

UNIVERSITE DU QUEBEC

MEMOIRE

PRESENTE A

L'UNIVERSITE DU QUEBEC A CHICOUTIMI

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE EN RESSOURCES ET SYSTEMES

PAR

GILLES BOUCHARD, ING.

B. SP. EN GENIE MECANIQUE

LE CALCUL DES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES D'UN CONDUCTEUR
GIVRE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS.

JUIN 85



Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

RESUME

Un calcul précis des coefficients aérodynamiques est essentiel pour évaluer les différents types d'instabilités éoliennes occasionnées par la glace amoncellée sur les conducteurs haute-tension et les haubans des tours de soutien. Or, puisque l'on s'intéresse tout particulièrement aux méthodes de simulation numériques comme outil de travail pour étudier les différents phénomènes pouvant déclencher ces instabilités, il est indispensable d'obtenir une évaluation précise et continue des coefficients aérodynamiques au cours de la simulation, même lorsqu'il y a accrétion de glace ou rotation du profilé.

Les formulations empiriques ne peuvent pas tenir compte de tous les critères qui interviennent dans le façonnement de ces courbes. C'est pourquoi il est nécessaire d'employer un système de résolution numérique pouvant simuler l'écoulement et ses caractéristiques propres, telles que viscosité, séparation, turbulence autour de l'objet à analyser.

Ces considérations nous ont amené à séparer et résoudre ces problèmes d'écoulement en deux parties distinctes: soit d'utiliser un fluide à potentiel pour représenter l'écoulement à l'extérieur de la couche limite et un fluide visqueux mais toujours incompressible à l'intérieur de cette borne. La formulation par équations intégrales aux limites nous donne alors une résolution rapide et peu coûteuse pour l'écoulement potentiel. Et puisque cette formulation n'exige que des éléments à la frontière du domaine, il est alors possible de modifier la forme et la position de l'objet à volonté.

A l'intérieur de la couche limite, nous évaluons par intégration numérique la perte dans le transport de quantité de mouvement due à la friction en surface, le gradient de pression adverse et le débit massique sortant de la frontière. Lorsque par ce calcul nous obtenons une inversion de la vitesse en surface, c'est qu'alors l'écoulement s'est séparé ou décollé de l'objet. Ces paramètres nous permettent alors d'établir la distribution de pression autour de l'objet étudié et de déterminer ses caractéristiques aérodynamiques.

Puisque la séparation de la couche limite est un phénomène qui influence considérablement l'écoulement tout autour de l'objet servant d'obstacle, il est nécessaire d'évaluer l'effet de cette singularité. Alors lorsqu'on a effectué une première localisation de ces points de séparation, on doit modifier la géométrie apparente de l'obstacle pour y inclure la forme que prendra le sillage à cause de ce décollement et effectuer une deuxième résolution de l'écoulement potentiel avant le calcul des coefficients aérodynamiques.

Cette méthode nous a permis d'obtenir de très bons résultats, qui concordent avec des essais effectués en soufflerie pour des géométries diverses, offrant différentes singularités de forme.

Ces même résultats justifient donc l'approche par morceaux préconisée et confirment la validité des deux item suivants: soit premièrement l'utilisation des équations de quantité de mouvement pour déterminer la localisation des points de séparation, et deuxièmement la modification de la géométrie apparente de l'objet, effectuée pour simuler la forme que prend le sillage, avant une deuxième résolution pour convergence finale.



Gilles Bouchard, Ing.

Pierre McComber, Ph. D

REMERCIEMENTS

J'aimerais exprimer ma reconnaissance à tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce travail, entre autres à messieurs Pierre McComber, Augustin Gakwaya pour leur soutien technique, au CRSNG pour le soutien financier et à mon épouse, Gabrielle, pour son encouragement et son support constants.

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	II
REMERCIEMENTS.....	VI
TABLE DES MATIERES	VII
LISTE DES FIGURES.....	XI
LISTE DES TABLEAUX.....	XIX
LISTE DES SYMBOLES UTILISES.....	XX
1. APPROCHE GENERALE UTILISEE POUR EVALUER LES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES.....	1
1.1 Introduction.....	1
1.2 Point de séparation et distribution de pression.....	9
1.2.1 Résolution par morceaux.....	11
1.3 Solution de l'écoulement potentiel.....	12
1.3.1 Formulation et hypothèses.....	12
1.3.2 Conditions limites.....	14
1.4 Cheminement général.....	17
2. SOLUTION NUMERIQUE (ELEMENTS FINIS STANDARDS).....	19
2.1 Développement de la formulation mathématique.....	20
2.2 Discrétisation par éléments de volume.....	
2.3 Programmation.....	27
2.4 Résultats et limitations.....	28

3.	SOLUTION NUMERIQUE (ELEMENTS FINIS DE FRONTIERE).....	36
3.1	Développement de la formulation mathématique.....	36
3.1.1	Singularité sur la frontière.....	40
3.2	Discrétisation par éléments.....	44
3.3	Calcul de la contribution pour un angle de "N" degrés sur la frontière.....	49
3.4	Programmation.....	51
3.4.1	Singularité géométrique.....	53
3.4.2	Organigramme logique.....	55
4.	SOLUTION DE LA COUCHE LIMITE.....	62
4.1	Développement de l'équation intégrale de quantité de mouvement.....	62
4.2	Ecoulement laminaire.....	66
4.2.1	Procédures et organigramme logique.....	72
4.3	Ecoulement turbulent.....	75
4.3.1	Formulation.....	75
4.3.2	Evaluation des points de séparation et calcul des coefficients de friction.....	78
4.3.3	Evaluation des points de transition.....	82
4.3.4	Procédures et organigramme logique.....	83

5.	EFFET DE LA SEPARATION DE LA COUCHE LIMITE SUR LA DISTRIBUTION DE PRESSION.....	86
5.1	Sensibilité de la réponse pour différents angles de tourbillon générés.....	92
5.2	Influence de la position des points de séparation sur les coefficients aérodynamiques.....	95
6.	PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS.....	100
6.1	Régime laminaire.....	101
6.1.1	Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds.....	101
6.1.2	Comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux.....	107
6.1.2.1	Géométrie en forme de gouttelette d'eau.....	110
6.1.2.2	Analyse des courbes obtenues.....	116
6.1.2.3	Géométrie simulant un con- ducteur avec du givre léger.....	121
6.2	Régime turbulent.....	126
6.2.1	Analyse de la distribution de pression pour un cylindre en régime turbulent.....	126
6.2.2	Essai de simulation pour obtenir une distribution de pression exacte.....	129

6.2.3	Modification des critères de séparation de la couche limite pour obtenir une distribution de pression exacte.....	130
6.3	DISCUSSION.....	136
7.	CONCLUSION.....	142
	BIBLIOGRAPHIE.....	144
	ANNEXES.....	

LISTE DES FIGURES

FIGURE 1.1	Equation empirique utilisée par Egelhofer et al [11] pour approximer le couple généré par les forces aérodynamiques sur un conducteur givré.	3
FIGURE 1.2	Courbes d'interpolation des coefficients aérodynamiques en fonction de l'angle d'attaque. Par Gortemaker [12]	4
FIGURE 1.3	Caractéristiques aérodynamiques d'un conducteur électrique avec du givre épais Richardson [17]	5
FIGURE 1.4	Caractéristiques aérodynamiques d'un conducteur électrique avec du givre mince. Richardson [17]	6
FIGURE 1.5	Illustration du décollement de la couche limite pour un conducteur givré	10
FIGURE 1.6	Distribution de pression autour d'un cylindre pour un écoulement, à différents nombres de Reynolds. Kreith [15]	13

FIGURE 1.7	Domaine d'intégration avec conditions limites	14
FIGURE 1.8	Représentation des conditions limites pour un domaine rectangulaire	15
FIGURE 1.9	Représentation des conditions limites pour un domaine circulaire	16
FIGURE 1.10	Cheminement général des étapes du programme d'évaluation des coefficients aérodynamiques	18
FIGURE 2.1	Surface d'intégration	21
FIGURE 2.2	Maillage 256 éléments quadratiques	31
FIGURE 2.3	Lignes de courant autour d'un cylindre	31
FIGURE 2.4	Isolignes de vitesse autour d'un cylindre	32
FIGURE 2.5	Maillage 144 éléments quadratiques	32
FIGURE 2.6	Ligne de courant, écoulement autour d'un objet quelconque	33
FIGURE 2.7	Isolignes de vitesse, écoulement autour d'un objet quelconque	34
FIGURE 2.8	Maillage avec concentration d'éléments à la surface	35

FIGURE 3.1	Fonction de Dirac	39
FIGURE 3.2	Demi-cercle d'intégration pour un point considéré sur la frontière lisse	41
FIGURE 3.3	Point sur la frontière faisant un angle de coin	42
FIGURE 3.4	Discretisation de la frontière en "n" éléments	45
FIGURE 3.5	Elément linéaire de référence	45
FIGURE 3.6	Eléments de la frontière faisant un angle de "n" degrés	49
FIGURE 3.7	Numérotation des éléments pour une double frontière	52
FIGURE 3.8	Schéma d'un maillage en coin	53
FIGURE 3.9	Utilisation d'une géométrie différente pour délimiter le domaine afin d'éviter les singularités de coin	54
FIGURE 3.10	Organigramme général du sous-programme de résolution d'un écoulement potentiel. Sous-programme RESOL-FOR	57

FIGURE 3.11	Organigramme logique de la séquence d'assemblage des éléments et de la formation du système $[A] [X] = [F]$	58
FIGURE 4.1	Représentation de la couche limite	63
FIGURE 4.2	Élément de fluide à la surface	67
FIGURE 4.3	Profil de vitesse dans la couche limite autour du point de séparation	70
FIGURE 4.4	Organigramme logique pour la localisation des points de séparation en régime laminaire	74
FIGURE 4.5	Organigramme détaillé du cheminement mathématique effectué pour la résolution de la couche limite laminaire et turbulente	85
FIGURE 5.1	Courbe de distribution de pression autour d'un cylindre (1) théorique, (2) simulation numérique	86
FIGURE 5.2	Visualisation du patron d'écoulement autour d'un cylindre	87
FIGURE 5.3	Illustration de l'avancement du gradient adverse lorsqu'il y a décollement de la couche limite	88

FIGURE 5.4	Graphique de la pression en fonction de la position 1- Sans modification, 2- Décollement simulé de la couche limite	89
FIGURE 5.5	Distribution de pression autour d'un cylindre	90
FIGURE 5.6	Distribution de pression autour d'un cylindre en fonction de l'angle de divergence et de la longueur du solide généré.	91
FIGURE 5.7	Graphique du coefficient de traînée en fonction de l'angle de divergence du solide généré, exprimé en %.	94
FIGURE 5.8	Coefficient aérodynamique pour une ellipse en rotation (sans interpolation de la position des points de séparation, 60 noeuds géométriques)	97
FIGURE 5.9	Coefficient aérodynamique pour une ellipse en rotation (avec interpolation de la position des points de séparation, 50 noeuds géométriques)	98
FIGURE 5.10	Coefficient aérodynamique pour une ellipse en rotation (avec interpolation de la position des points de séparation 120 noeuds géométriques)	99

FIGURE 6.1	Distribution de pression autour d'un cylindre pour un angle de divergence de 0.24 et un facteur de 2	102
FIGURE 6.2	Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un cylindre	104
FIGURE 6.3	Coefficient de friction en fonction du nombre de Reynolds pour un cylindre	105
FIGURE 6.4	Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour différentes formes de givre accumulé sur un conducteur électrique	109
FIGURE 6.5	Conducteur givré en forme de gouttelette d'eau	112
FIGURE 6.6	Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profilé en forme de gouttelette d'eau	113
FIGURE 6.7	Coefficient de moment en fonction de l'angle d'attaque pour un profilé en forme de gouttelette d'eau	114
FIGURE 6.8	Coefficient de traînée en fonction de l'angle d'attaque pour un profilé en forme de gouttelette d'eau	115

FIGURE 6.9	Illustration du décollement de la couche limite pour différents angles de rotation d'une géométrie en forme de gouttelette d'eau	117
FIGURE 6.10	Illustration du décollement de la couche limite pour différents angles de rotation d'une géométrie en forme de gouttelette d'eau	119
FIGURE 6.11	Illustration du décollement de la couche limite pour différents angles de rotation d'une géométrie en forme de gouttelette d'eau	120
FIGURE 6.12	Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un conducteur avec givre mince	124
FIGURE 6.13	Forme de glace mince avec rebord abrupt	125
FIGURE 6.14	Distribution de pression autour d'un cylindre (No Reynolds = 2.5×10^5). Sans modification de la géométrie	127
FIGURE 6.15	Distribution de pression autour d'un cylindre angle de divergence = 24% Critère de Strafford = 0,5	132 a

- FIGURE 6.16 Distribution de pression autour d'un cylindre - Angle de divergence = 0% - Critère de Strafford = 0,5 132b
- FIGURE 6.17 Distribution de pression autour d'un cylindre - Angle de divergence = 10% - Critère de Strafford = 0,5 133
- FIGURE 6.18 Distribution de pression autour d'un cylindre. Mêmes conditions que l'essai à la figure 6.16 mais sans modification du critère de Strafford = 0,8 134
- FIGURE 6.19 Distribution de pression autour d'un cylindre. Mêmes conditions que l'essai à la figure 6.17 mais avec une modification du critère de Strafford = 0,8 135
- FIGURE 6.20 Illustration d'une géométrie causant un avancement de la position du point de séparation (de la couche limite) à la surface supérieure 138
- FIGURE 6.21 Illustration de la perte d'information causée par la modification de géométrie 139
- FIGURE 6.22 Déformation du profilé dû à une erreur dans l'évaluation de l'angle du sillage simulé 140

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 2.1	Comparaison entre les solutions numériques et analytiques	29
TABLEAU 3.1	Compilation des vitesses en surface pour un cylindre en fonction de la position Θ	59
TABLEAU 5.1	Coefficient de traînée en fonction de l'angle de décollement simulé et la longueur de la modification géométrique	93
TABLEAU 6.1	Résultats de simulation pour un cylindre	103

LISTE DES SYMBOLES UTILISES

- A : Domaine bidimensionnel
- C_0 : Coefficient de traînée
- C_1 : Coefficient de portance
- C_m : Coefficient de moment
- $\{f\}$: Vecteur élémentaire des sollicitations
- $\{F\}$: Vecteur globale des sollicitations
- $[k]$: Matrice rigidité élémentaire
- $[K]$: Matrice globale des éléments
- H : Facteur de forme
- H' : Facteur de forme
- Q : Coordonnée tangeantielle au contour, m
- l_f : Frontière où le flux $q = \partial\psi/\partial n$ est connu
- l_ψ : Frontière où la fonction de courant ψ est connue
- L_s : Paramètre relié à la friction de surface
- M_i : Paramètre relié au gradient de pression
- \vec{n} : Vecteur normal au contour
- P : Pression statique sur la surface du solide, Pa
- q : Flux = $\partial\psi/\partial n$
- r : Distance de la frontière pour la fonction, m
- Rs_2 : Epaisseur de quantité de mouvement, sans dimension
- u : Composante en x de la vitesse, m/s

- U_{∞} : Vitesse à l'extérieur de la couche limite
 V_y : Composante en y de la vitesse, m/s
 α : Direction du vent
 μ : Direction normale au vent
 δ : Opérateur variationnel
 $\{\delta\psi\}$: Vecteur élémentaire des variations des variables nodales
 $\{\delta\psi_n\}$: Vecteur global des variations des variables nodales
 δ_1 : Epaisseur de déplacement, m
 δ_2 : Epaisseur de quantité de mouvement, m
 ν : Viscosité cinématique de l'air, m^2/s
 ξ : Coordonnée sur l'élément de référence
 ρ : Densité de l'air, kg/m^3
 τ_w : Force de cisaillement à la surface du solide, Pa
 ϕ : Fonction de pondération
 ψ : Fonction de courant
 $\{\psi_n\}$: Vecteur élémentaire des variables nodales
 $\{\psi_n\}$: Vecteur global de l'ensemble des variables nodales
 ∞ : Propriété de l'écoulement libre
 \oint : Intégrale de contour fermé

CHAPITRE 1

APPROCHE GENERALE UTILISEE POUR EVALUER LES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES

1.1 INTRODUCTION

Plusieurs groupes de chercheurs s'intéressent actuellement au processus de formation et d'accumulation de la glace sur les lignes de transmission électriques: Richardson [17], Lozowski et Oleskiw [16], Makkonen [16], Jamaledine [21], McComber [16], Egellofer, Ackley et Lynch [11]. Plusieurs modèles mathématiques utilisant une approche analytique ou numérique ont d'ailleurs été développés; la plupart de ces modèles cependant se concentrent sur le processus d'accrétion et de formation de la glace, l'un des buts étant de déterminer les coefficients de rigidité du câble qui minimiseront la quantité de glace qui amoncèlera.

Leurs calculs portent sur les coefficients de captation des gouttelettes d'eau, les équations de transfert de chaleur et la rotation du câble selon le poids de la glace accumulée, les forces éoliennes et la rigidité de la ligne. Dans ce contexte, les forces aérodynamiques ont été, soit interpolées sur une courbe telle que celle de la figure 1.2, soit approximées par une formule empirique. Ces approximations cependant limitent sérieusement la généralisation de leur modèle et l'application en reste limitée au phénomène quasi statique. Ainsi Egelhofer, Ackley et Lynch [11] utilisent l'équation développée par Douglas et Al [11] pour approximer le couple généré (voir la figure 1.1). Gortemaker [12] utilise quant à lui les courbes illustrées à la figure 1.2.

$$T = 1/2 \rho C_d U D L D_1$$

T = MOMENT (COUPLE) DU A LA TRAINÉE

ρ = DENSITÉ DE L'AIR

D = DIAMÈTRE DES ACCRÉTIONS

L = LONGUEUR DES ACCRÉTIONS

D_1 = BRAS DE LEVIER (DISTANCE VERTICALE
ENTRE LE CENTRE DU CABLE ET LE POINT
DE STAGNATION)

Fig. 1.1: Equation empirique utilisée par Egelhofer et Al [11] pour approximer le couple généré par les forces aérodynamiques sur un conducteur givré.

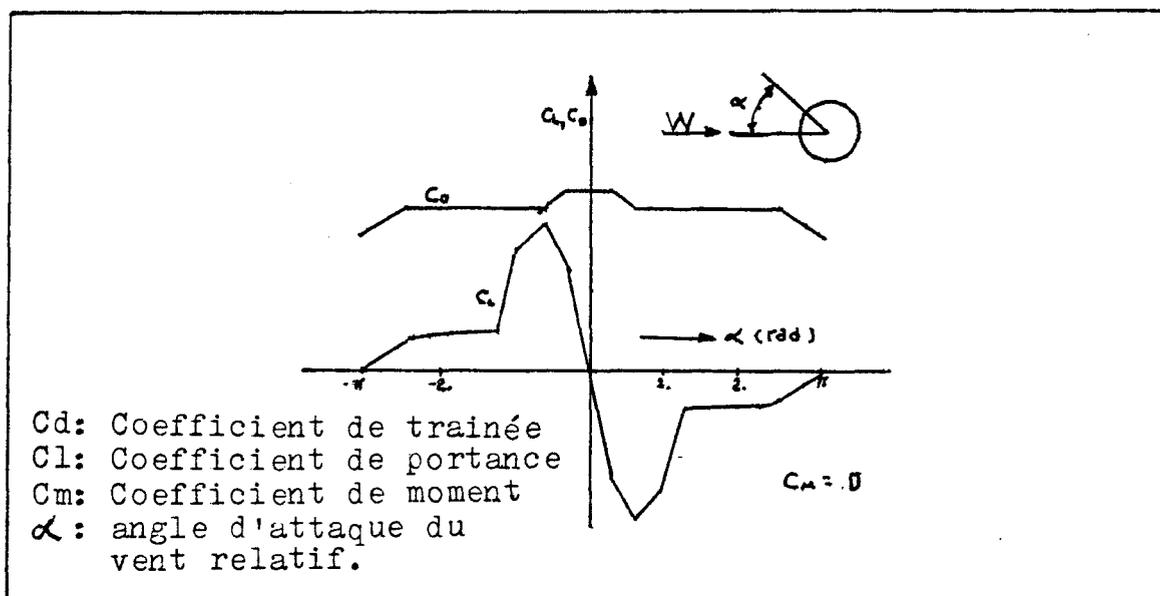


Fig. 1.2: Courbes d'interpolation des coefficients aérodynamiques en fonction de l'angle d'attaque, par Gortemaker [12]

Or, ces courbes et approximations ne tiennent pas compte des complexités créées par la séparation précoce de la couche limite lorsque l'amoncellement de la glace en un point déforme le profil aérodynamique. Richardson [17] nous montre une courbe expérimentale des coefficients aérodynamiques d'un conducteur givré en fonction de l'angle d'attaque pour des essais effectués en soufflerie.

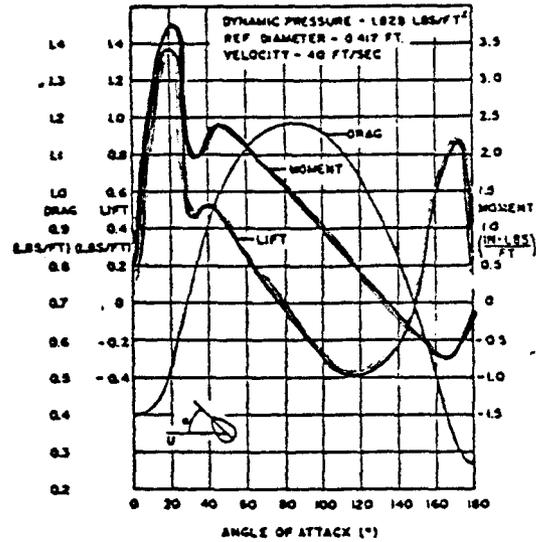


Fig. 1.3: Caractéristiques aérodynamiques d'un conducteur électrique avec du givre épais. Richardson [17]

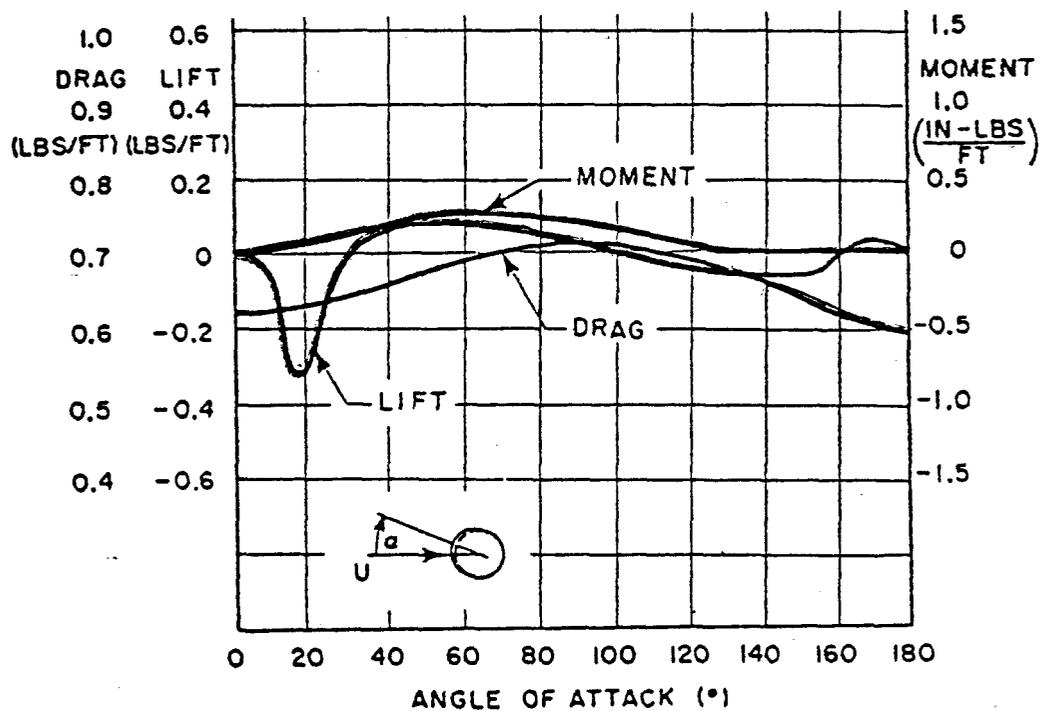


Fig. 1.4: Caractéristiques aérodynamiques d'un conducteur électrique avec du givre mince. Richardson [17]

Selon l'épaisseur du givre accumulé (Fig. 1.3 et 1.4), nous pouvons constater l'ampleur de la variation du moment selon l'angle d'attaque et l'inversion marquée de la force de portance entre 0 et 40 degrés. Il s'avère donc nécessaire d'évaluer numériquement ces forces aérodynamiques pour modéliser avec précision non seulement le processus d'accumulation du givre mais aussi la dynamique de la vibration éolienne du galop.

Travaux antérieurs:

L'étude des vibrations éoliennes comme le galop commence seulement à être traitée par simulation numérique, très peu de logiciels ont été développés jusqu'ici pour résoudre ce genre d'écoulement. Plusieurs scientifiques ont résolu des problèmes d'écoulement visqueux similaires. Mais ceux-ci se limitent aux profils aérodynamiques uniformes, ayant un angle d'attaque ne dépassant pas le point de décrochage (pour les ailes d'avions) et se sont limités en général à de bas nombres de Reynolds pour éviter les oscillations numériques.

Or les problèmes de vibrations du Galop sur les lignes de transmission surviennent pour des nombres de Reynolds entre 10^3 et 10^5 . Et c'est dans cette plage d'opération qu'il y a des séparations sévères de la couche limite et génération de tourbillon, affectant la distribution de pression et conséquemment, les forces aérodynamiques agissant sur l'objet. Un autre aspect de ces logiciels résolvant les équations de Navier-Stokes est le coût d'opération résultant de la difficulté de convergence. Ces équations ne sont pas linéaires; on doit donc utiliser des méthodes itératives quadratiques telles que Newton Raphson, ce qui rend très dispendieux la résolution par cette approche (en temps CPU). De plus, ces méthodes exigent une résolution complète de tout le domaine environnant l'objet. Il serait alors plus avantageux de solutionner l'écoulement seulement à la frontière de l'objet et ainsi éviter un maillage plus complexe du domaine.

