of POT method. Due to these difficulties POT method remains unpopular and underemployed in the practice of design flood estimation. POT sample is compounded from all peaks above a certain threshold level. Annual maximum series sample contains only maximum flood of each year.

First part of graduation thesis consist theoretical background of partial duration and annual maximum series methods. Goodness of fit tests which can be used for testing hypothesis and distributions comparison are introduced. Confidence intervals are also discussed in thesis.

In practical part of thesis flood frequency analysis are performed. Data from gauging station Litija 1 on river Sava was used for analysis. Some frequently used probability distributions and three different parameter estimation techniques were used. Method of moments, method of L-moments and maximum likelihood method were applied to Litija 1 data. POT analyses were carried out for different threshold values and influence of threshold selection on analysis results was discussed. Goodness of fit tests were used for determination of the best fit distribution and for comparison of parameter estimation techniques. We tried to define the optimal threshold value. Analyses results were compared and we find out that POT method gave better results as annual maximum series method. Log-Pearson type 3 distribution with parameters estimated with method of L-moments gave the best fit to data. Method of L-moments gave better results in most of the applied probability distributions as method of moments and maximum likelihood method.

ZAHVALA

Za pomoč pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorici doc. dr. Mojci Šraj in somentorju prof. dr. Mitji Brillyu za pomoč in vse napotke pri izdelavi naloge.

Prav tako se zahvaljujem Agenciji RS za okolje za posredovane podatke na merilni postaji Litija na reki Savi.

Zahvalil bi se tudi svoji družini, dekletu in prijateljem, ki so mi v času študija stali ob strani.

KAZALO VSEBINE

| | |
|---|------------|
| BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK | III |
| BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT | IV |
| ZAHVALA..... | V |
| KAZALO VSEBINE..... | VI |
| KAZALO PREGLEDNIC | IX |
| KAZALO SLIK | XI |
| | |
| 1 UVOD..... | 1 |
| 1.1 Kratak pregled literature..... | 1 |
| 1.2 Cilji diplomske naloge | 3 |
| | |
| 2 VERJETNOSTNA ANALIZA VISOKOVODNIH KONIC..... | 4 |
| 2.1 Uvod..... | 4 |
| 2.2 Osnovni pojmi statistike in teorije verjetnosti | 5 |
| 2.3 Različne povratne dobe pri verjetnostni analizi visokih vod..... | 6 |
| 2.4 Grafični prikaz verjetnosti posameznega merjenega podatka | 9 |
| | |
| 3 METODA LETNIH MAKSIMUMOV | 11 |
| 3.1 Metode ocenjevanja parametrov porazdelitev | 11 |
| 3.1.1 Metoda momentov | 11 |
| 3.1.2 Metoda L-momentov..... | 11 |
| 3.1.3 Metoda največjega verjetja | 12 |
| 3.2 Ocena vrednosti pretoka z določeno povratno dobo s pomočjo priročnika FEH (Robson in Reed, 1999)..... | 13 |
| 3.3 Generalizirana logistična (GL) porazdelitev | 14 |
| 3.3.1 Metoda momentov | 15 |
| 3.3.2 Metoda L-momentov..... | 16 |
| 3.3.3 Metoda največjega verjetja | 16 |
| 3.3.4 FEH postopek | 17 |
| 3.4 Porazdelitev ekstremnih vrednosti (GEV)..... | 17 |
| 3.4.1 Metoda momentov | 18 |
| 3.4.2 Metoda L-momentov..... | 18 |
| 3.4.3 Metoda največjega verjetja | 19 |
| 3.4.4 FEH postopek | 19 |
| 3.5 Gumbelova porazdelitev..... | 19 |
| 3.5.1 Metoda momentov | 20 |
| 3.5.2 Metoda L-momentov..... | 21 |
| 3.5.3 Metoda največjega verjetja | 21 |
| 3.5.4 FEH postopek | 21 |
| 3.6 Normalna porazdelitev | 21 |
| 3.6.1 Metoda momentov | 22 |
| 3.6.2 Metoda L-momentov..... | 22 |
| 3.6.3 Metoda največjega verjetja | 23 |

| | |
|---|-----------|
| 3.7 Logaritemsko normalna porazdelitev | 23 |
| 3.7.1 Metoda momentov | 24 |
| 3.7.2 Metoda L-momentov | 24 |
| 3.7.3 Metoda največjega verjetja | 24 |
| 3.8 Pearsonova porazdelitev tipa 3 | 25 |
| 3.8.1 Metoda momentov | 26 |
| 3.8.2 Metoda L-momentov | 26 |
| 3.8.3 Metoda največjega verjetja | 26 |
| 3.9 Logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 | 27 |
| 3.9.1 Metoda momentov | 27 |
| 3.9.2 Metoda L-momentov | 27 |
| 3.9.3 Metoda največjega verjetja | 28 |
| 4 POT METODA | 29 |
| 4.1 Izbira vrednosti praga | 29 |
| 4.2 Upoštevanje neodvisnosti konic | 30 |
| 4.3 Porazdelitev števila konic v letu | 32 |
| 4.3.1 Poissonova porazdelitev | 33 |
| 4.3.2 Binomska porazdelitev | 34 |
| 4.3.3 Negativna binomska porazdelitev | 35 |
| 4.4 Porazdelitev velikosti konic nad vrednostjo praga x_0 | 36 |
| 4.4.1 Pareto porazdelitev | 37 |
| 4.4.2 Eksponentna porazdelitev | 38 |
| 4.5 Verjetnostna porazdelitev maksimalne visoke vode v letu | 39 |
| 4.6 Izračun pretoka za izbrano povratno dobo in ustrezno porazdelitev | 40 |
| 5 TESTI USTREZNOSTI IZBIRE PORAZDELITVE | 41 |
| 5.1 Kolmogorov-Smirnov test | 41 |
| 5.2 Anderson-Darling test | 42 |
| 5.3 AIC test | 43 |
| 5.4 Korelacijski koeficient PPCC | 43 |
| 5.5 Test RMSE | 44 |
| 5.6 Testa MAE in RMAE | 44 |
| 5.7 Test indeksa disperzije | 45 |
| 5.8 Hi-kvadrat test (χ^2 test) | 45 |
| 5.9 Test G | 47 |
| 5.10 Testna statistika $r\sqrt{n}$ | 48 |
| 5.11 Grafični test ustreznosti eksponentne porazdelitve | 49 |
| 6 INTERVALI ZAUPANJA | 51 |
| 6.1 Normalna in logaritemsko normalna porazdelitev | 52 |
| 6.2 Pearsonova in logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 | 52 |
| 6.3 Gumbelova porazdelitev | 53 |
| 6.4 Porazdelitev ekstremnih vrednosti (GEV) | 54 |

| | |
|---|------------|
| 6.5 Generalizirana logistična (GL) porazdelitev | 54 |
| 6.6 POT metoda..... | 55 |
| 7 VERJETNOSTNA ANALIZA VISOKOVODNIH KONIC NA VODOMERNI POSTAJI LITIJA 1 NA REKI SAVI..... | 57 |
| 7.1 Vhodni podatki | 57 |
| 7.2 Program Hydrospect | 59 |
| 7.2.1 Uvod..... | 59 |
| 7.2.2 Opis programa..... | 59 |
| 7.3 Rezultati verjetnostne analize z metodo letnih maksimumov..... | 61 |
| 7.3.1 Rezultati analize letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po metodi momentov | 61 |
| 7.3.2 Rezultati analize letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po metodi L-momentov..... | 62 |
| 7.3.3 Rezultati analize letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po metodi največjega verjetja..... | 64 |
| 7.3.4 Rezultati analize letnih maksimumov z uporabo FEH postopka | 65 |
| 7.4 Rezultati POT metode..... | 66 |
| 7.4.1 Primer POT analize na vzorcu s povprečno 3 konicami letno | 67 |
| 7.4.2 Rezultati POT metode za nekatere druge značilne vrednosti praga..... | 71 |
| 8 PRIMERJAVA IN ANALIZA REZULTATOV VERJETNOSTNE ANALIZE VISOKIH VOD | 77 |
| 8.1 Vpliv izbire porazdelitve in metode za oceno parametrov porazdelitve ter uporaba testov za določitev porazdelitve, ki se najbolj prilega vzorcu letnih maksimumov | 77 |
| 8.1.1 Analiza letnih maksimumov z uporabo metode momentov..... | 77 |
| 8.1.2 Analiza letnih maksimumov z uporabo metode L-momentov | 80 |
| 8.1.3 Analiza letnih maksimumov z uporabo metode največjega verjetja | 82 |
| 8.1.4 Primerjava in analiza rezultatov metode letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po vseh treh metodah | 83 |
| 8.1.5 Primerjava FEH postopka in običajnega postopka za GEV in GL porazdelitev..... | 85 |
| 8.1.6 Razprava in nekatere ugotovitve drugih avtorjev o izbiri najprimernejše porazdelitve | 86 |
| 8.2 Vpliv izbire praga in določitev optimalne vrednosti praga POT metode | 87 |
| 8.2.1 Razprava o najboljši izbiri vrednosti praga | 89 |
| 8.2.2 Primerjava med binomsko in Poissonovo porazdelitvijo za opis števila konic v letu in razprava o rezultatih..... | 91 |
| 8.3 Primerjava in analiza rezultatov POT metode in metode letnih maksimumov..... | 94 |
| 8.3.1 Razprava o primerjavi obeh metod | 96 |
| 9 ZAKLJUČKI | 98 |
| VIRI | 100 |

KAZALO PREGLEDNIC

| | |
|--|----|
| Preglednica 1: Primerjava povratnih dob pri fiksni vrednosti Q (Langbein, 1949)..... | 7 |
| Preglednica 2: Prikaz enačb, ki omogočajo grafični prikaz verjetnosti posameznega podatka (Haan, 2002)..... | 9 |
| Preglednica 3: Primer Hi-kvadrat testa | 46 |
| Preglednica 4: Mejne vrednosti testne statistike G (Van Montfort in Witter, 1985) | 47 |
| Preglednica 5: Prikaz računa testne statistike $r\sqrt{n}$ (Van Montfort in Witter, 1985)..... | 49 |
| Preglednica 6: Mejne vrednosti testne statistike $r\sqrt{n}$ (Van Montfort in Witter, 1985)..... | 49 |
| Preglednica 7: Vrednosti standardizirane normalne spremenljivke v odvisnosti od izbrane stopnje zaupanja α (Maidment, 1993)..... | 52 |
| Preglednici 8: Vrednosti parametrov a_i v odvisnosti od porazdelitvene funkcije $F_X(x)$ (Maidment, 1993)..... | 54 |
| Preglednica 9: Lastnosti postaj Litija in Litija 1 (Bat et al., 2008) | 57 |
| Preglednica 10: Vrednosti letnih maksimumov za obdobje od leta 1953 do 2010 na vodomerni postaji Litija 1 na reki Savi (ARSO, 2011)..... | 61 |
| Preglednica 11: Prikaz rezultatov metode letnih maksimumov (metoda momentov) za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let | 62 |
| Preglednica 12: Prikaz rezultatov metode letnih maksimumov (metoda L-momentov) za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let | 63 |
| Preglednica 13: Prikaz rezultatov metode letnih maksimumov (metoda največjega verjetja) za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let..... | 65 |
| Preglednica 14: Prikaz parametrov, ki so potrebni za izračun koeficientov porazdelitev pri FEH postopku [m^3/s]..... | 65 |
| Preglednica 15: Prikaz koeficientov L-momentov..... | 65 |
| Preglednica 16: Prikaz parametrov krivulje naraščanja in inverzne porazdelitvene funkcije za GL, GEV in Gumbelovo porazdelitev | 65 |
| Preglednica 17: Prikaz rezultatov različnih porazdelitev iz FEH-a za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let | 66 |
| Preglednica 18: Prikaz parametrov pogoja neodvisnosti konic | 67 |
| Preglednica 19: Prikaz lastnosti letnega števila konic m nad pragom..... | 68 |
| Preglednica 20: Prikaz testa Hi-kvadrat za kontrolo ustreznosti Poissonove porazdelitve | 69 |
| Preglednica 21: Karakteristična števila spremenljivke y | 70 |
| Preglednica 22: Parametri POT metode | 70 |
| Preglednica 23: Ocenjene vrednosti pretokov za vzorec s povprečno 3 konicami nad izbranim pragom | 70 |
| Preglednica 24: Dejanske vrednosti nekaterih v teoriji predlaganih pragov | 71 |
| Preglednica 25: Ocenjene vrednosti pretokov za nekatere značilne vrednosti praga pri POT metodi...72 | 72 |
| Preglednica 26: Uporabljene porazdelitve pri oblikovanju vzorca s programom Hydrospect | 76 |
| Preglednica 27: Rezultati izvedenih testov za vse porazdelitvene funkcije (metoda momentov) | 78 |
| Preglednica 28: Rezultati izvedenih testov za vse porazdelitvene funkcije (metoda L-momentov)..... | 81 |
| Preglednica 29: Rezultati izvedenih testov za vse porazdelitvene funkcije (metoda največjega verjetja) | 83 |
| Preglednica 30: Rezultati testov za FEH postopek (metoda L-momentov) | 86 |

| | |
|---|----|
| Preglednica 31: Nekaterne značilne vrednosti ocenjenih pretokov pri vzorcu s povprečno 8 dogodki na leto | 88 |
| Preglednica 32: Prikaz rezultatov z uporabo binomske in Poissonove porazdelitve za opis števila konic v letu | 93 |
| Preglednica 33: Ocenjene vrednosti pretokov z 10-letno povratno dobo po metodi letnih maksimumov [m^3/s]..... | 94 |
| Preglednica 34: Ocenjene vrednosti pretokov s 100-letno povratno dobo po metodi letnih maksimumov [m^3/s]..... | 94 |
| Preglednica 35: Ocenjene vrednosti pretokov za različne mejne vrednosti po metodi vrednosti nad izbranim pragom (POT metoda)..... | 95 |

KAZALO SLIK

| | |
|--|----|
| Slika 1: Območja, kjer so možne katastrofalne poplave (Povzeto po: Ministrstvo za obrambo, Uprava RS za zaščito in reševanje)..... | 5 |
| Slika 2: Prikaz razlike pri oblikovanju vzorca med metodo letnih maksimumov in POT metodo..... | 7 |
| Slika 3: Prikaz razlike med T_{POT} in T_{AM} | 8 |
| Slika 4: Razlike pri oblikovanju vzorca z metodo letnih maksimumov in s POT metodo..... | 9 |
| Slika 5: Primerjava enačb, ki omogočajo grafični prikaz podatkov..... | 10 |
| Slika 6: Prikaz gostote verjetnosti generalizirane logistične porazdelitve za različne vrednosti parametrov..... | 15 |
| Slika 7: Prikaz porazdelitvene funkcije generalizirane logistične porazdelitve za različne vrednosti parametrov..... | 15 |
| Slika 8: Gostota verjetnosti GEV porazdelitve za različne vrednosti parametrov..... | 18 |
| Slika 9: Gostota verjetnosti Gumbelove porazdelitve za različne vrednosti parametrov..... | 20 |
| Slika 10: Gostota verjetnosti normalne porazdelitve za različne vrednosti parametrov..... | 22 |
| Slika 11: Gostota verjetnosti logaritemsko normalne porazdelitve za različne vrednosti parametrov..... | 24 |
| Slika 12: Gostota verjetnosti Pearsonove porazdelitve tipa 3 za različne vrednosti parametrov..... | 25 |
| Slika 13: Prikaz časa naraščanja T_p na hidrogramu (Povzeto po Brilly in Šraj, 2006: str. 35)..... | 31 |
| Slika 14: Prikaz različnih spremenljivk, ki se uporabljajo pri pogojih neodvisnosti (Povzeto po Lang et al., 1999: str. 105)..... | 31 |
| Slika 15: Prikaz porazdelitve dogodkov v primeru različnih indeksov disperzije (Povzeto po Robson in Reed, 1999: str. 81)..... | 32 |
| Slika 16: Verjetnostna funkcija Poissonove porazdelitve..... | 33 |
| Slika 17: Porazdelitvena funkcija Poissonove porazdelitve..... | 33 |
| Slika 18: Verjetnostna funkcija binomske porazdelitve..... | 35 |
| Slika 19: Porazdelitvena funkcija binomske porazdelitve..... | 35 |
| Slika 20: Verjetnostna funkcija negativne binomske porazdelitve..... | 36 |
| Slika 21: Gostota verjetnosti Pareto porazdelitve za različne vrednosti parametrov..... | 37 |
| Slika 22: Porazdelitvena funkcija eksponentne porazdelitve..... | 38 |
| Slika 23: Gostota verjetnosti eksponentne porazdelitve..... | 38 |
| Slika 24: Grafični prikaz kritične vrednosti Kolmogorov-Smirnov testa (Povzeto po Vose, 2010: str. 11)..... | 42 |
| Slika 25: Prikaz grafičnega testa ustreznosti eksponentne porazdelitve..... | 50 |
| Slika 26: Prikaz zgornje in spodnje meje intervala zaupanja za porazdelitveno funkcijo (Povzeto po Shin, 2009: str. 31)..... | 51 |
| Slika 27: Mreža vodomernih postaj (Agencija RS za okolje, 2008)..... | 57 |
| Slika 28: Vodomerna postaja Litija, kjer je merska letev pritrjena na mostnem oporniku..... | 58 |
| Slika 29: Vodomerna postaja Litija 1..... | 58 |
| Slika 30: Program Hydrospect..... | 60 |
| Slika 31: Prikaz rezultatov verjetnostne analize letnih maksimumov z uporabo metode momentov..... | 62 |
| Slika 32: Prikaz rezultatov verjetnostne analize letnih maksimumov z uporabo metode L-momentov..... | 63 |
| Slika 33: Prikaz rezultatov verjetnostne analize letnih maksimumov z uporabo metode največjega verjetja..... | 64 |
| Slika 34: Prikaz rezultatov verjetnostne analize z uporabo postopka iz FEH-a..... | 66 |

| | |
|--|----|
| Slika 35: Rezultati testa indeksa disperzije v primeru upoštevanja ali neupoštevanja pogojev neodvisnosti..... | 67 |
| Slika 36: Prikaz POT vzorca, ki vsebuje povprečno 3 konice na leto | 68 |
| Slika 37: Prikaz rezultatov POT metode v primeru, ko vzorec vsebuje povprečno 3 konice na leto | 71 |
| Slika 38: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga $1021 \text{ m}^3/\text{s}$ | 72 |
| Slika 39: Rezultati POT metode za vrednost praga $1021 \text{ m}^3/\text{s}$ | 72 |
| Slika 40: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga $629 \text{ m}^3/\text{s}$ | 73 |
| Slika 41: Rezultati POT metode za vrednost praga $629 \text{ m}^3/\text{s}$ | 73 |
| Slika 42: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga $579 \text{ m}^3/\text{s}$ | 73 |
| Slika 43: Rezultati POT metode za vrednost praga $579 \text{ m}^3/\text{s}$ | 74 |
| Slika 44: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga $508 \text{ m}^3/\text{s}$ | 74 |
| Slika 45: Rezultati POT metode za vrednost praga $508 \text{ m}^3/\text{s}$ | 74 |
| Slika 46: Prikaz vrednosti stoletne vode in vrednosti praga v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto..... | 75 |
| Slika 47: Prikaz vrednosti stoletne vode in vrednosti praga v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto (programa Hydrospect)..... | 76 |
| Slika 48: Prikaz Q-Q diagramov za log-Pearsonovo 3 in Pearsonovo 3 porazdelitev (metoda momentov) | 77 |
| Slika 49: Prikaz Q-Q diagramov za log-normalno in GEV porazdelitev (metoda momentov)..... | 78 |
| Slika 50: Prikaz rezultatov Hi-kvadrat testa za logaritemsko Pearsonovo porazdelitev (metoda momentov) | 78 |
| Slika 51: Prikaz rezultatov logaritemsko Pearsonove porazdelitve in intervalov zaupanja (metoda momentov) | 80 |
| Slika 52: Prikaz Q-Q diagramov za log-Pearsonovo 3 in Pearsonovo 3 porazdelitev (metoda L-momentov) | 80 |
| Slika 53: Prikaz Q-Q diagramov za GEV in log-normalno porazdelitev (metoda L-momentov) | 81 |
| Slika 54: Prikaz rezultatov logaritemsko Pearsonove porazdelitve in intervalov zaupanja (metoda L-momentov) | 82 |
| Slika 55: Prikaz Q-Q diagramov za log-Pearsonovo 3 in Pearsonovo 3 porazdelitev (metoda največjega verjetja)..... | 82 |
| Slika 56: Prikaz Q-Q diagramov za log-normalno in GEV porazdelitev (metoda največjega verjetja) | 83 |
| Slika 57: Prikaz histograma podatkov in gostot verjetnosti uporabljenih porazdelitvenih funkcij (metoda momentov in metoda največjega verjetja)..... | 84 |
| Slika 58: Prikaz histograma podatkov in gostot verjetnosti uporabljenih porazdelitvenih funkcij (metoda L-momentov) | 84 |
| Slika 59: Primerjava različnih postopkov metode letnih maksimumov | 85 |
| Slika 60: Prikaz rezultatov RMSE, MAE in PPCC testa za POT metodo | 88 |
| Slika 61: Prikaz rezultatov POT8 analize z intervali zaupanja..... | 89 |
| Slika 62: Prikaz vrednosti koeficienta R v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto za postajo Litija I na Savi | 90 |
| Slika 63: Grafično določanje vrednosti praga za postajo Litija I na reki Savi | 91 |
| Slika 64: Primerjava binomske in Poissonove porazdelitve za vzorec s povprečno 10 dogodki nad pragom | 92 |
| Slika 65: Primerjava POT metode in metode letnih maksimumov..... | 95 |
| Slika 66: Primerjava $Q-T$ krivulj metode letnih maksimumov in POT metode | 96 |

1 UVOD

Poplave so redek in izredno dinamičen pojav. Verjetnost pojava poplav je določena s soodvisnostjo med pretokom in povratno dobo oziroma verjetnostjo (Brilly et al., 1999). Veliko slovenskih rek ima hudourniški značaj, kar pomeni, da lahko pretoki hitro narastejo in prav tako relativno hitro upadejo. Zaradi teh značilnosti in raznolikosti vodnih območij je potrebno poiskati najboljše metode, ki omogočajo napovedovanje ekstremnih dogodkov.

Značilnost vsake vodomerne postaje oziroma merskega profila je edinstvena in neponovljiva povezava med pretokom in povratno dobo pretoka (Q - T povezava). Za določitev čim boljše povezave med njima, potrebujemo najprej kvalitetno izvedene meritve. Iz merjenih podatkov lahko s pomočjo različnih metod določimo Q - T povezavo. Povezava pa je poleg meritev, odvisna tudi od izbire vzorca, izbrane teoretične porazdelitve, s katero izvedemo verjetnostno analizo, načina ocenjevanja parametrov določene porazdelitve ter metode, s katero izvedemo verjetnostno analizo. Med najpogosteje uporabljene metode verjetnostne analize visokih voda spadata metoda letnih maksimumov (angl. *annual maximum series method*) in metoda vrednosti pretokov nad izbrano mejno vrednostjo - pragom (angl. *peaks over threshold method* - POT metoda). Prva se v hidrološki praksi uporablja bolj pogosto predvsem zato, ker je njena uporaba preprostejša. Uporaba POT metode je nekoliko bolj zapletena, vendar je njena velika prednost večja količina pridobljenih informacij. Glavni težavi POT metode sta izbira vrednosti praga in upoštevanje pogojev neodvisnosti konic.

Hidrotehniki se v praksi pogosto srečujejo z zahtevo po določitvi projektne pretoka. Ta mora biti ocenjen s čim večjo zanesljivostjo in natančnostjo. Efektivno planiranje, projektiranje in obratovanje hidrotehničnih objektov zahteva podrobno razumevanje verjetnostnega obnašanja ekstremnih dogodkov. Verjetnostna analiza ekstremnih hidroloških dogodkov služi za razumevanje verjetnostnega obnašanja in se lahko uporabi za določitev ocene vrednosti pretoka, ki pripada določeni povratni dobi.

1.1 Kratek pregled literature

Izbira teoretične porazdelitve lahko bistveno vpliva na rezultate verjetnostne analize visokovodnih konic. Shane in Lynn (1964) ter Todorovic in Zelenhasic (1970) so za modeliranje števila konic nad pragom v letu predlagali Poissonovo porazdelitev in za opis velikosti konic nad pragom eksponentno porazdelitev. Cunnane (1979) pa je kot možno alternativo Poissonovi porazdelitvi predlagal negativno binomsko porazdelitev. Analiziral je 26 vodomernih postaj v Veliki Britaniji. Ugotovil je, da negativna binomska porazdelitev da precej podobne rezultate kot Poissonova porazdelitev. Do podobnih ugotovitev sta prišla tudi Önöz in Bayazit (2001). Ashkar in Rousselle (1983a) sta ugotovila, da če sta Poissonova in eksponentna porazdelitev primerni za neko vrednost praga x_0 , potem bosta primerni izbiri tudi za katerokoli višjo vrednost praga. Van Montfort in Witter (1985) sta predlagala dva testa, s katerimi lahko preverjamo ustreznost eksponentne porazdelitve. Poleg tega sta predlagala tudi Pareto porazdelitev, kot eno izmed možnih alternativ eksponentni porazdelitvi. Rosbjerg (1987) ter Adamson in Zucchini (1984) pa so predlagali log-normalno porazdelitev za opis velikosti konic nad pragom. Bačova-Mitkova in Onderka (2010) sta pri analizah visokih vod na reki Donavi namesto eksponentne porazdelitve uporabila Weibullovo porazdelitev. Lang s sodelavci (Lang et al., 1997) je za opis števila konic v letu nad pragom x_0 uporabil binomsko, negativno binomsko in Poissonovo porazdelitev. Te porazdelitve so uporabljene tudi v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999). V primeru, ko imamo za analize na voljo manj kot 14 let podatkov, v priročniku

predlagajo uporabo POT metode. Pri analizi podatkov z vodomernih postaj v Veliki Britaniji predlagajo uporabo negativne binomske porazdelitve za modeliranje števila konic v letu.

Različni avtorji so pokazali, da na rezultate verjetnostne analize vpliva tudi metoda izračuna parametrov izbrane porazdelitve. Sankarasubramanian in Srinivasan (1999) sta primerjala metodo momentov in metodo L-momentov. Ugotovila sta, da so rezultati pri uporabi metode momentov boljši, ko imamo na razpolago majhen vzorec, z majhno asimetrijo. L-momenti pa so dali boljše rezultate pri višjih vrednostih asimetrije in vseh velikostih vzorcev. Hosking in Wallis (1997) sta v svoji knjigi z naslovom *Regional Frequency Analysis* podrobneje opisala metodo L-momentov.

Pri izbiri teoretične porazdelitve si lahko pomagamo z različnimi statističnimi testi. Laio s sodelavci (Laio et al., 2009) je preverjal ali dasta testa AIC (angl. *Akaike information criterion*) in BIC (angl. *Bayesian information criterion*) dobre rezultate pri majhnih vzorcih. Poleg tega so avtorji članka uporabili tudi Anderson-Darling test in izvedli številne numerične analize s katerimi so preizkušali ustreznost izbranih testov. Takara (2009) je uporabil testa PPCC (angl. *probability plot correlation coefficient*) in AIC za določanje porazdelitve, ki se najbolje ujema s podatki. Sarauskiene in Kriauciuniene (2011) pa sta uporabila Kolmogorov-Smirnov test za določitev porazdelitvene funkcije, ki da najmanjšo vrednost testne statistike. Tudi Haddad in Rahman (2011) sta uporabila teste AIC, BIC in Anderson-Darling za določanje najustreznejše porazdelitve.

Upoštevanje pogojev neodvisnosti konic je pomemben segment POT analize. Beguería (2005) je ugotovil, da je upoštevanje pogojev neodvisnosti pri POT metodi potrebno in smiselno. Cunnane (1979) je podal dva pogoja, ki določata medsebojno neodvisnost konic. Prvi pogoj določa časovno oddaljenost med dvema neodvisnima dogodkoma, drugi pogoj pa določa vrednost pretoka med zaporednima konicama. Bačova-Mitkova in Onderka (2010) sta v svojih raziskavah uporabila pogoja neodvisnosti konic, ki so ju zapisali pri Water Resources Council (USWRC, 1981). Prvi pogoj določa časovno oddaljenost neodvisnih konic, drugi pogoj pa vrednost pretoka med dvema zaporednima dogodkoma, ki ležita nad vrednostjo praga.

Izbira vrednosti praga pri POT metodi je subjektiven proces. Nekateri avtorji so predlagali grafične teste za določitev najustreznejše vrednosti praga. Ashkar in Rousselle (1987) sta predlagala grafični R test za določanje optimalne vrednosti praga. Na grafu sta prikazala odvisnost indeksa disperzije od povprečnega števila konic nad vrednostjo praga na leto. Za Poissonovo porazdelitev je značilno, da ima indeks disperzije enak približno 1. Predlagala sta, da se vrednost praga izbere tako, da se krivulja, ki povezuje indeks disperzije in vrednost praga, približuje vrednosti 1. Lang in sodelavci (Lang et al., 1999) so predlagali tri grafične teste, s katerimi se lahko določi možne vrednosti praga, ki so primerne za izvedbo POT analize. Prvi test je podoben tistemu, ki sta ga predlagala Ashkar in Rousselle (1987). Drugi test prikazuje odvisnost med povprečnim številom dogodkov nad pragom in vrednostjo praga. Tretji grafični test pa povezuje povprečno vrednost dogodkov nad pragom in povprečno število konic nad vrednostjo praga na leto. Beguería (2005) je analiziral vpliv vrednosti praga na predpostavke POT modela in ugotovil, da se vrednost indeksa disperzije približuje vrednosti 1, z višanjem vrednosti praga. Langbein (1949) je predlagal, da se za vrednost praga izbere najmanjši letni maksimum v obravnavanem obdobju. Rosbjerg in Madsen (Rosbjerg in Madsen, 1992 cit. po Lang et al., 1999) sta predlagala preprosto enačbo s katero lahko določimo vrednost praga, ki je odvisna od srednje vrednosti in standardne deviacije vzorca. V priročniku *Flood Estimation Handbook* (Robson in Reed, 1999) je vrednost praga določena tako, da izberemo povprečno 1, 3 ali 5 konic nad vrednostjo praga. Bačova-Mitkova in Onderka (2010) sta predlagala, da se izbere povprečno štiri dogodke nad

vrednostjo praga. Irvine in Waylen (1986) sta predlagala povratno dobo 1,2 do 2 leti kot osnovo za določitev vrednosti praga. Za določitev vrednosti praga x_0 pa je poleg vseh omenjenih kriterijev, ki nimajo fizikalnega ozadja, možno upoštevati tudi fizikalne kriterije (Lang et al., 1999; Ashkar in Rousselle, 1987). Zanimajo nas analize visokih vod in zato se lahko za vrednost praga izbere vrednost vodostaja, pri katerem začne reka poplavljati.

Verjetnostno analizo visokovodnih konic lahko naredimo z metodo letnih maksimumov ali s POT metodo. Langbein (1949) je v enem izmed prvih strokovnih člankov, ki so se ukvarjali s POT metodo, podal preprosto empirično enačbo, ki povezuje dva različna pojma povratnih dob (povratna doba, ki pripada POT metodi in povratna doba, ki je povezana z metodo letnih maksimumov). Ugotovil je, da se razlika med povratnima dobama z večanjem povratne dobe T , približuje vrednosti 0,5 let. Tudi Tavares in da Silva (1983) sta primerjala POT metodo in metodo letnih maksimumov. Ugotovila sta, da je POT vzorec s povprečno dvema konicama nad vrednostjo praga, boljši od vzorca letnih maksimumov. Predlagala sta, da se pri POT analizi izbere čim nižja vrednost praga, seveda pa je obenem potrebno upoštevati vse predpostavke modela. Tudi Madsen (1996) je primerjal metodo letnih maksimumov in POT metodo. Ugotovil je, da je POT metoda, ko je izbran povprečno en dogodek nad vrednostjo praga, boljša od metode letnih maksimumov. Tudi Cunnane (1989) in Bhunya s sodelavci (Bhunya et al., 2012) so ugotovili, da je POT metoda v prednosti pred metodo letnih maksimumov. Önöz in Bayazit (2001) sta zapisala izraze za izračun ocene pretoka s T -letno povratno dobo. Poleg tega sta zapisala tudi izraze za izračun vrednosti variance ocenjenega pretoka. Primerjala sta metodo letnih maksimumov in POT metodo. Analizirala sta podatke z dveh vodomernih postaj. Ugotovila sta, da je metoda letnih maksimumov dala višje vrednosti varianc ocenjenih pretokov, kot POT metoda. Bačova-Mitkova in Onderka (2010) sta primerjala metodo letnih maksimumov in POT metodo, vendar nista izvedla nobenega testa. Ugotovila sta, da POT metoda ne daje vedno višjih vrednosti ocenjenih pretokov z določenimi povratnimi dobami. Kot eno izmed glavnih odlik metode vrednosti nad izbranim pragom, sta izpostavila uporabnost POT metode v primeru krajših serij podatkov.

1.2 Cilji diplomske naloge

Glavni cilji diplomske naloge so: (1) predstavitev metode letnih maksimumov in POT metode ter primerjava rezultatov verjetnostnih analiz visokih vod, (2) prikaz prednosti in slabosti različnih metod, ki se lahko uporabijo pri verjetnostnih analizah visokih vod, (3) prikaz razlik in primerjava rezultatov med tremi načini ocenjevanja parametrov posameznih porazdelitev (metoda momentov, metoda L-momentov in metoda največjega verjetja), (4) določitev intervalov zaupanja za ocenjene vrednosti pretokov, (5) ugotoviti vpliv izbire praga pri POT metodi na rezultate verjetnostne analize, (6) primerjava rezultatov analiz z nekaterimi ugotovitvami drugih avtorjev. Rezultati naloge naj bi predstavljali pomemben prispevek pri iskanju najprimernejše metodologije za verjetnostne analize visokih vod.

2 VERJETNOSTNA ANALIZA VISOKOVODNIH KONIC

2.1 Uvod

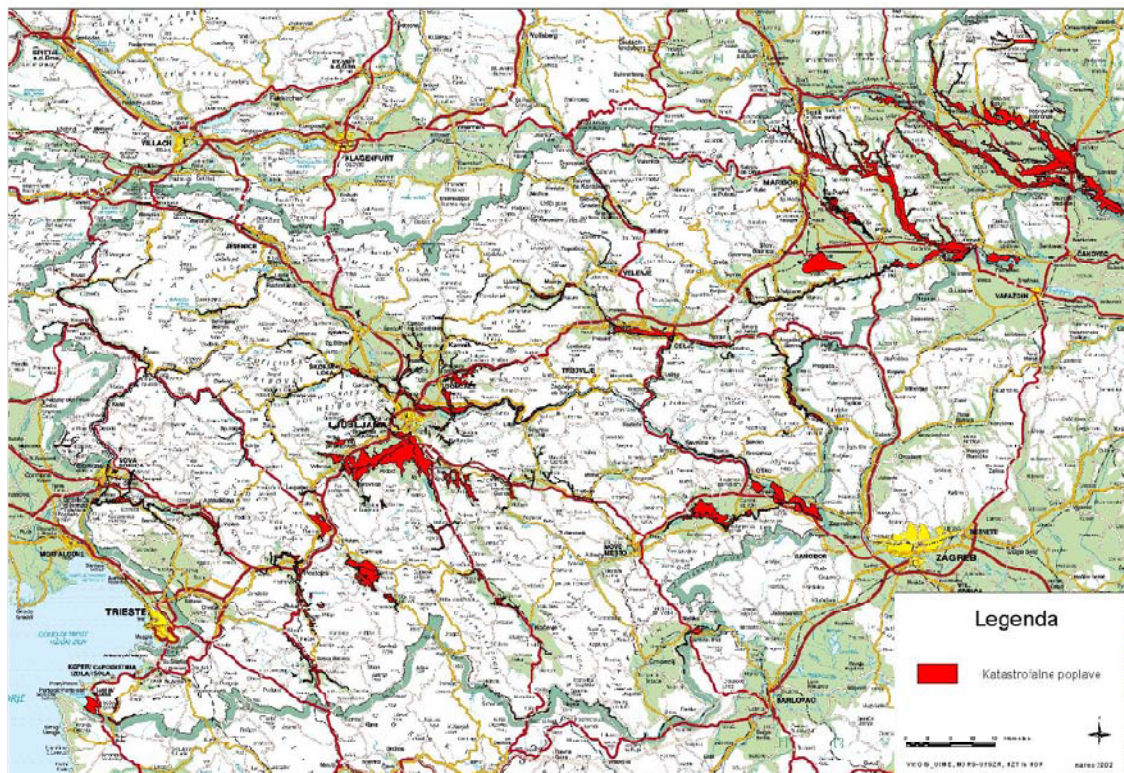
Poplave so naraven pojav. Škoda, ki nastane pri poplavah, pa je posledica človeških dejavnosti, ki se pojavu niso prilagodile (Brilly et al., 1999). V Sloveniji se na posameznih porečjih manjše poplave dogajajo vsako leto, pogosto pa prihaja tudi do večjih poplav (povodenj), ki lahko povzročijo veliko materialno škodo ali celo zahtevajo smrtne žrtve. Pri varstvu pred vodnimi ujmani se srečamo s tremi pojmi, ki so tesno povezani. Posamezna območja razdelimo glede na pripadajoče stopnje ogroženosti. Ogroženost določata pojma ranljivosti in nevarnosti. Pojem nevarnosti določajo naravni pogoji za nastanek vodne ujme s pripadajočo stopnjo verjetnosti pojava. Ranljivost določa ceno škode, ki jo naravni pojav povzroči na človeških dejavnostih (Brilly et al., 1999). Popolne zaščite pred poplavami ni mogoče doseči. S pomočjo verjetnostnih analiz pa lahko poskušamo zavarovati ljudi in minimizirati materialno škodo (Brilly et al., 1999).

Zmanjšanje posledic pojava poplav na družbeno spremenljivo raven je cilj zaščite pred poplavami. Zaščito pred poplavami lahko poimenujemo tudi z izrazom: gospodarjenje s škodo, saj so ukrepi naravnani v tej smeri, da poskušamo zmanjšati vpliv poplav na človeške dejavnosti (Brilly et al., 1999).

Preplavljanje je pojav, ko voda zaradi prevelikega pretoka prelije rob struge in se razlije po okolici. Poplava je navadno hiter dvig vodne gladine v vodotoku do najvišje točke, nakar gladina pada počasneje, kot je narasla (Mikoš et al., 2002). Pojem visoka voda označuje relativno visok vodostaj ali pretok (Mikoš et al., 2002). Pojem verjetnost poplav pa označuje verjetnost, da se v določenem letu zgodi poplava, ki je večja ali enaka od poplave izbranega pretoka (Mikoš et al., 2002). Odtok nadpovprečne količine padavin povzroča intenzivne procese erozije na celotnem povodju in še posebej v strugi vodotoka (Brilly et al., 1999). Območje lahko poplavi zaledna voda, lastna voda ali podtalnica (Banovec, 2003). V Sloveniji se poplave praviloma pojavljajo zaradi intenzivnih padavin. V praksi se pojavljata izraza poplave in povodenj. Pri poplavah gre za redne in pogoste visoke vode, povodenj pa označuje izjemne visoke vode, ki imajo katastrofalne posledice (Banovec, 2003).

V Sloveniji poplave ogrožajo več kot 3000 kvadratnih kilometrov površin (ARSO, 2011). Na sliki 1 so z rdečo barvo označena območja, kjer so možne katastrofalne poplave. Poleg povodenj se pogosto pojavljajo poplave, ki sicer niso katastrofalne, vendar lahko povzročijo materialno škodo.

Ukrepe za zaščito pred poplavami lahko razdelimo na aktivne in pasivne. Z aktivnimi ukrepi vplivamo na sam pojav in s tem zmanjšujemo velikost in trajanje poplavnega vala. Primer takega ukrepa je gradnja zadrževalnikov. Primer pasivnega ukrepa je gradnja nasipov. S pasivnimi ukrepi varujemo pred posledicami visokih vod (Brilly et al., 1999). Za učinkovito izvajanje aktivnih in pasivnih ukrepov za zaščito pred poplavami, potrebujemo kvalitetno izvedene verjetnostne analize visokih vod. Pri izvajanju ukrepov se ne smemo osredotočiti le na lokalno kritično območje, ampak moramo celotno povodje obravnavati kot enoto.



Slika 1: Območja, kjer so možne katastrofalne poplave (Povzeto po: Ministrstvo za obrambo, Uprava RS za zaščito in reševanje)

2.2 Osnovni pojmi statistike in teorije verjetnosti

Za verjetnostne analize uporabljamo metodo verjetnostnega računa, ki predstavlja matematične temelje za statistiko (Turk, 2011). Verjetnostni račun je veja matematike, s katero obravnavamo dogodke, ki se bolj ali manj verjetno zgodijo. Poskus, dogodek in verjetnost dogodka so osnovni pojmi verjetnostnega računa. Poskus je splet pojavov. Rezultat poskusa je dogodek. Enaki poskusi imajo lahko za rezultat različne dogodke. Statistika je orodje za oblikovanje velikega števila podatkov. Namen uporabe statistike v hidrologiji je dobiti čim več uporabnih informacij iz vzorca, ki ga imamo na razpolago (Brilly in Šraj, 2005).

Kroženje vode v naravi je slučajen pojav in zato so hidrološki pojavi (padavine, pretoki) enkratni pojavi, ki jih lahko opišemo s slučajnimi spremenljivkami.

Teorija verjetnosti je zasnovana na aksiomu, da ima vsak elementarni slučajni dogodek x_i mero verjetnosti p_i z naslednjimi lastnostmi (Brilly in Šraj, 2005):

$$0 < p_i < 1, \quad (1)$$

$$\sum p_i = 1, \quad (2)$$

kjer je $i = 1, 2, \dots, n$. Porazdelitvena funkcija $F_X(x)$ slučajne spremenljivke X je funkcija, ki ima pri vsakem realnem x vrednost, enako verjetnosti dogodka ($X \leq x$):

$$F_X(x) = P(X \leq x). \quad (3)$$

Verjetnostne spremenljivke so lahko diskretne, zvezne ali mešane.

Primer diskretne spremenljivke je število dni z določeno vrednostjo pretoka v določenem časovnem obdobju, število dni brez padavin v nekem obdobju. Slučajna spremenljivka X je diskretna, če lahko privzame eno od vrednosti x_1, x_2, \dots, x_n s pripadajočimi verjetnostmi p_1, p_2, \dots, p_n , pri čemer je (Brilly in Šraj, 2005):

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (4)$$

Zvezna spremenljivka lahko zavzame vse vrednosti nekega končnega ali neskončnega intervala. Primer zvezne spremenljivke je vrednost vodostajev na vodomerni postaji v nekem časovnem obdobju. Za vsak x iz intervala (a,b) lahko zapišemo (Brilly in Šraj, 2005):

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x)}{\Delta x} = f_X(x), \quad (5)$$

kjer je $f_X(x)$ gostota verjetnosti.

V hidrološki praksi se namesto porazdelitvene funkcije $F_X(x)$ pogosto uporablja pojem povratne dobe $T=T_{AM}$. Povezava med porazdelitveno funkcijo in povratno dobo je določena z naslednjim izrazom:

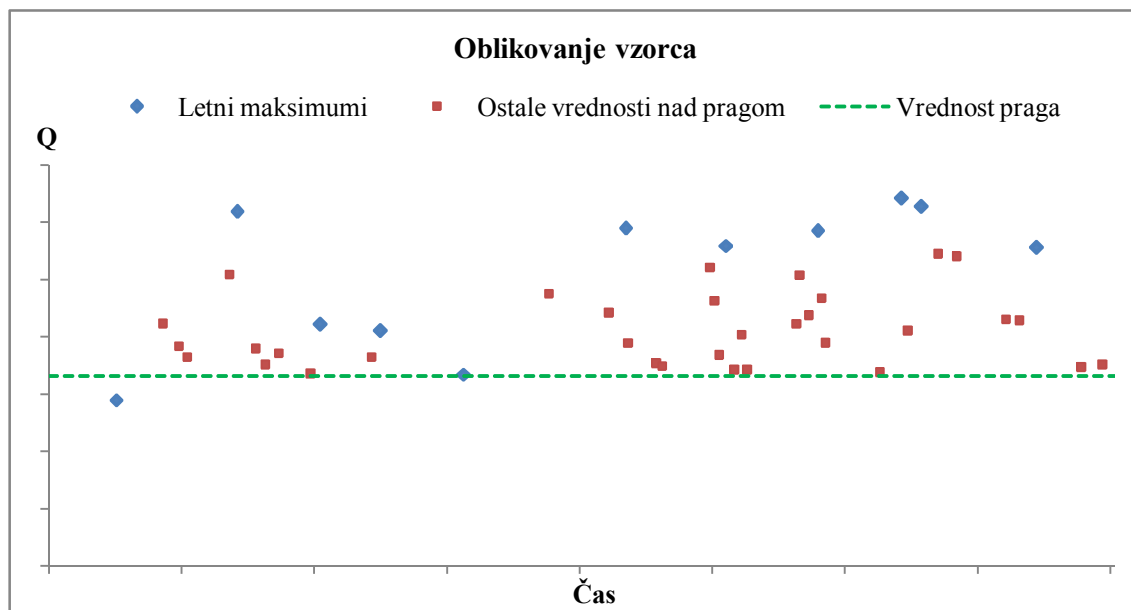
$$F_X(x) = 1 - \frac{1}{T} = T_1. \quad (6)$$

2.3 Različne povratne dobe pri verjetnostni analizi visokih vod

Verjetnostna analiza povezuje velikost hidrološkega pojava z njegovo pogostostjo. Analize nam omogočajo določitev pogostosti ekstremnih dogodkov, kot so poplave in ekstremni padavinski dogodki, za povratne dobe, ki so večje od opazovanega časovnega obdobja. Verjetnostne analize temeljijo na treh osnovnih predpostavkah (Beguería, 2005):

- Ekstremni dogodki so slučajne spremenljivke in zato jih lahko opišemo z verjetnostnimi porazdelitvami.
- Porazdelitve se ne spreminjajo glede na obravnavan vzorec (homogenost).
- Podatki so neodvisni.

Verjetnostne analize visokih vod so potrebne za učinkovito planiranje, načrtovanje hidrotehničnih objektov in natančnejše razumevanje vodnih procesov. Rezultat analize je povezava med pretoki in povratnimi dobami. V analizah se upoštevajo ekstremne vrednosti oziroma konice obravnavanega hidrološkega parametra. Za verjetnostne analize visokih vod se običajno uporabljata dva različna pristopa. Pri metodi letnih maksimumov vzorec sestavljajo največji pretoki v vsakem posameznem letu. Vzorec torej vsebuje toliko elementov, kolikor let podatkov uporabimo za analizo. Pri metodi letnih maksimumov izberemo en dogodek letno. Pri tako oblikovanem vzorcu se pogosto zgodi, da iz analize izpustimo dogodke, ki sicer niso največji v posameznem letu, vendar so večji od izbranega dogodka, ki se je zgodil v letu, ko pretoki niso bili tako veliki. Druga možnost oblikovanja vzorca je izbira vseh dogodkov, ki ležijo nad določeno mejno vrednostjo oziroma pragom (POT metoda). Pri POT (angl. *peaks over threshold*) metodi ne upoštevamo le letnih maksimumov, ampak se glede na izbrano vrednost praga oblikuje obsežnejši vzorec.



Slika 2: Prikaz razlike pri oblikovanju vzorca med metodo letnih maksimumov in POT metodo

Na sliki 2 je prikazana razlika med velikostjo vzorca določenega s POT metodo in z metodo letnih maksimumov. Vidimo lahko, da je v vzorcu nad izbrano mejno vrednostjo, kar nekaj vrednosti, ki jih pri metodi letnih maksimumov ne upoštevamo (rdeče vrednosti). Vzorec določen s POT metodo vsebuje vse točke, ki ležijo nad vrednostjo praga. Opazimo lahko, da ena vrednost letnega maksimuma pade celo pod vrednost praga in jo v POT metodi ne upoštevamo. Velikost vzorca POT metode je odvisna od izbire vrednosti praga in upoštevanja pogojev neodvisnosti.

Kljub marsikateri prednosti POT metode pa je v hidrološki praksi še vedno bolj priljubljena metoda letnih maksimumov. Ta je bolj enostavna za uporabo, saj pri njej ni težav z izbiro vrednosti praga in upoštevanjem neodvisnosti konic, ki so se zgodile v kratkem časovnem obdobju. Obsežnejši vzorec pri POT metodi je prednost predvsem v primerih, ko je serija podatkov krajša.

Pomembna razlika med metodama pa je tudi v povratnih dobah, ki pripadajo posameznemu pretoku. Povratna doba je merilo redkosti pojava. Večja kot je povratna doba, manj pogosto se zgodi obravnavani dogodek. Cunnane in Lynn (1975) sta podala zanimiv primer, s katerim si lažje predstavljamo razliko med povratnima dobama, ki pripadata obema metodama. Recimo, da je vrednost pretoka Q presežena 50 krat v 100 letih. To pomeni, da je povratna doba dogodka pri POT metodi T_{POT} enaka 2 leti. Vendar vrednost Q ne nastopa kot letni maksimum v vseh 50 letih. Recimo, da v 40 letih izbran dogodek nastopa kot letni maksimum, v ostalih letih pa so letni maksimumi manjši od obravnavanega pretoka. To pomeni, da je pri metodi letnih maksimumov obravnavan pretok presežen manj pogosto kot v resnici. Tako je tudi ocena povratne dobe dogodka pretirana. V prikazanem primeru tako povratna doba, ki pripada metodi letnih maksimumov T_{AM} znaša 2,5 let. Ko nas zanimajo povratne dobe manjše od 5 let, je potrebno vrednosti T_{AM} korigirati, saj so lahko odstopanja od dejanske povratne dobe znatna. Langbein (1949) je v enem od prvih strokovnih člankov, ki so se ukvarjali s POT metodo, podal primerjavo povratnih dob po obeh metodah:

Preglednica 1: Primerjava povratnih dob pri fiksni vrednosti Q (Langbein, 1949)

| | | | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| T_{POT} | 0,5 | 1 | 1,45 | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| T_{AM} | 1,16 | 1,58 | 2 | 2,54 | 5,52 | 10,5 | 20,5 | 50,5 | 100,5 |

Povratne dobe v preglednici 1 so določene s pomočjo naslednje enačbe:

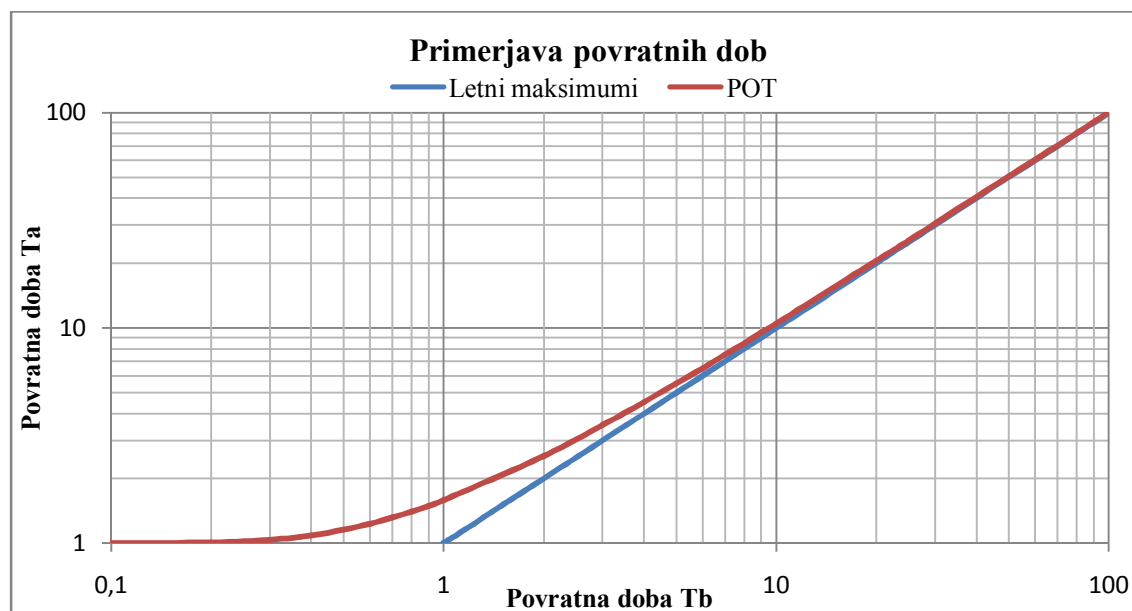
$$\frac{1}{T_{AM}} = 1 - \exp\left(-\frac{1}{T_{POT}}\right), \quad (7)$$

kjer je:

T_{AM} povratna doba, ki je določena z metodo letnih maksimumov,
 T_{POT} povratna doba, ki je določena s POT metodo.

