

---

## HALAMAN PENGESAHAN

---

Lembar 1

---

Judul Skripsi : HUBUNGAN SEMIGRUP DAN MONOID  
DENGAN GRUP  
Nama : Siti Nur Khasanah  
Nim : J2A 096 056  
Tanggal Ujian : 8 April 2003

Semarang, April 2003

Fakultas Matematika  
Dan Ilmu Pengetahuan Alam

Panitia Ujian Sarjana

Jurusan Matematika

Ketua Jurusan

Ketua



**Drs Djuwandi, SU**  
NIP. 130 810 140

Lembar II

---

## HUBUNGAN SEMIGRUP DAN MONOID DENGAN GRUP

Nama : Siti Nur Khasanah

Nim : J2A 096 056

Telah diujikan pada ujian sarjana pada tanggal 8 April 2003 dan telah dinyatakan lulus.

Semarang, April 2003

**Pembimbing Utama**



**Drs Djuwandi, SU**  
**NIP. 130 810 140**

**Pembimbing Anggota**



**R. Heru Tjahjana, SSI, MSi**  
**NIP. 132 283 188**

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas rahmat dan karunianya-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul **“HUBUNGAN SEMIGRUP DAN MONOID DENGAN GRUP”**.

Tugas akhir ini disusun untuk melengkapi syarat dalam memperoleh gelar sarjana pada Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro.

Penulis menyadari bahwa penyusunan tugas akhir ini dapat berjalan dengan baik karena adanya dukungan dari berbagai pihak. Untuk itu pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Bayu Surarso, MSc.PhD selaku Ketua Jurusan Matematika atas kebijaksanaannya.
2. Bapak Drs. Djuwandi, SU sebagai dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan kepada penulis.
3. Bapak R. Heru Tjahjana, SSi, MSi sebagai dosen pembimbing II yang telah banyak membantu dan membimbing selama penyusunan tugas akhir.
4. Ibu Dra. Suparti, MSi sebagai dosen wali yang telah membantu dan membimbing penulis selama belajar di Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro.

5. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro atas ilmu pengetahuan yang telah diberikan.
6. Semua pihak yang telah membantu penyelesaian tugas akhir ini.

Penulis sadar bahwa penyusunan tugas akhir ini masih jauh dari sempurna, sehingga kritik dan saran yang membangun dari pembaca sangat penulis harapkan. Terima kasih, semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat.



Semarang, 10 April 2003

Penulis

## HALAMAN PERSEMBAHAN

*Alhamdulillah....*

*Akhirnya selesai sudah tugas akhirku ini.*

*Untuk itu pada kesempatan ini saya ingin mengucapkan terima kasih kepada :*

- ♥ *Bapak dan Ibu tersayang atas dukungan materi, doa dan kasih sayang yang telah diberikan.*
- ♥ *Kakak-kakakku tercinta mas Buchori dan mas Ndari atas perhatian doa dan dukungan moral maupun materi.*
- ♥ *Juli yang selalu setia menemaniku saat bimbingan dan atas segala bantuannya.*
- ♥ *Kamto, Henri, Wendy, Misna dan teman-teman angkatan '96, terima kasih atas segala bantuan dan semangat yang diberikan.*
- ♥ *Seseorang yang telah memberi semangat dihati.*
- ♥ *Mbak Rimbun dan teman-teman di Prestasi atas semangat yang diberikan.*
- ♥ *Teman-teman Tirto Agung No.15C atas semangat yang diberikan.*
- ♥ *Once dengan lagu-lagunya yang selalu menemaniku saat belajar.*
- ♥ *Asya, Lintang dan Ima atas keceriaannya.*

