MAITRISE EN MATHEMATIQUES, ORIENTATION ENSEIGNEMENT

PLANIFICATION DU COURS DE MATHEMATIQUES GENERALES ET APPLIQUEES EN TECHNIQUES ADMINISTRATIVES

PAR

MONIQUE PLUQUET

B. Sp. Ens. sec. (mathématiques)

RAPPORT DE RECHERCHE PRESENTE A
L'UNIVERSITE DU QUEBEC A CHICOUTIMI
EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE
MAITRE ES SCIENCES (M. Sc.)

JUIN 1982

REMERCIEMENTS

Je remercie très sincèrement Madame Elise Brossard, professeur à l'Université du Québec à Chicoutimi, qui m'a guidée de ses précieux conseils tout au long de cette recherche.

Je remercie également Madame Dorys Turgeon qui a dactylographié ce rapport.

TABLE DES MATIERES

BIBLIOGRAPHIE

AUBE, Michel, BORDIER, Jacques, GODBOUT, Réal, GODBOUT, Vincent et PARADIS, Denis. La mathématique et l'activité humaine. Université du Québec, Télé-université, 1979.

BERGERON, Anne, BORDIER, Jacques et WARISSE, Michel. Utilisation de la calculatrice pour l'enseignement des mathématiques au secondaire. Permama, Université du Québec, Télé-université, 1981.

BERGERON, Jacques C. et DE FLANDRE, Charles. " L'avenir de l'enseignement de la mathématique au Québec " . Bulletin A.M.Q., vol. XV111, no 5 (octobre 1978), pp. 19-38.

COLLETTE, Jean-Paul. Mesure des attitudes des étudiants du collège I à l'égard des mathématiques. Rapport de recherche. Québec, Ministère de l'Education, 1978.

DE CELLES, Pierre. Didactique des mathématiques. Notesde cours. Université du Québec, 1979.

DE CORTE, E., GEERLIGS, C.T., LAGERWEIJ, N.A.J., PETERS, J.J. et VANDENBERGHE, R. Les fondements de l'action didactique. Bruxelles, De Boeck, 1979.

DE ROSNAY, Joel. Le macroscope. Vers une vision globale. Paris, Seuil, 1975. (Coll. "Points").

KASNER, Edward et NEWMAN, James. Les mathématiques et l'imagination. Paris, Payot, 1950.

KRULIK, Stephen. " Le jeu et les techniques de résolution de problèmes " , Bulletin de liaison du G.R.M.S., no 22 (janvier 1978), pp. 29-35.

MINDER, Michel. Didactique fonctionnelle. Liège, Dessain, 1980.

N. C. T. M. An agenda for action. Recommendations for School Mathematics of the 1980s. Reston (Virginia), N. C. T. M., 1980.

N. C. T. M. " L'enseignement des mathématiques au cours de la prochaine décennie " . Bulletin de liaison du G. R. M. S., no 32 (juin 1980), pp. 5-32.

NEVEU, Ghislaine. " Mesure des attitudes des étudiants en sciences humaines à l'égard des mathématiques dans le cadre d'une approche pédagogique spéciale " . Bulletin A. M. Q. , vol. X1X, no 4 (septembre 1979) , pp. 16-25 et no 5 (décembre 1979) , pp. 25-37.

NIMIER, Jacques. Mathématique et affectivité. Paris, Stock, 1976. (Coll. " Laurence Pernoud ") .

NOIRCENT, Albert et TRAN, Andrée. L'échec en mathématiques. Rapport de recherche. C. E. G. E. P. d'Alma , 1980.

PAQUETTE, Gilbert. " Qu'est-ce que l'enseignement heuristique ? ". Bulletin A. M. Q. , vol. XV1, no 4 (avril 1976) , pp. 15-26 .

POLYA, Georges. Comment poser et résoudre un problème. Paris, Dunod, 1965 .

POLYA, Georges. La découverte des mathématiques. Tome 2. Une méthode générale. Paris, Dunod, 1967. (Coll. " Sigma ") .

TORKIA-LAGACE, Mirette. La pensée formelle chez les étudiants de Collège I: objectif ou réalité ? . Rapport de recherche. C. E. G. E. P. de Limoilou, 1981.

INTRODUCTION

Le cours qui a fait l'objet d'une planification est le cours " 201-102-77 mathématiques générales et appliquées " des cahiers de l'enseignement collégial. Tout élève inscrit au programme de techniques administratives suit ce cours dès la première session.

J'ai choisi le cours de mathématiques générales et appliquées du programme de techniques administratives parce que ce cours offre une plus grande liberté d'action que la plupart des autres cours et aussi parce que je m'intéresse aux sciences de l'administration.

Un ouvrage m'a servi de fil conducteur tout au long de mon travail. Il s'agit du livre : " <u>Les fondements de l'action didactique</u> " écrit par E. De Corte, C.T. Geerligs, N.A.J. Lagerweij, J.J. Peters et R. Vandenberghe (Editions A. De Boeck, Bruxelles, 1979) . J'ai adopté les définitions ainsi que le modèle de l'action didactique proposés par ces auteurs.

Pour De Corte et ses collègues, l'action didactique, c'est " le processus de l'apprentissage de l'élève guidé par l'enseignement du professeur (p. 18) " et la didactique " vise l'optimisation de l'action didactique (p. 18) " . En m'appuyant sur le modèle de l'action didactique que ces auteurs proposent, j'ai essayé de construire un plan de travail concret qui soit un " guide direct de l'action didactique scolaire " .

La version initiale du plan de travail a été mise à l'essai par moi-même dans deux classes de techniques administratives à la session d'automne 1981 au C.E.G.E.P. d'Alma et j'ai, à la suite de cela, fait une version amendée. C'est cette nouvelle version qui est décrite dans ce document.

Dans le chapitre I, je présenterai le modèle utilisé. Chacune des composantes de ce modèle fera ensuite l'objet d'un chapitre. Ainsi, la situation de départ sera traitée dans le chapitre II. Les objectifs généraux seront abordés dans le chapitre III. Le chapitre 1V étudiera la situation de l'action didactique. L'évaluation sera l'objet du chapitre V. Enfin, le produit fini, c'est-à-dire le guide pédagogique proprement dit, sera présenté dans le chapitre VI.

CHAPITRE I

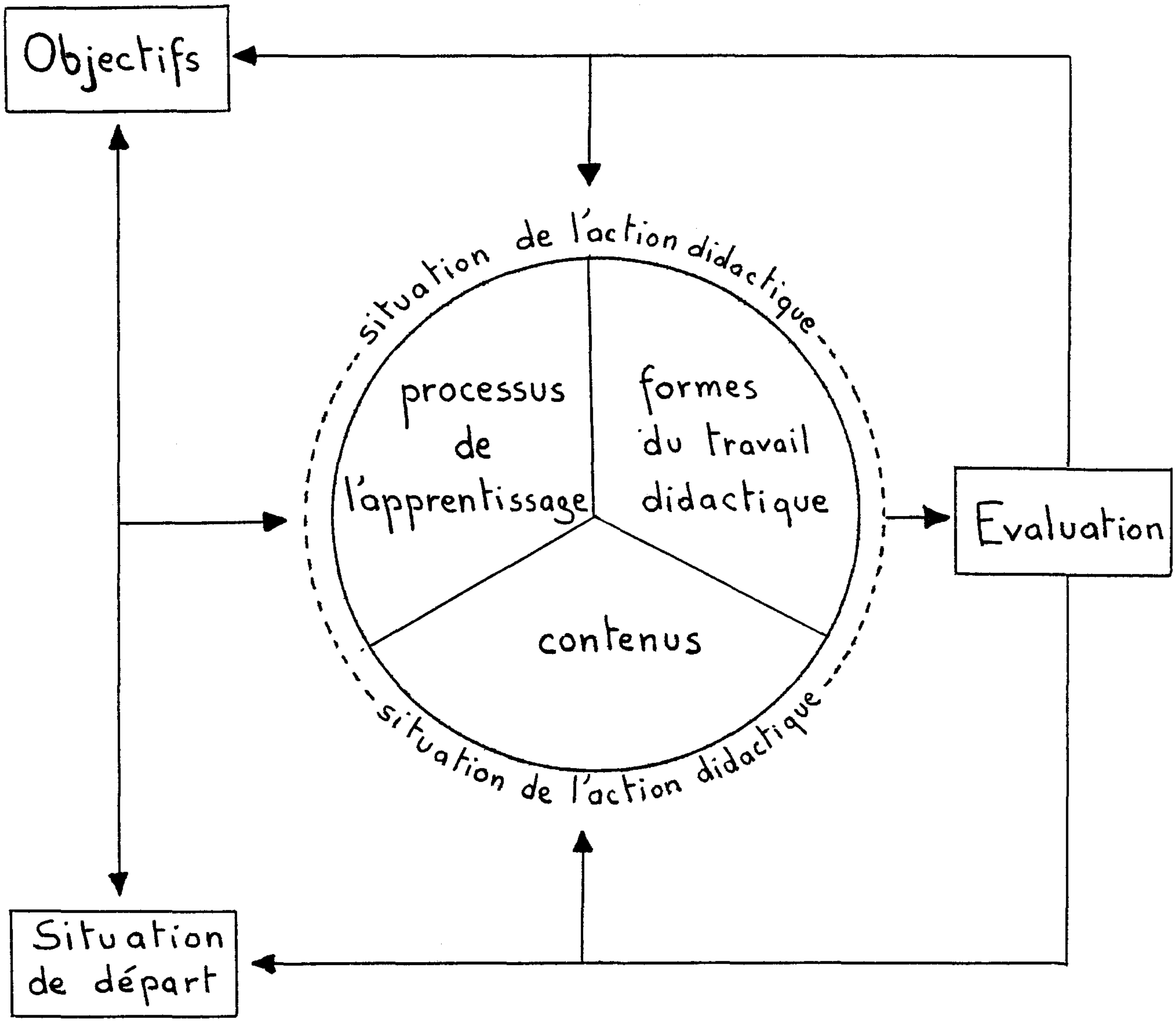
Modèle de l'action didactique

Comme il a déjà été dit dans l'introduction, l'ACTION DIDACTIQUE, c'est " le processus de l'apprentissage de l'élève guidé par l'enseignement du professeur " .

La réalité de l'enseignement étant relativement complexe, il est évident qu'il n'est pas possible de l'enfermer en entier dans un schéma. Comme tout autre modèle, un modèle didactique va réduire la réalité. C'est un inconvénient, certes, mais la réduction implique cependant un gros avantage: en simplifiant la réalité, le modèle fait ressortir les composantes essentielles et les rapports qui existent entre elles.

Le modèle qui suit est une adaptation de celui qui est présenté par De Corte et ses collègues dans " Les fondements de l'action didactique " (p. 20) .

Ce modèle met en relief les composantes essentielles de l'action didactique: la situation de départ, les objectifs, la situation de l'action didactique et l'évaluation. Ce schéma fait également bien ressortir les liens qui existent entre les différentes composantes.



Le modèle didactique décrit précédemment m'a aidée à structurer la planification du cours de mathématiques générales et appliquées en techniques administratives. Il m'a obligée à répondre aux quatre questions-clés qui suivent :

1. - Quelle est la situation de départ ?
2. - Que dois-je atteindre ? (les objectifs)

3. - Comment puis-je atteindre mes objectifs ? (la situation de l'action didactique)

4. - Quels sont les résultats ? (l'évaluation)

CHAPITRE II

Situation de départ

Pour De Corte et ses collègues, la SITUATION DE DEPART est " l'ensemble des données personnelles, sociales, scolaires et situationnelles [...] qui peuvent exercer ou exercent une influence sur le déroulement et les résultats des processus " enseignement-apprentissage " (p. 84) . "

L'élève est évidemment un des éléments les plus importants à considérer. Voyons donc qui est cet élève qui se présente au cours de mathématiques générales et appliquées.

Il a le plus souvent dix-sept ans. Il vient d'obtenir son certificat de fin d'études secondaires et il fait son entrée au C. E. G. E. P. (Collège d'enseignement général et professionnel) . Ce nouveau collégien a choisi le programme de techniques administratives qui doit le préparer à aller sur le marché du travail trois ans plus tard. Ce futur technicien aura en tout trois cours de mathématiques pendant son séjour au collège: le cours de mathématiques générales et appliquées, le cours de calcul différentiel I et le cours de statistiques (les numéros de ces cours dans les cahiers de l'enseignement collégial sont respectivement : 201-102-77, 201-103-77 et 201-337-77) . En première session, la grille de cours de notre élève comporte, outre le cours de mathématiques générales et appliquées, du français, de la philosophie, de l'éducation physique, deux cours du domaine de l'administration qui sont : dynamique de l'entreprise et comptabilité I et enfin, un cours complémentaire c'est-à-dire un cours choisi dans une autre discipline.

Quel est le bagage mathématique de l'élève qui vient de terminer son cours de cinquième secondaire ? Regardons son passé.

L'analyse des plans de cours en mathématiques à la C.S.R. (Commission scolaire régionale) du Lac-St-Jean et les observations que j'ai pu faire dans le passé révèlent les faits suivants :

- l'enseignement des mathématiques au secondaire est considéré essentiellement comme une transmission de connaissances ;

- l'uniformité de l'enseignement des mathématiques est encouragée: tous les élèves d'un même niveau suivent le même livre, font les mêmes exercices au même rythme et passent les mêmes examens objectifs ;

- le scénario habituel d'un cours est : théorie suivie d'applications ;

- le plus souvent, l'élève est appelé à reproduire ce que l'enseignant a montré ;

- les élèves se centrent sur la maîtrise de règles, au point d'en ignorer la compréhension qui doit les accompagner, parce que leur expérience leur dicte que ce sont les bonnes réponses, généralement obtenues par l'application de règles, qui sont récompensées;

- la géométrie a une très petite place dans le programme de mathématiques du secondaire: en quatrième secondaire, le guide pédagogique de la C.S.R. suggère de consacrer dix heures à la géométrie pour étudier les polygones, le cercle, l'aire des triangles et des quadrilatères et enfin la similitude des triangles; en cinquième secondaire, il n'y a pas de géométrie autre qu'analytique ;

- le programme de cinquième secondaire couvre les points suivants : les réels, la géométrie analytique, les relations et les fonctions dont les fonctions exponentielles, logarithmiques et trigonométriques.

Afin d'avoir la perception d'autres personnes sur la situation actuelle de l'enseignement des mathématiques au Québec, j'ai consulté les bulletins de l'A.M.Q. (Association mathématique du Québec) et du G.R.M.S. (Groupe des responsables en mathématiques au secondaire) .