Objectifs:

La recherche proposée ici a donc pour objectif premier de trouver une meilleure évaluation des coefficients aérodynamiques de conducteurs givrés; tout en tenant compte du régime sous-critique où de très importants phénomènes de séparation de la couche limite surviennent, créant ainsi une traînée de forme supplémentaire.

1.2 POINT DE SEPARATION ET DISTRIBUTION DE PRESSION

La distribution de pression autour d'un cylindre ou d'une forme s'y approchant (voir figure 1.5) est directement liée à la position des points de séparation de la couche limite (voir figure 1.6). Il n'y a pas de récupération de la pression après le décollement de la couche limite, alors la pression à l'arrière du cylindre reste à peu près constante. C'est pourquoi en précisant la localisation des points de séparation pour différents angles d'attaque d'un câble givré, nous pourrions évaluer les coefficients C_d , C_l et C_m à partir de la distribution de pression sur le profilé.

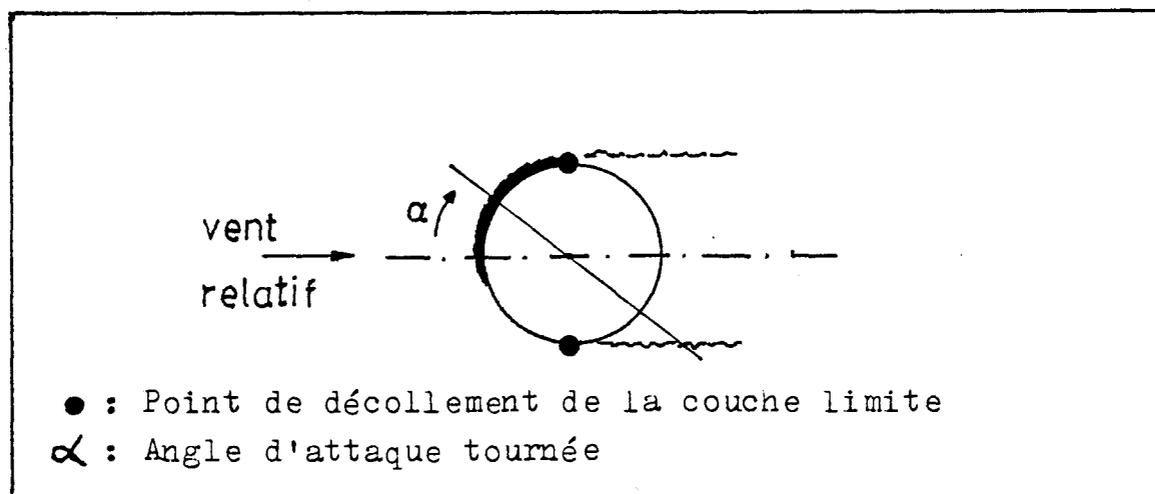


Fig. 1.5: Illustration du décollement de la couche limite pour un conducteur givré.

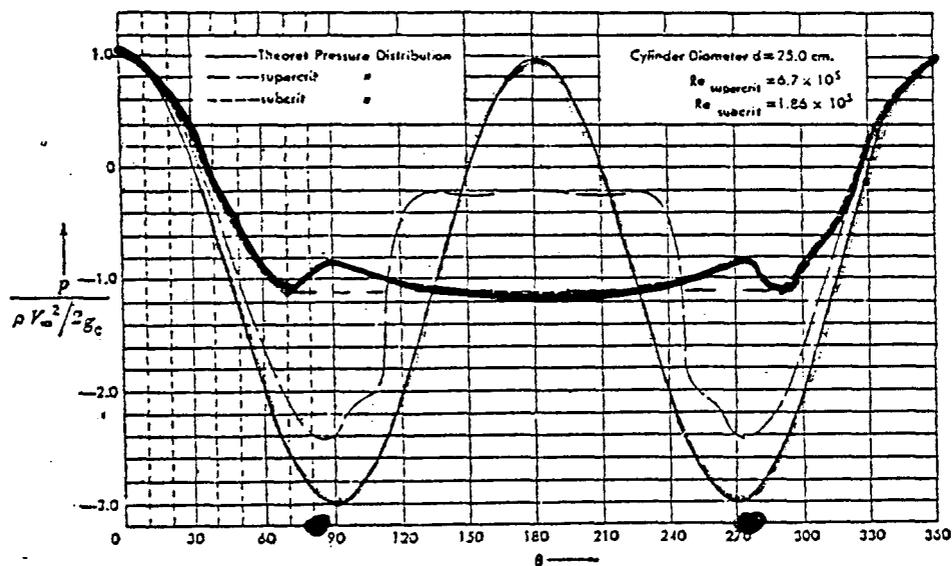


Fig. 1.6: Distribution de pression autour d'un cylindre pour un écoulement; à différent nombre de Reynolds. (Kreith [15])

La solution du problème est donc de trouver la meilleure approche possible pour localiser ces points de séparation.

1.2.1 Résolution par morceaux

Pour résoudre un problème d'écoulement visqueux, il est possible de séparer l'approche en deux étapes, soit: utiliser un écoulement potentiel (idéal) à l'extérieur de la couche limite et séparément, solutionner l'écoulement visqueux à l'intérieur de cette couche limite à partir des données obtenues à la phase première. Cette approche permettra une solution rapide du problème puisqu'on ne retrouve aucun terme non linéaire dans la formulation de l'écoulement extérieur.

Cette approche se résume alors à un système d'équations de résolution simultanée. Les termes de viscosité ne sont traités qu'à l'intérieur de la couche limite et dans ce cas aucun temps n'est perdu en calcul numérique puisque analytiquement, la solution d'un tel écoulement est connue et a déjà été traitée par plusieurs auteurs. (Bradshaw [4], Duncan [10], Schlichting [19], etc...).

Ainsi le problème d'évaluation des coefficients aérodynamiques se divise en trois parties distinctes. Premièrement la solution de l'écoulement à potentiel à l'extérieur de la couche limite, deuxième la localisation des points de séparation par le calcul de la couche limite à partir des équations intégrales de quantité de mouvement. Finalement, connaissant la vitesse à la surface, on intègre la distribution de pression sur le profilé en gardant la valeur de la pression constante à l'arrière du décollement de la couche limite selon l'hypothèse de départ.

1.3 SOLUTION DE L'ÉCOULEMENT A POTENTIEL

1.3.1 Formulation et hypothèses

Nous utilisons une formulation par ligne de courant pour satisfaire la relation de base. Soit un écoulement incompressible et irrotationnel, alors le champ de vitesse (u, v) doit satisfaire les relations suivantes en deux dimensions:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{incompressible}) \quad (1.3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (\text{irrotationnel}) \quad (1.3.2)$$

Nous pouvons définir u et v par rapport à la fonction de courant (ψ) telle que :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.3.3)$$

La condition d'incompressibilité étant automatiquement satisfaite par le choix de fonctions orthogonales pour u et v , il ne reste qu'à satisfaire la condition d'irrotationalité, soit :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \nabla^2 \psi = 0 \quad (1.3.4)$$

1.3.2 Conditions limites

Dans la formulation par ligne de courant, nous considèrerons deux conditions de frontière précises. Pour la première, la vitesse du fluide est connue, alors dans ce cas nous avons une condition dite de Neumann et sur la frontière l_f nous poserons que le flux est constant:

$$q = \bar{q} = \frac{\partial \psi}{\partial n} \text{ sur } l_f \quad (\text{voir figure 1.7})$$

Pour la seconde condition, nous avons une frontière fixe telle qu'un obstacle ou une paroi, nous aurons alors une condition dite de Dirichlet et nous garderons constante la fonction de courant (ψ) sur cette frontière :

$$\psi = \bar{\psi} \text{ sur } l_p \quad (\text{voir figure 1.7})$$

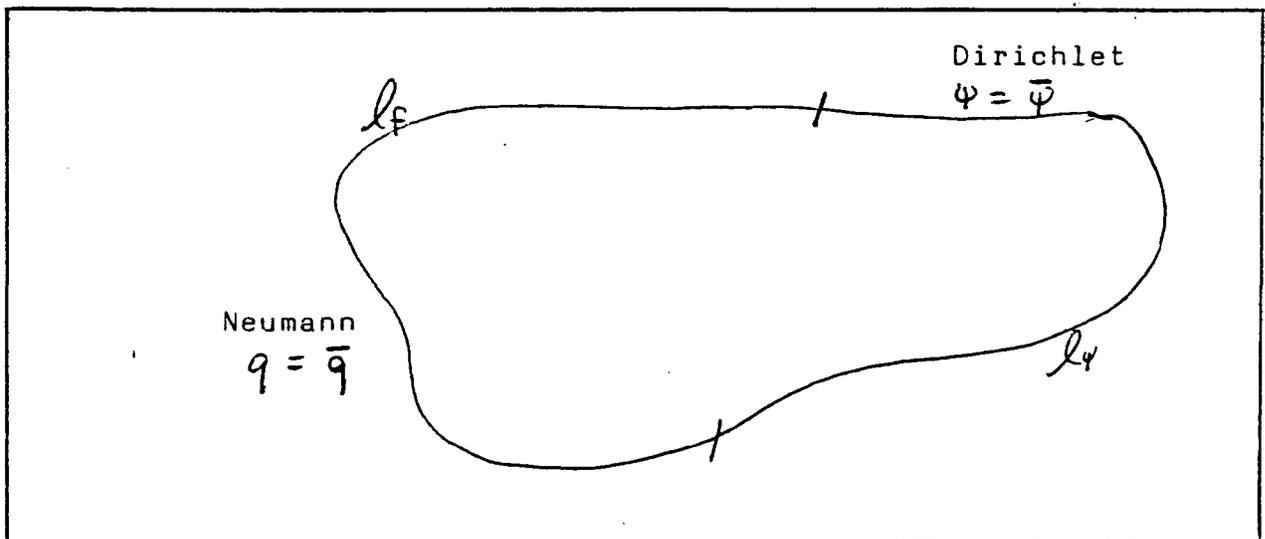


Fig. 1.7: Domaine d'intégration avec conditions limites.

Pour le cas particulier à traiter ici, à savoir la simulation d'un fluide potentiel autour d'un obstacle, les conditions de frontières pour les deux approches par éléments finis présentées ci-après, seront alors évaluées comme suit: sur le profilé la fonction de courant sera constante car l'écoulement suit le contour. Pour les valeurs de la fonction de courant aux limites du domaine, nous devons garder la symétrie par rapport à l'objet et respecter la vitesse de l'écoulement libre. Les figures (1.8 et 1.9) illustrent deux façons de définir le domaine d'intégration qui respectent les contraintes de l'écoulement. L'utilité d'un domaine circulaire sera démontrée dans le troisième chapitre, car les singularités de coins posent un sérieux problème, pour une discrétisation par éléments finis de frontière.

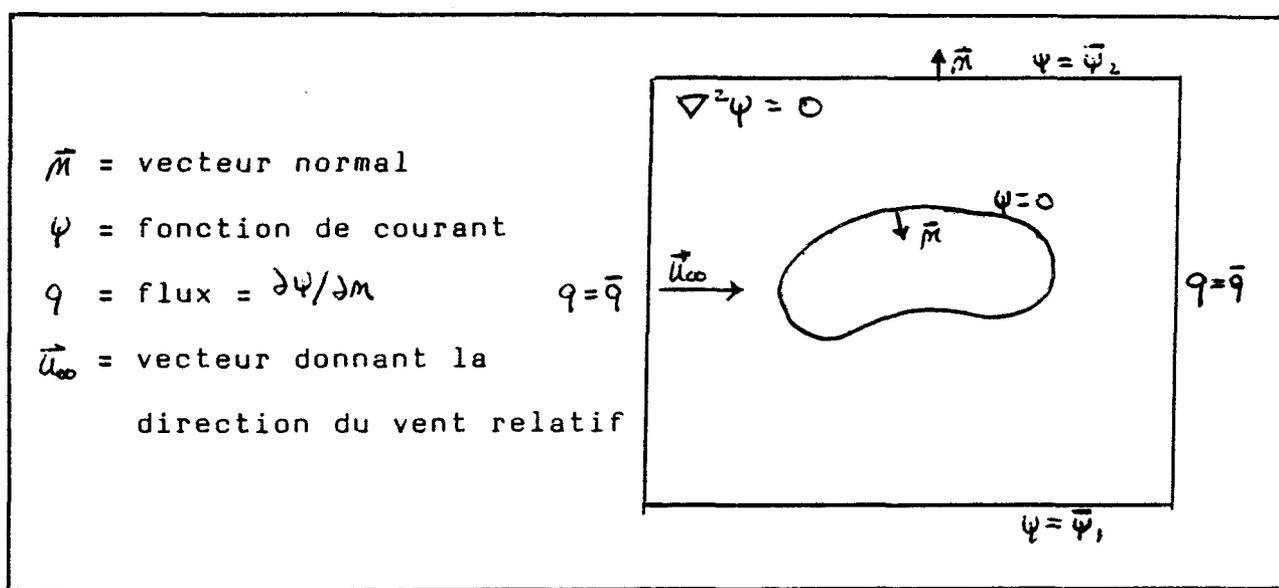


Fig. 1.8: Représentation des conditions limites pour un domaine rectangulaire

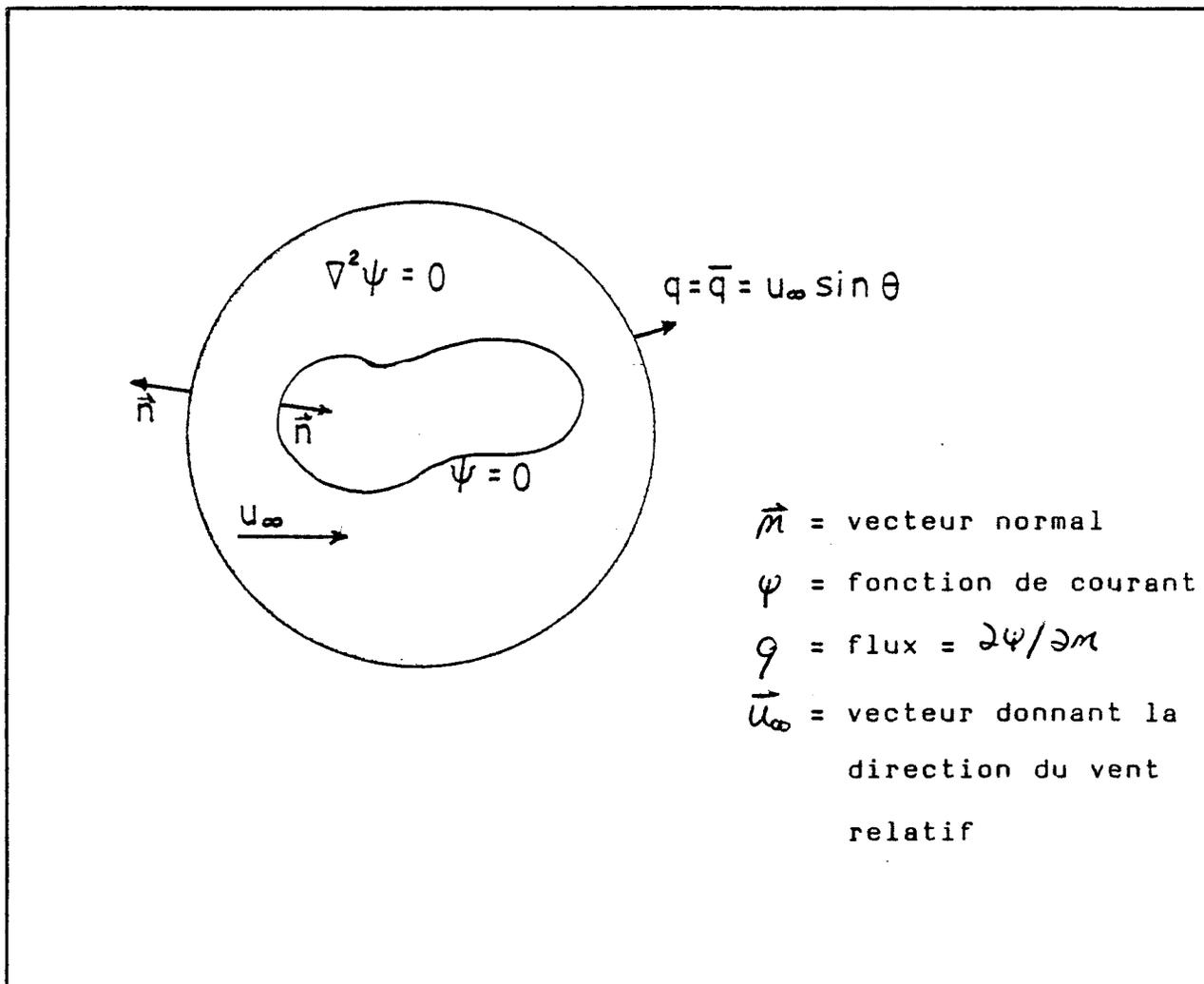


Fig. 1.9: Représentation des conditions limites pour un domaine circulaire (on évite ici les singularités de coins).

1.4 CHEMINEMENT GENERAL

Pour faire une analyse complète de la dynamique du Galop, il est nécessaire de connaître les caractéristiques aérodynamiques du profilé en fonction de l'angle d'attaque. Par exemple, Blevins [3] a développé des critères d'instabilité pour le Galop. Chaque équation présentée a au moins une variable qui dépend des coefficients soit de portance soit de moment, et ce respectivement pour les instabilités en translation et en rotation. Le programme général devra donc effectuer des rotations systématiques du profilé, pour tracer les courbes de ces coefficients en fonction de l'angle d'attaque tourné. La figure 1.10 illustre le cheminement général du programme. Chaque partie impliquant une formulation mathématique plus élaborée sera développée dans les chapitres suivants.

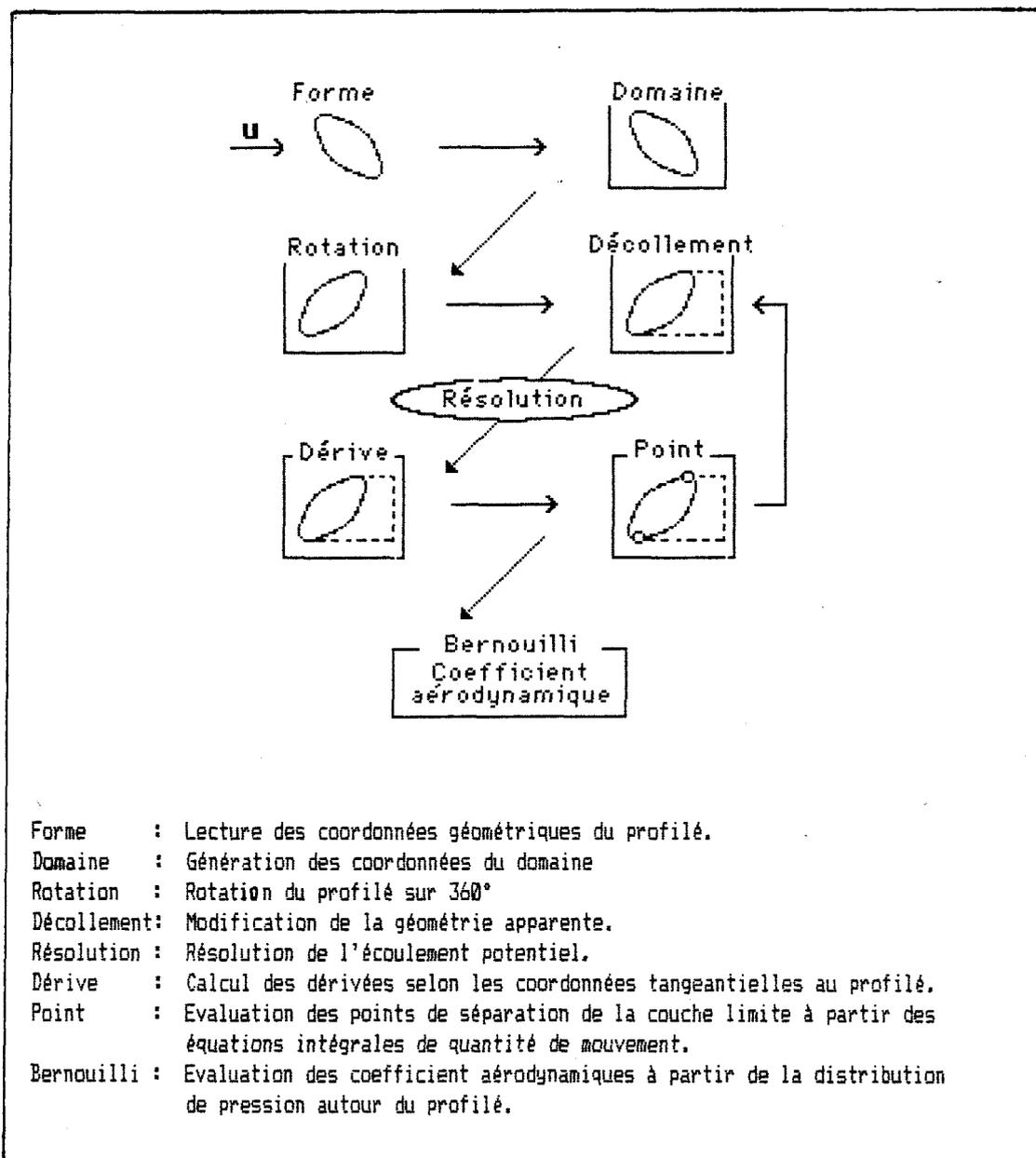


Fig. 1.10. Cheminement générale des étapes du programme d'évaluation des coefficients aérodynamiques.

CHAPTIRE 2SOLUTION NUMERIQUE (ELEMENTS FINIS STANDARDS)

Pour la solution numérique, on entre la valeur de la vitesse du fluide à l'infini et la géométrie du profilé. Le programme doit alors calculer la vitesse U_2 à l'extérieur de la couche limite et la dérivée locale de la vitesse $dU_2/d\varrho$. Trois méthodes sont alors disponibles: la solution par différence finie, par éléments finis standards ou par éléments finis de frontière qu'on nomme aussi équations intégrales aux limites.

La première approche proposée utilise une discrétisation complète du domaine par éléments finis standards. Il s'agit alors de résoudre le système par une intégration pondérée du Laplacien de la fonction de courant sur le domaine.

2.1 DEVELOPPEMENT DE LA FORMULATION MATHEMATIQUE

Soit la relation de base: $\nabla^2 \psi = 0$ (2.1.1)

Il est alors possible de trouver une fonction de pondération ϕ telle que l'intégrale suivante existe sur le domaine bidimensionnel A:

$$\int_A \phi \nabla^2 \psi \, dA = 0 \quad (2.1.2)$$

L'approche utilisée en éléments finis standards requiert de pondérer la fonctionnelle par la variation de la fonction elle-même. Cette approche s'identifie à la méthode dite de Galerkin:

Soit:
$$I = \int_A \delta \psi \nabla^2 \psi \, dA = 0 \quad (2.1.3)$$

nous pouvons alors réécrire cette intégration comme étant une somme d'intégrale équivalente sur les éléments de surface A_e .

$$I = \sum_{i=1}^{M_e} I^e = \sum_{i=1}^{M_e} \int_{A_e} \delta \psi_e \nabla^2 \psi_e dA_e = 0 \quad (2.1.5)$$

Une intégration par parties permettra de diminuer l'ordre des dérivées qui interviennent et de satisfaire en moyenne les conditions limites. Voici un exemple d'intégration par parties pour l'intégration du Laplacien de la fonction ψ en deux dimensions:

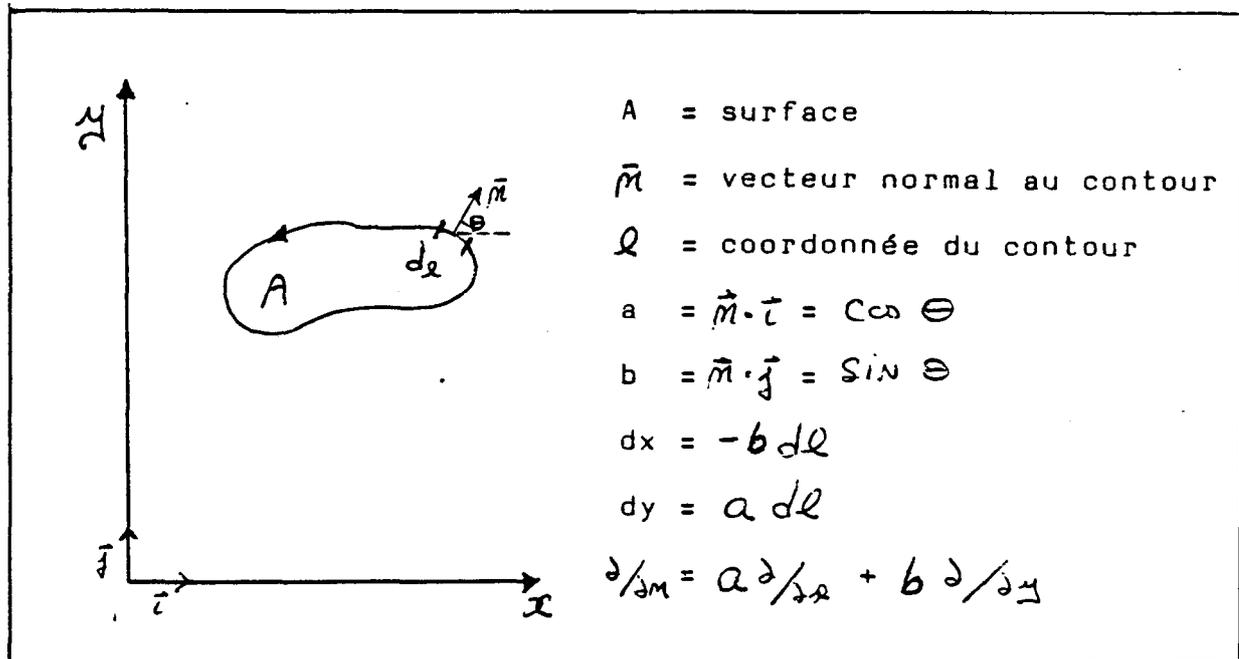


Fig. 2.1: Surface d'intégration (A)

Soit
$$I = \int_A \phi \nabla^2 \psi \, dA = 0 \quad (2.1.6)$$

La fonctionnelle
$$I = \int_A \phi \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) dA = 0 \quad (2.1.7)$$

en intégrant en parties, on fait apparaître les intégrales de contour :

$$I = - \int_A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) dA + \oint_L \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} a \, dl + \oint_L \phi \frac{\partial \psi}{\partial y} b \, dl \quad (2.1.8)$$

On peut réécrire cette expression en unifiant les termes

$$I = \int_A \phi \nabla^2 \psi \, dA = - \int_A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) dA + \oint_L \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \, dl \quad (2.1.9)$$

\oint : décrit une intégrale de contour fermée.