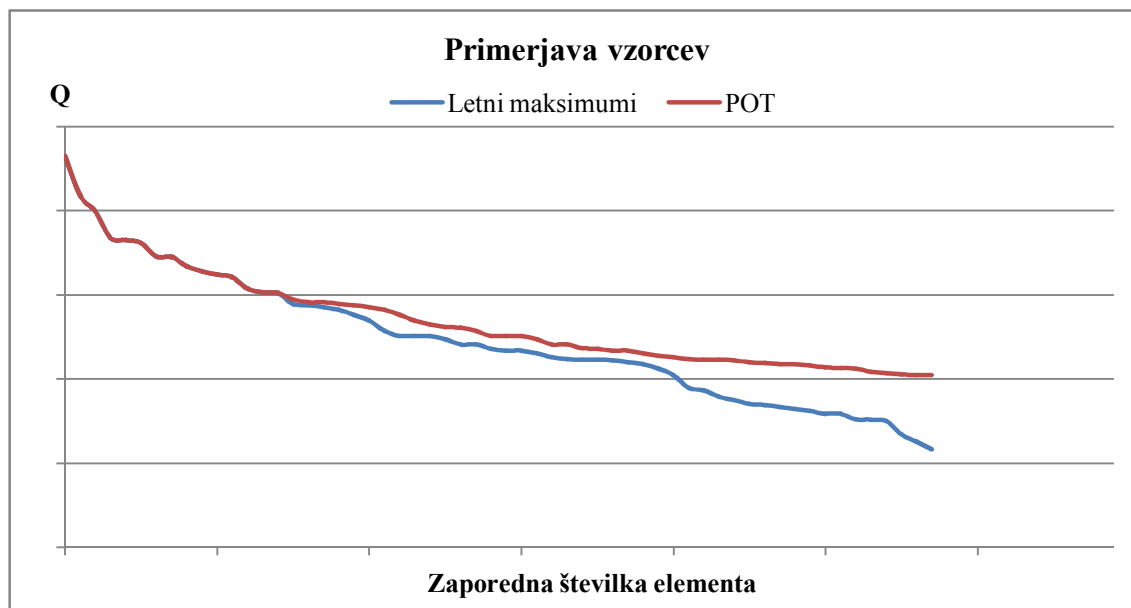
T_{POT} je povprečni interval med visokimi vodami, ki presegajo vrednost Q . Kot smo videli v primeru, ki sta ga podala Cunnane in Lynn (1975), lahko T_{POT} označimo kot "pravo" povratno dobo.

T_{AM} je povprečni interval med leti, v katerih se je zgodil eden ali več dogodkov, ki presegajo vrednost pretoka Q . T_{AM} je povratna doba, ki se večinoma uporablja v hidrologiji.



Slika 3: Prikaz razlike med T_{POT} in T_{AM}

Vrednost povratne dobe, ki pripada POT metodi, je vedno nekoliko manjša od tiste, ki pripada metodi letnih maksimumov. Opazimo lahko, da se pri večjih povratnih dobah T_{AM} ne razlikuje veliko od dejanske povratne dobe. Kot je razvidno iz slike 2, se velikost vzorca pri POT metodi poveča predvsem na račun manjših vrednosti pretokov in iz tega izhaja tudi razlika v primeru, ko je $T < 5$ let. V priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999) lahko zasledimo, da je razlika med povratnima dobama nepomembna za povratne dobe večje od 20 let. V večini primerov pa nas zanimajo ravno velike povratne dobe in pripadajoči pretoki. Na sliki 3 lahko vidimo razliko med obravnavanima povratnima dobama. Vidimo, da se razlika med povratnima dobama z večanjem ponovitvenega intervala manjša. Razlika med samima vzorcema obeh metod je prikazana na sliki 4, kjer so zaradi boljše preglednosti, vrednosti urejene v padajočem redu. Opazimo lahko precejšnjo razliko med obema metodama v območju nižjih vrednosti pretokov.



Slika 4: Razlike pri oblikovanju vzorca z metodo letnih maksimumov in s POT metodo

2.4 Grafični prikaz verjetnosti posameznega merjenega podatka

Za grafični prikaz verjetnosti posameznega merjenega podatka lahko v literaturi najdemo veliko različnih enačb, ki so jih podali različni avtorji. Enačba za grafični prikaz mora ustrezati nekaterim osnovnim kriterijem (Gumbel, 1958):

- Omogočati mora prikaz vseh podatkov.
- Enačba mora imeti neposredni pomen in mora biti enostavna za uporabo.
- Opazovanja naj bodo na verjetnostni mreži enakomerno razmaknjena.
- Povratna doba vrednosti, ki je enaka ali večja od največjega podatka, mora konvergirati k vrednosti velikosti vzorca n .
- Lokacija grafičnega prikaza naj leži med vrednostima $(i-1)/n$ in i/n .

Vzorec velikosti n moramo najprej razvrstiti v naraščajočem redu in ga oštevilčiti z zaporednimi naravnimi števili, kjer i pomeni i -ti element vzorca.

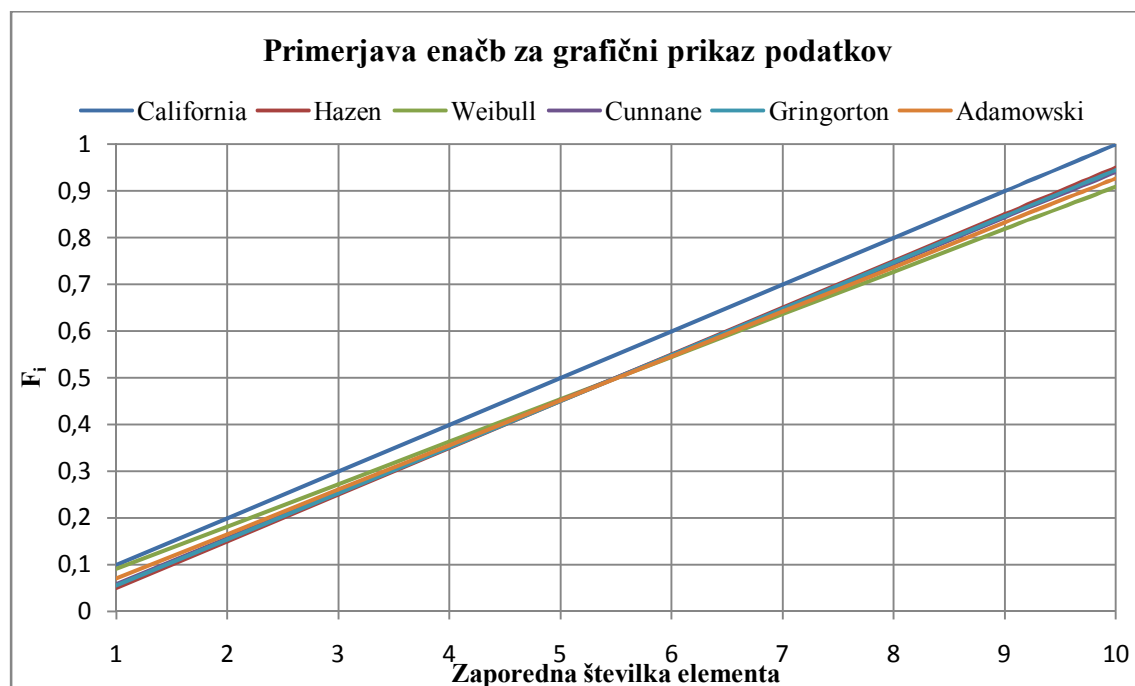
Preglednica 2: Prikaz enačb, ki omogočajo grafični prikaz verjetnosti posameznega podatka (Haan, 2002)

| Avtor | Enačba |
|-------------------|-------------------------------|
| California (1923) | $F_i = i/n$ |
| Hazen (1930) | $F_i = (i - 0,5)/n$ |
| Weibull (1939) | $F_i = i/(n + 1)$ |
| Cunnane (1978) | $F_i = (i - 0,4)/(n + 0,2)$ |
| Gringorton (2000) | $F_i = (i - 0,44)/(n + 0,12)$ |
| Adamowski (1981) | $F_i = (i - 0,26)/(n + 0,5)$ |

Z enačbami iz preglednice 2 lahko določimo verjetnost posameznega merjenega podatka, kar nam omogoča lažjo izbiro teoretične porazdelitve, ki se najboljše prilega obravnavanemu vzorcu. V praksi se pogosto uporablja Weibullova enačba, ki izpolnjuje vseh pet prej naštetih kriterijev. Slabost

Hazenove enačbe je, da je povratna doba največjega podatka enaka vrednosti $2n$. Slabost enačbe California je, da ima največja vrednost vzorca ($i=n$), vrednost verjetnosti enako 1. To pomeni, da gre za največjo možno vrednost. Vse prikazane enačbe dajo podobne rezultate v sredini porazdelitve, razlikujejo pa se v repih porazdelitve (angl. *tails*).

Na sliki 5 lahko vidimo razliko med posameznimi enačbami, ki omogočajo grafični prikaz verjetnosti posameznega podatka. Graf je narejen za vzorec, ki vsebuje $n=10$ elementov. Opazimo lahko, da razlike med posameznimi enačbami niso velike.



Slika 5: Primerjava enačb, ki omogočajo grafični prikaz podatkov

3 METODA LETNIH MAKSIMUMOV

Metoda letnih maksimumov se v hidrološki praksi uporablja bolj pogosto kot POT metoda. Glavna prednost metode letnih maksimumov je enostavna izbira vzorca. Vzorec sestavlja toliko elementov, kolikor let podatkov imamo na voljo. V vsakem letu izberemo največjo vrednost zabeleženega pretoka. Zaradi tako oblikovanega vzorca nimamo težav z odvisnostjo posameznih elementov vzorca. Glavna slabost take izbire vzorca je, da lahko pride do neupoštevanja pomembnih dogodkov, ki sicer niso bili največji v posameznem letu, vendar bi jih v analizah morali upoštevati. Vzorec letnih maksimumov lahko sestavljajo tudi vrednosti, ki so veliko nižje od izbrane vrednosti praga pri POT metodi. Velja si zapomniti, da povratna doba pri metodi letnih maksimumov T_{AM} predstavlja povprečni interval med leti, v katerih se je zgodil eden ali več dogodkov, ki presegajo vrednost pretoka Q . To pa je tudi definicija povratne dobe, ki se v hidrologiji navadno uporablja.

Todorovic (1978) je metodo letnih maksimumov označil za premalo teoretično. Temeljila naj bi na empiričnem postopku ujemanja podatkov z izbrano porazdelitveno funkcijo. Postopek, pri katerem izberemo porazdelitveno funkcijo, ki se najbolje prilega podatkom, je brez teoretičnih in fizikalnih osnov. Kot glavne prednosti POT metode je poudaril: možnost upoštevanja večjih dogodkov, upoštevanje sezonske variacije in upoštevanje časovnega vidika dogajanja konic nad vrednostjo praga.

V nadaljevanju so predstavljene nekatere teoretične porazdelitve, ki se v svetu najpogosteje uporabljajo za verjetnostno analizo visokovodnih konic z uporabo metode letnih maksimumov. Predstavljene so tudi različne metode ocenjevanja vrednosti pretokov, ki pripadajo T -letni povratni dobi in tri različne metode ocenjevanja parametrov posameznih porazdelitev. To so: metoda momentov, metoda L-momentov in metoda največjega verjetja.

3.1 Metode ocenjevanja parametrov porazdelitev

Pri verjetnostnih analizah letnih maksimumov se v hidrološki praksi uporabljajo tri metode ocenjevanja parametrov teoretičnih porazdelitev: metoda momentov, metoda L-momentov in metoda največjega verjetja. Različni avtorji so pokazali, da lahko izbira metode ocenjevanja parametrov bistveno vpliva na rezultate verjetnostne analize (Hosking in Wallis, 1997; Sankarasubramanian in Srinivasan, 1999).

3.1.1 Metoda momentov

Metoda momentov je najenostavnejša izmed treh metod. Parametre porazdelitve ocenimo s pomočjo ocen momentov oziroma karakterističnih števil (srednja vrednost, standardna deviacija, koeficient asimetrije, koeficient variacije). Ocene parametrov izračunamo tako, da izenačimo teoretične momente porazdelitve in momente, ki smo jih izračunali iz vzorca (Brilly in Šraj, 2005). Metoda momentov da najboljše rezultate pri simetričnih vzorcih. Pri podatkih z veliko asimetričnostjo je lahko metoda neučinkovita (Hosking in Wallis, 1997). Največja prednost metode momentov je ravno njena enostavna uporaba.

3.1.2 Metoda L-momentov

Postopek uporabe je podoben kot pri metodi momentov, vendar metoda temelji na L-momentih in ne na navadnih momentih. Metoda L-momentov izhaja iz metode verjetnostno obteženih momentov

(angl. *probability weighted moments*) in je računsko dokaj enostavna (Hosking in Wallis, 1997). L-momenta so manj občutljivi na osamelce, ki se lahko nahajajo v vzorcu. Poleg tega so bolj primerni za uporabo v primeru majhnih vzorcev (Hosking in Wallis, 1997).

Ocene temeljijo na vzorcu velikosti n , ki je razvrščen v naraščajočem redu. Najprej ocenimo vrednosti verjetnostno obteženih momentov, ki so ena od možnosti določitve parametrov porazdelitve. Prve štiri momente zapišemo kot (Hosking in Wallis, 1997):

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j, \\ b_1 &= \frac{1}{n} \sum_{j=2}^n \frac{(j-1)}{(n-1)} x_j, \\ b_2 &= \frac{1}{n} \sum_{j=3}^n \frac{(j-1)(j-2)}{(n-1)(n-2)} x_j, \\ b_3 &= \frac{1}{n} \sum_{j=4}^n \frac{(j-1)(j-2)(j-3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} x_j. \end{aligned} \quad (8)$$

V zgornjih enačbah je n velikost vzorca, x_j pa označuje j -ti element vzorca. Sedaj lahko zapišemo še vrednosti L-momentov (Hosking in Wallis, 1997):

$$\begin{aligned} l_1 &= b_0, \\ l_2 &= 2b_1 - b_0, \\ l_3 &= 6b_2 - 6b_1 + b_0, \\ l_4 &= 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0. \end{aligned} \quad (9)$$

Za oceno parametrov porazdelitve z metodo L-momentov lahko uporabimo koeficient variacije L, koeficient asimetrije L in sploščenost L (angl. *L-moment ratios*), ki jih lahko izračunamo z naslednjimi izrazi (Hosking in Wallis, 1997):

$$\begin{aligned} t_2 &= l_2/l_1 && \text{koeficient variacije L,} \\ t_3 &= l_3/l_2 && \text{koeficient asimetrije L,} \\ t_4 &= l_4/l_2 && \text{sploščenost L.} \end{aligned} \quad (10)$$

3.1.3 Metoda največjega verjetja

Eden izmed možnih načinov ocenjevanja parametrov porazdelitev je tudi metoda največjega verjetja (angl. *maximum likelihood estimation*). V primeru, da imamo vzorec X_i , $i=1, \dots, n$, ki je slučajen, je verjetnost, da se zgodi nek vzorec, odvisna od izbrane porazdelitvene funkcije in njenih parametrov. Pri metodi največjega verjetja je cilj določiti take ocene parametrov, da bo verjetnost, da se je zgodil naš vzorec, največja (Turk, 2010).

Za primer zveznih slučajnih spremenljivk (vrednost pretoka ali vodostaja) je verjetnost, da se zgodi nek točno določen vzorec, enaka nič (Turk, 2010). Za primer slučajne spremenljivke X z znano funkcijo gostote verjetnosti $f_X(x)$ in vzorca velikosti n , ki ga sestavljajo elementi x_1, x_2, \dots, x_n , lahko zapišemo funkcijo verjetja (Kottogoda in Rosso, 2008):

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i|\theta), \quad (11)$$

kjer je:

θ vektor parametrov porazdelitvene funkcije,
 \prod operator, ki označuje produkt n členov.

Naš cilj je poiskati takšne vrednosti parametrov, da ima funkcija $L(\theta)$ maksimum. To lahko naredimo s pomočjo m parcialnih odvodov funkcije verjetja, kjer m označuje število parametrov obravnavane porazdelitvene funkcije. Parcialne odvode nato izenačimo z vrednostjo 0 in izračunamo ocenjene vrednosti parametrov, pri katerih ima funkcija verjetja maksimum.

Veliko verjetnostnih porazdelitev vsebuje eksponentno funkcijo, zato je v večini primerov bolje, da funkcijo verjetja najprej logaritmiramo. Nato pa logaritmirano funkcijo verjetja $\ln L(\theta)$ odvajamo po vseh parametrih porazdelitve in dobljene enačbe izenačimo z vrednostjo 0. Logaritemska funkcija verjetja je monotona in zato so vrednosti parametrov θ , ki rešijo logaritemsko funkcijo verjetja, tudi rešitve funkcije verjetja $L(\theta)$ (Haan, 2002).

Pri nekaterih porazdelitvenih funkcijah (n.pr. normalna in log-normalna) dobimo po parcialnem odvajanju analitične izraze za izračun parametrov. Pri ostalih porazdelitvah pa dobimo sistem nelinearnih enačb, ki jih analitično ne znamo rešiti, lahko pa jih rešimo numerično. Za numerično reševanje enačb lahko uporabimo računalniške programe kot so: R, Matlab, Mathematica.

3.2 Ocena vrednosti pretoka z določeno povratno dobo s pomočjo priročnika FEH (Robson in Reed, 1999)

Priročnik Flood Estimation Handbook (FEH) (Robson in Reed, 1999) je večinoma namenjen praktični uporabi pri verjetnostnih analizah visokih vod na območju Velike Britanije. Pristop iz FEH-a z uporabo letnih maksimumov, se nekoliko razlikuje od običajnega postopka, ki se uporablja pri večini analiz. V priročniku predlagajo uporabo generalizirane logistične porazdelitve ali GL porazdelitve (angl. *generalised logistic distribution*) in porazdelitve ekstremnih vrednosti ali GEV porazdelitve (angl. *generalised extreme value distribution*). Ti dve porazdelitvi se pri nas uporabljata redkeje.

Povezava med povratno dobo in ocenjeno vrednostjo pretoka je določena z naslednjo enačbo (Robson in Reed, 1999):

$$X(T) = QMED g_T, \quad (12)$$

kjer je:

$QMED$ značilna vrednost pretoka,
 g_T krivulja naraščanja.

Vrednost $QMED$ je pri metodi letnih maksimumov enaka vrednosti mediane. Mediana M_e predstavlja tako vrednost elementa, da je polovica podatkov v vzorcu večja in polovica manjša od mediane. Prednost mediane pred povprečjem je v tem, da osamelci (angl. *outliers*) ne vplivajo toliko na njeno vrednost. Mediano lahko izračunamo z naslednjima izrazoma (Brilly in Šraj, 2005):

$$M_e = \frac{X_{n+1}}{2} \quad \text{za liho velikost vzorca } n, \quad (13)$$

$$M_e = \frac{1}{2} \left(X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1} \right) \quad \text{za sodo velikost vzorca } n.$$

Mediana (oziroma značilna vrednost pretoka $QMED$) predstavlja vrednost, pri kateri porazdelitvena funkcija F_X zavzame vrednost 0,5. S pomočjo enačbe 6 lahko izračunamo, da $QMED$ predstavlja vrednost pretoka, ki pripada povratni dobi T z vrednostjo dve leti.

Krivulja naraščanja je določena z izbrano porazdelitveno funkcijo in vzorcem letnih maksimumov. V priročniku Flood Estimation Handbook je za določitev parametrov krivulje naraščanja uporabljena metoda L-momentov. Za uporabo v verjetnostnih analizah so L-momenti primerni, ker so neobčutljivi na izstopajoče vrednosti. Metoda momentov postane pri močni asimetričnosti podatkov nezanesljiva in v tem primeru je bolj uporabiti metodo L-momentov (Hosking in Wallis, 1997).

Z določitvijo koeficientov L-momentov (enačbe 10) lahko določimo parametre krivulje naraščanja izbrane porazdelitve. V nadaljevanju so najprej prikazane enačbe nekaterih porazdelitev, ki se na našem geografskem območju redkeje uporabljajo (GEV in GL porazdelitev) in so predlagane v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999).

3.3 Generalizirana logistična (GL) porazdelitev

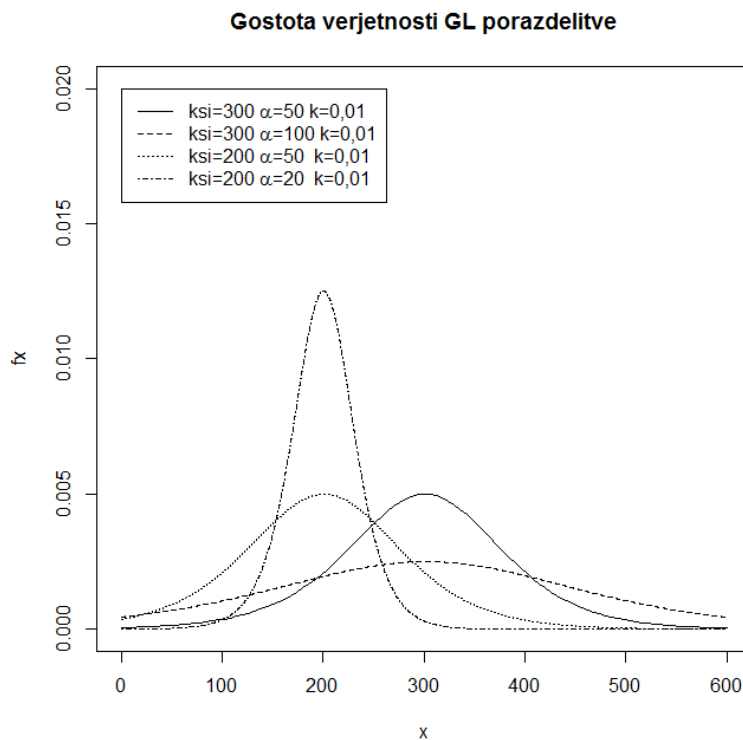
V Veliki Britaniji za verjetnostne analize visokovodnih konic priporočajo uporabo GL porazdelitve. Gre za troparametrsko porazdelitev, katere poseben primer je dvoparametrsko logistična porazdelitev. GL porazdelitev pa je poseben primer štiriparametrsko Kappa porazdelitve. Porazdelitvena funkcija GL porazdelitve je (Robson in Reed, 1999):

$$F_X(x) = \left(1 + \left\{ 1 - \frac{k}{\alpha} [x - \xi]^{1/k} \right\} \right)^{-1}, \quad (14)$$

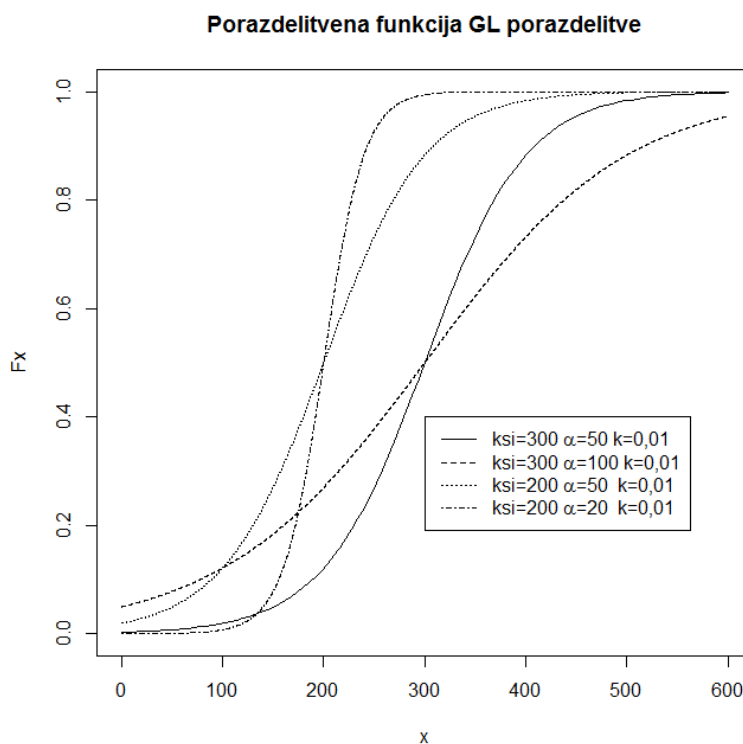
kjer je:

- k oblikovni parameter,
- α parameter obsega,
- ξ lokacijski parameter.

Na sliki 6 je prikazana gostota verjetnosti (angl. *probability density function*) generalizirane logistične porazdelitve za štiri različne kombinacije vrednosti oblikovnega parametra, lokacijskega parametra in parametra obsega ($\xi=300, \alpha=50, k=0,01$; $\xi=300, \alpha=100, k=0,01$; $\xi=200, \alpha=50, k=0,01$; $\xi=200, \alpha=20, k=0,01$). Na sliki 7 pa so prikazane pripadajoče porazdelitvene funkcije (angl. *cumulative distribution function*) generalizirane logistične porazdelitve za iste kombinacije parametrov.



Slika 6: Prikaz gostote verjetnosti generalizirane logistične porazdelitve za različne vrednosti parametrov



Slika 7: Prikaz porazdelitvene funkcije generalizirane logistične porazdelitve za različne vrednosti parametrov

3.3.1 Metoda momentov

Pri metodi momentov ocenimo parametre porazdelitve s pomočjo naslednjih enačb (Shin, 2009):

$$\begin{aligned}
 x(F_X) &= \xi + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - \left(\frac{1-F_X}{F_X} \right)^k \right\}, \\
 k &= \frac{2}{3\pi} \tan^{-1}(-0,59484c_s), \\
 \alpha &= \text{sign}(k) \frac{k\sigma_X}{[\Gamma(1+2k)\Gamma(1-2k) - \Gamma^2(1+k)\Gamma^2(1-k)]^{1/2}}, \\
 \xi &= \mu_X - \frac{\alpha}{k} [1 - \Gamma(1+k)\Gamma(1-k)],
 \end{aligned} \tag{15}$$

kjer je c_s koeficient asimetrije obravnavanega vzorca, σ_X je standardna deviacija, μ_X je srednja vrednost. Funkcija sign zavzame vrednost -1 za negativne vrednosti parametra k , vrednost 1 za pozitivne vrednosti oblikovnega parametra in 0 za vrednost $k=0$.

Γ označuje gama funkcijo, ki ima lastnost $\Gamma(1+k)=k \Gamma(k)$ in je definirana z naslednjo enačbo (Robson in Reed, 1999):

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt. \tag{16}$$

3.3.2 Metoda L-momentov

Za določitev ocene pretoka, ki pripada T -letni povratni dobi, lahko uporabimo tudi inverzno porazdelitveno funkcijo $x(F_X)$ (običajen postopek). Parametre porazdelitve lahko ocenimo z metodo L-momentov (Hosking in Wallis, 1997):

$$\begin{aligned}
 x(F_X) &= \xi + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - \left(\frac{1-F_X}{F_X} \right)^k \right\}, \\
 k &= -t_3, \\
 \alpha &= \frac{l_2}{\Gamma(1+k)\Gamma(1-k)}, \\
 \xi &= l_1 + \frac{l_2 - \alpha}{k}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Za oceno L-momentov uporabimo enačbe, ki so zapisane v poglavju 3.1.2.

3.3.3 Metoda največjega verjetja

Parametre generalizirane logistične porazdelitve lahko ocenimo tudi z metodo največjega verjetja. Postopek ocene T -letnega pretoka (uporaba inverzne porazdelitvene funkcije) je enak kot pri metodi momentov in metodi L-momentov. Funkcija verjetja in logaritmirana funkcija verjetja pa sta (Park in Jung, 2002):

$$\begin{aligned}
 L(k, \alpha, \xi) &= \frac{1}{\alpha^n} \prod_{i=1}^n \left(1 - k \frac{x_i - \xi}{\alpha} \right)^{1/k-1} \left(1 + \left[1 - k \frac{x_i - \xi}{\alpha} \right]^{1/k} \right)^{-2}, \\
 \ln L(k, \alpha, \xi) &= -n \ln(\alpha) + \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - k \frac{x_i - \xi}{\alpha} \right) - 2 \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \left(1 - k \frac{x_i - \xi}{\alpha} \right)^{1/k} \right).
 \end{aligned} \tag{18}$$

Parametre generalizirane logistične porazdelitve lahko ocenimo s pomočjo postopka, ki je opisan v poglavju 3.1.3.

3.3.4 FEH postopek

Značilnost postopka opisanega v priročniku Flood Estimation Handbook je, da značilno vrednost pretoka Q_{MED} določa en parameter porazdelitve. Pri GL porazdelitvi je $Q_{MED}=\xi$. Krivuljo naraščanja $g_T(F_X)$ (FEH postopek) generalizirane logistične porazdelitve lahko določimo z naslednjimi enačbami (Robson in Reed, 1999):

$$g_T(F_X) = 1 + \frac{\beta}{k} \left\{ 1 - \left(\frac{1-F_X}{F_X} \right)^k \right\}, \quad (19)$$

$$k = -t_3,$$

$$\beta = \frac{\alpha}{\xi} = \frac{t_2 k \sin \pi k}{k\pi(k + t_2) - t_2 \sin \pi k},$$

kjer lahko za oceno koeficienta variacije L, koeficienta asimetrije L in sploščenosti L uporabimo enačbe, ki so zapisane v poglavju 3.1.2. Potem, ko smo določili krivuljo naraščanja, lahko s pomočjo enačbe 12 določimo iskane vrednosti pretokov.

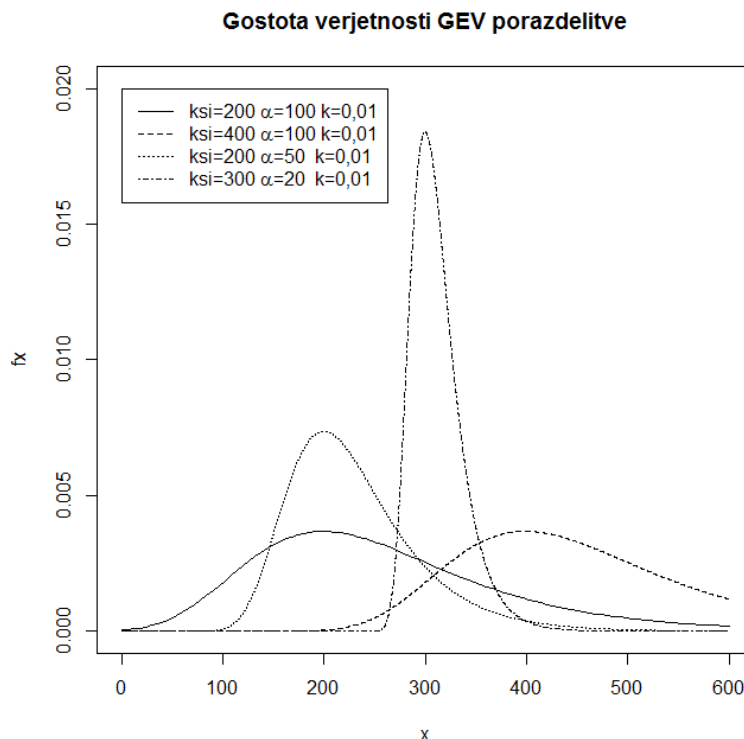
3.4 Porazdelitev ekstremnih vrednosti (GEV)

GEV porazdelitev je troparametrski porazdelitev, ki se pogosto uporablja za verjetnostne analize visokih vod. Njena značilnost je, da zajema vse tri porazdelitve ekstremnih vrednosti. Tudi GEV porazdelitev je poseben primer Kappa porazdelitve. Porazdelitvena funkcija GEV porazdelitve je določena z naslednjim izrazom (Robson in Reed, 1999):

$$F_X(x) = \exp \left(- \left\{ 1 - k \left[\frac{x-\xi}{\alpha} \right] \right\}^{1/k} \right). \quad (20)$$

Oblikovni parameter k določa tip porazdelitve ekstremnih vrednosti. Ko je $k=0$ gre za Gumbelovo porazdelitev ali porazdelitev ekstremnih vrednosti tipa 1, ko je $k>0$ gre za Weibullovo porazdelitev oziroma porazdelitev ekstremnih vrednosti tipa 3 in ko je $k<0$ gre za Frechetovo porazdelitev oziroma porazdelitev ekstremnih vrednosti tipa 2.

Na sliki 8 je prikazana gostota verjetnosti (PDF) GEV porazdelitve za različne vrednosti parametrov ($\xi=200, \alpha=100, k=0,01$; $\xi=400, \alpha=100, k=0,01$; $\xi=200, \alpha=50, k=0,01$; $\xi=300, \alpha=20, k=0,01$).



Slika 8: Gostota verjetnosti GEV porazdelitve za različne vrednosti parametrov

3.4.1 Metoda momentov

Za oceno parametrov GEV porazdelitve se lahko uporabi metoda momentov in naslednji izrazi (Kottegoda in Rosso, 2008):

$$x(F_X) = \xi + \frac{\alpha}{k} \{1 - (-\ln F_X)^k\}, \quad (21)$$

$$c_s = \text{sign}(k) \frac{-\Gamma(1+3k) + 3\Gamma(1+k)\Gamma(1+2k) - 2\Gamma^3(1+k)}{[\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)]^{3/2}},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{k^2 \sigma_X^2}{\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)'}}$$

$$\xi = \mu_X - \frac{\alpha}{k} [1 - \Gamma(1+k)],$$

kjer je c_s koeficient asimetrije, σ_X je standardna deviacija, Γ je gama funkcija, μ_X je srednja vrednost in sign označuje funkcijo, ki zavzame vrednosti -1, 0 ali 1, v odvisnosti od oblikovnega parametra k . Vrednost parametra k se določi s pomočjo druge od zgornjih enačb.

3.4.2 Metoda L-momentov

Parametre inverzne porazdelitvene funkcije lahko določimo s pomočjo enačb iz poglavja 3.1.2 in z naslednjimi enačbami (Hosking in Wallis, 1997):

$$x(F_X) = \xi + \frac{\alpha}{k} \{1 - (-\ln F_X)^k\}, \quad (22)$$

$$c = \frac{2}{3 + t_3} - \frac{\ln 2}{\ln 3},$$

$$k = 7,8590c + 2,9554c^2,$$

$$\alpha = \frac{kl_2}{\Gamma(1+k)(1-2^{-k})},$$

$$\xi = l_1 + \frac{\alpha(\Gamma(1+k) - 1)}{k}.$$

3.4.3 Metoda največjega verjetja

Parametre porazdelitve ekstremnih vrednosti lahko ocenimo tudi z metodo največjega verjetja. Za izračun ocene T -letnega pretoka se lahko uporabi inverzna porazdelitvena funkcija. Funkcija verjetja in logaritmirana funkcija verjetja sta (Hosking, 1985):

$$L(k, \alpha, \xi) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} e^{-(1-k)y - e^{-y}}, \quad (23)$$

$$\ln L(k, \alpha, \xi) = -n \ln(\alpha) - (1-k) \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n e^{-y_i},$$

kjer je :

$$y = -\frac{1}{k} \ln \left(1 - k \left(\frac{x_i - \xi}{\alpha} \right) \right).$$

Za določitev parametrov porazdelitve se uporabi postopek, ki je opisan v poglavju 3.1.3.

3.4.4 FEH postopek

Krivulja naraščanja $g_T(F_X)$ (FEH postopek) porazdelitve ekstremnih vrednosti je določena z naslednjimi izrazi (Robson in Reed, 1999):

$$g_T(F_X) = 1 + \frac{\beta}{k} \{(\ln 2)^k - (-\ln F_X)^k\}, \quad (24)$$

$$\beta = \frac{\alpha}{\xi + \frac{\alpha}{k} \{1 - (\ln 2)^k\}} = \frac{kt_2}{t_2 \{ \Gamma(1+k) - (\ln 2)^k \} + \Gamma(1+k)(1-2^{-k})},$$

$$c = \frac{2}{3 + t_3} - \frac{\ln 2}{\ln 3},$$

$$k = 7,8590c + 2,9554c^2.$$

Razlika med postopkom, ki je opisan v Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999) in običajnim postopkom je, da je v primeru FEH postopka lokacijski parameter ξ nadomeščen z značilno vrednostjo pretoka $QMED$. Parametre krivulje naraščanja lahko ocenimo s pomočjo enačb, ki so zapisane v poglavju 3.1.2.

3.5 Gumbelova porazdelitev

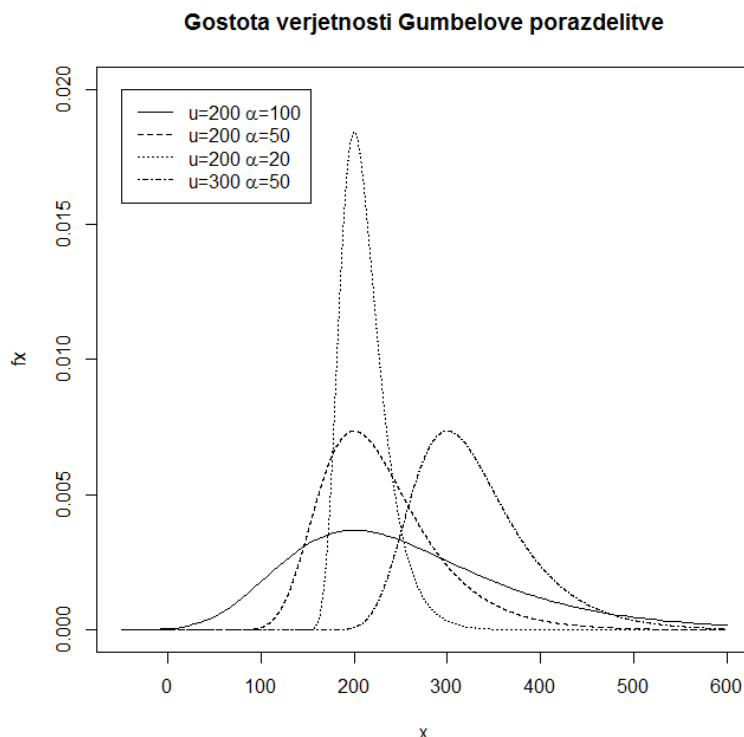
V hidrologiji nas pogosto zanimajo le ekstremne vrednosti določenih spremenljivk. Porazdelitev ekstremnih vrednosti tipa 1 imenujemo tudi Gumbelova porazdelitev. Ta je asimetrična in dvoparameterska. Pogosto se uporablja za analize visokih vod in maksimalnih padavin. Gostota verjetnosti $f_X(x)$ in porazdelitvena funkcija sta enaki (Brilly in Šraj, 2005):

$$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-(x-u)/\alpha} - e^{-(x-u)/\alpha}, \quad (25)$$

$$F_X(x) = e^{-e^{-(x-u)/\alpha}} \quad -\infty < x < \infty.$$

Parameter u je lokacijski parameter, parameter α pa vpliva na razpršenost porazdelitve. Gumbelova porazdelitev je poseben primer porazdelitve ekstremnih vrednosti. Tudi v primeru Gumbelove porazdelitve lahko vrednost pretoka ocenimo z različnimi postopki.

Na sliki 9 je prikazana gostota verjetnosti Gumbelove porazdelitve za nekaj različnih vrednosti parametrov u in α ($u=200, \alpha=100$; $u=200, \alpha=50$; $u=200, \alpha=20$; $u=300, \alpha=50$).



Slika 9: Gostota verjetnosti Gumbelove porazdelitve za različne vrednosti parametrov

3.5.1 Metoda momentov

Tudi v primeru Gumbelove porazdelitve lahko pretoke ocenimo z uporabo inverzne porazdelitvene funkcije in metode momentov (Maidment, 1993):

$$x(F_X) = u - \alpha \ln(-\ln F_X), \quad (26)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{6} \sigma_x}{\pi},$$

$$u = \mu_x - 0,5772\alpha.$$

V enačbah 26 so prikazani izrazi s katerimi lahko določimo parametre porazdelitve po metodi momentov. Pri tej metodi se parametri ocenijo s pomočjo srednje vrednosti in standardne deviacije.

V primeru Gumbelove porazdelitve lahko za oceno pretoka uporabimo tudi enačbo linearne transformacije. Pri tej porazdelitvi srednjo vrednost in standardno deviacijo izračunamo z uporabo

vrednosti letnih maksimumov. Faktor frekvence za Gumbelovo porazdelitev lahko izračunamo z računalniškimi programi ali ga odčitamo iz tabel v literaturi. Enačba linearne transformacije ima naslednjo obliko (Brilly in Šraj, 2005):

$$X(T) = \mu_X + z(T)\sigma_X, \quad (27)$$

kjer je:

| | |
|------------|-----------------------|
| μ_X | srednja vrednost, |
| σ_X | standardna deviacija, |
| $z(T)$ | faktor frekvence. |

3.5.2 Metoda L-momentov

Parametre Gumbelove porazdelitve lahko ocenimo s pomočjo metode L-momentov. Za oceno vrednosti pretokov lahko uporabimo inverzno obliko porazdelitvene funkcije (Hosking in Wallis, 1997):

$$\begin{aligned} x(F_X) &= u - \alpha \ln(-\ln F_X), \\ \alpha &= \frac{l_2}{\ln 2}, \\ u &= l_1 - 0,5772157\alpha. \end{aligned} \quad (28)$$

3.5.3 Metoda največjega verjetja

Tudi pri Gumbelovi porazdelitvi lahko parametre ocenimo z metodo največjega verjetja. Funkcija verjetja in logaritmirana funkcija verjetja sta (Turk, 2010):

$$\begin{aligned} L(u, \alpha) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} e^{-(x_i-u)/\alpha} e^{-e^{-(x_i-u)/\alpha}}, \\ \ln L(u, \alpha) &= n \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{nu}{\alpha} - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n e^{-(x_i-u)/\alpha}. \end{aligned} \quad (29)$$

3.5.4 FEH postopek

Postopek, ki je opisan v Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999), temelji na določitvi krivulje naraščanja (Robson in Reed, 1999):

$$\begin{aligned} g_T(F_X) &= 1 + \beta \{\ln(\ln 2) - \ln(-\ln F_X)\}, \\ \beta &= \frac{t_2}{\ln 2 - t_2 \{0,5772 + \ln(\ln 2)\}}. \end{aligned} \quad (30)$$

3.6 Normalna porazdelitev

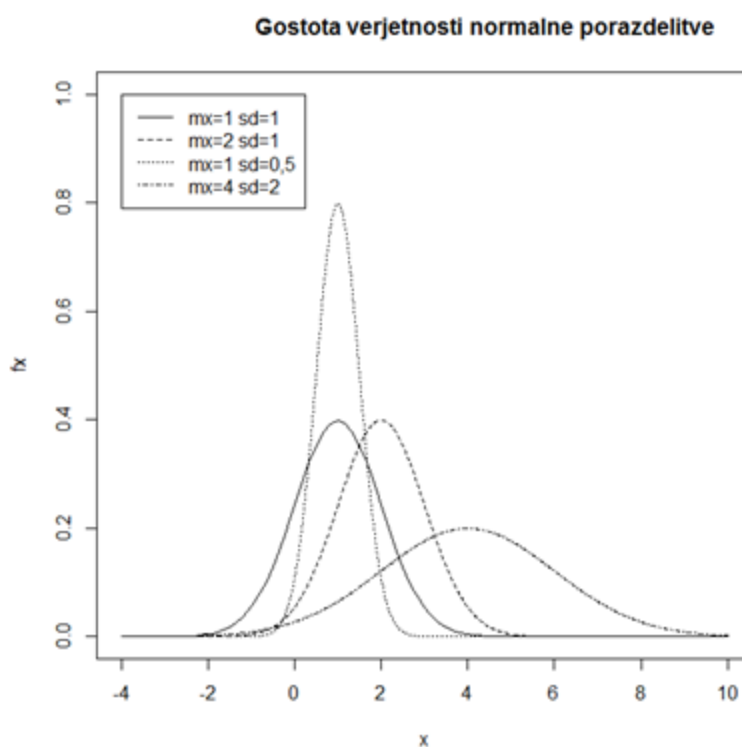
Gaussova ali normalna porazdelitev se v statistiki najbolj pogosto uporablja. Velja za zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke. Je dvoparameterska in simetrična funkcija. Parametra porazdelitve sta srednja vrednost ali matematično upanje in standardna deviacija. Srednja vrednost

vpliva na lego krivulje, standardna deviacija pa na obliko krivulje. Gostota verjetnosti $f_X(x)$ in porazdelitvena funkcija $F_X(x)$ sta (Brilly in Šraj, 2005):

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu_X)^2/2\sigma_X^2}, \quad (31)$$

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(x-\mu_X)^2/2\sigma_X^2} dx.$$

Na sliki 10 je prikazana gostota verjetnosti normalne porazdelitve za nekatere vrednosti standardne deviacije in matematičnega upanja ($\mu_X=1, \sigma_X=1$; $\mu_X=2, \sigma_X=1$; $\mu_X=1, \sigma_X=0,5$; $\mu_X=4, \sigma_X=2$).



Slika 10: Gostota verjetnosti normalne porazdelitve za različne vrednosti parametrov

3.6.1 Metoda momentov

Za hiter in preprost izračun ocene pretokov, ki pripadajo različnim povratnim dobam, lahko uporabimo enačbo linearne transformacije (enačba 27). Faktor frekvence lahko izračunamo z nekaterimi računalniškimi programi ali ga odčitamo iz tabel v literaturi (Brilly in Šraj, 2005). Povezavo med vrednostjo povratne dobe in porazdelitveno funkcijo določa enačba 6. Faktor frekvence je podan ali izračunan v odvisnosti od povratne dobe T oziroma od porazdelitvene funkcije $F_X(x)$.

3.6.2 Metoda L-momentov

Tudi v primeru normalne porazdelitve lahko za oceno parametrov uporabimo metodo L-momentov. Parametre porazdelitve določimo s pomočjo naslednjih enačb (Hosking in Wallis, 1997):

$$\mu_X = l_1, \quad (32)$$

$$\sigma_X = \sqrt{\pi} l_2.$$

3.6.3 Metoda največjega verjetja

Tudi pri normalni porazdelitvi lahko za oceno parametrov porazdelitve uporabimo metodo največjega verjetja. Funkcija verjetja in logaritmirana funkcija verjetja sta (Turk, 2010):

$$L(\mu_X, \sigma_X) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2}, \quad (33)$$

$$\ln L(\mu_X, \sigma_X) = -n \ln(2\pi) - n \ln \sigma_X - \frac{1}{2\sigma_X^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2.$$

3.7 Logaritemsko normalna porazdelitev

Logaritemsko normalna porazdelitev izhaja iz Gaussove ali normalne porazdelitve. Gre za dvoparametrsko, asimetrično porazdelitev, ki je določena za vrednosti spremenljivke x , ki so večje od 0 (Brilly in Šraj, 2005). Če je slučajna spremenljivka X porazdeljena normalno in velja $Y = \ln X$, potem je slučajna spremenljivka Y porazdeljena logaritemsko normalno. Enačba gostote verjetnosti $f_X(x)$ in porazdelitvena funkcija $F_X(x)$ sta (Brilly in Šraj, 2005):

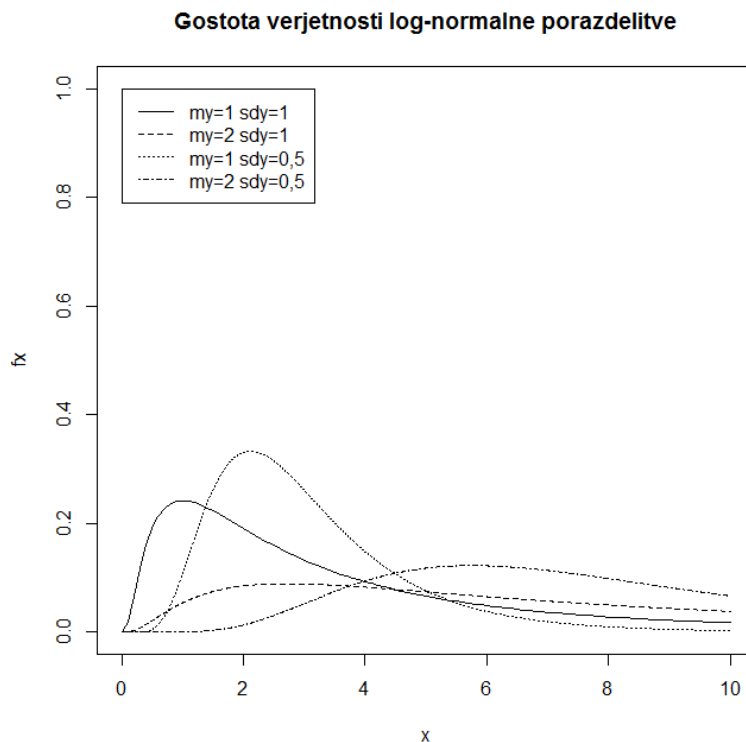
$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma_Y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu_Y)^2 / 2\sigma_Y^2}, \quad (34)$$

$$F_X(x) = \int_0^x \frac{1}{x\sigma_Y\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu_Y)^2 / 2\sigma_Y^2} dx \quad 0 < x < \infty,$$

$$\sigma_Y = \left[\ln \left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} \right) \right]^{1/2},$$

$$\mu_Y = \ln \mu_X - \frac{\sigma_Y^2}{2} = m_Y.$$

Na sliki 11 je prikazana gostota verjetnosti za različne vrednosti spremenljivk σ_Y in μ_Y ($\sigma_Y=1, \mu_Y=1$; $\sigma_Y=2, \mu_Y=1$; $\sigma_Y=1, \mu_Y=0,5$; $\sigma_Y=2, \mu_Y=0,5$).



Slika 11: Gostota verjetnosti logaritemsko normalne porazdelitve za različne vrednosti parametrov

3.7.1 Metoda momentov

Za izračun ocene pretoka se lahko uporabi tudi enačba linearne transformacije (enačba 27). Pri ocenjevanju parametrov z metodo momentov se parametri izračunajo na osnovi logaritmiranih vrednosti pretokov (srednja vrednost in standardna deviacija). Faktorji frekvence so enaki kot pri normalni porazdelitvi. Odčitamo jih lahko iz tabel v literaturi (Brilly in Šraj, 2005). Lahko pa jih tudi izračunamo z računalniškimi programi.

3.7.2 Metoda L-momentov

Za oceno parametrov logaritemsko normalne porazdelitve lahko uporabimo tudi metodo L-momentov (Hosking in Wallis, 1997):

$$\begin{aligned}\mu_Y &= l_1, \\ \sigma_Y &= \sqrt{\pi}l_2.\end{aligned}\tag{35}$$

Vrednosti L-momentov izračunamo na logaritmiranih vrednostih podatkov o pretokih.