Déjà en 1976, Gilbert Paquette (1) , dans un article dont le titre est : " Pour une stratégie de développement du programme-cadre du secondaire " , cite, pour appuyer son argumentation, la façon dont le Conseil Supérieur de l'Education décrit le régime pédagogique :

> " Deux principes marquent de leur empreinte le régime pédagogique dans l'école d'aujourd'hui: la spécialisation progressive des programmes d'enseignement depuis le cours élémentaire jusqu'aux études de doctorat; et des méthodes d'enseignement et d'apprentissage axées sur l'acquisition de connaissances et d'automatismes (c'est-à-dire sur l'habitude acquise à exécuter facilement et régulièrement quelque chose) . [...] La spécialisation met l'accent sur l'apprentissage d'une somme imposante de connaissances exactes, sur l'acquisition de certains concepts fondamentaux, sur l'appropriation de techniques. [...] Le régime manifeste le souci des éducateurs que ces connaissances, les automatismes et les techniques de travail soient acquis. L'école se soucie moins de la qualité que l'expérience de l'apprentissage peut avoir dans l'esprit de chacun des étudiants; elle ne manifeste pas non plus le souci que l'étudiant développe des aptitudes à produire, à créer, à inventer . "

En 1976 encore, Gilbert Paquette (2), dans un article qui a pour but de justifier la nécessité d'un enseignement heuristique, décrit ainsi la place qu'occupe la résolution de problèmes dans l'enseignement :

> " Le principal rôle que joue le problème dans notre enseignement consiste presque uniquement à illustrer un élément de théorie et à consolider les techniques qui s'y rattachent au moyen d'exercices d'application . "

En 1978, Jacques C. Bergeron et Charles de Flandre (3), dans un article consacré à l'avenir de l'enseignement de la mathématique au Québec décrivent ainsi la situation actuelle au Québec :

> " En général, l'enseignement de la mathématique que l'on peut observer dans les classes est du type béhavioriste, c'est-à-dire que l'on conditionne l'enfant à donner certaines réponses aux stimuli présentés. En grande partie, les questions posées sont de type convergent, les problèmes fermés, la matière découpée en petites bouchées, et les tests de type objectif. "

Enfin, en 1980, Alain Taurisson (4), dans un article dont le but est de justifier l'introduction de la géométrie dans les programmes, commence, lui aussi, par décrire la situation actuelle :

> " Quelle est la situation actuelle ? Une première constatation s'impose: les élèves ne résolvent pas de problèmes. Je ne veux pas parler des exercices d'application , toujours les mêmes, qui suivent le cours, que ce cours soit donné par un professeur ou présenté sur une fiche. Je veux parler des problèmes qui ne sont pas seulement des exercices d'application d'une technique, mais qui demandent un peu de recherche dans des directions non déterminées à priori . "

Pour revenir au bagage mathématique de notre élève, disons donc que ce dernier arrive avec des connaissances instrumentales plutôt qu'avec une véritable formation mathématique.

Mais notre jeune collégien arrive aussi avec une attitude à l'égard des mathématiques. Rappelons à ce sujet que Jean-Paul Collette du C.E.G.E.P. Montmorency a construit en 1976 une échelle qui mesure l'attitude des étudiants à l'égard des mathématiques en mettant en évidence trois aspects spécifiques: les difficultés d'apprentissage, la valeur et l'utilité des mathématiques et le plaisir qu'on éprouve à faire des mathématiques. En 1978, Jean-Paul Collette (5) a mesuré à l'aide de son échelle, les attitudes des étudiants du Collège I à l'égard des mathématiques. Il est arrivé à la conclusion que, " d'une manière générale, l'attitude des répondants qui entrent au collégial I est légèrement favorable aux mathématiques . "

A la suite de Collette, d'autres chercheurs se sont intéressés à l'attitude des étudiants du Québec à l'égard des mathématiques. En 1978, Ghislaine Neveu du Collège Jean-de-Brébeuf a mesuré les attitudes des étudiants en sciences humaines à l'égard des mathématiques dans le cadre d'une approche pédagogique spéciale. Ce qui caractérisait essentiellement cette approche, c'était que les élèves travaillaient en équipes de quatre tout au long de la session, que la matière était présentée sous forme de problèmes et que l'élève participait à son évaluation. Ghislaine Neveu (6) est arrivée à la conclusion que " l'apprentissage des mathématiques à l'intérieur d'une pédagogie dynamique favorise un changement positif dans les attitudes des étudiants en sciences humaines à l'égard de cette discipline . "

En 1980, mes collègues Albert Noircent et Andrée L. Tran (7) du C.E.G.E.P. d'Alma, dans le cadre d'une recherche sur l'échec en mathématiques, ont signalé, entre autres conclusions, qu' " il semble que les attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques soient un facteur important dans l'acquisition des connaissances . " Ils sont convaincus " qu'il est tout aussi important pour un enseignant de se préoccuper des attitudes de ses étudiants que de leur faire acquérir des connaissances. "

L'enseignant qui veut connaître les attitudes de ses nouveaux élèves à l'égard des mathématiques peut utiliser, au début de l'année scolaire, le questionnaire d'attitude élaboré par J.P. Collette. Ce questionnaire est annexé à son rapport de recherche.

Outre son bagage de connaissances et son attitude à l'égard des mathématiques, l'élève qui arrive au C.E.G.E.P. a un certain niveau de maturité intellectuelle. On pourrait s'attendre à ce qu'il ait atteint le stade de la pensée formelle qui est essentiellement hypothético-déductive mais hélas, la réalité est tout autre.

A ce sujet, il est intéressant de prendre connaissance des résultats publiés en 1981 par Mirette Torkia-Lagacé (8) du C.E.G.E.P. de Limoilou. Sa recherche avait pour but d'évaluer le niveau de maturité intellectuelle des étudiants de Collège I et elle a, pour cela, élaboré un instrument de mesure et fait une enquête auprès des élèves de niveau Collège I de dix collèges francophones de la région de Québec. Voici un bref aperçu des résultats révélés par cette enquête :

> " C'est dans la catégorie d'étude des sciences pures que l'on retrouve le plus grand pourcentage (41,9%) d'étudiants qui maîtrisent les raisonnements du stade formel. Les étudiants de la catégorie des sciences de la santé suivent avec un pourcentage de 29,3% . A elles seules, ces catégories constituent 24% de notre population étudiante. Les pourcentages de maîtrise des raisonnements caractéristiques du stade formel II de la partie " Enigmes " de notre test chutent ensuite graduellement de 17,3% à 1,9% selon les autres catégories d'étude envisagées. Ces dernières constituent donc 76% de notre population étudiante, et on peut dire qu'en moyenne seuls 12% de ces 76% maîtrisent parfaitement le stade formel. "

J'ai tenu compte de cette réalité en offrant aux élèves des activités pédagogiques susceptibles d'améliorer leur niveau de maturité intellectuelle.

Il reste encore d'autres caractéristiques de l'élève à considérer; ce sont: ses intérêts, sa motivation, ses espoirs et ses craintes, son caractère, son degré d'autonomie, sa méthode de travail, sa maîtrise de la langue, son rythme d'apprentissage, ses activités extrascolaires, etc... . Chacune d'elles peut avoir une influence sur les processus " enseignant-apprentissage " et c'est pour cela que je me suis efforcée, dès le premier jour, par l'observation et le dialogue, de mieux connaître l'être humain qui est caché derrière chaque élève.

Outre l'élève, il y a d'autres données susceptibles d'exercer une influence sur les processus " enseignement-apprentissage " du cours de mathématiques générales et appliquées en techniques administratives.

Ainsi, il faut tenir compte du temps dont on dispose pour la réalisation des objectifs. Pour le cours 102, l'enseignant dispose d'un maximum de 75 " périodes " (de 45 minutes) de cours réparties sur 15 semaines à raison de 5 " périodes " par semaine. Ces 5 " périodes " peuvent être réparties de différentes façons dans l'horaire de la semaine; dans mon cas, elles étaient divisées en deux blocs: un de 2 " périodes" consécutives et un de 3 " périodes " consécutives.

Il faut aussi connaître les recommandations de la Direction générale de l'enseignement collégial (9) au sujet du cours de mathématiques générales et appliquées. A ce sujet, les renseignements sont plutôt minces. Voici la description du cours telle qu'elle apparaît dans les cahiers de l'enseignement collégial :

> 201-102-77 3-2-3
> MATHEMATIQUES GENERALES ET APPLIQUEES
>
> PA math 522 du secondaire
>
> OBJECTIF SPECIFIQUE
>
> L'objectif de ce cours est de rendre l'étudiant apte à utiliser efficacement les principaux concepts mathé-

mathiques dont il aura besoin dans sa spécialité.

CONTENU

Choix de thèmes adaptés aux besoins des spécialités.

Fonctions exponentielles et logarithmiques.
Analyse combinatoire et probabilités.
Calcul d'erreurs (abaques, approximations) .
Tr igonométrie.
Trigonométrie dans l'espace.
Trigonométrie sphérique.
Programmation linéaire (introduction) .
Matrices et déterminants.
Coniques (cercle, parabole, ellipse, hyperbole) .
Vecteurs.
Vecteurs et nombres complexes.
Géométrie dans l'espace (polyèdres, corps ronds) .
Géométrie plane.

Les expériences réalisées par les collègues de travail peuvent parfois être une source d'inspiration. Dans mon cas, les différents collègues qui ont eu la responsabilité du cours 102 en techniques administratives au C.E.G.E.P. d'Alma ont tous, ces quatre dernières années, utilisé le livre " ATELIERS 102 - Initiation aux mathématiques appliquées " réalisé par l'équipe Mathécrit (10) . Mais, d'autre part, mon collègue Pierre Jean, responsable du cours 102 en techniques policières depuis 1977, a conçu, avec succès, un cours " sur mesure " dans lequel les outils mathématiques sont présentés en tenant compte des besoins, des goûts, des capacités et de la psychologie des futurs policiers. L'expérience de ce pédagogue m'a sûrement un peu influencée.

Quant à la classe, en tant que groupe d'apprentissage, elle a une certaine importance, certes, mais le nombre d'élèves et l'ambiance qui règne dans une classe influencent davantage l'organisation des cours que la planification elle-même. Dans mes deux classes de techniques administratives, les effectifs étaient respectivement de 18 et 28 élèves. Contrairement à ce que certains pourraient penser, c'est dans la classe la moins nombreuse que j'ai dû déployer le plus d'efforts.

Enfin, pour terminer le tableau de la situation de départ, disons que la plupart des élèves possédaient une calculatrice et que, parmi les faits d'actualité qui marquaient la session d'automne 81, il y avait le début de l'ère des hauts taux d'intérêt et la mode du cube de Rubik !

CHAPITRE 111

Objectifs généraux

De Corte et ses collègues définissent les OBJECTIFS DIDACTIQUES comme " des changements dans les aptitudes et les modes de comportement que l'on veut poursuivre et atteindre chez les élèves par l'enseignement (p. 47) . "

Ces auteurs recommandent de dresser une liste systématique d'OBJECTIFS GENERAUX qui servira ensuite de " cadre de référence pour le plan d'études et l'action didactique qu'on greffe là-dessus (p. 49) . "

Pour se fixer des objectifs, il faut des critères de sélection. Ceux-ci ont essentiellement deux sources : une philosophie de l'enseignement et la situation de départ. Cette dernière ayant déjà été étudiée dans le chapitre précédent, il suffit maintenant de s'interroger sur le rôle de l'enseignement. En tant qu'enseignante, que dois-je viser essentiellement ? Je dois contribuer au développement de la personnalité de chaque élève. Voici d'ailleurs en quels termes De Corte et ses collègues démontrent que le " développement de la personnalité " est " la formulation la plus adéquate de l'objectif de l'enseignement, dans sa forme la plus abstraite " :

" En effet, les objectifs didactiques sont des modifi-

> cations durables des comportements des élèves. Or, ces comportements ne sont, en réalité rien d'autre, que la manifestation concrète de différents aspects de la personnalité. Chercher à réaliser des changements dans les comportements, jugés souhaitables du point de vue socio-culturel, revient à apporter son aide au développement de la personnalité (p. 74) . "

La finalité de l'enseignement et la situation de départ étant toutes deux connues, il reste à sélectionner les objectifs généraux mais, comme beaucoup d'individus et de groupes de personnes ont déjà réfléchi au problème des objectifs de l'enseignement des mathématiques, il m'a paru sage d'examiner d'abord leurs positions.

Le point de vue de la Direction générale de l'enseignement collégial (11) au sujet de l'enseignement des mathématiques au niveau collégial est le suivant :

> " En un mot, l'objectif premier de l'enseignement des mathématiques au niveau collégial est de rendre l'étudiant apte à mathématiser des situations concrètes.
>
> Précisions que dans l'action de mathématiser on retrouve, bien entendu, l'acquisition de connaissances de concepts mathématiques. Mais il y a plus. Cette action rend propre :
>
> - à reconnaître, à travers une situation concrète, la théorie mathématique qui s'y applique ;
> - à interpréter au niveau de la situation concrète les résultats obtenus dans la théorie ;
> - à étendre l'application de la théorie à de nouvelles situations concrètes . "

Au sujet du cours de mathématiques générales et appliquées, la Direction générale de l'enseignement collégial dit que " l'objectif de ce cours est de rendre l'étudiant apte à utiliser efficacement les principaux concepts mathématiques dont il aura besoin dans sa spécialité . "

Allons voir au-delà des frontières. En 1980, aux Etats-Unis, le N. C. T. M. (National Council of Teachers of Mathematics) a publié une brochure intitulée : " An agenda for action - Recommendations for School Mathematics of the 1980s " . Une traduction partielle de cette publication a été diffusée au Québec par le biais du G. R. M. S. (12) qui a consacré, dans son bulletin de liaison, de nombreuses pages à ces " recommandations pour l'enseignement des mathématiques dans les années 80 " . En voici les grandes lignes :

> " Le Conseil National des Professeurs de Mathématiques recommande que
>
> 1. - la résolution de problèmes soit la préoccupation principale de l'enseignement des mathématiques dans les années 80 .
>
> 2. - le concept d'habiletés de base en mathématiques ne se résume pas à la facilité de calculer .
>
> 3. - les programmes de mathématiques de tous les niveaux profitent au maximum des possibilités offertes par les calculatrices et les ordinateurs .
>
> 4. - l'on détermine rigoureusement, pour l'enseignement des mathématiques, des seuils de performance tant d'efficacité que de rendement .
>
> 5. - la qualité et la pertinence des programmes de mathématiques et les apprentissages de l'élève soient évalués par une plus grande variété de moyens d'évaluation plutôt que par des tests conventionnels seulement .
>
> 6. - l'on accorde plus de temps à l'étude des mathématiques et que les programmes comportent plus de choix de façon à répondre aux besoins de la clientèle étudiante.
>
> 7. - les professeurs de mathématiques exigent pour eux-mêmes et pour leurs collègues un haut niveau de professionnalisme .
>
> 8. - l'effort consenti par la société pour l'enseignement des mathématiques soit comparable à l'importance que les individus et la société accordent à la compréhension et à l'assimilation des mathématiques. "

Il n'y a pas que les Etats-Unis qui recommandent de se préoccuper de la résolution de problèmes. Au quatrième congrès international sur l'enseignement des mathématiques qui s'est tenu à Berkeley, en Californie (U.S.A.), en août 1980 et qui réunissait plus de 4000 participants appartenant à différents pays, la tendance était la même. Dans un rapport sur ce congrès, Michel Darche (13) écrit : " En tout premier lieu l'accent est mis sur l'activité de l'élève par la résolution des problèmes . "

Cette prise de conscience actuelle ne fait que confirmer ce que Polya disait déjà dans les années 60. En effet, il y a près de 20 ans, Georges Polya (14) , parlant du programme de mathématiques de l'école secondaire, disait ceci :

> " D'abord et avant tout, il devrait apprendre aux jeunes gens à penser ....
> ....
> " Apprendre à penser " , cela signifie que le professeur de mathématiques ne devrait pas se contenter de dispenser le savoir mais qu'il devrait tenter, également, de développer chez les étudiants la capacité d'utiliser ce savoir; il devrait insister sur le savoir-faire, sur les attitudes utiles, sur les habitudes intellectuelles souhaitables ....
> ....
> En tout cas, à mon avis, l'un des principaux buts du programme de mathématiques des écoles secondaires est de développer, chez les étudiants, leur capacité à résoudre des problèmes . "

Polya n'a malheureusement pas eu suffisamment de disciples qui ont, par les mathématiques, appris à penser à leurs élèves mais il faut reconnaître qu'au Québec, depuis quelques années, plusieurs chercheurs et enseignants tentent de faire prendre conscience à l'ensemble des professeurs de mathématiques des priorités de l'enseignement des mathématiques.