Cette dernière intégrale de contour se redivise à son tour en deux parties:

$$\oint_{\ell} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dl = \int_{\ell_f} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dl + \int_{\ell_\psi} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dl \quad (2.1.10)$$

Ayant les conditions de frontière suivantes:

- 1) Valeur de la fonction de courant connue sur la frontière ℓ_ψ

$$\psi = \bar{\psi} \text{ sur } \ell_\psi$$

- 2) Valeur du flux connu sur la frontière ℓ_f

$$q = \bar{q} = \frac{\partial \psi}{\partial n} = f_s - \alpha \psi \quad \begin{cases} \alpha = 0 & \text{Neumann} \\ \alpha \neq 0 & \text{Cauchy} \end{cases}$$

sur ℓ_f

f_s représente pour la formulation présentée la vitesse du fluide prescrite. Imposant la condition que la fonction de pondération ϕ est nulle sur la frontière ℓ_ψ , nous obtenons alors:

$$\oint_{\ell} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dl = \int_{\ell_f} \phi (f_s - \alpha \psi) dl \quad (2.1.11)$$

et l'équation initiale (2.1.6) se traduit par:

$$I = \int_A \phi \nabla^2 \psi \, dA = - \int_A \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) dA + \int_{l_f} \phi (f_s - \alpha \psi) \, dl \quad (2.1.12)$$

$$\text{où } \left. \begin{array}{l} \psi = \bar{\psi} \\ \phi = 0 \end{array} \right\} \text{ sur } l_\psi$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = f_s - \alpha \psi \text{ sur } l_f$$

Reprenons la pondération de Galerkin (2.1.3) où la pondération ϕ égale la variation de la fonction elle-même $\delta \psi$, alors pour chaque élément de surface A_e , nous avons maintenant:

$$I_e = \int_{A_e} \delta \psi_e \nabla^2 \psi_e \, dA_e \quad (2.1.13)$$

En intégrant par parties, selon l'exemple décrit précédemment on obtient, en reprenant la notation matricielle utilisée par Dhatt et Touzot [9],

$$I_e = \int_{A_e} \langle \delta(\partial \psi) \rangle [D] \{ \partial \psi \} \, dA - \int_{l_e} \delta \psi (f - \alpha \psi) \, dl \quad (2.1.14)$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} \langle \partial \psi \rangle = \left\langle \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right\rangle \\ \langle \delta(\partial \psi) \rangle = \left\langle \delta \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right), \delta \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right\rangle \\ [D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Pour chaque terme I_e , nous pouvons utiliser une approximation de ψ_e et $\delta\psi_e$ sur chaque élément de surface A_e . Considérons les fonctions d'interpolation $\langle N \rangle$ pouvant être de type linéaire, quadratique, cubique, pour des éléments de géométrie diverse: triangle, carrés, cubes, etc. Alors:

$$\psi_e = \langle N \rangle \{ \psi_m \}$$

$$\delta\psi_e = \langle N \rangle \{ \delta\psi_m \}$$

$$\{ \partial\psi \} = \begin{Bmatrix} \partial\psi/\partial x \\ \partial\psi/\partial y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \partial N/\partial x \rangle \\ \langle \partial N/\partial y \rangle \end{bmatrix} \{ \psi_m \} = [B] \{ \psi_m \}$$

$$\{ \delta(\partial\psi) \} = \begin{Bmatrix} \delta(\partial\psi/\partial x) \\ \delta(\partial\psi/\partial y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \partial N/\partial x \rangle \\ \langle \partial N/\partial y \rangle \end{bmatrix} \{ \delta\psi_m \} = [B] \{ \delta\psi_m \}$$

ici ψ_m et $\delta\psi_m$ sont les variables nodales de l'élément A_e .

Alors on peut écrire:

$$I_e = \langle \delta\psi_m \rangle ([R] \{ \psi_m \} - \{ f \}) \quad (2.1.15)$$

$$[R] = \int_{A_e} [B]^T [D] [B] dA_e + \int_{l_f} \alpha \{ N \} \langle N \rangle dl$$

$$\{ f \} = \int_{l_f} \{ N \} f_s dl$$

et pour l'ensemble du domaine

$$I = \sum_{e=1}^{Me} I_e = \sum_{e=1}^{Me} \langle \delta \psi_m \rangle ([K] \{ \psi_m \} - \{ F \}) = 0 \quad (2.1.16)$$

soit la forme matricielle globale obtenue par assemblage de tous les éléments Ae

$$I = \langle \delta \psi_m \rangle ([K] \{ \psi_m \} - \{ F \}) = 0 \quad (2.1.17)$$

puisque $\delta \psi_m$ est arbitraire, il reste donc seulement à satisfaire

$$[K] \{ \psi_m \} = \{ F \} \quad (2.1.18)$$

2.3 PROGRAMMATION

Le programme d'éléments finis standards utilisé dans cette partie se nomme MEF4 et a été développé par l'Université de Technologie de Compiègne en France, en collaboration avec l'Université Laval du Québec, Canada. Ce programme a été commercialisé par Compiègne Science-Industrie (CSI), COMPIEGNE, FRANCE, et acheté pour son utilisation locale par l'Université du Québec à Chicoutimi. Les sous-programmes, les algorithmes, les formules mathématiques ainsi que tout le cheminement de résolution sont présentés dans le volume: "Une présentation de la méthode des éléments finis" [9]. Ce programme MEF4 est aussi compatible avec le pré-processeur post-processeur MOSAIC qui nous a permis d'obtenir les figures 2.1 à 2.8, illustrant l'écoulement autour de différents objets.

2.4 RESULTATS ET LIMITATIONS

Voyons deux exemples de solutions obtenues avec des obstacles de géométrie différentes par la méthode des éléments finis standards. Ici le maillage a été effectué avec des éléments rectangulaires quadratiques; on a utilisé (une intégration numérique exacte) avec neuf (9) points de Gauss. La représentation graphique de ces maillages, ainsi que celle des isocouleurs, des paramètres de la fonction de courant et de vitesse du fluide, sont présentées aux figures 2.2 à 2.7.

Dans le premier cas, un total de 832 noeuds et 256 éléments quadratiques ont été utilisés. Une comparaison des vitesses obtenues par cette méthode numérique par rapport à la solution analytique (voir tableau 2.2 ci-dessous), nous permet de constater que la précision est de l'ordre de 90%.

Position	Vitesse du fluide sur le cylindre		
(deg)	Numérique	Analytique	% Erreur
0	0	0	0
5.09	1.80	1.77	1.7
10.22	3.59	3.55	1.1
15.48	5.34	5.34	0.1
20.90	7.07	7.14	1.1
26.54	8.77	8.94	1.9
32.42	10.43	10.72	2.7
38.58	12.27	12.47	1.6
45.00	14.61	14.14	3.4
51.41	16.26	15.63	4.0
57.57	17.22	16.88	2.0
63.46	18.49	17.89	3.4
69.10	19.61	18.68	5.0
74.53	20.74	19.28	7.6
79.78	21.47	19.68	9.1
84.91	22.09	19.92	10.9
90.00	22.16	20.00	10.8
95.09	22.09	19.92	10.9
100.22	21.47	19.68	9.1
105.47	20.74	19.28	7.6
110.90	19.61	18.68	4.9
116.54	18.49	17.89	3.4
122.43	17.22	16.88	2.0
128.59	16.26	15.63	4.0
135.00	14.61	14.14	3.3

Tableau 2.1 Comparaison entre les solutions numériques et analytiques

Toutefois plus de précision peut être obtenue par des concentrations plus élevées en nombre d'éléments en surface comme le montre la figure 2.8. Cependant dans ce cas, l'objection soulevée ici est d'autant plus valable. Car même si une telle solution numérique de l'écoulement potentiel semble satisfaire les hypothèses de base pour la simulation du Galop, une limitation majeure survient pour l'étude de la dynamique de la vibration. En effet, un tel maillage de tout le domaine limite les facilités de mouvement de l'objet sous observation. Pour faire soit une rotation ou encore simuler une accumulation de glace, il est nécessaire de reconstruire les centaines d'éléments discrétisant le domaine de l'écoulement, et ce surtout si l'obstacle en question est asymétrique. Une approche moins rigide sera donc présentée pour palier à cette faiblesse de la méthode des éléments finis standards.

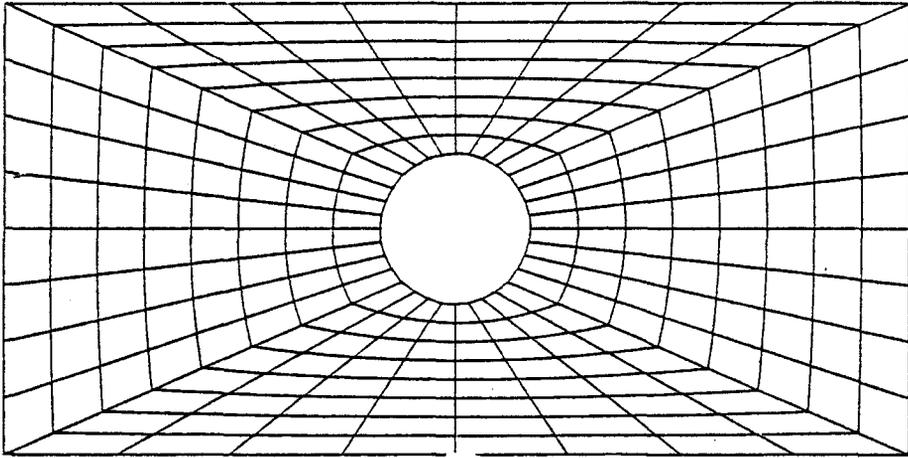


Fig. 2.2 : Maillage 256 éléments quadratiques

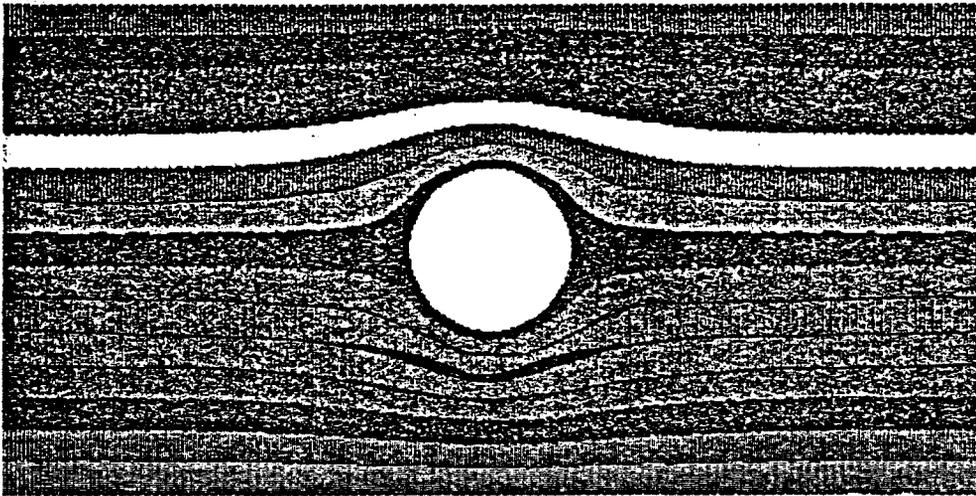


Fig. 2.3 : Lignes de courant autour d'un cylindre

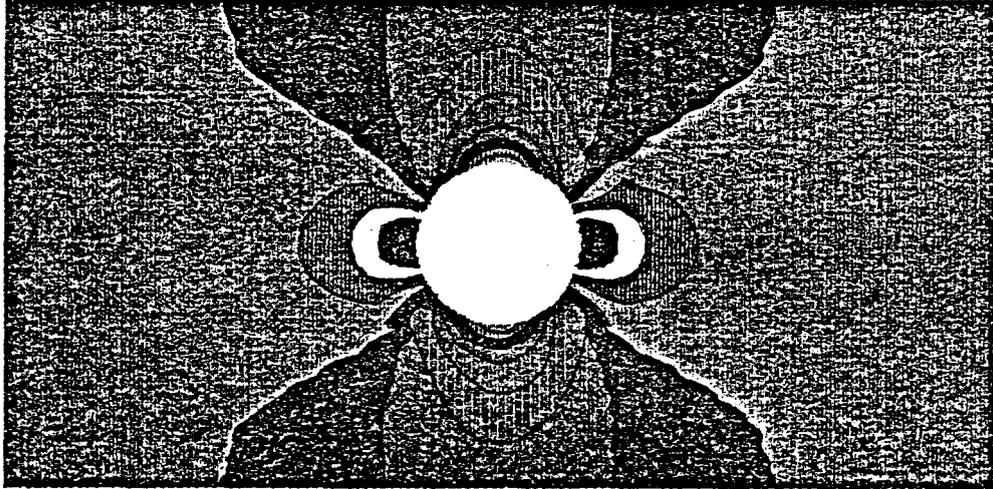


Fig. 2.4 Isolignes de vitesse autour d'un cylindre.

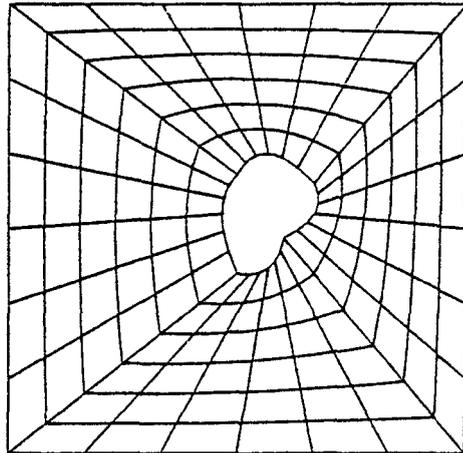


Fig. 2.5 Maillage 144 éléments quadratiques.

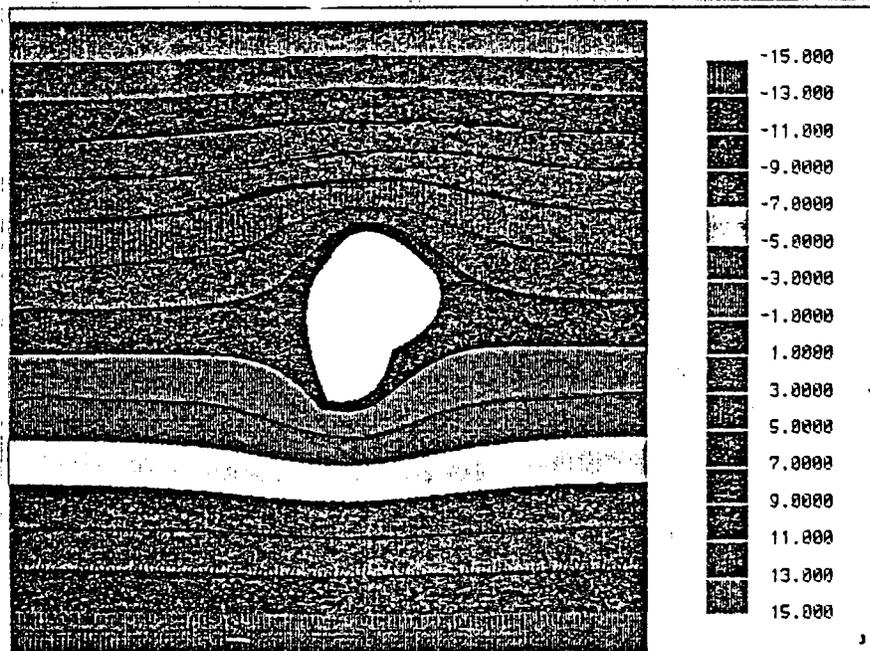


Fig. 2.6 Ligne de courant, écoulement autour d'un objet quelconque

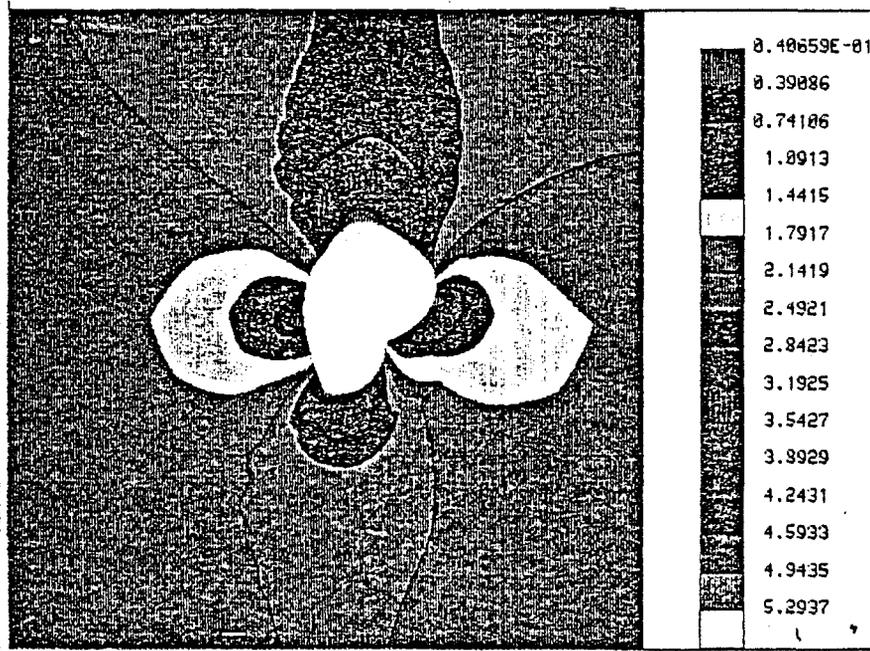


Fig. 2.7 Isolignes de vitesse, écoulement autour d'un objet quelconque.

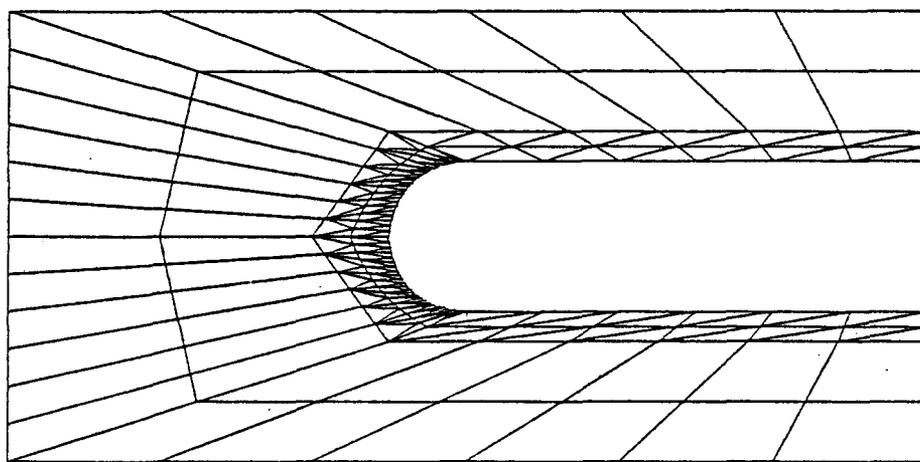


Fig. 2.8: Maillage avec concentration d'éléments
à la surface

CHAPITRE 3

SOLUTION NUMERIQUE (ELEMENTS FINIS DE FRONTIERE)

Afin d'avoir une plus grande liberté de rotation, de déformation et de mouvement de l'objet étudié, nous utiliserons dans ce chapitre une discrétisation du domaine par éléments finis de frontière. Cela nous donne aussi une réduction considérable du nombre d'éléments utilisés, diminuant ainsi non seulement le nombre d'équations à résoudre mais aussi la quantité de données en mémoire. Le temps de calcul et les coûts s'en trouvent diminués.

3.1 DEVELOPPEMENT DE LA FORMULATION MATHEMATIQUE

Soit la même fonctionnelle à satisfaire que précédemment (2.1.2). Il est possible de trouver une fonction de pondération ϕ telle que toutes les intégrales suivantes existent:

$$I = \int_A \phi \nabla^2 \psi \, dA = 0 \quad (3.1.1)$$

où A = domaine d'intégration bidimensionnel

et en intégrant par parties deux fois, on fait apparaître les termes aux frontières (voir l'exemple donné aux chapitres 2, sous la rubrique: "Développement de la formulation mathématique") on obtient alors:

$$\int_A \phi \nabla^2 \psi \, dA = \int_A \nabla^2 \phi \psi \, dA + \oint_{\partial A} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \, dl - \oint_{\partial A} \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \, dl \quad (3.1.2)$$

et de plus si le Laplacien de la fonction de courant est nul sur tout le domaine.

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (3.1.3)$$

alors la relation à satisfaire devient:

$$\int_A \nabla^2 \phi \psi \, dA = \oint_{\partial A} \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \, dl - \oint_{\partial A} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \, dl \quad (3.1.4)$$

On va choisir, de plus, une fonction de pondération spécifique, de façon à simplifier cette expression. Soit une fonction de pondération (ϕ) telle que l'expression suivante existe, dans laquelle δ_p est la fonction de distribution de Dirac.

$$\nabla^2 \phi + \delta_p = 0 \quad (3.1.5)$$

Alors la fonction de pondération choisie correspondra à la solution fondamentale de l'équation de Laplace qui représente le potentiel en un point (Q) dû à une charge concentrée en un point (P).

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \ln(1/r) \quad (2 \text{ dimensions}) \quad (3.1.6)$$

$$\phi = 1/(4\pi r) \quad (3 \text{ dimensions}) \quad (3.1.7)$$

où r = distance entre le point considéré Q et une charge concentrée en un point P du domaine.

Nous pouvons alors obtenir l'équation suivante, en intégrant de chaque côté la relation (3.1.5):

$$\int_A \nabla^2 \phi \psi \, dA = - \int_A \delta_P \psi \, dA \quad (3.1.8)$$

Mais la pseudo-fonction de Dirac est en fait une distribution spéciale: au point (p) la fonction tend vers un maximum et autour de ce point, la fonction est nulle. On associe d'ailleurs cette fonction à une impulsion unitaire. L'intégrale de cette fonction sur le domaine sera toujours égale à un (Fig. 3.1).

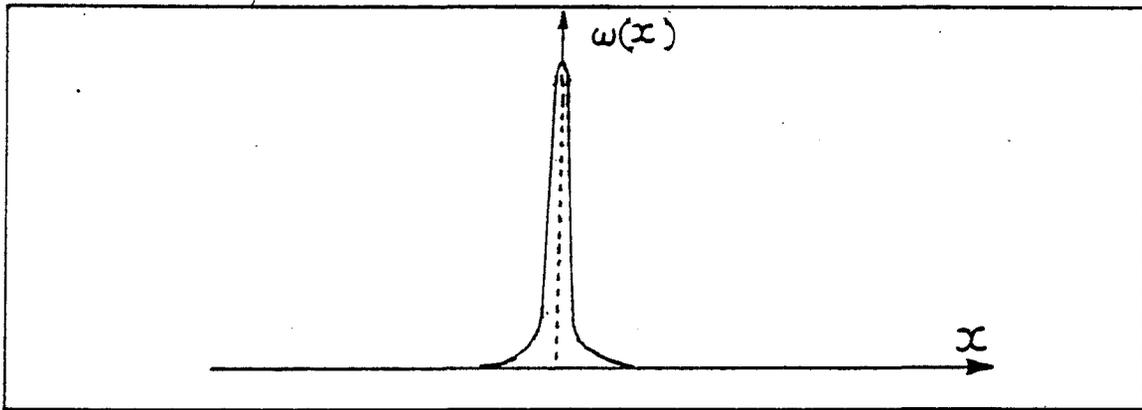


Fig. 3.1 Fonction de Dirac

Alors on peut dire, puisque S_p est nul partout sauf autour du point P, que :

$$\int_A \psi S_p dA = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{A_\epsilon} \psi S_p dA_\epsilon \quad (3.1.9)$$

où ϵ représente la limite d'un sous-domaine très petit autour et incluant le point (P). Sur ce domaine $\psi(A_\epsilon)$ est considéré constant, alors on peut sortir cette expression de l'intégrale, et de plus puisque l'intégrale de la distribution de Dirac est égale à un, on simplifie l'intégration à :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{A_\epsilon} \psi S_p dA_\epsilon = \psi(P) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{A_\epsilon} S_p dA_\epsilon = \psi(P) \quad (3.1.10)$$

Ainsi l'équation originale (3.1.1) devient :

$$-\psi(P) = \oint_l \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} dl - \oint_l \phi q dl \quad (3.1.11)$$

où $q = \partial \psi / \partial n$

Cette expression donne ici la valeur de la fonction de courant en tout point intérieur au domaine V.

3.1.1 Singularité sur la frontière

Nous choisissons la solution fondamentale bidimensionnelle pour continuer le développement de l'approche par éléments finis de frontière, puisque le problème du Galop sera traité dans le plan orthogonal représentant la ligne de transmission suspendue.

Considérons la fonction de pondération suivante:

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \ln(1/r) \quad (3.1.6)$$

Si le point P se situe sur la frontière du domaine d'intégration, alors la distance r est nulle, et les expressions de ϕ et de $\partial\phi/\partial n$ sont singulières. Nous pouvons cependant résoudre ce problème en intégrant autour d'un demi-cercle de rayon ϵ centré sur le point P (Fig. 3.2).