3.7.3 Metoda največjega verjetja

Funkcija verjetja in logaritmirana funkcija verjetja za logaritemsko normalno porazdelitev z dvema parametroma sta (Turk, 2010):

$$L(\mu_Y, \sigma_Y) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi x \sigma_Y}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x_i - \mu_Y}{\sigma_Y} \right)^2},\tag{36}$$

$$\ln L(\mu_Y, \sigma_Y) = -n \ln(2\pi) - n \ln \sigma_Y - \sum_{i=1}^n \ln x_i - \frac{1}{2\sigma_Y^2} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \mu_Y)^2.$$

3.8 Pearsonova porazdelitev tipa 3

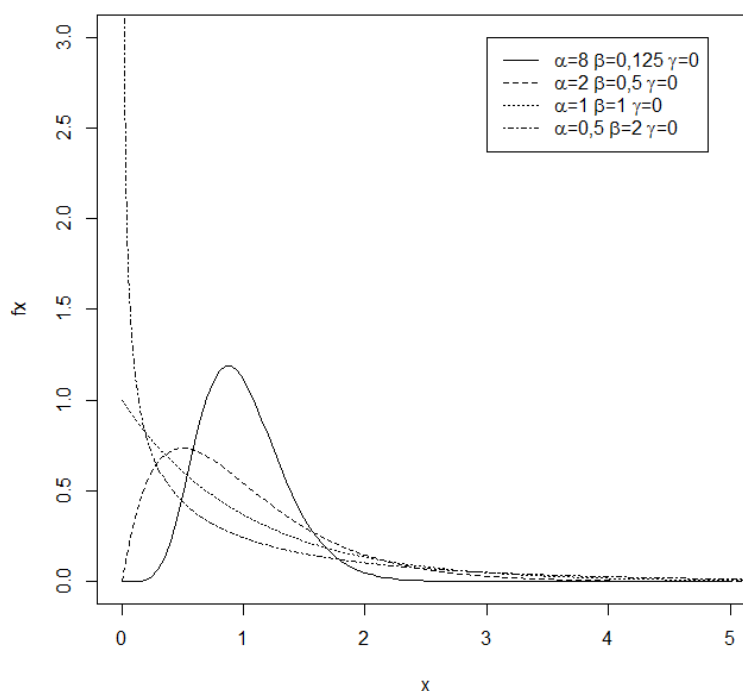
Ena od gama porazdelitev je tudi Pearsonova porazdelitev tipa 3. Gama porazdelitev je ime dobila po funkciji gama Γ , ki je vključena v funkcijo gostote verjetnosti in porazdelitveno funkcijo. Gama porazdelitev opisuje Poissonov stohastični proces (Turk, 2010), ki bo nekoliko podrobneje opisan v nadaljevanju. Pearsonova porazdelitev tipa 3 je asimetrična in se v hidrologiji uporablja predvsem pri analizah maksimalnih pretokov.

Gostota verjetnosti $f_X(x)$ in porazdelitvena funkcija $F_X(x)$ Pearsonove porazdelitve tipa 3 sta:

$$f_X(x) = \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha)} \left(\frac{x-c}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(x-c)/\beta}, \quad (37)$$

$$F_X(x) = \int_c^x \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha)} \left(\frac{x-c}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(x-c)/\beta} dx.$$

Gostota verjetnosti Pearsonove 3 porazdelitve



Slika 12: Gostota verjetnosti Pearsonove porazdelitve tipa 3 za različne vrednosti parametrov

Vrednosti pretokov lahko ocenimo z uporabo računalniških programov, ki imajo vgrajeno funkcijo gama (MS Excel, program R). Lahko pa se odločimo za uporabo enačbe linearne transformacije, kjer lahko faktorje frekvence razberemo iz tabel v literaturi (Brilly in Šraj, 2005) ali jih izračunamo s pomočjo naslednje enačbe (USWRC, 1981):

$$z(T) = \frac{2}{c_s} \left(\left(\left(K_n - \frac{c_s}{6} \right) \frac{c_s}{6} + 1 \right)^3 - 1 \right), \quad (38)$$

kjer je K_n standardizirana normalna spremenljivka, ki jo v programu MS Excel izračunamo s preprosto funkcijo $\text{NORMSINV}(F_X)$. Faktorji frekvence Pearsonove porazdelitve so odvisni tudi od koeficienta asimetrije c_s .

Na sliki 12 je prikazana gostota verjetnosti Pearsonove porazdelitve tipa 3 za različne vrednosti parametrov porazdelitve ($\alpha=8, \beta=0,125, c=0$; $\alpha=2, \beta=0,5, c=0$; $\alpha=1, \beta=1, c=0$; $\alpha=0,5, \beta=2, c=0$).

3.8.1 Metoda momentov

Porazdelitev določajo parametri α, β, c . Ker obravnavamo letne maksimume, je velikost vzorca n enaka številu let podatkov N . Parametre lahko določimo s pomočjo koeficienta asimetrije in lastnostmi vzorca velikosti n (Maidment, 1993):

$$c_{sx} = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^3}{\sigma_x^3}, \quad (39)$$

$$\alpha = \frac{4}{c_{sx}^2},$$

$$\beta = \frac{\sigma_x c_{sx}}{2},$$

$$c = \mu_x - \alpha\beta.$$

3.8.2 Metoda L-momentov

Za oceno parametrov porazdelitve lahko uporabimo tudi metodo L-momentov (Hosking in Wallis, 1997):

- $t_3 < 1/3$ (40)

$$z = 3\pi t_3^2,$$

$$\alpha = \frac{1 + 0,2906z}{z + 0,1882z^2 + 0,0442z^3},$$

- $1/3 < t_3 < 1$ (41)

$$z = 1 - t_3,$$

$$\alpha = \frac{0,36067z - 0,59567z^2 + 0,25361z^3}{1 - 2,78861z + 2,56096z^2 - 0,77045z^3}.$$

Neodvisno od vrednosti koeficienta asimetrije L lahko zapišemo še druga dva parametra Pearsonove porazdelitve tipa 3 (Hosking in Wallis, 1997):

$$\beta = \text{sign}(t_3) \sqrt{\pi} l_2 \frac{\Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha+0,5)}, \quad (42)$$

$$c = l_1 - \alpha\beta.$$

3.8.3 Metoda največjega verjetja

Funkcija verjetja in logaritmirana funkcija verjetja za Pearsonovo porazdelitev tipa 3 sta (Singh, 1998):

$$L(a, b, c) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n} [b\Gamma(a)]^{-n} \prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i - c}{b}\right)^{(a-1)} e^{\left(-\frac{1}{b}\sum_{i=1}^n (x_i - c)\right)}, \quad (43)$$

$$\ln L(a, b, c) = -n \ln(b) - n \ln(\Gamma(a)) - \sum_{i=1}^n x_i + (a - 1) \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i - c}{b}\right) - \frac{1}{b} \sum_{i=1}^n (x_i - c).$$

Postopek za določitev parametrov porazdelitve z metodo največjega verjetja je opisan v poglavju 3.1.3. Nekoliko podrobneje sta postopek za določitev parametrov Pearsonove 3 porazdelitve z metodo največjega verjetja opisala Arora in Singh (1989).

3.9 Logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3

Logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 izhaja iz Pearsonove porazdelitve tipa 3 in se pogosto uporablja pri analizah visokih vod, tudi v Sloveniji (Kučič, 2007). Gostota verjetnosti in porazdelitvena funkcija sta (Kučič, 2007):

$$f_Y(y) = \frac{1}{\beta\Gamma(\alpha)} \left(\frac{y-c}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(y-c)/\beta}, \quad (44)$$

$$F_Y(y) = \int_0^y \frac{1}{\beta\Gamma(\alpha)} \left(\frac{y-c}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(y-c)/\beta} dy,$$

$$y = \log x.$$

3.9.1 Metoda momentov

Porazdelitev določajo parametri α , β , c . Velikost vzorca n je v primeru letnih maksimumov enaka številu let podatkov N , ki jih imamo na voljo za analizo. Parametre lahko določimo s pomočjo koeficienta asimetrije c_s in lastnostmi vzorca velikosti n (Maidment, 1993):

$$c_{sy} = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \mu_y)^3}{\sigma_y^3}, \quad (45)$$

$$\alpha = \frac{4}{c_{sy}^2},$$

$$\beta = \frac{\sigma_y c_{sy}}{2},$$

$$c = \mu_y - \alpha\beta.$$

Zgornje enačbe omogočajo ocenjevanje parametrov s pomočjo metode momentov.

3.9.2 Metoda L-momentov

Postopek ocene parametrov z metodo L-momentov je enak kot pri Pearsonovi porazdelitvi, le da vrednosti L-momentov izračunamo iz logaritmiranih vrednosti pretokov. Ko določimo parametre logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3, lahko ponovno uporabimo gama funkcijo, ki je vgrajena v program MS Excel. Vrednosti pretokov pa lahko izračunamo tudi z uporabo enačbe linearne transformacije. Faktorje frekvence lahko razberemo iz tabel v literaturi ali jih izračunamo z izrazom,

ki je enak kot pri Pearsonovi porazdelitvi tipa 3 (uporabimo koeficient asimetrije, ki je bil izračunan iz logaritmiranih vrednosti pretokov).

3.9.3 Metoda največjega verjetja

Funkcija verjetja in logaritmirana funkcija verjetja za logaritemsko Pearsonovo porazdelitev tipa 3 sta (Singh, 1998):

$$L(a, b, c) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n} [b\Gamma(a)]^{-n} \prod_{i=1}^n \left(\frac{\log x_i - c}{b} \right)^{(a-1)} e^{\left(-\frac{1}{b} \sum_{i=1}^n \log(x_i - c) \right)}, \quad (46)$$

$$\ln L(a, b, c) = -n \ln(b) - n \ln(\Gamma(a)) - \sum_{i=1}^n y_i + (a - 1) \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{y_i - c}{b} \right) - \frac{1}{b} \sum_{i=1}^n (y_i - c),$$

kjer je:

$$y_i = \log x_i.$$

4 POT METODA

Verjetnostna analiza visokih vod z metodo vrednosti konic nad izbrano mejno vrednostjo - pragom ali POT metoda (angl. *peaks over threshold method*) vsebuje več informacij o kompleksnem fenomenu poplav (visokih vod) kot klasična metoda letnih maksimumov. Potrebno se je zavedati, da povratna doba te metode T_{POT} , predstavlja povprečni interval med vrednostmi, ki presegajo pretok Q . Pri POT modelu poleg velikosti konic upoštevamo tudi časovni vidik dogajanja konic. Pred uporabo POT metode je potrebo preveriti podatke. Ti ne smejo biti prekinjeni, saj bi to lahko pomenilo neupoštevanje dogodka, ki leži nad vrednostjo praga. V primeru prekinitve podatkov se je potrebno prepričati, da v tistem časovnem intervalu ni prišlo do konice, ki bi presegala vrednost praga x_0 .

POT metodo sestavljata dve porazdelitvi. Prva opisuje število dogodkov v letu, druga pa velikosti konic nad pragom. Pri POT analizi moramo obe porazdelitveni funkciji združiti (Lang et al., 1997). V nadaljevanju so podrobno opisani posamezni koraki POT analize:

4.1 Izbira vrednosti praga

Prvi korak POT metode je določitev vrednosti praga, ki določa, katere podatke bomo vključili v analizo. Izbira vrednosti praga je subjektiven proces in zato zahteva strokovno oceno. V literaturi lahko najdemo nekaj predlogov za možne izbire vrednosti praga:

- Langbein (1949) je predlagal, da se za vrednost praga x_0 določi najmanjši letni maksimum v obravnavanem obdobju. To pomeni, da vzorec sestavlja najmanj en podatek letno.
- Vrednost praga se določi s pomočjo enostavne enačbe, ki je odvisna od lastnosti vzorca (Rosbjerg in Madsen, 1992 cit. po Lang et al., 1999) :

$$x_0 = \mu_x + 3\sigma_x, \quad (47)$$

kjer je:

x_0 vrednost praga,
 μ_x povprečna vrednost pretokov,
 σ_x standardna deviacija pretokov.

- Različni avtorji so predlagali, da se vrednost praga x_0 izbere tako, da dobimo povprečno 1, 3 ali 5 konic letno. Tak pristop je upoštevan tudi v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999).
- Bačova-Mitkova in Onderka (2010) sta predlagala, da se izbere povprečno štiri dogodke nad vrednostjo praga x_0 .
- Za določitev vrednosti praga x_0 pa je možno upoštevati tudi fizikalne kriterije (Lang et al., 1999; Ashkar in Rousselle, 1987). Zanimajo nas analize visokih vod in zato se lahko za vrednost praga izbere vrednost vodostaja, pri katerem začne reka poplavljeni. Pripadajoča vrednost pretoka se določi s pomočjo pretočne krivulje, ki nam poda razmerje med vodostajem in pretokom.
- Nekateri avtorji so vrednost praga x_0 določili na podlagi povratnih dob. Irvine in Waylen (1986) sta predlagala povratno dobo 1,2-2 leti kot osnovo za določitev vrednosti praga.
- Ashkar in Rousselle (1987) sta predlagala, da se vrednost praga izbere na podlagi namena uporabe modela (n.pr. dimenzioniranje objektov za zaščito pred poplavami, ocena poplavne

škode). Za določitev optimalne vrednosti praga sta predlagala tudi preprost grafični test, ki temelji na testu indeksa disperzije.

- Lang s sodelavci (Lang et al., 1999) je predlagal, da se za optimalno izbiro vrednosti praga uporabi tri teste, s katerimi lahko zagotovimo upoštevanje osnovnih predpostavk modela. Za določitev intervala vrednosti praga, ki še zagotavlja izpolnitev predpostavk in obenem ohranja prednost pred metodo letnih maksimumov, predlagajo uporabo treh grafičnih testov: povprečno število dogodkov nad pragom, srednja vrednost velikosti konic nad pragom in test indeksa disperzije. Vrednost praga izberemo tako, da ta leži v intervalu, ki smo ga določili s testi, a obenem naj vzorec vsebuje povprečno vsaj 2 (3) konice letno.

4.2 Upoštevanje neodvisnosti konic

Na podlagi izbrane vrednosti praga upoštevamo vse podatke o pretokih, ki ležijo nad pragom x_0 . Ena izmed glavnih težav POT analize je upoštevanje neodvisnosti konic. Lahko se zgodi, da je v nekem relativno kratkem obdobju vrednost x_0 večkrat presežena. To se večinoma zgodi v primeru velikih poplav, ko je vrednost pretoka več dni nad pragom x_0 . Če bi vse te podatke upoštevali v analizi, bi to pomenilo, da bi en dogodek upoštevali večkrat. Temu se lahko izognemo z upoštevanjem pogojev neodvisnosti in tako v analizah upoštevamo samo največji in statistično najbolj merodajen pretok. Teoretično je možno izbrati vrednost praga dovolj visoko, da s tem izpolnimo pogoj neodvisnosti, vendar tako v analizi upoštevamo le nekaj največjih konic. S tem izgubimo prednost, ki jo ima POT metoda pred metodo letnih maksimumov, zaradi upoštevanja večih konic letno. Izbira kriterijev za določitev neodvisnosti konic je kompleksen problem. Velikokrat je druga konica, ki sledi maksimalni, posledica zasičenja zemljine. Na podlagi podatkov je težko določiti ali sta konici odvisni ali ne.

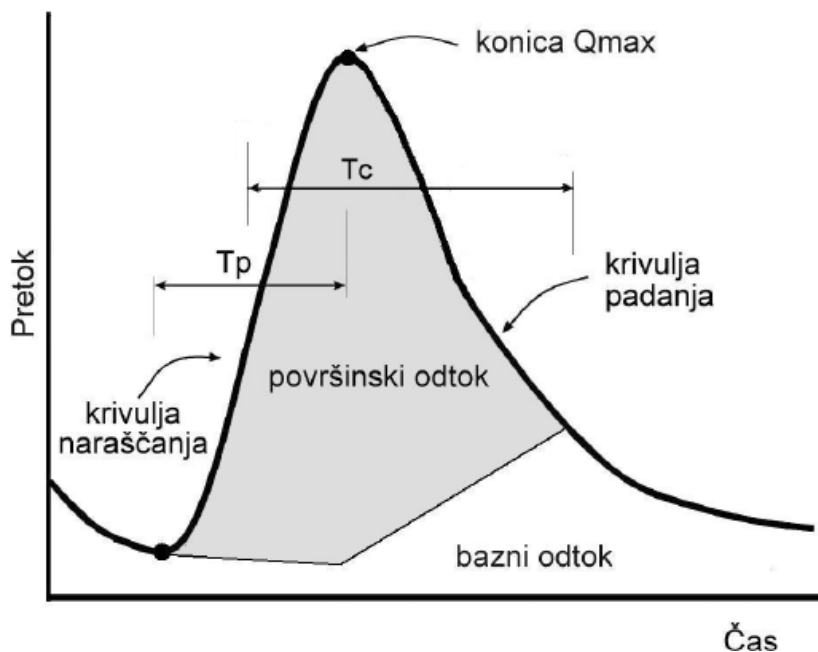
- Cunnane (1979) je za izločitev konic predlagal dva kriterija. Manjša konica je zavrnjena, če velja eden izmed naslednjih pogojev:

$$\begin{aligned} \theta &< 3T_P, \\ x_{MIN} &> (2/3)x_{S1}, \end{aligned} \tag{48}$$

kjer je:

| | |
|-----------|--|
| T_P | povprečni čas naraščanja petih hidrogramov, |
| θ | čas med dvema konicama, |
| x_{MIN} | najmanjša vrednost pretoka med dvema konicama, |
| x_{S1} | vrednost prve konice. |

Čas naraščanja hidrograma je prikazan na sliki 13 in predstavlja razdaljo med začetno točko naraščanja in konico Q_{MAX} . V enačbi 48 je čas naraščanja določen kot povprečni čas naraščanja pri petih izbranih dogodkih nad vrednostjo praga x_0 .



Slika 13: Prikaz časa naraščanja T_p na hidrogramu (Povzeto po Brilly in Šraj, 2006: str. 35)

- V literaturi pa lahko najdemo tudi kriterij za določitev neodvisnosti konic, ki upošteva tudi lastnosti povodja (USWRC, 1981):

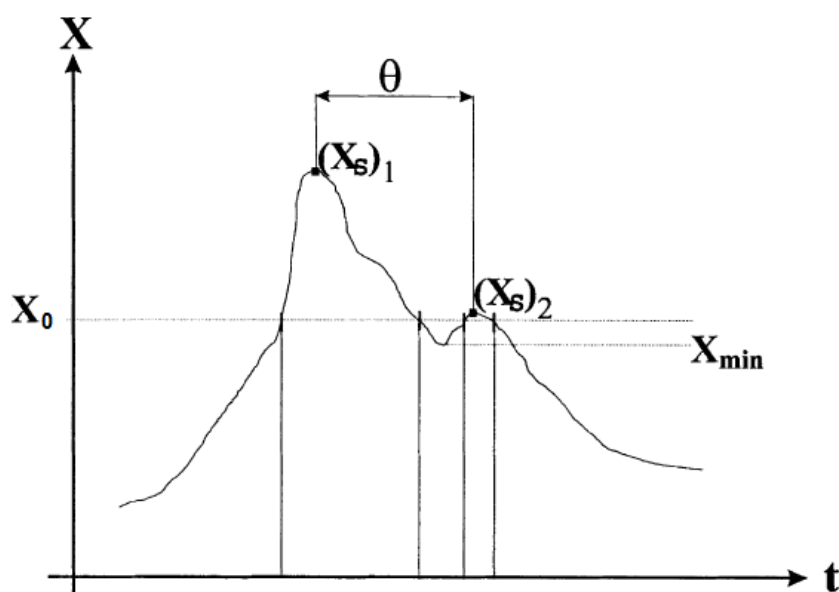
$$\theta < 5 \text{ dni} + \log(A), \quad (49)$$

$$x_{MIN} > \left(\frac{3}{4}\right) \min[x_{S1}, x_{S2}],$$

kjer je:

A površina porečja v kvadratnih miljah.

Tudi v tem primeru je manjša konica zavrnjena, če je izpolnjena vsaj ena izmed enačb 49.



Slika 14: Prikaz različnih spremenljivk, ki se uporabljajo pri pogojih neodvisnosti (Povzeto po Lang et al., 1999: str. 105)

Medsebojna neodvisnost konic, ki ležijo nad pragom, je pogoj za pravilno izvajanje verjetnostnih analiz visokih vod. Na sliki 14 so grafično prikazani parametri, ki so uporabljeni v enačbah 48 in 49 in se uporabljajo za določanje neodvisnosti konic.

4.3 Porazdelitev števila konic v letu

Do sedaj smo na podlagi izbrane vrednosti praga oblikovali vzorec. S pomočjo pogojev neodvisnosti smo vzorec korigirali. Sedaj lahko določimo število dogodkov nad pragom v posameznem letu. Za modeliranje števila konic v letu se uporabljajo tri porazdelitvene funkcije:

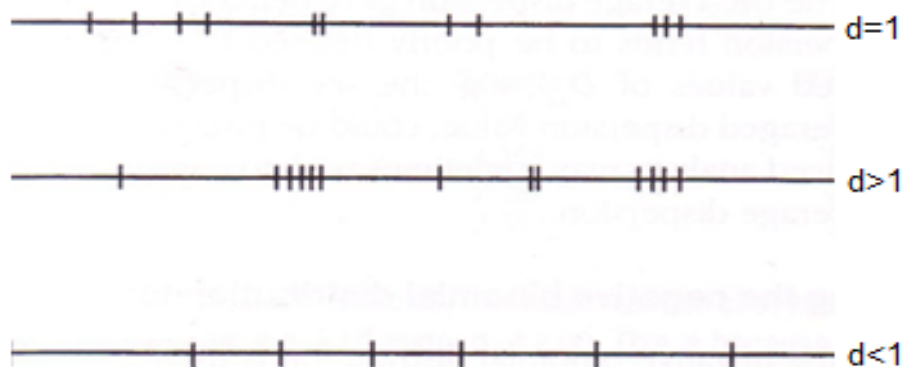
- Poissonova porazdelitev,
- Binomska porazdelitev,
- Negativna binomska porazdelitev.

Te porazdelitve so v svojih delih uporabili Robson in Reed (1999), Lang in sodelavci (Lang et al., 1997), Önöz in Bayazit (2001). Za pomoč pri izbiri ustrezne porazdelitve se lahko uporabi indeks disperzije:

$$d = \frac{\text{Variance } (m)}{\text{Srednja vrednost } (m)}, \quad (50)$$

kjer je:

m število konic nad pragom na leto.



Slika 15: Prikaz porazdelitve dogodkov v primeru različnih indeksov disperzije (Povzeto po Robson in Reed, 1999: str. 81)

Za Poissonovo porazdelitev je značilno, da je indeks disperzije d približno enak 1. To pomeni, da naj bi se visoke vode dogajale povsem slučajno. Če je d večji od 1, prihaja do pojavljanja dogodkov v skupinah. V tem primeru uporabimo negativno binomsko porazdelitev. V primeru, ko je indeks disperzije d manjši od 1, se visoke vode pojavljajo v približno enakomernih časovnih intervalih. Za opis takšnega pojava lahko uporabimo binomsko porazdelitev. Približen prikaz vzorca pojavljanja visokih vod, v odvisnosti od indeksa disperzije, je prikazan na sliki 15.

Vse tri predstavljene porazdelitve izhajajo iz Bernoullijevega poizkusa in so verjetnostne porazdelitve diskretnih spremenljivk.

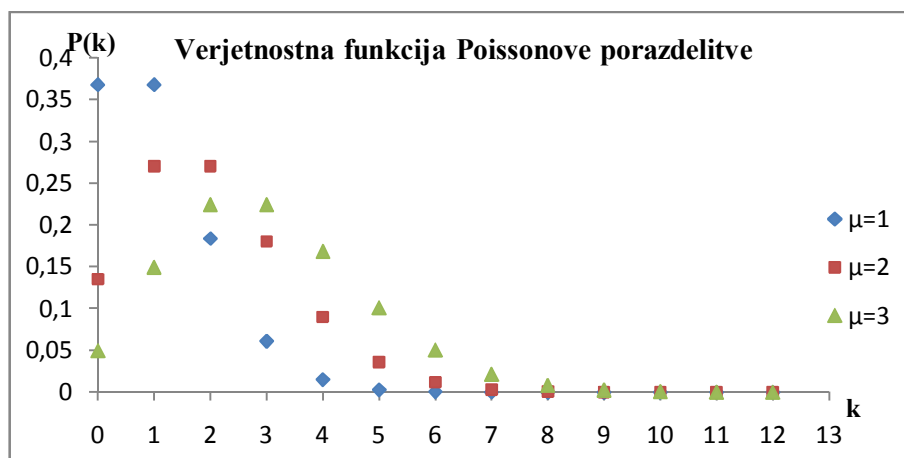
4.3.1 Poissonova porazdelitev

Poissonova porazdelitev se najbolj pogosto uporablja za modeliranje števila konic nad pragom x_0 v letu. Poissonova porazdelitev izhaja iz Bernoullijevega poizkusa in je verjetnostna porazdelitev diskretnih spremenljivk. Bernoullijev poizkus je preprost poizkus z dvema možnima izidoma. Poissonova porazdelitev je po pomenu enaka binomski porazdelitvi. Poissonova porazdelitev predstavlja število uspehov v časovnem obdobju od 0 do t , medtem ko binomska obravnava število uspehov v n ponovitvah. Verjetnostna funkcija Poissonove porazdelitve je enaka (Önöz in Bayazit, 2001):

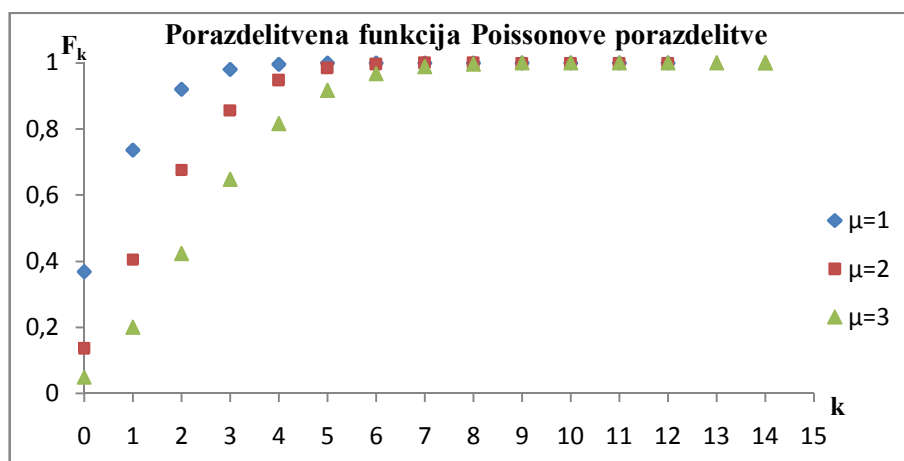
$$P(m = k) = \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}, \quad (51)$$

kjer je $k = 0, 1, 2, \dots$. Srednja vrednost (moment prvega reda), varianca (moment drugega reda) in moment tretjega reda Poissonove porazdelitve so:

$$\begin{aligned} E(m) &= E = \mu, \\ \text{Var}(m) &= V = \mu, \\ \mu_3 &= \mu. \end{aligned} \quad (52)$$



Slika 16: Verjetnostna funkcija Poissonove porazdelitve



Slika 17: Porazdelitvena funkcija Poissonove porazdelitve

Za Poissonovo porazdelitev je značilno, da je njena srednja vrednost $E(m)$ enaka varianci $Var(m)$. To pomeni, da je indeks disperzije d enak 1. Varianca sicer opiše razpršenost slučajne spremenljivke.

Na sliki 16 je prikazana verjetnostna funkcija Poissonove porazdelitve (angl. *probability mass function*) za različne vrednosti parametra μ , na sliki 17 pa lahko vidimo pripadajoče porazdelitvene funkcije (angl. *cumulative distribution function* ali CDF) Poissonove porazdelitve.

Slabost Poissonove porazdelitve je, da je parameter μ odvisen od dolžine obravnavanega časovnega obdobja (Turk, 2011). Spremenljivko μ lahko definiramo kot linearno funkcijo časa, če se razmere s časom ne spreminjajo. Slučajnim spremenljivkam, ki so funkcije časa, pravimo stohastični procesi, opisanemu procesu pa Poissonov proces. Ta pa ima naslednje lastnosti (Shane in Lynn, 1964):

- Stacionarnost pomeni, da se razmere s časom ne spreminjajo. Verjetnost, da se dogodek zgodi v nekem časovnem intervalu, se ne spreminja z lokacijo časovnega intervala. Se pa spreminja s širino časovnega intervala.
- Neodvisnost pomeni, da je število dogodkov v nekem časovnem obdobju neodvisno od števila v nekem drugem obdobju, če se časovna intervala ne prekrivata.
- Verjetnost, da se v kratkem časovnem obdobju zgodita dva ali več uspehov je zanemarljiva.
- Verjetnost, da se v kratkem časovnem intervalu zgodi uspeh, je sorazmerna velikosti časovnega intervala.

Cunnane (1979) ter Ashkar in Rousselle (1983a) so pokazali, da če Poissonov proces velja za neko vrednost praga x_0 , potem velja tudi za katerokoli vrednost, ki je višja od x_0 .

4.3.2 Binomska porazdelitev

Tudi binomska porazdelitev izhaja iz Bernoullijevega poizkusa z dvema možnima izidoma. Osnovni predpostavki sta: poizkusi so med seboj neodvisni in verjetnost uspeha se pri ponavljanju ne spreminja. Gre za dvoparametrsko porazdelitev diskretnih spremenljivk in njena verjetnostna funkcija je enaka (Önöz in Bayazit, 2001):

$$P(m = k) = \binom{\gamma}{k} \alpha^k (1 - \alpha)^{\gamma - k}, \quad (53)$$

kjer je:

| | |
|--------------|---|
| k | $0, 1, 2, \dots,$ |
| $P(m = k)$ | verjetnost k uspehov v γ neodvisnih poizkusih, |
| α | verjetnost uspeha pri enem poizkusu, |
| $1 - \alpha$ | verjetnost neuspeha pri enem poizkusu. |

$$\binom{\gamma}{k} = \frac{\gamma!}{k!(\gamma - k)!} \quad (54)$$

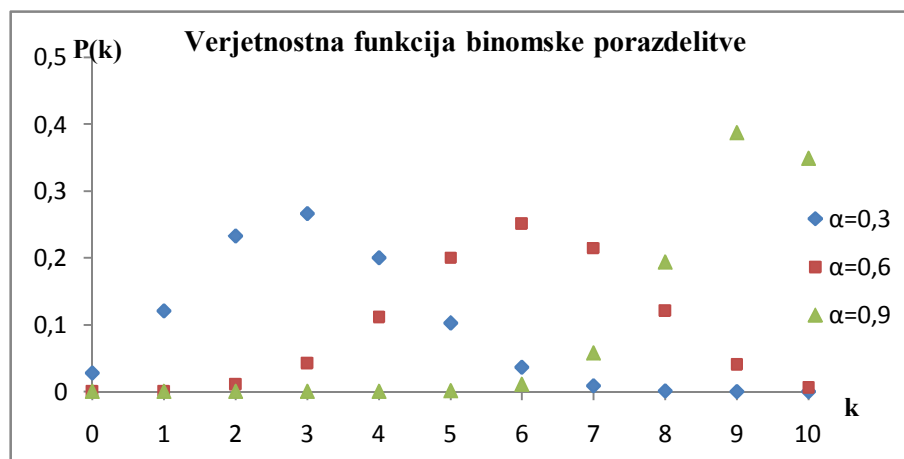
Enačba 54 prikazuje binomski koeficient. Srednja vrednost (moment prvega reda), varianca (moment drugega reda) in moment tretjega reda binomske porazdelitve so (Önöz in Bayazit, 2001):

$$\begin{aligned} E(m) &= E = \alpha\gamma, \\ Var(m) &= V = \alpha(1 - \alpha)\gamma, \end{aligned} \quad (55)$$

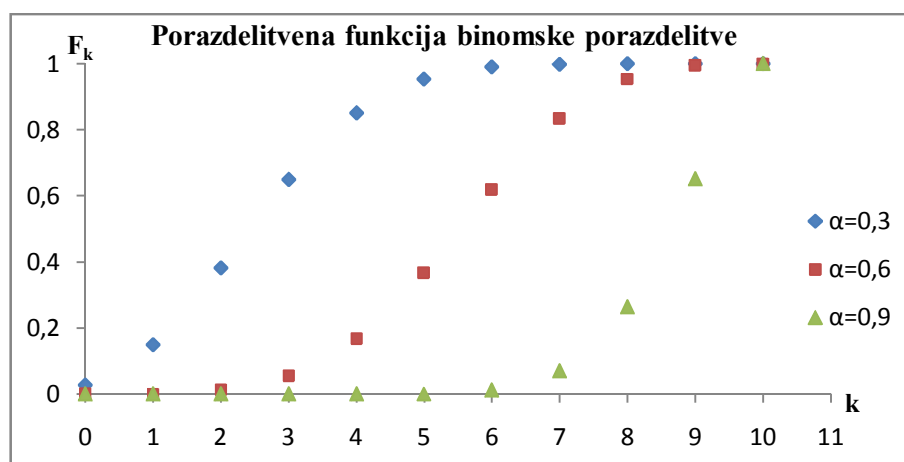
$$\mu_3(m) = \alpha(1 - \alpha)(1 - 2\alpha)\gamma.$$

Značilnost binomske porazdelitve je, da ima srednjo vrednost $E(m)$ večjo kot varianco $Var(m)$.

Na sliki 18 je prikazana verjetnostna funkcija binomske porazdelitve za $\gamma=10$ in za različne verjetnosti uspeha α pri enem poizkusu. Na sliki 19 lahko vidimo pripadajoče porazdelitvene funkcije binomske porazdelitve.



Slika 18: Verjetnostna funkcija binomske porazdelitve



Slika 19: Porazdelitvena funkcija binomske porazdelitve

4.3.3 Negativna binomska porazdelitev

Tudi negativna binomska porazdelitev izhaja iz Bernoullijevega poizkusa. Osnovni predpostavki sta enaki kot pri binomski porazdelitvi. Pascalova in Pólyaeva porazdelitev sta posebna primera negativne binomske porazdelitve. Verjetnostna funkcija Pascalove porazdelitve se nekoliko razlikuje od Pólyajeve (Turk, 2011). Za verjetnostne analize visokih vod se uporablja naslednja oblika negativne binomske porazdelitve, ki ima verjetnostno funkcijo enako (Önöz in Bayazit, 2001 in Robson in Reed, 1999):

$$P(m = k) = \binom{\gamma+k-1}{k} \alpha^k (1 - \alpha)^\gamma, \quad (56)$$

kjer je:

$$k \quad 0, 1, 2, \dots,$$

$$\alpha \quad \text{verjetnost uspeha pri enem poizkusu.}$$

Srednja vrednost (moment prvega reda), varianca (moment drugega reda) in moment tretjega reda negativne binomske porazdelitve so (Önöz in Bayazit, 2001):

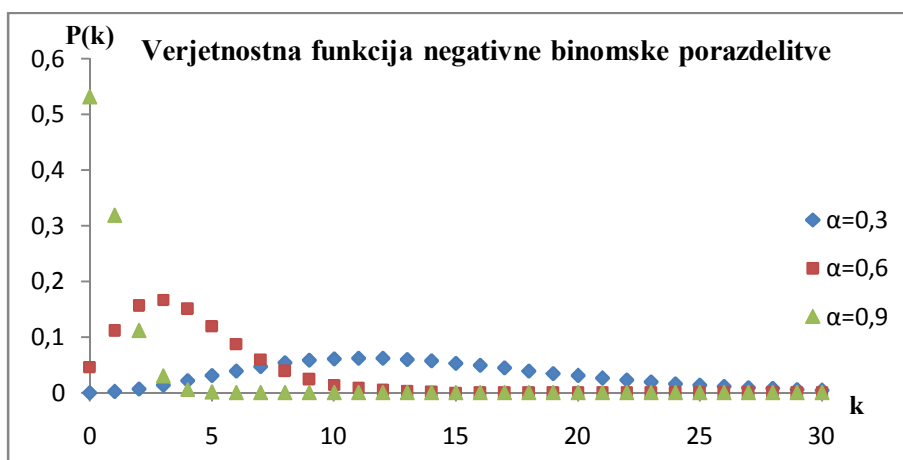
$$E(m) = E = \frac{\alpha\gamma}{(1-\alpha)}, \quad (57)$$

$$Var(m) = V = \frac{\alpha\gamma}{(1-\alpha)^2},$$

$$\mu_3(m) = \frac{\alpha\gamma(1+\alpha)}{(1-\alpha)^3}.$$

V večini primerov je za število dogodkov nad pragom v posameznem letu m značilno, da ima srednjo vrednost $E(m)$ manjšo kot varianco $Var(m)$ (Robson in Reed, 1999). V tem primeru za opis števila dogodkov nad pragom izberemo dvoparametrsko negativno binomsko porazdelitev.

Na sliki 20 je prikazana verjetnostna funkcija negativne binomske porazdelitve za $\gamma=6$ in za različne verjetnosti uspeha α pri enem poizkusu.



Slika 20: Verjetnostna funkcija negativne binomske porazdelitve

4.4 Porazdelitev velikosti konic nad vrednostjo praga x_0

Velikost konice y nad pragom x_0 je definirana z enačbo:

$$y = x - x_0. \quad (58)$$

Najbolj pogosto se za modeliranje velikosti konic nad pragom x_0 uporablja eksponentna porazdelitev (Cunnane, 1979). Tudi za eksponentno porazdelitev velja podobna lastnost kot za Poissonovo. V primeru, da eksponentna porazdelitev velja za neko vrednost praga x_0 , potem bo ta porazdelitev veljala tudi za katerokoli vrednost, ki je višja od x_0 (Ashkar in Rousselle, 1983a). Za modeliranje velikosti konic nad pragom je možno izbrati tudi Paretovo porazdelitev. Eksponentna porazdelitev je sicer posebna različica Pareto porazdelitve.

4.4.1 Pareto porazdelitev

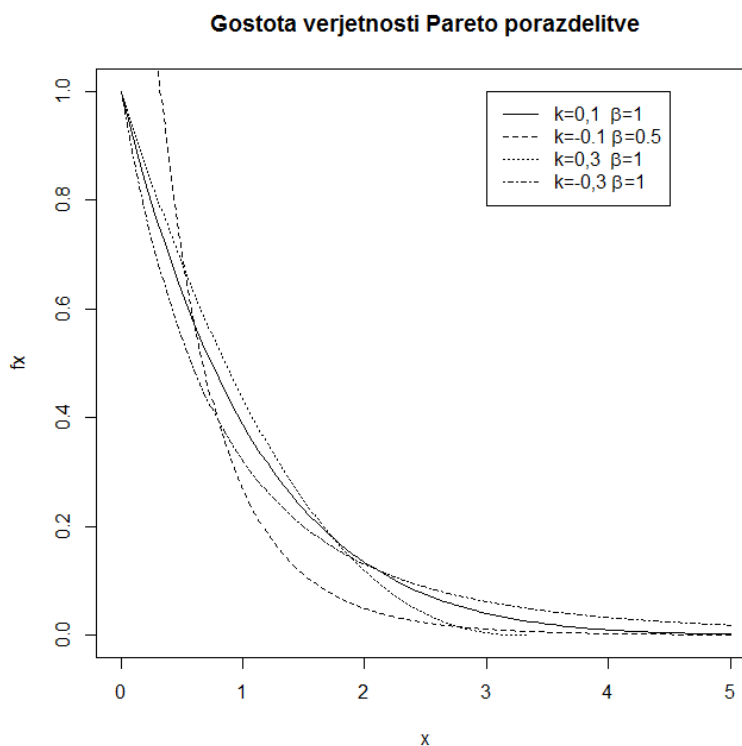
V večini primerov eksponentna porazdelitev dovolj dobro opiše velikosti konic nad pragom. V primeru, ko zaradi osamelcev (angl. *outliers*), ne moremo opisati repa (angl. *tail*) porazdelitve, je priporočljivo uporabiti Pareto porazdelitev. Porazdelitvena funkcija in gostota verjetnosti Pareto porazdelitve sta (Madsen et al., 1993):

$$G_Y(y) = 1 - \left[1 - \frac{k}{\beta}(y)\right]^{1/k}, \quad (59)$$

$$g(y) = \frac{1}{\beta} \left[1 - \frac{k}{\beta}(y)\right]^{\frac{1}{k}-1},$$

kjer je:

- k oblikovni parameter (angl. *shape parameter*),
- β parameter obsega (angl. *scale parameter*),
- x_0 vrednost praga.



Slika 21: Gostota verjetnosti Pareto porazdelitve za različne vrednosti parametrov

Srednja vrednost in varianca Pareto porazdelitve sta:

$$E(y) = \frac{\beta}{1+k}, \quad (60)$$

$$Var(y) = \frac{\beta^2}{(1+k)^2(1+2k)}.$$

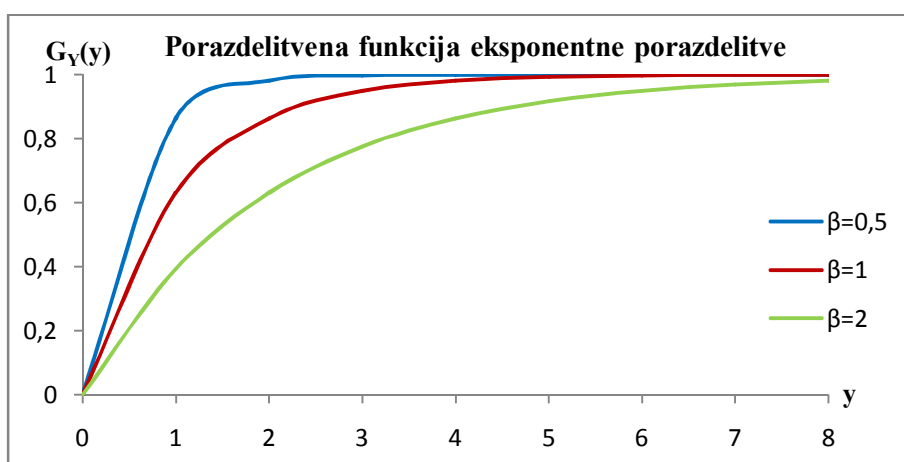
Na sliki 21 je prikazana gostota verjetnosti Pareto porazdelitve za različne vrednosti parametrov ($k=0,1, \beta=1$; $k=-0,1, \beta=0,5$; $k=0,3, \beta=1$; $k=-0,3, \beta=1$). V primeru, ko je oblikovni parameter k enak 0, lahko govorimo o eksponentni porazdelitvi, ki je poseben primer Pareto porazdelitve.

4.4.2 Eksponentna porazdelitev

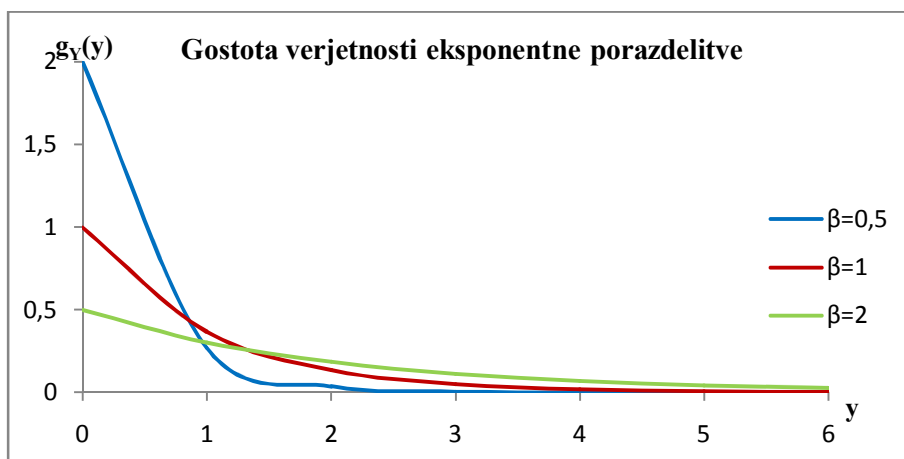
Eksponentna porazdelitev je verjetnostna porazdelitev zveznih spremenljivk. Eksponentna porazdelitev je poseben primer Pareto porazdelitve. Porazdelitvena funkcija in gostota verjetnosti eksponentne porazdelitve sta (Madsen et al., 1993):

$$G_Y(y) = 1 - \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), \quad (61)$$

$$g(y) = \frac{1}{\beta} \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right).$$



Slika 22: Porazdelitvena funkcija eksponentne porazdelitve



Slika 23: Gostota verjetnosti eksponentne porazdelitve

Tudi eksponentna porazdelitev opisuje Poissonov stohastični proces. Srednja vrednost (moment prvega reda) in varianca (moment drugega reda) sta (Brilly in Šraj, 2005):

$$E(y) = E = \beta, \quad (62)$$

$$Var(y) = V = \beta^2.$$

Na sliki 22 lahko vidimo porazdelitveno funkcijo eksponentne porazdelitve (CDF) za različne vrednosti parametra β . Na sliki 23 pa je prikazana pripadajoča gostota verjetnosti (angl. *probability distribution function* ali PDF) eksponentne porazdelitve. Koeficient asimetrije eksponentne porazdelitve je enak 2 in je konstanten. To pomeni, da je porazdelitev desno asimetrična (Brilly in Šraj, 2005).

Rosbjerg s sodelavci (Rosbjerg et al., 1992) je eksponentno porazdelitev postavil pred Pareto porazdelitev. Eksponentna porazdelitev se pogosteje uporablja za modeliranje velikosti konic nad pragom. Gre za enoparametrsko porazdelitev, medtem ko je pri Pareto porazdelitvi potrebno oceniti dva parametra. Zaradi manjšega števila parametrov lahko v nekaterih primerih eksponentna porazdelitev da boljšo oceno T -letnega dogodka.

4.5 Verjetnostna porazdelitev maksimalne visoke vode v letu

Če je X^* letni maksimum od X (slučajna spremenljivka) in če je porazdelitev maksimalne visoke vode v letu enaka F_x , lahko zapišemo (Shane in Lynn, 1964):

$$F_X(x) = P(X^* < x) = \sum_{k=0}^{\infty} P(m = k)[G_y(y)]^k. \quad (63)$$

Z uporabo eksponentne in Pareto porazdelitve za opis velikosti konic nad vrednostjo praga x_0 in Poissonove, binomske in negativne binomske porazdelitve za modeliranje števila konic v posameznem letu, lahko zapišemo naslednje kombinacije verjetnostnih porazdelitev (Önöz in Bayazit, 2001):

- Poissonova in eksponentna porazdelitev:

$$F_X(x) = \exp\left\{-\mu \exp\left[-\frac{x-x_0}{\beta}\right]\right\}. \quad (64)$$

- Binomska in eksponentna porazdelitev:

$$F_X(x) = (1 - \alpha)^\gamma \left\{1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \left[1 - \exp\left(-\frac{x-x_0}{\beta}\right)\right]\right\}^\gamma. \quad (65)$$

- Negativna binomska in eksponentna porazdelitev:

$$F_X(x) = (1 - \alpha)^\gamma \left\{1 - \alpha \left[1 - \exp\left(-\frac{x-x_0}{\beta}\right)\right]\right\}^{-\gamma}. \quad (66)$$

- Poissonova in Pareto porazdelitev:

$$F_X(x) = \exp\left\{-\mu \left[1 - \left(\frac{k}{\beta}\right) (x - x_0)\right]^{1/k}\right\}. \quad (67)$$

Za oceno parametrov posameznih porazdelitev lahko uporabimo enostavno metodo momentov. Momenti posameznih porazdelitev so zapisani v prejšnjih poglavjih. Za porazdelitev s k parametri izenačimo prvih k momentov porazdelitve s prvimi k momentami vzorca. Dobimo k enačb, ki jih lahko rešimo in s tem ocenimo k parametrov porazdelitve. Za enoparametrsko porazdelitev uporabimo

srednjo vrednost (moment prvega reda), za dvoparametrsko porazdelitev pa uporabimo srednjo vrednost in varianco (moment drugega reda). V primeru, da želimo določiti še tretji parameter porazdelitve, lahko uporabimo tudi koeficient asimetrije.

4.6 Izračun pretoka za izbrano povratno dobo in ustrezno porazdelitev

V nadaljevanju so podani izrazi za izračun ocene pretoka, ki je odvisen od povratne dobe, porazdelitve za modeliranje velikosti konic nad pragom x_0 in porazdelitve za opis števila konic v letu (Önöz in Bayazit, 2001):

- Poissonova in eksponentna porazdelitev:

$$x_T = x_0 + \beta \ln \mu - \beta (-\ln T_1). \quad (68)$$

- Binomska in eksponentna porazdelitev:

$$x_T = x_0 + \beta \ln \alpha - \beta \ln (1 - T_1^{1/\gamma}). \quad (69)$$

- Negativna binomska in eksponentna porazdelitev:

$$x_T = x_0 - \beta \ln \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) - \beta \ln (T_1^{-1/\gamma} - 1). \quad (70)$$

- Poissonova in Pareto porazdelitev:

$$x_T = x_0 - \frac{\beta}{k} \left\{ -1 + \left(-\frac{\ln(T_1)}{\mu} \right)^k \right\}. \quad (71)$$

Parameter T_1 je določen z enačbo 6, ostali parametri pa pripadajo izbranim porazdelitvenim funkcijam in so zapisani v prejšnjih podpoglavjih poglavja 4.

5 TESTI USTREZNOSTI IZBIRE PORAZDELITVE

Potem, ko smo izbrali ustrezno porazdelitev in za izbrano vrednost praga upoštevali pogoje neodvisnosti, je potrebno preveriti ustreznost izbire porazdelitve. V literaturi lahko najdemo nekaj testov, ki preverjajo ali se izbrana teoretična porazdelitev prilega podatkom. Prikazana sta dva testa, ki ju lahko uporabimo z metodo letnih maksimumov, 5 testov, ki so primerni za obe metodi verjetnostnih analiz in 4 testi, ki jih lahko uporabimo z metodo vrednosti nad izbranim pragom.

5.1 Kolmogorov-Smirnov test

Kolmogorov-Smirnov (K-S) test temelji na empirični porazdelitveni funkciji in je primeren le za testiranje zveznih porazdelitev (Brilly in Šraj, 2005). K-S test preverja le maksimalno odstopanje med teoretično in empirično porazdelitveno funkcijo. Testiramo hipotezo, da elementi vzorca sledijo izbrani teoretični porazdelitvi. Izmerjene vrednosti pretokov moramo razvrstiti v naraščajočem redu. Vrednost testne statistike je določena z naslednjim izrazom (Brilly in Šraj, 2005):

$$D = \max |F_x(Q_{max,i}) - F_i(x)|, \quad (72)$$

kjer je:

| | |
|----------------|---|
| $F_i(x) = i/n$ | empirična porazdelitvena funkcija, |
| $F_x(x)$ | izbrana (testirana) porazdelitvena funkcija, |
| i | zaporedna številka naraščajoče razvrščenega vzorca. |

V primeru, da je rezultat testa K-S večji kot mejna vrednost, ki jo določa število elementov vzorca in izbrana stopnja zaupanja α , je ničelna hipoteza zavrnjena in izbrane teoretične porazdelitve ne smemo uporabiti. V nasprotnem primeru ničelne hipoteze ne moremo zavrniti z izbrano stopnjo tveganja. Mejne vrednosti Kolmogorov-Smirnov testa lahko najdemo v literaturi (Haan, 2002). Običajne mejne vrednosti veljajo v primeru, ko parametri porazdelitve niso določeni iz vzorca, ki ga testiramo. To pomeni, da mora biti testirana porazdelitev popolnoma definirana (Haan, 2002; Kottegoda in Rosso, 2008). V primeru, da parametre testirane porazdelitvene funkcije določimo iz vzorca, je potrebno mejne vrednosti ustrezno korigirati.

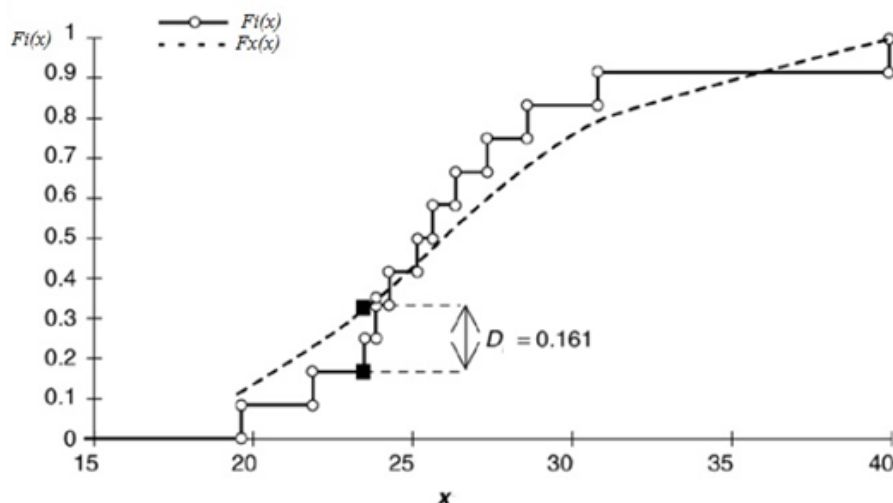
Lilliefors (1967) je podal mejne vrednosti Kolmogorov-Smirnov testa za normalno in logaritemsko normalno porazdelitev (v primeru, da parametre porazdelitve določimo iz vzorca). V članku, ki ga je napisal Chandra s sodelavci (Chandra et al., 1981), so podane mejne vrednosti K-S testa za primer porazdelitve ekstremnih vrednosti. Crutcher (1975) je podal mejne vrednosti K-S testa za primer gama porazdelitev (Pearsonova in logaritemsko Pearsonova) in Gumbelove porazdelitve. Stephens (1979) pa je podal mejne vrednosti Kolmogorov-Smirnov testa za primer logistične porazdelitve, ki je poseben primer generalizirane logistične porazdelitve

Kolmogorov-Smirnov test preverja ustreznost porazdelitve na podlagi maksimalnega odstopanja med podatki in testirano porazdelitvijo. Lahko se zgodi, da se porazdelitev dobro prilega podatkom, vendar je med podatki tudi osamelec, zaradi katerega je testirana porazdelitev zavrnjena.