Ainsi, par exemple, Jacques Bergeron et Charles de Flandre (15), dans leur article consacré à l'avenir de l'enseignement de la mathématique au Québec et publié en 1978, mettent les enseignants en garde contre la tendance à ramener la compétence mathématique à de simples habiletés de calcul :

> " L'activité mathématique se caractérise par plusieurs autres démarches. Il y a entre autres la classification, l'établissement de relations entre les choses, la construction de modèles, l'acquisition de processus bien particuliers de pensée comme l'induction, la déduction, l'analogie, la généralisation, etc, la résolution de problèmes, l'expression graphique et symbolique. L'habileté en calcul ne constitue donc qu'une facette de la formation mathématique d'un individu . "

A la question : " Quelle formation doit-on désirer pour les jeunes ? ", ils répondent :

> " De toute évidence, chacun doit accéder à l'autonomie c'est-à-dire que chacun doit devenir capable de parfaire par lui-même sa formation. Pour cela, il devra pouvoir juger de ce qui est bon pour lui; il devra avoir développé une curiosité suffisante pour soutenir son action; il devra avoir déjà goûté les plaisirs de chercher, de connaître, de pouvoir appliquer; enfin, il devra avoir appris à travailler, à penser, à s'organiser, à résoudre des problèmes, à lire, à s'exprimer, à communiquer, etc . "

Après ce tour d'horizon, j'ai dressé ma liste d'objectifs généraux. Ceux-ci devaient contribuer à favoriser le développement intégral de l'élève en tant que personne humaine dotée d'une intelligence et de sentiments et vivant en société. Je n'ai pas vu l'utilité de classer les objectifs généraux en catégories car l'être humain forme un tout et les interactions sont nombreuses; je n'ai pas fait de hiérarchie non plus car les élèves d'une même classe sont très différents les uns des autres et si pour l'un d'entre eux, l'atteinte de l'objectif X est primordiale, pour un autre, c'est peut-être l'objectif Y qu'il faut poursuivre avant tout.

Tout au long de mon cours de mathématiques générales et appliquées en techniques administratives, j'ai poursuivi les OBJECTIFS GE-

NERAUX suivants :

a) Faire acquérir à l'élève du " savoir-faire " : principalement savoir lire, schématiser, comparer, établir des liens, percevoir des invariants, estimer, induire, déduire, transposer, vérifier. Autrement dit: développer sa capacité de travailler méthodiquement.

b) Augmenter la confiance de l'élève en lui-même.

c) Elargir la vision que l'élève a des mathématiques.

d) Faire prendre conscience à l'élève de l'utilité des mathématiques dans la vie moderne.

e) Faire acquérir à l'élève le goût de la recherche et réaliser ainsi la grande satisfaction que procure la découverte.

f) Rendre l'élève apte à utiliser efficacement les principaux concepts et techniques mathématiques dont il aura besoin dans sa vie de citoyen, dans sa spécialité ou dans les autres cours de mathématiques.

g) Développer la créativité de l'élève et son sens critique.

h) Améliorer la qualité de la communication écrite et orale.

Ces objectifs sont à un niveau d'abstraction assez élevé mais ils ont été concrétisés en objectifs d'apprentissage. Ces derniers apparaissent dans le guide pédagogique présenté dans le chapitre V1 .

CHAPITRE IV

Situation de l'action didactique

Pour réaliser les objectifs fixés, il faut mettre en oeuvre une série de moyens. De Corte et ses collègues désignent globalement l'ensemble de ces moyens par le terme " SITUATIONS DIDACTIQUES " . Celles-ci comportent essentiellement trois composantes entre lesquelles il existe une corrélation assez étroite; ce sont : le processus d'apprentissage, le contenu et les formes du travail didactique de l'enseignant.

Etudions successivement chacune de ces composantes.

A. Processus de l'apprentissage

Entre la situation de départ et l'objectif à atteindre, se situent des activités accomplies par les élèves qui visent la modification de leur comportement, spécifiée dans l'objectif. Pour De Corte et ses collègues, " ces changements, réalisés dans le sujet qui apprend, s'appellent PROCESSUS D'APPRENTISSAGE (p. 214) . "

Mais comment l'apprentissage se fait-il ? Beaucoup de psychologues se sont posé cette question et parmi les nombreuses réponses, il faut choisir celles qui conviennent le mieux à la situation scolaire.

Je trouve le point de vue de David P. Ausubel particulièrement intéressant. Une notion-clé de son oeuvre est celle de " structure cognitive " . Voici comment Ausubel et Robinson (16) la définissent :

> " Le facteur le plus important influençant l'apprentissage est la quantité, la clarté et l'organisation des connaissances dont l'élève dispose déjà. Ces connaissances déjà présentes, constituées par des faits, des concepts, des relations , des théories et des données non issues des perceptions, dont l'élève peut disposer à tout instant, s'appellent sa structure cognitive . "

Ces mêmes auteurs expliquent ainsi ce qui différencie un apprentissage significatif (meaningful learning) d'un apprentissage mécanique (rote learning) :

> " Si celui qui apprend essaie de retenir l'idée, en la mettant en rapport avec ses connaissances déjà acquises et en saisit le sens, alors il en résulte un apprentissage significatif. Au contraire, s'il tente de mémoriser purement et simplement l'idée, sans établir un lien avec ses acquisitions antérieures, alors il est question d'un apprentissage mécanique . "

Mais que faire si les connaissances prérequises font défaut ? Ausubel (17) recommande de préparer la structure cognitive à recevoir de nouveaux contenus en utilisant des " organisateurs " (organizers) . Il les définit comme étant " des matériaux appropriés d'introduction importants et inclusifs, clairs et stables au maximum " et les classe en deux catégories : les organisateurs d'introduction (expository organizers) à utiliser quand ce qui est à apprendre est complètement nouveau pour l'élève et les organisateurs de comparaison (comparative organizers) à utiliser quand ce qui est à apprendre n'est pas tout à fait nouveau.

Ce que je retiens essentiellement de la théorie d'Ausubel, c'est que pour provoquer un apprentissage significatif chez l'élève, je dois m'assurer qu'il existe dans sa structure cognitive un point d'ancrage et ensuite lui montrer le lien qu'il y a entre celui-ci et ce que je veux faire apprendre.

Il existe d'autres conditions d'apprentissage. Dans son cours de didactique des mathématiques, Pierre De Celles (18) les avaient regroupées en cinq affirmations qui, disait-il, " font le point entre la psychologie de l'apprentissage et la pédagogie . " Les voici :

> " L'apprentissage est le plus efficace et a le plus de chances de se conserver quand le sujet est motivé, autrement dit, quand il peut, pour ainsi dire, mettre un enjeu dans l'activité qu'il va entreprendre. (En résumé : motivation .)
>
> L'apprentissage se fait le plus rapidement possible et a le plus de chances de se conserver si l'activité exigée s'appuie sur une capacité physique et intellectuelle d'accomplir cette activité. (En résumé : action.)
>
> L'apprentissage est le plus efficace et a le plus de chances de se conserver quand le sujet a l'occasion de percevoir des relations significatives entre les éléments du but vers lequel son travail est dirigé. (En résumé: signification .)
>
> L'apprentissage progresse efficacement si l'on donne au sujet un critère à partir duquel il puisse juger des progrès qu'il fait. (En résumé : évaluation.)
>
> L'apprentissage se trouve facilité quand il progresse dans des conditions où le sujet a l'occasion de faire des expériences satisfaisantes relativement à son ajustement personnel et social. (En résumé : émotion .) "

Ces énoncés mettent bien en relief ce qui favorise l'apprentissage; je les avais constamment à l'esprit lors de l'élaboration des " formes du travail didactique " .

B. Contenu

De Corte et ses collègues entendent par CONTENU, " cette partie des biens culturels existants, et plus spécialement les systèmes formels, qu'on présente aux élèves dans le but de réaliser les objectifs didactiques (p. 116) . "

Les deux problèmes qui se posent essentiellement au sujet du contenu sont le choix du contenu et sa structuration.

Les critères retenus pour la sélection de la matière sont évidemment empruntés au modèle didactique qui sert de cadre à cette planification. Pour le choix du contenu, De Corte et ses collègues suggèrent de partir des objectifs, même s'ils sont assez généraux, mais de se soucier en même temps du processus de l'apprentissage, de la situation de départ, de la structure scientifique de la branche et enfin de l'utilité sociale.

J'ai donc fait une sélection de thèmes qui, selon moi, respectent la suggestion des auteurs précités. Pour chacun des thèmes retenus, je vais expliciter le sujet s'il y a lieu puis donner les raisons essentielles du choix et enfin faire des remarques concernant l'ordonnance du contenu.

<u>Thème 1 : Pour mieux connaître ma calculatrice</u>

Ce sujet comporte deux parties :

- vers une utilisation optimale de la calculatrice ;

- à l'aide de la calculatrice , résolution de problèmes divers (dont des problèmes d'intérêt composé) qui donnent l'occasion de conjecturer et de tester .

Justification du choix :

a. Beaucoup d'élèves (de techniques administratives) se servent d'une calculatrice mais très peu ont appris à bien s'en servir.

b. La plupart des élèves sont intéressés à mieux connaître leur calculatrice .

c. L'utilisation d'une calculatrice permet :

- d'aborder des problèmes plus proches de la réalité ;
- d'augmenter l'intérêt des élèves pour la résolution de problèmes ;
- de libérer les élèves de calculs fastidieux .

d. La résolution de problèmes relativement simples pris dans la réalité, permet :

- de renforcer les connaissances techniques apprises précédemment ;
- de faire acquérir à l'élève du " savoir-faire " ;
- de faire connaître à l'élève la joie de trouver une solution à un problème et ainsi d'augmenter la confiance de l'élève en lui-même.

e. Les problèmes d'intérêt composé présentent un attrait particulier pour des élèves de techniques administratives.

Remarque concernant l'ordonnance du contenu :

Certains problèmes nécessitent quelques connaissances relatives à l'aire et au volume de figures géométriques.

Thème 2 : Liens fonctionnels

Ce sujet comporte six parties :

- généralités sur les fonctions ;
- fonctions de type linéaire ;
- fonctions de type quadratique ;
- problèmes d'optimisation ;
- fonctions de type exponentiel ;

- fonctions de type logarithmique .

Justification du choix :

a. Le concept de fonction est très important en mathématiques et dans la vie courante .

b. Au sujet des fonctions, il reste beaucoup de nuages à dissiper dans l'esprit des élèves.

c. L'étude des liens fonctionnels permet d'aborder des problèmes très intéressants qui collent à la réalité (analyse de graphiques, problèmes d'optimisation, problèmes du domaine des finances, etc...).

d. La présente étude devrait faciliter la compréhension du cours de calcul différentiel et intégral.

Remarques concernant l'ordonnance du contenu :

a. Ce thème ne devrait pas être abordé en premier car l'élève qui arrive au collège s'attend à de nouveaux sujets d'étude.

b. Ce thème ne devrait pas être abordé en dernier non plus car :

- son étude risque d'être amputée si le temps manque ;
- lorsque la fatigue du semestre commence à se faire sentir, il vaut mieux étudier un sujet qui pique davantage la curiosité des élèves.

c. Les connaissances suivantes sont préalables :

- savoir bien utiliser une calculatrice ;
- savoir traduire une proposition par une équation ;
- savoir utiliser les propriétés des égalités ;
- savoir calculer l'aire ou le volume de certaines figures

géométriques.

Thème 3 : Programmation linéaire

Le sujet se limite à la résolution de problèmes à deux variables avec une approche géométrique.

Justification du choix :

a. Les problèmes de programmation linéaire donnent l'occasion à l'élève de mathématiser des situations vraiment concrètes.

b. La résolution de problèmes de programmation linéaire à deux variables permet de montrer un mariage heureux entre la géométrie et l'algèbre.

c. L'étude de ce sujet laisse entrevoir l'utilité que peuvent avoir les mathématiques pour les administrateurs.

Remarques concernant l'ordonnance du contenu :

a. Les connaissances suivantes sont préalables :

- savoir traduire une proposition par une équation ;
- savoir résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues ;
- savoir représenter géométriquement une équation et une inéquation du premier degré à deux inconnues.

b. En raison même de certains préalables, ce thème doit être étudié après celui des liens fonctionnels .

Thème 4 : Dénombrement et probabilités

Justification du choix :

a. L'élève manifeste un intérêt pour les jeux de hasard .

b. Face aux loteries qui l'agressent, l'élève n'a pas de moyen de défense car il ne connaît rien au monde des probabilités .

c. La résolution de problèmes de dénombrement donne l'occasion à l'élève d'imaginer, de schématiser et de déduire.

d. La présente étude devrait faciliter la compréhension du cours de statistiques.

Remarques concernant l'ordonnance du contenu :

a. Ce sujet d'étude ne demande pas de connaissances préalables autres que celles qui concernent l'utilisation d'une calculatrice.

b. Puisque le sujet présente beaucoup d'intérêt, son étude peut être présentée au début de la session ou à la fin .

Thème 5 : Quelques figures géométriques

Ce sujet comporte l'étude du carré, du rectangle, du cercle, du cube, du parallélipipède rectangle et du cylindre.

Justification du choix :

a. Lors de l'étude des thèmes de la calculatrice et des liens fonctionnels, beaucoup de problèmes intéressants font appel à des connaissances sur des figures géométriques.

b. La plupart des élèves n'ont pas les connaissances de base nécessaires pour aborder des problèmes à caractère géométrique.

Remarques concernant l'ordonnance du contenu :

a. L'étude de ce thème doit précéder l'étude des liens fonctionnels.

b. Cette étude peut être faite avant ou pendant l'étude de la calculatrice.

Thème 6 : Problèmes à une ou deux inconnues (Enigmes)

Justification du choix :

a. La résolution de tels problèmes est une excellente préparation à la résolution des problèmes qui se présentent dans l'étude des liens fonctionnels et en programmation linéaire.

b. Ces problèmes permettent de montrer la puissance de l'outil " algèbre " .

c. Ces problèmes ont l'avantage d'être complets tout en étant courts et relativement amusants.

d. Par ces problèmes, l'élève voit que le brouillard se dissipe dès qu'il a traduit les mots et les concepts du problème réel en symboles et expressions mathématiques.

e. La résolution de ces problèmes est un bon prétexte pour revoir les propriétés des égalités.

Remarque concernant l'ordonnance du contenu :

L'étude de ce thème doit être faite avant ou pendant l'étude des liens fonctionnels.

Thème 7 : Activités ludiques

Ce thème comporte des jeux de stratégie (jeu des allumettes et jeu des tours de Hanoï) , des problèmes de transvasements, des casse-tête et des labyrinthes.

Justification du choix :

a. Chacune des activités ludiques choisies plonge l'élève dans une situation vraiment nouvelle et le confronte à un problème dans le vrai sens du terme.

b. Ces activités permettent de donner à l'élève du " savoir-faire " dans un contexte attrayant.

c. Ces activités donnent l'occasion à l'élève d'utiliser la méthode inductive, souvent négligée dans les cours de mathématiques.

d. Ces activités peuvent donner à certains élèves le goût de faire de la gymnastique intellectuelle pendant le temps des loisirs.

Remarques concernant l'ordonnance du contenu :

a. Ces activités ne nécessitent pas de connaissances préalables et sont indépendantes les unes des autres.

b. Comme ces activités sont attrayantes, elles peuvent être servies comme des " desserts " tout au long de la session .

Avant de passer à la structuration du contenu, je voudrais ajouter quelques mots encore au sujet de la présence d'activités ludiques dans le contenu car cette présence me paraît très importante.

Comme Claude Grandchamp (19) , je crois que le jeu a sa place dans l'enseignement. Voici ce qu'écrit cet auteur dans un numéro spécial de la revue " Sciences et Avenir " consacré à la science des jeux et paru en 1981 :

" Les jeux, et notamment ceux qui font appel à la logique peuvent être pour ceux qui les découvrent et s'acharnent à les résoudre un moyen d'acquérir une plus grande capacité de raisonnement, une plus grande maîtrise de concentration, leur permettant d'aborder leurs études ou leurs difficultés professionnelles sous un angle nouveau, dans ce monde où la réussite est de plus en plus marquée par la compétition.