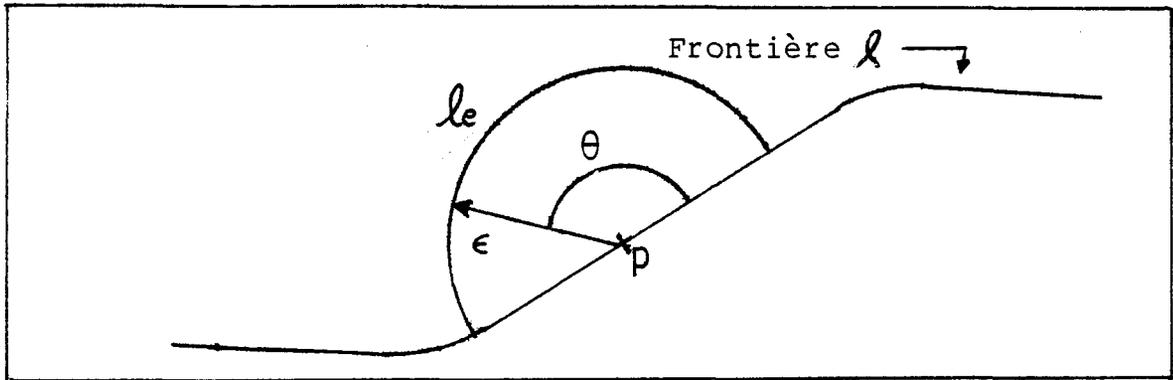


Fig. 3.2: Demi-cercle d'intégration pour un point considéré sur une frontière lisse

Alors nous pouvons séparer l'intégrale de contour en deux parties:

$$\oint_{\ell} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\ell - \ell_{\epsilon}} + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\ell_{\epsilon}} \quad (3.1.12)$$

Pour les intégrales sur ℓ_{ϵ} nous avons les changements de variables

$$d\ell = \epsilon d\theta, \quad \frac{\partial \phi}{\partial M} = \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\ell_{\epsilon}} \psi \frac{\partial \phi}{\partial M} d\ell &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{\pi} \psi \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \right) \epsilon d\theta \\ &= -\frac{\psi(p)}{2} \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

De même pour un angle quelconque sur la frontière, nous obtenons :

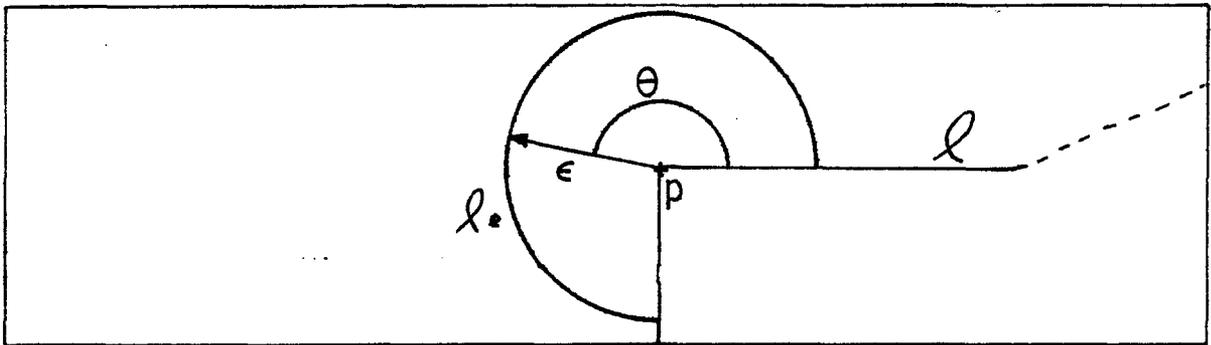


Fig. 3.3: Point sur la frontière faisant un angle de coin.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{l_\epsilon} \phi \frac{\partial \psi}{\partial M} dl = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^\pi -\psi \frac{1}{2\pi} d\theta = -\frac{\pi}{2\pi} \psi(p) \quad (3.1.14)$$

Pour la deuxième partie de l'expression (3.1.12) à résoudre, l'intégration sur l_ϵ pour un angle (n) quelconque sera nul.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{l_\epsilon} \phi \frac{\partial \psi}{\partial M} dl = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^\pi \frac{\partial \psi}{\partial M} \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \epsilon d\theta = 0 \quad (3.1.15)$$

Nous pouvons donc résumer les expressions intégrales pour chacun des cas possibles :

- i) Pour un point intérieur au domaine, on utilise l'équation (3.1.11).

$$-\psi(p) = \oint_{\ell} \psi \frac{\partial \phi}{\partial m} d\ell - \oint_{\ell} \phi q d\ell \quad (3.1.16)$$

où $q = \partial \psi / \partial m$

- ii) Pour un point sur une frontière lisse à l'équation générale (3.1.11), il faut additionner la singularité du point sur la frontière, équation (3.1.13).

$$-\psi(p) + \frac{\psi(p)}{2} = \int_{\ell-\ell_e} \psi \frac{\partial \phi}{\partial m} d\ell - \int_{\ell-\ell_e} \phi q d\ell \quad (3.1.17)$$

- iii) Pour un point p sur la frontière ℓ avec un coin d'angle (n) , à l'équation générale (3.1.11), il faut additionner la singularité du point pour une frontière faisant un angle "n", soit l'équation (3.1.14)

$$-\psi(p) + \frac{n}{2\pi} \psi(p) = \int_{\ell-\ell_e} \psi \frac{\partial \phi}{\partial m} d\ell - \int_{\ell-\ell_e} \phi q d\ell \quad (3.1.18)$$

3.2 DISCRETISATION PAR ELEMENTS FINIS

Si on divise la frontière en "n" éléments linéaires (Fig. 3.4), alors l'intégration sur la frontière \mathcal{L} peut être considérée comme une somme d'intégrales sur chaque élément composant cette frontière. Nous pouvons donc écrire de l'équation (3.1.18) que pour un noeud (i) sur la frontière:

$$c_i \varphi_i + \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{L}_j} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} d\ell = \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{L}_j} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} d\ell \quad (3.2.1)$$

où

$$c_i = \left(1 - \frac{m}{2\pi}\right)$$

m = nombre d'éléments

i = indice du noeud considéré

j = indice pour l'intégration sur tous les
éléments de la frontière

\mathcal{L}_j = élément de frontière

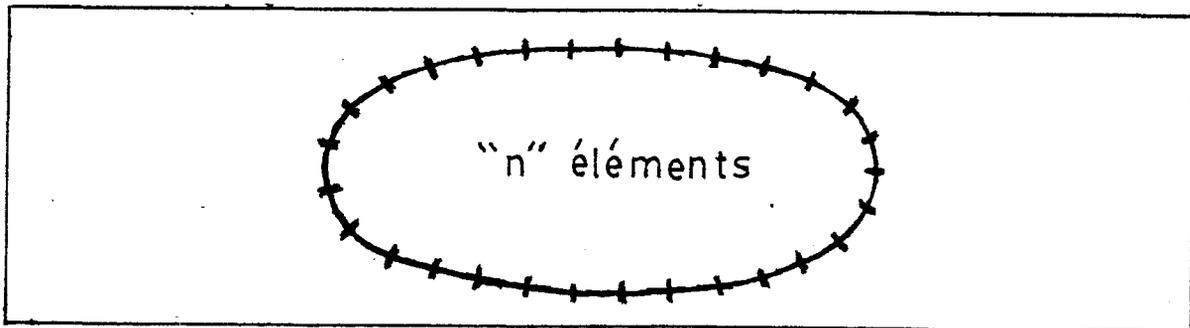


Fig. 3.4: Discrétisation de la frontière en "n" éléments.

L'approximation sur l'élément de référence par les fonctions d'interpolation $\langle N_1, N_2 \rangle$ s'écrit:

$$\psi = \psi(\xi) = N_1(\xi) \psi_1 + N_2(\xi) \psi_2 \quad (3.2.2)$$

$$\partial\psi/\partial m = q(\xi) = N_1(\xi) q_1 + N_2(\xi) q_2 \quad (3.2.3)$$

Où pour un élément linéaire (fig. 3.5), les fonctions d'interpolation prennent la forme suivante:

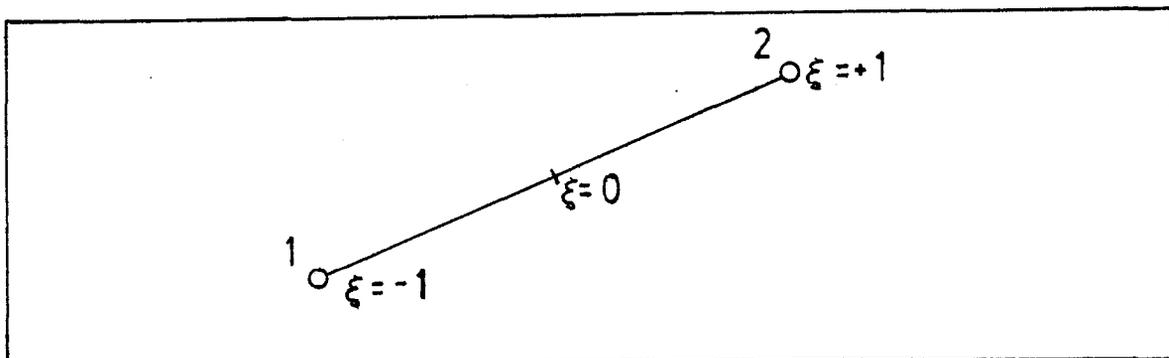


Fig. 3.5: Élément linéaire de référence

$$N_1(\xi) = 1/2 (1 - \xi) \quad (3.2.4)$$

$$N_2(\xi) = 1/2 (1 + \xi) \quad (3.2.5)$$

$$\text{où } -1 \leq \xi \leq 1$$

Alors les intégrations sur un élément quelconque deviennent :

$$\int_{\Omega_j} \varphi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Omega_j = \int_{\Omega_j} [N_1, N_2] \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Omega_j \{ \varphi_1' \} = [h_{i1}, h_{i2}] \{ \varphi_1' \} \quad (3.2.6)$$

$$\int_{\Omega_j} \varphi \phi d\Omega_j = \int_{\Omega_j} [N_1, N_2] \phi d\Omega_j \{ \varphi_1 \} = [g_{i1}, g_{i2}] \{ \varphi_1 \} \quad (3.2.7)$$

Pour chaque élément (j), on a deux composantes

où i = indice du noeud considéré

$$h_{i1} = \int_{\Omega_j} N_1 \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Omega_j, \quad h_{i2} = \int_{\Omega_j} N_2 \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Omega_j \quad (3.2.8)$$

$$g_{i1} = \int_{\Omega_j} N_1 \phi d\Omega_j, \quad g_{i2} = \int_{\Omega_j} N_2 \phi d\Omega_j \quad (3.2.9)$$

Ici l'intégration numérique sur chaque élément sera effectuée par la méthode de Gauss à quatre points, sur un élément de référence tel qu'illustré à la fig. 3.5. Les transformations géométriques d'un système à l'autre se réaliseront par l'utilisation de fonctions d'interpolation et du Jacobien pour la transposition des dérivées.

Nous pouvons retranscrire l'équation principale à discrétiser sous la forme:

$$C_i \psi_i + \sum_{j=1}^M [h_{i1}, h_{i2}] \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^M [g_{i1}, g_{i2}] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (3.2.10)$$

On constate que les intégrales ci-dessus relient la fonction de courant (ψ) du noeud "i" en considérant les valeurs de cette même fonction (ψ) et du flux ($\partial\psi/\partial n$) à tous les autres noeuds de la frontière incluant dans l'itération de façon implicite la même valeur de la fonction ψ au noeud "i" lui-même. On peut écrire cette équation pour les "n" noeuds de la frontière à tour de rôle et obtenir un système à "n" équations, "n" inconnues à solutionner. Soit:

$$C_i \psi_i + \sum_{j=1}^M \langle \hat{H}_{ij} \rangle \{ \psi_j \} = \sum_{j=1}^M \langle G_{ij} \rangle \{ Q_j \} \quad (3.2.11)$$

Nous pouvons réécrire cette expression:

$$\sum_{j=1}^m \langle H_{ij} \rangle \{ \psi_j \} = \sum_{j=1}^m \langle G_{ij} \rangle \{ Q_j \} \quad (3.2.12)$$

$$\text{ou } \begin{cases} \langle H_{ij} \rangle = \langle \hat{H}_{ij} \rangle & \text{si } i \neq j \\ \langle H_{ij} \rangle = \langle \hat{H}_{ij} \rangle + C_i & \text{si } i = j \end{cases}$$

$\langle H_{ij} \rangle$ = Vecteur des fonctions d'interpolation de l'intégral (3.2.8) pour chaque élément j par rapport au noeud i .

$\langle G_{ij} \rangle$ = Vecteur des fonctions d'interpolation de l'intégral (3.2.9) pour chaque élément j par rapport au noeud i .

$\{ \psi_j \}$ = Vecteur de la fonction de courant au noeuds

de l'élément j

$\{ Q_j \}$ = Vecteur du flux de courant au noeuds de l'élément j

où pour une frontière lisse

$$C_i = m/2\pi = 1/2$$

(3.2.13)

3.3 CALCUL DE LA CONTRIBUTION POUR UN ANGLE DE "N" DEGRES SUR LA FRONTIERE

Pour évaluer le facteur C_i dans l'expression de l'équation

$$(3.2.11) \quad C_i \varphi_i + \sum_{j=1}^M \hat{H}_{ij} \varphi_j = \sum_{j=1}^M G_{ij} Q_j$$

on peut utiliser le produit scalaire entre les normales de deux éléments adjacents. Soit deux éléments A,B et trois noeuds géométriques (1,2,3). Alors l'angle (θ) entre les deux éléments peut être évalué par le calcul suivant (fig. 3.6).

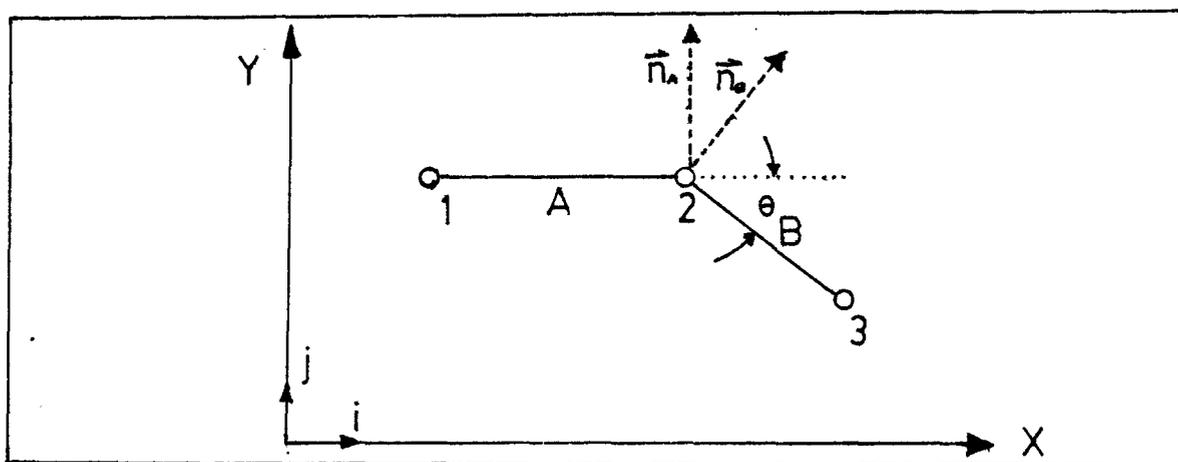


Fig. 3.6 Eléments de la frontière faisant un angle de "n" degrés

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{n}_A \cdot \vec{n}_B}{|\vec{n}_A| |\vec{n}_B|} \quad (3.3.1)$$

$$\text{où } \vec{n}_A = (y_1 - y_2) \vec{i} + (x_2 - x_1) \vec{j}$$

$$\vec{n}_B = (y_2 - y_3) \vec{i} + (x_3 - x_2) \vec{j}$$

alors la contribution pour la singularité de coin sera :

$$C_i = \left(\frac{\pi + \Theta}{2\pi} \right) \quad (3.3.2)$$

Une seconde approche plus rapide a été présentée par C.A. Brebbia [5] : soit un potentiel uniforme appliqué sur toute la frontière, alors le flux (la dérivée normale du potentiel) sera nul en tout point de la frontière et conséquemment, l'équation matricielle (3.2.10) développée précédemment se résumera à :

$$\sum_{j=1}^M H_{ij} \psi_j = 0$$

donc chaque rangée de la matrice H sera elle aussi nulle, et finalement on aura :

$$\sum_{j=1}^M h_{ij} = 0 \quad (3.3.3)$$

et donc

$$h_{ii} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M h_{ij} \quad (3.3.4)$$

alors le facteur C_i ou (H_{ii}) sera évalué en faisant la somme des termes (H_{ij}) hors-diagonale.

C'est cette approche qui est utilisée dans la présente programmation.

3.4 PROGRAMMATION

Bien que la méthode intégrale aux limites nous permette d'utiliser une formulation extérieure, avec une seule frontière pour le profilé et un domaine d'intégration infini; afin d'augmenter la rapidité de convergence, on doit cependant dans un tel cas ajouter une matrice additionnelle au système d'équations, pour tenir compte de la contribution du domaine infini sur chacun des éléments de la frontière du profilé.

Pour garder la même formulation du problème que celle présentée dans la méthode des éléments finis standards, nous utiliserons une formulation intérieure avec deux frontières pour délimiter respectivement le domaine et le profilé. Même s'il y aura une augmentation du temps de calcul par rapport à la formulation à frontière unique, la programmation s'en trouvera simplifiée. Les avantages par rapport aux éléments standards seront conservés, soit pour le nombre inférieur d'éléments utilisés et pour la flexibilité additionnelle d'un maillage sur le contour.

Un autre aspect positif vient de la possibilité d'utiliser un logiciel déjà développé par Brebbia [5] pour des éléments linéaires. Par une reprogrammation de la séquence d'assemblage des éléments, il devient possible d'utiliser ce programme pour résoudre un système à double frontière (fig. 3.7).

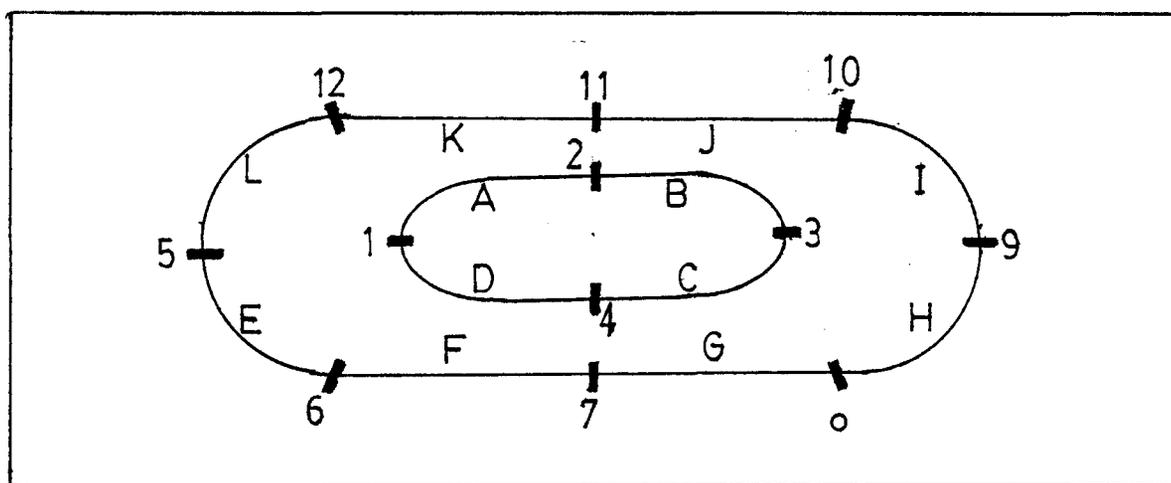


Fig. 3.7: Numérotation des éléments pour une double frontière

Il s'agit plus précisément de s'assurer que pour l'identification des noeuds de chaque élément, on tiendra compte du saut de position d'une frontière à l'autre. Ainsi dans la représentation ci-dessus, l'élément D aura une correspondance avec les noeuds numéro 1 et numéro 4, au lieu des numéros 4 et 5, retrouvés dans la séquence habituelle, de même on bouclera le dernier élément L avec l'élément E plutôt que le premier élément A de la série.

3.4.1 Singularité géométrique

La définition du vecteur normal pour un angle de coin sur la frontière du domaine est un autre aspect à considérer. Par exemple, dans la figure 3.8 ci-dessous, nous voyons que pour un même noeud (no 2), nous avons deux possibilités pour la définition de la normale.

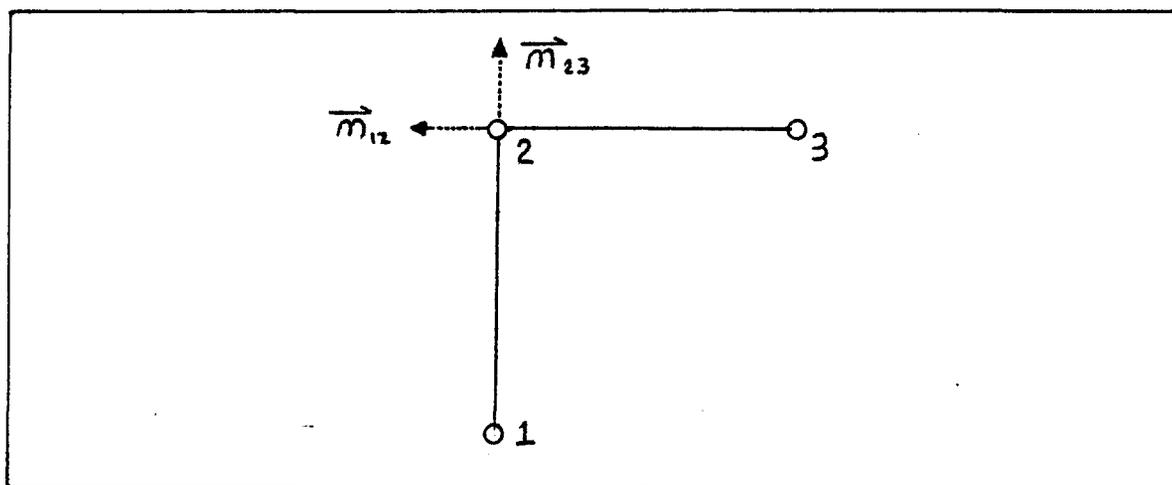


Fig. 3.8: Schéma d'un maillage en coin

Brebbia [5] suggère, pour contourner cette situation, d'utiliser deux noeuds collés, presque de mêmes coordonnées ou encore deux noeuds confondus; toutefois pour la deuxième option, une des contributions doit être ici soustraite du système d'équations.

D'autres approches ont aussi été suggérées, telles que tronquer le coin, ou le remplacer par une section de parabole; d'autres préfèrent traiter, pour chaque noeud, deux normales liées à chaque élément adjacent. Cependant puisque dans le cas traité ici, la forme du domaine nous importe peu, nous contournerons cette singularité en générant un domaine circulaire sans aucun coin indéfini.

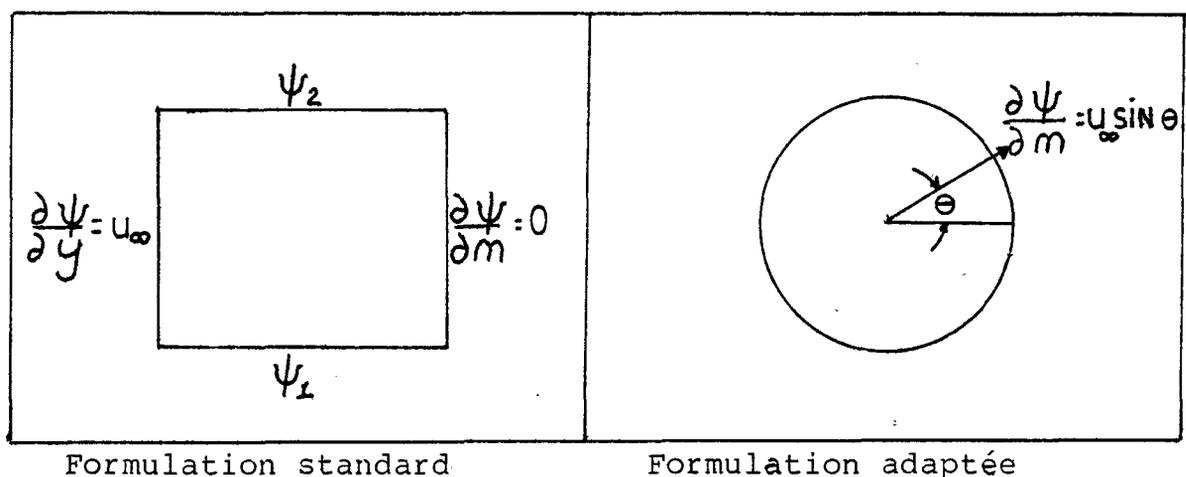


Fig. 3.9: Utilisation d'une géométrie différente pour délimiter le domaine afin d'éviter les singularités de coin.

En contournant le problème de cette façon, nous respectons entièrement les conditions limites d'un écoulement libre et nous évitons de programmer inutilement un algorithme de résolution pour les singularités de coin.

Ayant donc réussi à adapter une formulation par éléments finis de frontière standards au problème d'écoulement potentiel autour d'un obstacle, et ce en utilisant deux frontières et en éliminant les coins du domaine, il reste à traiter de la méthode de résolution utilisée.

3.4.2 Organigramme logique

Dans cette section, nous présenterons l'organigramme logique développé pour traiter l'assemblage du maillage en double frontière ainsi que du procédé de résolution dans son ensemble. A la figure 3.10, on retrouve l'organigramme général du système de résolution pour un écoulement potentiel. Les seuls blocs n'ayant pas été modifiés sont ceux des intégrations numériques pour les éléments singuliers et non singuliers. Le travail principal pour la programmation de ces éléments de frontière s'est faite au niveau de l'assemblage et de l'évaluation des matrices G et H de l'équation (3.2.10); ici encore, le couplage de chaque élément avec un autre est directement lié au saut de frontière décrit précédemment.

La figure 3.11 nous précise le cheminement utilisé pour les itérations sur les éléments afin d'intégrer la contribution de chaque noeud et composer le système d'équations à résoudre. La programmation détaillée se retrouve dans le sous-programme RESOL.FOR à l'annexe [1].