Prednost Kolmogorov-Smirnov testa pred Hi-kvadrat testom je izrazita v primeru majhnih vzorcev, ki jih težko razvrstimo v razrede (Brilly in Šraj, 2005). Kolmogorov-Smirnov test je neparametričen test

(Borradaile, 2003). To pomeni, da je preizkušanje ničelne hipoteze neodvisno od porazdelitvene funkcije.

Na sliki 24 je prikazano grafično določanje testne statistike Kolmogorov-Smirnov testa.



Slika 24: Grafični prikaz kritične vrednosti Kolmogorov-Smirnov testa (Povzeto po Vose, 2010: str. 11)

5.2 Anderson-Darling test

Anderson-Darling (A-D) test je posebna različica Kolmogorov-Smirnov testa. A-D test se ne osredotoči le na iskanje maksimalnega odstopanja, ampak upošteva vse obravnavane vrednosti. Prav tako ima test nekoliko večji poudarek na obeh koncih porazdelitve, kjer se v večini primerov nahajajo osamelci. Testna statistika je določena z naslednjim izrazom (Kottegoda in Rosso, 2008):

$$A^2 = -n - \sum_{i=1}^n \frac{(2i-1)[\ln F_x(Q_{max,i}) + \ln\{1-F_x(Q_{max,n-i+1})\}]}{n}, \quad (73)$$

kjer je:

- n število elementov vzorca,
- $F_x(x)$ izbrana porazdelitvena funkcija,
- i zaporedna številka naraščajoče razvrščenega vzorca.

Tudi A-D test se lahko uporabi za manjše velikosti vzorcev. V literaturi lahko najdemo mejne vrednosti Anderson-Darling testa, ki so odvisne od velikosti vzorca n in izbrane stopnje zaupanja α (Kottegoda in Rosso, 2008). Mejne vrednosti Anderson-Darling testa so odvisne od tega ali parametre porazdelitve ocenimo iz vzorca ali tega ne storimo. Kottegoda in Rosso (2008) sta podala mejne vrednosti testa v primeru, da parametri porazdelitve niso določeni s pomočjo vzorca, ki ga testiramo.

V primeru, da parametre določimo iz testiranega vzorca, so mejne vrednosti testa odvisne tudi od testirane porazdelitve. Kottegoda in Rosso (2008) sta podala mejne vrednosti za normalno, logaritemsko normalno in eksponentno porazdelitev. Charles Annis (cit. po D'Agostino in Stephens, 1986) je podal mejne vrednosti Anderson-Darling testa za Gumbelovo in Weibullovo porazdelitev. Zheng (2002) je v svojem delu podal mejne vrednosti A-D testa za gama porazdelitve (Pearsonova in

logaritemsko Pearsonova). Ahmad s sodelavci (Ahmad et al., 1988) pa je podal mejne vrednosti A-D testa za primer porazdelitve ekstremnih vrednosti in generalizirane logistične porazdelitve.

V primeru, da je vrednost testa manjša od podane mejne vrednosti, testirane porazdelitve ne moremo zavrniti z izbrano stopnjo zaupanja. Če pa je vrednost testne statistike večja od mejne vrednosti, je testirana porazdelitev zavrnjena s stopnjo značilnosti α . Tudi pri A-D testu velja podobno kot pri Kolmogorov-Smirnov testu. Manjši kot je rezultat testa A-D, večje je ujemanje med testirano porazdelitvijo in podatki.

5.3 AIC test

AIC (angl. *Akaike information criterion*) test se lahko uporabi za določitev najprimernejše porazdelitvene funkcije. Velika prednost tega testa pred K-S, A-D in Hi-kvadrat testom je, da upošteva tudi število parametrov porazdelitve. Test naj bi bil bolj sodobno zasnovan kot klasični testi, ki preverjajo ustreznost porazdelitev (Vose, 2010). Poleg vpliva števila parametrov zajame tudi odstopanje modela od podatkov (Karmakar in Simonovic, 2007). Testna statistika je določena z naslednjim izrazom (Karmakar in Simonovic, 2007):

$$AIC = n \log(MSE) + 2k, \quad (74)$$

kjer je:

- n število elementov vzorca,
- k število parametrov porazdelitve,
- $MSE = RMSE^2$ poglavje 5.7 (angl. *mean squared error*).

Najboljše ujemanje rezultatov s podatki da tista porazdelitev, ki ima minimalno vrednost testa AIC (Karmakar in Simonovic, 2007). Rezultat testa AIC je lahko tudi negativno število.

5.4 Korelacijski koeficient PPCC

Za kontrolo ustreznosti izbire porazdelitve letnih maksimumov in izbor porazdelitve, ki se najbolj prilega podatkom, se lahko uporabi testna statistika PPCC (Das, 2010). PPCC (angl. *probability plot correlation coefficient*) je testna statistika, ki meri linearnost grafičnega prikaza verjetnosti podatkov (Bulu in Onoz, 1997). Pri tem testu se izračuna vrednost korelacijskega koeficienta. Primerja se izmerjene pretoke z ocenjenimi vrednostmi. Vzorec izmerjenih pretokov se uredi v naraščajočem vrstnem redu. Izračunani pretoki so odvisni od izbrane porazdelitvene funkcije. Verjetnost izmerjenega pretoka pa je odvisna od izbrane enačbe za grafični prikaz verjetnosti posameznega podatka. Nekatere enačbe, ki določajo empirične porazdelitve, so prikazane v preglednici 2.

PPCC test se lahko uporabi kot klasični test za kontrolo ustreznosti izbrane porazdelitve. Izračuna se vrednost testne statistike, določi se stopnja zaupanja in na podlagi rezultatov lahko zavrnemo ali ne zavrnemo izbrane porazdelitve z določeno stopnjo tveganja (Bulu in Onoz, 1997).

Mejne vrednosti PPCC testa za normalno, logaritemsko normalno in Gumbelovo porazdelitev je podal Vogel (1986). Podatke o mejnih vrednosti GEV porazdelitve lahko najdemo v članku, ki ga je napisal Chowdhury s sodelavci (Chowdhury et al., 1991). Mejne vrednosti PPCC testa za Pearsonovo in

logaritemsko Pearsonovo porazdelitev tipa 3 sta podala Vogel in McMartin (1991). Mejne vrednosti za GL porazdelitev so v grafični obliki podali Kim in sodelavci (Kim et al., 2008). Vrednost koeficienta korelacije se izračuna z naslednjim izrazom (Kottegoda in Rosso, 2008):

$$PPCC = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (Q_{max,i} - \bar{Q}_{max})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 * \sum_{i=1}^n (Q_{max,i} - \bar{Q}_{max})^2}} \quad (75)$$

kjer je:

- x_i izračunana vrednost pretoka za izbrano porazdelitev,
- $Q_{max,i}$ izmerjena vrednost pretoka,
- \bar{x} povprečna vrednost izračunanih pretokov,
- \bar{Q}_{max} povprečna vrednost izmerjenih pretokov.

Za izračun verjetnosti $F_i(x)$ posameznega izmerjenega pretoka $Q_{max,i}$ se lahko uporabi Weibullova enačba, ki je prikazana v preglednici 2. Za te verjetnosti $F_i(x)$ se nato izračunajo pretoki x_i za izbrano porazdelitveno funkcijo.

Bližje kot je korelacijski koeficient PPCC vrednosti 1, manjša je razlika med izmerjenimi in izračunanimi pretoki (Maidment, 1993). V primeru, da bi korelacijski koeficient zavzel vrednost 1, bi to pomenilo popolno ujemanje izmerjenih in izračunanih pretokov. V primeru, da je vrednost testne statistike PPCC bližje vrednosti 1 kot je mejna vrednost, potem obravnavane porazdelitve ne moremo zavrniti z izbrano stopnjo značilnosti. Če je testna statistika manjša od mejne vrednosti, lahko porazdelitev, ki jo preizkušamo, zavrnemo z določeno stopnjo tveganja.

5.5 Test RMSE

Test RMSE (angl. *root mean square error*) se lahko uporabi za določitev najustreznejše porazdelitve. Gre za preprosto enačbo, ki jo določata izmerjeni in izračunani pretok. Izmerjeni pretoki so urejeni v naraščajočem redu. S pomočjo Weibullove enačbe (ali katere druge enačbe, ki je zapisana v preglednici 2) lahko določimo verjetnost oziroma povratno dobo posameznega podatka. Za te vrednosti povratnih dob nato izračunamo vrednost pretoka s pomočjo izbrane porazdelitvene funkcije. Vrednost testne statistike lahko izračunamo s pomočjo enostavne enačbe (Maidment, 1993):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - Q_{max,i})^2}, \quad (76)$$

kjer je:

- x_i izračunana vrednost pretoka za izbrano porazdelitev,
- $Q_{max,i}$ izmerjena vrednost pretoka.

Ne obstajajo dobri ali slabi rezultati testa RMSE. Velik vpliv na izračunano vrednost imajo osamelci (Swanson et al., 2011). Test RMSE je primeren za primerjavo različnih porazdelitev. Podatkom se najbolj prilaga tista porazdelitev, ki ima najnižjo vrednost testne statistike RMSE. Test RMSE sta v svojem poročilu o Copula funkciji uporabila tudi Karmakar in Simonovic (2007).

5.6 Testa MAE in RMAE

Tako kot RMSE se tudi test MAE (angl. *mean absolute error*) lahko uporabi za določitev najustreznejše porazdelitve. Vrednost testne statistike MAE je določena z naslednjo enačbo (Maidment, 1993):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - Q_{max,i}|, \quad (77)$$

kjer je x_i izračunana (ocenjena) vrednost pretoka, ki jo določa porazdelitvena funkcija, $Q_{max,i}$ je izmerjena vrednost pretoka. V primerjavi s testom RMSE na rezultat testa MAE manj vplivajo osamelci. Zaradi te lastnosti naj bi bil test, ki uporabi absolutno razliko, bolj zanesljiv ocenjevalec razlike med izmerjenimi in izračunanimi vrednostmi (Maidment, 1993). Rezultat testa MAE ima enake enote kot osnovni podatki. Vrednost testa MAE je v večini primerov nekoliko manjša kot vrednost testa RMSE (Swanson et al., 2011).

Test RMAE (angl. *relative mean absolute error*) je določen z naslednjo enačbo (Maidment, 1993):

$$RMAE = \frac{MAE}{\bar{Q}_{max}}, \quad (78)$$

kjer je:

\bar{Q}_{max} povprečna vrednost izmerjenih pretokov.

Tako za RMAE kot MAE velja, da manjši kot je rezultat testa, manjše je odstopanje med izmerjenimi in izračunanimi pretoki. To pomeni, da se testirana porazdelitvena funkcija bolje prilega podatkom.

5.7 Test indeksa disperzije

Test se lahko uporabi za izbiro porazdelitve, ki opiše število konic v posameznem letu. Gre za enostaven test, ki ga je predlagal Cunnane (1979). Test temelji na Fischerjevem disperzijskem testu, ki je porazdeljen po Hi-kvadrat (χ^2) porazdelitvi. Testna statistika je enaka:

$$D = \sum_{i=1}^N \frac{(m_i - \bar{m})^2}{\bar{m}} = \frac{(N-1)V}{E}. \quad (79)$$

V zgornji enačbi m_i predstavlja letno število vrednosti (konic) nad pragom x_0 v letu i ($i=1, 2, \dots, N$), \bar{m} je srednja vrednost od m . Spremenljivka V označuje varianco spremenljivke m , E pa pomeni povprečno vrednost od m . Poissonova porazdelitev ima indeks disperzije d enak 1. Hipoteza o Poissonovi porazdelitvi ni zavrnjena, če rezultat testa D leži v območju $(\chi_{\alpha/2}^2, \chi_{1-\alpha/2}^2)$. V primeru, da rezultat testa D pade izven območja mejnih vrednosti, moramo uporabiti binomsko ali negativno binomsko porazdelitev. Če je $D < \chi_{\alpha/2}^2$, je potrebno uporabiti binomsko porazdelitev. Če pa je $D > \chi_{1-\alpha/2}^2$, naj bi negativna binomska porazdelitev dala dobro ujemanje s podatki. α je stopnja tveganja, ki določa širino intervala zaupanja. Večja kot je stopnja tveganja, večji bo interval v katerem porazdelitev ne bo zavrnjena. Mejne vrednosti Hi-kvadrat testa lahko izračunamo z računalniškim programom ali jih odčitamo iz vnaprej pripravljenih tabel v literaturi (Haan, 2002).

5.8 Hi-kvadrat test (χ^2 test)

Eden od pogosto uporabljenih testov za preizkušanje ujemanja teoretične porazdelitve in empiričnih podatkov je Hi-kvadrat test. Z njim lahko testiramo tako zvezne kot diskretne porazdelitve (Brilly in Šraj, 2005). Lahko ga uporabimo za testiranje ustreznosti Poissonove, binomske ali negativne binomske porazdelitve. Test primerja dejansko število dogodkov v posameznem razredu s pričakovanim številom dogodkov v posameznem razredu. Pričakovano število dogodkov v razredu določa izbrana teoretična porazdelitev. Testna statistika se izračuna s pomočjo naslednjega izraza (Haan, 2002):

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (80)$$

V enačbi 80 k predstavlja število razredov, O_i je opazovano število dogodkov v določenem razredu, E_i je pričakovano število dogodkov v i -tem razredu, α je stopnja značilnosti. Porazdelitev χ_c^2 sledi Hi-kvadrat porazdelitvi s $k-p-1$ prostostnimi stopnjami, kjer je p število parametrov, ki jih določimo iz obravnavanega vzorca. Hipoteza, da podatki pripadajo predpostavljeni porazdelitvi, je zavrnjena, če velja:

$$\chi_c^2 > \chi_{1-\alpha, k-p-1}^2 \quad (81)$$

Preglednica 3: Primer Hi-kvadrat testa

| Razred | O_i | E_i | χ_c^2 |
|--------|-------|-------|------------|
| 0 | 11,68 | 13 | 0,15 |
| 1 | 18,71 | 16 | 0,40 |
| 2 | 15,00 | 15 | 0 |
| 3 | 8,02 | 10 | 0,49 |
| 4 | 3,21 | 3 | 0,014 |
| 5 | 1,38 | 1 | 0,11 |
| Vsota | 58 | 58 | 1,16 |

V preglednici 3 je prikazan primer Hi-kvadrat testa za preizkušanje Poissonove porazdelitve. Opazimo lahko, da je bilo v danem primeru 13 let, v katerih ni bilo nobenega dogodka nad vrednostjo praga x_0 in eno leto v katerem se je zgodilo pet dogodkov nad pragom. Pričakovano število elementov v razredu je izračunano z naslednjimi izrazi (Haan, 2002):

$$\begin{aligned} E_i &= NF_x(x_i) && \text{za prvi razred,} \\ E_i &= N[F_x(x_i) - F_x(x_{i-1})] && \text{ostali razredi,} \\ E_i &= N[F_x(\infty) - F_x(x_{k-1})] && \text{zadnji razred.} \end{aligned} \quad (82)$$

V zgornjih izrazih x_i predstavlja desno mejo i -tega razreda in N število let podatkov, ki jih analiziramo.

V literaturi lahko najdemo priporočila o minimalnem številu elementov v posameznem razredu. Nekateri avtorji predlagajo minimalno 3 elemente v razredu, nekateri drugi minimalno 5 (Haan, 2002). Ob upoštevanju tega pogoja je potrebno razrede združiti in tako ti niso več enakomerno široki. Razrede je možno določiti tudi tako, da je E_i (pričakovano število elementov v i -tem razred) enak za

vsak razred. Tudi v tem primeru razredi niso enakomerno široki. Mejne vrednosti statistike lahko glede na stopnjo tveganja odčitamo iz preglednic v literaturi (Haan, 2002) ali jih izračunamo s pomočjo računalniških programov.

5.9 Test G

V članku, ki sta ga napisala Van Montfort in Witter (1985), lahko najdemo preprost test, s katerim lahko preizkušamo eksponentno porazdelitev velikosti konic y . Velikost konic je določena z enačbo 58. Testna statistika je določena z enostavnim izrazom:

$$G = \frac{\text{maksimum } y}{\text{mediana } y}, \quad (83)$$

Mediana velikosti konic nad vrednostjo praga x_0 je določena z enačbo 13. Zanima nas ali lahko eksponentna porazdelitev opiše velikosti konic y . V primeru, da vrednost statistike G leži v območju (G_α , $G_{1-\alpha}$), hipoteza o eksponentni porazdeljenosti konic ni zavrjena. Če pa vrednost testne statistike pade izven območja, moramo za opis velikosti konic nad pragom x_0 uporabiti Pareto porazdelitev.

Podatke lahko nanesemo na verjetnostno mrežo, ki je prilagojena eksponentni porazdelitvi. Ta nam omogoča lažje odčitavanje in nanašanje podatkov zaradi spremenjenega merila osi. V primeru, da podatki določajo premico, lahko govorimo o eksponentnem obnašanju podatkov. V tem primeru je oblikovni koeficient k enak 0. V primeru, da na verjetnostni mreži dobimo krivuljo, ki je zavita navzgor ($k < 0$) ali navzdol ($k > 0$), potem uporaba eksponentne porazdelitve ni primerna in moramo za modeliranje velikosti konic nad pragom uporabiti Pareto porazdelitev.

Preglednica 4: Mejne vrednosti testne statistike G (Van Montfort in Witter, 1985)

| $n \backslash \alpha$ | 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,1 | 0,5 | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
|-----------------------|-------|-------|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 3 | 1,012 | 1,031 | 1,062 | 1,13 | 2,00 | 6,26 | 9,47 | 14,00 | 23,00 |
| 5 | 1,12 | 1,20 | 1,30 | 1,44 | 2,78 | 7,22 | 9,93 | 13,35 | 19,25 |
| 7 | 1,27 | 1,39 | 1,53 | 1,75 | 3,29 | 7,63 | 10,00 | 12,82 | 17,35 |
| 9 | 1,42 | 1,58 | 1,75 | 2,01 | 3,67 | 7,90 | 10,05 | 12,50 | 16,30 |
| 11 | 1,57 | 1,75 | 1,95 | 2,23 | 3,97 | 8,08 | 10,10 | 12,23 | 15,65 |
| 13 | 1,71 | 1,91 | 2,12 | 2,42 | 4,22 | 8,23 | 10,12 | 12,18 | 15,20 |
| 15 | 1,84 | 2,06 | 2,28 | 2,60 | 4,44 | 8,36 | 10,16 | 12,10 | 14,90 |
| 17 | 1,96 | 2,19 | 2,43 | 2,76 | 4,62 | 8,48 | 10,20 | 12,04 | 14,67 |
| 19 | 2,07 | 2,31 | 2,56 | 2,90 | 4,78 | 8,58 | 10,25 | 12,01 | 14,50 |
| 21 | 2,18 | 2,43 | 2,68 | 3,03 | 4,93 | 8,67 | 10,30 | 12,00 | 14,37 |
| 23 | 2,28 | 2,53 | 2,80 | 3,15 | 5,03 | 8,76 | 10,34 | 11,99 | 14,27 |
| 25 | 2,37 | 2,63 | 2,90 | 3,26 | 5,19 | 8,84 | 10,39 | 11,99 | 14,20 |
| 50 | 3,21 | 3,49 | 3,80 | 4,24 | 6,18 | 9,38 | 10,66 | 12,02 | 13,91 |
| 100 | 4,28 | 4,57 | 4,88 | 5,29 | 7,20 | 10,19 | 11,53 | 12,86 | 14,50 |
| 250 | 5,60 | 5,94 | 6,25 | 6,70 | 8,55 | 11,33 | 12,44 | 13,57 | 15,13 |
| 500 | 6,63 | 6,99 | 7,26 | 7,70 | 9,52 | 12,33 | 13,51 | 14,58 | 15,79 |

Test G so v svojih člankih uporabili tudi: Önöz in Bayazit (2001) in Madsen s sodelavci (Madsen et al., 1993).

V preglednici 4 so zapisane mejne vrednosti testne statistike G, ki so določene glede na stopnjo tveganja α in velikost vzorca n . Vzorec v primeru POT metode določajo vse konice nad pragom x_0 , v primeru metode letnih maksimumov pa vzorec določa število let podatkov, ki jih analiziramo. Določimo lahko točno porazdelitev G-ja za eksponentne podatke. S pomočjo analitičnih izrazov sta avtorja testa določila vrednosti za vzorce velikosti $n < 25$, s pomočjo simulacij pa še za ostale vrednosti iz preglednice 4 (Van Montfort in Witter, 1985).

5.10 Testna statistika $r\sqrt{n}$

Van Montfort in Witter (1985) sta poleg preproste testne statistike G predlagala še en test, ki prav tako preverja ustreznost eksponentne porazdelitve. V nadaljevanju je opisan postopek, ki določa testno statistiko $r\sqrt{n}$.

Začnemo z ureditvijo vzorca velikosti n v naraščajočem redu. Dobimo razvrščen vzorec $y_0 \leq y_1 \leq \dots \leq y_n$, kjer je 0-ti element y_0 enak vrednosti praga x_0 . Nato izračunamo razlike med zaporednimi elementi vzorca:

$$g_i = y_{i+1} - y_i. \quad (84)$$

Vrednosti razlik delimo s pričakovanimi razlikami med zaporednimi elementi vzorca, ki pripadajo eksponentni porazdelitvi:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \sum_{j=1}^i (n+1-j)^{-1}, \\ l_i &= \frac{y_{i+1} - y_i}{\mu_{i+1} - \mu_i} = \frac{n-1}{y_{i+1} - y_i}. \end{aligned} \quad (85)$$

Nato primerjamo nagib krivulje, ki jo določa vzorec, ki ga preizkušamo, z nagibom, ki je pričakovan glede na eksponentno porazdelitev. Poiščemo vrednost korelacijskega koeficienta r , ki ga določata l_i in $-z_{i+1/2}$, kjer $i=0, \dots, n-1$. Vrednost z_i je odvisna od velikosti vzorca.

$$z_i = \ln\left(\frac{n+1}{n+1-i}\right). \quad (86)$$

V preglednici 5 je prikazan primer izračuna korelacijskega koeficienta r . Uporabljene so enačbe, ki so bile predstavljene v tem poglavju. V preglednici 6 so prikazane mejne vrednosti testne statistike $r\sqrt{n}$, ki so razvrščene glede na velikost vzorca n in stopnjo tveganja α .

V primeru, da vrednost statistike $r\sqrt{n}$ leži v območju $(r\sqrt{n}_\alpha, r\sqrt{n}_{1-\alpha})$, hipoteza o eksponentni porazdeljenosti velikosti konic nad vrednostjo praga x_0 ni zavrnjena. V primeru, da vrednost testa pade izven območja, ki ga določata mejni vrednosti, je priporočljiva uporaba Pareto porazdelitve.

Van Montfort in Witter (1985) sta v svojem članku primerjala statistike G in $r\sqrt{n}$. Ugotovila sta, da je med testoma malo razlike in da ima test G zaradi svoje enostavne uporabe prednost.

Preglednica 5: Prikaz računa testne statistike $r\sqrt{n}$ (Van Montfort in Witter, 1985)

| i | y_i | g_i | l_i | $z_{i+1/2} (-1)$ |
|-----|-------|-------|-------|------------------|
| 0 | 0 | 20 | 180,0 | -0,051 |
| 1 | 20 | 55 | 440,0 | -0,163 |
| 2 | 75 | 2 | 14,0 | -0,288 |
| 3 | 77 | 82 | 489,1 | -0,431 |
| 4 | 159 | 15 | 77,4 | -0,598 |
| 5 | 174 | 13 | 52,0 | -0,799 |
| 6 | 187 | 157 | 471,0 | -1,050 |
| 7 | 344 | 93 | 185,2 | -1,386 |
| 8 | 437 | 239 | 239,4 | -1,897 |
| 9 | 676 | | | |
| | | | $r=$ | 0,0015 |

Preglednica 6: Mejne vrednosti testne statistike $r\sqrt{n}$ (Van Montfort in Witter, 1985)

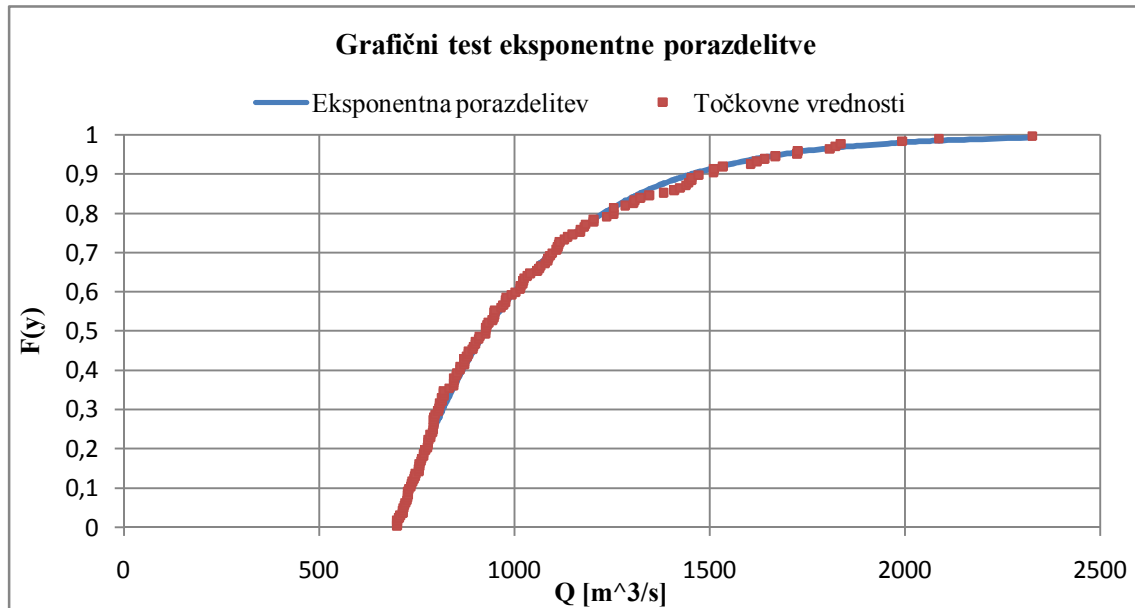
| $n\alpha$ | 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,1 | 0,5 | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|-------|------|
| 20 | -2,44 | -2,01 | -1,72 | -1,37 | 0,05 | 1,31 | 1,57 | 1,76 | 2,00 |
| 50 | -2,53 | -2,11 | -1,69 | -1,33 | 0,07 | 1,25 | 1,55 | 1,75 | 2,10 |
| 100 | -2,63 | -2,18 | -1,80 | -1,40 | 0,04 | 1,21 | 1,59 | 1,88 | 2,10 |
| 500 | -2,39 | -2,04 | -1,72 | -1,32 | 0,08 | 1,27 | 1,57 | 1,84 | 2,20 |

5.11 Grafični test ustreznosti eksponentne porazdelitve

Ustreznost eksponentne porazdelitve za opis velikosti konic nad pragom lahko preverimo tako, da na isti graf nanesemo točke in eksponentno krivuljo. V primeru, da se eksponentna krivulja dobro ujema s podatki, lahko sklepamo o ustreznosti testirane porazdelitve. Če pa se teoretična krivulja ne prilega podatkom, moramo izbrati drugo porazdelitev. Porazdelitvena funkcija eksponentne porazdelitve je določena z enačbama 61 in 62. Za prikaz podatkov lahko uporabimo empirično porazdelitev, ki jo je podal Hazen (Brilly in Šraj, 2005). Najprej moramo vzorec urediti v naraščajočem redu in ga oštevilčiti, kjer i pomeni zaporedno številko razvrščenega elementa. Z naslednjo enačbo določimo verjetnost posameznega podatka:

$$F_i = \frac{i-0,5}{n}. \quad (87)$$

Na sliki 25 lahko vidimo primer dobrega ujemanja podatkov in eksponentne porazdelitve. Za prikaz podatkov bi lahko bila uporabljena tudi katerakoli druga enačba iz preglednice 2.



Slika 25: Prikaz grafičnega testa ustreznosti eksponentne porazdelitve

6 INTERVALI ZAUPANJA

Preprosto merilo natančnosti ocene pretoka x_T (x_i) je njegova varianca $\text{Var}(x_T)$. Varianca ocenjene vrednosti pretoka je enaka kvadratu standardne napake $\text{SE}^2 = \text{Var}(x_T)$ (angl. *standard error*). Intervali zaupanja so le ena od oblik za izražanje natančnosti porazdelitvene funkcije (Maidment, 1993).

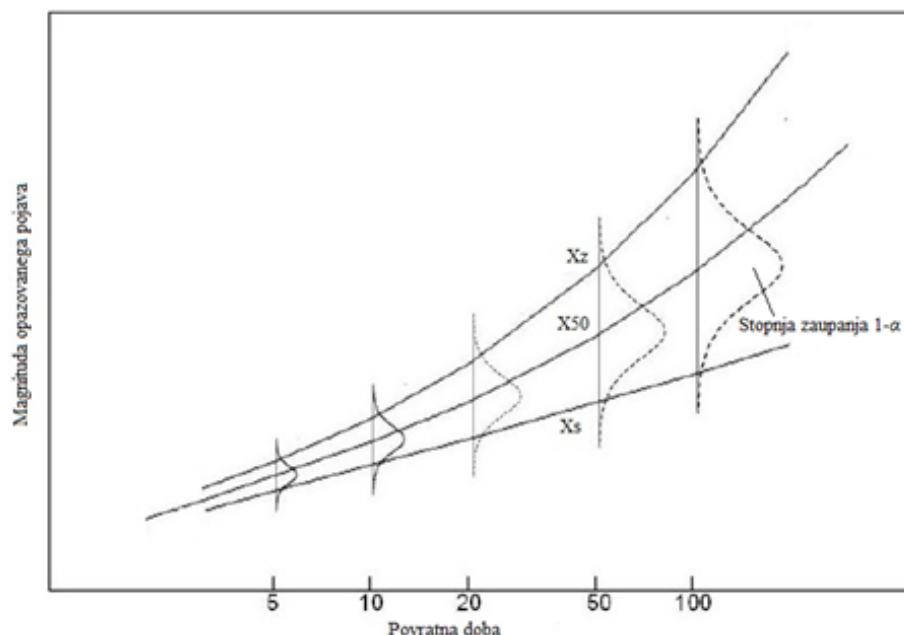
Pravilno zasnovani 90 % interval zaupanja pomeni, da bo ocenjena vrednost pri ponovnem vzorčenju z 90 % verjetnostjo ležala v območju, ki ga določata intervala zaupanja in ne pomeni, da se ocenjena vrednost z 90 % verjetnostjo nahaja v območju, ki ga določata intervala zaupanja (Cunnane, 1989).

Z večanjem velikosti vzorca n je večina ocenjenih vrednosti pretokov x_T normalno porazdeljenih. V primeru, da ima x_T varianco $\text{Var}(x_T)$ in je ta normalno porazdeljena, lahko zapišemo $100(1-\alpha)$ % interval zaupanja (Maidment, 1993):

$$\begin{aligned} x_S &= x_T - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(x_T)}, \\ x_Z &= x_T + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(x_T)}, \end{aligned} \quad (88)$$

kjer je:

| | |
|-------------------|---|
| x_T | izračunana ocenjena vrednost pretoka, |
| $\text{Var}(x_T)$ | varianca izračunane vrednosti pretoka, |
| $z_{1-\alpha/2}$ | standardizirana normalna spremenljivka, |
| x_S | spodnja meja intervala zaupanja, |
| x_Z | zgornja meja intervala zaupanja. |



Slika 26: Prikaz zgornje in spodnje meje intervala zaupanja za porazdelitveno funkcijo (Povzeto po Shin, 2009: str. 31)

Na sliki 26 je prikazana krivulja, ki povezuje magnitudo in povratno dobo, ter pripadajoči interval zaupanja. Vrednosti standardizirane normalne spremenljivke so podane v preglednici 7 (Maidment, 1993).

Preglednica 7: Vrednosti standardizirane normalne spremenljivke v odvisnosti od izbrane stopnje zaupanja α (Maidment, 1993)

| α [%] | 1 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,05 | 0,02 | 0,004 | 0,002 |
|------------------|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| $z_{1-\alpha/2}$ | 0,00 | 0,842 | 1,282 | 1,645 | 1,96 | 2,326 | 2,878 | 3,090 |

Intervale zaupanja je možno izračunati za tiste porazdelitve, za katere je v literaturi možno najti dobre ocene za njihove standardne napake. V nadaljevanju so predstavljeni izrazi za izračun standardne napake oziroma variance izračunane vrednosti pretoka za nekatere pogosto uporabljene porazdelitvene funkcije.

6.1 Normalna in logaritemsko normalna porazdelitev

Varianco ocene pretoka normalne porazdelitve lahko izračunamo z naslednjim izrazom (Maidment, 1993):

$$\text{Var}(x_T) = \frac{\sigma_x^2}{n} \left(1 + \frac{1}{2} z_p^2 \right), \quad (89)$$

kjer je:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 & \quad \text{standardna deviacija,} \\ n & \quad \text{velikost vzorca,} \\ z_p = z(F(x)) & \quad \text{standardizirana normalna spremenljivka za verjetnost } F(x). \end{aligned}$$

Standardizirano normalno spremenljivko lahko enostavno izračunamo s pomočjo programa MS Excel, ki vsebuje ukaz $\text{NORMSINV}(F(x))$. S pomočjo enačb 88 in 89 lahko izračunamo spodnjo in zgornjo mejo intervala zaupanja za izbrano stopnjo zaupanja α .

Nekoliko spremenjena enačba velja tudi za izračun variance ocenjene vrednosti pretoka za logaritemsko normalno porazdelitev (Maidment, 1993):

$$\text{Var}(y_T) = \frac{\log \sigma_x^2}{n} \left(1 + \frac{1}{2} z_p^2 \right), \quad (90)$$

Zgornjo in spodnjo mejo intervala zaupanja lahko izračunamo z naslednjimi izrazi (Maidment, 1993) :

$$\begin{aligned} U_S &= y_T - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(y_T)} & x_S &= 10^{U_S}, \\ U_Z &= y_T + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(y_T)} & x_Z &= 10^{U_Z}. \end{aligned} \quad (91)$$

Za normalno in logaritemsko normalno porazdelitev je možno izračunati povsem natančne vrednosti intervalov zaupanja z uporabo necentralne t porazdelitve (Stedinger in ASCE, 1983).

6.2 Pearsonova in logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3

Varianco ocenjenega pretoka x_T Pearsonove porazdelitve tipa 3 lahko izračunamo z naslednjimi izrazi (Flood Manager, 2012):

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_T) &= \frac{\sigma_x^2}{n} \delta^2, & (92) \\ \delta^2 &= 1 + C_S K_p + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{4} C_S^2\right) K_p^2 + 6 \left(1 + \frac{1}{4} C_S^2\right) K_p' \left[\frac{1}{2} C_S K_p + \left(1 + \frac{5}{4} C_S^2\right) K_p' \right], \\ K_p &\cong \frac{2}{C_S} \left[\left(z_p - \frac{C_S}{6} \right) \frac{C_S}{6} + 1 \right]^3 - \frac{2}{C_S}, \\ K_p' &= \frac{\partial K_p}{\partial C_S} \cong \frac{1}{6} (z_p^2 - 1) + \frac{1}{9} (z_p^3 - 6z_p) \frac{C_S}{6} - \frac{1}{2} (z_p^2 - 1) \left(\frac{C_S}{6} \right)^2 + \frac{2}{3} z_p \left(\frac{C_S}{6} \right)^3 - \frac{5}{18} \left(\frac{C_S}{6} \right)^4, \end{aligned}$$

kjer je c_S koeficient asimetrije, z_p je standardizirana normalna spremenljivka za verjetnost $F_X(x)$, K_p je faktor frekvence Pearsonove porazdelitve tipa 3. Faktorji frekvence so pogosto tabelirani (Haan, 2002), lahko pa jih tudi izračunamo.

Zgornjo in spodnjo mejo intervala zaupanja Pearsonove porazdelitve tipa 3 lahko določimo z enačbama 88.

V primeru log-Pearsonove porazdelitve tipa 3 se izraz za varianco nekoliko spremeni:

$$\text{Var}(x_T) = \frac{\log \sigma_x^2}{n} \delta^2.$$

Za izračun spremenljivke δ^2 in faktorja frekvence se uporabijo enačbe 92, kjer upoštevamo koeficient asimetrije, ki pripada log-Pearsonovi porazdelitvi tipa 3. Obe meji intervala zaupanja lahko določimo z naslednjimi enačbami:

$$\begin{aligned} U_S &= y_T - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(y_T)} & x_S &= 10^{U_S}, \\ U_Z &= y_T + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(y_T)} & x_Z &= 10^{U_Z}. \end{aligned} \quad (93)$$

6.3 Gumbelova porazdelitev

Za Gumbelovo porazdelitev z dvema parametroma lahko standardno napako izračunamo s pomočjo naslednjih enačb (Flood Manager, 2012):

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_T) &= \frac{\sigma_x^2}{n} \sqrt{1 + 1,14 K_p + 1,1 K_p^2}, & (94) \\ K_p &= 0,78 [-\ln(-\ln F(x))] - 0,45. \end{aligned}$$

Faktor frekvence Gumbelove porazdelitve K_p je pogosto tabeliran v literaturi (Haan, 2002). Vrednost spodnje in zgornje meje intervala zaupanja za Gumbelovo porazdelitev lahko določimo z enačbama 88.

6.4 Porazdelitev ekstremnih vrednosti (GEV)

Za porazdelitev ekstremnih vrednosti s tremi parametri lahko varianco ocenjenega pretoka x_T izračunamo z naslednjo enačbo, ki velja za vrednosti oblikovnega parametra $-0,33 < k < 0,3$ (Maidment, 1993):

$$\text{Var}(x_T) = \frac{\alpha^2 \exp[a_0(F(x)) + a_1(F(x))\exp(-k) + a_2(F(x))k^2 + a_3(F(x))k^3]}{n}, \quad (95)$$

kjer je:

- k oblikovni parameter GEV porazdelitve,
- α parameter obsega GEV porazdelitve.

Ocenjene vrednosti variance so dokaj nenatančne za majhne vzorce (Maidment, 1993). Vrednosti parametrov a_0, a_1, a_2, a_3 so podane v preglednici 8 v odvisnosti od vrednosti porazdelitvene funkcije $F_X(x)$. Enačba 95 da dobre rezultate za velikosti vzorca $20 \leq n \leq 70$ in vrednosti oblikovnega parametra $k > -0,20$ (Maidment, 1993).

Preglednici 8: Vrednosti parametrov a_i v odvisnosti od porazdelitvene funkcije $F_X(x)$ (Maidment, 1993)

| F(x) | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,98 | 0,99 | 0,998 | 0,999 |
|-------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|
| a_0 | -1,813 | -2,667 | -3,222 | -3,756 | -4,147 | -5,336 | -5,943 |
| a_1 | 3,017 | 4,491 | 5,732 | 7,185 | 8,216 | 10,711 | 11,815 |
| a_2 | -1,401 | -2,207 | -2,367 | -2,314 | -0,2033 | -1,193 | -0,630 |
| a_3 | 0,854 | 1,802 | 2,512 | 4,075 | 4,780 | 5,300 | 6,262 |

Za izračun zgornje in spodnje meje intervala zaupanja se uporabi enačba 88.

6.5 Generalizirana logistična (GL) porazdelitev

Izraz za izračun variance ocenjenega pretoka generalizirane logistične porazdelitve je nekoliko bolj zapleten. Podal ga je Shin (2009) v svoji doktorski disertaciji:

$$\text{Var}(x_T) = \left(\frac{\mu_2}{n}\right) \left[1 + K_T \gamma_1 + \frac{K_T^2 (\gamma_2 - 1)}{4} + \left(\frac{\partial K_T}{\partial \gamma_1}\right) \left\{ 2\gamma_2 - 3\gamma_1^2 - 6 + K_T \left(\gamma_3 - \frac{3}{2}\gamma_1\gamma_2 - \frac{5}{2}\gamma_1 \right) \right\} + \left(\frac{\partial K_T}{\partial \gamma_1}\right)^2 \left\{ \gamma_4 - 3\gamma_1\gamma_3 - 6\gamma_2 + \frac{9}{4}\gamma_1^2\gamma_2 + \frac{35}{4}\gamma_1^2 + 9 \right\} \right], \quad (96)$$

kjer je K_T faktor frekvence za GL porazdelitev, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ so koeficienti, ki so odvisni od prvih šestih centralnih momentov μ_i ($i = 1, \dots, 6$), k je oblikovni parameter, α je parameter obsega, ζ je lokacijski parameter, Γ označuje gama funkcijo in ψ digama funkcijo.

$$\begin{aligned} \mu_2 &= \left(\frac{\alpha}{k}\right)^2 [g_2 - g_1^2], \\ g_r &= \Gamma(1 + rk)\Gamma(1 - rk) & r = 1, \dots, 6, \\ d_r &= r g_r \psi(1 + rk) - \psi(1 - rk) & r = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (97)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{k - g_3 + 3g_1g_2 - 2g_1^3}{|k| (g_2 - g_1^2)^{3/2}}, \\ \gamma_2 &= \frac{g_4 - 3g_1^4 - 4g_1g_3 + 6g_2g_1^2}{(g_2 - g_1^2)^2}, \\ \gamma_3 &= \frac{k - g_5 - 10g_1^2g_3 + 10g_1^3g_2 - 4g_1^5 + 5g_1g_4}{|k| (g_2 - g_1^2)^{5/2}}, \\ \gamma_4 &= \frac{g_6 + 15g_1^2g_4 - 20g_1^3g_3 + 15g_1^4g_2 - 5g_1^6 - 6g_1g_5}{(g_2 - g_1^2)^3}, \\ K_T &= \frac{\beta}{|\beta|} \frac{\Gamma(1+k)\Gamma(1-k) - (T-1)^{-k}}{(\Gamma(1+2k)\Gamma(1-2k) - \Gamma^2(1+k)\Gamma^2(1-k))^{1/2}}, \\ \frac{\partial K_T}{\partial \beta} &= \frac{\beta}{|\beta|} \left[\frac{d_1 + (T-1)^{-k} \log(T-1)}{(g_2 - g_1^2)^{1/2}} - \frac{1}{2} \frac{(g_1 - (T-1)^{-k})(d_2 - 2d_1g_1)}{(g_2 - g_1^2)^{3/2}} \right], \\ \frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta} &= \frac{\beta}{|\beta|} \left[\frac{3d_1g_2 + 3g_1d_2 - d_3 - 6d_1g_1^2}{(g_2 - g_1^2)^{3/2}} - \frac{3}{2} \frac{(3g_1g_2 - g_3 - 2g_1^3)(d_2 - 2d_1g_1)}{(g_2 - g_1^2)^{5/2}} \right], \\ \frac{\partial K_T}{\partial \gamma_1} &= \frac{\partial K_T / \partial \beta}{\partial \gamma_1 / \partial \beta}. \end{aligned}$$

Zgornjo in spodnjo mejo intervala zaupanja za generalizirano logistično porazdelitev lahko izračunamo z enačbo 88.

6.6 POT metoda

Tudi v primeru uporabe POT metode lahko izračunamo intervale zaupanja s pomočjo enačbe 88. Izraze za izračun variance ocenjenega pretoka x_T sta v svojem članku podala Önöz in Bayazit (2001):

- Poissonova in eksponentna porazdelitev:

$$\text{Var}(x_T) = \frac{\beta^2}{\mu N} \{1 + [\ln \mu - \ln(-\ln T_1)]^2\}. \quad (98)$$

- Binomska in eksponentna porazdelitev:

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_T) &= \frac{\beta^2}{N} \left\{ \left(2 + \frac{3\alpha-1}{\alpha\gamma} \right) \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha\gamma} \ln^2 \left(\frac{\alpha}{1-T_1^{1/\gamma}} \right) + \left[2(1-\alpha)\gamma - \frac{(1-2\alpha)^2}{\alpha} \right] \frac{1-\alpha}{\alpha^2\gamma^3} \frac{T_1^{2/\gamma} \ln^2 T_1}{(1-T_1^{1/\gamma})^2} - \right. \\ &\left. \frac{2(1-\alpha)}{\alpha^2\gamma^2} \left[\frac{(1-2\alpha)^2}{\alpha} - 2\gamma(1-\alpha) \right] \frac{T_1^{1/\gamma} \ln T_1}{1-T_1^{1/\gamma}} \right\}. \quad (99) \end{aligned}$$

- Negativna binomska in eksponentna porazdelitev:

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_T) &= \frac{\beta^2}{N} \left\{ \left(2 - \frac{2}{\gamma} - \frac{1}{\alpha\gamma} \right) \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1-\alpha}{\alpha\gamma} \ln^2 \left[\frac{(1-\alpha)(-1+T_1^{-1/\gamma})}{\alpha} \right] + \frac{2\gamma - \frac{(1+\alpha)^2}{\alpha}}{\alpha^2\gamma^3} \frac{T_1^{-2/\gamma} \ln^2 T_1}{(-1+T_1^{-1/\gamma})^2} + \right. \\ &\left. \frac{2}{\alpha^2\gamma^2} \left[\frac{(1+\alpha)^2}{\alpha} - 2\gamma \right] \frac{T_1^{-1/\gamma} \ln T_1}{-1+T_1^{-1/\gamma}} \right\}. \quad (100) \end{aligned}$$

Neznanke, ki so uporabljene v enačbah 98, 99 in 100, so definirane v poglavju 4, ki podrobno opisuje POT metodo. N označuje število let podatkov, ki jih analiziramo.

7 VERJETNOSTNA ANALIZA VISOKOVODNIH KONIC NA VODOMERNI POSTAJI LITIJA 1 NA REKI SAVI

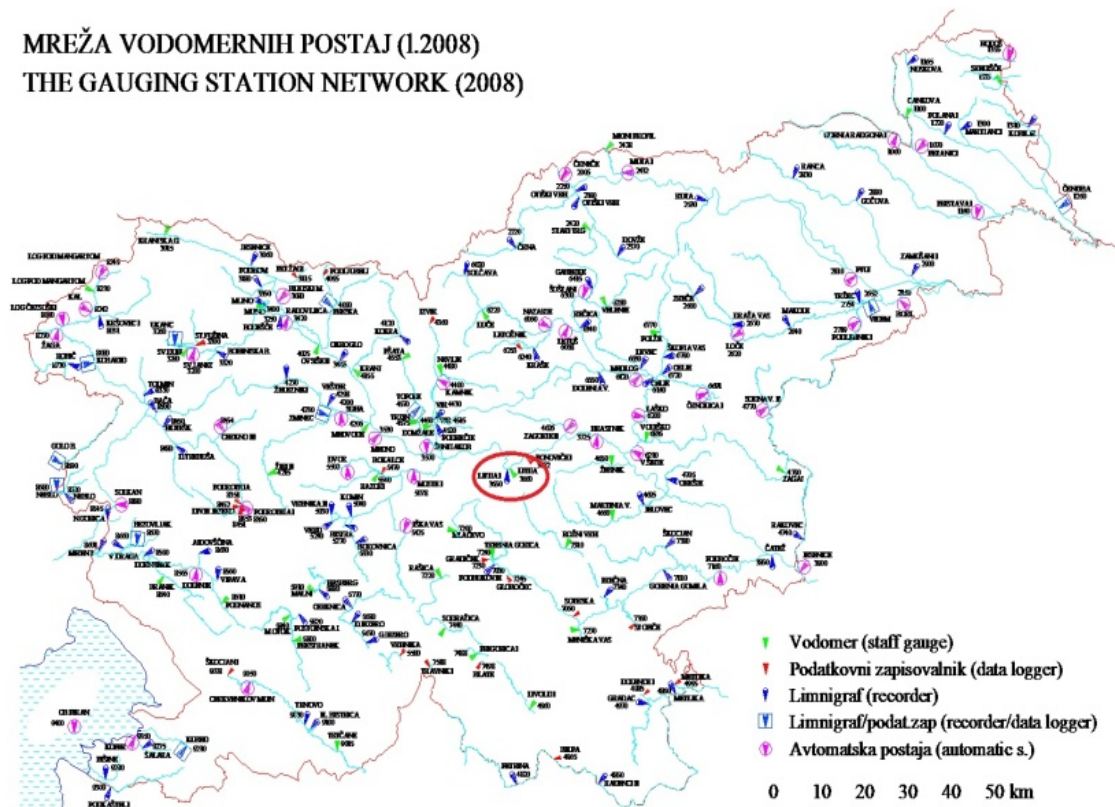
7.1 Vhodni podatki

Verjetnostna analiza visokovodnih konic je bila narejena s podatki, ki so bili izmerjeni na vodomerni postaji Litija 1 na reki Savi in nam jih je posredovala Agencija RS za okolje (2011). Vodomerna postaja Litija je ena izmed najstarejših danes še delujočih postaj Agencije RS za okolje. Meritve vodostajev se izvajajo od leta 1895 naprej. Sprva so meritve izvajali enkrat dnevno s pomočjo merske letve, leta 1953 pa so postajo prestavili in jo preimenovali v Litija 1. Od takrat naprej opazovanja izvajajo z limnigrafom Seba Omega. V verjetnostni analizi smo upoštevali le podatke od leta 1953 do 2010, torej podatke, ki so bili izmerjeni na postaji Litija 1. Za analizo je bilo torej na voljo 58 let podatkov. V preglednici 9 so prikazane nekatere osnovne lastnosti postaje.

Preglednica 9: Lastnosti postaj Litija in Litija 1 (Bat et al., 2008)

| Lastnost/postaja | Litija | Litija 1 |
|-------------------------------------|--------------|------------------------|
| Merilna naprava | Merska letev | Limnigraf (Seba Omega) |
| Površina porečja [km ²] | 4821,80 | 4821,43 |
| Gauss-Krugerjeva k. X | 487145 | 486670 |
| Gauss-Krugerjeva k. Y | 101430 | 101285 |
| Kota 0 [m n.m.] | 230,618 | 230,444 |
| Začetek opazovanja | 1895 | 1953 |

MREŽA VODOMERNIH POSTAJ (1.2008)
THE GAUGING STATION NETWORK (2008)



Slika 27: Mreža vodomernih postaj (Agencija RS za okolje, 2008)



Slika 28: Vodomerne postaja Litija, kjer je merska letev pritrjena na mostnem oporniku



Slika 29: Vodomerne postaja Litija 1

Na sliki 27 lahko vidimo lokacijo vodomerne postaje Litija 1 na karti Slovenije, na sliki 28 je na mostnem oporniku pritrjena merska letev, ki je nekoč predstavljala postajo Litija in na sliki 29 je prikazana vodomerne postaja Litija 1, katere podatke smo uporabili v analizi.

Reka Sava je najdaljša slovenska reka. Izvira kot Sava Dolinka v Zelencih in se s Savo Bohinjko združi pri Radovljici in se nato pri Beogradu izliva v Donavo. Celotna dolžina reke Save v Sloveniji znaša več kot 200 km.

Za reko Savo pri Litiji je značilen dežno-snežni režim (Bat et al., 2008). Ta režim je značilen predvsem za reke, ki imajo večji del porečja v alpskem sredogorju, posamezni deli porečja pa segajo tudi še v visokogorje. Značilnost režima sta dva dokaj izenačena viška, eden jesenski in eden spomladanski. Jesenski višek je v primeru postaje Litija bolj izrazit.

Za analizo visokovodnih konic so bile uporabljene dnevne vrednosti pretokov z upoštevanimi maksimalnimi konicami.