La gymnastique intellectuelle est nécessaire à l'esprit comme les exercices physiques sont nécessaires au corps et les deux se complètent pour permettre un meilleur épanouissement des facultés de l'homme. Mais les jeux de réflexions et de logique sont encore loin d'avoir conquis [...] la place qu'ils méritent dans notre société, notamment dans l'enseignement où ils doivent avoir un grand rôle à jouer . "

Au Québec, parmi les nombreux adeptes du jeu, il faut citer Charles E. Jean (20) qui essaie, depuis quelques années, à travers ses nombreux articles dans le bulletin de liaison du G.R.M.S., de convaincre les enseignants du secondaire d'accorder une place aux jeux mathématiques. Voici comment il conclut un article intitulé " Récréations et jeux mathématiques " :

" Nous croyons donc que les récréations et les jeux pourraient devenir la source d'objectifs de formation, non pas par rapport à leur contenu, mais par rapport aux retombées qu'ils peuvent engendrer. Le champ des récréations et des jeux mathématiques est suffisamment riche et varié pour y puiser un ensemble d'activités qui, à travers de nouvelles approches pédagogiques, vont améliorer de façon sensible la formation attendue . "

Enfin, Stephen Krulik (21), dans un article intitulé " Le jeu et les techniques de résolution de problèmes " , montre très bien, en les mettant en parallèle, que la démarche utilisée dans la résolution d'un problème et celle qu'on poursuit quand on se livre à une activité ludique sont très semblables. A la suite de cela, Krulik se demande dans quelle mesure il y a " possibilité de transfert entre les habiletés requises pour l'élaboration de stratégies de jeu et l'habileté à résoudre des problèmes " et sa réponse est la suivante :

> " Les recherches sont peu nombreuses dans ce domaine. Toutefois, on peut présumer d'après le parallèle [...] entre ces deux types de démarche, que ce transfert existe. Et comme modèle d'élaboration de stratégies ludiques présente beaucoup plus d'intérêt pour l'élève qu'un modèle de solution de problèmes, cette façon de procéder fournit à plusieurs l'occasion de réussir là où ils auraient peut-être échoué. "

Voilà pour le choix du contenu. En tenant compte des remarques citées précédemment, la façon de procéder qui me paraît la plus favorable à l'apprentissage est celle qui est décrite ci-dessous.

CONTENU :

Etude des six thèmes suivants dans l'ordre indiqué :

- thème 1 : quelques figures géométriques
- thème 2 : pour mieux connaître ma calculatrice
- thème 3 : problèmes à une ou deux inconnues (énigmes)
- thème 4 : liens fonctionnels
- thème 5 : programmation linéaire
- thème 6 : dénombrement et probabilités

et activités ludiques (thème 7) réparties tout au long de la session.

Pour chacun de ces thèmes, j'ai formulé les OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE. Ceux-ci explicitent les comportements que l'élève doit être en état d'accomplir à la fin de la période d'apprentissage et donnent par le fait même une idée plus précise du contenu. C'est pour éviter les répétitions que ces objectifs d'apprentissage apparaissent uniquement dans le guide pédagogique présenté dans le chapitre VI.

C. Formes du travail didactique

De Corte et ses collègues décrivent LES FORMES DU TRAVAIL

DIDACTIQUE comme étant " les comportements de l'enseignant, orientés vers la production d'expériences d'apprentissage, visant la réalisation d'objectifs déterminés chez les élèves (p. 145) . "

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons vu quels étaient les facteurs qui favorisaient l'apprentissage de l'élève. C'est en partant de ces conditions d'apprentissage que j'ai établi des stratégies dans le but d'atteindre les objectifs fixés.

Voici donc les FORMES DU TRAVAIL DIDACTIQUE que j'ai privilégiées pour atteindre mes objectifs :

Moyen 1 : provoquer un apprentissage significatif

- en intégrant tout nouveau concept à la structure cognitive de l'élève c'est-à-dire en établissant des liens avec ses connaissances antérieures ;

- en évitant systématiquement l'emploi, par l'élève, de recettes mémorisées sans compréhension préalable ;

- en essayant d'étendre, d'élargir toute connaissance nouvellement acquise .

Moyen 2 : motiver l'élève

- en créant le besoin de connaissances mathématiques par des problèmes ;

- en proposant des problèmes qui ont un lien direct ou indirect avec le monde des finances ou qui ont un côté amusant ou qui représentent un défi à relever ;

- en diversifiant les démarches pédagogiques: travail individuel, travail en équipes, enseignement magistral et dialogue .

Moyen 3 : provoquer une participation active de l'élève

- en faisant explorer l'élève avant de formaliser ;

- en restreignant le plus possible les moments où l'élève doit seulement écouter et regarder ;

- en donnant une grande place à la schématisation et au dessin ;

- en faisant parfois participer l'élève à la formulation des problèmes qu'il aura à résoudre ;

- en invitant souvent l'élève à conjecturer sur le résultat d'un problème pour qu'il se sente ensuite impliqué ;

- en favorisant l'interaction ;

- en stimulant les élèves à se placer eux-mêmes dans la position d'enseignants .

Moyen 4 : faire éprouver à l'élève un sentiment de satisfaction

- en lui donnant souvent l'occasion de réussir quelque chose;

- en faisant toujours ressortir le moindre élément positif d'une réponse ;

- en commentant individuellement chaque examen ;

- en montrant mon admiration face à une question pertinente ou à une solution originale ou à un travail bien fait .

Moyen 5 : créer un climat de sécurité pour l'élève

- en faisant part à l'élève des objectifs à atteindre ;

- en faisant porter l'évaluation de l'élève sur toutes les parties de la matière ;

- en lui apprenant progressivement à vérifier une solution.

Dans le guide pédagogique présenté dans le chapitre V1, certaines de ces formes du travail didactique sont explicitées à l'intérieur des " moyens suggérés " .

CHAPITRE V

Evaluation

De Corte et ses collègues définissent globalement l'EVALUATION " comme la détermination de la valeur ou l'appréciation de la valeur de l'action didactique (p. 293) " et ils lui donnent comme but de " rassembler des informations [...] sur lesquelles on peut se baser pour prendre des décisions qui visent à l'optimisation de l'enseignement (p. 295)."

Il y a deux démarches possibles qui sont complémentaires l'une de l'autre: on peut faire une évaluation du rendement c'est-à-dire examiner les effets engendrés par l'action didactique chez les élèves et on peut faire une évaluation du processus c'est-à-dire évaluer les diverses composantes de l'action didactique.

Faire une évaluation scientifique d'un cours complet représente suffisamment de travail pour occuper un chercheur pendant toute une année. Je ne peux évidemment pas prétendre avoir fait une évaluation scientifique de la première version de ma planification mais j'ai pu en faire une certaine évaluation par le fait même qu'elle a été mise à l'essai.

Pour la session d'automne 1981, au C.E.G.E.P. d'Alma, je m'attendais à avoir deux groupes d'élèves de techniques administratives pour le cours de mathématiques générales et appliquées et un autre groupe pour un cours complémentaire d'informatique; j'ai bien eu tout cela mais deux jours avant la rentrée, j'ai eu la surprise d'apprendre que j'avais en plus un groupe d'élèves de techniques policières pour le cours de mathématiques générales et appliquées. C'est donc dans trois classes, dont deux de techniques administratives, que j'ai mis à l'essai la première version de ma planification du cours de mathématiques générales et appliquées.

Tout au long de la session , j'ai recueilli les renseignements qui me paraissaient pertinents en vue d'une amélioration de ma planification. Voici plus précisément comment j'ai procédé pour cueillir mes données.

En classe, les élèves disposaient souvent d'un document écrit par moi . Chaque fois qu'une question m'était posée au sujet du texte proprement dit et si effectivement il y avait une amélioration possible, j'inscrivais immédiatement sur le document une petite note qui me rappellerait la modification à faire. Après chaque cours, je notais dans mon " journal de classe " , la matière vue, les réactions globales des élèves et des petits faits observés tels que ceux-ci :

- dans un calcul de coût pour tapisser une chambre, presque personne n'a pensé à arrondir à l'unité le nombre de rouleaux de papier ;

- lors de la recherche de la formule du capital accumulé lorsque l'intérêt est composé annuellement, la transformation de l'expression $C(1+r)+C(1+r)r$ en l'expression équivalente $C(1+r)(1+r)$ présente une difficulté pour beaucoup d'élèves (le principe de la mise en évidence n'est pas maîtrisé) .

Enfin, en corrigeant les examens, je notais dans la marge de mon questionnaire, en face de chaque question, le nombre d'élèves qui y avaient répondu parfaitement; de plus, après avoir montré à chaque élève sa copie corrigée, je la reprenais afin de pouvoir analyser plus longuement les erreurs commises.

A partir des renseignements recueillis, j'ai amendé la version initiale de ma planification; cette nouvelle version, qui est présentée dans ce rapport, décrit la façon dont je procéderais l'an prochain si j'avais la responsabilité du même cours en techniques administratives.

Malgré mon goût du " sur mesure " mais à cause du peu de temps dont je disposais, le cours de mathématiques générales et appliquées que j'ai donné en techniques policières était le même qu'en techniques administratives; j'ai seulement éliminé l'étude des logarithmes. Parmi mes trois groupes d'élèves, les deux qui ont le plus souvent manifesté leur intérêt pour les activités présentées étaient un des groupes de techniques administratives et celui de techniques policières. C'était un réel plaisir pour moi de voir ces élèves s'acharner à résoudre des problèmes. Pour être honnête, je dois dire que le même enthousiasme s'est rarement manifesté dans l'autre groupe de techniques administratives.

Pour ceux que les résultats chiffrés intéressent, voici quelques données concernant le rendement des élèves. Ceux-ci ont eu six examens (pour un total de 145 points) et quatre activités à réaliser en groupes de quatre élèves en classe (pour un total de 20 points). Le total de 165 points a été remené sur 100 et cela a donné les résultats suivants :

Groupe	No. 1	No. 2	No. 3
Programme	Techn. Adm.	Techn. Adm.	Techn. Policières
Nombre d'élèves (n)	18	28	24
Nombre d'abandons (a)	2	1	1
Nombre d'échecs	3	1	1

Moyenne (pour n-a)	67%	76%	76%
Répartition (pour n-a)			
41% à 45%	x		
46% à 50%	xx		
51% à 55%		x	x
56% à 59%			
60% à 65%	xx	xxx	xxx
66% à 70%	xxxxx	xxxx	xxx
71% à 75%	xxx	xxxxxx	xx
76% à 80 %	x	xxxxx	xxxx
81% à 85%	xx	xx	xxxxxx
86% à 90%		xxxx	xxxx
91% à 95%		xx	
96% à 100%			

CHAPITRE V1

Guide pédagogique du cours de mathématiques générales et appliquées en techniques administratives

SOMMAIRE

1 OBJECTIFS GENERAUX

A. Faire acquérir à l'élève du " savoir-faire " : principalement savoir lire, schématiser, comparer, établir des liens, percevoir des invariants, estimer, induire, déduire, transposer, vérifier. Autrement dit: développer sa capacité de travailler méthodiquement.

B. Augmenter la confiance de l'élève en lui-même.

C. Elargir la vision que l'élève a des mathématiques.

D. Faire prendre conscience à l'élève de l'utilité des mathématiques dans la vie moderne.

E. Faire acquérir à l'élève le goût de la recherche et réaliser ainsi la grande satisfaction que procure la découverte.

F. Rendre l'élève apte à utiliser efficacement les principaux concepts et techniques mathématiques dont il aura besoin dans sa vie de citoyen, dans sa spécialité ou dans les autres cours de mathématiques.

G. Développer la créativité de l'élève et son sens critique.

H. Améliorer la qualité de la communication écrite et orale.

11 CONTENU

Le contenu est composé de sept thèmes :

A. Quelques figures géométriques.

B. Pour mieux connaître ma calculatrice.

C. Problèmes à une ou deux inconnues (Enigmes) .

D. Liens fonctionnels.

E. Programmation linéaire.

F. Dénombrement et probabilités.

G. Activités ludiques.

Il est préférable d'étudier les six premiers thèmes dans l'ordre indiqué ci-dessus et de répartir les activités ludiques tout au long de la session.

111 OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE, MOYENS SUGGERES ET BIBLIOGRAPHIE PAR THEME

A. Quelques figures géométriques

1.- OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

a. L'élève doit être capable de reconnaître, dans son environnement, une ligne, une surface, un corps.

b. Soient les deux séries d'expressions suivantes :

- série A : mesurer une ligne, mesurer une surface, mesurer un corps ;
- série B : calculer une longueur, calculer une aire (superficie) , calculer un volume .

Etant donné une expression d'une série et les trois expressions de l'autre série, l'élève doit être capable d'identifier, parmi les trois, celle qui est équivalente à la première.

c. L'élève doit être capable de citer :

- au moins trois unités de longueur ;
- au moins trois unités d'aire ;
- au moins trois unités de volume.

d. A l'aide d'une règle, l'élève doit être capable de dessiner à l'échelle

- un carré dont la longueur du côté est donnée ;
- un rectangle dont les dimensions sont données.

e. L'élève doit être capable de calculer le périmètre et l'aire

- d'un carré dont la longueur du côté est donnée ;

- d'un rectangle dont les dimensions sont données.

f. L'élève doit être capable de retrouver les formules qui expriment le périmètre et l'aire d'un carré et d'un rectangle en procédant par comptage d'unités sur une figure.

g. L'élève doit être capable d'illustrer par une figure l'identité : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

h. Un cercle étant représenté, l'élève doit être capable d'identifier le centre, un rayon, un diamètre, le cercle et le disque.

i. L'élève doit être capable d'exprimer comment, avec des couvercles de forme ronde et un ruban à mesurer, on peut retrouver une valeur approchée de " PI " .

j. L'élève doit être capable de retrouver la formule de la longueur d'un cercle en fonction du rayon en se référant à son expérience avec les couvercles de forme ronde.

k. Etant donné un disque de rayon R représenté sur papier, l'élève doit être capable de compléter la figure de façon à montrer que l'aire de ce disque est comprise entre $2R^2$ et $4R^2$.

l. L'élève doit être capable de calculer la longueur d'un cercle et l'aire d'un disque de rayon donné.

m. L'élève doit être capable de reconnaître , parmi d'autres figures, un cube, un parallélipipède rectangle et un cylindre.

n. L'élève doit être capable d'identifier

- sur un cube: un sommet, une arête, une face ;
- sur un parallélipipède rectangle: un sommet, la longueur, la largeur, la hauteur, les arêtes qui ont la même longueur, les faces qui ont la même aire ;

- sur un cylindre : une base, le rayon, la hauteur, la surface latérale.

o. A l'aide d'une règle, l'élève doit être capable de représenter en perspective et à l'échelle :

- un cube dont la longueur d'une arête est donnée ;
- un parallélipipède rectangle dont les trois dimensions sont données ;
- un cylindre dont le rayon et la hauteur sont donnés.

p. A l'aide d'une règle (et d'un compas pour le cylindre), l'élève doit être capable de représenter à l'échelle le développement

- d'un cube dont la longueur d'une arête est donnée ;
- d'un parallélipipède rectangle dont les trois dimensions sont données ;
- d'un cylindre dont le rayon et la hauteur sont donnés.

q. L'élève doit être capable de calculer la longueur totale des arêtes, l'aire totale et le volume

- d'un cube dont la longueur d'une arête est donnée ;
- d'un parallélipipède rectangle dont les trois dimensions sont données.

r. L'élève doit être capable de retrouver les formules qui expriment la longueur totale des arêtes, l'aire totale et le volume d'un cube et d'un parallélipipède rectangle en procédant par comptage d'unités sur une figure.

s. L'élève doit être capable de calculer l'aire de la surface totale et le volume d'un cylindre dont le rayon et la hauteur sont donnés.

t. L'élève doit être capable de retrouver les formules qui expriment l'aire de la surface totale et le volume d'un cylindre en les déduisant des formules relatives au parallélipipède rectangle.