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
KATA PENGANTAR .....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	vi
DAFTAR ISI .....	vii
DAFTAR SIMBOL .....	viii
DAFTAR TABEL .....	x
DAFTAR GAMBAR .....	xi
ABSTRAK .....	xii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
BAB II MATERI PENUNJANG .....	3
2.1 Pemetaan .....	3
2.2 Operasi Biner .....	14
2.3 Grup .....	21
BAB III SEMIGRUP DAN MONOID .....	31
3.1 Semigrup .....	31
3.2 Monoid .....	43
3.2.1 Monoid Siklik .....	47
3.2.2 Submonoid .....	52
3.3 Hubungan Semigrup Dan Monoid Dengan Grup .....	54
BAB IV KESIMPULAN .....	66
DAFTAR PUSTAKA .....	67

## DAFTAR SIMBOL

$AXB$	: Perkalian langsung (Cross product)
$(a,b)$	: Pasangan berurutan
$a \in A$	: a anggota himpunan
$f(a)$	: bayangan elemen a terhadap
$f : A \rightarrow B$	: f pemetaan dari A ke B
$\subseteq$ atau $\supseteq$	: subset
$f^{-1}(T)$	: Invers bayangan himpunan T terhadap f
$f \circ g$	: pemetaan komposit
$*$	: operasi biner secara umum
$\cdot$	: operasi perkalian
$e$	: elemen identitas
$Z$	: himpunan bilangan bulat
$N$	: himpunan bilangan cacah atau himpunan bilangan bulat positif
$G$	: Grup
$a^{-1}$	: invers a
$n(G)$	: Jumlah elemen (order) grup
$\subset$ atau $\supset$	: proper subset
$S \neq \emptyset$	: S bukan himpunan kosong
$\forall$	: untuk setiap

$S_X$ atau $X^X$	: himpunan semua pemetaan pada $X$ ke dirinya sendiri
$P$	: himpunan bilangan prima
$I$	: bilangan imajiner
$I_X$	: identitas pemetaan dari $X$ ke $X$
$\cup$	: union atau gabungan
$\Delta$	: pesan kosong
$\langle S \rangle$	: submonoid yang dibangun oleh $S$
$\cap$	: irisan
$(\Rightarrow)$	: bukti kekanan
$(\Leftarrow)$	: bukti kekiri
$S \Leftrightarrow T$	: fungsi bijektif dari $S$ ke $T$
$R$	: himpunan bilangan real
$R^+$	: himpunan bilangan real positif
$\cong$	: isomorfis
$ G $	: tanda mutlak $G$
■	: akhir bukti

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.3.1	: $G = \{1, -1, i, -i\}$ dengan operasi perkalian, 30
Tabel 3.1.1	: $Z_5$ dengan operasi perkalian, 32
Tabel 3.2.1	: Monoid transformasi $(X, \circ)$ , 46



## DAFTAR GAMBAR

- Gambar 2.1 : fungsi dari A ke B, 4
- Gambar 2.1.2 : fungsi  $f(a) = a^2, a \in A$ , 5
- Gambar 2.1.3 : fungsi A ke B dengan  $S = \{1,2\}$  dan  $f(s) = \{1,4\}$ , 6
- Gambar 2.1.4 : invers fungsi  $f^{-1}$ , 7
- Gambar 2.1.5 : fungsi surjektif, 8
- Gambar 2.1.6 : fungsi injektif, 8
- Gambar 2.1.7 : fungsi bijektif, 8
- Gambar 2.1.8 : fungsi komposit  $f \circ g$ , 9
- Gambar 3.2.1 : fungsi transformasi  $(X^X, \circ)$  dengan  $X = \{0,1\}$ , 46
- Gambar 3.2.2 : fungsi faktor – faktor 1 melalui monoid bebas  $FM(A)$ , 51
- Gambar 4.1 : diagram fungsi dengan domain  $(S, \circ)$  dan kodomain  $(T, *)$ , 59
- Gambar 4.2(a) : morfisme perkalian langsung pada monoid, 63
- Gambar 4.2(b) : morfisme perkalian langsung pada semigrup, 63