7.2 Program Hydrospect

7.2.1 Uvod

Program Hydrospect smo v analizah uporabili za določitev POT vzorca glede na različne vrednosti praga. Račun s programom je seveda hitrejši kot ročno upoštevanje pogojev neodvisnosti, poleg tega se z uporabo programa izognemo nezaželenim napakam. V nadaljevanju so nekoliko bolj podrobno opisane nekatere funkcije programa.

7.2.2 Opis programa

Program Hydrospect je bil razvit pod okriljem Svetovne meteorološke organizacije v okviru projekta A (Analyzing long time series of hydrological data and indices with respect to climate variability and change). Program je razvil Maciej Radziejewski pod mentorstvom Zbigniewa W. Kudzewicza (Radziejewski, 2011). Program deluje v operacijskem sistemu Windows. Omogoča branje podatkov iz različnih vrst datotek. Urejanje in vnašanje podatkov v programu samem ni možno, je pa možno rezultate zapisati v tekstovne datoteke in jih potem odpreti s programom, ki omogoča urejanje podatkov (MS Excel).

Osnovna funkcija programa je zaznavanje trendov v časovnih vrstah, ki pripadajo hidrološkim podatkom. Program omogoča uporabo različnih statističnih testov za ugotavljanje trenda v podatkih. Uporabimo lahko test linearne regresije, Mann-Kendallov test in še nekatere druge teste, s katerimi lahko določimo spremembe v obravnavanih časovnih vrstah. Program Hydrospect izračuna vrednosti testnih statistik in doseženo stopnjo značilnosti. Visoka stopnja značilnosti nam pove, da je sprememba v obravnavanem vzorcu prisotna (Jurko, 2009). Program so uporabili tudi na Agenciji RS za okolje za določanje trendov v Vodni Bilanci Slovenije 1971-2000 (Bat et al., 2008).

Različne spremembe v časovni vrsti so lahko posledica naključne nenadne spremembe, ciklično ponavljajoče spremembe ali stalne spremembe z izrazitim trendom. Najbolj preprosta analiza je z naklonom regresijske premice, ki nam pove, kako izrazit je trend. V primeru, da v vzorcu ni prisotnosti trenda, je naklon regresijske premice blizu nič. Če je trend znaten, je vrednost zelo različna od nič, pozitivna za naraščajoči trend in negativna za padajoči trend.

Poleg zaznavanja trendov lahko s programom oblikujemo vzorec, ki je primeren za POT analizo. Prvi korak je uvoz podatkov v program Hydrospect. Uporabimo lahko Excelovo datoteko, ki smo jo shranili s končnico csv. Nato izberemo ukaz, da program oblikuje POT vzorec glede na število let

podatkov. Podamo lahko povprečno število konic nad pragom, ki jih želimo imeti v analizi. Najpomembnejše je, da lahko določimo tudi časovni pogoj neodvisnosti konic. Dva različna pogoja neodvisnosti konic sta podana z enačbama 48 in 49. Slabost programa je, da pri oblikovanju POT vzorca upošteva le časovni pogoj oddaljenosti konic. V programu ne moremo podati pogoja, da mora pretok med dvema zaporednima konicama pasti pod določeno vrednost praga. V večini primerov je res časovni pogoj tisti, ki določa odvisnost konic. Potem, ko smo določili povprečno število konic nad pragom in podali ustrezno vrednost časovnega pogoja, nam program določi izbran vzorec. Tega lahko potem shranimo v tekstovno datoteko in to potem odpremo s primernim programom (MS Excel). Z uporabo programa lahko prihranimo čas, ki bi ga sicer porabili za ročno upoštevanje pogojev neodvisnosti konic.

Poudariti je potrebno, da vsi testi temeljijo na predpostavkah o časovnih vrstah. Dve predpostavki, ki sta uporabljeni v programu sta: neodvisnost za vse teste in uporaba normalne porazdelitve za nekatere teste (Kundzewicz in Robson, 2000). Upravičenost predpostavk je lahko v nekaterih primerih pod vprašajem in v takem primeru moramo rezultate testov jemati kot priporočila in ne kot trdne dokaze o prisotnosti trenda. Hydrospect ne vsebuje testov, ki bi preverjali upravičenost predpostavk.

V programu lahko iz vsake časovne vrste tvorimo nove časovne podvrste, ki jih oblikujemo glede na želene kriterije. Poleg določitve POT vzorca lahko uporabimo funkcijo agregacija ali seštevanje, ki nadomesti vrednosti izbranega podniza s srednjo vrednostjo, maksimumom, minimumom, mediano. Izračunamo lahko odstopanje posameznega podatka od srednje vrednosti, mediane. Izberemo lahko vzorec, ki ga sestavljajo vrednosti iz določenega meseca. Program omogoča tudi odpravljanje sezonskosti v obravnavanem vzorcu.

Program ima funkcijo za izdelavo poročila »Report«, ki nam omogoča izpis rezultatov testov v tekstovno datoteko.

Možnost izbire izhodišnega podatka za izračun povprečnega števila konic nad pragom

Možnost izbire časovnega pogoja neodvisnosti konic

Določitev povprečnega števila konic nad pragom na leto

| Index | Value |
|--------------------|-------|
| 01.01.1953 12:00:0 | 508 |
| 02.01.1953 09:00:0 | 554 |
| 02.01.1953 12:00:0 | 553 |
| 03.01.1953 12:00:0 | 467 |
| 04.01.1953 12:00:0 | 348 |
| 05.01.1953 12:00:0 | 285 |
| 06.01.1953 12:00:0 | 257 |
| 07.01.1953 12:00:0 | 245 |
| 08.01.1953 12:00:0 | 223 |
| 09.01.1953 12:00:0 | 212 |
| 10.01.1953 12:00:0 | 212 |
| 11.01.1953 12:00:0 | 205 |
| 12.01.1953 12:00:0 | 181 |

Slika 30: Program Hydrospect

Na sliki 30 lahko vidimo kako izgleda program Hydrospect in kakšne možnosti imamo pri oblikovanju POT vzorca.

7.3 Rezultati verjetnostne analize z metodo letnih maksimumov

Prvi korak verjetnostne analize je pregled ustreznosti vzorca. Ugotoviti je potrebno ali je serija dnevni vrednosti pretokov morda prekinjena. Po pregledu vzorca je bila verjetnostna analiza najprej izvedena z metodo letnih maksimumov. Ta je, kot že rečeno, enostavnejša od POT metode in omogoča hitrejši izračun ocenjenih vrednosti pretokov. V preglednici 10 so prikazane izmerjene vrednosti letnih maksimumov.

Preglednica 10: Vrednosti letnih maksimumov za obdobje od leta 1953 do 2010 na vodomerni postaji Litija 1 na reki Savi (ARSO, 2011)

| Leto | Q_{\max} [m ³ /s] | Leto | Q_{\max} [m ³ /s] | Leto | Q_{\max} [m ³ /s] | Leto | Q_{\max} [m ³ /s] |
|------|--------------------------------|------|--------------------------------|------|--------------------------------|------|--------------------------------|
| 1953 | 579 | 1968 | 1411 | 1983 | 1169 | 1998 | 1622 |
| 1954 | 1236 | 1969 | 1254 | 1984 | 1128 | 1999 | 790,6 |
| 1955 | 844 | 1970 | 873 | 1985 | 1512 | 2000 | 1725 |
| 1956 | 821 | 1971 | 627 | 1986 | 1097 | 2001 | 1021,6 |
| 1957 | 668 | 1972 | 1254 | 1987 | 1150 | 2002 | 832,9 |
| 1958 | 1179 | 1973 | 1535 | 1988 | 757 | 2003 | 929,8 |
| 1959 | 1117 | 1974 | 1204 | 1989 | 1113 | 2004 | 1439 |
| 1960 | 1169 | 1975 | 1605 | 1990 | 2326 | 2005 | 850,7 |
| 1961 | 1284 | 1976 | 894 | 1991 | 1109 | 2006 | 791,7 |
| 1962 | 1254 | 1977 | 1060 | 1992 | 1670 | 2007 | 1510 |
| 1963 | 1112 | 1978 | 758 | 1993 | 1204 | 2008 | 948 |
| 1964 | 1641 | 1979 | 1824 | 1994 | 748,7 | 2009 | 1808,5 |
| 1965 | 1837 | 1980 | 1446 | 1995 | 808,5 | 2010 | 2086,6 |
| 1966 | 1727 | 1981 | 1382 | 1996 | 1425 | | |
| 1967 | 1347 | 1982 | 1994 | 1997 | 1086 | | |

Verjetnostna analiza je bila narejena z uporabo naslednjih porazdelitev: logaritemsko normalne, normalne, Pearsonove tipa 3, logaritemsko Pearsonove tipa 3, Gumbelove, GEV in GL. Poleg tega so bili parametri porazdelitev ocenjeni s tremi različnimi metodami: z metodo momentov, metodo L-momentov in metodo največjega verjetja.

7.3.1 Rezultati analize letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po metodi momentov

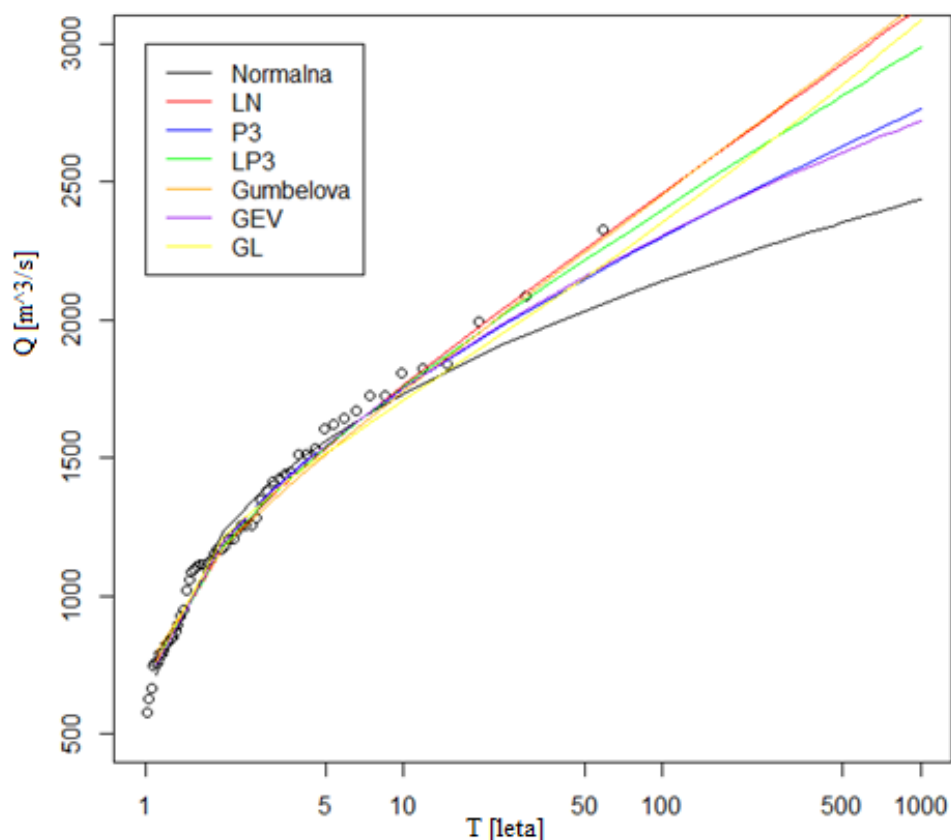
Za Pearsonovo 3, Gumbelovo, normalno, GEV in GL porazdelitev smo srednjo vrednost in standardno deviacijo izračunali na vzorcu letnih maksimumov. Vrednosti letnih maksimumov smo nato še logaritmizirali in še enkrat izračunali srednjo vrednost in standardno deviacijo. Te vrednosti smo uporabili z logaritemsko normalno porazdelitvijo in logaritemsko Pearsonovo porazdelitvijo tipa 3. Povezava med povratno dobo in porazdelitveno funkcijo je določena z enačbo 6. Za izračun ocene vrednosti pretoka sta bili uporabljeni enačba linearne transformacije ali inverzna oblika porazdelitvene funkcije.

Preglednica 11: Prikaz rezultatov metode letnih maksimumov (metoda momentov) za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let

| Porazdelitev | Q10 [m ³ /s] | Q50 [m ³ /s] | Q100 [m ³ /s] | Q500 [m ³ /s] |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Normalna | 1732 | 2032 | 2138 | 2352 |
| Log-normalna (LN) | 1764 | 2255 | 2458 | 2929 |
| Gumbelova | 1741 | 2241 | 2453 | 2941 |
| Pearsonova 3 (P3) | 1750 | 2147 | 2300 | 2628 |
| Log-Pearsonova 3 (LP3) | 1758 | 2214 | 2398 | 2812 |
| GEV | 1754 | 2155 | 2304 | 2606 |
| GL | 1709 | 2152 | 2352 | 2851 |

V preglednici 11 so prikazane ocenjene vrednosti pretokov, ki pripadajo različnim povratnim dobam in različnim porazdelitvenim funkcijam. Obravnavane so bile 3 dvoparametske in 4 troparametske porazdelitvene funkcije. Na sliki 31 so grafično prikazani rezultati verjetnostne analize letnih maksimumov (metoda momentov). Zaradi bolj preglednega prikaza rezultatov je bila izbrana logaritemska skala povratnih dob. Vse potrebne enačbe za oceno parametrov z metodo momentov so zapisane v poglavju 3. Za prikaz podatkov je bila uporabljena Weibullova enačba, ki je podana v preglednici 2.

Q-T krivulje v primeru ocenjevanja parametrov z metodo momentov



Slika 31: Prikaz rezultatov verjetnostne analize letnih maksimumov z uporabo metode momentov

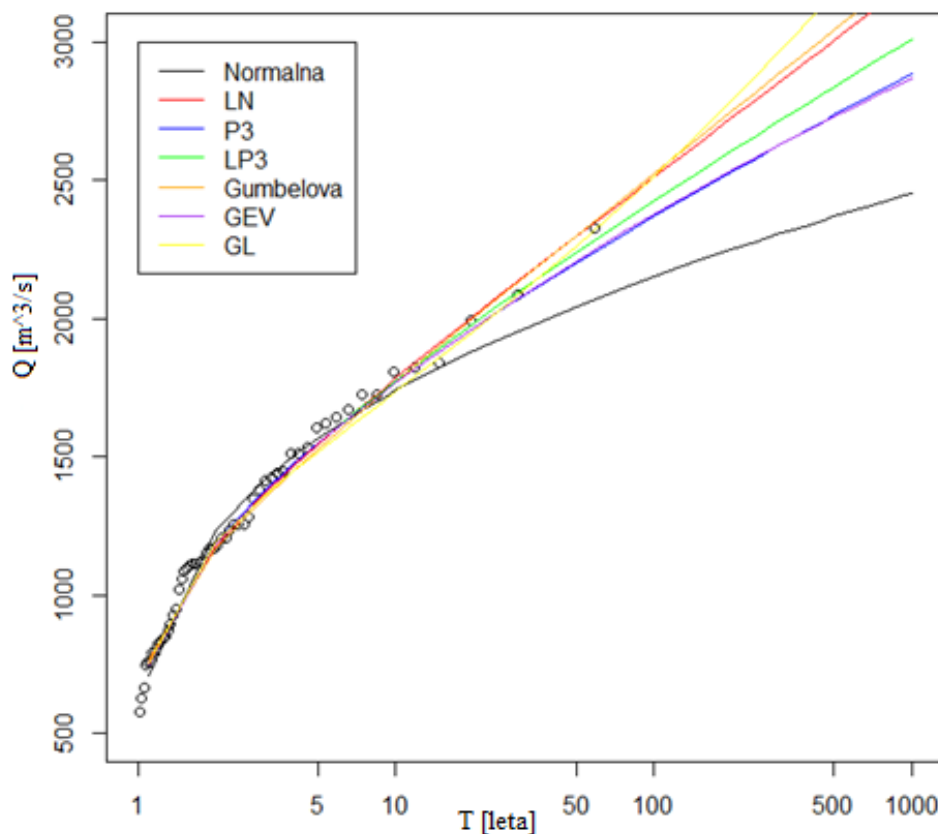
7.3.2 Rezultati analize letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po metodi L-momentov

Za 7 obravnavanih porazdelitvenih funkcij smo nato parametre porazdelitev ocenili še z metodo L-momentov. Za obe logaritemski porazdelitvi smo L-momente izračunali na logaritmiranih vrednostih podatkov o pretokih. Za ostale porazdelitvene funkcije pa smo uporabili L-momente, ki so bili izračunani na osnovnem vzorcu, ki je prikazan v preglednici 10. Rezultati verjetnostne analize z metodo letnih maksimumov v primeru ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov so prikazani v preglednici 12. Za izračun sta bili uporabljeni enačba linearne transformacije ali inverzna oblika porazdelitvene funkcije.

Preglednica 12: Prikaz rezultatov metode letnih maksimumov (metoda L-momentov) za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let

| Porazdelitev | Q10 [m ³ /s] | Q50 [m ³ /s] | Q100 [m ³ /s] | Q500 [m ³ /s] |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Normalna | 1739 | 2043 | 2150 | 2367 |
| Log-normalna (LN) | 1784 | 2296 | 2509 | 3004 |
| Gumbelova | 1770 | 2300 | 2523 | 3040 |
| Pearsonova 3 (P3) | 1768 | 2200 | 2368 | 2733 |
| Log-Pearsonova 3 (LP3) | 1775 | 2237 | 2423 | 2836 |
| GEV | 1768 | 2207 | 2376 | 2728 |
| GL | 1736 | 2262 | 2513 | 3176 |

Q-T krivulje v primeru ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov

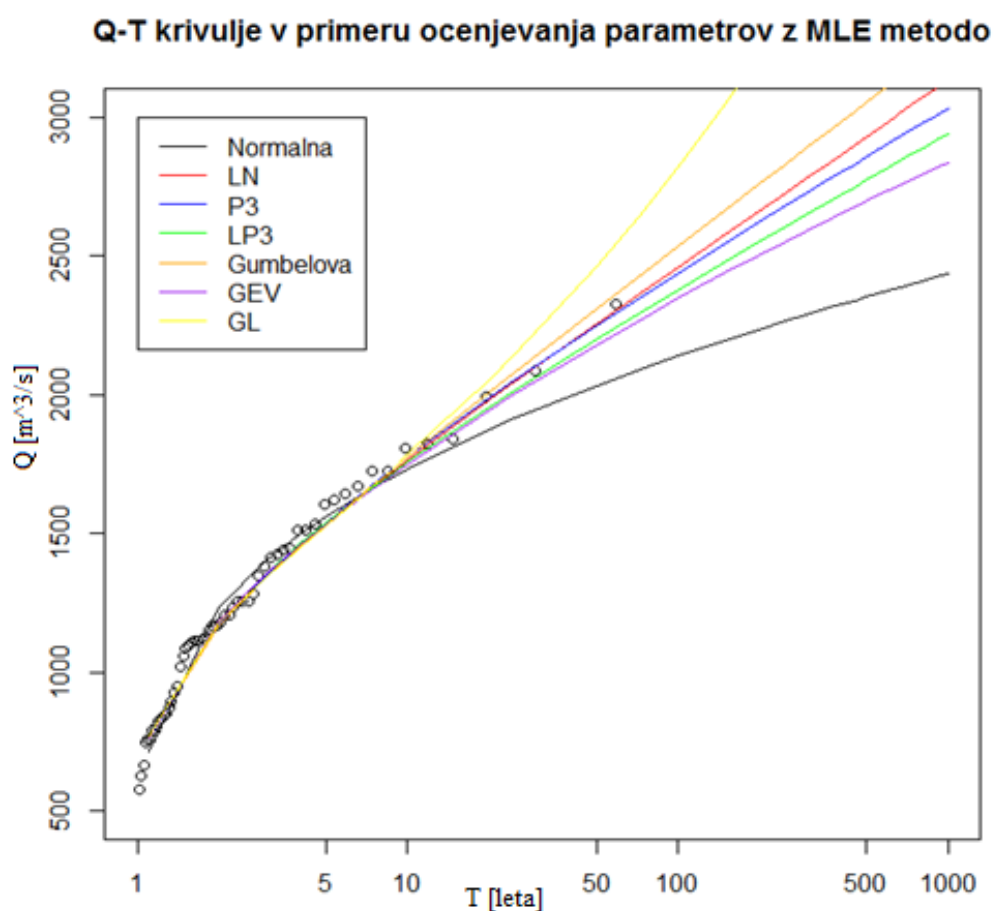


Slika 32: Prikaz rezultatov verjetnostne analize letnih maksimumov z uporabo metode L-momentov

Vse potrebne enačbe za oceno parametrov z metodo L-momentov so prikazane v poglavju 3. Na sliki 32 so prikazani rezultati analize letnih maksimumov v primeru ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov. Za grafični prikaz podatkov je bila ponovno uporabljena Weibullova enačba, ki je podana v preglednici 2.

7.3.3 Rezultati analize letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po metodi največjega verjetja

Na sliki 33 so prikazane krivulje, ki povezujejo povratno dobo in ocenjeno vrednost dogodka. Prikazanih je vseh sedem uporabljenih porazdelitvenih funkcij. Za prikaz podatkov je bila uporabljena Weibullova enačba, ki je zapisana v preglednici 2. Zaradi preglednejšega prikaza rezultatov je bila izbrana logaritemska skala x osi.



Slika 33: Prikaz rezultatov verjetnostne analize letnih maksimumov z uporabo metode največjega verjetja

Parametre porazdelitev smo ocenili tudi z metodo največjega verjetja (MLE metoda). Za oceno parametrov je bilo uporabljeno numerično reševanje logaritmiranih funkcij verjetja s pomočjo programa R (Ihaka in Gentleman, 2012). Logaritmirane funkcije verjetja so zapisane v poglavju 3, kjer smo predstavili metodo letnih maksimumov. Rezultati analize za nekatere značilne vrednosti povratnih dob in vse uporabljene porazdelitvene funkcije so prikazani v preglednici 13. Za izračun pretokov sta bili uporabljeni inverzna oblika porazdelitvene funkcije in enačba linearne transformacije.

Preglednica 13: Prikaz rezultatov metode letnih maksimumov (metoda največjega verjetja) za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let

| Porazdelitev | Q10 [m ³ /s] | Q50 [m ³ /s] | Q100 [m ³ /s] | Q500 [m ³ /s] |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Normalna | 1732 | 2032 | 2138 | 2352 |
| Log-normalna (LN) | 1764 | 2255 | 2458 | 2929 |
| Gumbelova | 1776 | 2309 | 2534 | 3054 |
| Pearsonova 3 (P3) | 1773 | 2248 | 2438 | 2857 |
| Log-Pearsonova 3 (LP3) | 1755 | 2200 | 2378 | 2773 |
| GEV | 1748 | 2179 | 2346 | 2697 |
| GL | 1783 | 2461 | 2815 | 3840 |

7.3.4 Rezultati analize letnih maksimumov z uporabo FEH postopka

Postopek verjetnostne analize visokih vod, ki je opisan v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999), se razlikuje od postopka z uporabo enačbe linearne transformacije ali inverzne oblike porazdelitvene funkcije. Podrobnosti postopka, ki je uporabljen v priročniku FEH, so opisane v poglavju 3. Tudi pri tem postopku je za oceno parametrov porazdelitve uporabljena metoda L-momentov.

V preglednici 14 so prikazani parametri, ki so potrebni za izračun koeficienta variacije L, koeficienta asimetrije L in sploščenosti L. Vrednosti teh koeficientov so podane v preglednici 15 in z njihovo pomočjo lahko določimo parametre krivulje naraščanja izbrane porazdelitve.

Preglednica 14: Prikaz parametrov, ki so potrebni za izračun koeficientov porazdelitev pri FEH postopku [m³/s]

| QMED | b ₀ | b ₁ | b ₂ | b ₃ | l ₁ | l ₂ | l ₃ | l ₄ |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1174,0 | 1234,4 | 728,2 | 526,8 | 416,2 | 1234,4 | 222,1 | 26,0 | 22,4 |

Preglednica 15: Prikaz koeficientov L-momentov

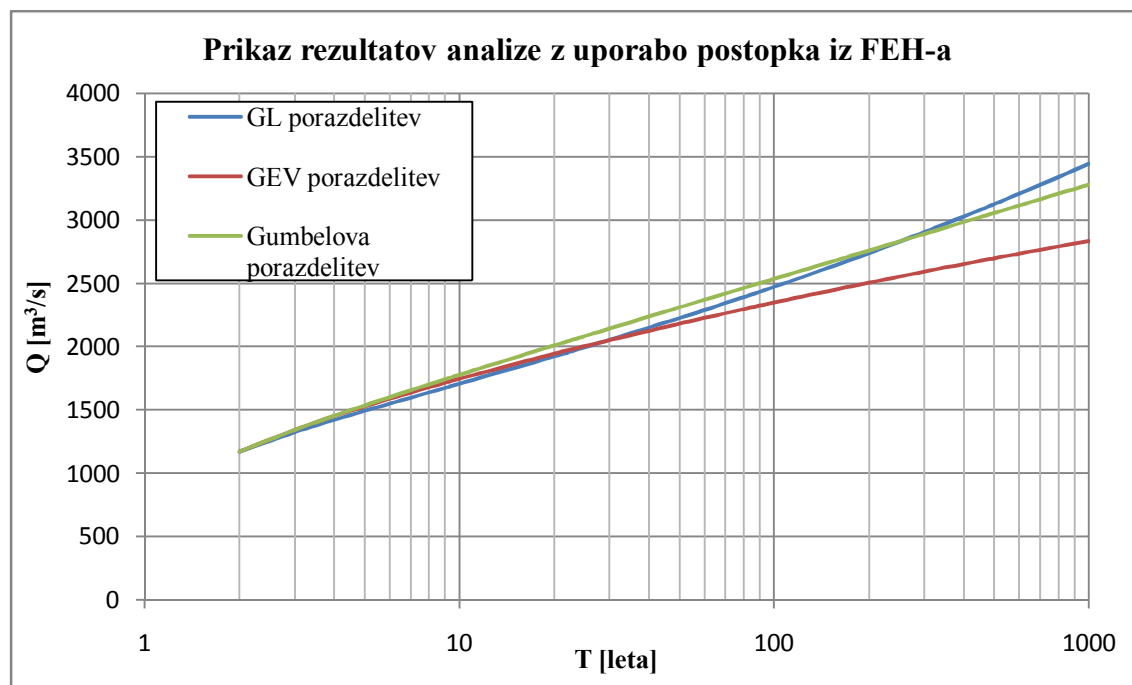
| | |
|-------------------------|-------|
| Koeficient variacije L | 0,179 |
| Koeficient asimetrije L | 0,117 |
| Sploščenost L | 0,101 |

Preglednica 16: Prikaz parametrov krivulje naraščanja in inverzne porazdelitvene funkcije za GL, GEV in Gumbelovo porazdelitev

| GL porazdelitev | | GEV porazdelitev | | Gumbelova porazdelitev | |
|-----------------|----------|------------------|----------|------------------------|----------|
| Parameter | Vrednost | Parameter | Vrednost | Parameter | Vrednost |
| k | -0,117 | k | 0,084 | β | 0,275 |
| β | 0,182 | β | 0,290 | α | 320,349 |
| α | 217,064 | α | 344,256 | u | 1049,492 |
| ζ | 1191,874 | ζ | 1062,310 | | |

V preglednici 16 so podane vrednosti parametrov, s katerimi lahko določimo krivuljo naraščanja in inverzno porazdelitveno funkcijo. Krivulja naraščanja generalizirane logistične porazdelitve je podana

z enačbo 19, porazdelitve ekstremnih vrednosti z enačbo 24 in Gumbelove porazdelitve z enačbo 30. Nato lahko s pomočjo enačbe 12 določimo vrednosti pretoka, ki pripadajo določeni povratni dobi in izbrani porazdelitvi.



Slika 34: Prikaz rezultatov verjetnostne analize z uporabo postopka iz FEH-a

Na sliki 34 so grafično prikazani rezultati verjetnostne analize, ki so bili izračunani po navodilih iz priručnika Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999). V preglednici 17 so prikazane ocenjene vrednosti pretokov, ki pripadajo 10, 50, 100 in 500 letni povratni dobi. Za izračun so bili uporabljeni postopki, ki so predlagani v FEH-u. Te postopki temeljijo na oceni parametrov z metodo L-momentov.

Preglednica 17: Prikaz rezultatov različnih porazdelitev iz FEH-a za povratne dobe 10, 50, 100 in 500 let

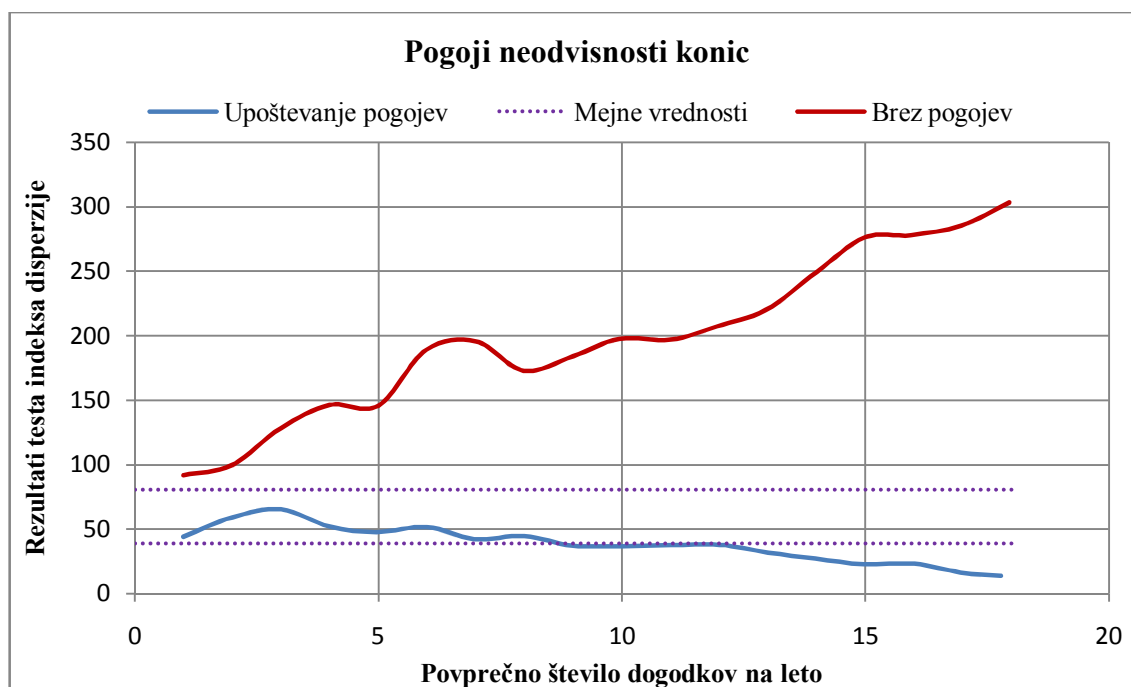
| Porazdelitev | Q10 [m ³ /s] | Q50 [m ³ /s] | Q100 [m ³ /s] | Q500 [m ³ /s] |
|--------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| GL | 1710 | 2228 | 2476 | 3128 |
| GEV | 1749 | 2184 | 2350 | 2699 |
| Gumbelova | 1781 | 2314 | 2539 | 3059 |

7.4 Rezultati POT metode

Poleg verjetnostne analize visokovodnih konic z metodo letnih maksimumov smo podatke z vodomerne postaje Litija 1 na reki Savi obdelali še s POT metodo. Analizirali smo 58 let podatkov o dnevni vrednosti pretokov z vključenimi maksimalnimi konicami. V nadaljevanju je prikazan primer uporabe POT metode pri velikosti vzorca, ki vsebuje povprečno 3 konice nad vrednostjo praga na leto.

Ashkar in Rousselle (1983b) sta zapisala, da naj se pogoji neodvisnosti upoštevajo le, če je ugotovljeno, da so zaporedne konice odvisne. S pomočjo programa Hydrospect smo najprej določili

različne POT vzorce, pri katerih nismo upoštevali pogojev neodvisnosti. Na teh vzorcih smo izvedli test indeksa disperzije. Nato smo s pomočjo programa Hydrospect določili še POT vzorce, pri katerih smo upoštevali pogoje neodvisnosti. Na sliki 35 so prikazani rezultati testa indeksa disperzije v primeru upoštevanja ali neupoštevanja pogojev neodvisnosti. Beguería (2005) je zapisal da v primeru, da rezultat testa pade izven mejnega območja, lahko govorimo o odvisnosti zaporednih konic. V tem primeru proces ne sledi Poissonovemu procesu. Krivulja se mejnim vrednostim približa le pri zelo visokih vrednostih praga. To pomeni, da je upoštevanje pogojev neodvisnosti smiselno in potrebno.



Slika 35: Rezultati testa indeksa disperzije v primeru upoštevanja ali neupoštevanja pogojev neodvisnosti

7.4.1 Primer POT analize na vzorcu s povprečno 3 konicami letno

Pred izvedbo POT analize je bilo potrebno izbrati pogoje neodvisnosti. Dve možni izbiri pogojev neodvisnosti sta podani z enačbami 48 in 49. Odločili smo se za uporabo enačb 49. Podatke o vodozbirni prispevni površini smo dobili v publikaciji Vodna bilanca Slovenije 1971-2000 (Bat et al., 2008). S pomočjo tega podatka in empiričnih enačb 49 smo izračunali pogoj, ki je podan v preglednici 18.

Preglednica 18: Prikaz parametrov pogoja neodvisnosti konic

| Parameter | Vrednost |
|---------------------------------|---|
| Površina porečja A | 4821 km ² =1862 milje ² |
| Čas med dvema konicama θ | 8,27 dneva |

Začetni vzorec smo oblikovali tako, da smo upoštevali vse vrednosti nad dovolj nizko vrednostjo praga. Naslednji korak je bilo izločanje odvisnih konic. Upoštevali smo pogoja iz enačbe 49. Čas med dvema neodvisnima konicama je moral biti daljši od 8,27 dneva in vrednost pretoka med zaporednima konicama je morala pasti pod $\frac{3}{4}$ vrednosti pretoka manjše konice. V primeru, da eden izmed kriterijev ni bil izpolnjen, smo konico označili kot odvisno in jo v vzorcu nismo upoštevali. Potem, ko smo

izločili vse odvisne konice, smo dobili vzorec, ki je vseboval povprečno več kot 3 konice na leto. S postopnim višanjem vrednosti praga smo nato prišli do končnega vzorca, ki je sestavljen iz povprečno 3 konic na leto, kar predstavlja 174 dogodkov nad vrednostjo praga. Tako določena vrednost praga x_0 znaša $662 \text{ m}^3/\text{s}$.

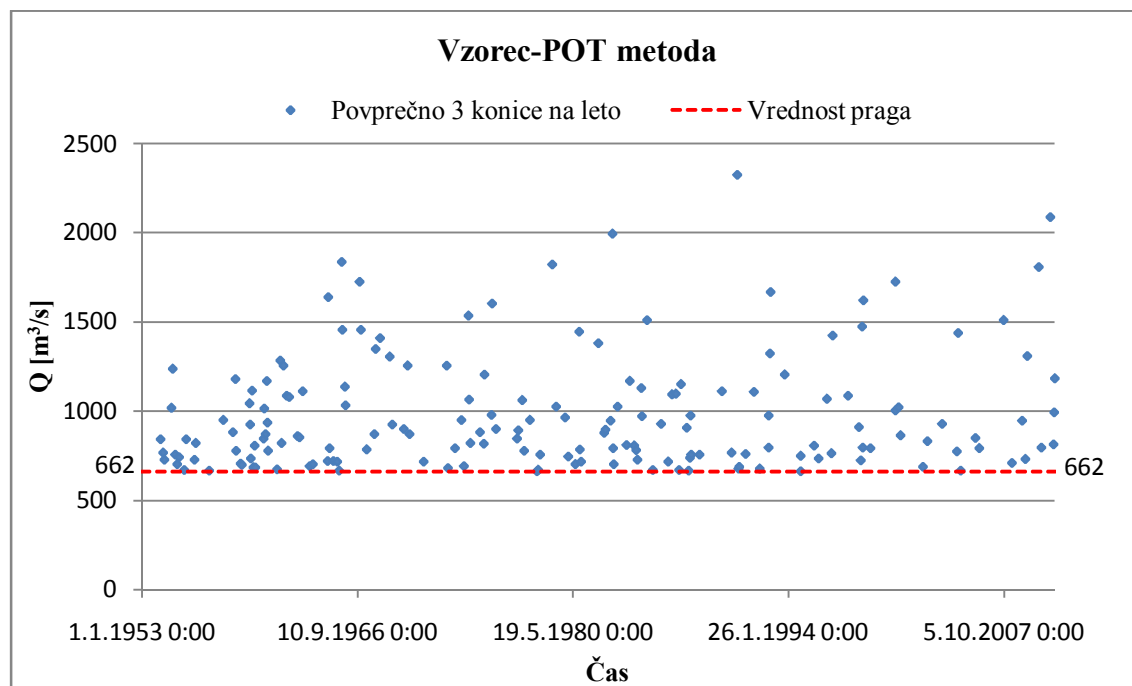
Nato smo iz vzorca razbrali število konic v posameznem letu obravnavanega obdobja. Določili smo srednjo vrednost in varianco letnega števila konic m nad pragom. S pomočjo enačbe 50 smo izračunali vrednost indeksa disperzije d . Rezultati izračunov so prikazani v preglednici 19.

Preglednica 19: Prikaz lastnosti letnega števila konic m nad pragom

| Parameter | Vrednost |
|-------------------------|----------|
| Srednja vrednost $E(m)$ | 3,00 |
| Varianca $V(m)$ | 3,37 |
| Indeks disperzije d | 1,12 |

Opazimo lahko, da je vrednost indeksa disperzije d večja od 1, kar pomeni, da se konice dogajajo nekoliko zgoščeno. V takem primeru bi morali za opis letnega števila konic nad izbranim pragom uporabiti negativno binomsko porazdelitev. Vendar smo pred dokončno izbiro porazdelitve opravili še dva statistična testa in sicer test indeksa disperzije in Hi-kvadrat test.

Na sliki 36 je prikazan končni vzorec, ki ga sestavljajo povprečno 3 konice na leto in vrednost praga.



Slika 36: Prikaz POT vzorca, ki vsebuje povprečno 3 konice na leto

Z enačbo 79 smo izračunali vrednost testne statistike $D=64,03$. Iz tabele v literaturi (Haan, 2002) smo glede na število let podatkov ($N=58$) in izbrano stopnjo tveganja ($\alpha=0,05$) iz preglednice za Hi-kvadrat porazdelitev odčitali mejne vrednosti ničelne domneve. Ta se v tem primeru glasi, da porazdelitev števila konic v letu m sledi Poissonovi porazdelitvi. Mejne vrednosti so enake:

$$(\chi_{\alpha/2}^2; \chi_{1-\alpha/2}^2) = (38,9; 80,9).$$

Mejne vrednosti testne statistike nam povejo ali lahko ničelno domnevo zavrnilo in sprejmemo alternativno ob stopnji tveganja α ali ničelne domneve ne moremo zavrniti ob stopnji značilnosti α . V našem primeru vzorca, ki je sestavljen iz povprečno 3 konic na leto, lahko vidimo, da Poissonove porazdelitve ne moremo zavrniti ob stopnji tveganja $\alpha=0,05$.

Za preverjanje ustreznosti izbire porazdelitve lahko uporabimo tudi Hi-kvadrat test, ki je opisan v poglavju 5.8. Uporaba testa na primeru vzorca, ki vsebuje povprečno 3 konice na leto, je prikazana v preglednici 20. Pričakovano število elementov v posameznem razredu določimo z enačbami 78. Po priporočilih iz literature smo upoštevali, da morajo biti v vsakem razredu najmanj trije elementi. Zato smo združili 6, 7 in 8 razred. Vidimo lahko, da je vsota pričakovanih in opazovanih elementov v vseh razredih enaka številu let podatkov N .

Tudi v tem primeru je ničelna domneva, da porazdelitev števila konic v letu m pripada Poissonovi porazdelitvi. Število parametrov, ki jih pri Poissonovi porazdelitvi ocenimo iz vzorca, je enako $p=1$. Iz preglednice 20 lahko vidimo, da je končno število razredov k enako 7. Število prostostnih stopenj testa Hi-kvadrat je enako 5. Izbrana stopnja tveganja je enaka $\alpha=0,05$.

Iz preglednic za Hi-kvadrat porazdelitev (Haan, 2002) lahko odčitamo mejno vrednost testne statistike, ki znaša 11,1. Ker je vsota zadnjega stolpca v preglednici 20 enaka 2,6 in ker je $2,6 < 11,1$, ničelne domneve ne moremo zavrniti s stopnjo tveganja $\alpha=0,05$.

Preglednica 20: Prikaz testa Hi-kvadrat za kontrolo ustreznosti Poissonove porazdelitve

| Razred | O_i | E_i | O_i (združeno) | E_i (združeno) | χ_c^2 |
|--------|-------|-------|------------------|------------------|------------|
| 0 | 3 | 2,89 | 3 | 2,89 | 0,004 |
| 1 | 10 | 8,66 | 10 | 8,66 | 0,206 |
| 2 | 12 | 12,99 | 12 | 12,99 | 0,076 |
| 3 | 14 | 12,99 | 14 | 12,99 | 0,078 |
| 4 | 6 | 9,75 | 6 | 9,75 | 1,440 |
| 5 | 8 | 5,85 | 8 | 5,85 | 0,792 |
| 6 | 2 | 2,92 | 5 | 4,86 | 0,004 |
| 7 | 2 | 1,25 | | | |
| 8 | 1 | 0,69 | | | |
| Vsota | 58 | 58 | 58 | 58 | 2,60 |

Po rezultatih dveh testnih statistik, ko Poissonova porazdelitev ni bila zavrnjena s stopnjo značilnosti $\alpha=0,05$, lahko sklepamo, da je Poissonova porazdelitev primerna za modeliranje letnega števila konic m nad vrednostjo praga x_0 .

Naslednji korak je kontrola ustreznosti eksponentne porazdelitve, s katero želimo modelirati velikosti konic nad pragom. Najprej smo izvedli preprost test G, ki je podrobneje opisan v poglavju 5.9. V preglednici 21 so podana nekatera karakteristična števila spremenljivke y , ki je določena z enačbo 58.

Preglednica 21: Karakteristična števila spremenljivke y

| Parameter | Vrednost [m^3/s] |
|--------------------------|------------------------------------|
| Srednja vrednost y | 320,1 |
| Standardna deviacija y | 321,1 |
| Maksimum y | 1664,2 |
| Mediana y | 211,1 |

Z enačbo 83 smo izračunali vrednost testne statistike G (Van Montfort in Witter, 1985). Iz preglednice 4 smo odčitali mejne vrednosti testa glede na izbrano stopnjo tveganja $\alpha=0,05$ in število elementov vzorca $n=174$.

$$G = 7,89 \in (5,09, 11,68).$$

Iz zgornjega izraza lahko vidimo, da ničelne hipoteze ne moremo zavrniti z izbrano stopnjo tveganja. Test G ne zavrne eksponentne porazdelitve za opis velikosti konic y nad pragom x_0 s stopnjo značilnosti $\alpha=0,05$.

V poglavju 5.10 je opisan še en test, ki se lahko uporabi za preverjanje ustreznosti eksponentne porazdelitve (Van Montfort in Witter, 1985). Rezultati testa za primer vzorca, ki vsebuje povprečno 3 konice na leto, so prikazani v prilogi A. Iz priloge lahko odčitamo vrednost korelacijskega koeficienta $r = -0,009$. Iz preglednice 6 lahko glede na velikost vzorca $n=174$ in izbrano stopnjo tveganja $\alpha=0,05$ odčitamo mejne vrednosti testne statistike. Rezultat testa pade v območje, kjer ničelne hipoteze ne moremo zavrniti z izbrano stopnjo značilnosti.

$$r\sqrt{n} = -0,12 \in (-1,78, 1,59).$$

Tudi rezultat druge testne statistike, ki sta jo predlagala Van Montfort in Witter (1985), ne zavrne eksponentne porazdelitve.

Preglednica 22: Parametri POT metode

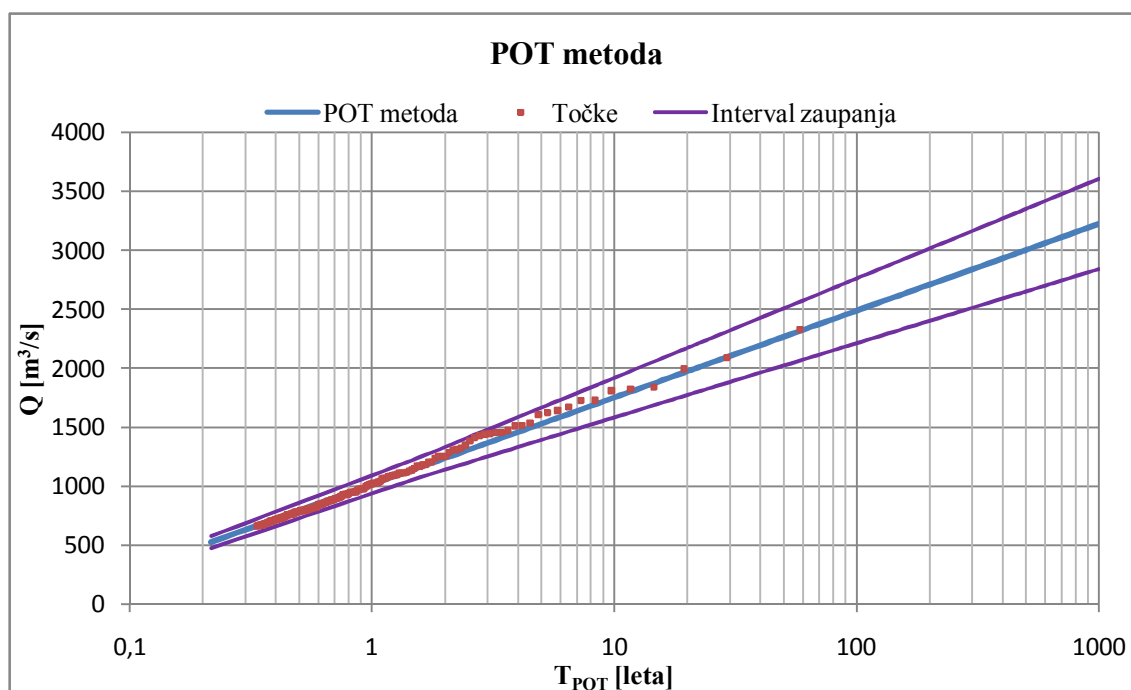
| Parameter | Vrednost |
|-----------|------------------------------|
| x_0 | 662 m^3/s |
| μ | 3,00 |
| β | 320,10 m^3/s |

Poissonova porazdelitev za opis letnega števila konic m in eksponentna porazdelitev za opis velikosti konic y nad pragom x_0 sta, sodeč po izvedenih testih, primerni izbiri za izvedbo POT metode. Za izračun ocene pretoka v odvisnosti od povratne dobe smo uporabili enačbo 68. Vrednosti parametrov so podane v preglednici 22.

Preglednica 23: Ocenjene vrednosti pretokov za vzorec s povprečno 3 konicami nad izbranim pragom

| Povprečno število konic | Q10 [m^3/s] | Q50 [m^3/s] | Q100 [m^3/s] | Q500 [m^3/s] |
|-------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 3 konice | 1734 | 2263 | 2486 | 3003 |

Na sliki 37 je prikazan končni rezultat POT analize za vzorec, ki vsebuje povprečno 3 konice na leto. Rezultat je povezava med ocenjeno vrednostjo pretoka in povratno dobo T_{POT} . Za grafični prikaz podatkov je bila uporabljena Weibullova enačba, ki je podana v preglednici 2. V preglednici 23 so podane nekatere značilne ocenjene vrednosti pretokov za vzorec, ki vsebuje povprečno 3 konice na leto. Poudariti je potrebno, da je na sliki 37 uporabljena povratna doba T_{POT} , medtem ko so v preglednici 23 vrednosti pretokov izračunane glede na povratno dobo $T=T_{AM}$. Povezava med povratnima dobama je podana z enačbo 7. Razlika med povratnima dobama se z večanjem ponovitvenega intervala (povratne dobe) manjša in je za velike vrednosti povratnih dob zanemarljivo majhna. Na sliki 37 sta prikazana tudi 95 % intervala zaupanja, ki sta bila izračunana s pomočjo enačb iz poglavja 6.6.



Slika 37: Prikaz rezultatov POT metode v primeru, ko vzorec vsebuje povprečno 3 konice na leto

7.4.2 Rezultati POT metode za nekatere druge značilne vrednosti praga

Nekatere v literaturi najbolj pogosto uporabljene vrednosti praga so podane v preglednici 24. Ta je zasnovana tako, da je poleg avtorja zapisana dejanska vrednost praga za vodomerno postajo Litija 1. Pragi, ki določajo 1, 3 ali 5 konic letno, pa imajo pripadajoče vrednosti praga 1021, 662 in 508 m^3/s .

Preglednica 24: Dejanske vrednosti nekaterih v teoriji predlaganih pragov

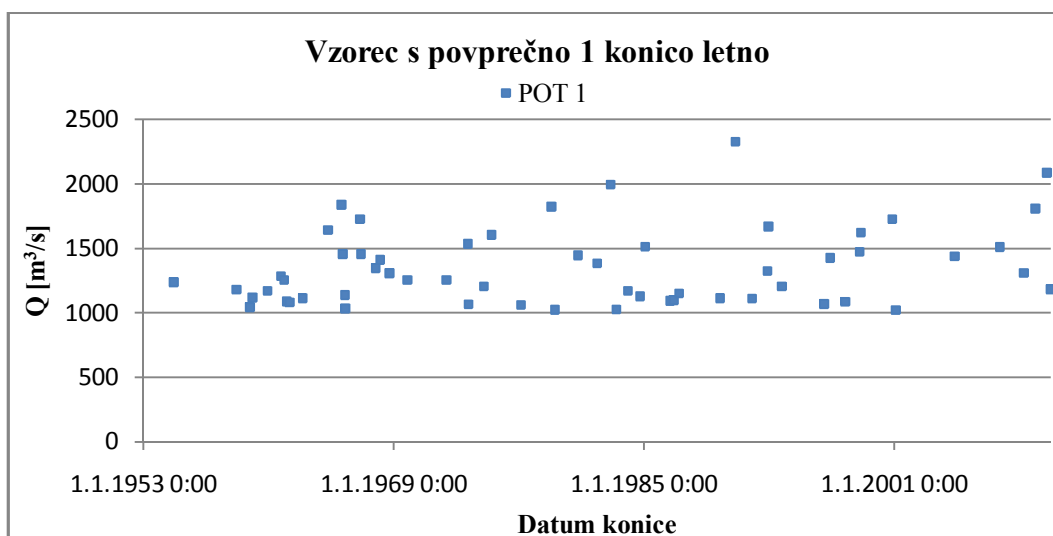
| Po avtorju (leto) | Vrednost praga/ število konic |
|---|--|
| Langbein (1949) | 579 m^3/s |
| Rosbjerg in Madsen, (1992, cit. po Lang et al., 1999) | 629 m^3/s |
| Flood Estimation Handbook (1999) | 1021 m^3/s , 662 m^3/s in 508 m^3/s (1, 3 in 5 konic letno) |

Rezultati POT vzorca, ki vsebuje povprečno 3 konice na leto, so prikazani v poglavju 7.4.1. Na slikah 38 do 45 in v preglednici 25 so prikazani vzorci podatkov za vrednosti praga 1021 m^3/s , 629 m^3/s , 579

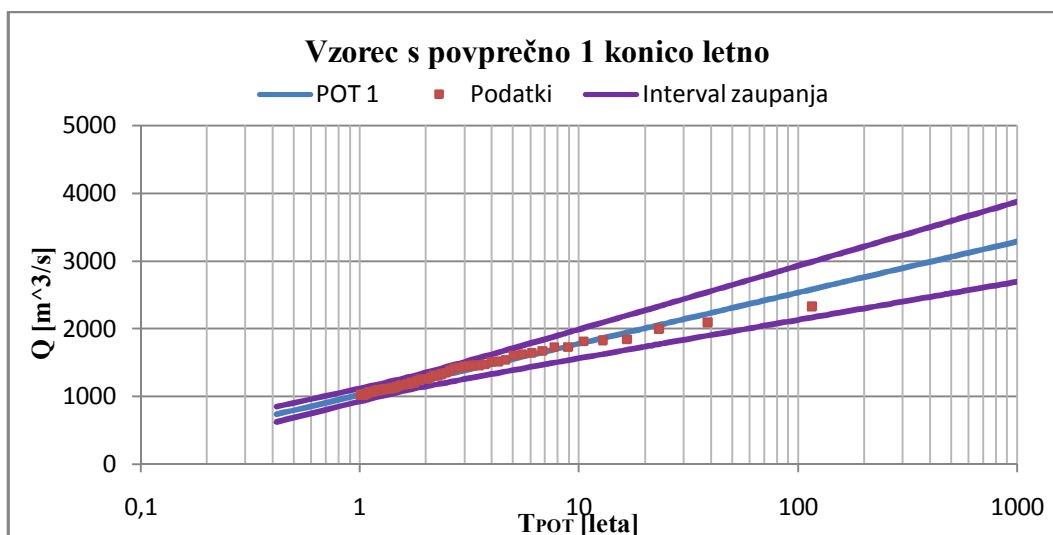
m^3/s in $508 \text{ m}^3/\text{s}$ in rezultati verjetnostne analize pretokov s pomočjo POT metode. Rezultatom verjetnostne analize so dodani tudi 95 % intervali zaupanja.