2. MOYENS SUGGERES

Le matériel suivant est disponible dans la classe: quelques couvercles de forme ronde, quelques ficelles, un ruban à mesurer, des cubes de Rubik, des parallélipipèdes rectangles en carton et des boîtes de conserve cylindriques.

L'enseignant rédige un document qui, pour atteindre les objectifs visés, invite l'élève à lire, à observer, à déduire et à généraliser.

Lors de la première rencontre, l'élève réalise individuellement les tâches proposées sur le document et à la rencontre suivante, l'enseignant pose des questions au groupe pour vérifier l'atteinte des objectifs et fait les mises au point nécessaires.

B. <u>Pour mieux connaître ma calculatrice</u>

1. OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

a. En présence d'une nouvelle calculatrice, l'élève doit être capable de :

- trouver le nombre de chiffres de travail de cette calculatrice ;
- vérifier si elle arrondit ou tronque les résultats ;
- déterminer selon quelle méthode elle effectue les calculs (algébrique directe, algébrique avec priorité des opérations ou polonaise) .

b. L'élève doit être capable d'énoncer les principales caractéristiques de sa calculatrice: nombre de chiffres de travail, résultats arrondis ou tronqués, méthode de calcul, nombre de registres de mémoire, façon de corriger une erreur de frappe, nombre maximum de parenthèses permis.

c. L'élève doit être capable d'évaluer, à l'aide de sa calculatrice, une expression qui contient des nombres décimaux, les symboles des quatre opérations fondamentales et des parenthèses.

d. L'élève doit être capable d'utiliser certaines commandes à un opérande (changement de signe, élévation au carré, racine carrée, inverse, pourcentage) de sa calculatrice pour évaluer des expressions telles que :

$-3/17 - 5/8$; $\pi \times 8,2^2$; $\sqrt{700} + 1/(13)^2$; $7/(5+(9/11))$; $499 + 8\%$ de 499 .

e. L'élève doit savoir :

- quels nombres il convient d'entrer sous forme exponentielle;

- entrer un nombre décimal sous forme exponentielle ;
- transformer en nombre décimal un résultat affiché sous forme exponentielle ;
- évaluer des expressions qui contiennent des grands nombres ou des petits nombres .

f. L'élève doit être capable d'utiliser la touche d'élévation à une puissance pour évaluer des expressions telles que :

- $(-3)^7$; $(1/7)^{-3}$; $50\ (1+ (0,75/12)^{24}$.

g. Si sa calculatrice a une mémoire, l'élève doit être capable de :

- mettre un nombre en mémoire ;
- faire afficher le contenu de la mémoire ;
- faire additionner en mémoire son contenu avec le nombre affiché ;
- vider la mémoire ;
- utiliser la mémoire pour évaluer des expressions telles que :

- $X + X^2 + (X + \sqrt{2})^2$ lorsque $X = 2,575$

$(47,15 + 38,022)(19,89 - 11,93)$ sans utiliser de parenthèses .

h. L'élève doit être capable d'effectuer, en utilisant le moins de touches possible, des calculs répétitifs tels que : ajouter 5, 9 à un nombre puis ajouter 5, 9 au résultat puis ajouter 5, 9 au nouveau résultat et ainsi de suite .

i. L'élève doit être capable de vérifier une réponse affichée par sa calculatrice en choisissant le moyen le plus approprié parmi les suivants :

- estimer à l'oeil l'ordre de grandeur de la réponse ;
- trouver un encadrement pour la réponse ;

- refaire les calculs en changeant de procédure;
- faire l'opération inverse.

j. A l'aide de sa calculatrice, l'élève doit être capable de résoudre des problèmes du monde réel dont deux relatifs à l'intérêt composé.

k. L'élève doit être capable de démontrer la formule qui donne le montant accumulé après t années par un capital C placé à un taux d'intérêt annuel r si l'intérêt est composé n fois par an.

2. MOYENS SUGGERES

Les élèves sont invités à se regrouper par quatre. L'enseignant suggère de se joindre de préférence à des camarades utilisant le même modèle de calculatrice afin de pouvoir s'entraider. Chaque élève dispose d'un document rédigé par l'enseignant. La première partie est un guide d'exploration de la calculatrice et la seconde comporte des applications.

a. Le guide d'exploration

Dans ce guide, l'élève est invité, selon le cas ,

- à appuyer sur des touches déterminées, à observer le résultat et à tirer une conclusion
- ou à chercher par tâtonnements une procédure pour évaluer une expression
- ou à appliquer un mode d'emploi
- ou à consulter le mode d'emploi du fabricant et à l'appliquer.

Chaque fois qu'il doit évaluer une expression l'élève doit :

- inscrire sur papier la suite ordonnée des opérations et le résultat obtenu,

- puis vérifier sa réponse (par approximation, par encadrement, par changement de procédure ou par l'opération inverse selon le cas) ,

- puis comparer sa procédure avec celle de camarades utilisant le même modèle de calculatrice et tirer ses propres conclusions.

b. Les applications

Ce sont de petits problèmes qui, tout en permettant d'appliquer les techniques d'utilisation de la calculatrice, contribuent à atteindre les objectifs de formation. Voici quelques types de problèmes.

Type i

A partir du plan et de la hauteur d'une pièce, des dimensions et du prix d'un rouleau de papier, trouver le coût pour tapisser cette pièce.

Type ii

A partir des renseignements suivants sur les deux derniers pleins d'essence d'une voiture : kilométrage indiqué par l'odomètre et nombre de litres d'essence mis dans le réservoir, calculer la consommation d'essence de cette voiture.

Type iii

Une casserole cylindrique a 18 cm de hauteur et 16 cm de largeur; une tasse cylindrique a 6 cm de hauteur et 4 cm de largeur. Combien de fois pourrait-on verser cette tasse remplie d'eau dans cette casserole sans que celle-ci déborde ?

Commentaire

Ce problème peut se résoudre en utilisant la formule du volume d'un cylindre mais il est préférable d'essayer de s'en passer. Si les élèves sont invités à conjecturer, beaucoup vont dire : " La casserole est 3 fois plus haute que la tasse et elle est 4 fois plus large donc la casserole pourra contenir 12 tasses d'eau ! "

Type iv

Si le prix d'une marchandise subit une réduction de 5% suivie, une semaine plus tard, d'une réduction de 10%, quelle est la réduction unique équivalente ?

Commentaire

Ici, l'élève s'attend à une réponse de 15%. Pour vérifier si cette réponse est la bonne, il va prendre un exemple. Empiriquement, il va trouver que la réponse est 14, 5%. Il est intéressant de chercher ensuite à généraliser c'est-à-dire de se demander à quoi revient le cumul d'une réduction de X% et d'une réduction de Y%. Ce problème peut aussi être prolongé ainsi: on peut s'intéresser à trois réductions successives au lieu de deux et on peut s'intéresser à des augmentations successives plutôt qu'à des réductions.

Type v

Si une ceinture était installée exactement autour de l'équateur (supposé cercle parfait de rayon égal à 6 378 000 m) , de combien faudrait-il allonger cette ceinture pour qu'elle ne soit plus collée à l'équateur mais distante d'un mètre ?

Commentaire

L'élève va automatiquement calculer la longueur de chacun des deux cercles et faire ensuite la différence. Cette méthode est valable mais il y en a une plus élégante ! Pour que l'élève la découvre, il faut demander ce que devient la réponse si la ceinture est placée autour d'une mappemonde dont le rayon est par exemple de 15 cm. Lorsqu'il trouvera la même réponse que précédemment, il sera mûr pour comprendre que l'accroissement de la longueur de la ceinture est indépendant de la longueur du rayon. Il sera capable de prouver que pour un cercle de rayon R (exprimé en mètres), l'accroissement cherché vaut $2\pi(R+1) - 2\pi R$ c'est-à-dire 2π mètres peu importe la valeur de R .

Type vi

Calculer le montant accumulé après trois ans par un capital de 400$ qui rapporte un intérêt annuel de 17, 5% composé tous les six mois.

Commentaire

Pour les problèmes d'intérêt composé,

- le principe de l'intérêt composé et le vocabulaire qui l'entoure doivent être expliqués ;
- il est préférable de commencer avec des exemples numériques dans lesquels l'intérêt est composé annuellement pendant quelques années et pour lesquels l'élève doit calculer le montant accumulé d'année en année ;
- il faut créer le besoin d'une formule en augmentant le nombre d'années et faire trouver cette formule par l'élève en le guidant ;
- l'élève doit découvrir lui-même ce que devient la formule quand l'intérêt est composé deux fois puis n fois par an.

Le problème suivant est intéressant à présenter car il permet de discuter des politiques des banques au sujet des taux d'intérêt et il offre l'occasion d'aborder la notion de limite et d'introduire le nombre e. Voici son énoncé.

Imaginez que vous trouviez une banque philanthropique qui paie 100% d'intérêt composé annuellement. Vous avez 1$ à déposer dans cette banque merveilleuse. Quel sera le montant accumulé après une année ? Même question si l'intérêt était composé semestriellement, trimestriellement, mensuellement, quotidiennement, chaque heure, etc. Supposons maintenant que la banque accepte de composer l'intérêt continuellement à chaque instant de l'année. Deviendriez-vous millionnaire ?

3. BIBLIOGRAPHIE

AUBE, Michel, BORDIER, Jacques, GODBOUT, Réal, GODBOUT, Vincent et PARADIS, Denis. La mathématique et l'activité humaine. Université du Québec, Télé-université, 1979.

BERGERON, Anne, BORDIER, Jacques et WARISSE, Michel. Utilisation de la calculatrice pour l'enseignement des mathématiques au secondaire. Permama, Université du Québec, Télé-université, 1981.

DENIS-PAPIN, Maurice. Colles et astuces mathématiques. Paris, Albert Blanchard, 1972.

GOLDBERG, Dorothy. " $A=P(1+r/n)^{nt}$, or how to gain some interest in the classroom " . Mathematics Teacher, April 1972, pp. 310-312.

GUERIN, Didier, VASCHALDE, Pierre et WARUSFEL, André. Le calculateur de poche et ses jeux. Paris, Hachette, 1976.

WARISSE, Michel. " Présence des calculateurs électroniques et programmes de mathématique au secondaire " . Bulletin de liaison du G.R.M.S., no 30 (janvier 1980) , pp. 39-45 .

WARISSE, Michel. " Avant d'acheter une calculatrice " . Bulletin de liaison du G.R.M.S., no 34 (février 1981) , pp. 53-62 .

C. Problèmes à une ou deux inconnues (Enigmes)

1. OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

a. L'élève doit être capable de résoudre algébriquement un problème à une ou deux inconnues.

b. L'élève doit être capable d'inventer un problème à une ou deux inconnues (qu'il est pertinent de résoudre algébriquement) .

2. MOYENS SUGGERES

Afin de piquer davantage la curiosité de l'élève et de ne pas ressusciter d'éventuels mauvais souvenirs, le mot " énigme " est utilisé à la place du mot " problème " .

A la première rencontre, avant de laisser les élèves travailler individuellement, l'enseignant fait une présentation au tableau.

Pour la première énigme, il dessine une balance en équilibre avec, sur chaque plateau, deux types d'objets: des machins tous pareils (O) et des trucs tous pareils (x) . Par exemple :

plateau de gauche	plateau de droite
OOOxx	Oxxxxxx

Question: Combien de trucs (x) pèse un machin (O) ?
Chaque fois qu'une réponse est proposée, elle est vérifiée ainsi: chaque machin est remplacé par sa valeur en trucs et s'il y a autant de trucs sur chaque plateau, la réponse est bonne. Ceux qui ont la bonne réponse sont invités à expliquer oralement le cheminement suivi. Chaque fois qu'un élève donne une étape, l'enseignant l'illustre par un dessin. Cela peut , par exemple,donner ceci :

situtation de départ :

OOOxx = Oxxxxxx

j'enlève un machin sur chaque plateau :

OOxx = xxxxxx

j'enlève deux trucs sur chaque plateau :

OO = xxxx

j'enlève la moitié du poids sur chaque plateau :

O = xx

donc un machin pèse deux trucs.

Ensuite, à l'aide de questions, l'enseignant amène les élèves à trouver la solution algébrique qu'il écrit à côté de la solution dessinée pour bien voir le parallèle. L'enseignant insiste sur le fait que chaque fois que l'on fait un changement dans une égalité, il faut penser à maintenir la balance en équilibre.

Pour la deuxième énigme, il y a deux balances en équilibre avec d'autres machins tous pareils (O), d'autres trucs tous pareils (x) et des bidules tous pareils (*). Par exemple :

	plateau de gauche	plateau de droite
Balance 1	*xx	O
Balance 2	****	Ox

Question: Combien de trucs (x) pèse un machin (O) et combien de trucs pèse un bidule (*) ?

Comme la précédente, cette énigme est résolue visuellement puis algébriquement.

La troisième énigme est présentée en mots; elle est choisie dans un autre contexte et il faut qu'elle ne se résolve pas facilement par tâtonnements afin de justifier l'outil algébrique. Lors de l'élaboration de la solution, l'enseignant fait clairement ressortir les étapes à suivre : choisir l'inconnue, mettre en équation, résoudre l'équation, exprimer la réponse dans le langage de l'énoncé et vérifier. L'enseignant peut suggérer d'écrire l'équation avec des mots avant de l'exprimer avec des symboles mathématiques.

Après cette présentation, l'enseignant distribue à chacun une feuille comportant des énoncés d'énigmes. Chaque élève résout ces énigmes individuellement ou à l'intérieur d'un petit groupe. Pour la rencontre suivante, l'enseignant propose d'essayer d'inventer une énigme (amusante, si possible) .

A la deuxième rencontre, l'enseignant fait expliquer par ceux qui ont inventé une énigme comment ils ont procédé puis toute la classe résout ensemble certaines de ces énigmes. Après, toute la classe élabore une énigme en commun puis chacun continue à résoudre les énigmes de la feuille. Ceux qui n'avaient pas inventé d'énigme doivent en préparer une pour la rencontre suivante.

Parmi les nombreuses énigmes que l'on trouve dans les livres, en voici une qui est intéressante parce qu'elle peut servir de prétexte à une généralisation; elle donne l'occasion à l'élève de découvrir la formule: $1+2+3 \ldots +X=X(X+1)/2$. Elle est adaptée d'une énigme parue dans le livre d'Alem et dans celui d'Aubé et ses collègues (voir bibliographie ci-après) . Voici son énoncé.

Dans la bande des V. T. H. (voleurs très hiérarchisés) , chacun a un grade différent. La nuit dernière, ils ont volé un lot de magnétophones et le chef a déclaré: " Le moins gradé en prendra un; celui du grade immédiatement supérieur, deux; celui du troisième grade, trois; et ainsi de suite " . Mais les voleurs se sont révoltés contre cette injustice. Le plus audacieux a dit: " Nous en prendrons cinq chacun " . Et ainsi fut fait. Combien y a-t-il de personnes dans la bande des V. T. H. et combien ont-ils volé de magnétophones ?

3. BIBLIOGRAPHIE

ALEM, Jean-Pierre. Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques. Paris, Seuil, 1975.

AUBE, Michel, BORDIER, Jacques, GODBOUT, Réal, GODBOUT, Vincent et PARADIS, Denis. La mathématique et l'activité humaine. Université du Québec, Télé-université, 1979.

CLUZEL, R. et COURT, H. Algèbre. Paris, Delagrave, 1959.

DENIS-PAPIN, Maurice. Colles et astuces mathématiques. Paris, Albert Blanchard, 1972.

GARDNER, Martin. Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd. Tome 1. Paris, Dunod, 1970.

HERBIET, V. Traité d'algèbre. Namur, Wesmael-Charlier, 1962. (Coll. " Herbiet-Horwart-De Vaere ") .

LORENT, S. et LORENT, R. Algèbre 1. Bruxelles, De Boeck, 1965.

MATHESIUS, P. Les portes des mathématiques. Paris, Payot, 1954.