3.5 RESULTATS ET COMPARAISON

Utilisons un profilé cylindrique pour faire une comparaison analogue à celle effectuée avec les éléments standards. On a utilisé dans ce cas un total de 64 éléments linéaires pour la frontière du profilé et 64 autres pour le domaine extérieur. Autrement dit, 128 éléments ont été utilisés, nous donnant le même nombre de points de mesure sur le profilé que les 256 éléments quadratiques dans la méthode standard. La comparaison avec la solution analytique est donnée dans le tableau 3.1

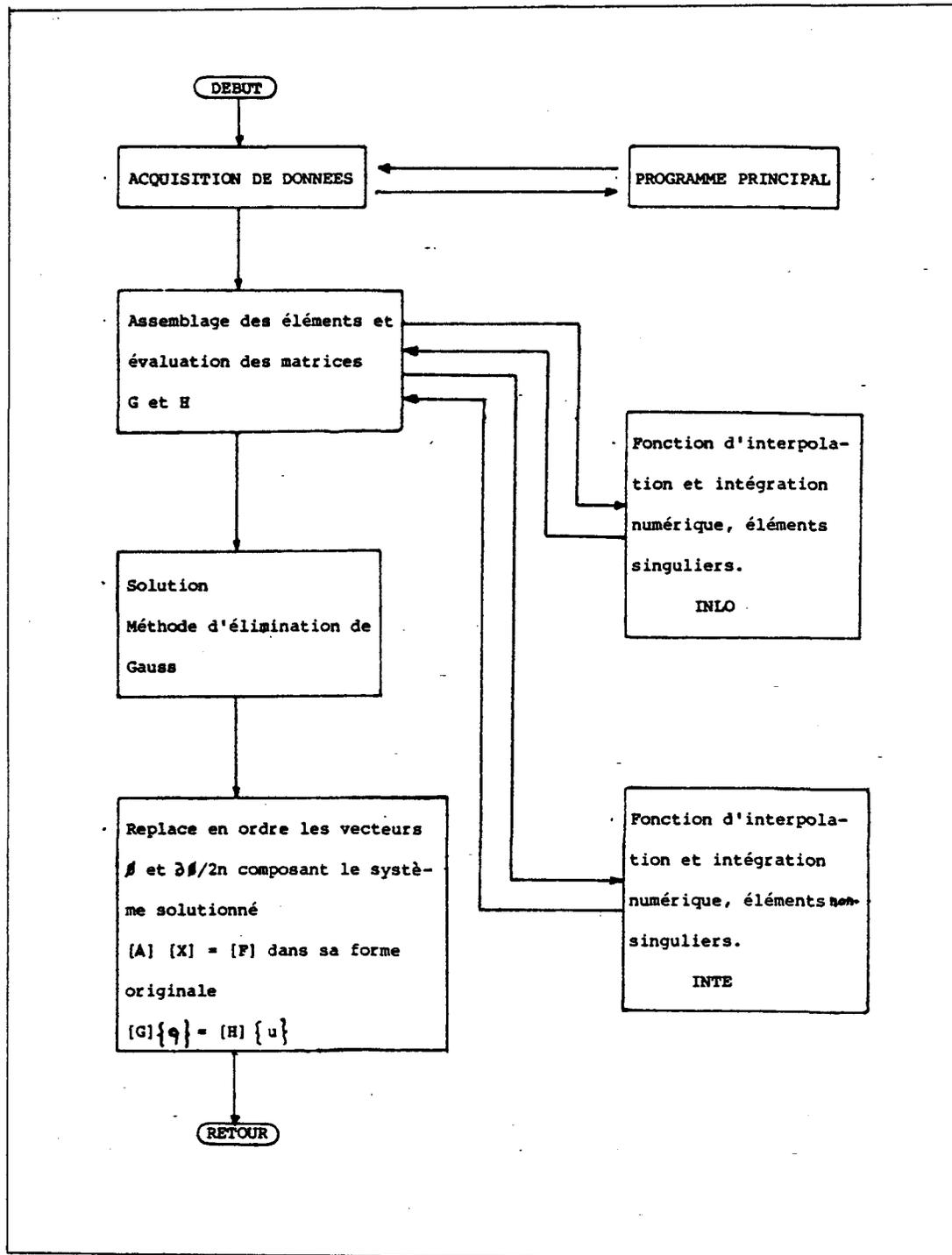


Fig. 3.10 Organigramme général du sous-programme de résolution d'un écoulement potentiel. Sous-programme RESOL.FOR

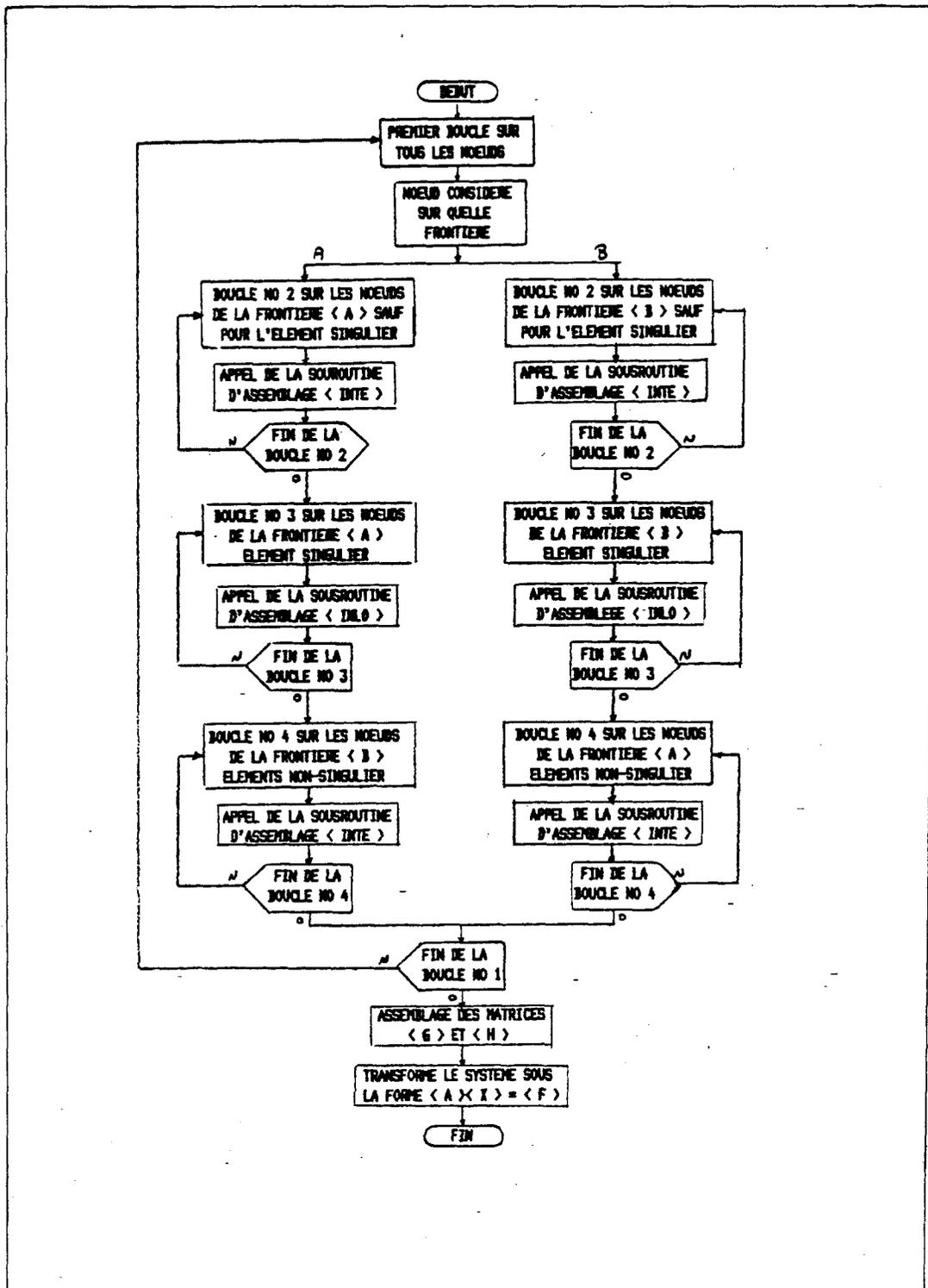


Fig. 3.11 Organigramme logique de la séquence d'assemblage des éléments

et de la formation du système $[A] [X] = [F]$

Sous-programme FMAT.FOR

POSITION (DEG)	NUMERIQUE	ANALYTIQUE	% ERREUR
0	0	0	0
5.63	1.961	1.962	0.05
11.25	3.903	3.902	0.026
16.875	5.807	5.806	0.017
22.5	7.655	7.654	0.013
28.125	9.430	9.428	0.021
33.75	11.114	11.111	0.027
39.375	12.690	12.688	0.016
45.	14.175	14.142	0.021
50.625	15.463	15.460	0.019
50.25	16.633	16.629	0.024
61.875	17.642	17.638	0.023
67.501	18.481	18.478	0.016
73.125	19.142	19.139	0.016
78.751	19.619	19.616	0.015
84.375	19.908	19.904	0.020
90.00	20.004	20.000	0.020
95.626	19.908	19.904	0.020
101.250	19.619	19.616	0.015
106.875	19.142	19.139	0.016
112.50	18.481	18.478	0.016
118.125	17.642	17.638	0.023
123.75	16.633	16.629	0.024
129.375	15.463	15.460	0.019
135.000	14.145	14.142	0.021

Tableau 3.1: Compilation des vitesses en surface pour un cylindre en fonction de la position (θ).

Nous constatons dans cette approche une très nette amélioration de la précision dans le calcul des vitesses en surface. Nous passons en effet d'une précision de 90% dans le cas des éléments finis standards à une précision ici de 99.9%. Ce phénomène est lié au fait que dans le premier cas, nous travaillons avec des approximations sur chaque élément, tandis que dans la méthode des éléments de frontière, nous travaillons avec une solution analytique exacte, évaluée numériquement. La plus grande source d'erreur dans le cas de la programmation par éléments standards vient toutefois de la spécification des conditions limites. Au lieu d'avoir un écoulement libre, nous avons fixé la valeur scalaire des lignes de courant, créant selon la figure 1.4, un effet de paroi semblable au tunnel à vent. Pour les éléments de frontière, nous avons spécifié le flux à la limite (figure 1.5), donnant vraisemblablement une meilleure représentation de la réalité. Prenant en considération que la distance à laquelle nous pouvons localiser la frontière n'est pas limitée par un domaine entier à mailler, comme dans la première formulation, nous pouvons en augmentant cette distance vraiment simuler un écoulement libre puisque les effets de paroi sont ainsi éliminés.

Bien que la comparaison entre les méthodes n'inclut pas une évaluation du nombre d'équations à résoudre, l'éparsité des matrices et du temps de calcul CPU, il n'en demeure pas moins vrai que la méthode aux limites offre une très grande supériorité au niveau de la flexibilité et au niveau du nombre d'éléments mis en mémoire. Cette méthode a donc été intégrée au programme final de résolution (Annexe 1).

La première condition de départ étant satisfaite, nous devons maintenant nous concentrer sur l'évaluation exacte de la position des points de séparation de la couche limite pour tous les régimes d'opérations rencontrés. Le prochain chapitre traitera de cette question.

CHAPITRE 4

SOLUTION DE LA COUCHE LIMITE

La distribution de vitesse ayant été évaluée à l'extérieur de la couche limite par la solution de l'écoulement à potentiel, il s'agit maintenant de localiser exactement sur la surface la position des points de séparation, en faisant appel à l'équation intégrale de quantité de mouvement.

4.1. DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION INTEGRALE DE QUANTITE DE MOUVEMENT

L'équation intégrale de quantité de mouvement de la couche limite initialement développée par V. Karman, exprime la relation existant entre la variation de quantité de mouvement transportée par la couche limite, les forces de friction à la surface ainsi que le gradient de pression. Considérons un volume de contrôle isolant une partie de l'écoulement sur une surface quelconque, dont la hauteur dépasse légèrement l'épaisseur de la couche limite (fig. 4.1).

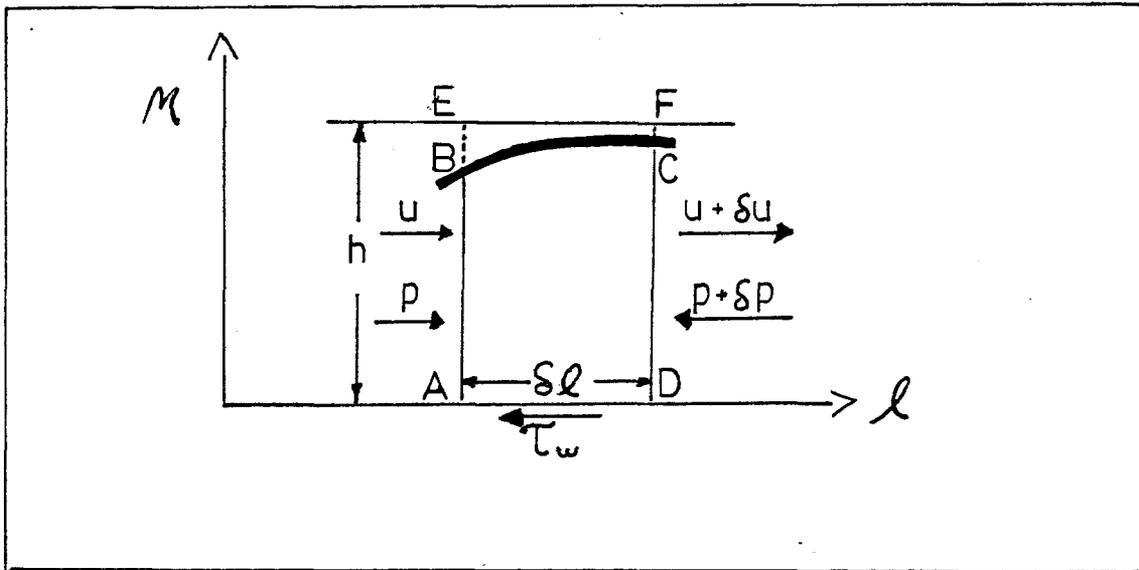


Fig. 4.1 Représentation de la couche limite.

La variation de débit massique entrant dans le volume de contrôle à travers AE et sortant à travers DF est :

$$\frac{d}{dl} \left[\int_0^h \rho u \, dm \right] \delta l + \text{termes en } \delta l^2 \quad (4.1.1)$$

si on dénote $\rho \bar{u}_h$, la valeur moyenne, de la vitesse à la hauteur h sortant du volume de contrôle, alors on peut écrire :

$$\rho \bar{u}_h \delta l = \frac{d}{dl} \left[\int_0^h \rho u \, dm \right] \delta l + \text{termes en } \delta l^2 \quad (4.1.2)$$

De même, le taux de transport de quantité de mouvement à travers DF moins le taux entrant à travers AE est :

$$\frac{d}{dl} \left[\int_0^h \rho u^2 \, dm \right] \delta l + \text{termes en } \delta l^2 \quad (4.1.3)$$

Et le taux de transport de quantité de mouvement en projection $d\ell$ sortant à travers EF est :

$$\rho v_x u_y S\ell = -u_y \frac{d}{d\ell} \left[\int_0^h \rho u \, dm \right] S\ell + \text{termes } S\ell^2 \quad (4.1.4)$$

La force appliquée sur le volume de contrôle dû à la pression est :

$$-h S p = -h \frac{dp}{d\ell} S\ell + \text{termes en } S\ell^2 \quad (4.1.5)$$

et la force de friction est :

$$- \tau_w S\ell \quad (4.1.6)$$

alors le théorème des quantités de mouvement nous permet d'égaliser la différence du taux de transport de quantité de mouvement à la somme des forces agissant sur le volume de contrôle.

Ainsi :

$$\frac{d}{d\ell} \left[\int_0^h \rho u \, dm \right] S\ell - u_y \frac{d}{d\ell} \left[\int_0^h \rho u \, dm \right] S\ell = -h \frac{dp}{d\ell} S\ell - \tau_w S\ell \quad (4.1.7)$$

On peut simplifier et prendre la limite $S\ell \rightarrow 0$

$$\frac{d}{d\ell} \left[\int_0^h \rho u \, dm \right] - u_y \frac{d}{d\ell} \left[\int_0^h \rho u \, dm \right] = -h \frac{dp}{d\ell} - \tau_w \quad (4.1.8)$$

On pose maintenant de façon générale

$$\delta_1 = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dm \quad (4.1.9)$$

$$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dm \quad (4.1.10)$$

δ_1 et δ_2 étant respectivement les épaisseurs de déplacement et de la quantité de mouvement. Nous voyons alors que l'équation 4.1.8 peut s'écrire sous forme simplifiée:

$$\frac{d}{dl} (\rho u_e^2 \delta_2) + \frac{du_e}{dl} \rho u_e \delta_1 = \tau_w \quad (4.1.11)$$

on notera que le rapport δ_1/δ_2 est communément noté par le facteur de forme H . Donc, on écrit:

$$\rho u_e^2 \frac{d\delta_2}{dl} + 2\rho u_e \frac{du_e}{dl} \delta_2 + \rho u_e \frac{du_e}{dl} H \delta_2 = \tau_w \quad (4.1.12)$$

Et finalement, par regroupement, on obtient cette forme de notation pour l'équation intégrale de quantité de mouvement qui est la plus usuelle:

$$\frac{d\delta_2}{dl} + \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{dl} \delta_2 (H+2) = \frac{\tau_w}{\rho u_e^2} \quad (4.1.13)$$

Dépendamment du régime d'opération, laminaire, turbulent, avec gradient de pression adverse, etc., on doit maintenant utiliser différentes approximations pour évaluer le profil de vitesse de l'écoulement et ainsi localiser les points de décollement de la couche limite.

4.2 ÉCOULEMENT LAMINAIRE

Pour cette partie, nous utiliserons la méthode développée par Thwaites citée dans Duncan et al [10]. Cette méthode est reconnue par la majorité des autres auteurs comme étant simple mais à la fois très efficace, pour les problèmes présentant de sévères gradients de pressions adverses, tels qu'observés lorsqu'on approche un point de décollement de la couche limite. (Cebeci [7]). Thwaites utilise deux paramètres: (m_1) pour le gradient de pression et (L_1) associé à la friction de surface, telle que:

$$m_1 = \frac{S_2}{u_e} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial m^2} \right)_w \quad (4.2.1)$$

$$L_1 = \frac{S_2}{u_e} \left(\frac{\partial u}{\partial m} \right)_w \quad (4.2.2)$$

Considérons l'équation de mouvement évaluée à la surface. Donc avec les conditions limites $y = 0 \Rightarrow u = 0, v = 0$

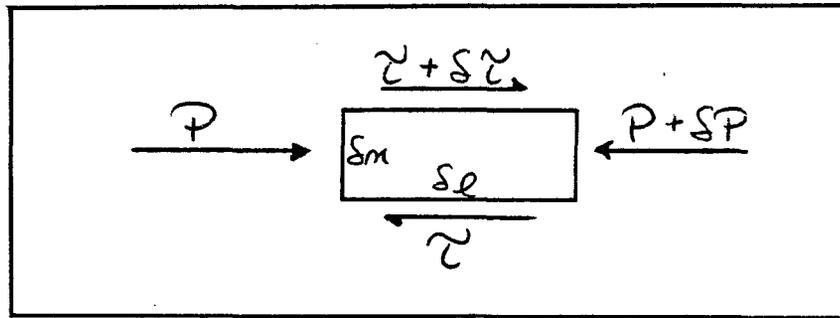


Fig. 4.2: Élément de fluide à la surface

$$u \frac{\partial u}{\partial l} + \nu \frac{\partial u}{\partial m} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial l} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial m} \quad (4.2.3)$$

mais

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial m} \right)$$

alors

$$\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial m^2} \right)_w = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial l} \quad (4.2.4)$$

l'équation de Bernoulli nous donne la relation avec l'extérieur de la couche limite:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial l} = -u \frac{du}{dl} = -u_x u_x' \quad (4.2.5)$$

alors on obtient :

$$\gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial M^2} \right)_{\omega} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial l} = -u_2 u_2' \quad (4.2.6)$$

et on peut alors réexprimer le paramètre (m) comme suit :

$$m_1 = \frac{S_2^2}{u_2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial M^2} \right)_{\omega} = \frac{-u_2' S_2^2}{\gamma} \quad (4.2.7)$$

Prenant l'équation intégrale de quantité de mouvement, équation (4.1.13) on obtient avec le paramètre (L_1):

$$S_2' + \frac{u_2'}{u_2} S_2 (H+2) = \frac{\gamma \omega}{\rho u_2^2} = \frac{\gamma L_1}{u_1 S_2} \quad (4.2.8)$$

on peut la réécrire utilisant les paramètres (m_1) et (L_1) tels que :

$$u_2 (S_2^2)' = 2 \gamma [m_1 (H+2) + L_1] \quad (4.2.9)$$

Thwaites a trouvé expérimentalement une expression uniparamétrique $K(m)$ pour remplacer la partie droite de l'équation, ce qui simplifie l'expression ci-dessus à :

$$u_l (S_2^2)' = \gamma K(m_1) \quad (4.2.10)$$

où

$$K(m_1) = 2 [m_1 (H+2) + L_1] \\ = 0.45 \gamma + 6 m_1$$

ce qui donne:

$$u_l (S_2^2)' - 0.45 \gamma + 6 u_l' S_2^2 = 0 \quad (4.2.11)$$

ou

$$\frac{d}{dl} (u_l^6 S_2^2) = 0.45 \gamma u_l^5 \quad (4.2.12)$$

et finalement sous forme intégrale:

$$[S_2^2]_{l_1} = \frac{0.45 \gamma}{(u_l^6)_{l_1}} \int_0^{l_1} u_l^5 dl \quad (4.2.13)$$

Ici l_1 indique que les quantités sont évaluées à $l = l_1$,

On peut évaluer cette intégrale numériquement et trouver les valeurs de (m_1) et (L_1) par les équations (4.2.7) et (4.2.2):

$$m_1 = \frac{-u_l' S_2^2}{\gamma}$$

Si (m_1) est positif, on a un gradient de pression adverse, donc une condition essentielle à la séparation. Le paramètre (L_1) nous donne directement la condition de séparation à observer, car :

$$L_1 = \frac{\delta_2}{u_e} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w$$

Donc si $L_1 = 0$, on a le point de séparation puisque la dérivée de la vitesse indique un point d'inflexion avant l'inversion du sens de l'écoulement à la surface (voir fig. 4.3).

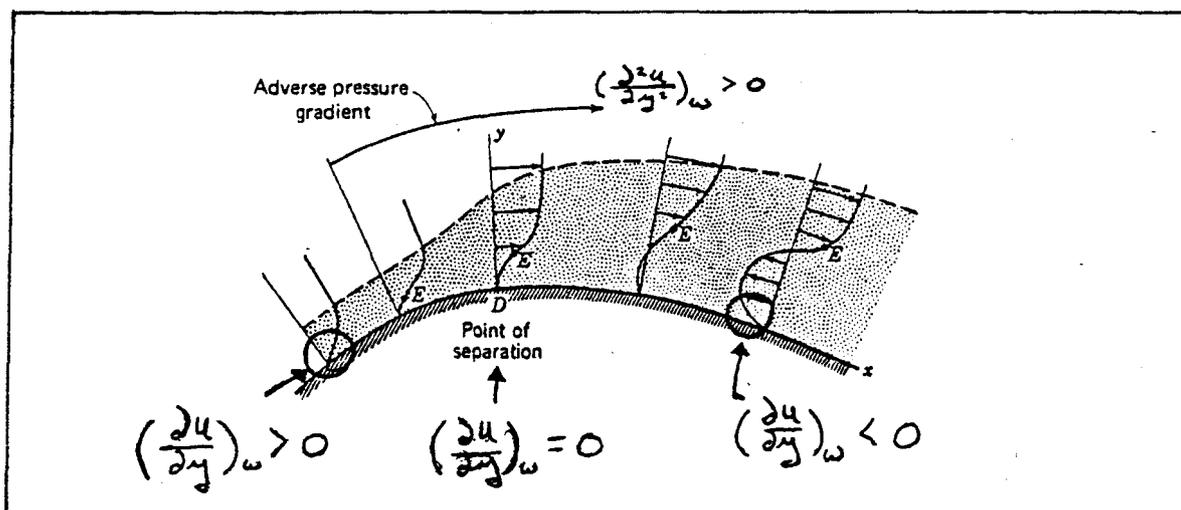


Fig. 4.3: Profil de vitesse dans la couche limite autour du point de séparation

Le paramètre (L_1) ne répond cependant pas très bien à la supposition d'une expression uniparamétrique lorsque le gradient de pression est positif, aussi Thwaites [10] a développé une table à partir de résultats expérimentaux permettant d'interpoler les valeurs de (L_1) et H en fonction de (m_1). Strikland [20], nous donne cette correspondance sous forme d'équation:

$$\text{si } \left. \begin{array}{l} m_1 \geq 0 \end{array} \right\} \begin{cases} L_1 = 0.22 - 1.402 m_1 - \frac{0.018 m_1}{0.107 - m_1} & (4.2.14) \\ H = \frac{0.0731}{0.14 - m_1} + 2.088 & (4.2.15) \end{cases}$$

$$\text{si } \left. \begin{array}{l} m_1 < 0 \end{array} \right\} \begin{cases} L_1 = 0.22 - 1.57 m_1 - 1.8 m_1^2 & (4.2.16) \\ H = 2.61 + 3.75 m_1 + 5.24 m_1^2 & (4.2.17) \end{cases}$$

Connaissant (δ_2) et (L_1), le coefficient de traînée local peut alors être évalué en tout temps puisque de l'équation (4.2.8) on obtient:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_w = \frac{L_1 u_e \mu}{\delta_2} \quad (4.2.18)$$

et conséquemment:

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho u_\infty^2} = \frac{2\gamma L_1 u_e}{\delta_2 u_\infty^2} \quad (4.2.19)$$

On est maintenant en mesure de passer à la programmation de cette approche pour la solution de la couche limite laminaire. La procédure utilisée, l'organigramme logique pour la résolution et les tests nécessaires pour confirmer le décollement sont présentés dans la section suivante.

4.2.1 Procédure et organigramme logique

Pour qu'il y ait séparation, il est essentiel d'avoir un gradient de pression adverse. Pour vérifier cet état, on doit dériver numériquement la vitesse en surface, car de par Bernoulli, on a l'équation (4.2.5)

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = -u_e \frac{du}{dx}$$

Lorsque cette condition est vérifiée, on intègre alors numériquement l'équation de quantité de mouvement (4.2.13), partant du point d'arrêt jusqu'au point sous considération. Nous évaluons alors les paramètres (L_1 et m_1), si $\partial u / \partial \mu = 0$ le point de séparation est confirmé. Cette partie a été programmée dans la sous-routine (POINT, FOR) et le texte détaillé se retrouve à l'annexe [1].