Preglednica 25: Ocenjene vrednosti pretokov za nekatere značilne vrednosti praga pri POT metodi

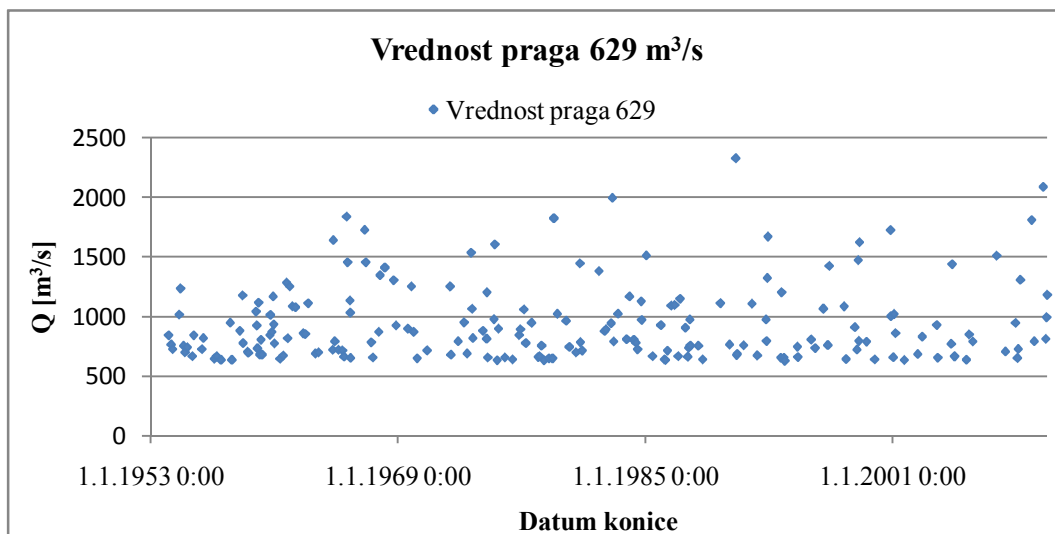
| Vrednost praga [m^3/s] | Q10 [m^3/s] | Q50 [m^3/s] | Q100 [m^3/s] | Q500 [m^3/s] |
|--|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1021 | 1758 | 2298 | 2527 | 3055 |
| 629 | 1708 | 2219 | 2435 | 2934 |
| 579 | 1706 | 2216 | 2431 | 2930 |
| 508 | 1723 | 2243 | 2463 | 2971 |



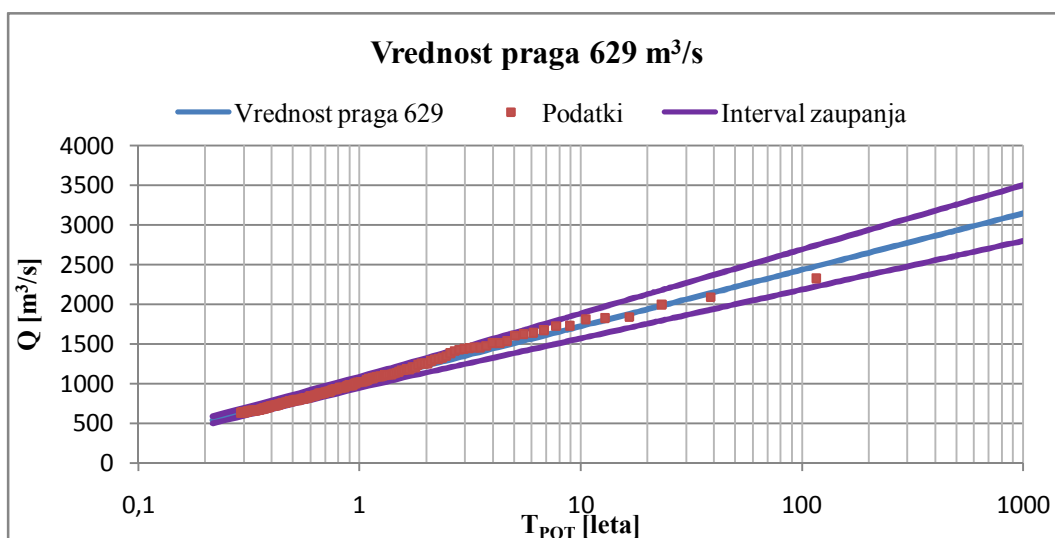
Slika 38: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga $1021 \text{ m}^3/\text{s}$



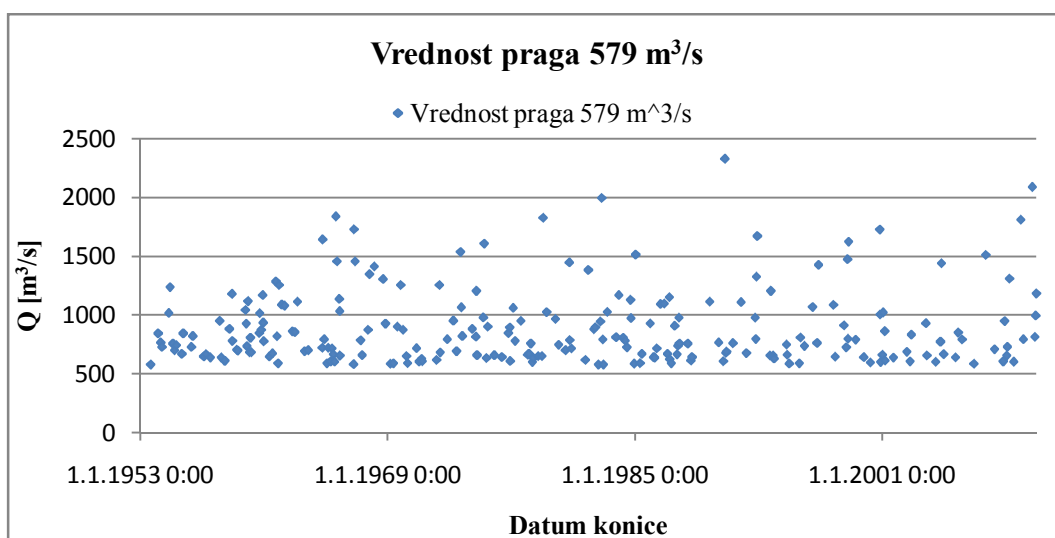
Slika 39: Rezultati POT metode za vrednost praga $1021 \text{ m}^3/\text{s}$



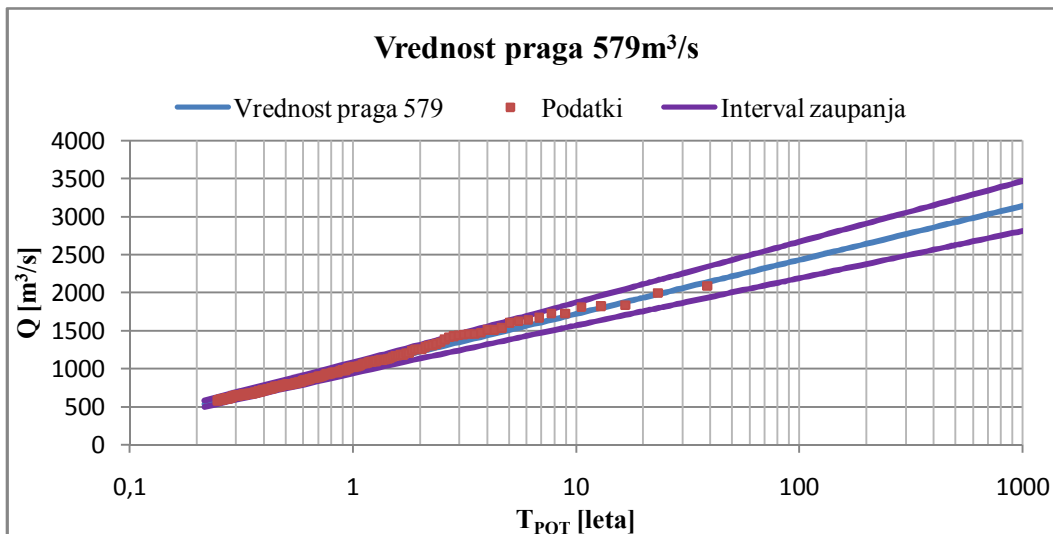
Slika 40: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga $629 \text{ m}^3/\text{s}$



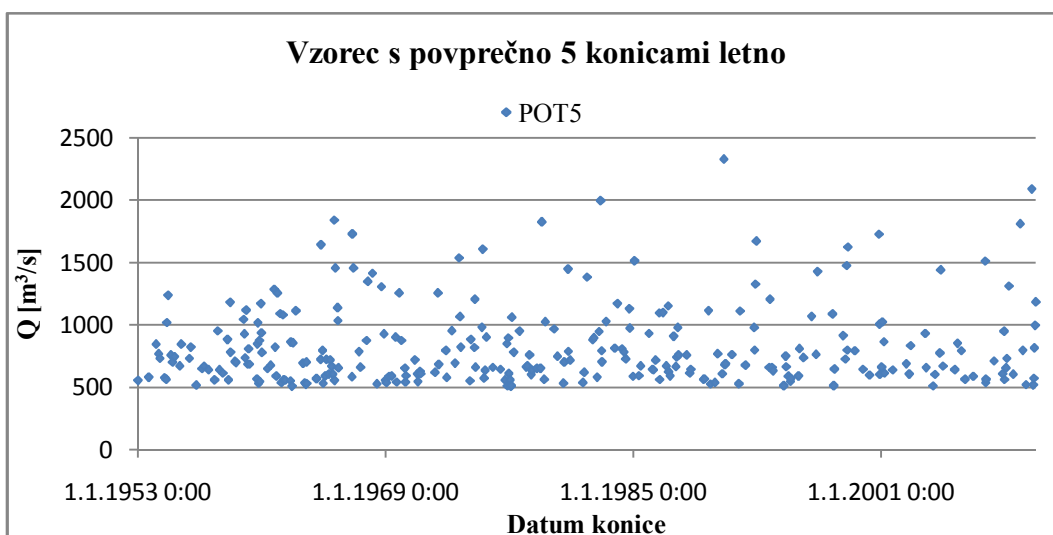
Slika 41: Rezultati POT metode za vrednost praga $629 \text{ m}^3/\text{s}$



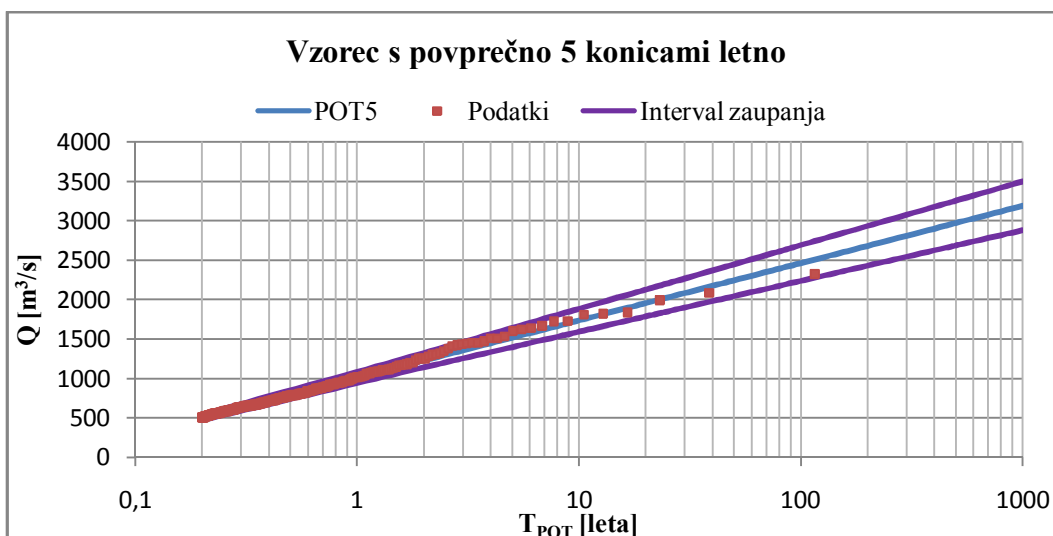
Slika 42: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga $579 \text{ m}^3/\text{s}$



Slika 43: Rezultati POT metode za vrednost praga 579 m³/s



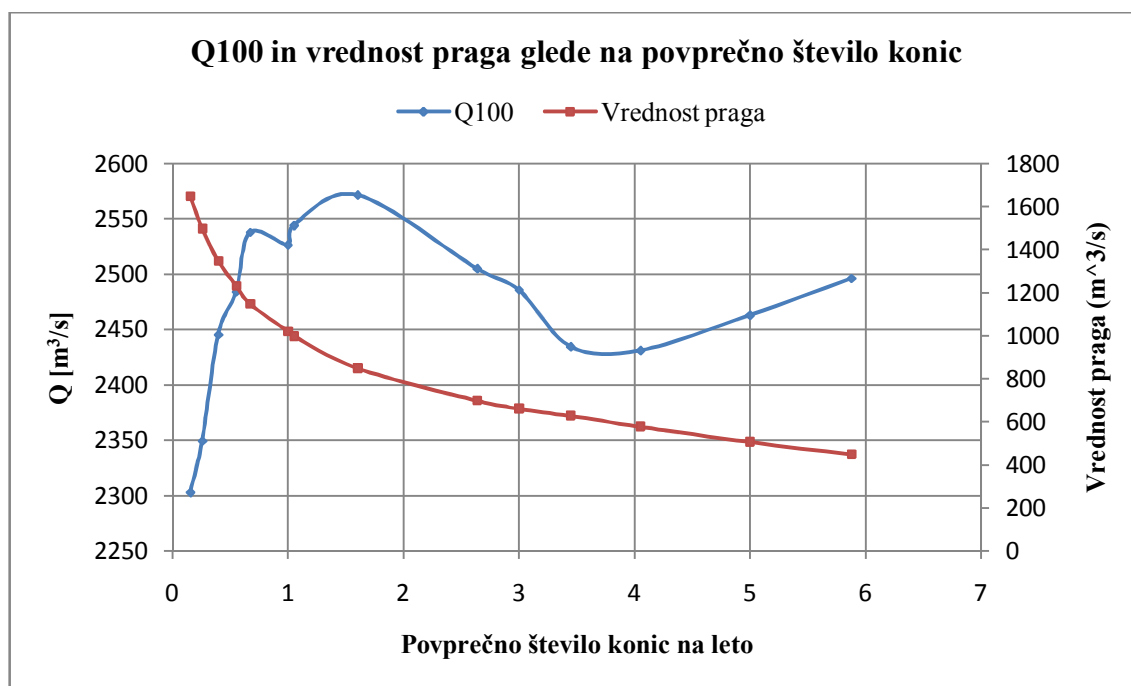
Slika 44: Velikost vzorca POT metode za vrednost praga 508 m³/s



Slika 45: Rezultati POT metode za vrednost praga 508 m³/s

Poleg pogosto uporabljenih vrednosti praga smo POT analizo izvedli še za nekatere neznačilne vrednosti praga. Vsi rezultati izračunov so prikazani na sliki 46, ki prikazuje spreminjanje ocenjene vrednosti pretoka Q100 v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto in spreminjanje vrednosti praga v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto.

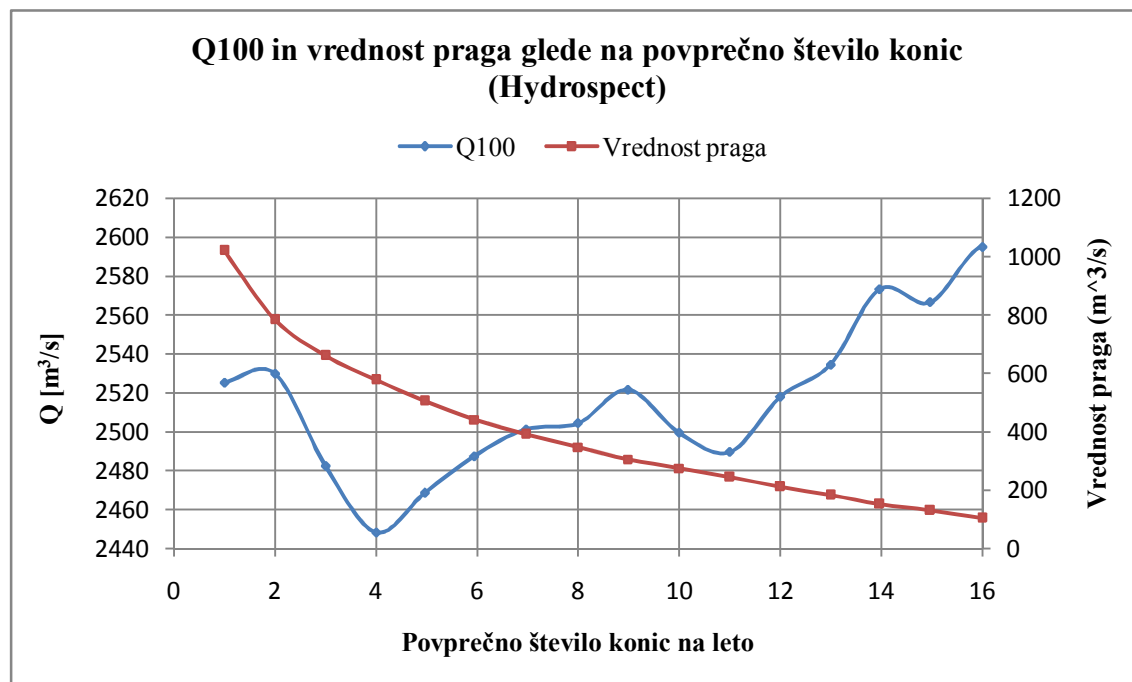
Vse do sedaj prikazane analize s POT metodo so narejene z ročno oblikovanim POT vzorcem. Kot pogoja neodvisnosti konic smo upoštevali enačbi 49.



Slika 46: Prikaz vrednosti stoletne vode in vrednosti praga v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto

Nato pa smo za kontrolo rezultatov POT analize uporabili še program Hydrospect. Ta omogoča upoštevanje le ene izmed enačb 49. V programu je bil upoštevan pogoj, da mora biti časovna oddaljenost med dvema neodvisnima konicama večja ali enaka 8 dni. Določanje vzorca s programom Hydrospect je seveda veliko hitrejšo kot ročno upoštevanje pogojev neodvisnosti. Vzorec smo oblikovali tako, da vsebuje povprečno 1 do 16 konic na leto. Ker je program Hydrospect enostaven za uporabo, smo hitro določili veliko različnih vzorcev. Nekateri od teh so zelo veliki in pripadajo zelo nizkim vrednostim praga. Vzorec, ki vsebuje povprečno 16 vrednosti nad pragom na leto, je sestavljen iz 928 meritev. V tem primeru meritev ne moremo več označevati s pojmom konic, saj vrednost praga znaša le $105 \text{ m}^3/\text{s}$.

Program Hydrospect omogoča le oblikovanje vzorca in ne tudi izvedbo celotne verjetnostne analize. Analiza je bila izvedena po postopku, ki je bil prikazan v prej opisanem primeru za velikost vzorca s povprečno 3 konicami letno. Izvedli smo tako test indeksa disperzije kot tudi Hi-kvadrat test za ustreznost Poissonove porazdelitve in oba testa, ki preverjata ustreznost eksponentne porazdelitve. V preglednici 26 so prikazane uporabljene porazdelitvene funkcije za izvedbo verjetnostne analize s POT metodo z oblikovanjem vzorca s programom Hydrospect. Za binomsko porazdelitev je značilno, da je srednja vrednost letnega števila konic m večja od variance m .



Slika 47: Prikaz vrednosti stoletne vode in vrednosti praga v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto (programa Hydrospect)

Preglednica 26: Uporabljene porazdelitve pri oblikovanju vzorca s programom Hydrospect

| Povprečno št. konic | Porazdelitev m | Porazdelitev y | Povprečno št. konic | Porazdelitev m | Porazdelitev y |
|---------------------|------------------|------------------|---------------------|------------------|------------------|
| 1 | Poissonova | Ekspontentna | 9 | Binomska | Ekspontentna |
| 2 | Poissonova | Ekspontentna | 10 | Binomska | Ekspontentna |
| 3 | Poissonova | Ekspontentna | 11 | Binomska | Ekspontentna |
| 4 | Poissonova | Ekspontentna | 12 | Binomska | Ekspontentna |
| 5 | Poissonova | Ekspontentna | 13 | Binomska | Ekspontentna |
| 6 | Poissonova | Ekspontentna | 14 | Binomska | Ekspontentna |
| 7 | Poissonova | Ekspontentna | 15 | Binomska | Ekspontentna |
| 8 | Poissonova | Ekspontentna | 16 | Binomska | Ekspontentna |

Na sliki 47 so prikazani rezultati POT analize za primer, ko je bil vzorec oblikovan s pomočjo programa Hydrospect. Za vzorce, ki vsebujejo od povprečno 1 do 8 konic na leto, je bila uporabljena kombinacija Poissonove in eksponentne porazdelitve. Za vzorce s povprečno 9 do 16 konicami letno pa smo uporabili kombinacijo binomske in eksponentne porazdelitve. Vse uporabljene enačbe so prikazane v poglavju 4.

8 PRIMERJAVA IN ANALIZA REZULTATOV VERJETNOSTNE ANALIZE VISOKIH VOD

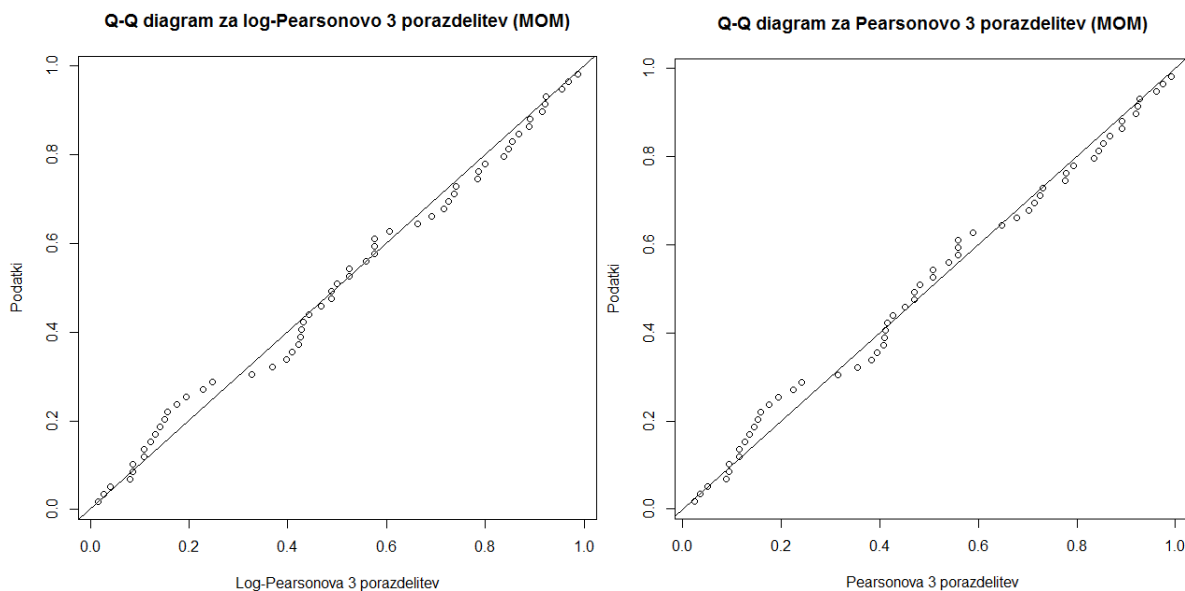
Nekateri osnovni rezultati verjetnostne analize visokih vod na vodomerni postaji Litija 1 na reki Savi so prikazani v poglavju 7. V nadaljevanju so prikazani podrobnejši rezultati, analize in primerjave.

8.1 Vpliv izbire porazdelitve in metode za oceno parametrov porazdelitve ter uporaba testov za določitev porazdelitve, ki se najboljše prilega vzorcu letnih maksimumov

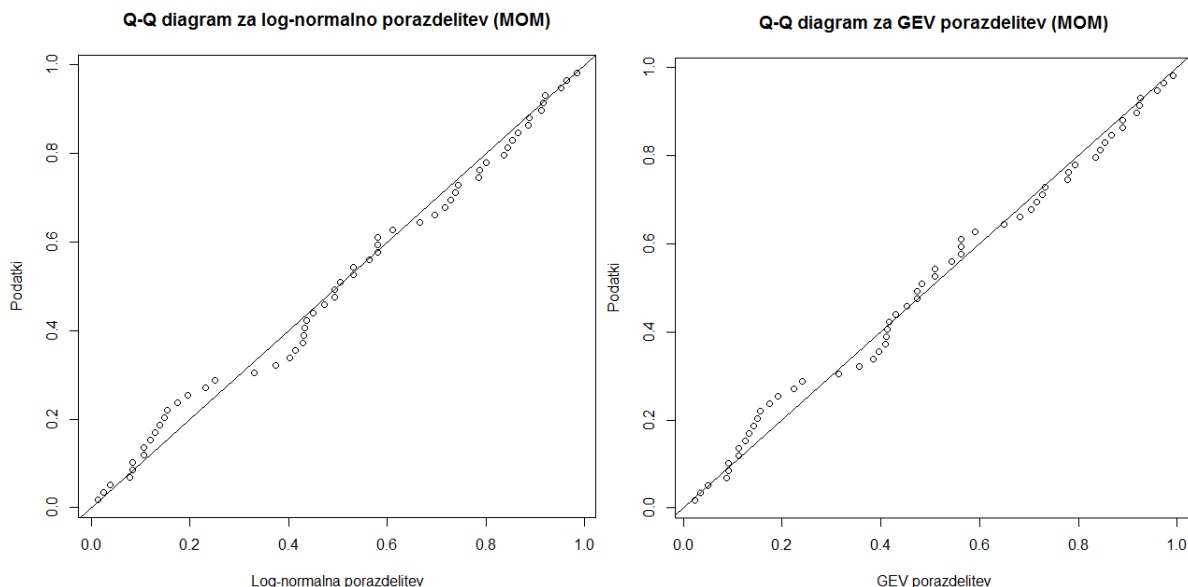
Pri verjetnostni analizi konic z metodo letnih maksimumov smo uporabili logaritemsko normalno, Pearsonovo 3, logaritemsko Pearsonovo 3, Gumbelovo, normalno, GL in GEV porazdelitev. Ocena parametrov porazdelitev pa je bila narejena z metodo momentov, metodo L-momentov in metodo največjega verjetja. Vsaka porazdelitev ima svoje specifične lastnosti in vsaka da nekoliko drugačne rezultate.

8.1.1 Analiza letnih maksimumov z uporabo metode momentov

Za določitev porazdelitve, ki se najboljše ujema s podatki, smo uporabili več testov, najprej pa smo ujemanje preverili z grafičnim testom (Q-Q diagrami). Na slikah 48 in 49 so prikazani Q-Q diagrami za logaritemsko Pearsonova 3 porazdelitev, Pearsonovo 3 porazdelitev, logaritemsko normalno porazdelitev in GEV porazdelitev z oceno parametrov po metodi momentov. Q-Q diagrami so eden izmed možnih grafičnih testov, ki preverjajo ustreznost testirane porazdelitvene funkcije. Opazimo lahko, da med prikazanimi porazdelitvami ni vidnejših razlik. Samo s pomočjo grafičnih testov bi težko določili, katera porazdelitev se najboljše prilega podatkom.



Slika 48: Prikaz Q-Q diagramov za log-Pearsonovo 3 in Pearsonovo 3 porazdelitev (metoda momentov)



Slika 49: Prikaz Q-Q diagramov za log-normalno in GEV porazdelitev (metoda momentov)

Nato smo za iskanje porazdelitve, ki se najboljše prilega podatkom, uporabili naslednje teste: PPCC, RMSE, MAE, RMAE, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling in AIC test. Testi PPCC, K-S in A-D se lahko uporabijo tudi za testiranje hipotez. Rezultati testnih statistik pa kažejo na ujemanje porazdelitve s podatki. Manjša kot je vrednost testne statistike, boljše se porazdelitev prilega podatkom. Za PPCC test velja, da bližje kot je rezultat testa vrednosti 1, večje je ujemanje podatkov s porazdelitveno funkcijo. Vsi uporabljeni testi so prikazani in podrobneje razloženi v poglavju 5. Za grafični prikaz podatkov je bila uporabljena Weibullova enačba, ki je zapisana v preglednici 2.

Preglednica 27: Rezultati izvedenih testov za vse porazdelitvene funkcije (metoda momentov)

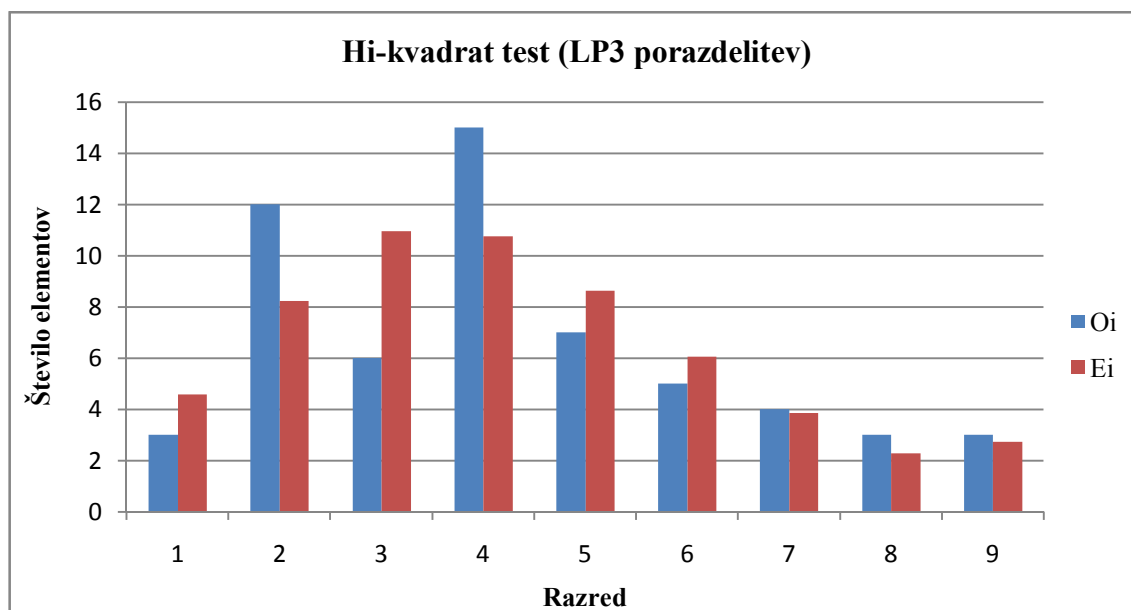
| Porazdelitev/test | K-S | A-D | PPCC | RMSE | MAE | RMAE | AIC |
|-------------------|------------------|------------------|-----------------|-------|-------|-------|--------|
| Normalna | 0,101 (0,116) | 0,545 (0,762) | 0,985 (0,98) | 69,35 | 52,43 | 0,043 | 217,56 |
| Log-normalna | 0,069 (0,116) | 0,311 (0,762) | 0,996 (0,98) | 38,02 | 32,65 | 0,026 | 187,28 |
| Pearsonova 3 | 0,066 (0,117) | 0,275 (0,752) | 0,996 (0,98) | 41,81 | 33,87 | 0,027 | 194,07 |
| Log-Pearsonova 3 | 0,069 (0,117) | 0,289 (0,752) | 0,997 (0,98) | 38,09 | 32,38 | 0,026 | 189,37 |
| Gumbelova | 0,088 (0,117) | 0,531 (0,777) | 0,995 (0,97) | 49,96 | 43,05 | 0,035 | 201,04 |
| GEV | 0,068 (0,115) | 0,277 (0,56) | 0,996 (0,98) | 40,98 | 33,44 | 0,027 | 193,05 |
| GL | 0,089 (0,102) | 0,545 (0,698) | 0,992 (0,97) | 40,01 | 50,31 | 0,041 | 212,27 |

Rezultati testov v primeru ocenjevanja parametrov z metodo momentov so prikazani v preglednici 27. Pri testih Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling in PPCC so v oklepajih zapisane mejne vrednosti posameznega testa za testirano porazdelitev in stopnjo značilnosti 0,05. Glede na izvedene teste je najboljše rezultate dala logaritmsko Pearsonova porazdelitev tipa 3. Na drugem in tretjem mestu sta logaritmsko normalna porazdelitev in porazdelitev ekstremnih vrednosti. Pričakovano se je najslabše s podatki ujemale normalna porazdelitev. Opazimo lahko, da s stopnjo tveganja 0,05 nismo mogli zavrniti nobene porazdelitvene funkcije.

Mejna vrednost PPCC testa za logaritemsko Pearsonovo porazdelitev znaša 0,981. Rezultat testa PPCC znaša 0,996. To pomeni, da LP3 porazdelitve ne moremo zavrniti s stopnjo značilnosti 0,05. Enake rezultate dobimo tudi z Anderson-Darling testom. Mejna vrednost znaša 0,752, rezultat testa za logaritemsko Pearsonovo porazdelitev pa je enak 0,275.

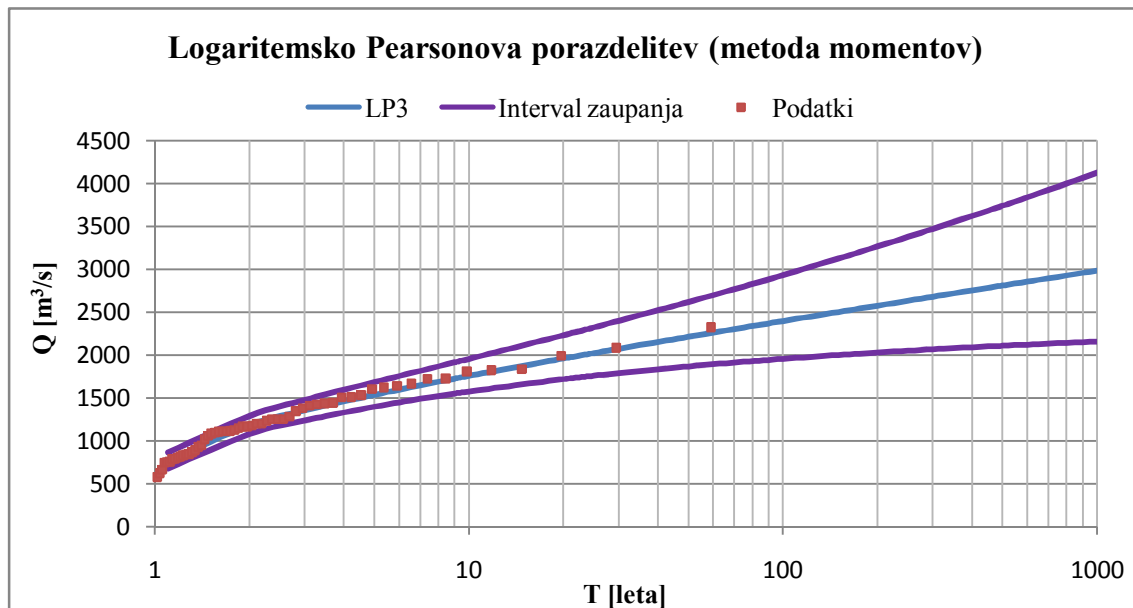
Za dokončno potrditev ustreznosti logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3 je bil izveden še Hi-kvadrat test, ki je opisan v poglavju 5.8 in je primeren tako za diskretne kot zvezne spremenljivke.

Pri Hi-kvadrat testu je bilo določenih 9 razredov. Spodnja meja prvega razreda je znašala 570 m³/s, zgornja meja zadnjega razreda je znašala 2330 m³/s. Širina razredov je znašala 176 m³/s. Pri izvajanju testa je bil upoštevan pogoj, da morajo biti v vsakem razredu vsaj trije elementi. Ker so bili podatki razvrščeni v 9 razredov in ker so bili trije parametri logaritemsko Pearsonove porazdelitve določeni iz vzorca, je imel test 5 prostostnih stopenj. Mejna vrednost $\chi^2_{1-\alpha, k-p-1}$ testa pri 5 prostostnih stopnjah in stopnji značilnosti 0,05 znaša 11,1 (Haan, 2002). Vrednost testne statistike χ^2_c je bila 6,95 in ker je ta vrednost manjša od mejne vrednosti, logaritemsko Pearsonove porazdelitve ne moremo zavrniti z izbrano stopnjo značilnosti. Rezultati Hi-kvadrat testa so prikazani na sliki 50. O_i pomeni dejansko število elementov v obravnavanem razredu, E_i pa pričakovano število elementov v razredu.



Slika 50: Prikaz rezultatov Hi-kvadrat testa za logaritemsko Pearsonovo porazdelitev (metoda momentov)

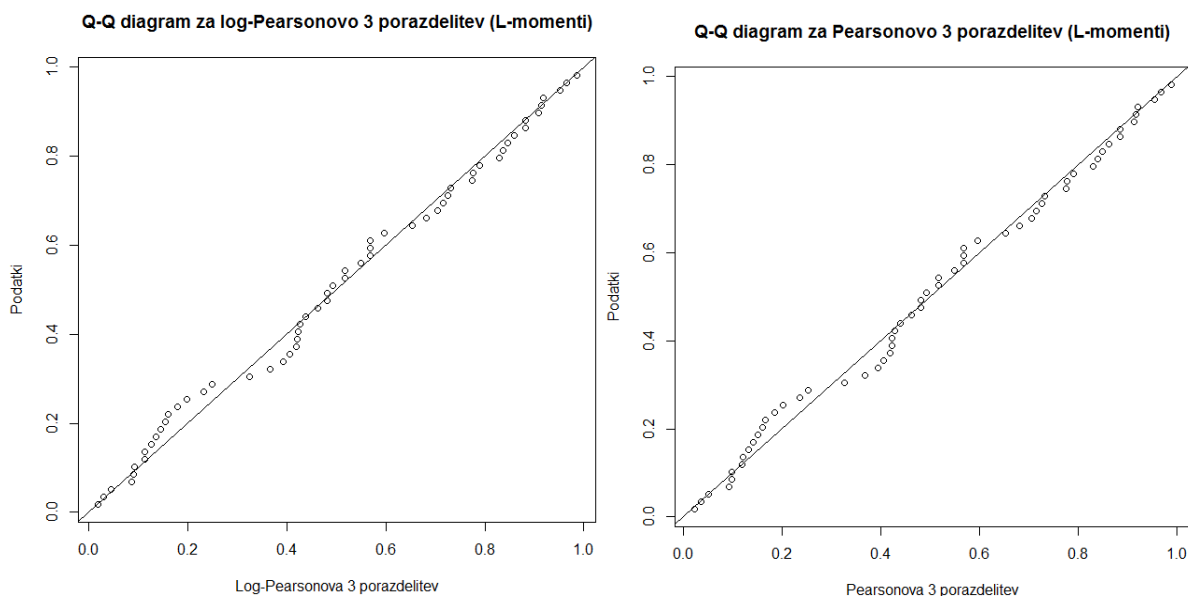
Na sliki 51 so prikazani rezultati logaritemske Pearsonove porazdelitve z izrisanimi 95 % mejami zaupanja. Vidimo lahko, da se log-Pearsonova 3 porazdelitev lepo prilega podatkom, ki so grafično prikazani z Weibullovo enačbo. Ocenjene vrednosti pretoka za nekatere značilne povratne dobe (metoda momentov) so predstavljene v preglednici 11.



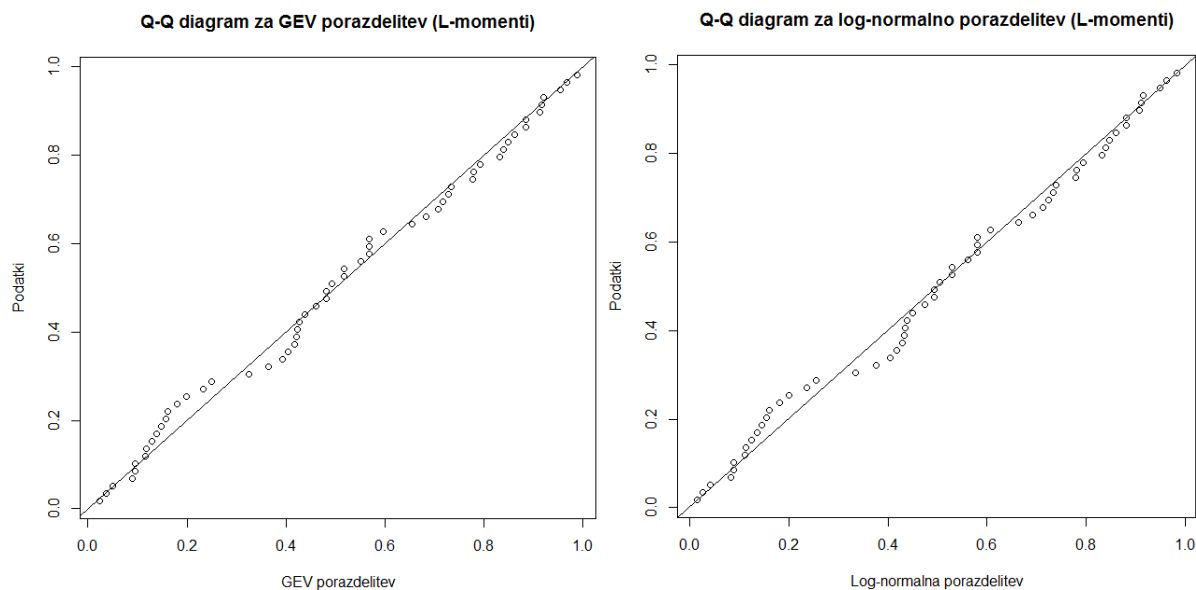
Slika 51: Prikaz rezultatov logaritmsko Pearsonove porazdelitve in intervalov zaupanja (metoda momentov)

8.1.2 Analiza letnih maksimumov z uporabo metode L-momentov

Na slikah 52 in 53 so prikazani Q-Q diagrami za logaritmsko Pearsonovo, Pearsonovo, logaritmsko normalno in GEV porazdelitev. Tudi pri ocenjevanju parametrov z metodo L-momentov je težko določiti razliko med posameznimi porazdelitvenimi funkcijami. Opazimo lahko, da se vse štiri prikazane porazdelitve dokaj dobro ujemajo s podatki, ki so prikazani z Weibullo enačbo. Prav tako je s pomočjo Q-Q diagramov težko določiti razliko med metodo momentov in metodo L-momentov (slike 48, 49, 52, 53).



Slika 52: Prikaz Q-Q diagramov za log-Pearsonovo 3 in Pearsonovo 3 porazdelitev (metoda L-momentov)



Slika 53: Prikaz Q-Q diagramov za GEV in log-normalno porazdelitev (metoda L-momentov)

Rezultati testov za metodo L-momentov so nekoliko drugačni od rezultatov metode momentov. V preglednici 28 so prikazani rezultati izvedenih testov pri posameznih porazdelitvah v primeru ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov. Pri testih Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling in PPCC so v oklepajih zapisane mejne vrednosti za stopnjo značilnosti 0,05.

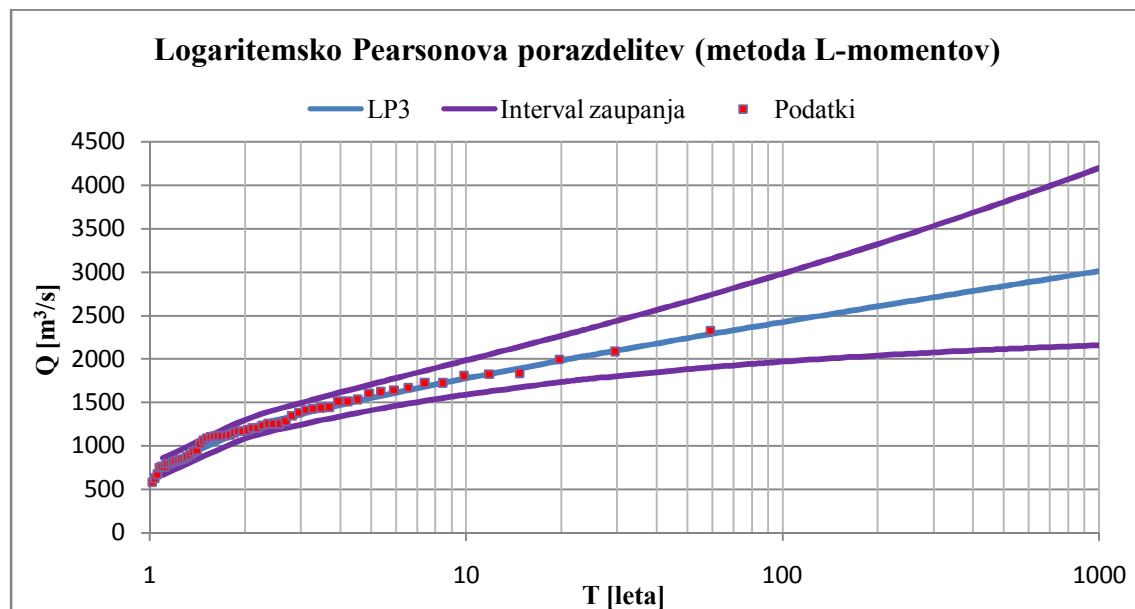
Preglednica 28: Rezultati izvedenih testov za vse porazdelitvene funkcije (metoda L-momentov)

| Porazdelitev/test | K-S | A-D | PPCC | RMSE | MAE | RMAE | AIC |
|-------------------|------------------|------------------|-----------------|-------|-------|-------|--------|
| Normalna | 0,102 (0,116) | 0,531 (0,762) | 0,985 (0,98) | 68,25 | 51,67 | 0,041 | 216,76 |
| Log-normalna | 0,062 (0,116) | 0,277 (0,762) | 0,996 (0,98) | 34,87 | 29,60 | 0,024 | 182,92 |
| Pearsonova 3 | 0,059 (0,117) | 0,239 (0,752) | 0,997 (0,98) | 34,31 | 28,58 | 0,023 | 184,10 |
| Log-Pearsonova 3 | 0,063 (0,117) | 0,251 (0,752) | 0,997 (0,98) | 33,05 | 27,60 | 0,022 | 182,22 |
| Gumbelova | 0,068 (0,117) | 0,348 (0,777) | 0,995 (0,97) | 40,45 | 35,03 | 0,028 | 190,41 |
| GEV | 0,062 (0,115) | 0,254 (0,56) | 0,997 (0,98) | 34,86 | 29,24 | 0,024 | 184,91 |
| GL | 0,076 (0,102) | 0,389 (0,698) | 0,994 (0,97) | 46,42 | 38,20 | 0,031 | 199,34 |

Tudi v primeru ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov da najboljše rezultate logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3. Na drugem in tretjem mestu sta Pearsonova 3 porazdelitev in porazdelitev ekstremnih vrednosti - GEV. Tudi v primeru L-momentov se najslabše s podatki ujema normalna porazdelitev. Praktično vsi rezultati, ki so bili izračunani z metodo L-momentov, so boljši kot tisti, ki so bili dobljeni v primeru ocenjevanja parametrov z metodo momentov.

Rezultati testov RMSE, MAE, RMAE, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling in AIC kažejo na boljše ujemanje logaritemsko Pearsonove porazdelitve v primeru ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov. Rezultati testa Hi-kvadrat kažejo na to, da logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3 ne moremo zavrniti s stopnjo značilnosti 0,05.

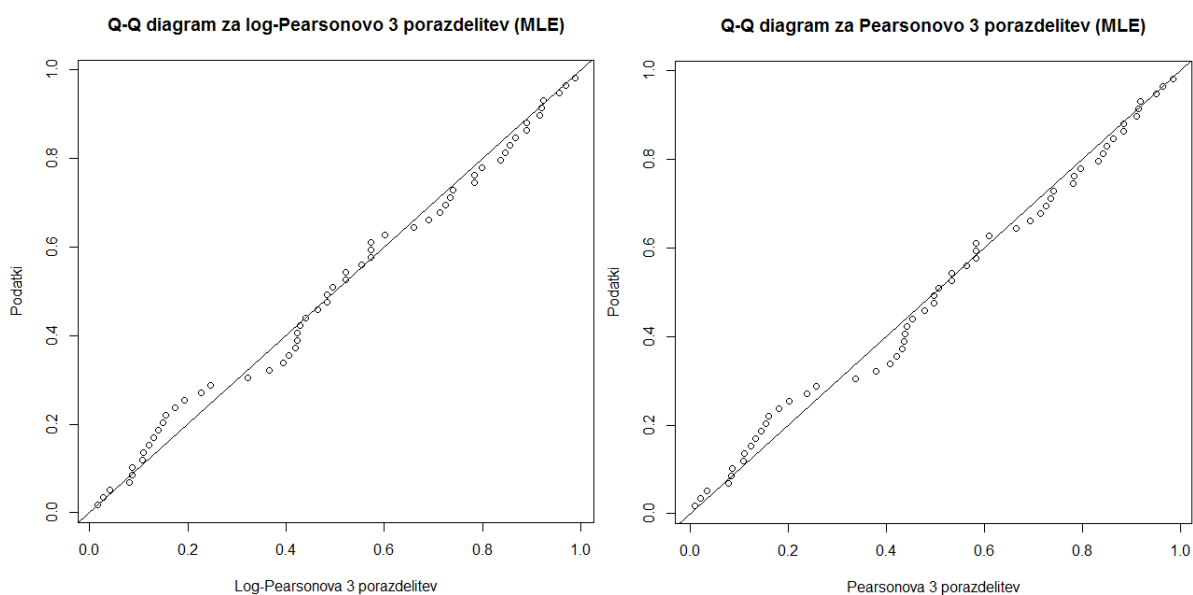
Rezultati logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3 za primer ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov in 95 % intervali zaupanja so prikazani na sliki 54. Metoda L-momentov se je v večini izvedenih testov izkazala za bolj učinkovito kot metoda momentov. Krivulja, ki jo določa log-Pearsonova porazdelitev, se lepo prilega podatkom, ki so prikazani z Weibullovo enačbo.