PERELMAN, Iakov Isidorovitch. La mathématique vivante. Récits et casse-tête mathématiques. Paris, Cédic, 1975.

D. Liens fonctionnels

1. OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

a. Etant donné le graphique cartésien d'une fonction quelconque, l'élève doit être capable de :

- donner approximativement les coordonnées d'un point quelconque du graphique ;
- donner approximativement la valeur de la variable Y (X) qui correspond à une valeur de la variable X (Y) ;
- dire si la fonction est continue ou pas ;
- dire si la fonction est croissante, décroissante ou constante ;
- représenter géométriquement la variation de la variable X entre deux de ses valeurs ;
- représenter géométriquement la variation de la variable Y entre deux valeurs données de la variable X ;
- évaluer approximativement le taux de variation moyen de la fonction entre deux valeurs de la variable X .

b. Etant donné une proposition exprimant un lien fonctionnel précis (par exemple : " l'aire d'un carré est égale au carré de la longueur de son côté "), l'élève doit être capable de :

- discriminer la variable Y de la variable X ;
- traduire par une équation le lien qui existe entre les deux variables ;
- déterminer , s'il y en a , pour quelles valeurs de la variable X, le lien n'a pas de signification.

c. Etant donné un lien fonctionnel défini par une équation quelconque, l'élève doit être capable de :

- discriminer la variable Y de la variable X ;
- déterminer le plus grand domaine de définition possible ;
- calculer la valeur de la variable Y (X) qui correspond à une valeur de la variable X (Y) ;
- vérifier si un couple donné appartient ou pas au graphe de la fonction;
- tracer point par point le graphique cartésien de cette fonction ;
- calculer la variation de la variable X entre deux de ses valeurs ;
- calculer la variation de la variable Y entre deux valeurs données de la variable X ;
- calculer le taux de variation moyen de la fonction entre deux valeurs données de la variable X ;
- reconnaître, à l'oeil, si cette équation est de type linéaire, quadratique, exponentiel, logarithmique ou autre.

d. Etant donné un lien fonctionnel représenté graphiquement par une droite, l'élève doit être capable de :

- représenter l'angle d'inclinaison de cette droite ;
- caractériser l'angle d'inclinaison de cette droite par un des adjectifs suivants : aigu, obtus ou nul ;
- évaluer la pente de cette droite .

e. Etant donné une équation de la forme $Y = mX+b$, X réel, l'élève doit être capable de :

- dire ce que représente m ;
- dire ce que représente b ;
- tracer rapidement le graphique de la droite qui lui cor-

respond.

f. Etant donné un lien fonctionnel défini par l'équation d'une droite, l'élève doit être capable de reconnaître à l'oeil s'il s'agit d'une droite horizontale ou d'une droite oblique passant par l'origine ou d'une droite oblique ne passant pas par l'origine.

g. Etant donné un lien fonctionnel défini par une équation de la forme $Y = aX$, a réel, X réel et représenté par une droite, l'élève doit être capable de :

- déduire rapidement de ce graphique celui d'une droite dont l'équation est de la forme $Y = aX + b$, a réel, b réel et X réel ;
- donner immédiatement l'équation d'une droite parallèle à la droite donnée et passant par un point quelconque de l'axe vertical.

h. Etant donné les coordonnées d'un point d'une droite et la valeur de sa pente, l'élève doit être capable de :

- tracer le graphique de cette droite ;
- écrire l'équation de cette droite .

i. Etant donné les coordonnées de deux points, l'élève doit être capable de :

- calculer la pente de la droite passant par ces deux points ;
- écrire l'équation de la droite passant par ces deux points.

j. Etant donné les coordonnées de trois points, l'élève doit être capable de vérifier par le calcul que les trois points sont colinéaires ou pas.

k. L'élève doit être capable de résoudre un problème qui décrit un phénomène linéaire.

l. Etant donné une équation de la forme $Y = aX^2$, a réel et X réel, l'élève doit être capable de :

- tracer rapidement le graphique qui lui correspond;
- déduire rapidement du graphique correspondant à

$Y = aX^2$ le graphique correspondant à une équation de la forme $Y = -aX^2$ ou $Y = aX^2 + b$ ou $Y = -aX^2 + b$, a réel, b réel et X réel.

m. Etant donné un lien fonctionnel défini par l'équation d'une parabole qui coupe l'axe des X, l'élève doit être capable de :

- calculer les coordonnées des points d'intersection de la parabole avec l'axe des X ;
- déduire l'équation de l'axe de symétrie de la parabole de la connaissance des coordonnées des points d'intersection ;
- déduire les coordonnées du sommet de la parabole de la connaissance de l'équation de la parabole et de l'équation de l'axe de symétrie ;
- évaluer l'ordonnée à l'origine de la parabole ;
- tracer le graphique de la parabole .

n. Etant donné un lien fonctionnel représenté graphiquement par une parabole et deux points de cette parabole, l'élève doit être capable de :

- tracer une sécante à la courbe passant par ces deux points ;
- tracer une tangente à la courbe en l'un de ces points .

o. Etant donné un problème d'optimisation, l'élève doit être capable d'écrire l'équation de la fonction dont il faut trouver le maximum (ou le minimum) .

p. Etant donné l'équation d'une fonction dont il faut trouver le maximum (ou le minimum) , l'élève doit être capable :

- si l'équation est de type quadratique, de trouver le maximum (ou le minimum) en calculant simplement les coordonnées du sommet de la parabole ;

- si l'équation n'est pas de type quadratique, de trouver le maximum (ou le minimum) en choisissant un éventail de valeurs de la variable indépendante puis en calculant les valeurs correspondantes de la variable dépendante puis en sélectionnant la plus grande (ou la plus petite) de ces valeurs.

q. L'élève doit être capable de décrire les étapes de l'expérience collective qui a amené le résultat suivant : " Pour un volume donné, le modèle de boîte cylindrique qui demande la moins grande surface de métal est celui pour lequel la hauteur est égale au diamètre . "

r. Etant donné un lien fonctionnel défini par une équation de la forme $Y = b^X$, b réel, $b>0$, $b \neq 1$, X réel, l'élève doit être capable de donner rapidement l'allure du graphique.

s. A l'aide de sa calculatrice, l'élève doit être capable de tracer un graphique précis de la fonction f telle que $f(X) = e^X$, X réel.

t. L'élève doit être capable de résoudre un problème qui décrit un phénomène exponentiel.

u. Etant donné une égalité sous forme logarithmique (par exemple : $\log_2 8 = 3$) , l'élève doit être capable d'écrire l'égalité équivalente sous forme exponentielle et réciproquement.

v. A l'aide de sa calculatrice, l'élève doit être capable de :

- calculer le logarithme d'un nombre en base 10 et en base e ;
- tracer un graphique précis de la fonction f telle que $f(X) = \ln X$, X réel, $X>0$.

w. Etant donné un lien fonctionnel défini par une équation de la forme $Y = \log_b X$, b réel, $b>0$, $b\neq 1$, X réel, $X>0$, l'élève doit être capable de donner rapidement l'allure du graphique.

x. L'élève doit savoir énoncer les propriétés relatives au logarithme d'un produit, au logarithme d'une puissance et au logarithme d'un quotient.

y. Etant donné l'énoncé de la propriété relative au logarithme d'un produit, l'élève doit être capable de démontrer les propriétés relatives au logarithme d'une puissance et au logarithme d'un quotient.

z. L'élève doit être capable de résoudre un problème qui nécessite l'utilisation des logarithmes, par exemple :

- trouver combien de temps il faut laisser fructifier un capital pour obtenir un montant déterminé sachant quel est le taux d'intérêt et combien de fois par an il est versé ;
- trouver à quel taux d'intérêt composé autant de fois par an il faut placer un certain capital pendant un temps donné pour obtenir un montant déterminé.

2. MOYENS SUGGERES

Le contenu est divisé en six parties :

- généralités sur les fonctions ;
- fonctions de type linéaire ;
- fonctions de type quadratique ;
- problèmes d'optimisation ;
- fonctions de type exponentiel ;
- fonctions de type logarithmique.

Toutes les parties, sauf les deuxième et troisième, font l'objet d'une présentation au tableau. De plus, l'élève dispose d'un document (rédigé par l'enseignant) qui contient certains rappels mais principalement des énoncés d'exercices et de problèmes.

a. Généralités

Le point de départ est la lecture et la comparaison des graphiques de deux fonctions relatives aux finances: celui d'une fonction empirique et celui d'une fonction caractérisée par une équation. Cette lecture permet de parler de coordonnées d'un point, variable Y, variable X, variation de X, variation de Y, taux de variation moyen, fonction continue ou discontinue, fonction croissante ou décroissante, domaine et équation. Cette comparaison permet d'insister sur le fait qu'une fonction n'est pas nécessairement définie par une " formule " ; cela permet aussi de montrer les avantages que l'on peut tirer de la connaissance de l'équation d'une fonction.

Pour aider l'élève à faire la distinction entre une fonction et une équation, l'image suivante est associée au concept de fonction :

- on a une " boîte de départ " qui contient des objets ;
- on a une " boîte d'arrivée " qui contient aussi des objets;
- on a une " machine " qui établit des liens : elle associe à chaque objet de la " boîte de départ " un et un seul objet de la " boîte d'arrivée " .

Cet ensemble complet des deux " boîtes " et de la " machine " est une fonction. Dans ce contexte, l'équation d'une fonction est le " programme " de la " machine " .

Pour illustrer la différence entre une fonction continue et une fonction non continue, l'enseignant peut faire esquisser le graphique de la hauteur d'un arbre en fonction du temps et celui de la hauteur d'un mur de briques en construction en fonction du temps.

b. Problèmes d'optimisation

Il est normal de commencer par des problèmes qui se ramènent à l'étude d'une parabole. Cependant, il ne faut pas se contenter de problèmes dont l'équation est de type quadratique car :

- les problèmes les plus réalistes ne sont pas de ce modèle ;
- un problème d'optimisation dont l'équation est d'un type non identifié contient une part de suspens ;
- le fait de prendre beaucoup de temps pour trouver le maximum ou le minimum d'une fonction quelconque (en cherchant les coordonnées de nombreux points) fera mieux apprécier la force inouïe de l'outil " dérivée " lorsqu'il sera découvert dans le cours de calcul différentiel et intégral.

Voici l'énoncé d'un problème d'optimisation dont l'équation n'est pas de type quadratique et qui présente beaucoup d'intérêt pour les élèves.

Etant donné une boîte de conserve cylindrique d'un volume fixé, existe-t-il un modèle (toujours cylindrique) qui demande le moins de métal possible ? Si oui, lequel ?

Ce problème peut être traité en équipes de quatre élèves. Chaque équipe dispose d'une boîte de conserve cylindrique différente de celles des autres équipes. L'enseignant remet à chaque élève un document qui sert de guide et chaque équipe doit remettre un rapport de l'activité de recherche. Le guide de cette activité comprend quatre parties. En voici la description .

Partie i

Son but est de décrire la boîte initiale. Les élèves sont invités à mesurer les dimensions de leur boîte , à dessiner à l'échelle la boîte en perspective et le développement de sa surface, à calculer le volume et l'aire de la surface totale.

Partie ii

Son but est de répondre à la question: " Serait-il possible de fabriquer d'autres boîtes cylindriques ayant le même volume que la boîte initiale ? " Les élèves sont invités à choisir un nouveau rayon et à calculer la valeur de la hauteur pour laquelle le volume reste inchangé puis à recommencer avec un autre rayon.

Partie iii

Son but est de répondre à la question : " La quantité de métal nécessaire pour fabriquer chacune des boîtes cylindriques de même volume est-elle toujours la même ? " Les élèves sont invités à choisir différentes valeurs pour le rayon, à calculer pour chacune de ces valeurs l'aire totale de la surface de la boîte et à faire le graphique illustrant le lien entre le rayon et l'aire totale.

Partie iv

Son but est de répondre à la question : " Quel est le modèle le plus économique ? " Les élèves sont invités à déduire des calculs faits précédemment et du graphique la valeur du rayon pour laquelle l'aire de la surface totale est la plus petite. Ils doivent ensuite calculer la hauteur qui correspond à ce rayon, faire le rapport hauteur/rayon et aller écrire la valeur de ce dernier au tableau. L'ensemble des réponses de la classe doit faire apparaître la solution du problème.

A la suite de ce problème dont la solution a été guidée, d'autres problèmes sont présentés mais les élèves doivent trouver eux-mêmes la démarche à suivre.

c. Fonctions de type exponentiel

La légende de l'échiquier convient très bien pour introduire cette partie. Elle frappe l'imagination de l'élève et l'aide à voir la rapidité de la croissance d'une fonction exponentielle de base 2. Voici en résumé cette légende et le problème qu'elle peut engendrer.

Le jeu d'échecs fut inventé aux Indes. Lorsque le roi des Indes apprit ce jeu, il fut si enthousiasmé qu'il convoqua son inventeur afin de le récompenser personnellement. Le roi dit à l'inventeur : " Je suis assez riche pour réaliser le moindre de vos souhaits. Dites quelle récompense vous satisferait et vous la recevrez. " L'inventeur répondit: " Majesté, donnez-moi un grain de blé à placer sur la première case, deux grains à placer sur la seconde case, quatre grains sur la troisième, huit grains sur la quatrième et ainsi de suite de façon à couvrir les 64 cases de l'échiquier. " Le roi s'exclama, étonné : " Est-ce là tout ce que vous désirez ? Sachez que vous m'offensez en demandant une récompense aussi minime. Allez ! Mes serviteurs vous l'apporteront . "

a) Pensez-vous aussi que la récompense est minime ?

b) Combien de grains de blé le roi dut-il faire préparer ?

c) Donnez les dimensions d'un grenier qui aurait pu contenir les grains de blé demandés .

d) Transposez le scénario pour qu'il puisse être utilisé dans le monde actuel (par exemple par un jeune qui négocie un salaire ...) .

Ce problème présente aussi l'avantage de créer, dans un contexte amusant, le besoin d'un outil mathématique; en effet, l'élève qui doit additionner les grains de blé, case par case, demande s'il n'y a pas un moyen plus rapide et il est alors mûr pour essayer de découvrir (avec de l'aide) la formule qui donne la somme des termes d'une progression géométrique.

Pour que l'élève trouve lui-même les propriétés des fonctions exponentielles, il est souhaitable de lui faire tracer point par point le graphique de plusieurs fonctions exponentielles de bases différentes dans un même système d'axes.

Parmi les fonctions exponentielles, celle de base e ne doit surtout pas être négligée. Il faut rappeler la définition du nombre e vue lors de l'étude de l'intérêt composé, montrer comment trouver une puissance de e à l'aide de la calculatrice et prendre le temps de faire tracer le graphique de la fonction f telle que $f(X) = e^X$, X réel.

Les problèmes qui décrivent un phénomène exponentiel sont choisis de préférence dans le domaine financier; ils concernent par exemple la hausse du coût de la vie, le taux de dépréciation annuel d'une auto, le taux d'inflation, etc...

d. Fonctions de type logarithmique

Il est bon d'expliquer pourquoi, par qui et quand les logarithmes ont été inventés.

L'enseignant doit insister sur le fait essentiel que le logarithme d'un nombre dans une base donnée est l'exposant qu'il faut attribuer à cette base pour obtenir le nombre initial. Le fait de toujours associer le mot " exposant " au mot " logarithme " est avantageux car la notion d'exposant est plus familière à l'élève que celle de logarithme. De plus, cette association de concepts permet de :

- relier les propriétés des logarithmes à celles des exposants ;
- faire vérifier tout calcul de logarithme par un calcul de puissance ;
- faire comprendre le lien géométrique entre le graphique d'une fonction logarithmique et celui de la fonction exponentielle de même base.

Il faut montrer comment calculer un logarithme à l'aide de la calculatrice, faire tracer le graphique de la fonction f telle que f(X) =

ln X, X réel, $X > 0$ et le faire comparer à celui de la fonction f telle que $f(X) = e^X$, X réel.