ORGANIGRAMME LOGIQUE

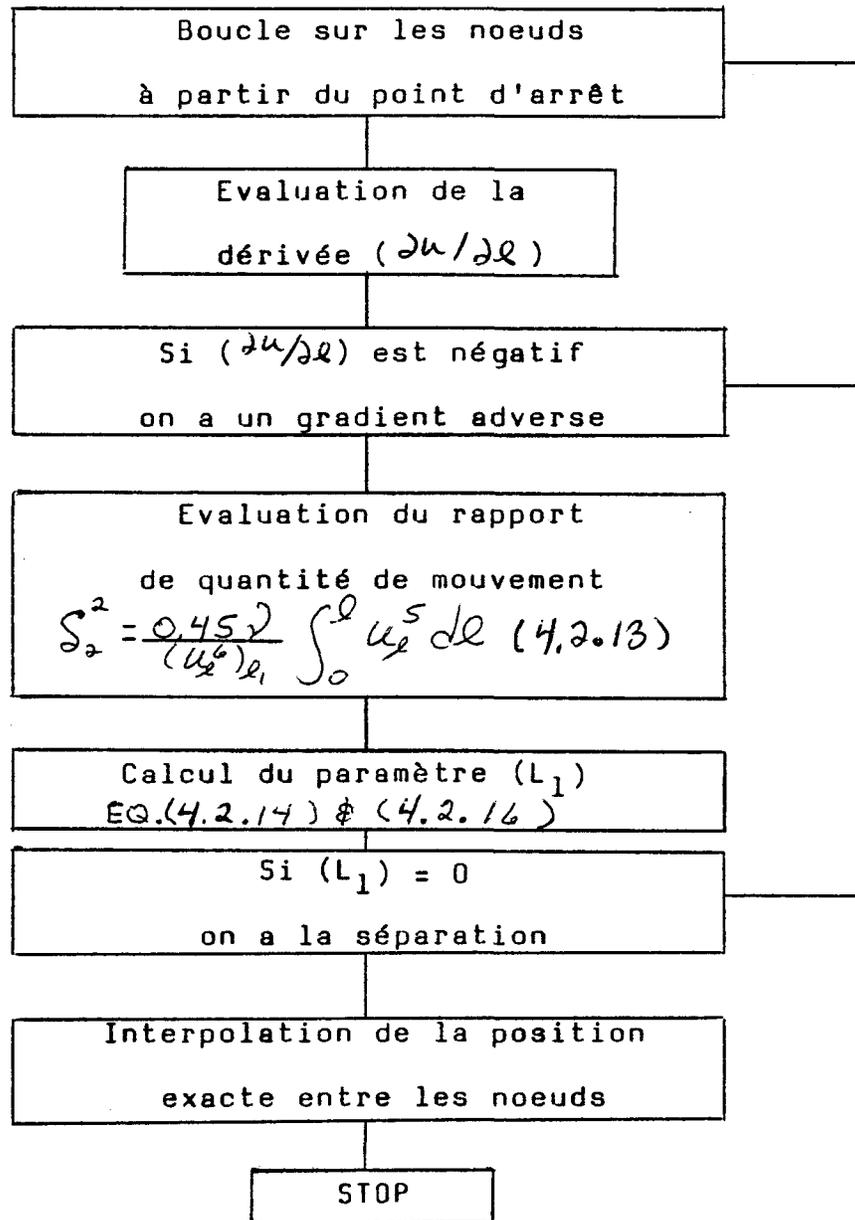


Fig. 4.4: Organigramme logique pour la localisation des points de séparation en régime laminaire

4.3 ÉCOULEMENT TURBULENT

La glace qui s'accumule sur les conducteurs n'offre pas une surface lisse, c'est pourquoi il est nécessaire de développer une approche pour résoudre les écoulements turbulents en utilisant la même équation intégrale de quantité de mouvement.

Un avantage certain d'utiliser l'équation intégrale de quantité de mouvement est sa flexibilité puisqu'elle s'applique autant au régime laminaire que turbulent. Pour traiter le cas en régime turbulent, seules les équations associées au profil de vitesse et les paramètres de forme seront changés.

4.3.1 Formulation

Plusieurs chercheurs ont travaillé au développement de formulations mathématiques et à la détermination des paramètres pour solutionner ces écoulements. Ici encore nous choisissons une formulation simple et dont la validité a été reconnue par la majorité; soit celle de Spence citée dans Duncan [10], page 347.

Soit l'équation intégrale de quantité de mouvement (4.1.13)

$$\frac{dS_2}{dl} + \frac{u_l'}{u_l} (H+2) S_2 = \frac{\tau_w}{\rho u_l^2} = \frac{1}{S} \quad (4.3.1)$$

Pour résoudre cette équation, on doit déterminer deux autres relations entre S_2 , H et S pour avoir un système non trivial. Selon Duncan [10], les résultats expérimentaux montrent que les profils de vitesse peuvent être regardés comme une fonction uni-paramétrique du paramètre de forme H , pour un écoulement turbulent.

Spence a suggéré d'utiliser l'approximation suivante pour le profil de vitesse lorsqu'il y a un sévère gradient de pression adverse.

$$\frac{u_l}{u_l'} = \left(\frac{l}{\delta} \right)^{1/2(H-1)} \quad (4.3.2)$$

L'équation intégrale (4.3.1) est alors résolue avec l'approximation $H = 1.5$ et une formule exponentielle pour la friction de surface, pour obtenir l'épaisseur de quantité de mouvement:

$$S_2^{6/5} u_l^{4,2} - S_{2t}^{6/5} u_{lt}^{4,2} = 0,0106 R^{-1/5} \int_{l_t}^l u_l^4 dl \quad (4.3.3)$$

Selon Duncan [10], l'intégration menant à l'équation ci-dessus est valide seulement à cause du fait que l'épaisseur de quantité de mouvement S_2 est relativement insensible au choix de paramètre de forme H . Par contre, pour

l'évaluation du coefficient de friction sur la surface utilisant la formulation de Ludwig - Tillman, équation (4.3.4) ou tout autre lui ressemblant, il est primordial d'obtenir une distribution plus exacte du paramètre H.

$$C_f = 0.246 R_{S_2}^{-0.268} / 10^{-0.678 H} \quad (4.3.4)$$

où R_{S_2} = épaisseur de quantité de mouvement sans dimension = $U_1 \delta_2 / \nu$.

Une troisième relation est donc nécessaire. Plusieurs chercheurs ont travaillé dans ce domaine: Von Doenhoff, Tartevin, Garner, Maskell, citée dans Duncan [10] . Or Spence affirme que l'ensemble des relations trouvées utilisant dH/dx sont de la forme générale:

$$S_2 R_{S_2}^{2/(m+1)} \frac{dH}{dx} = \phi(H)^m - \psi(H) \quad (4.3.5)$$

où: $\psi(H) = 0.0031 (H-1)^2$
 $\phi(H) = 9.524 (H-1.21)(H-1)$

où: β = paramètre de forme pour la couche limite turbulente
 n = constante, ici $n = 9$ pour $10^6 \leq Re \leq 10^8$

En intégrant cette expression Spence [10] obtient:

$$u_x^2 \chi(H) = C_1 - 0.0014 \int_{l_t}^l \frac{u_x^2}{S_x^2 R_{S_x}^{11/5}} dx \quad (4.3.6)$$

où $\left\{ \begin{array}{l} \chi(H) = 2.105 - \frac{0.442}{(H-1)} \\ C_1 = [u_x^2 \chi(H)]_{x=l_t} \end{array} \right.$

Ainsi le paramètre de forme H peut être évalué exactement pour nous permettre de calculer le coefficient de friction locale C_f .

4.3.2 Evaluation des points de séparation et calcul des coefficients de friction

Parmi l'ensemble des méthodes qui existent pour évaluer les points de séparation de la couche limite soient: intégrales, différentielles ou par corrélations; Bradshaw et al [4] affirme que les méthodes intégrales ne sont pas aussi efficaces que les deux autres. Nous ferons alors le même choix que Cebeci & Smith [7] et utiliserons la plus simple des deux méthodes restante, la méthode de corrélation de Strafford. Elle a été évaluée expérimentalement par Cebeci en 1972 [7], et prouvée comme étant tout aussi efficace.

En divisant la couche limite en deux régions: intérieure et extérieure, Strafford relie le critère de séparation (soit avoir un coefficient de friction nul à la paroi) au gradient de pression à l'extérieur de la couche limite.

L'expression à vérifier est donc:

$$c_p \left(\frac{d c_p}{d x} \right)^{1/2} \left(10^{-6} R_x \right)^{-1/10} = f(c) \quad (4.3.7)$$

où
$$c_p = 1 - \left(\frac{u_\ell}{u_0}\right)^2$$

u_0 = vitesse de l'écoulement au début du gradient adverse.

Cependant, cette expression est valable pour les deux conditions suivantes réunies: un gradient adverse de pression, dès le bord d'attaque, ainsi qu'un écoulement turbulent sur toute la surface. Si la couche limite a une partie laminaire ou un gradient de pression favorable, alors on substitue l avec $(l-l')$ et R_ℓ avec $u_m (l-l')^{1/2}$. Ici le facteur l' représente la position d'un bord d'attaque imaginaire en amont du point considéré où l'écoulement serait turbulent sur toute la surface. Le facteur l' se calcule par l'équation de Spence appliquée à une plaque droite.

$$l' = l_m - \int_{l_t}^{l_m} \left(\frac{u_\ell}{u_m}\right)^4 dl - 94.3 \delta_{2t} R_{\delta_{2t}}^{1/5} \left(\frac{u_{\ell t}}{u_m}\right) \quad (4.3.8)$$

l_m est la position du point où la pression est minimale (i.e. au début du gradient adverse).

δ_{2t} = épaisseur de quantité de mouvement évalué
au point de transition

$R_{\delta_{tr}}$ = épaisseur de quantité de mouvement (sans dimension)
au point de transition

Il s'agit par la suite d'évaluer numériquement ces expressions pour déterminer le paramètre $f(\ell)$. Selon sa valeur, le point de séparation sera confirmé ou non. Avec les expérimentations effectuées par Cébeci [7], les critères de séparation développés par Strafford ont été validés et améliorés. Le test s'effectue alors sur le paramètre comme suit:

$$\begin{aligned} f(\ell) \leq 0.3 & \quad \text{Pas de séparation} \\ 0.3 < f(\ell) < 0.5 & \quad \text{Séparation au point maximum} \\ 0.5 \leq f(\ell) & \quad \text{Séparation à } f(\ell) = 0.5 \end{aligned}$$

Il est à noter que pour la programmation, les intégrales seront évaluées sur chaque élément par une intégration numérique de Gauss à trois points. Quant à la localisation exacte des points de décollement, elle sera interpolée entre les noeuds selon les différents critères de Strafford, et si besoin est, le maximum sera localisé par une interpolation quadratique de Powell [22] .

Ces méthodes permettront un maximum de précision étant donné le caractère non linéaire des équations à résoudre. Le texte détaillé de la programmation pour cette partie, soit la localisation des points de séparation en régime laminaire et turbulent, se retrouve à l'annexe 1 dans le sous programme POINT.FOR.

Pour compléter cette section, il est nécessaire de faire la transition entre les régimes laminaires et turbulents. En fait, plutôt que de parler de région de transition, nous ferons une approximation de cette zone par une région ponctuelle. Cette approche est aussi utilisée par Cébeci et Smith ([7] , p.p. 188) pour raison de simplicité. Puisque l'objectif initial est de valider la méthode en général pour le calcul des coefficients aérodynamiques, les complexités supplémentaires de la région transitoire seront laissées pour des travaux ultérieurs. Nous traiterons donc ici de l'approche ponctuelle.

4.3.3. Evaluation des points de transition

Bien que plusieurs chercheurs travaillent encore au développement de formulations plus précises et adéquates, nous nous limiterons à l'approximation suivante qui utilise la relation de Michel (Turner, Cébeci [7]) pour évaluer le nombre de Reynolds de transition basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement.

On utilise la relation:

$R_{S_2} = 1.174 [1 + 22400/R_x] R_x^{0.46}$ et aussi la valeur généralement acceptée pour le nombre de Reynolds critique:

$$R_{x_{tr}} = 3.2 \times 10^5 \quad (4.3.9)$$

L'expression de Michel donne alors un nombre de Reynolds basé sur la quantité de mouvement.

$$R_{S_{2tr}} = 430 \quad (4.3.10)$$

Cette méthode a l'avantage de tenir compte du gradient de pression local et permettre une meilleure précision.

Voyons maintenant comment ces formulations seront utilisées dans la programmation et dans quel ordre, afin de tenir compte des différents régimes d'opération.

4.3.4 Procédure et organigramme logique

Nous résoudrons l'écoulement à partir du point de stagnation jusqu'au point de transition en utilisant les équations de Thwaites (Eq. 4.2.13) en régime laminaire. A partir de ce point, l'équation de quantité de mouvement sera résolue avec la formulation de Spence (Eq. 4.3.6) pour un régime turbulent. A chaque noeud les facteurs de forme seront évalués, pour calculer le coefficient de friction local et effectuer les tests de séparation de la couche limite.

Les différentes formulations sont: pour l'épaisseur de la quantité de mouvement " δ_2 " et le facteur de forme "H", formule de Spence (4.3.3 et 4.3.6); pour l'évaluation du coefficient de friction local " C_f ", formule de Ludwig - Tillman (4.3.4) et pour évaluer le point de séparation, la formule de corrélation de Strafford (4.3.7 et 4.3.8). Un organigramme détaillé (voir figure 4.5) illustre le cheminement utilisé.

Bien que le modèle théorique nous permette de résoudre des écoulements en régime laminaire ou turbulent, voyons si du côté pratique une telle approche peut être efficace.

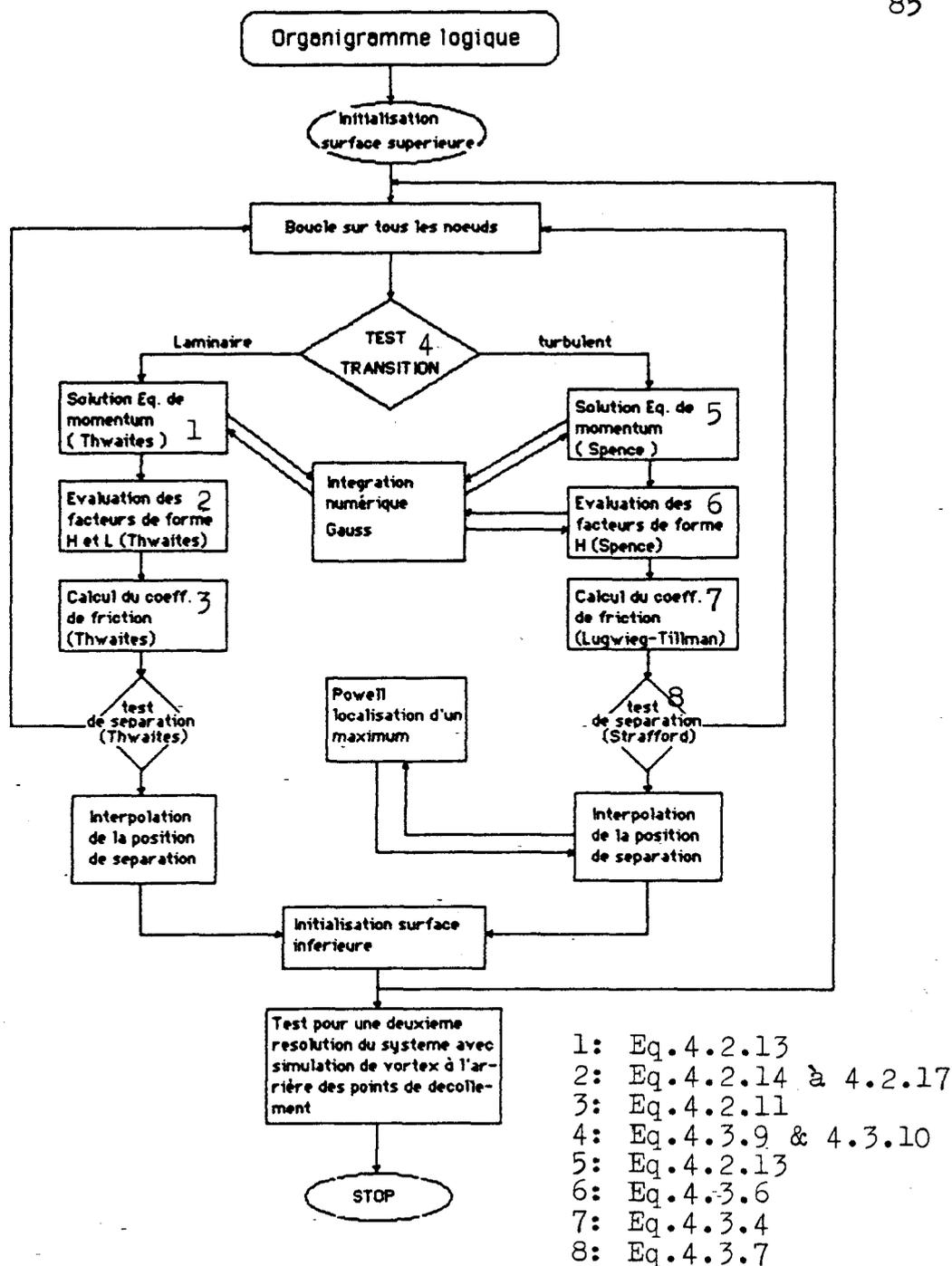


Fig. 4.5 Organigramme détaillé du cheminement mathématique effectué pour la résolution de la couche limite laminaire et turbulente.

CHAPITRE 5

EFFET DE LA SEPARATION DE LA COUCHE LIMITE SUR LA DISTRIBUTION DE PRESSION

Après une première simulation pour un écoulement laminaire, un problème est apparu. Bien que la localisation des points de séparation soit suffisamment exacte, la distribution de pression autour de la forme ne correspondait pas du tout à la réalité. Comme illustré à la figure 5.1, on voit que si on reste constamment sur la courbe théorique de la distribution de pression et que l'on coupe immédiatement au point de décollement, on obtient un très grand écart avec la distribution réelle.

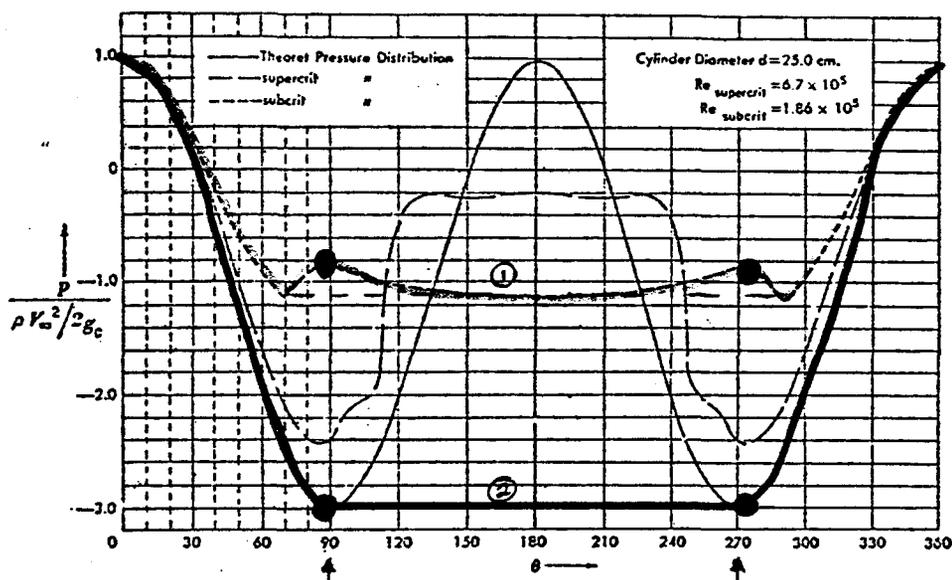


Fig. 5.1: Courbe de distribution de pression autour d'un cylindre, (1) théorique, (2) simulation numérique

La solution à ce problème consiste à inclure dans la simulation, la séparation de la couche limite elle-même. En fait une telle séparation influence directement la répartition de pression en amont. Observons ici une photographie effectuée par Brown (fig. 5.2) de l'université Notre-Dame, illustrant l'écoulement d'air autour d'un cylindre.

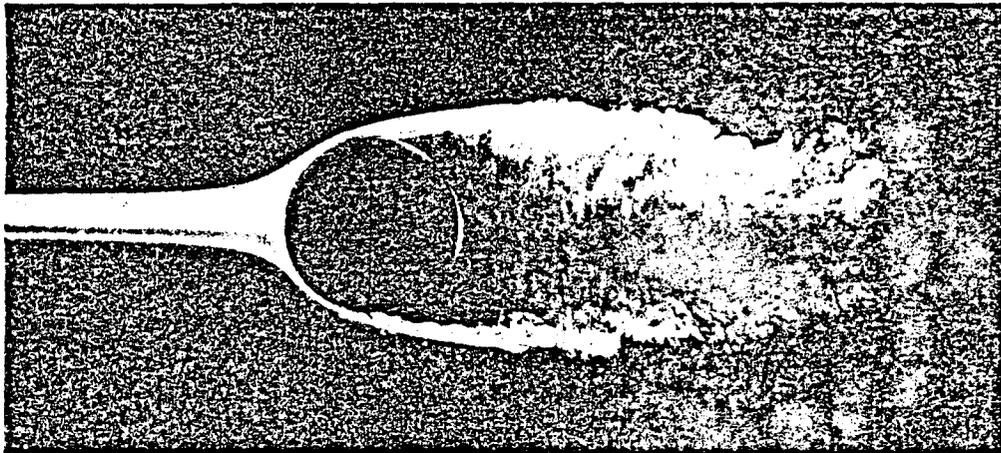


Fig. 5.2: Visualisation du patron d'écoulement
autour d'un cylindre

Il est alors facile de constater qu'effectivement l'écoulement à l'extérieur de la couche limite est perturbé par cette séparation. Par exemple si nous calculons théoriquement la répartition de vitesse autour d'un cylindre sans séparation de la couche limite, nous obtenons que le point de décélération ou le point de départ du gradient de pression adverse sera à 90° ; tandis que si nous effectuons les mêmes calculs en substituant le profilé par un solide de forme divergente pour simuler la séparation de la couche limite, ce point avancera jusqu'à 83° , ce qui correspond à la réalité physique.

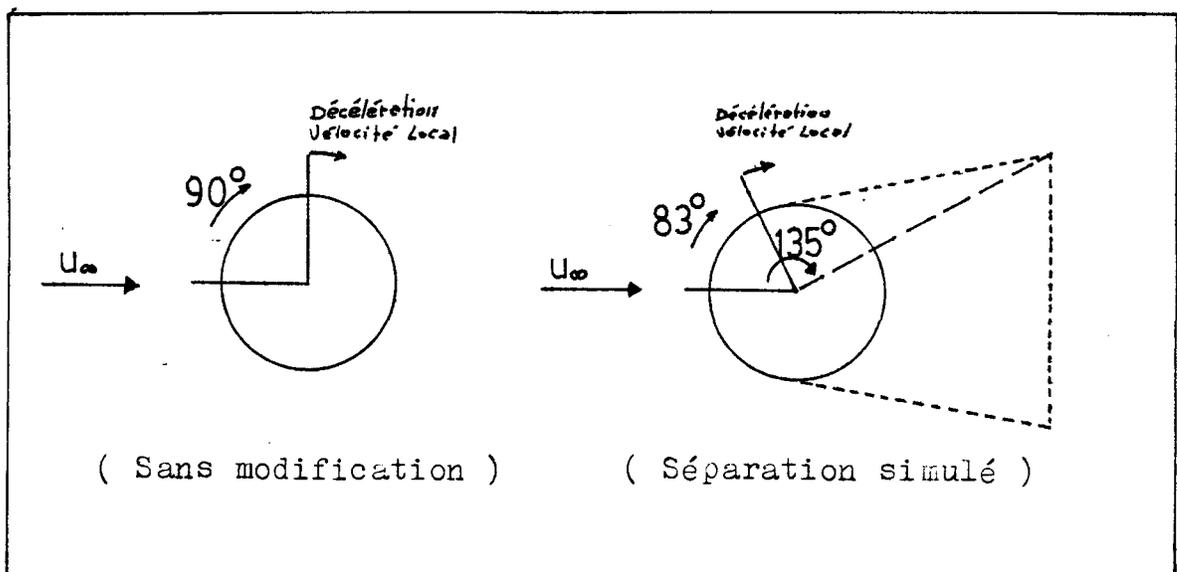


Fig. 5.3: Illustration de l'avancement du gradient adverse lorsqu'il y a décollement de la couche limite

$\Theta = 135^\circ$ point où le solide généré est le plus large, équivalent donc au point de pression minimum.

De plus, le point de vitesse maximum ou de pression minimum passera à un angle (dépendamment de l'angle de divergence du solide généré) d'environ 135° , ce qui aura pour effet une translation de la distribution de pression. Dans l'illustration ci-dessous (fig. 5.4), on peut constater cette translation entre les courbes nos 1 et 2.