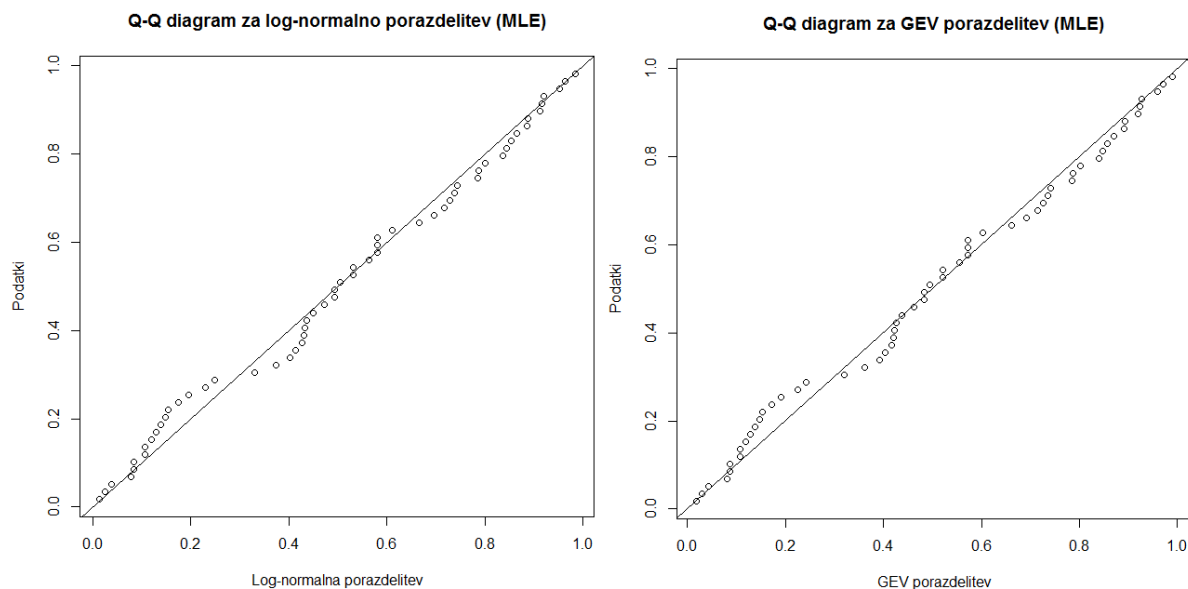
Slika 54: Prikaz rezultatov logaritemsko Pearsonove porazdelitve in intervalov zaupanja (metoda L-momentov)

8.1.3 Analiza letnih maksimumov z uporabo metode največjega verjetja

Na slikah 55 in 56 so prikazani Q-Q diagrami za logaritemsko Pearsonovo 3, Pearsonovo 3, logaritemsko normalno in GEV porazdelitev. Tudi pri ocenjevanju parametrov z MLE metodo težko določimo razliko med posameznimi porazdelitvenimi funkcijami.



Slika 55: Prikaz Q-Q diagramov za log-Pearsonovo 3 in Pearsonovo 3 porazdelitev (metoda največjega verjetja)



Slika 56: Prikaz Q-Q diagramov za log-normalno in GEV porazdelitev (metoda največjega verjetja)

Rezultati izvedenih testov v primeru ocenjevanja parametrov z metodo največjega verjetja so prikazani v preglednici 29. Pri testih Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling in PPCC so v oklepajih zapisane tudi mejne vrednosti za stopnjo značilnosti 0,05. Pri ocenjevanju parametrov z metodo največjega verjetja je najboljše rezultate dala Pearsonova 3 porazdelitev, vendar so bili ti rezultati slabši kot pri metodi L-momentov. Nekoliko slabše rezultate sta dali log-normalna porazdelitev in logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3. Najslabši rezultati so bili ponovno izračunani pri normalni porazdelitvi. Iz preglednice 29 lahko vidimo, da nobene porazdelitvene funkcije nismo mogli zavrniti z izbrano stopnjo značilnosti. Tudi test Hi-kvadrat ni zavrnil Pearsonove 3 porazdelitve s stopnjo značilnosti 0,05.

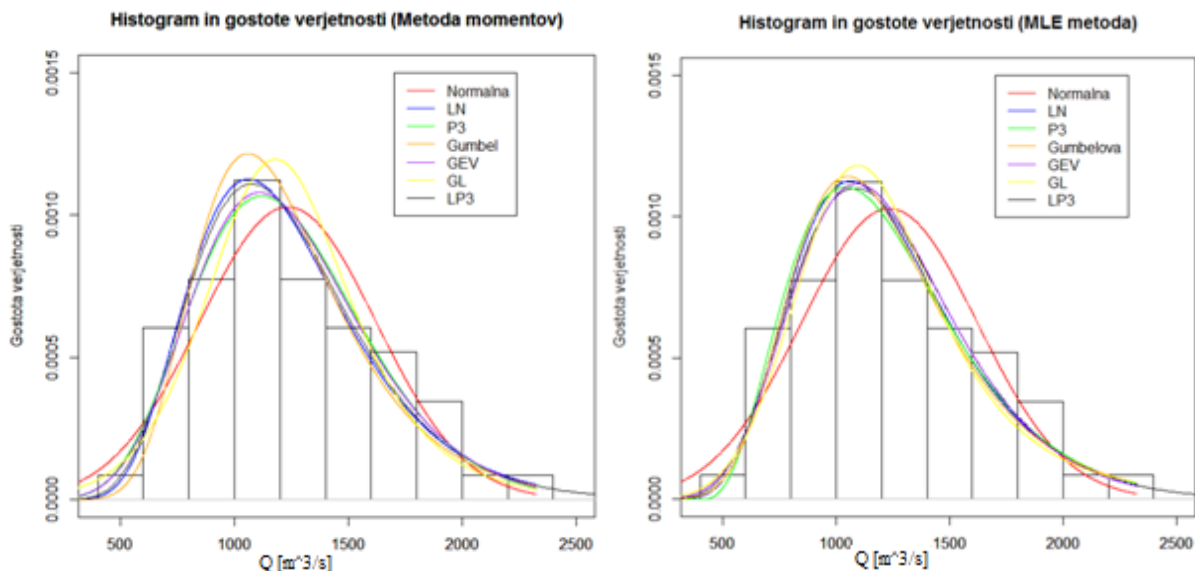
Preglednica 29: Rezultati izvedenih testov za vse porazdelitvene funkcije (metoda največjega verjetja)

| Porazdelitev/test | K-S | A-D | PPCC | RMSE | MAE | RMAE | AIC |
|-------------------|------------------|------------------|-----------------|-------|-------|-------|--------|
| Normalna | 0,101 (0,116) | 0,545 (0,762) | 0,985 (0,98) | 69,35 | 52,43 | 0,043 | 217,56 |
| Log-normalna | 0,069 (0,116) | 0,311 (0,762) | 0,996 (0,98) | 38,02 | 32,65 | 0,026 | 187,28 |
| Pearsonova 3 | 0,063 (0,119) | 0,288 (0,752) | 0,996 (0,98) | 36,47 | 31,56 | 0,026 | 187,19 |
| Log-Pearsonova 3 | 0,069 (0,117) | 0,285 (0,752) | 0,997 (0,98) | 38,61 | 32,67 | 0,026 | 190,06 |
| Gumbelova | 0,068 (0,117) | 0,335 (0,777) | 0,995 (0,97) | 39,46 | 34,27 | 0,028 | 189,17 |
| GEV | 0,071 (0,115) | 0,303 (0,56) | 0,997 (0,98) | 41,55 | 34,63 | 0,028 | 193,76 |
| GL | 0,077 (0,102) | 0,389 (0,698) | 0,991 (0,94) | 53,63 | 40,09 | 0,032 | 206,61 |

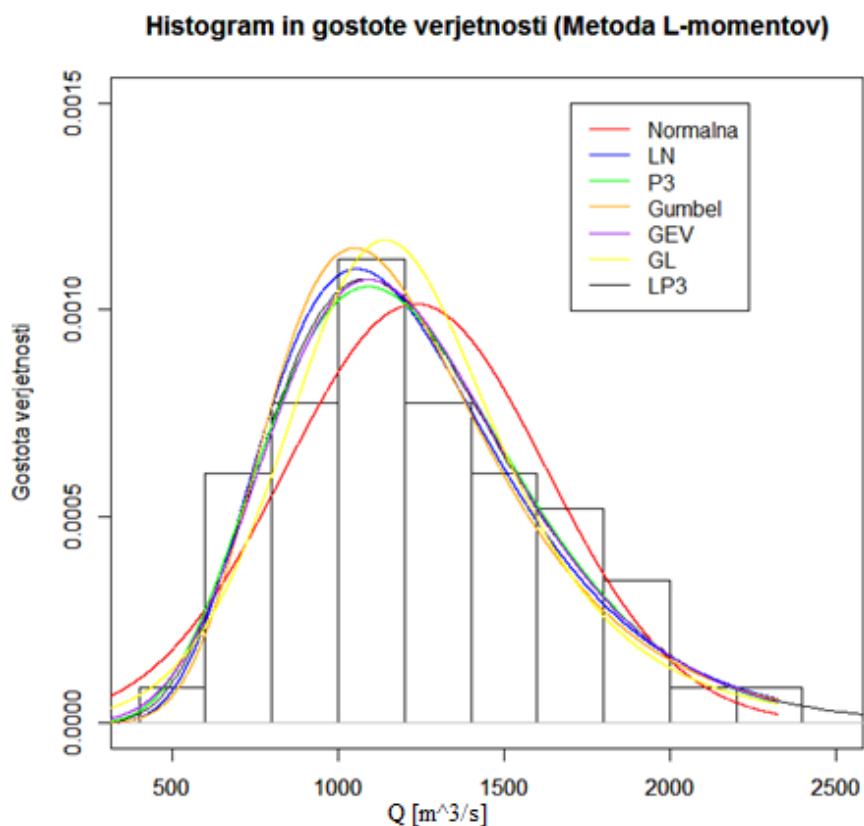
8.1.4 Primerjava in analiza rezultatov metode letnih maksimumov z oceno parametrov porazdelitev po vseh treh metodah

Metoda L-momentov da boljše rezultate testov RMSE, MAE, RMAE in AIC kot metoda največjega verjetja. Izjema je Gumbelova porazdelitev, kjer je MLE metoda dala boljše rezultate. Razlika med metodo momentov in metodo največjega verjetja ni tako enoznačna. MLE metoda je dala boljše

rezultate kot metoda momentov za GEV in GL porazdelitvi pri testu RMSE. Pri testu MAE pa so bili rezultati metode momentov boljši (GEV in logaritemsko Pearsonova porazdelitev) kot pri MLE metodi. Tudi za ostale teste velja, da je metoda L-momentov dala boljše rezultate, kot metoda momentov in metoda največjega verjetja.



Slika 57: Prikaz histograma podatkov in gostot verjetnosti uporabljenih porazdelitvenih funkcij (metoda momentov in metoda največjega verjetja)

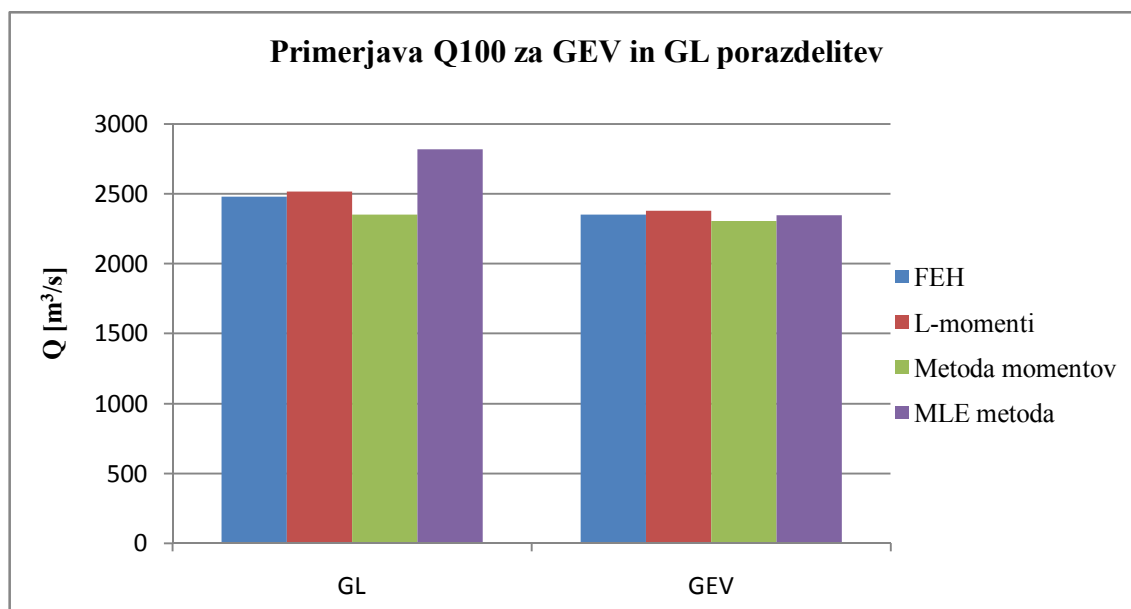


Slika 58: Prikaz histograma podatkov in gostot verjetnosti uporabljenih porazdelitvenih funkcij (metoda L-momentov)

Ujemanje histograma podatkov letnih maksimumov in gostot verjetnosti uporabljenih porazdelitvenih funkcij je prikazano na slikah 57 in 58. Na sliki 57 so prikazani rezultati za ocenjevanje parametrov z metodo momentov in metodo največjega verjetja. Opazimo lahko, da se v obeh primerih normalna porazdelitev najslabše ujema s podatki. Grafični test potrjuje rezultate testov RMSE, MAE, RMAE, AIC, K-S, A-D in PPCC. Pri metodi momentov se nekoliko slabše s podatki ujema tudi Gumbelova porazdelitev in generalizirana logistična porazdelitev. Pri metodi največjega verjetja pa je razlika med porazdelitvenimi funkcijami manj izrazita. Izjema je normalna porazdelitev, ki izstopa v negativnem smislu. Na sliki 58 je prikazano ujemanje podatkov in gostot verjetnosti porazdelitvenih funkcij za primer ocenjevanja parametrov z metodo L-momentov. Ta metoda je pri večini uporabljenih porazdelitev dala najboljše rezultate. Ponovno lahko vidimo, da se s podatki slabše ujema normalna porazdelitev. Ostale porazdelitvene funkcije pa so dale podobne rezultate.

8.1.5 Primerjava FEH postopka in običajnega postopka za GEV in GL porazdelitev

Razlika med rezultati postopka, ki je opisan v Flood Estimation Handbook in običajnega postopka z uporabo inverzne oblike porazdelitvene funkcije, je v temu, da FEH postopek en parameter porazdelitve določi iz mediane vzorca. Ocenjena vrednost pretoka, ki pripada dveletni povratni dobi, je enaka mediani vzorca. Pretok, ki pripada T -letni povratni dobi, je nekoliko manjši pri uporabi postopka, ki je predlagan v Flood Estimation Handbook. Razlika med običajnim postopkom in FEH postopkom se večja z večanjem povratne dobe in je nekoliko večja pri generalizirani logistični porazdelitvi kot pri porazdelitvi ekstremnih vrednosti. Razmerje med Q_{FEH} in Q_{OB} (inverzna porazdelitvena funkcija) je konstantno in se ne spreminja s povratno dobo. Za generalizirano logistično porazdelitev je razmerje enako 1,5 %, za porazdelitev ekstremnih vrednosti pa 1,1 %. Te ugotovitve veljajo za analize letnih maksimumov z vodomerne postaje Litija 1 na reki Savi in pri ocenjevanju parametrov z metodo L-momentov.



Slika 59: Primerjava različnih postopkov metode letnih maksimumov

Rezultati FEH postopka za GEV in GL porazdelitev so prikazani v preglednici 17. Rezultati analize v primeru ocenjevanja parametrov z metodo momentov, L-momentov in metodo največjega verjetja so prikazani v preglednicah 11 do 13. Na sliki 59 so prikazane ocenjene vrednosti pretoka s 100-letno povratno dobo. Rezultati so bili izračunani z uporabo inverzne porazdelitvene funkcije (metoda

momentov, metoda L-momentov in metoda največjega verjetja) in postopka, ki je opisan v Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999).

Preglednica 30: Rezultati testov za FEH postopek (metoda L-momentov)

| Porazdelitev/test | PPCC | RMSE | MAE | AIC |
|-------------------|-------|-------|-------|--------|
| GEV-FEH | 0,997 | 40,53 | 34,31 | 192,50 |
| GL-FEH | 0,994 | 54,66 | 44,68 | 207,57 |

Rezultati, dobljeni po FEH postopku, so bili testirani s podobnimi testi kot smo jih uporabili pri določanju porazdelitve, ki se najboljše prilega podatkom. Izvedli smo teste PPCC, RMSE, MAE in AIC. Rezultati testov so prikazani v preglednici 30. FEH postopek je pri obravnavanih testih dal slabše rezultate, kot postopek, pri katerem uporabimo inverzno porazdelitveno funkcijo in parametre ocenimo z metodo L-momentov. FEH postopek je v večini primerov (izjema je test MAE pri GEV porazdelitvi) dal boljše rezultate kot kombinacija inverzne porazdelitvene funkcije in metode momentov. Pri GL porazdelitvi so bili rezultati metode največjega verjetja boljši kot rezultati FEH postopka. Za porazdelitev ekstremnih vrednosti pa je metoda največjega verjetja dala slabše rezultate. Tudi pri FEH postopku se za ocene parametrov porazdelitev uporablja nekoliko modificirana metoda L-momentov. Iz izvedenih testov lahko sklepamo, da je metoda z uporabo L-momentov in inverzne porazdelitvene funkcije primernejša kot FEH postopek. Iz slike 59 lahko vidimo, da nam metoda L-momentov da največje vrednosti ocenjenih pretokov pri porazdelitvi ekstremnih vrednosti. Pri generalizirani logistični porazdelitvi je največje ocene vrednosti pretokov dala MLE metoda. Kombinacija metode momentov in inverzne porazdelitvene funkcije pa da najmanjše vrednosti pretokov. Ta kombinacija se je tudi v večini izvedenih testov izkazala za najmanj učinkovito. Pri generalizirani logistični porazdelitvi znaša razlika med metodo momentov in metodo L-momentov (Q100) 7 %, pri porazdelitvi ekstremnih vrednosti pa je enaka 3 %. GL porazdelitev se v večini primerov ni najboljše ujemala s podatki in je v večini izvedenih testov dala skorajda najslabše rezultate med vsemi uporabljenimi porazdelitvenimi funkcijami (slabše rezultate je dala le normalna porazdelitev). GEV in GL porazdelitev pri nobenem testu nista bili zavrženi z izbrano stopnjo značilnosti (metoda momentov, metoda L-momentov in metoda največjega verjetja).

8.1.6 Razprava in nekatere ugotovitve drugih avtorjev o izbiri najprimernejše porazdelitve

Takara (2009) je primerjal nekatere porazdelitvene funkcije z uporabo različnih testov. Uporabil je tudi testa CCPP in AIC. Vzorec letnih maksimumov je določalo 92 let podatkov o dnevni vrednosti padavin na Japonskem. Rezultati testov so za najbolj učinkoviti porazdelitvi določili nekoliko modificirano logaritemsko normalno porazdelitev s tremi parametri in logaritemsko Pearsonovo porazdelitev tipa 3. Za grafični prikaz podatkov je Takara (2009) uporabil Hazenovo formulo, ki je prikazana v preglednici 2.

Laio s sodelavci (Laio et al., 2009) je naredil izčrpno analizo primerjav ustreznosti različnih porazdelitev. Za preizkušanje porazdelitev so bili izbrani AIC test, Anderson-Darling test in BIC test (angl. *Bayesian information criterion*). Najprej so bili izvedeni številni numerični Monte Carlo poizkusi. Določili so prevladujočo porazdelitev (angl. *parent distribution*) in njene parametre. Nato so preverjali v koliko primerih testi prevladujočo porazdelitev določijo kot najprimernejšo. Teste so izvedli tudi na 1000 porečjih v Veliki Britaniji. Vzorce letnih maksimumov je sestavljalo od 5 do 112 let podatkov. Primerjali so 7 različnih porazdelitev. V primeru AIC in BIC testa je bila za najboljšo porazdelitev največkrat izbrana log-normalna porazdelitev, v primeru A-D testa pa Gumbelova

porazdelitev. Med večino testiranih porazdelitev ni bilo večjih razlik. Od ostalih porazdelitev je odstopala GEV porazdelitev, ki se je za najustreznejšo izkazala le v približno 5 % primerov. Vendar so avtorji članka (Laio et al., 2009) zapisali, da to ne pomeni, da je GEV porazdelitev manj primerna za izvedbo verjetnostnih analiz na območju Velike Britanije. Manjše velikosti vzorcev v veliko povodjih so bile najverjetneje vzrok slabših rezultatov, ki jih je dala porazdelitev ekstremnih vrednosti.

Laio s sodelovci (Laio et al., 2009) je med testiranjem porazdelitev ugotovil, da AIC in BIC test večkrat za bolj ustrezno porazdelitev določita logaritemske porazdelitve, kot sta log-normalna in log-Pearsonova 3 porazdelitev. Anderson-Darling test je večkrat za primernejše porazdelitve določil porazdelitve ekstremnih vrednosti, kot sta Gumbelova ali GEV porazdelitev. V zaključku članka pa so avtorji zapisali še ugotovitev, da se nobeden od testov ne izkaže za prevladujočega v večini primerov.

Haddad in Rahman (2011) sta prav tako preizkušala AIC, BIC in A-D test za določanje najustreznejše porazdelitve. Obravnavanih je bilo 44 vodomernih postaj v Avstraliji (Tasmanija). Vzorce letnih maksimumov je sestavljajo od 10 do 67 let podatkov. Z uporabo AIC in BIC testa je bila v več kot tretjini primerov za najboljšo porazdelitev določena log-normalna porazdelitev. Pri Anderson-Darling testu pa je najboljša rezultate dala Gumbelova porazdelitev.

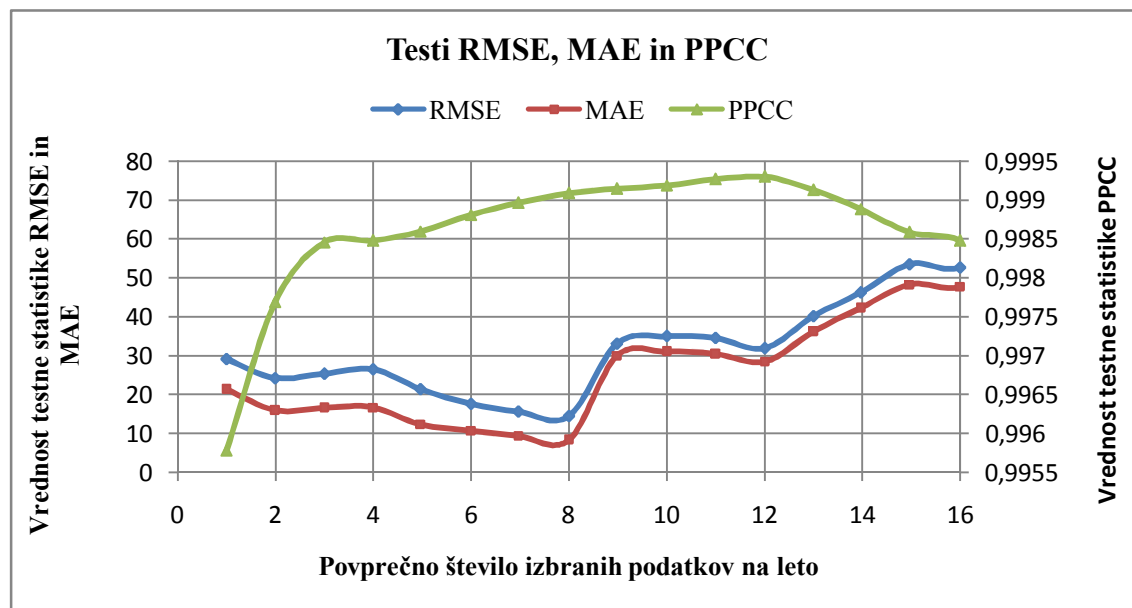
Sarauskiene in Kriauciuniene (2011) sta raziskovala, katera porazdelitev je najbolj primerna za uporabo na 32 vodomernih postajah na območju Litve. Vzorce letnih maksimumov spomladanskih poplav sta testirala s Kolmogorov-Smirnov testom. Ugotovila sta, da se dejanskim podatkom najbolje prilega logaritemsko Pearsonova 3 porazdelitev, za povodja na zahodu države in GEV porazdelitev, za povodja na jugovzhodu in centralnem delu države.

Logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3, ki se je izkazala za najbolj primerno za modeliranje letnih maksimumov na vodomerni postaji Litija 1, je tudi v analizah drugih avtorjev dala dobre rezultate (Laio et al., 2009; Sarauskiene in Kriauciuniene, 2011; Takara, 2009). Ta porazdelitev se tudi sicer na našem geografskem območju pogosto uporablja. Pri analizah so dobre rezultate dale tudi nekatere druge porazdelitvene funkcije: logaritemsko normalna porazdelitev, Pearsonova 3 porazdelitev, Gumbelova porazdelitev, porazdelitev ekstremnih vrednosti.

8.2 Vpliv izbire praga in določitev optimalne vrednosti praga POT metode

V poglavju 7 so predstavljeni nekateri rezultati POT analize. Najprej smo vzorec določili ročno za nekatere značilne vrednosti praga. Nato pa smo za določitev različnih vzorcev, ki vsebujejo od povprečno 1 do povprečno 16 dogodkov na leto, uporabili še program Hydrospect. Vse te vzorce smo testirali s testom indeksa disperzije, Hi-kvadrat testom, G testom in $r\sqrt{n}$ testom. S pomočjo rezultatov testov smo določili porazdelitve, ki so uporabljene v posameznih vzorcih. V preglednici 26 so prikazane izbrane porazdelitve za različne velikosti vzorcev (oblikovanje vzorca s programom Hydrospect).

Zanimalo nas je pri kateri vrednosti praga se $Q-T$ krivulja najbolj prilega podatkom. Za grafični prikaz verjetnosti posameznega podatka je bila ponovno uporabljena Weibullova enačba iz preglednice 2. Kolmogorov-Smirnov in Anderson-Darling test sta neprimerna za testiranje vzorcev pri POT analizah (Vose, 2011). Zato smo za določitev optimalne vrednosti praga uporabili teste PPCC, RMSE, MAE, RMAE in AIC.



Slika 60: Prikaz rezultatov RMSE, MAE in PPCC testa za POT metodo

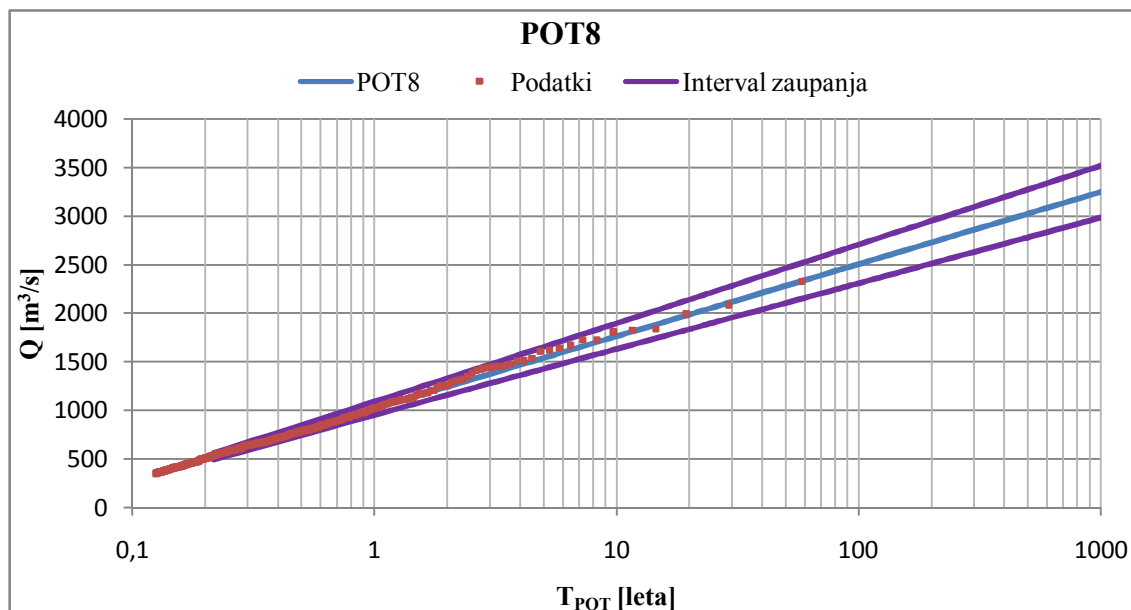
Na sliki 60 so prikazani rezultati RMSE, MAE in PPCC testa pri različnih velikostih vzorca. V primeru, ko vzorec vsebuje povprečno 9 dogodkov letno, je za porazdelitev števila konic v letu že uporabljena binomska porazdelitev. Test indeksa disperzije zavrne Poissonovo porazdelitev pri povprečno 9 konicah s stopnjo značilnosti 0,05. Test Hi-kvadrat sicer zavrne Poissonovo porazdelitev šele pri povprečno 11 dogodkih letno, vendar je bila kljub temu za porazdelitev števila konic v letu pri povprečno 9 in 10 konicah nad vrednostjo praga izbrana binomska porazdelitev.

Tako RMSE kot MAE test imata najmanjšo vrednost testne statistike pri velikosti vzorca, ki vsebuje povprečno 8 dogodkov nad pragom na leto (POT8) (slika 60). Tudi AIC in RMAE test sta za optimalno vrednost praga x_0 določila vrednost $347 \text{ m}^3/\text{s}$ (povprečno 8 dogodkov na leto). Test PPCC da najboljše rezultate pri vzorcu, ki vsebuje povprečno 12 dogodkov na leto. Vendar tudi vzorec z 8 dogodki letno ne odstopa veliko od najboljšega rezultata. Opazimo lahko, da tudi nekatere višje vrednosti praga (n.pr. povprečno 3 ali 5 konic na leto) ne odstopajo veliko od najboljših rezultatov.

Vzorec, ki vsebuje povprečno 8 dogodkov na leto nad vrednostjo praga $347 \text{ m}^3/\text{s}$, smo izbrali za nadaljnje analize. Q - T krivulja s 95 % intervalom zaupanja za vzorec POT8 je prikazana na sliki 61. Vzorec sestavlja 464 dogodkov in vrednost praga znaša $347 \text{ m}^3/\text{s}$. Za porazdelitev števila konic v letu je uporabljena Poissonova porazdelitev, za porazdelitev velikosti konic nad pragom pa eksponentna porazdelitev. Vrednost parametra m je 8 in parametra y 322,99. Nekatere značilne vrednosti ocenjenih pretokov, ki pripadajo povratni dobi T_{AM} , so prikazane v preglednici 31.

Preglednica 31: Nekatere značilne vrednosti ocenjenih pretokov pri vzorcu s povprečno 8 dogodki na leto

| Povratna doba | Q10 [m^3/s] | Q50 [m^3/s] | Q100 [m^3/s] | Q500 [m^3/s] |
|---------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Vrednost Q | 1746 | 2279 | 2504 | 3026 |



Slika 61: Prikaz rezultatov POT8 analize z intervali zaupanja

8.2.1 Razprava o najboljši izbiri vrednosti praga

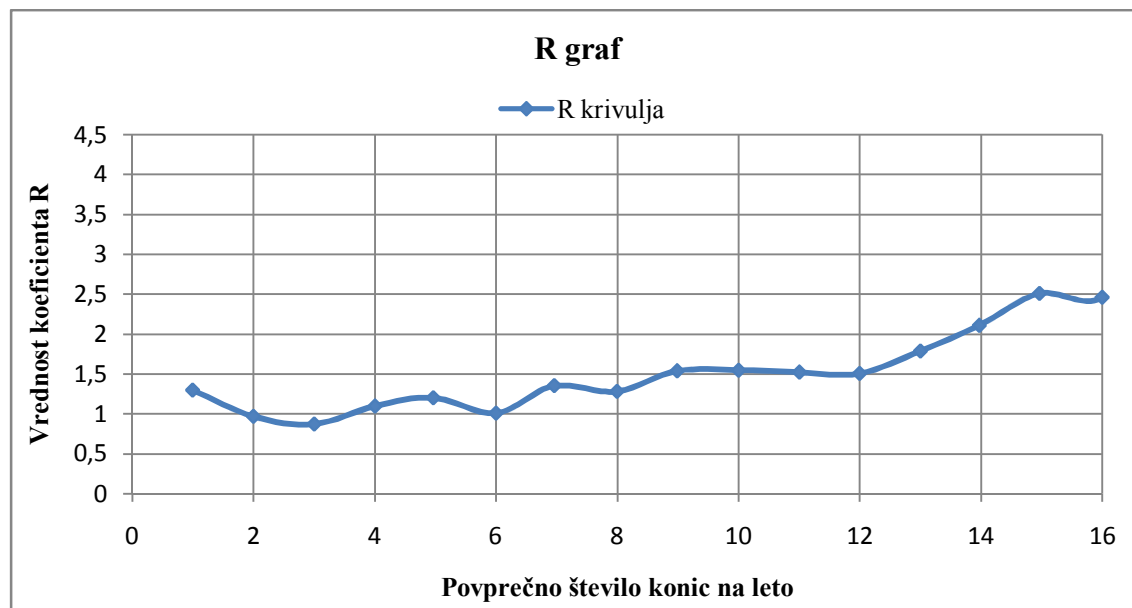
Tavares in da Silva (1983) sta predlagala, da se za vrednost praga izbere čim nižja vrednost. Vendar je pomembno, da pri izbrani vrednosti praga še vedno veljajo predpostavke modela. Njun model je bil sestavljen iz Poissonove porazdelitve za opis števila konic v letu in eksponentne porazdelitve za modeliranje velikosti konic nad pragom. Za merilo natančnosti ocenjenega pretoka sta uporabila varianco ocenjene vrednosti pretoka. Preizkušala sta vzorce s povprečno 1, 2, 5 in 10 dogodki na leto. Ugotovila sta, da ima najmanjšo vrednost variance model, ki vsebuje povprečno 10 dogodkov nad vrednostjo praga na leto.

Ugotovitve, ki sta jih podala Tavares in da Silva (1983), se ujemajo z ugotovitvami, ki so bile dobljene pri preizkušanju različnih velikosti vzorca POT metode. Rezultati izvedenih testov so pokazali, da nižja kot je vrednost praga, boljše je ujemanje Q - T krivulje s podatki. Varianca ocenjene vrednosti pretoka je v primeru analiz podatkov z vodomerne postaje Litija 1 vključena v intervale zaupanja. Širina intervalov zaupanja se manjša z nižanjem vrednosti praga. Iz tega sledi, da je vzorec, ki vsebuje povprečno 8 konic na leto, dobra izbira za izvedbo verjetnostne analize. Pri nižjih vrednostih praga (9 ali 10 dogodkov na leto) je Poissonova porazdelitev zavrnjena, binomska porazdelitev pa se ne ujema tako dobro s podatki.

Ashkar in Rousselle (1987) sta raziskovala obnašanje POT modela v primeru 34 vodomernih postaj, ki so imele na razpolago od 8 do 65 let podatkov. Uporabila sta Poissonovo porazdelitev za modeliranje števila konic v letu in eksponentno porazdelitev za opis velikosti konic nad pragom. Za vsako postajo sta poskusila določiti vrednost praga, pri kateri še veljajo predpostavke Poissonovega procesa. Čim nižja je vrednost praga, več dogodkov zajamemo v analizi in bolj natančno lahko ocenimo parametre uporabljenih porazdelitev. Uporabila sta grafični način določanja optimalne vrednosti praga. Uporabila sta koeficient R , ki je definiran z naslednjo enačbo:

$$R = \frac{1}{a}. \quad (101)$$

V zgornji enačbi je d indeks disperzije, ki je definiran z enačbo 50. Za Poissonovo porazdelitev je značilno, da ima indeks disperzije enak približno 1. Ashkar in Rousselle (1987) sta iskala vrednost praga, pri kateri se koeficient R približuje vrednosti 1. Na sliki 62 so prikazane vrednosti koeficienta R v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto za vodomerno postajo Litija 1. Po kriteriju, ki sta ga določila Ashkar in Rousselle (1987), bi bilo morda primerneje izbrati nekoliko višjo vrednost praga. Pri povprečno 8 dogodkih na leto se R krivulja še ne približuje toliko vrednosti 1, kot morda pri 3, 4, 5 ali 6 dogodkih letno. Podatki prikazani na sliki 62 pripadajo vzorcem, ki so bili določeni s pomočjo programa Hydrospect.



Slika 62: Prikaz vrednosti koeficienta R v odvisnosti od povprečnega števila konic na leto za postajo Litija I na Savi

Ashkar in Rousselle (1987) sta večinoma izbrala višje vrednosti praga, kar seveda pomeni manjše povprečno število konic na leto. V večini primerov se je izbrano povprečno število konic na leto gibalo med 2 in 3 konicami letno.

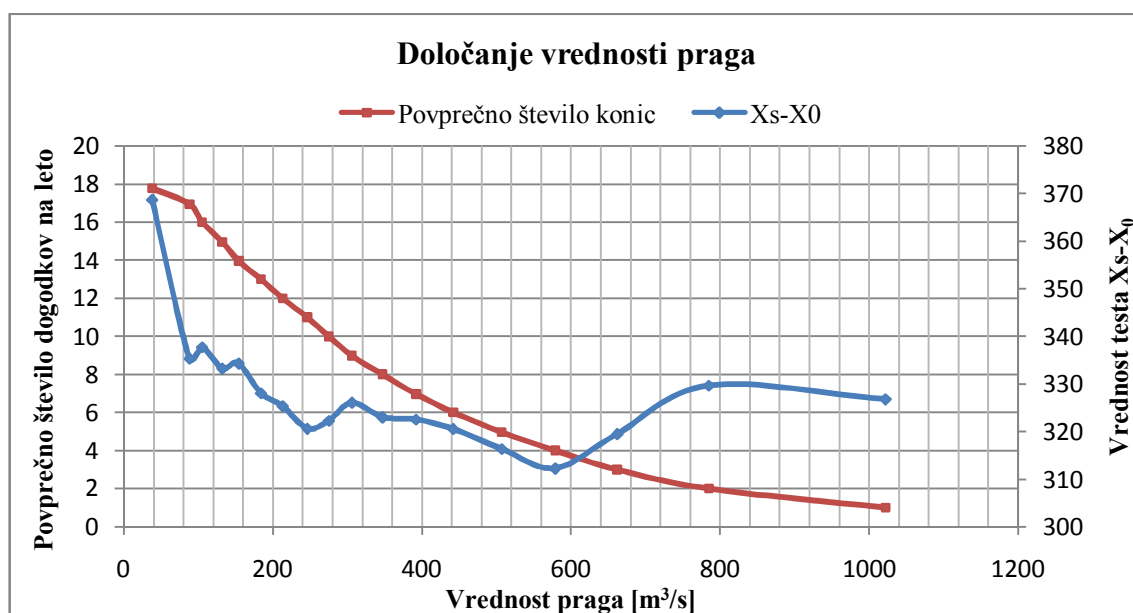
Pri izbiri vrednosti praga je pomembna tudi naslednja lastnost: če Poissonova porazdelitev velja za neko vrednost praga x_0 , potem bo veljala tudi za vse višje vrednosti praga. To velja tudi za podatke z vodomerne postaje Litija 1. Poissonova porazdelitev je bila uporabljena za vzorec, ki vsebuje povprečno 8 dogodkov letno in za vse višje vrednosti praga. Tudi Ashkar in Rousselle (1987) sta zapisala, da je bolje izbrati nižjo vrednost praga, v primeru da predpostavke modela niso kršene.

Iz slike 62 lahko vidimo, da se z nižanjem praga (večanje povprečnega števila konic na leto) vrednost koeficienta R oddaljuje od vrednosti 1. Iz tega lahko sklepamo, da Poissonova porazdelitev ni več primerna za modeliranje števila konic v letu. To potrjuje ugotovitve, ki so bile dobljene z uporabo različnih statističnih testov. Pri nižjih vrednostih praga je bolje izbrati binomsko porazdelitev, ki pa ni tako učinkovita kot Poissonova (slabši rezultati testov).

Tudi iz enačbe, ki določa varianco ocenjenega pretoka, lahko vidimo, da je ocenjena vrednost boljša, če imamo v vzorcu več podatkov. Parametra v imenovalcu prvega člena enačbe 98 sta povprečno število dogodkov nad pragom in število let podatkov, ki jih imamo na razpolago. Varianca ocenjene vrednosti pretoka se zmanjšuje z večanjem velikosti vzorca (nižanje meje) ali večanjem števila let

podatkov (Claps in Laio, 2003). Število let podatkov, ki jih imamo na razpolago za analize, je v večini primerov fiksni parameter in ga ne moremo spreminjati.

Lang s sodelavci (Lang et al., 1999) je predlagal, da se vrednost praga določi s pomočjo treh testov. Prvi test je podoben tistemu, ki sta ga predlagala Ashkar in Rousselle (1987), vendar je namesto koeficienta R na grafu prikazana vrednost indeksa disperzije d . Tudi v tem primeru gre za grafično določanje vrednosti praga pri kateri se vrednost indeksa disperzije približuje vrednosti 1. Ostala dva testa sta prikazana na sliki 63. Drugi test prikazuje povprečno število dogodkov nad pragom v odvisnosti od vrednosti praga. Tretji test prikazuje povprečno vrednost dogodkov nad pragom x_0 ($x_s - x_0$) v odvisnosti od vrednosti praga x_0 . Vrednost praga naj bo izbrana tako, da bo vrednost razlike $x_s - x_0$ linearna funkcija vrednosti praga (Lang et al., 1999).



Slika 63: Grafično določanje vrednosti praga za postajo Litija I na reki Savi

Lang in sodelavci (Lang et al., 1999) so za določitev vrednosti praga predlagali naslednji postopek:

- Določi se interval pri katerem dasta prvi in tretji test dobre rezultate.
- V določenem intervalu se izbere najvišjo vrednost praga (test 2), vendar naj bodo izbrani povprečno vsaj trije dogodki na leto.

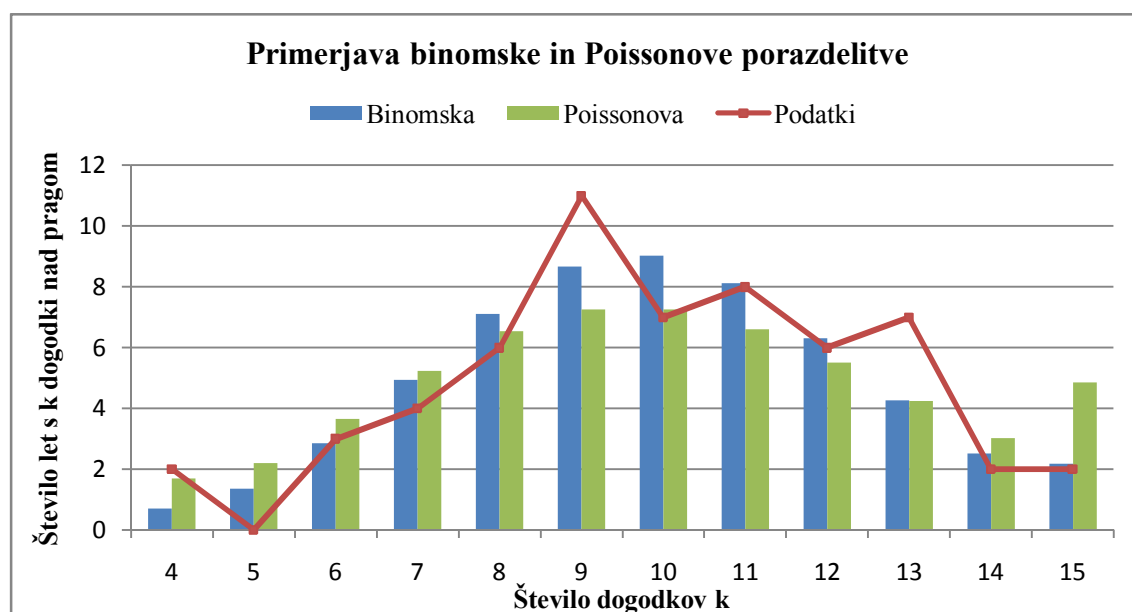
V primeru, da tri teste (Lang et al., 1999) apliciramo na podatke z vodomerne postaje Litija 1, lahko ponovno dobimo enake zaključke kot pri opazovanju R grafa (sliki 62 in 63). Poleg vrednosti praga, kjer je povprečno izbranih 8 dogodkov letno, lahko izberemo tudi katerokoli višjo vrednost praga (manj kot povprečno 8 dogodkov na leto). Kot logična izbira se ponuja vzorec s povprečno 5 konicami na leto. Pri tem vzorcu dobimo dobre rezultate pri testu ena in tri (Lang et al., 1999). Poleg tega je izbor takega vzorca predlagan tudi v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999).

8.2.2 Primerjava med binomsko in Poissonovo porazdelitvijo za opis števila konic v letu in razprava o rezultatih

V primeru, ko je Poissonova porazdelitev zavržena, sta njeni alternativni binomska in negativna binomska porazdelitev. V našem primeru vzorca, ko imamo povprečno 10 dogodkov nad pragom na

leto, test indeksa disperzije zavrne Poissonovo porazdelitev s stopnjo značilnosti 0,05. Test Hi-kvadrat pa ne zavrne Poissonove porazdelitve pri stopnji značilnosti 0,05. Zaradi zavrnitve Poissonove porazdelitve pri testu indeksa disperzije smo se odločili, da pri vzorcu, ki vsebuje povprečno 10 dogodkov na leto, za opis števila konic v letu uporabimo binomsko porazdelitev.

Binomska porazdelitev da slabše rezultate kot Poissonova porazdelitev pri testih PPCC, RMSE, MAE, RMAE in AIC. Varianca ocenjene vrednosti pretoka je nekoliko manjša pri uporabi binomske porazdelitve. To pomeni nekoliko ožje intervale zaupanja. Binomsko porazdelitev določata dva parametra, medtem ko je Poissonova porazdelitev definirana z enim parametrom.



Slika 64: Primerjava binomske in Poissonove porazdelitve za vzorec s povprečno 10 dogodki nad pragom

Na sliki 64 so prikazani rezultati testa Hi-kvadrat v primeru vzorca s povprečno 10 dogodki nad pragom x_0 na leto. Linija podatkov označuje dejansko število let, v katerih se je zgodilo k dogodkov nad pragom $275 \text{ m}^3/\text{s}$. Stolpčna grafata binomske in Poissonove porazdelitve prikazujeta pričakovano število let s k dogodki nad pragom. Opazimo lahko, da se binomska porazdelitev bolj ujema z linijo podatkov. To potrjujejo tudi rezultati Hi-kvadrat testa, ki kažejo v prid binomske porazdelitve.

V preglednici 32 so prikazani rezultati ocenjenih vrednosti pretokov v primeru uporabe binomske in Poissonove porazdelitve za modeliranje števila konic v letu. Tako slika 64 kot preglednica 32 sta določeni za vzorec, ki vsebuje povprečno 10 dogodkov na leto in je bil določen s pomočjo programa Hydrospect.

Önöz in Bayazit (2001) sta podala izraz, ki določa razmerje, med ocenjenima vrednostnima pretokov R_{BP} z uporabo binomske in Poissonove porazdelitve:

$$R_{BP} = \frac{\ln(1-I) - \ln(1 - T_1^{(1-I)/\mu})}{\ln \mu - \ln(-\ln T_1)}, \quad (102)$$

$$I = 1 - \alpha = -\frac{\mu}{1 + \gamma}.$$

Parametri zgornjih enačb so določeni z enačbami 52 in 55. T_I je določen z enačbo 6. Podobno lahko zapišemo izraz za razmerje R_{NP} med negativno binomsko in Poissonovo porazdelitvijo:

$$R_{NP} = \frac{\ln(I-1) - \ln\left(T_1^{(1-I)/\mu} - 1\right)}{\ln \mu - \ln(-\ln T_1)}, \quad (103)$$

$$I = \frac{\alpha}{1 - \alpha} + 1 = \frac{\mu}{\gamma} + 1.$$

Parametri zgornjih enačb so določeni z enačbami 52 in 57.

Razmerje v enačbah 102 in 103 gre proti vrednosti 1, ko je vrednost povratne dobe velika (Önöz in Bayazit, 2001).

Iz preglednice 32 vidimo, da je razlika med uporabljenima porazdelitvama zanemarljivo majhna. Pri povratni dobi 2 leti znaša razlika 4 m³/s in se z večanjem povratne dobe T_{AM} manjša. Z izračunom razmerja lahko ugotovimo, da je razlika med ocenjenima vrednostima pretokov, ki pripadata povratni dobi T je 2 leti, enaka 0,46 % in se z večanjem povratne dobe približuje vrednosti 0 %. Torej se vrednost razmerja R_{BP} približuje vrednosti 1, kar je v skladu z ugotovitvami, ki sta jih podala Önöz in Bayazit (2001).

Preglednica 32: Prikaz rezultatov z uporabo binomske in Poissonove porazdelitve za opis števila konic v letu

| Porazdelitev/Q | Q2 [m ³ /s] | Q10 [m ³ /s] | Q50 [m ³ /s] | Q100 [m ³ /s] | Q500 [m ³ /s] |
|----------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Binomska | 1139 | 1743 | 2275 | 2500 | 3109 |
| Poissonova | 1135 | 1742 | 2274 | 2499 | 3109 |

Cunnane (1979) je kot alternativo Poissonovi porazdelitvi predstavil negativno binomsko porazdelitev. Ugotovil je, da kljub temu, da gre za dvoparametrsko porazdelitev, ne prinese vidnih izboljšav rezultatov analiz.

Rezultati analize z uporabo Poissonove porazdelitve ali binomske porazdelitve so skorajda enaki. Pri binomski porazdelitvi je izraz za izračun variance ocenjene vrednosti pretoka (enačba 99) nekoliko bolj zapleten kot pri Poissonovi porazdelitvi (enačba 98). Ker Poissonovo porazdelitev določa le en parameter, lahko parametre ocenimo hitreje kot pri binomski porazdelitvi. Kljub temu, da nekateri statistični testi zavrnejo uporabo Poissonove porazdelitve, lahko to uporabimo za kontrolo rezultatov binomske porazdelitve ali hitro oceno vrednosti pretokov.

Podobne ugotovitve sta v svojem članku zapisala Önöz in Bayazit (2001). Ugotovila sta, da se rezultati analize z uporabo binomske ali negativne binomske porazdelitve v kombinaciji z eksponentno porazdelitvijo, ne razlikujejo veliko od kombinacije Poissonove in eksponentne porazdelitve. Zapisala sta še, da kljub temu, da statistični testi zavrnejo Poissonovo porazdelitev, lahko to še vedno uporabimo za modeliranje letnega števila konic nad vrednostjo praga.

8.3 Primerjava in analiza rezultatov POT metode in metode letnih maksimumov

V preglednicah 33 in 34 so še enkrat prikazani rezultati metode letnih maksimumov. V preglednici 33 lahko vidimo ocenjene vrednosti pretokov z 10-letno povratno dobo in v preglednici 34 ocenjene vrednosti pretokov s 100-letno povratno dobo za vse tri načine ocenjevanja parametrov (metoda momentov, metoda L-momentov in metoda največjega verjetja) in vse uporabljene porazdelitvene funkcije (normalna, log-normalna, Gumbelova, Pearsonova 3, log-Pearsonova 3, porazdelitev ekstremnih vrednosti in generalizirana logistična porazdelitev). Najnižje ocene vrednosti pretokov je dala normalna porazdelitev, najvišje ocenjene vrednosti pa so bile izračunane pri generalizirani logistični porazdelitvi. Ti dve porazdelitveni funkciji sta tudi sicer dale najslabše rezultate pri izvedenih statističnih testih. Ostale porazdelitvene funkcije so dale podobne ocene vrednosti pretokov. Te porazdelitvene funkcije tudi pri rezultatih statističnih testov niso veliko odstopale od najboljših rezultatov, ki so bili izračunani pri kombinaciji metode L-momentov in logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3.