Les problèmes dont la solution nécessite l'utilisation des logarithmes sont choisis dans le domaine financier. Ils permettent, entre autres , de renforcer et d'élargir les connaissances relatives à l'intérêt composé.

3. BIBLIOGRAPHIE

AUBE, Michel, BORDIER, Jacques, GODBOUT, Réal, GODBOUT, Vincent et PARADIS, Denis. La mathématique et l'activité humaine. Université du Québec, Télé-université, 1979.

BESSIERE, G. Le calcul intégral facile et attrayant. Paris, Dunod, 1963.

BROWN, André. Mathématiques financières. Montréal, Mc Graw-Hill, 1972.

COLLETTE, Jean-Paul. Histoire des mathématiques. Volume 1. Montréal, Editions du Renouveau Pédagogique, 1973.

EQUIPE MATHECRIT. Ateliers 102 - Initiation aux mathématiques appliquées. Montréal, Modulo, 1978.

HOGBEN, Lancelot. Les mathématiques pour tous. Paris , Payot, 1950.

JOHNSON, Richard E. et WARUSFEL, André. Mathématiques modernes, Secondaire V. Livre du Maître. Montréal, Editions du Renouveau Pédagogique, 1968.

KASNER, Edward et NEWMAN, James. Les mathématiques et l'imagination. Paris, Payot, 1950.

LABIN, Edouard. Comprendre les mathématiques. Paris, Bordas, 1972. (Coll. " Bordas-Initiation ") .

LE LIONNAIS, F. Les grands courants de la pensée mathématique. Paris, Albert Blanchard, 1962.

PERELMAN, Iakov Isidorovitch. La mathématique vivante. Récits et casse-tête mathématiques. Paris, Cédic, 1975.

RICHARDSON, M. Eléments de mathématiques modernes. Paris, Dunod, 1968. (Coll. " Sigma ") .

E. Programmation linéaire

1. OBJECTIF D'APPRENTISSAGE

L'élève doit être capable de résoudre géométriquement un problème de programmation linéaire à deux variables.

2. MOYENS SUGGERES

Si nécessaire, avant d'aborder la programmation linéaire proprement dite, l'enseignant doit revoir la signification géométrique

- d'une équation du premier degré à deux inconnues ;
- d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues;
- d'une inéquation du premier degré à deux inconnues ;
- d'un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues.

Le premier problème de programmation linéaire peut être résolu collectivement au tableau. Supposons, par exemple, qu'il y soit question d'un revenu à maximiser. Il est bon de :

- faire résumer clairement les données ;
- laisser proposer des réponses et faire vérifier si elles sont acceptables ;
- faire prendre conscience que par tâtonnements, on ne saura jamais si on a la meilleure solution ;
- faire préciser les variables et les représenter par des lettres;
- faire ressortir l'objectif visé et le traduire par une équation;
- faire ressortir les contraintes et les traduire par des inéquations;
- faire représenter géométriquement l'ensemble de tous

les points qui satisfont l'ensemble des contraintes;

- faire représenter géométriquement (d'une autre couleur) quelques-unes des droites obtenues en attribuant différentes valeurs au revenu;
- faire trouver les caractéristiques de toutes ces droites (elles sont toutes parallèles et plus le revenu est grand, plus la droite se déplace vers la droite) ;
- faire dire quelles doivent être les qualités du point cherché;
- faire trouver comment, avec une règle que l'on déplace, on peut trouver ce point dont les coordonnées doivent satisfaire l'ensemble des contraintes et qui doit se trouver sur la droite qui correspond au plus grand revenu possible;
- faire trouver algébriquement les coordonnées exactes du point sélectionné; s'il y a hésitation entre plusieurs points, faire calculer les différentes coordonnées puis choisir le point qui correspond au plus grand revenu ;
- faire traduire la réponse dans les termes de l'énoncé;
- faire vérifier si la réponse est acceptable.

Il ne faut pas dire aux élèves que la solution se trouvera toujours à un sommet du polygone des contraintes. Certains le découvriront eux-mêmes après quelques problèmes.

Après le premier problème, les élèves travaillent en équipes de deux. Ils disposent d'énoncés de problèmes à résoudre. De plus, chaque équipe est invitée à inventer un problème de programmation linéaire. Pour que celui-ci admette une solution, il est suggéré de commencer par tracer une ligne polygonale dans un système d'axes, d'en déduire des inéquations et enfin d'y adapter un énoncé. Le problème ainsi formulé doit être soumis à une autre équipe qui le résout.

3. BIBLIOGRAPHIE

AUBE, Miche, BORDIER, Jacques, GODBOUT, Réal, GODBOUT, Vincent et PARADIS, Denis. La mathématique et l'activité humaine. Université du Québec, Télé-université, 1979.

BAILLARGEON, Gérald. Modèles mathématiques en science de la gestion. Montréal, Les presses de l'Université du Québec , 1974.

CARTIER, LAPORTE, PARENT et PICARD. Optimisation. Montréal, Sciences et Culture, 1977. (Coll. " Méthodes quantitatives ") .

EQUIPE MATHECRIT. Ateliers 102 - Initiation aux mathématiques appliquées. Montréal, Modulo, 1978.

FLETCHER, T. J. L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui. Paris, O. C. D. L., 1966.

FLEURY, Michel, JAMBU, Michel, PIERRE, Roger et TURCOTTE, Roger. Programmation linéaire. Permama, Université du Québec, Télé-université, 1976.

OUELLET, Roch. Programmation linéaire. La méthode du simplexe. La Prairie, F. I. C., 1974. (Coll. " Monographies pour l'enseignement collégial ") .

F. Dénombrement et probabilités

1. OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

a. Etant donné un problème de dénombrement où l'ordre a de l'importance et dans lequel il faut énumérer tous les choix possibles, l'élève doit être capable de construire un arbre et d'écrire à côté de chaque branche terminale le choix qui lui correspond.

b. Etant donné un problème de dénombrement où l'ordre a de l'importance, l'élève doit être capable de déterminer le nombre de cases à remplir, d'inscrire dans chaque case le nombre de façons de la remplir et d'en déduire le nombre de choix possibles.

c. Etant donné un problème de dénombrement où l'ordre n'a pas d'importance, l'élève doit être capable :

- de reconnaître que l'ordre n'a pas d'importance ;
- de résoudre d'abord le problème comme si l'ordre avait de l'importance (à l'aide de cases) puis de trouver le nombre de cas considérés comme identiques (à l'aide de cases) et d'en déduire le nombre de choix possibles.

d. Au sujet de la notation factorielle, l'élève doit être capable :

- de transformer une expression factorielle en un produit de facteurs;
- d'écrire un produit de nombres entiers consécutifs sous forme factorielle ;
- de simplifier, si possible, une expression qui contient plusieurs factorielles ;
- à l'aide de sa calculatrice, d'évaluer une expression qui contient une ou plusieurs factorielles.

e. Etant donné la description d'une expérience aléatoire (avec des dés, des pièces ou des billes) , l'élève doit être capable de :

- trouver le nombre de résultats (événements) possibles ;
- énumérer tous les résultats différents possibles ;
- trouver empiriquement la fréquence relative de l'apparition d'un événement ;
- représenter graphiquement la distribution des fréquences relatives des différents événements;
- calculer la probabilité d'un événement en faisant le rapport du nombre de cas favorables au nombre total de cas également probables;
- reconnaître si deux événements sont dépendants l'un de l'autre ou indépendants ;
- représenter l'arbre des probabilités ;
- décrire l'événement contraire d'un événement donné;
- calculer la probabilité de l'événement contraire d'un événement donné;
- calculer la probabilité d'avoir un événement donné et un autre événement;
- calculer la probabilité d'avoir un événement donné ou un autre événement.

f. L'élève doit être capable de résoudre des problèmes faisant directement appel au calcul des probabilités.

g. Etant donné les règles d'une loterie ou d'un autre jeu de hasard, l'élève doit être capable de trouver l'espérance mathématique de gain à cette loterie ou à ce jeu.

2. MOYENS SUGGERES

Pour le dénombrement, il faut commencer par un problème très concrèt qui peut facilement être illustré. En voici un exemple.

Vous disposez de blocs de couleurs différentes (des rouges, des bleus, des verts et des jaunes) ; vous voulez fabriquer des tours de quatre étages et dans chaque tour, chaque couleur doit apparaître une et une seule fois; sachant que deux tours seront dites pareilles si pour chaque étage, la couleur de la première tour est la même que celle de la deuxième tour, décrivez toutes les tours différentes que vous pouvez construire.

Certains élèves vont procéder avec méthode, d'autres sans. Quand tout le monde est d'accord sur la réponse, il faut modifier le problème: augmenter graduellement le nombre de couleurs disponibles puis faire varier aussi le nombre d'étages. L'enseignant doit créer chez l'élève le besoin de procéder systématiquement. Il doit l'amener à se poser les questions suivantes :

- Combien y a-t-il de niveaux de décision ?
- A chaque niveau de décision, quels sont les choix possibles ?

Les réponses à ces questions sont illustrées par un arbre. A partir de l'observation d'un arbre, il faut faire découvrir les seules informations qui sont nécessaires pour trouver le nombre de choix possibles. Cela amène à la méthode dite " des cases " dans laquelle :

- le nombre de cases correspond au nombre de niveaux de décision ;
- on inscrit dans chaque case le nombre de façons de la remplir;
- on multiplie les différents nombres.

Après cette présentation, les élèves résolvent individuellement des problèmes de dénombrement dont le contexte est différent mais où l'on tient toujours compte de l'ordre. Le moment est alors venu de glisser un problème du genre de celui qui suit.

Voici cinq cartes à jouer différentes; combien y a-t-il de façons de former une main de trois cartes à partir de ces cinq cartes ?

La réponse donnée sera probablement 60 ... Pour que l'élève comprenne bien pourquoi c'est faux, il faut lui faire faire au moins une partie de l'arbre et lui faire observer certains cas semblables. Il doit ensuite, à l'aide de cases, trouver le nombre de façons d'ordonner trois cartes distinctes et en déduire l'opération à effectuer sur le nombre 60 pour trouver le nombre de mains de trois cartes.

Après ce problème de dénombrement où l'on ne tient pas compte de l'ordre, les élèves résolvent des problèmes de dénombrement variés qui ne sont pas classés par catégorie. Lors d'une première étude, il n'est pas utile d'étiqueter les types de problèmes avec les mots " permutation " , " arrangement " et " combinaison " ; les formules ne sont pas nécessaires non plus. Il est plus profitable de raisonner devant chaque problème même si cela prend un peu plus de temps.

Pour les probabilités, il n'y a que deux définitions à donner au départ: celle de probabilité d'un événement et celle de fréquence relative de l'apparition d'un événement. Les élèves divisés en équipes de quatre, disposent de gobelets, de dés, de pièces, de boules et d'un document qui doit servir de guide. Pour chaque expérience proposée, l'équipe doit :

- réaliser l'expérience un certain nombre de fois;
- noter la fréquence relative de l'apparition de chacun des événements et additionner ses résultats à ceux des autres équipes ;
- représenter graphiquement la distribution des fréquences relatives des différents événements ;
- comparer la probabilité et la fréquence relative de chacun des événements .

Une fois les expériences terminées, une synthèse au tableau est nécessaire. En partant des résultats obtenus pratiquement et théoriquement, l'enseignant peut :

- montrer le lien qui existe entre la fréquence relative d'un événement et sa probabilité et mettre l'élève en garde contre les idées fausses les plus répandues;
- faire trouver entre quelles limites se trouve la probabilité d'un événement quelconque;
- faire trouver comment on peut calculer la probabilité de l'événement contraire d'un événement donné ;
- faire remarquer que certains événements sont dépendants et d'autres indépendants l'un de l'autre;
- montrer l'utilité de l'arbre des probabilités ;
- faire trouver comment on peut calculer la probabilité d'avoir un événement donné et/ou un autre événement.

Après, les élèves résolvent une série de problèmes variés sur les probabilités dont certains concernent les loteries. Ensuite, la définition de l'espérance mathématique est donnée et illustrée. Le jeu de roulette tel qu'il se joue dans les casinos est expliqué (différentes formes de pari et cotes correspondantes) et l'espérance mathématique de gain pour certaines formes de pari est calculée. Enfin, les élèves reprennent les problèmes de loterie déjà traités et calculent l'espérance mathématique de gain pour chacune d'elles.

3. BIBLIOGRAPHIE

AUBE, Michel, BORDIER, Jacques, GODBOUT, Réal, GODGOUT, Vincent et PARADIS, Denis. La mathématique et l'activité humaine. Université du Québec, Télé-université, 1979.

AYRES, Frank. Mathématiques de base. Niveau collégial. Théorie et problèmes. Montréal, Mc Graw-Hill, 1978.

BRASSINE, Michel. " Les jeux de casino " . Jeux et stratégie, no 10, pp. 16-25.

EQUIPE MATHECRIT. Ateliers 101. Complément de mathématiques. Montréal, Modulo, 1980.

GARDNER, Martin. Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd. Tome 1. Paris, Dunod, 1970.

KASNER, Edward et NEWMAN, James. Les mathématiques et l'imagination. Paris, Payot, 1950.

KAZMIER, Léonard J. Statistiques de la gestion. Théorie et problèmes. Montréal, Mc Graw-Hill, 1982. (Série " Schaum ") .

LARIVEE, Serge. " Le schème de la combinatoire: un schème adaptatif " . Bulletin A.M.Q., vol. XX1, no 1 (mars 1981) , pp. 3-11 .

LIPSCHUTZ, Seymour. Probabilités. Cours et problèmes. Paris, Mc Graw-Hill, 1977. (Série " Schaum ") .

NIVEN, Ivan. Premières notions de probabilité et analyse combinatoire. Paris, Dunod, 1970.

PASQUIER, A. Eléments de calcul des probabilités et de théorie des sondages. Paris, Dunod, 1970.

G. Activités ludiques

1. OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

a. Face à un adversaire et à un nombre quelconque d'allumettes et étant donné qu'à chaque coup un joueur peut enlever 1, 2, . . . , p allumettes et que le joueur qui enlève la dernière allumette est perdant, l'élève doit être capable de dire quelle est la stratégie gagnante.

b. L'élève doit être capable d'adapter la stratégie du jeu des allumettes à une variante de ce jeu.

c. Etant donné les règles du jeu des tours de Hanoï, l'élève doit être capable , pour un nombre quelconque d'éléments au départ, de décrire et illustrer la procédure à suivre pour réussir le jeu avec le moins de déplacements possible.

d. L'élève doit être capable de résoudre un problème de transvasements.

e. L'élève doit être capable de résoudre un casse-tête logique.

f. Etant donné un labyrinthe, l'élève doit être capable de lui associer un graphe et d'utiliser ce dernier pour trouver la solution du labyrinthe.

2. MOYENS SUGGERES

Il ne faut pas perdre de vue que les activités choisies doivent contribuer à l'atteinte de certains objectifs généraux; le jeu n'est pas un but mais un moyen. Cependant, l'enseignant ne devrait proposer que des activités ludiques auxquelles il a pris un certain plaisir sinon comment pourrait-il communiquer son enthousiasme ?

Comme les activités ludiques ne nécessitent pas de connaissances préalables, qu'elles sont indépendantes les unes des autres et qu'elles sont attrayantes, l'enseignant a intérêt à ne pas les regrouper dans le temps mais plutôt à les offrir quand les élèves manifestent une certaine lassitude. Elles peuvent être considérées comme des " desserts " qui émaillent toute la session.