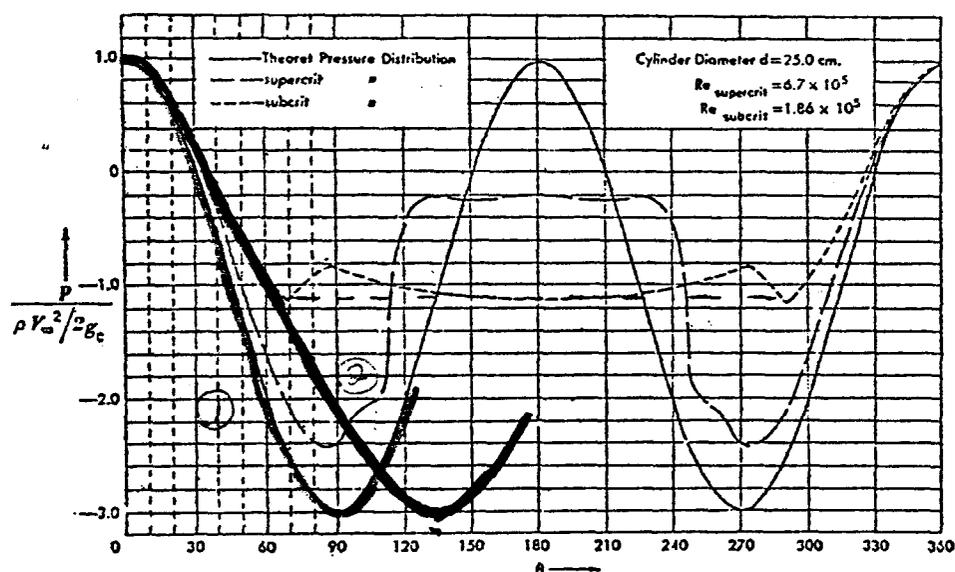


Fig. 5.4: Graphique de la pression en fonction de la position
 1- Sans modification,
 2- Décollement simulé de la couche limite

Nous avons donc par cette modification, obtenu deux rectifications essentielles: premièrement un avancement des points de séparation de 90° à 83° , ce qui est exact pour un écoulement réel autour d'un cylindre, et deuxièmement nous nous sommes approchés de la courbe réelle (de distribution de pression), en effectuant une translation de la courbe théorique. Si nous observons maintenant l'effet combiné de couper à l'arrière des points de séparation avec cette nouvelle courbe théorique, nous obtenons, pour un cylindre composé de 60 noeuds avec une simulation de la séparation avec un angle de divergence de 30% et une longueur de trainée de 1.5 fois le diamètre, la distribution suivante (fig. 5.5):

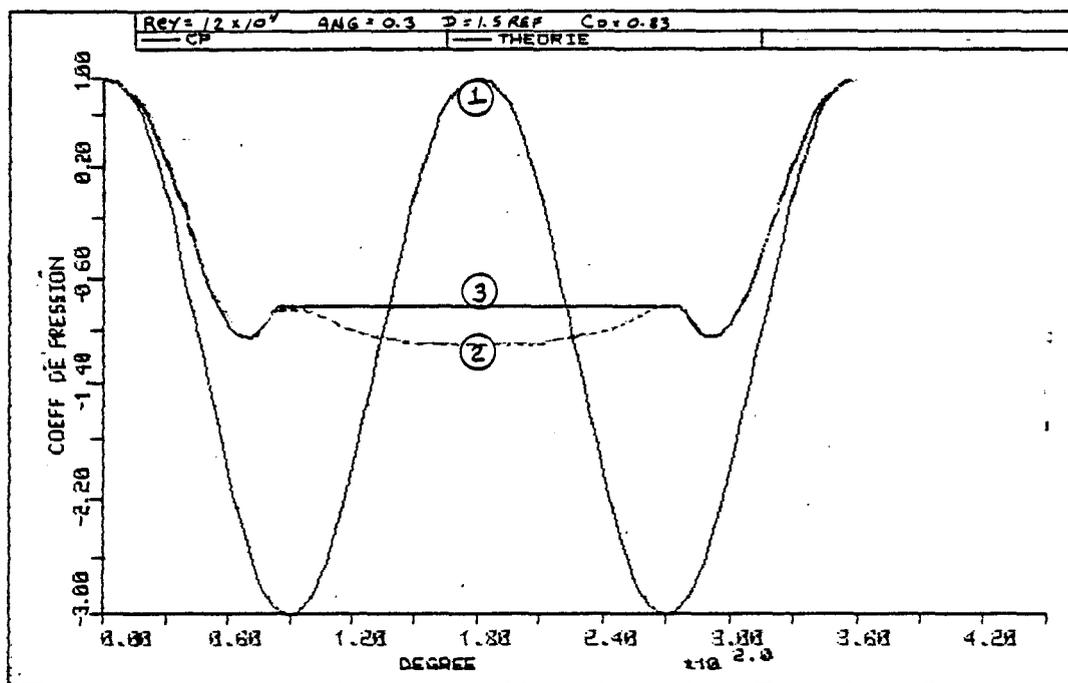
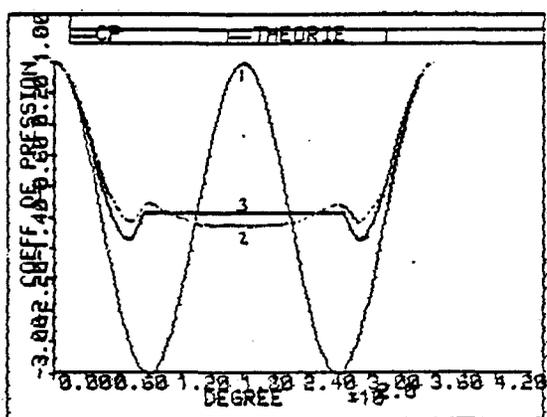
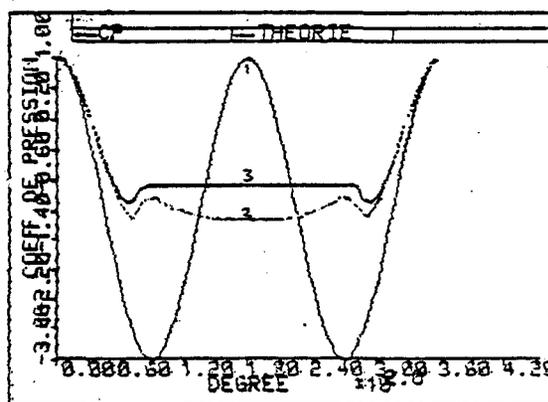


Fig. 5.5: Distribution de pression autour d'un cylindre
 1 théorique ,2 réelle ,3 simulé numériquement .

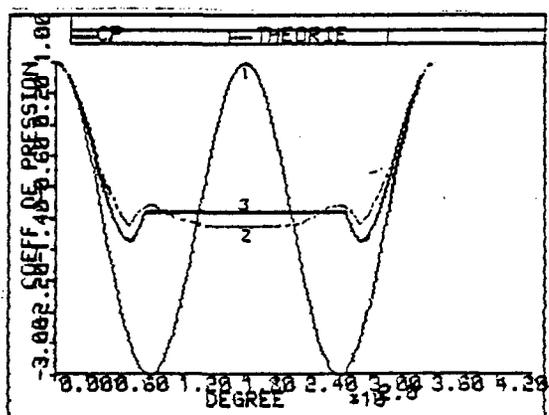
Nous voyons alors qu'il est possible par la simulation d'un écoulement théorique, d'obtenir la bonne distribution de pression en surface et conséquemment les bons coefficients aérodynamiques. Les quelques figures suivantes illustrent la possibilité que nous avons de bien ajuster cette courbe selon l'angle que fait la couche limite en se séparant.



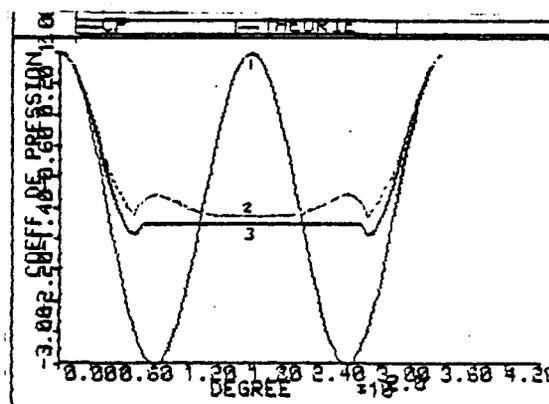
Ang:0.3 F:1ref Rey:1.27E-04



Ang:0.4 F:1.5ref Rey:1.27E-04



Ang:0.3 F:1ref Rey:12.7



Ang:0.29 F:1ref Rey:12.7

Fig. 5.6: Distribution de pression autour d'un cylindre en fonction de l'angle de divergence et de la longueur du solide généré.

1-Théorique 2-Réel (mesuré) 3-Calculé

Ang:angle divergent(%) F:Longueur du solide

5.1 SENSIBILITE DE LA REPONSE POUR DIFFERENTS ANGLES
DE DIVERGENCE DONNES AU SOLIDE GENERE

Quelques tests de sensibilité nous montrent une bonne stabilité pour le calcul des coefficients, lorsqu'on utilise une valeur pour l'angle de divergence autour de 30%, (Voir fig. 5.7). Cette valeur arbitraire sera donc utilisée temporairement jusqu'à ce qu'on puisse introduire par la suite un calcul plus exact de l'angle, par les équations de jets ou encore par les équations intégrales de quantité de mouvement appliquées aux sillages.

60 Pts					
Cylindre (Simulation numérique)					
Rey = $1,27 \times 10^3$					
ANG.	FAC.	POSITION	Cf	Cforme	Ctot
.2	1.5	84.08	0.09	1.7	1.16
.21	1.5	84.05	0.09	1.05	1.14
.22	1.5	84.02	0.08	1.03	1.11
.23	1.5	84.00	0.08	1.01	1.09
.24	1.5	83.29	0.08	1.00	1.08
.25	1.5	82.56	0.08	1.00	1.082
.26	1.5	81.90	0.08	1.00	1.084
.27	1.5	81.27	0.08	1.00	1.0781
.28	1.5	80.65	0.08	1.00	1.767
.29	1.5	79.99	0.08	1.00	1.0777
.30	1.5	79.21	0.08	1.00	1.0842
.32					
.34					
ANG.	FAC.	POSITION	Cf	Cforme	Ctot
.2	2	84.06	0.08	1.01	1.09
.21	2	84.03	0.08	0.99	1.07
.22	2	84.01	0.08	0.96	1.04
.23	2	83.37	0.08	0.96	1.04
.24	2	82.64	0.08	0.96	1.03
.25	2	81.97	0.08	0.95	1.03
.26	2	81.33	0.08	0.95	1.03
.27	2	80.70	0.08	0.95	1.02
.28	2	80.04	0.07	0.95	1.02
.29	2	79.26	0.07	0.96	1.03
.30	2	78.19	0.07	0.97	1.04

Tableau 5.1: Coefficient de traînée en fonction de l'angle de décollement simulé et la longueur de la modification géométrique

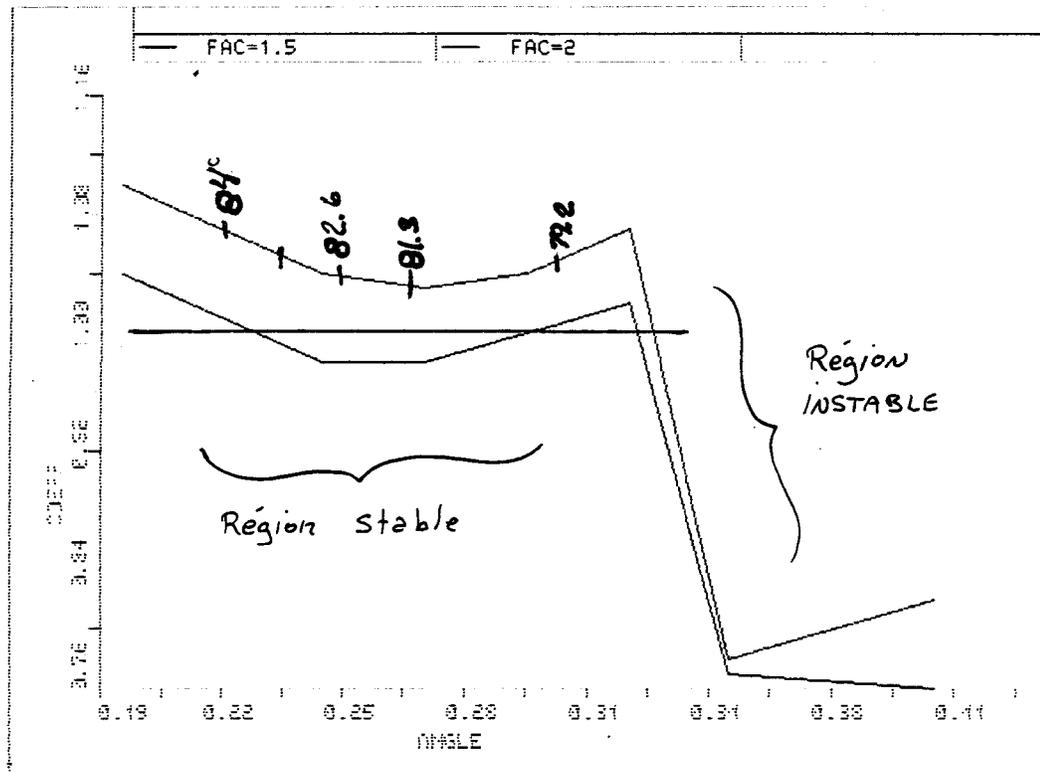


Fig. 5.7: Graphique du coefficient de traînée en fonction de l'angle de divergence du solide généré exprimé en %.

5.2 INFLUENCE DE LA POSITION DES POINTS DE SEPARATION SUR LES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES

Nous avons supposé lors de l'élaboration de la méthode de résolution, que la position des points de séparation influençait directement la répartition de pression sur le cylindre. Voyons si cette hypothèse est vérifiée par quelques résultats de simulation pour une ellipse en rotation. Initialement, nous effectuerons les tests de séparation de la couche limite, à chaque noeud en partant du point de stagnation. Ici, soixante (60) noeuds géométriques délimitent la surface de l'ellipse, et on effectue quarante (40) rotations pour le calcul des coefficients aérodynamiques (voir la figure 5.8). On constate alors une très grande oscillation pour la courbe des coefficients de traînée même si l'erreur de position est limité à $360^{\circ}/60 = 6^{\circ}$ pour 60 noeuds géométriques; car les tests de séparation sont faits seulement aux noeuds sans interpolation pour trouver la position exacte.

Utilisons maintenant une interpolation linéaire pour déterminer plus précisément la position des points de séparation: soit une ellipse délimitée par cinquante (50) noeuds géométriques. Nous effectuons ici également quarante (40) rotations de la figure (voir figure 5.9).

Nous observons une atténuation très nette de l'oscillation. De même, pour une simulation avec cent vingt (120) noeuds géométriques (figure 5.10), une courbe lisse nous confirme que la localisation exacte des points de séparation influence directement les coefficients aérodynamiques.

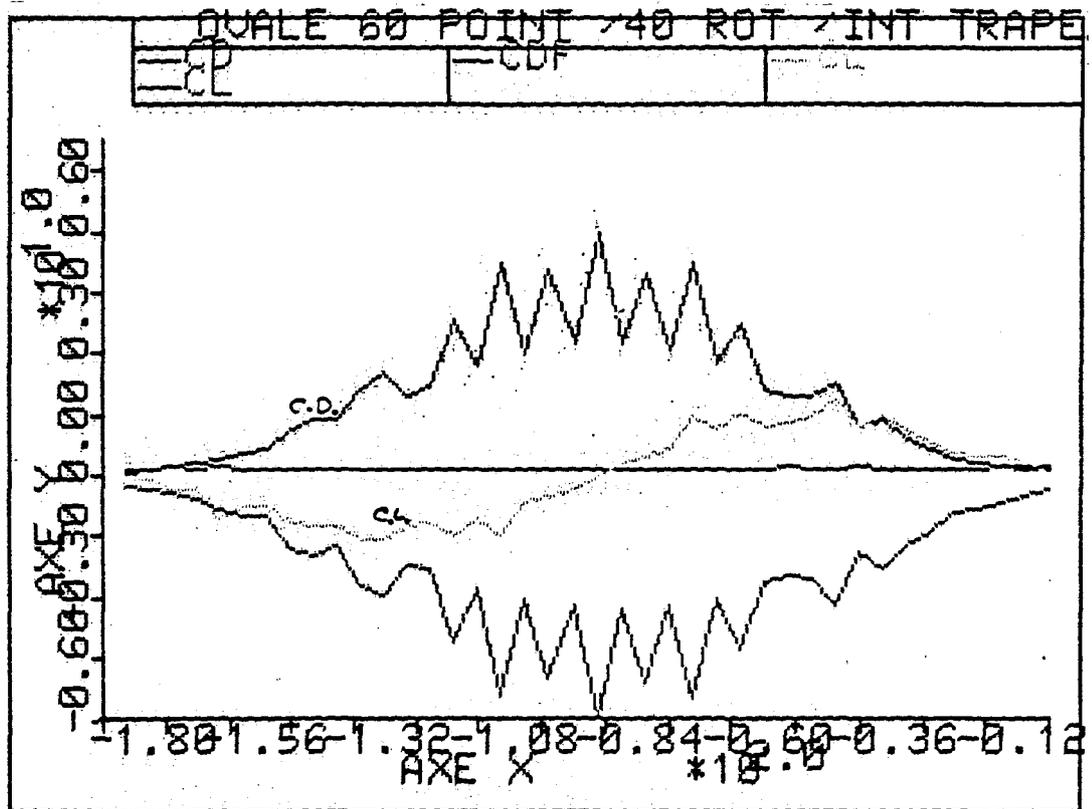


Fig. 5.8: Coefficients aérodynamiques pour une ellipse en rotation (sans interpolation de la position des points de séparation, 60 noeuds géométriques).

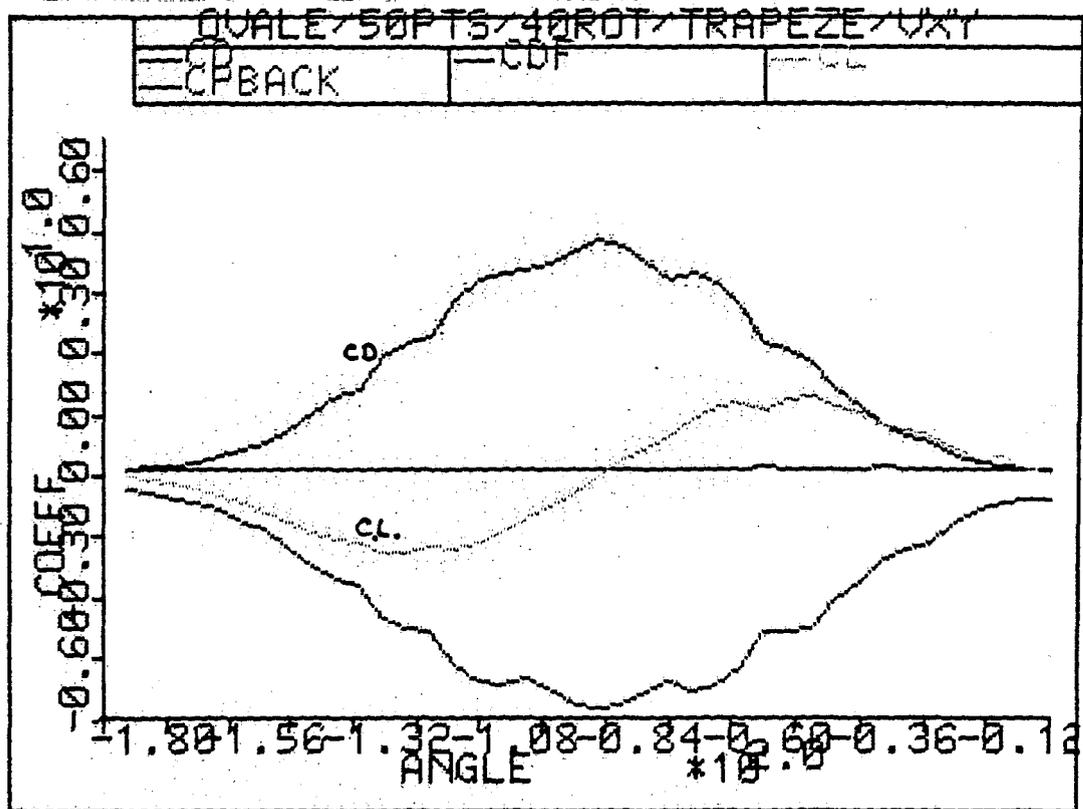


Fig. 5.9: Coefficients aérodynamiques pour une ellipse en rotation (avec interpolation de la position des points de séparation, 50 noeuds géométriques).

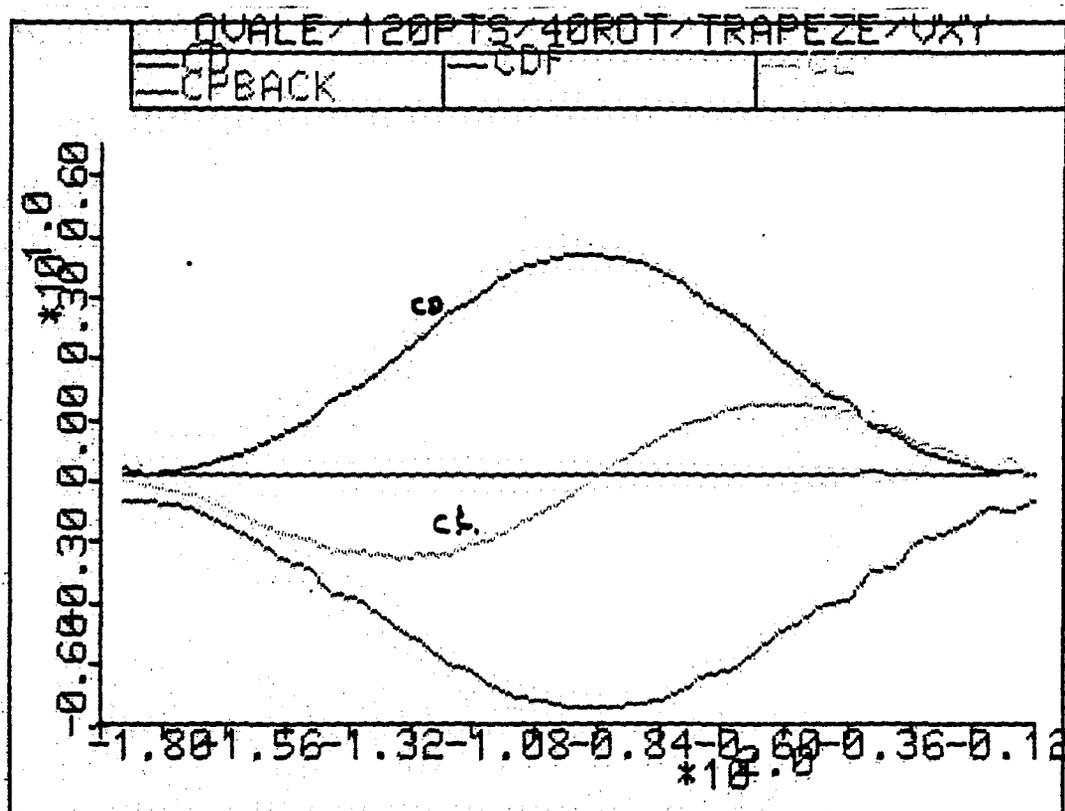


Fig. 5.10: Coefficients aérodynamiques pour une ellipse en rotation (avec interpolation de la position des points de séparation 120 noeuds géométriques).

CHAPITRE 6PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

Ayant évalué la distribution de la vitesse autour d'un objet quelconque et ayant solutionné l'écoulement à l'intérieur de la couche limite pour connaître le frottement en surface et la localisation des points de séparation, on peut alors évaluer la distribution de pression autour de cet objet et obtenir les coefficients aérodynamiques qui lui sont propres. Les coefficients en eux-mêmes sont obtenus par l'intégration à chaque noeud de la composante de la pression locale et additionnée à la contribution des coefficients de friction (évalués lors du calcul des équations de quantité de mouvement). Nous présenterons ci-après les résultats obtenus avec cette approche.

6.1 REGIME LAMINAIRE

6.1.1 Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds

Tel qu'expliqué dans les chapitres précédents, pour obtenir un avancement des points de séparation en régime laminaire, nous devons générer une forme géométrique équivalente qui inclura une approximation du tourbillon créé par la séparation de l'écoulement. Nous pouvons dans ce cas manipuler deux facteurs, soit l'angle de divergence et la longueur de cette représentation géométrique. Le tableau 6.1 nous présente les coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds, obtenus pour deux séries de simulation effectuées avec des angles de divergence, respectivement de 30% et 24% d'inclinaison. Ces angles furent choisis, tels qu'expliqués au chapitre 5, de façon à obtenir une distribution de pression qui s'accorde avec la réalité (voir la figure 6.1) et de façon à ce que la position des points de séparation reste conforme aux données expérimentales.

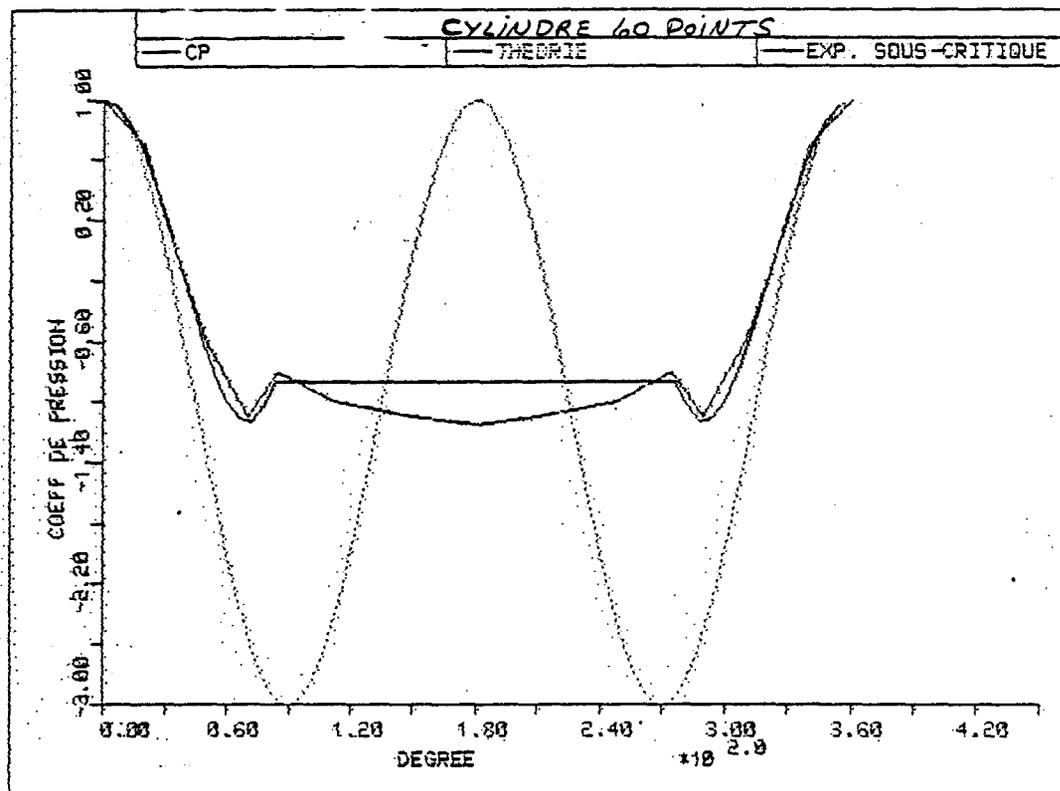


Fig. 6.1: Distribution de pression autour d'un cylindre pour un angle de divergence de 24% et un facteur de 2.