Preglednica 33: Ocenjene vrednosti pretokov z 10-letno povratno dobo po metodi letnih maksimumov [m^3/s]

| Porazdelitev | Metoda momentov | Metoda L-momentov | Metoda največjega verjetja |
|------------------------|-----------------|-------------------|----------------------------|
| Normalna | 1732 | 1739 | 1732 |
| Log-normalna (LN) | 1764 | 1784 | 1764 |
| Gumbelova | 1741 | 1770 | 1776 |
| Pearsonova 3 (P3) | 1750 | 1768 | 1773 |
| Log-Pearsonova 3 (LP3) | 1758 | 1775 | 1755 |
| GEV | 1754 | 1768 | 1748 |
| GL | 1709 | 1736 | 1783 |

Preglednica 34: Ocenjene vrednosti pretokov s 100-letno povratno dobo po metodi letnih maksimumov [m^3/s]

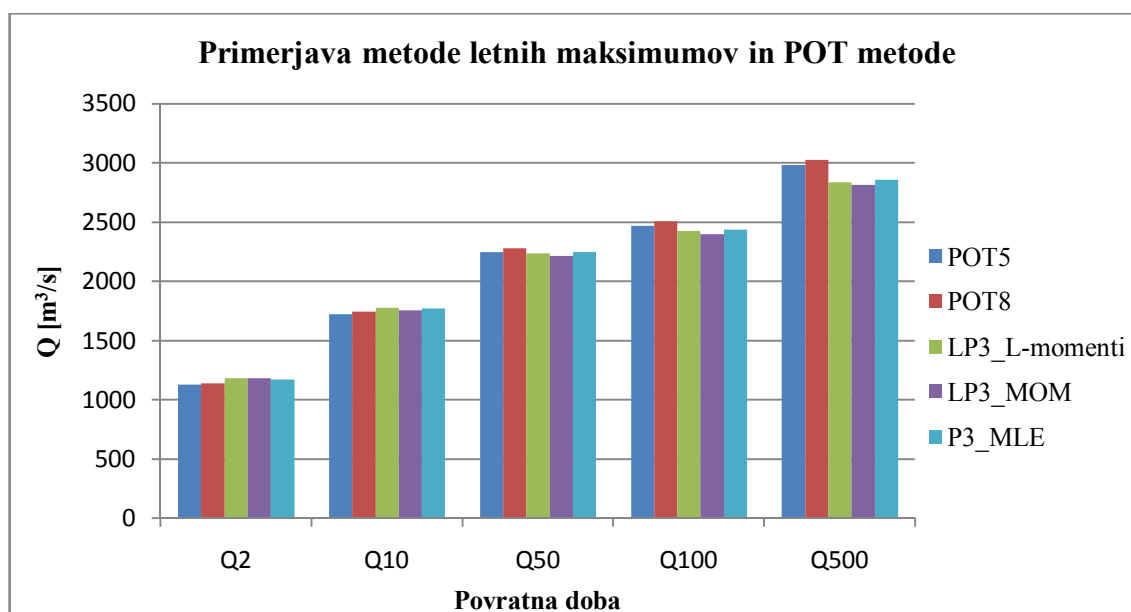
| Porazdelitev | Metoda momentov | Metoda L-momentov | Metoda največjega verjetja |
|------------------------|-----------------|-------------------|----------------------------|
| Normalna | 2138 | 2150 | 2138 |
| Log-normalna (LN) | 2458 | 2509 | 2458 |
| Gumbelova | 2453 | 2523 | 2534 |
| Pearsonova 3 (P3) | 2300 | 2368 | 2438 |
| Log-Pearsonova 3 (LP3) | 2398 | 2423 | 2378 |
| GEV | 2304 | 2376 | 2346 |
| GL | 2352 | 2513 | 2815 |

V preglednici 35 so zbrani rezultati metode vrednosti nad izbranim pragom. Prikazane so ocenjene vrednosti pretoka z 10 in s 100-letno povratno dobo za različne vrednosti praga. Opazimo lahko, da se ocenjene vrednosti pretokov spreminjajo v odvisnosti od izbrane vrednosti praga, vendar spreminjanje ocenjenih vrednosti pretokov ni niti monotono naraščajoče niti monotono padajoče.

Preglednica 35: Ocenjene vrednosti pretokov za različne mejne vrednosti po metodi vrednosti nad izbranim pragom (POT metoda)

| Vrednost praga [m ³ /s] | Q10 [m ³ /s] | Q100 [m ³ /s] |
|------------------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1021 (povprečno 1 konica) | 1758 | 2527 |
| 785 (povprečno 2 konici) | 1755 | 2530 |
| 662 (povprečno 3 konice) | 1734 | 2486 |
| 629 | 1708 | 2435 |
| 579 (povprečno 4 konice) | 1706 | 2431 |
| 508 (povprečno 5konic) | 1723 | 2463 |
| 442 (povprečno 6 konic) | 1738 | 2491 |
| 392 (povprečno 7 konic) | 1744 | 2501 |
| 347 (povprečno 8 konic) | 1746 | 2504 |

V nadaljevanju je narejena primerjava rezultatov logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3, ki je bila s pomočjo statističnih testov izbrana za najbolj učinkovito porazdelitev letnih maksimumov (metoda momentov in metoda L-momentov), rezultatov Pearsonove 3 porazdelitve, ki je dala najboljše rezultate pri metodi največjega verjetja in rezultatov POT metode. Za referenčna vzorca POT metode smo izbrali vzorca, ki vsebujeta povprečno 5 (POT5) in 8 (POT8) dogodkov nad pragom na leto. Na sliki 65 so prikazane ocenjene vrednosti pretokov za različne povratne dobe. Prikazane so naslednje kombinacije: inverzna porazdelitvena funkcija in metoda momentov (log-Pearsonova 3), inverzna porazdelitvena funkcija in metoda L-momentov (log-Pearsonova 3), inverzna porazdelitvena funkcija in MLE metoda (Pearsonova 3), POT vzorec s povprečno 5 konicami na leto in POT vzorec, ki vsebuje povprečno 8 dogodkov na leto. Vzorec letnih maksimumov vsebuje 58 dogodkov, vzorec POT5 288 dogodkov in vzorec POT8 464 dogodkov.



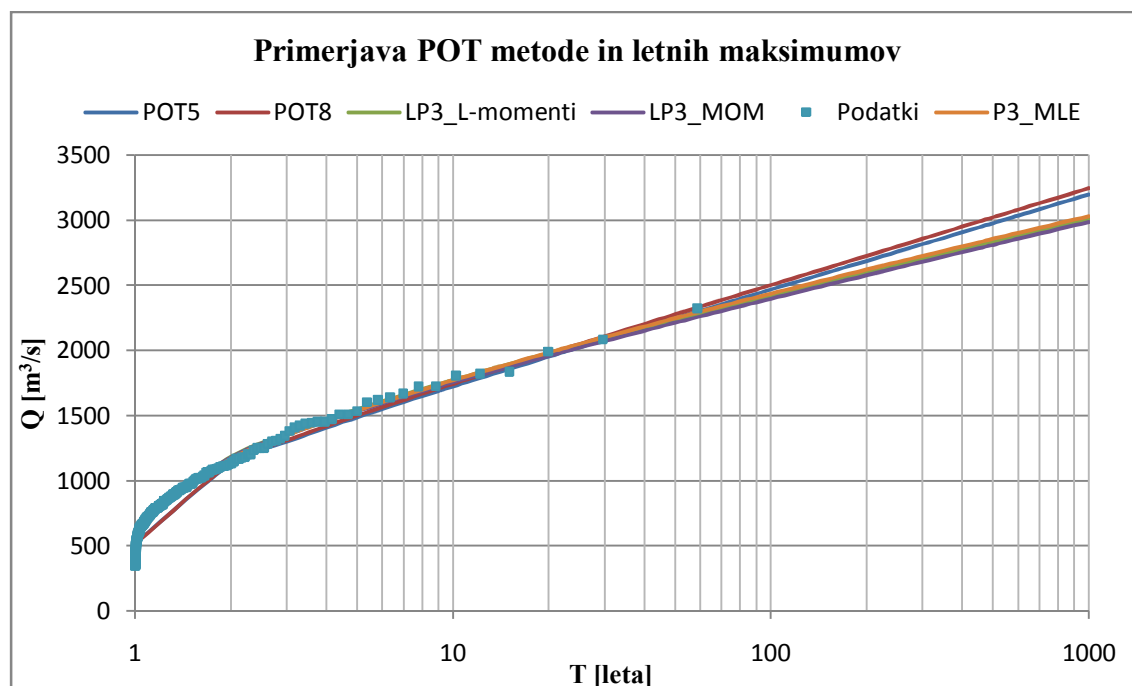
Slika 65: Primerjava POT metode in metode letnih maksimumov

Iz slike 65 je razvidno, da POT8 vzorec, ki vsebuje povprečno 8 konic na leto, da višje ocene vrednosti pretokov kot POT5 vzorec. Metoda L-momentov da višje vrednosti ocenjenih pretokov pri večjih vrednostih povratnih dob kot metoda momentov. POT metoda da pri večjih vrednostih

povratnih dob višje vrednosti ocenjenih pretokov kot metoda letnih maksimumov. Za ocenjen pretok, ki pripada 100 letni povratni dobi, je razlika med logaritemsko Pearsonovo porazdelitvijo (L-momenti) in POT5 vzorcem enaka $46 \text{ m}^3/\text{s}$. Razlika med LP3 porazdelitvijo (L-momenti) in POT8 vzorcem znaša $82 \text{ m}^3/\text{s}$. Razlika med metodo letnih maksimumov in izbranimi primeroma POT metode se večja z večanjem povratne dobe.

Na sliki 66 je prikazanih pet obravnavanih Q - T krivulj (LP3-L-momenti, LP3-MOM, P3-MLE, POT5 in POT8). Merjeni podatki pripadajo vzorcu, ki vsebuje povprečno 8 dogodkov na leto. Za prikaz podatkov je bila uporabljena Weibullova enačba iz preglednice 2.

Rezultati testov PPCC, RMSE, MAE, RMAE in AIC, ki so bili narejeni pri POT metodi in metodi letnih maksimumov, kažejo na boljše ujemanje med podatki in modeloma POT5 in POT8, kot pa med podatki in logaritemsko Pearsonovo porazdelitvijo tipa 3 (metoda momentov in metoda L-momentov) oziroma Pearsonovo 3 porazdelitvijo (metoda največjega verjetja). Metoda letnih maksimumov z oceno parametrov po metodi momentov, metodi L-momentov in metodi največjega verjetja da torej slabše rezultate kot POT metoda. Če pa med sabo primerjamo oba POT modela, vzorec, ki vsebuje povprečno 8 dogodkov na leto, da boljše rezultate, kot vzorec, ki vsebuje povprečno 5 dogodkov na leto.



Slika 66: Primerjava Q - T krivulj metode letnih maksimumov in POT metode

8.3.1 Razprava o primerjavi obeh metod

Bačova-Mitkova in Onderka (2010) sta primerjala metodo letnih maksimumov in POT metodo na več vodomernih postajah ob reki Donavi. Pri verjetnostni analizi letnih maksimumov sta bili izbrani log-normalna in log-Pearsonova porazdelitev tipa 3. POT vzorec je bil sestavljen iz približno 2 do 3 konic na leto. Rezultati analiz so pokazali, da POT metoda ne daje v vseh primerih višjih vrednosti ocenjenih pretokov z določenimi povratnimi dobami. Katera izmed izbranih porazdelitev je dala višje rezultate, je bilo odvisno od obravnavane postaje in ne od izbrane metode. Tudi Mkhandsi s sodelavci (Mkhandsi et al., 2005) je pri primerjavi rezultatov verjetnostne analize z uporabo letnih maksimumov po

Gumbelovi porazdelitvi in POT metode ugotovil, da POT metoda ne da vedno večjih vrednosti ocenjenih pretokov. Bačova-Mitkova in Onderka (2010) sta zapisala, da je glavna prednost POT metode pred metodo letnih maksimumov v tem, da jo lahko uporabimo tudi takrat, ko nimamo na razpolago veliko let podatkov. Te ugotovitve so v skladu s priporočili, ki so zapisana v Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999). Uporabo POT metode predlagajo v primeru, ko imamo na razpolago manj kot 14 let podatkov.

Madsen (1996) je v svoji raziskavi ugotovil, da so rezultati POT metode in metode letnih maksimumov enako dobri, v primeru ocenjevanja parametrov z metodo momentov in če je povprečno število konic na leto pri POT metodi enako 0,91. Za verjetnostno analizo po metodi letnih maksimumov pa je izbral Gumbelovo porazdelitev.

Cunnane (1989) je zapisal, da je POT metoda boljša od metode letnih maksimumov, če je povprečno število dogodkov na leto večje od 1,65. Do podobnih ugotovitev sta s pomočjo Monte Carlo poizkusov prišla tudi Tavares in da Silva (1983). Ugotovila sta, da je POT vzorec, ki vsebuje povprečno 2 konici na leto, že boljši od metode letnih maksimumov. Do teh zaključkov so prišli z opazovanjem variance ocenjene vrednosti pretoka (Cunnane, 1989; Tavares in da Silva, 1983).

Tudi v primeru verjetnostne analize pretokov z vodomerne postaje Litija 1 so rezultati POT metode boljši od metode letnih maksimumov. Tudi pri vzorcu, ki vsebuje povprečno eno konico letno, so rezultati testov RMSE, MAE, RMAE in AIC za POT metodo boljši kot pri metodi letnih maksimumov v primeru logaritmsko Pearsonove porazdelitve tipa 3 (metodi momentov in L-momentov) in Pearsonove porazdelitve tipa 3 (metoda največjega verjetja). Prav tako je vzorec, ki vsebuje povprečno 2 konici nad pragom na leto, boljši kot pri metodi letnih maksimumov z log-Pearsonovo porazdelitvijo tipa 3 (metoda L-momentov), ki se je izkazala za najučinkovitejšo. Pri nižjih vrednostih praga (vzorca POT5 in POT8) so rezultati testov še nekoliko boljši kot pri vzorcu s povprečno 1 konico nad pragom na leto. Ta dognanja so v skladu z ugotovitvami, ki so jih v svojih raziskavah zapisali drugi raziskovalci (Tavares in da Silva, 1983; Cunnane, 1989; Madsen, 1996).

9 ZAKLJUČKI

Poplave so naraven pojav. Škoda, ki nastane zaradi poplav, pa je posledica človeških dejavnosti. Cilj zaščite pred poplavami je varovanje človeških življenj in zmanjšanje gospodarske škode. Ukrepe za zaščito lahko razdelimo na aktivne in pasivne. Z aktivnimi ukrepi vplivamo na obliko in naravo pojava (zmanjševanje trajanja in velikosti vala), s pasivnimi pa varujemo pred posledicami (Brilly et al., 1999). Za izvajanje ukrepov potrebujemo kvalitetno in zanesljivo izvedene verjetnostne analize, ki so potrebne tudi za učinkovito planiranje, projektiranje in obratovanje hidrotehničnih objektov.

Z verjetnostnimi analizami visokih vod lahko določimo ogroženost človeških dejavnosti. S sočasno analizo nevarnosti, ki jo določimo z verjetnostnimi analizami in analizo ranljivosti, ki jo določa cena škode na človeških dejavnostih, lahko opredelimo pojem ogroženosti. Verjetnostno analizo lahko naredimo z metodo letnih maksimumov, ki je enostavna za uporabo ter se v hidrološki praksi pogosteje uporablja in z metodo vrednosti nad izbranim pragom (POT metodo), ki je nekoliko bolj zapletena, vendar vsebuje več informacij o visokih vodah.

V diplomski nalogi je verjetnostna analiza visokih vod narejena s podatki izmerjenih pretokov z vodomerne postaje Litija 1 na reki Savi za obdobje od leta 1953 do leta 2010. Uporabili smo dnevne vrednosti pretokov z vrinjenimi maksimalnimi konicami.

V primeru ocenjevanja parametrov porazdelitev z metodo L-momentov, dobimo boljše ujemanje med podatki in uporabljeno porazdelitveno funkcijo, kot v primeru uporabe metode momentov ali metode največjega verjetja (metoda letnih maksimumov). Metoda L-momentov se je tudi pri analizah drugih avtorjev izkazala za učinkovitejšo (Sankarasubramanian in Srinivasan, 1999; Hosking in Wallis, 1997). Poleg rezultatov statističnih testov tudi grafični testi (Q-Q diagrami, ujemanje histograma podatkov in gostote verjetnosti) kažejo na primernost uporabe metode L-momentov za ocenjevanje parametrov. Pri verjetnostni analizi z metodo letnih maksimumov se merjenim podatkom, ki so prikazani z Weibullovo enačbo, najbolje prilega logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3. Te ugotovitve veljajo v primeru uporabe metode L-momentov in metode momentov. Ta porazdelitvena funkcija je tudi pri analizah drugih raziskovalcev dala dobre rezultate (Lai et al., 2009; Sarauskiene in Kriauciuniene, 2011; Takara, 2009). Pri metodi največjega verjetja pa je najboljše rezultate dala Pearsonova porazdelitev tipa 3. Pri verjetnostni analizi po metodi letnih maksimumov, nobene izmed testiranih porazdelitev nismo mogli zavrniti z izbrano stopnjo značilnosti. Uporabili smo teste: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling in PPCC. Najslabše rezultate verjetnostnih analiz (pri vseh treh načinih ocenjevanja parametrov porazdelitev) sta dali normalna in generalizirana logistična porazdelitev. Pri nas se v praksi v večini primerov uporablja kombinacija metode momentov in logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3. Za podatke z vodomerne postaje Litija 1 lahko ugotovimo, da je uporaba te porazdelitve smiselna, vendar je boljša v kombinaciji z metodo L-momentov. Ugotovili smo tudi, da metoda največjega verjetja da pri nekaterih porazdelitvah boljše rezultate kot metoda momentov in pri Gumbelovi porazdelitvi tudi boljše rezultate kot metoda L-momentov. Postopek, ki je opisan v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999), je v večini uporabljenih statističnih testov dal slabše rezultate, kot postopek z uporabo inverzne porazdelitvene funkcije in metode L-momentov za ocenjevanje parametrov porazdelitve (primerjava je bila izvedena za porazdelitev ekstremnih vrednosti in generalizirano logistično porazdelitev). Metoda L-momentov (inverzna porazdelitvena funkcija) da višje vrednosti ocenjenega pretoka s stoletno povratno dobo kot FEH postopek (GL in GEV porazdelitev).

Pri analizi visokovodnih konic z metodo vrednosti nad izbranim pragom (POT) smo uporabili pogoje neodvisnosti, ki jih je podal Cunnane (1979). Upoštevanje pogojev neodvisnosti pri POT metodi je smiselno (Beguería, 2005). Za določitev različnih POT vzorcev smo si pomagali s programom Hydrospect, ki se je izkazal kot uporabno orodje za ta namen. Slabost programa je, da lahko upoštevamo le časovni pogoj neodvisnosti dogodkov nad pragom. Pri POT analizi sta bili uporabljeni eksponentna porazdelitev za opis velikosti konic nad pragom in Poissonova porazdelitev za modeliranje števila konic v posameznem letu (za vrednosti praga, ki vsebujejo manj kot povprečno 9 konic na leto). Poissonova porazdelitev za modeliranje števila konic v posameznem letu je bila zavrnjena pri vrednosti praga, ki določa vzorec s povprečno 9 konicami letno. Namesto Poissonove porazdelitve je bila uporabljena binomska porazdelitev, ki pa je dala skorajda enake rezultate kot Poissonova. Do podobnih ugotovitev so v svojih delih prišli tudi Cunnane (1979) ter Önöz in Bayazit (2001). Rezultati testov pri uporabi binomske porazdelitve so bili slabši kot pri uporabi Poissonove porazdelitve. Isti porazdelitveni funkciji (eksponentno in Poissonovo) so uporabili pri svojih analizah tudi Önöz in Bayazit (2001) ter Lang s sodelavci (Lang et al., 1997). Za obe porazdelitveni funkciji velja, da če sta primerni za neko vrednost praga x_0 , potem ju lahko uporabimo tudi pri katerikoli višji vrednosti praga (Ashkar in Rousselle, 1983a). Glede na rezultate nekaterih testov in priporočila iz literature je bila kot optimalna določena vrednost praga 508 m³/s (vzorec, ki vsebuje povprečno 5 konic na leto). Določanje vzorca na tak način je predlagano tudi v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson in Reed, 1999). Izbira vrednosti praga je subjektiven proces in zato bi bilo možno izbrati tudi marsikatero drugo vrednost praga (n.pr. vzorec, ki vsebuje povprečno 3 ali 8 dogodkov na leto). Za določitev optimalne vrednosti praga smo uporabili tudi grafične teste, ki so jih predlagali Ashkar in Rousselle (1987) ter Lang s sodelavci (Lang et al., 1999).

Rezultati POT metode, za posamezne v literaturi pogosto uporabljene vrednosti praga, so boljši, kot rezultati metode letnih maksimumov. Podobne zapise lahko najdemo tudi v raziskavah drugih avtorjev (Tavares in da Silva, 1983; Cunnane, 1989; Madsen, 1996). Že vzorec s povprečno eno konico nad vrednostjo praga, je dal boljše rezultate statističnih testov kot metoda letnih maksimumov. Z nižanjem vrednosti praga pa so se rezultati statističnih testov še izboljševali. POT metoda da nekoliko nižje vrednosti ocenjenih pretokov pri manjših povratnih dobah (glede na metodo letnih maksimumov). Pri večjih vrednostih povratnih dob so rezultati POT metode višji kot rezultati logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3 (metoda momentov in metoda L-momentov) in rezultati Pearsonove 3 porazdelitve (metoda največjega verjetja). Bačova-Mitkova in Onderka (2010) ter Mkhanda s sodelavci (Mkhanda et al., 2005) so ugotovili, da POT metoda ne da vedno višjih ocenjenih vrednosti pretokov. Vsekakor se je POT metoda za podatke z vodomerne postaje Litija I izkazala za bolj učinkovito kot metoda letnih maksimumov.

Za bolj zanesljive zaključke o smiselnosti uporabe različnih metod bi bilo potrebno podobne analize izvesti na več vodomernih postajah na območju Slovenije oziroma še bolje kar za vse. Kljub temu lahko na podlagi izvedenih analiz in testov zaključimo, da je POT metoda, kljub nekoliko bolj zapletenemu postopku uporabe, dobra alternativa in predvsem izboljšava metode letnih maksimumov.

VIRI

Adamson, P. T., Zucchini, W. 1984. On the application of a censored log-Normal distribution to partial duration series of storms. *Water SA*. 10, 3: 136-146.

http://www.wrc.org.za/Knowledge%20Hub%20Documents/Water%20SA%20Journals/Manuscripts/1984/WaterSA_1984_10_0328.PDF (Pridobljeno 10. 1. 2012.)

Agencija RS za okolje, 2008. Karta vodomernih postaj z imeni in šiframi.

<http://www.arso.gov.si/vode/podatki/arhiv/karta2.wmf> (Pridobljeno 25.11.2011.)

Agencija RS za okolje, 2011. Hidrološki podatki. Message to: Kobold, M. 2011. Osebna komunikacija.

Agencija RS za okolje, 2011. Vreme, Poročila in projekti.

<http://www.arso.gov.si/vreme/poro%C4%8Dila%20in%20projekti/> (Pridobljeno 25. 11. 2011.)

Ahmad, M. I., Sinclair, C. D., Spurr, B. D. 1988. Assessment of flood frequency models using empirical distribution function statistics. *Water Resources Research* 24, 8: 1323-1328.

Arora, K., Singh, V. P. 1989. A comparative evaluation of the estimators of the log Pearson type (LP) 3 distribution. *Journal of Hydrology* 105, 1-2: 19-37.

Ashkar, F., Rousselle, J. 1983 (a). Some remarks on the truncation used in partial flood series models. *Water Resources Research* 19, 2: 477-480.

Ashkar, F., Rousselle, J. 1983 (b). The effect of certain restrictions imposed on the interarrival times of flood events on the Poisson distribution used for modeling flood counts. *Water Resources Research* 19, 2: 481-485.

Ashkar, F., Rousselle, J. 1987. Partial duration series modeling under the assumption of a Poissonian flood count. *Journal of Hydrology* 90, 1-2: 135-144.

Báčova-Mitkova, V., Onderka, M. 2010. Analysis of extreme hydrological events on the Danube using the peak over threshold method. *Journal of Hydrology and Hydromechanics* 58, 2: 88-101.

http://dlib.lib.cas.cz/6462/1/2010_58_2_bacova_88.pdf (Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Banovec, P., Steinman, F., Gosar, L., Pergar, P., Trček, R. 2003. Vrednotenje poplavnih škod ter analiza preventivnih ukrepov. Končno poročilo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 165 f.

http://www.sos112.si/slo/tdocs/poplavne_skode.pdf (Pridobljeno 4. 1. 2012.)

Bat, M., Dolinar, M., Frantur, P., Hrvatin, M., Kobold, M., Kurnik, B., Nadbath, M., Ožura, V., Uhan, J., Ulaga, F. 2008. Vodna bilanca Slovenije 1971-2000 = Water balance of Slovenia 1971-2000. Ljubljana, Ministrstvo za okolje in prostor, Agencija Republike Slovenije za okolje: 119 str.

Beguería, S. 2005. Uncertainties in partial duration series modelling of extremes related to the choice of the threshold value. *Journal of Hydrology* 303, 1-4: 215-230.

Bhunya, P. K., Singh, R. D., Berndtsson, R., Panda, S. N. 2012. Flood analysis using generalized logistic models in partial duration series. *Journal of Hydrology* 420-421: 59-71.

Borradaile, G. 2003. *Statistics of earth science data*. Berlin, Springer cop.: 351 str.

Brilly, M., Mikoš, M., Šraj, M. 1999. *Vodne ujme - varstvo pred poplavami, erozijo in plazovi*. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 186 str.

Brilly, M., Šraj, M. 2005. *Osnove hidrologije*. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 309 str.

Brilly, M., Šraj, M. 2006. *Modeliranje površinskega odtoka in navodila za HEC-HMS*. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 172 str.

Bulu, A., Onoz, B. 1997. Frequency analysis of low flows by the PPCC test in Turkey. *Regional hydrology: concepts and models for sustainable water resource management: proceedings of the Postojna, Slovenia, Conference, September-October 1997*. IAHS Pub. no. 246.
http://iahs.info/redbooks/a246/iahs_246_0133.pdf (Pridobljeno 25. 1. 2012.)

Chandra, M., Singpurwalla, N. D., Stephens, M. A. 1981. Kolmogorov Statistics for tests of fit for the extreme value and Weibull distributions. *Journal of the American Statistical Association* 76, 375: 729-731.

Chowdhury, J. U., Stedinger, J. R., Lu, Li-H. 1991. Goodness-of-fit tests for regional generalized extreme value flood distribution. *Water Resources Research* 27, 7: 1765-1776.

Claps, P., Laio, F. 2003. Can continuous streamflow data support flood frequency analysis? An alternative to the partial duration series approach. *Water Resources Research* 39, 8: 1216-1227.

Crutcher, H. L. 1975. A note on the possible misuse of the Kolmogorov-Smirnov test. *Journal of Applied Meteorology* 14, 8: 1600-1603.

Cunnane, C., Lynn, M. A. 1975. Flood estimation following the Flood studies report. Meeting of the Civil division, Engineering school U. C. D., 9. 2. 1975: 39 str.
<http://www.opw.ie/en/media/Flood%20Estimation%20FSR%20Cunnane-Lynn%20-%201975.pdf>
(Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Cunnane, C. 1979. A note on the Poisson assumption in partial duration series models. *Water Resources Research* 15, 2: 489-494.

Cunnane, C. 1989. *Statistical distributions for flood frequency analysis*. World Meteorological Organization Operational Hydrology, Report No. 33. WMO-No.718, Geneva, Switzerland: 73 f.

D'Agostino, R. B., Stephens, M. A. 1986. Goodness-of-fit-techniques. Marcel-Dekker, New York: 560 p.

Das, S. 2010. Examination of flood estimation techniques in the Irish context. Department of engineering hydrology, National university of Ireland Galway: 260 f.
http://aran.library.nuigalway.ie/xmlui/bitstream/handle/10379/1688/Samiran_thesis_final.pdf?sequence=1 (Pridobljeno 25. 1. 2012.)

Flood Manager, E-learning. 2012. Tutorial, Flood Probability Assessment, Hydrology of Floods, Flood frequencies and design flood, Flood frequency analysis, Analysis of annual maxima.
<http://daad.wb.tu-harburg.de/tutorial/flood-probability-assessment/hydrology-of-floods/flood-frequencies-and-design-flood/flood-frequency-analysis/analysis-of-annual-maxima/confidence-intervals/> (Pridobljeno 1. 2. 2012.)

Gumbel, E. J. 1958. Statistics of extreme values. Columbia University Press, New York: 375 str.
http://books.google.si/books?id=kXCg8B5xSUwC&pg=PA31&hl=sl&source=gbs_toc_r&cad=4#v=onepage&q&f=false (Pridobljeno 4. 1. 2012.)

Haan, C. T. 2002. Statistical methods in hydrology. Iowa State Press: 496 str.

Haddad, K., Rahman, A. 2010. Selection of the best fit flood frequency distribution and parameter estimation procedure: a case study for Tasmania in Australia. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment. 25, 3: 415-428.
<http://www.springerlink.com/content/k085x7402m197776/> (Pridobljeno 10. 1. 2012.)

Hosking, J. R. M. 1985. Algorithm AS 215: Maximum-Likelihood Estimation of the Parameters of the Generalized Extreme-Value Distribution. Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics) 34, 3: 301:310.

Hosking, J. R. M., Wallis, J. R. 1997. Regional frequency analysis: an approach based on L-moments. Cambridge, Cambridge University Press: 224 str.

Ihaka, R., Gentleman, R. 2012. Program R.
<http://www.r-project.org/> (Pridobljeno 31. 1. 2012.)

Irvine, K. N., Waylen, P.R. 1986. Partial series analysis of high flows in Canadian rivers. Canadian Water Resources Journal 11, 2: 83-91.
<http://pubs.cwra.org/doi/pdf/10.4296/cwrj1102083> (Pridobljeno 4. 1. 2012.)

Jurko, M. 2009. Statistična analiza trendov značilnih pretokov slovenskih rek. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba M. Jurko): 113 f.

Karmakar, S., Simonovic, S.P. 2007. Flood frequency analysis using copula with mixed marginal distributions. Water Resources Research Report. The university of western Ontario, Department of civil and environmental engineering: 141 f.

<http://www.eng.uwo.ca/research/iclr/fids/publications/products/55.pdf> (Pridobljeno 28. 1. 2012.)

Kim, S., Kho, Y., Shin, H., Heo, J. H. 2008. Derivation of the probability plot correlation coefficient test statistics for the generalized logistic and the generalized Pareto distributions. Proceedings of the World Environmental and Water Resources Congress. Ahupua'a, USA. 12-16 May, 2008.

http://hydro-yonsei.ac.kr/data_files/DerivationoftheProbabilityPlotCorrelationCoefficientTestStatisticsfortheGeneralizedLogisticandtheGeneralizedParetoDistributions.pdf (Pridobljeno 28. 1. 2012.)

Kottegoda, N. T., Rosso, R. 2008. Applied statistics for civil and environmental engineers. Oxford, Blackwell Publishing: 718 str.

Kučič, K. 2007. Metoda momentov L pri verjetnostni analizi visokih vod. Diplomsko naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba K.Kučič): 98 f.

Kundzewicz, Z. W., Robson, A. 2000. Detecting trend and other changes in hydrological data. World climate programme-Water, WCDMP-45, WMO/TD – št. 1013, WMO, Geneva. 157 str.

<http://water.usgs.gov/osw/wcp-water/detecting-trend.pdf> (Pridobljeno 4. 1. 2012.)

Laio, F., di Baldassarre, G., Montanari, A. 2009. Model selection techniques for the frequency analysis of hydrological extremes. Water Resources Research 45, 7: 1-11.

<http://distart119.ing.unibo.it/alberto/site/files/papers/laio-dibaldassarre-montanari.pdf> (Pridobljeno 1. 2. 2012.)

Lang, M., Ouarda, T. B. M. J., Bobee, B. 1999. Towards operational guidelines for over-threshold modeling. Journal of Hydrology 225, 3-4: 103-117.

Lang, M., Rasmussen, P. F., Oberlin, G., Bobee, B. 1997. Over-threshold sampling: modeling of occurrences by renewal processes. Revue des Sciences de l'Eau 3: 279-320.

http://www.rse.inrs.ca/art/volume10/v10n3_279.pdf (Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Langbein, W. B. 1949. Annual floods and the partial-duration flood series. Transactions, American Geophysical Union 30, 6: 879-881.

http://water.usgs.gov/osw/bulletin17b/AGU_Langbein_1949.pdf (Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Lilliefors, H. W. 1967. On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. Journal of the American Statistical Association 62, 318: 399-402.

Madsen, H. 1996. At-site and regional modelling of extreme hydrologic events. A thesis for the degree of Doctor of Philosophy. Lyngby, Technical University of Denmark, Department of Hydrodynamics and Water Resources: 45 f.

<http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCwQFjAA&url=http%3A%2F%2Forbit.dtu.dk%2FgetResource%3FrecordId%3D274957%26objectId%3D1%26versionId%3D1&ei=czRJT7LwIKGw0QWZtryQDg&usg=AFQjCNEUUOAyoEjRnZfebRKYr3iCt0aoXw&sig2=ONXAit4bA15r-yJ9hBGZVw> (Pridobljeno 20. 2. 2012.)

Madsen, H., Rosbjerg, D., Harremoës, P. 1993. Application of the partial duration series approach in the analysis of extreme rainfalls. Extreme hydrological events: precipitation, floods and droughts: proceedings of the Yokohama symposium, Japan, July 1993. IAHS Publ: 257-366.

http://iahs.info/redbooks/a213/iahs_213_0257.pdf (Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Maidment, D. 1993. Handbook of hydrology. McGraw-Hill: 1424 str.

Mikoš, M., Kranjc, A., Matičič, B., Müller, J., Rakovec, J., Roš, M., Brilly, M. 2002. Hidrološko izrazje = Terminology in hydrology. Acta hydrotehnica 20, 32. Ljubljana, str. 103, 105.

ftp://ksh.fgg.uni-lj.si/acta/a32_1.pdf (Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Mkhandi, S., Opere, A., Willems, P. 2005. Comparison between annual maximum and peaks over threshold models for flood frequency prediction. International Conference of UNESCO Flanders FIT FRIEND/Nile Project. Sharm El-Sheikh, Egypt. 12-14 November, 2005.

http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Cairo/pdf/COMPARISON_BETWEEN_ANNUAL_MAXIMUM.pdf (Pridobljeno 1. 12. 2011.)

Önöz, B., Bayazit, M. 2001. Effect of the occurrence process of the peaks over threshold on the flood estimates. Journal of Hydrology 244, 1-2: 86-96.

Park, J. S, Jung, H. S. 2002. Modelling Korean extreme rainfall using a Kappa distribution and maximum likelihood estimate. Theoretical and Applied Climatology 72, 1-2: 55-64.

Radziejewski, M., 2011.

<http://www.staff.amu.edu.pl/~maciejr/hydrospect/> (Pridobljeno 20. 12. 2011.)

Robson, A. J., Reed, D. W. 1999. Statistical procedures for flood frequency estimation. Volume 3 of the Flood Estimation Handbook. Center for Ecology & Hydrology: 338 str.

Rosbjerg, D. 1987. Partial duration series with Lognormal distributed peak values. In: Hydrological Frequency Modelling. V. P. Singh. (ed.). Reidel, p. 117-129.

Rosbjerg, D., Madsen, H., Rasmussen, P. F. 1992. Prediction in partial duration series with generalized Pareto-distributed exceedances. Water Resources Research 28, 11: 3001-3010.

Sankarasubramanian, A., Srinivasan, K. 1999. Investigation and comparison of sampling properties of L-moments and conventional moments. Journal of Hydrology 218, 1-2: 13-34.

Sarauskiene, D., Kriauciuniene, J. 2011. Flood frequency analysis of Lithuanian rivers. The 8th International Conference. Vilnius, Lithuania. May 19-20, 2011.

http://leidykla.vgtu.lt/conferences/Enviro2011/Articles/2/666-671_Sarauskiene_other.pdf

(Pridobljeno 1. 2. 2012.)

Shane, R. M., Lynn, W. R. 1964. Mathematical model for flood risk evaluation. Journal of the Hydraulics Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers 90, HY6: 1-20.

Shin, H. 2009. Uncertainty assessment of quantile estimators based on the generalized logistic distribution. A dissertation in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. Seoul, The Graduate School Yonsei University, Department of Civil Engineering (self-publishing Shin, H.): 166 f.

Singh, V. P. 1998. Entropy-Based Parameter Estimation in Hydrology (Water Science and Technology Library). Kluwer Academic Publishers: 370 str.

Spletna stran Charlesa Annisa (Charles Annis.)

<http://www.statisticalengineering.com/goodness.htm> (Pridobljeno 4. 2. 2012.)

Spletna stran Uprave RS za zaščito in reševanje (URSZR.)

<http://www.sos112.si/slo/index.php> (Pridobljeno 4. 1. 2012.)

Stedinger, J. R., ASCE, A. M. 1983. Confidence intervals for design events. Journal of Hydraulic Engineering 109, 1: 13-27.

Stephens, M. A. 1979. Tests of fit for the logistic distribution based on the empirical distribution function. Biometrika 66, 3: 591-595.

Swanson, D. A., Tayman, J., Bryan, T. M. 2011. MAPE-R: a rescaled measure of accuracy for cross-sectional subnational population forecasts. Journal of Population Research 28, 2-3: 225-243.

<http://www.springerlink.com/content/5174672j6091437t/> (Pridobljeno 10. 1. 2012.)

USWRC, 1981. Guidelines for determining flood flow frequency. United States Water Resources Council, Bulletin 17B, Hydrology Subcommittee. Washington, DC: 185 str.

http://water.usgs.gov/osw/bulletin17b/dl_flow.pdf (Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Takara, K., 2009. Frequency analysis of hydrological extreme events and how to consider climate change. The Nineteenth IHP training course (International Hydrological Program), 29. 11. 2009 – 12. 12. 2009. Nagoyomo and Kyoto, Japan.

<http://ihpnagoyaforum.org/textbooks/TakaraLecture.pdf> (Pridobljeno 1. 2. 2012.)

Tavares, L. V., Da Silva, J. E. 1983. Partial duration series method revisited. Journal of Hydrology 64, 1-4: 1-14.

Todorovic, P., Zelenhasic, E. 1970. A Stochastic model for Flood Analysis Water Resources Research 6, 6: 1641-1648.

Todorovic, P. 1978. Stochastic models of floods. Water Resources Research 14, 2: 345-356.

Turk, G. 2011. Verjetnostni račun in statistika: 246 str.

<http://km.fgg.uni-lj.si/PREDMETI/sei/vrs.pdf> (Pridobljeno 1. 11. 2011.)

Van Montfort, M. A. J., Witter, J. V. 1985. Testing exponentiality against generalised Pareto distribution. *Journal of Hydrology* 78, 3-4: 305-315.

Vogel, R. M. 1986. The probability plot correlation coefficient test for the normal, lognormal, and Gumbel distributional hypotheses. *Water Resources Research* 22, 4: 587-590.

Vogel, R. W., McMartin, D. E. 1991. Probability plot goodness-of-fit and skewness estimation procedures for the Pearson type 3 distribution. *Water Resources Research* 27, 12: 3149-3158.

Vose, D. 2010. Fitting distributions to data and why are you probably doing it wrong: 16 str.

<http://www.vosesoftware.com/whitepapers/Fitting%20distributions%20to%20data.pdf>

(Pridobljeno 10. 1. 2012.)

Zheng, J., Quantification of variability and uncertainty in emission estimation: general methodology and software implementation. A dissertation submitted to the graduate faculty of North Carolina State University in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy. (self-publishing Zheng, J.): 304 f.

<http://repository.lib.ncsu.edu/ir/bitstream/1840.16/5293/1/etd.pdf> (Pridobljeno 10. 1. 2012.)

KAZALO PRILOG

| | |
|--|----|
| Priloga A: Testna statistika $r\sqrt{n}$ za kontrolo ustreznosti eksponentne porazdelitve velikosti konic y nad pragom x_0 | A1 |
|--|----|

»Ta stran je namenoma prazna«

PRILOGE

Priloga A: Testna statistika $r\sqrt{n}$ za kontrolo ustreznosti eksponentne porazdelitve velikosti konic y nad pragom x_0

| i | y_i | g_i | l_i | $Z_{i+1/2}$ |
|-----|-------|-------|--------|-------------|
| 0 | 0,0 | 0,5 | 89,8 | 0,00 |
| 1 | 0,5 | 2,5 | 426,7 | -0,01 |
| 2 | 3,0 | 1,0 | 171,0 | -0,01 |
| 3 | 4,0 | 2,0 | 340,0 | -0,02 |
| 4 | 6,0 | 0,0 | 4,9 | -0,03 |
| 5 | 6,0 | 2,0 | 331,1 | -0,03 |
| 6 | 8,0 | 0,0 | 0,0 | -0,04 |
| 7 | 8,0 | 0,0 | 0,0 | -0,04 |
| 8 | 8,0 | 0,0 | 0,0 | -0,05 |
| 9 | 8,0 | 5,0 | 820,0 | -0,06 |
| 10 | 13,0 | 1,0 | 163,0 | -0,06 |
| 11 | 14,0 | 2,0 | 324,0 | -0,07 |
| 12 | 16,0 | 4,0 | 644,0 | -0,07 |
| 13 | 20,0 | 1,0 | 160,0 | -0,08 |
| 14 | 21,0 | 0,0 | 0,0 | -0,09 |
| 15 | 21,0 | 4,1 | 646,5 | -0,09 |
| 16 | 25,1 | 0,9 | 142,6 | -0,10 |
| 17 | 26,0 | 4,0 | 624,0 | -0,11 |
| 18 | 30,0 | 0,0 | 0,0 | -0,11 |
| 19 | 30,0 | 6,0 | 924,0 | -0,12 |
| 20 | 36,0 | 3,0 | 459,0 | -0,13 |
| 21 | 39,0 | 0,0 | 0,0 | -0,13 |
| 22 | 39,0 | 0,0 | 0,0 | -0,14 |
| 23 | 39,0 | 2,0 | 300,0 | -0,15 |
| 24 | 41,0 | 3,0 | 447,0 | -0,15 |
| 25 | 44,0 | 3,0 | 449,5 | -0,16 |
| 26 | 47,0 | 7,0 | 1023,6 | -0,17 |
| 27 | 54,0 | 0,0 | 0,0 | -0,17 |
| 28 | 54,0 | 1,0 | 145,0 | -0,18 |
| 29 | 55,0 | 1,0 | 144,0 | -0,19 |
| 30 | 56,0 | 4,0 | 572,0 | -0,19 |
| 31 | 60,0 | 0,0 | 0,0 | -0,20 |
| 32 | 60,0 | 2,9 | 415,5 | -0,21 |
| 33 | 62,9 | 1,1 | 147,4 | -0,21 |
| 34 | 64,0 | 3,0 | 417,0 | -0,22 |
| 35 | 67,0 | 0,0 | 0,0 | -0,23 |
| 36 | 67,0 | 1,0 | 133,3 | -0,24 |
| 37 | 68,0 | 5,0 | 683,7 | -0,24 |
| 38 | 73,0 | 1,6 | 221,4 | -0,25 |
| 39 | 74,6 | 3,4 | 450,2 | -0,26 |
| 40 | 78,0 | 3,0 | 399,0 | -0,26 |
| 41 | 81,0 | 4,0 | 528,0 | -0,27 |
| 42 | 85,0 | 1,6 | 205,5 | -0,28 |
| 43 | 86,6 | 8,4 | 1096,0 | -0,29 |
| 44 | 95,0 | 0,0 | 0,0 | -0,30 |
| 45 | 95,0 | 1,0 | 128,0 | -0,30 |
| 46 | 96,0 | 0,0 | 0,0 | -0,31 |
| 47 | 96,0 | 3,0 | 378,0 | -0,32 |
| 48 | 99,0 | 1,2 | 154,9 | -0,33 |

se nadaljuje...

...nadaljevanje

| | | | | |
|-----|-------|------|--------|-------|
| 49 | 100,2 | 4,8 | 590,4 | -0,33 |
| 50 | 105,0 | 0,0 | 0,0 | -0,34 |
| 51 | 105,0 | 6,1 | 742,7 | -0,35 |
| 52 | 111,1 | 3,9 | 473,4 | -0,36 |
| 53 | 115,0 | 2,0 | 240,0 | -0,37 |
| 54 | 117,0 | 0,0 | 0,0 | -0,38 |
| 55 | 117,0 | 2,0 | 236,0 | -0,38 |
| 56 | 119,0 | 4,0 | 468,0 | -0,39 |
| 57 | 123,0 | 1,0 | 116,0 | -0,40 |
| 58 | 124,0 | 4,6 | 528,8 | -0,41 |
| 59 | 128,6 | 1,1 | 120,4 | -0,42 |
| 60 | 129,7 | 0,3 | 39,1 | -0,43 |
| 61 | 130,0 | 2,0 | 224,0 | -0,44 |
| 62 | 132,0 | 0,0 | 0,0 | -0,45 |
| 63 | 132,0 | 0,4 | 48,4 | -0,45 |
| 64 | 132,4 | 1,6 | 170,0 | -0,46 |
| 65 | 134,0 | 0,9 | 94,9 | -0,47 |
| 66 | 134,9 | 9,1 | 975,9 | -0,48 |
| 67 | 144,0 | 1,0 | 106,0 | -0,49 |
| 68 | 145,0 | 1,5 | 156,5 | -0,50 |
| 69 | 146,5 | 2,5 | 261,0 | -0,51 |
| 70 | 149,0 | 3,6 | 374,2 | -0,52 |
| 71 | 152,6 | 1,4 | 139,4 | -0,53 |
| 72 | 154,0 | 4,0 | 404,0 | -0,54 |
| 73 | 158,0 | 1,0 | 100,0 | -0,55 |
| 74 | 159,0 | 0,0 | 0,0 | -0,56 |
| 75 | 159,0 | 11,9 | 1164,9 | -0,57 |
| 76 | 170,9 | 11,1 | 1078,0 | -0,58 |
| 77 | 182,0 | 0,0 | 0,0 | -0,59 |
| 78 | 182,0 | 2,0 | 190,0 | -0,60 |
| 79 | 184,0 | 1,0 | 94,0 | -0,61 |
| 80 | 185,0 | 3,7 | 343,3 | -0,62 |
| 81 | 188,7 | 4,3 | 396,4 | -0,63 |
| 82 | 193,0 | 6,0 | 546,0 | -0,64 |
| 83 | 199,0 | 1,9 | 172,5 | -0,65 |
| 84 | 200,9 | 10,1 | 897,4 | -0,66 |
| 85 | 211,0 | 0,0 | 0,0 | -0,68 |
| 86 | 211,0 | 0,0 | 0,0 | -0,69 |
| 87 | 211,0 | 7,0 | 602,0 | -0,70 |
| 88 | 218,0 | 2,0 | 170,0 | -0,71 |
| 89 | 220,0 | 0,0 | 0,0 | -0,72 |
| 90 | 220,0 | 12,0 | 996,0 | -0,73 |
| 91 | 232,0 | 1,0 | 82,0 | -0,75 |
| 92 | 233,0 | 5,0 | 405,0 | -0,76 |
| 93 | 238,0 | 0,0 | 0,0 | -0,77 |
| 94 | 238,0 | 8,0 | 632,0 | -0,78 |
| 95 | 246,0 | 4,6 | 357,0 | -0,80 |
| 96 | 250,6 | 13,4 | 1033,6 | -0,81 |
| 97 | 264,0 | 0,0 | 0,0 | -0,82 |
| 98 | 264,0 | 3,0 | 225,0 | -0,83 |
| 99 | 267,0 | 0,8 | 59,0 | -0,85 |
| 100 | 267,8 | 5,2 | 379,8 | -0,86 |
| 101 | 273,0 | 10,0 | 720,0 | -0,88 |
| 102 | 283,0 | 3,0 | 213,0 | -0,89 |

se nadaljuje...

...nadaljevanje

| | | | | |
|-----|-------|------|--------|-------|
| 103 | 286,0 | 1,0 | 70,0 | -0,90 |
| 104 | 287,0 | 1,0 | 69,0 | -0,92 |
| 105 | 288,0 | 2,0 | 136,0 | -0,93 |
| 106 | 290,0 | 14,0 | 938,0 | -0,95 |
| 107 | 304,0 | 7,0 | 462,0 | -0,96 |
| 108 | 311,0 | 4,0 | 260,0 | -0,98 |
| 109 | 315,0 | 0,0 | 0,0 | -0,99 |
| 110 | 315,0 | 2,0 | 126,0 | -1,01 |
| 111 | 317,0 | 15,8 | 977,6 | -1,02 |
| 112 | 332,8 | 9,2 | 563,2 | -1,04 |
| 113 | 342,0 | 11,0 | 660,0 | -1,06 |
| 114 | 353,0 | 2,0 | 118,0 | -1,07 |
| 115 | 355,0 | 4,6 | 265,1 | -1,09 |
| 116 | 359,6 | 2,4 | 138,5 | -1,11 |
| 117 | 362,0 | 1,0 | 56,0 | -1,12 |
| 118 | 363,0 | 8,0 | 440,0 | -1,14 |
| 119 | 371,0 | 9,0 | 486,0 | -1,16 |
| 120 | 380,0 | 18,0 | 954,0 | -1,18 |
| 121 | 398,0 | 5,0 | 260,0 | -1,20 |
| 122 | 403,0 | 2,0 | 102,0 | -1,22 |
| 123 | 405,0 | 12,0 | 600,0 | -1,24 |
| 124 | 417,0 | 7,0 | 343,0 | -1,26 |
| 125 | 424,0 | 2,0 | 96,0 | -1,28 |
| 126 | 426,0 | 5,0 | 235,0 | -1,30 |
| 127 | 431,0 | 4,0 | 184,0 | -1,32 |
| 128 | 435,0 | 12,0 | 540,0 | -1,34 |
| 129 | 447,0 | 3,0 | 132,0 | -1,36 |
| 130 | 450,0 | 1,0 | 43,0 | -1,39 |
| 131 | 451,0 | 4,0 | 168,0 | -1,41 |
| 132 | 455,0 | 11,0 | 451,0 | -1,43 |
| 133 | 466,0 | 8,0 | 320,0 | -1,46 |
| 134 | 474,0 | 14,0 | 546,0 | -1,48 |
| 135 | 488,0 | 19,0 | 722,0 | -1,51 |
| 136 | 507,0 | 0,0 | 0,0 | -1,53 |
| 137 | 507,0 | 10,0 | 360,0 | -1,56 |
| 138 | 517,0 | 3,3 | 115,5 | -1,59 |
| 139 | 520,3 | 21,7 | 737,8 | -1,62 |
| 140 | 542,0 | 0,0 | 0,0 | -1,65 |
| 141 | 542,0 | 32,0 | 1024,0 | -1,68 |
| 142 | 574,0 | 18,0 | 558,0 | -1,71 |
| 143 | 592,0 | 0,0 | 0,0 | -1,74 |
| 144 | 592,0 | 0,0 | 0,0 | -1,77 |
| 145 | 592,0 | 30,0 | 840,0 | -1,81 |
| 146 | 622,0 | 21,0 | 567,0 | -1,84 |
| 147 | 643,0 | 3,7 | 96,8 | -1,88 |
| 148 | 646,7 | 15,3 | 381,9 | -1,92 |
| 149 | 662,0 | 23,0 | 552,0 | -1,96 |
| 150 | 685,0 | 35,0 | 805,0 | -2,00 |
| 151 | 720,0 | 29,0 | 638,0 | -2,05 |
| 152 | 749,0 | 14,0 | 294,0 | -2,09 |
| 153 | 763,0 | 14,0 | 280,0 | -2,14 |
| 154 | 777,0 | 7,0 | 133,0 | -2,19 |
| 155 | 784,0 | 9,0 | 162,0 | -2,24 |
| 156 | 793,0 | 0,0 | 0,0 | -2,30 |
| 157 | 793,0 | 18,0 | 288,0 | -2,36 |

se nadaljuje...

...nadaljevanje

| | | | | |
|-----|--------|-------|-------|-------|
| 158 | 811,0 | 37,0 | 555,0 | -2,42 |
| 159 | 848,0 | 2,0 | 28,0 | -2,48 |
| 160 | 850,0 | 23,0 | 299,0 | -2,56 |
| 161 | 873,0 | 70,0 | 840,0 | -2,63 |
| 162 | 943,0 | 17,0 | 187,0 | -2,72 |
| 163 | 960,0 | 19,0 | 190,0 | -2,81 |
| 164 | 979,0 | 29,0 | 261,0 | -2,91 |
| 165 | 1008,0 | 55,0 | 440,0 | -3,02 |
| 166 | 1063,0 | 2,0 | 14,0 | -3,14 |
| 167 | 1065,0 | 81,5 | 489,1 | -3,29 |
| 168 | 1146,5 | 15,5 | 77,4 | -3,45 |
| 169 | 1162,0 | 13,0 | 52,0 | -3,65 |
| 170 | 1175,0 | 157,0 | 471,0 | -3,91 |
| 171 | 1332,0 | 92,6 | 185,2 | -4,24 |
| 172 | 1424,6 | 239,4 | 239,4 | -4,75 |
| 173 | 1664,0 | | | |

r= -0,00916