Les activités proposées ici le sont à titre indicatif seulement; elles peuvent être remplacées par d'autres car le choix est immense (voir bibliographie) . Elles comportent des jeux de stratégie (jeu des allumettes et jeu des tours de Hanoï) , des problèmes de transvasements, des casse-tête logiques et des labyrinthes.

a. Jeu des allumettes

i) Règles du jeu

Quinze allumettes sont disposées devant deux joueurs. Chacun joue à tour de rôle. Aucun ne peut passer son tour. A chaque coup, un joueur peut enlever une, deux ou trois allumettes. Le joueur qui enlève la dernière allumette est perdant.

ii) Avantages de ce jeu de stratégie

- Il nécessite très peu de matériel: seulement des allumettes.
- Il est facile de schématiser les étapes donc de garder une trace du jeu; cela permet d'analyser le déroulement du jeu afin de trouver des régularités.
- Il existe une stratégie gagnante qu'il est possible d'exprimer en termes clairs.
- Une fois la solution trouvée pour les règles fixées initialement, il y a moyen de prolonger le jeu et de généraliser la solution.
- Il existe des variantes de ce jeu; cela oblige l'élève à adap-

ter la stratégie à de nouvelles conditions.

iii) Conseils à donner aux élèves

Jouez quelques parties. Représentez les étapes sur papier pour pouvoir ensuite analyser la stratégie gagnante. Essayez d'observer des régularités. Faites ensuite des conjectures et vérifiez-les. Faites des déductions. Généralisez.

iv) Questions à poser aux élèves

- Celui qui commence peut-il jouer de façon à être toujours gagnant ? Si oui, comment doit-il jouer ?

- Aimeriez-vous commencer si, au lieu de 15 allumettes, il y en avait 17, 23, 31, 33 ou 50 ? Dans les cas ou vous aimeriez commencer, combien en prendriez-vous ?

- Si, à chaque coup, un joueur peut enlever 1, 2, 3 ou 4 allumettes, les réponses aux deux questions précédentes changent-elles ? Si oui, que deviennent-elles ?

- S'il y a n allumettes au départ et qu'à chaque coup, un joueur peut enlever 1, 2, ... , p allumettes, à quelle condition le premier joueur a-t-il une stratégie gagnante et que doit faire le premier joueur s'il a une stratégie gagnante ?

v) Une des variantes de ce jeu

Soient deux joueurs A et B et une calculatrice dont l'écran affiche 0 .

Le joueur A affiche un nombre entier quelconque choisi parmi les suivants : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et passe la calculatrice à B. Le joueur B choisit un nombre dans la même suite (de 1 à 9), l'ajoute au précédent et passe la calculatrice à A. Le joueur A choisit un nombre dans la même suite (de 1 à 9) , l'ajoute au précédent et passe la calculatrice à B. Et ainsi de suite. Aucun joueur ne peut passer son tour. Le vainqueur est celui qui, le premier arrive à 100 exactement.

b. Jeu des tours de Hanoï

i) Règles du jeu

Trois soucoupes sont alignées. Dans la première, des pièces de monnaie sont empilées par ordre de grandeur (de surface) de telle sorte que la plus grande soit dans le fond de la soucoupe. Il faut retrouver toutes ces pièces dans la troisième soucoupe dans le même ordre qu'au début en respectant les règles suivantes :

- on ne peut déplacer qu'une pièce à la fois ;
- on ne peut jamais déposer une pièce sur une autre plus petite qu'elle ;
- on peut placer des pièces dans la soucoupe du milieu mais en respectant les deux règles précédentes et en s'arrangeant pour qu'elle soit vide à la fin.

Il faut essayer de faire le moins de déplacements possible !

ii) Avantages de ce jeu de stratégie

- Il ne nécessite aucun partenaire.
- Il demande très peu de matériel: des pièces de monnaie ou des disques de carton.
- Il est facile de schématiser les étapes donc de garder une trace du jeu; cela permet d'analyser le déroulement du jeu afin de trouver des régularités.
- Ce jeu présente beaucoup de régularités .
- La solution peut s'exprimer en termes clairs.
- On peut commencer avec très peu de disques, augmenter progressivement le nombre de disques puis généraliser.

iii) Conseils à donner aux élèves

Remplacez les pièces de monnaie par des disques de grandeurs différentes découpés dans du carton et numérotez-les du plus petit au plus grand avec les nombres 1, 2, 3, ... Commencez avec un petit nombre de disques et augmentez-le progressivement. Après avoir joué quelques parties en tâtonnant, représentez les étapes sur papier pour pouvoir observer des régularités. Faites ensuite des conjectures et vérifiez-les. Faites des déductions. Généralisez !

iv) Questions à poser aux élèves

- Avec trois disques, quels sont les numéros des étapes où il y a déplacement du disque no 1, du disque no 2, du disque no 3 ? Quel est le nombre de déplacements de chacun des disques et le nombre total de déplacements ?
- Mêmes questions avec quatre disques.
- Mêmes questions avec n disques.
- Si avec n disques, k déplacements sont nécessaires, combien de déplacements faut-il s'il y a un disque de plus ?
- Où va le premier disque lors du premier déplacement s'il y a un nombre pair de disques ? Et s'il y a un nombre impair de disques ?
- Comment faut-il procéder pour réussir avec le moins de déplacements possible ?

c. Transvasements

i) Un exemple (extrait du livre de Polya qui apparait dans la bibliographie ci-après)

Comment feriez-vous pour rapporter d'une rivière six litres d'eau si vous n'aviez à votre disposition, pour mesurer la quantité d'eau, que deux récipients non gradués, l'un de quatre litres et l'autre de neuf litres ?

ii) Avantages des problèmes de transvasements

- Ces problèmes obligent les élèves à schématiser.

- Ces problèmes peuvent être résolus par la méthode progressive et par la méthode régressive; cette dernière force les élèves à analyser.

iii) Questions à poser aux élèves

- Illustrez clairement votre solution.

- Combien d'étapes utilisez-vous ? Est-ce le minimum ?

- Pour amener les élèves à la méthode régressive: Quelle doit être la situation finale ?

A partir de quelle situation précédant immédiatement celle-ci pourriez-vous obtenir la situation finale désirée ? ... Et avant, que faudrait-il avoir ? ... Etc ...

- Quels sont les différents volumes d'eau qu'il serait possible de mesurer avec ces deux récipients ?

d. Casse-tête logiques

i) Avantages des casse-tête logiques

- Ils sont tous différents et chacun est un nouveau défi à relever.

- Ils obligent les élèves à analyser les énoncés avec beaucoup d'attention et à déduire avec logique.

- Certains casse-tête offrent l'occasion de présenter ou de renforcer l'apprentissage d'une méthode de travail ; d'autres peuvent être un prétexte pour introduire une notion mathématique.

ii) Trois exemples de casse-tête

Ce premier casse-tête est essentiellement logique. Il présente un scénario qui peut être joué en classe. Il est adapté d'un casse-tête présenté dans le livre de Kordiemsky (voir bibliographie ci-après).

L'enseignant fait venir trois élèves. Il leurs montre cinq disques de papier: trois blancs et deux noirs. Il les prévient qu'il va leurs bander les yeux puis coller sur le front de chacun un des cinq disques puis ôter leur bandeau. Chacun pourra alors voir la couleur du disque collé sur le front des deux autres. Il promet une récompense au premier qui déterminera et justifiera la couleur de son propre disque, invisible pour lui. Si l'enseignant ne veut pas favoriser un des trois élèves, il place trois disques blancs. Au bout d'un certain temps, les trois élèves devraient annoncer en même temps que leur disque est blanc à condition que chacun soit logique et qu'il ait confiance dans les capacités logiques de ses camarades !

Ce deuxième casse-tête permet de renforcer l'apprentissage de la méthode régressive. Il est extrait du no 4 de la revue " Jeux et stratégie " .

Quatre joueurs ont convenu que chaque perdant paierait aux autres joueurs son tapis, c'est-à-dire le montant exact de la somme que chacun possède. Ils ont joué quatre parties; chacun des joueurs a perdu une fois. Le jeu fini, les joueurs ont compté leur argent et il s'est avéré que tous avaient la même somme: 16$. Quelle somme avait chaque joueur avant le jeu ?

Ce troisième casse-tête permet de renforcer la notion de limite et d'introduire la notion de série. Il est extrait du no 3 de la revue " Jeux et stratégie " .

Robin s'est vanté de pouvoir peindre indéfiniment des cubes de côté 1cm, 1/2cm, 1/3cm, 1/4cm, etc... puis de tous les empiler les uns sur les autres. Luc lui a objecté qu'il ne trouverait jamais de salle assez haute pour contenir son édifice et Paul qu'il ne pourrait jamais se procurer assez de peinture pour les peindre. Qui a raison ?

e. Labyrinthes

i) Avantages des labyrinthes

- Ils permettent de faire un premier pas dans le monde de la théorie des graphes.
- Ils renforcent l'importance de la schématisation.

ii) Façon de procéder

L'enseignant fournit aux élèves, sans explications, quelques labyrinthes à résoudre. La plupart des élèves vont trouver une solution mais ils demanderont :

- Existe-t-il une méthode ?
- Y a-t-il plusieurs façons d'aller du départ à l'arrivée (sans passer deux fois au même endroit) ?
- S'il y a plusieurs façons, comment trouver le chemin le plus direct ?

Le moment est alors venu de présenter quelques notions de la théorie des graphes (sommets, arêtes, graphe associé à un labyrinthe, chaîne) puis de faire utiliser ces nouvelles notions pour résoudre quelques labyrinthes.

3. BIBLIOGRAPHIE

ALEM, Jean-Pierre. Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques. Paris, Seuil, 1975.

AUBE, Michel, BORDIER, Jacques, GODBOUT, Réal, GODBOUT, Vincent et PARADIS , Denis. La mathématique et l'activité humaine. Université du Québec, Télé-université, 1979.

BERLOQUIN, DUGAS, MYERS et SEISSER. Voulez-vous jouer avec nous ? Paris, Balland, 1974.

CHAUVEAU, Pierre et VANNIER, Elie. Comment jouer avec votre calculatrice de poche. Paris, Fayard, 1976.

COURT, N.A. Les mathématiques amusantes et sérieuses. Paris, Dunod, 1962.

DUFORT, Jean-Guy, GODBOUT, Vincent et PAQUETTE, Gilbert, Introduction à l'heuristique. Permama, Université du Québec, Télé-université, 1976.

GARDNER, Martin. Problèmes et divertissements mathématiques. Tome 1. Paris, Dunod, 1964.

JEAN, Charles-E. Distractions mathématiques. Montréal, Editions de l'Homme, 1977.

JEAN, Charles-E. " Au jeu ! " . Bulletin de liaison du G.M.R.S., Rubrique apparaissant régulièrement.

KASNER, Edward et NEWMAN, James. Les mathématiques et l'imagination. Paris, Payot, 1950.

KORDIEMSKY, B. Sur le sentier des mathématiques. Tome 1. Paris, Dunod, 1963.

MC INTOSH, Alistair. " Binary and the Tower of Hanoi " . Mathematics teaching, nr 62 (March 1973) , pp. 46-48.

PAQUET, Jean-Claude. 50 énigmes du prof Jissé. Montréal, La Presse, 1975.

PERELMAN, Iakov Isidorovitch. La mathématique vivante. Récits et casse-tête mathématiques. Paris, Cédic, 1975.

POLYA, Georges. Comment poser et résoudre un problème. Paris, Dunod, 1965.

SCIENCE ET AVENIR. La science des jeux. Paris, 1981. Numéro spécial hors série no 35.

SCIENCES ET VIE. Jeux et stratégie. Paris, Excelsior Publications. Périodique paraissant tous les deux mois depuis janvier 1980.

SHWARGER, Michael. " Another Look at the Tower of Hanoi " . Mathematics Teacher, September 1977, pp. 528-533.

CONCLUSION

Dans les cinq premiers chapitres, j'ai essayé de montrer comment j'ai procédé pour élaborer la planification du cours de mathématiques générales et appliquées en techniques administratives. Je crois que cette partie pourra intéresser les professeurs du réseau collégial qui ont la responsabilité de ce cours mais aussi ceux qui désirent planifier un autre cours.

Dans le dernier chapitre, j'ai présenté le produit fini c'est-à-dire un guide pédagogique du cours de mathématiques générales et appliquées en techniques administratives. Je crois que cette partie intéressera plus spécialement les professeurs du réseau collégial qui ont ce cours à dispenser.

La construction de ce plan de travail m'a aidée à optimiser l'action didactique dont j'étais responsable dans mes classes. Je souhaite maintenant que ce rapport donne lieu à des échanges et à des discussions sur le sujet traité entre les professeurs de mathématiques du réseau collégial.

LISTE DES OUVRAGES CITES

17 AUSUBEL, D.P. Educational psychology. A cognitive view. New-York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.

16 AUSUBEL, D.P. et ROBINSON, F.G. School learning. An introduction to educational psychology. New-York, Holt, Rinehart and Winston, 1969.

3-15 BERGERON, Jacques C. et DE FLANDRE, Charles. " L'avenir de l'enseignement de la mathématique au Québec. " Bulletin A.M.Q., vol. XV111, no 5 (octobre 1978) , pp. 19-38.

5 COLLETTE, Jean-Paul. Mesure des attitudes des étudiants du collège I à l'égard des mathématiques. Rapport de recherche. Québec, Ministère de l'Education, 1978.

13 DARCHE, Michel. " 1980-1984 : après le 1V^{e} congrès international de Berkeley (U.S.A.) sur l'enseignement des mathématiques ? ". Bulletin A.M.Q., vol XX1, no 1 (mars 1981) , pp. 38-39.

18 DE CELLES, Pierre. Didactique des mathématiques. Notes de cours. Université du Québec, 1979.

9-11 DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT COLLEGIAL. Cahiers de l'enseignement collégial 1980-1981. Québec, Ministère de l'Education, 1980. vol. 1 et 2 .

10 EQUIPE MATHECRIT. Ateliers 102- Initiation aux mathématiques appliquées. Montréal, Modulo, 1978.

19 GRANDCHAMP, Claude. " Jouer en réfléchissant " . Sciences et Avenir, numéro spécial hors série no 35 (La Science des jeux) , 1981, p. 14 .

20 JEAN, Charles-E. " Récréations et jeux mathématiques " , Bulletin de liaison du G.R.M.S., no 25 (octobre 1978) , pp. 35-38.

21 KRULIK, Stephen. " Le jeu et les techniques de résolution de problèmes " , Bulletin de liaison du G.R.M.S., no 22 (janvier 1978) , pp. 29-35.

12 N.C.T.M. " L'enseignement des mathématiques au cours de la prochaine décennie " . Bulletin de liaison du G.R.M.S., no 32 (juin 1980) , pp. 5-32.

6 NEVEU, Ghislaine. " Mesure des attitudes des étudiants en sciences humaines à l'égard des mathématiques dans le cadre d'une approche pédagogique spéciale " . Bulletin A.M.Q., vol. X1X, no 4 (septembre 1979) , pp. 16-25 et no 5 (décembre 1979) , pp. 25-37 .

7 NOIRCENT, Albert et TRAN, Andrée. L'échec en mathématiques. Rapport de recherche. C.E.G.E.P. d'Alma, 1980.

2 PAQUETTE, Gilbert. " Qu'est-ce que l'enseignement heuristique ? " . Bulletin A.M.Q., vol XV1, no 4 (avril 1976) , pp. 15-26.

1 PAQUETTE, Gilbert. " Pour une stratégie de développement du programme-cadre du secondaire " . Bulletin A.M.Q. , vol. XV1, no 5 (juillet 1976) , pp. 3-21.

14 POLYA, Georges. La découverte des mathématiques. Tome 2. Une méthode générale. Paris, Dunod, 1967. (Coll. " Sigma ") .

4 TAURISSON, Alain. " Pourquoi introduire la géométrie dans les programmes ? " . Bulletin de liaison du G.R.M.S., no 30 (janvier 1980) , pp. 21-31.

8 TORKIA-LAGACE, Mirette. La pensée formelle chez les étudiants de Collège I: objectif ou réalité ? . Rapport de recherche. C.E.G.E.P. de Limoilou, 1981.