Régime laminaire (Cylindre)											
No	REYNOLDS	Re	S.C.	POS.I	ang.	fac.	ref.	POS. F	Cf	Cp	Cd Tot
1	1.27	430	NON	111.6	--	--	--	111.6	5.32	2.13	7.46
2	1.27	430	NON	111.6	0.0	2.0	Vo	95.9	3.72	1.51	5.22
3	1.27E-03	430	OUI		0.3	1.5	Vo	79.2	75.04	1.01	76.05
4	1.27E-02	430	OUI		0.3	1.5	Vo	79.2	23.73	1.01	24.74
5	1.27E-01	430	OUI		0.3	1.5	Vo	79.2	7.50	1.01	8.51
6	1.27E+01	430	OUI		0.3	1.5	Vo	79.2	0.75	1.01	1.76
7	1.27E+03	430	OUI		0.3	1.5	Vo	79.2	0.08	1.01	1.08
8	1.27E+05	430	OUI		0.3	1.5	Vo	84.1	0.01	0.99	1.00
9	1.27E+05	430	NON		0.3	1.5	Vo	83.6	0.01	1.17	1.18
10	2.55E+05	430	NON		0.3	1.5	Vo	83.6	0.01	1.17	1.17
11	1.27E-03	430	OUI		.24	2.0	Vo	82.6	76.95	0.96	77.91
12	1.27E-02	430	OUI		.24	2.0	Vo	82.6	24.33	0.96	25.29
13	1.27E-01	430	OUI		.24	2.0	Vo	82.6	7.70	0.96	8.65
14	1.27E+01	430	OUI		.24	2.0	Vo	82.6	0.77	0.96	1.73
15	1.27E+03	430	OUI		.24	2.0	Vo	82.6	0.08	0.96	1.03
16	1.27E+05	430	OUI		.24	2.0	Vo	82.6	0.01	0.96	0.95
17	1.27E+05	430	NON		.24	2.0	Vo	88.4	0.01	1.09	1.10
18	2.55E+05	430	NON		.24	2.0	Vo	88.4	0.00	1.09	1.09
19	5.11E+05	430	NON		.24	2.0	Vo	90.7	0.00	1.04	1.04

Tableau 6.1: Résultats de simulation pour un cylindre

Reynolds: Nombre de Reynolds

Re : Nombre de Reynolds de transition basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement

S.C. : Génération du solide avant résolution numérique initiale

POS.I : Position initiale des points de séparation avant génération du solide

ang.fac.

ref. : Angle de séparation, longueur du solide et point de référence pour le calcul de l'angle

Cf,Cp

Cd Tot : Coefficients aérodynamiques

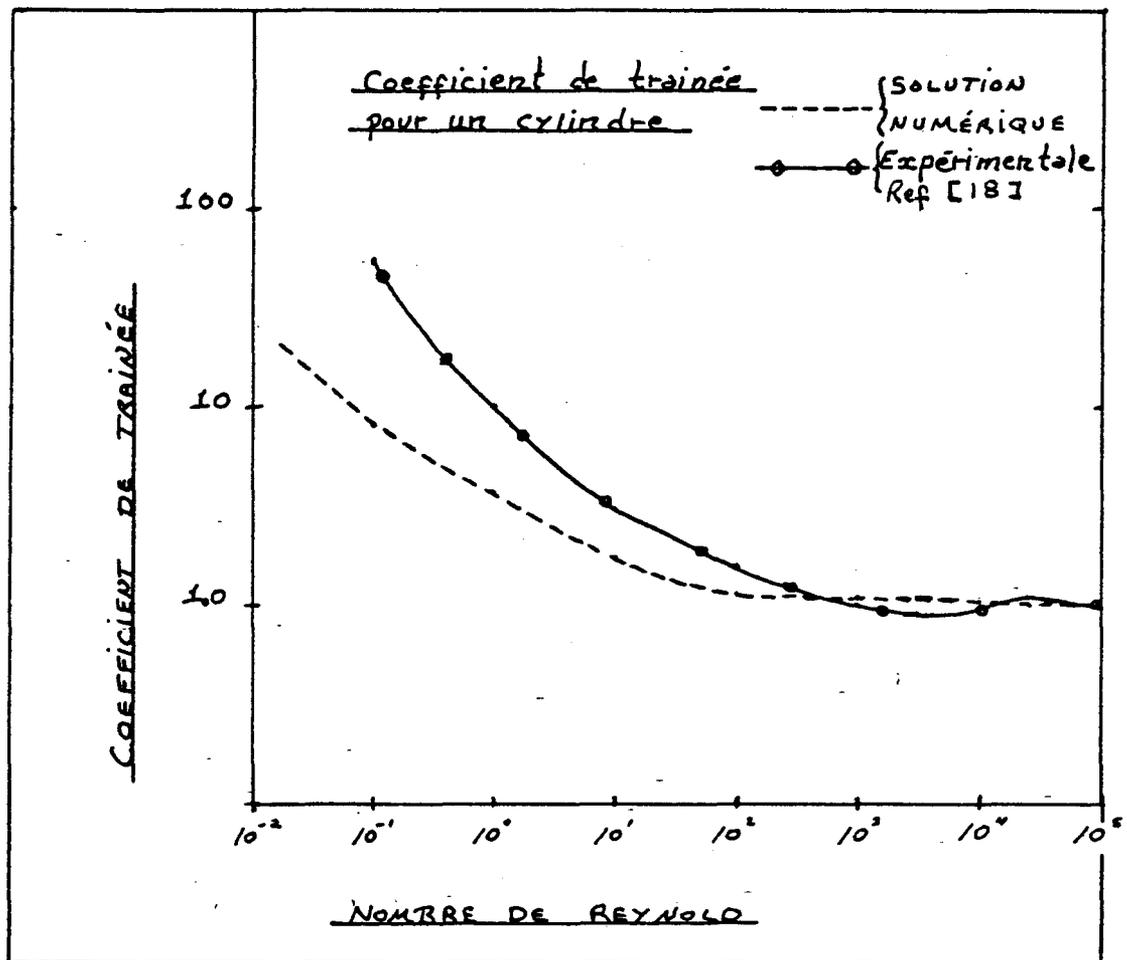


Fig. 6.2: Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un cylindre

Nous constatons à la figure 6.2, que pour de faibles nombres de Reynolds les coefficients de traînée provenant de la simulation sont sous évalués par rapport aux résultats obtenus en soufflerie.

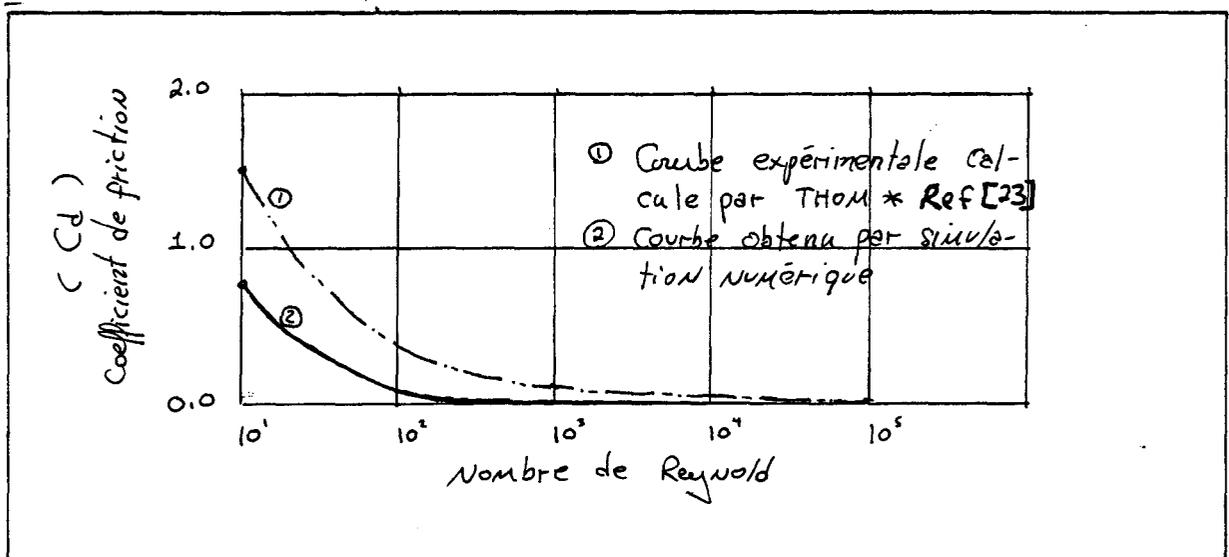


Fig. 6.3: Coefficients de friction en fonction du nombre de Reynolds pour un cylindre

Bien que les valeurs de comparaison ne couvrent pas tous les nombres de Reynolds, nous observons cependant que l'erreur sur l'évaluation du coefficient global de traînée (voir figure 6.3) vient pour une part importante, du moins pour les nombres de Reynolds entre 10^1 et 10^3 , de la sous évaluation du coefficient de friction. Aucune correction ne sera apportée à la formulation de Thwaites à ce niveau-ci, puisque les phénomènes de vibration dites du Galop se développent pour des nombres de Reynolds assez élevés, soit entre 10^3 et 10^5 . La référence étant faite à Robert Blevins [13] qui a développé les équations ou critères d'instabilité pour les nombres de Reynolds entre 2×10^3 et 10^5 , et aussi à Jamaledine [21] qui confirme qu'expérimentalement les vibrations éoliennes de ce type, proviennent des vents de vitesse moyenne.

Par exemple, si nous utilisons un conducteur "Bersimis" de diamètre standard 0.0345 m, nous aurons alors une marge de manoeuvre permettant de simuler des vitesses supérieures à 0.51 m/sec (1.8 km/hre) et inférieures à 51 m/sec (185 km/hre) et cela de façon à garder le nombre de Reynolds entre 10^3 et 10^5 , c'est-à-dire en régime laminaire.

Nous pouvons conclure que cette gamme de vitesses est amplement suffisante pour la force des vents qui est enregistrée dans nos régions, toutefois l'une des prochaines étapes analysera la possibilité d'étendre, en pratique, la marge d'opération au régime turbulent, non parce que les vitesses en elles-mêmes dépassent les limites prescrites ci-dessus, mais parce que la glace en général offre une surface rugueuse propice à la turbulence. Mais analysons tout d'abord la validité du modèle numérique pour des formes plus complexes, en régime laminaire.

6.1.2 Comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux

L'argumentation présentée dans l'introduction en vue de soutenir l'utilisation d'un modèle numérique s'appuyait sur le fait que le comportement aérodynamique de conducteurs givrés ne peut pas être représenté efficacement par une simple formule mathématique. Simplement parce que trop de facteurs et paramètres agissent simultanément pour influencer l'écoulement autour du conducteur, ainsi il est essentiel de modéliser la forme que prendra l'écoulement autour de l'obstacle pour faire ressortir les facteurs primordiaux suivants:

La hauteur du point d'arrêt qui détermine la répartition des vitesses en surface de part et d'autre, la position des points de séparation de l'écoulement et la vitesse à ces points qui détermineront dans quelle mesure il y aura récupération de pression à l'arrière de l'obstacle.

Pour bien saisir l'importance de ces facteurs et la sensibilité de la réponse aérodynamique face à ces variables, voyons les résultats de simulation (fig. 6.4) obtenus pour trois géométries différentes.

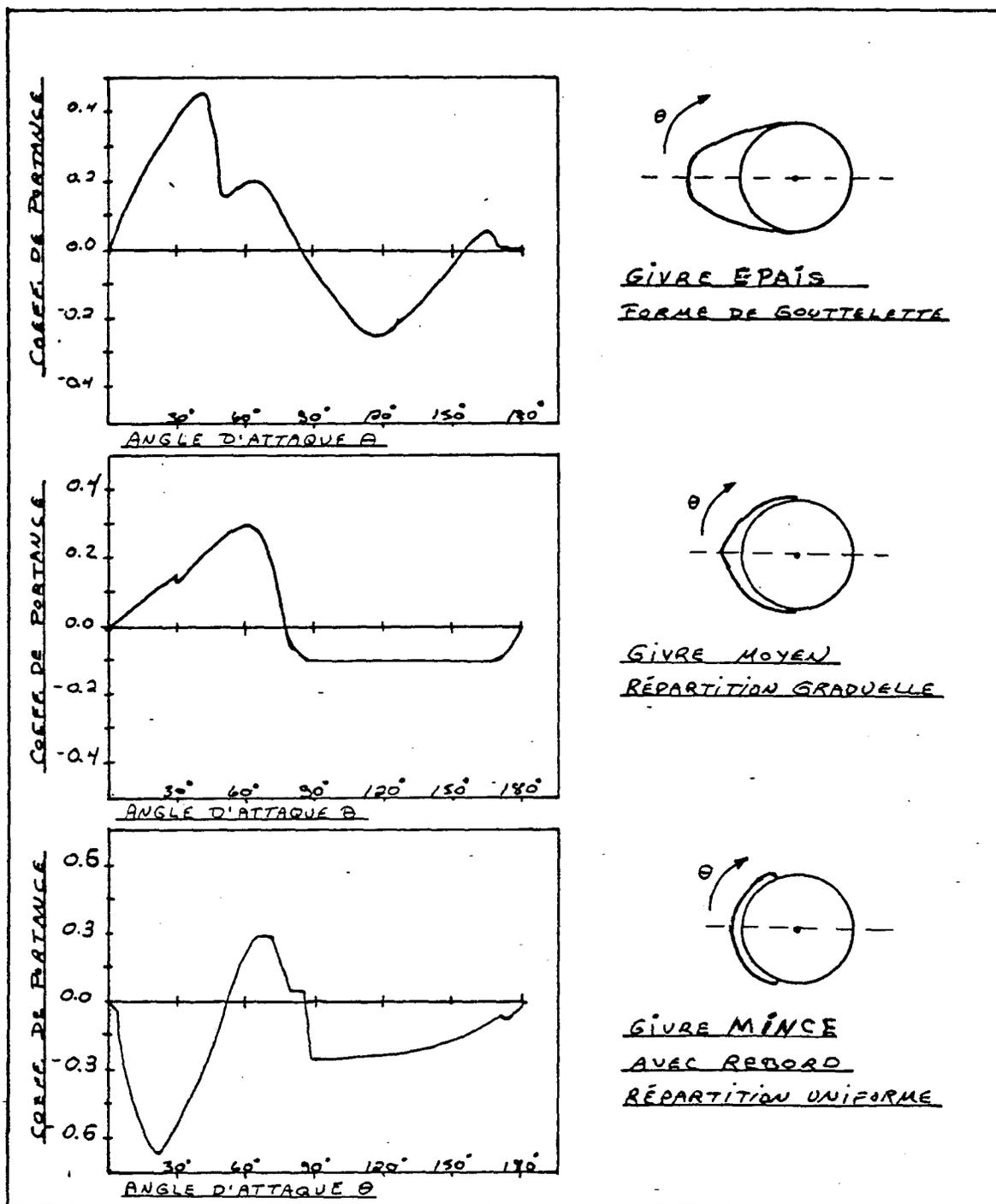


Fig. 6.4: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour différentes formes de givre accumulé sur un conducteur électrique

En analysant les différentes courbes de la figure 6.4 nous pouvons constater une grande variation des valeurs que prennent les coefficients de portance selon la forme et l'épaisseur de givre accumulé. Analysons ces courbes plus en profondeur et comparons-les aux courbes obtenues en soufflerie par Richardson [17].

6.1.2.1 Géométrie en forme de gouttelette d'eau

La première configuration étudiée est décrite à la figure 6.5, il s'agit d'une géométrie en forme de gouttelette d'eau. Pour plus d'informations sur le procédé utilisé afin de générer les coordonnées des éléments constituant ces différentes géométries, la liste du programme de génération a été incluse à l'annexe 2.

Pour cette première configuration, comparons les courbes des coefficients de portance, de moment et de traînée, obtenus par solution numérique aux courbes expérimentales (voir fig. 6.6, 6.7 et 6.8). Les courbes sont presque similaires pour ce qui est des maximums, minimums et points d'inflexion.

Les échelles sont différentes et l'amplitude des coefficients eux-mêmes ne peut être comparée puisque nous n'utilisons ici qu'une géométrie approximative par manque de données sur les dimensions de la forme utilisée par Richardson [17]. Toutefois le point d'intérêt ici est la forme que prend la courbe pour une géométrie donnée. Voyons alors brièvement quels phénomènes interviennent dans le façonnement de cette courbe.

DIA INIT : 2.5 NB. DE POINT : 80
 EP. GLACE : 1.3 ANG DE DISPERSION +- : 80
 CRITERE DE FORME = 2
 OP. COUPE / RC = 2.25

1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250
1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250
1.250	1.250	1.250	1.252	1.263	1.282	1.309	1.344	1.387	1.439
1.499	1.567	1.643	1.728	1.821	1.922	2.031	2.148	2.250	2.250
2.250	2.250	2.250	2.148	2.031	1.922	1.821	1.728	1.643	1.567
1.499	1.439	1.387	1.344	1.309	1.282	1.263	1.252	1.250	1.250
1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250
1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250

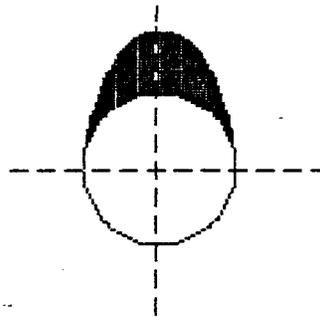


Fig. 6.5: Conducteur givré en forme de gouttelette d'eau

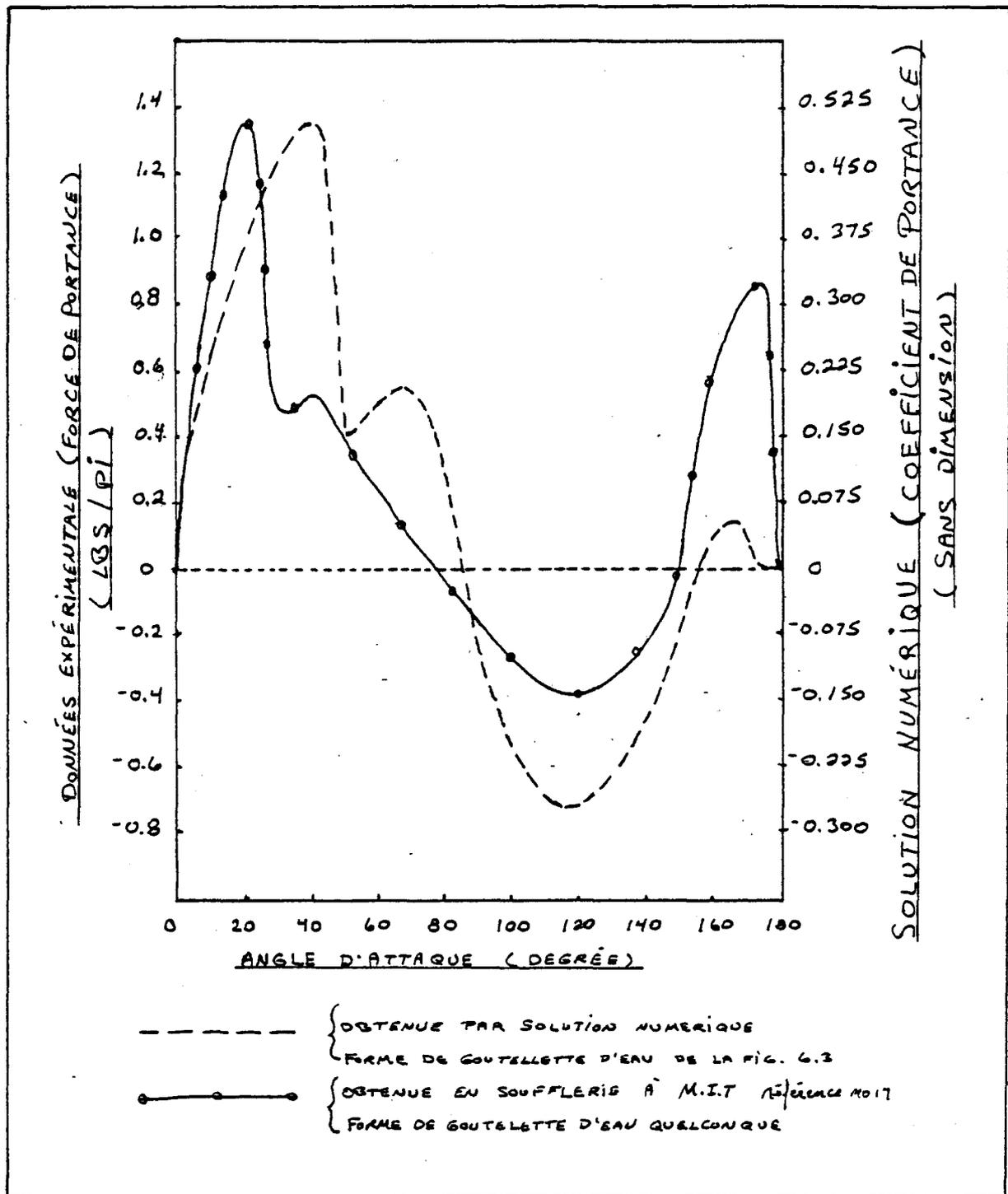


Fig. 6.6: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profilé en forme de gouttelette d'eau

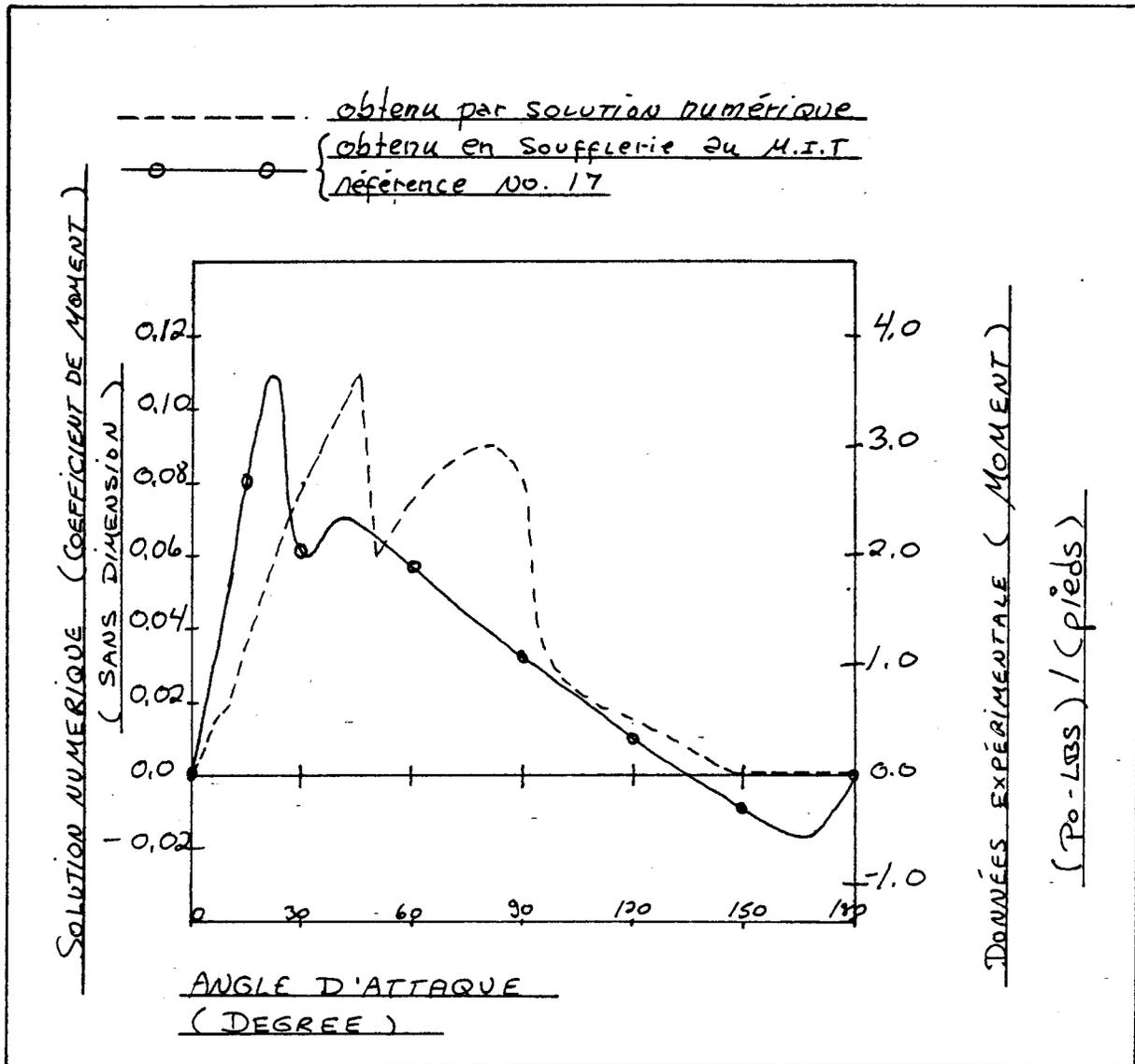


Fig. 6.7: Coefficient de moment en fonction de l'angle d'attaque pour un profilé en forme de gouttelette d'eau

6.1.2.2 Analyse des courbes obtenues

Aux figures 6.6 à 6.8, nous pouvons voir une pointe assez prononcée sur chacune des différentes courbes lorsque l'angle d'attaque prend une valeur autour de 50°C . Ce phénomène s'explique très bien au moyen de la simulation numérique puisque l'on connaît les caractéristiques de l'écoulement en tout point. Ainsi en se référant à la figure 6.9, incluant les illustrations nos 2, 3 et 4, nous pouvons voir qu'il y eut un saut dans la localisation du point de séparation supérieur, du sommet numéro un (1) au sommet numéro deux (2). Ainsi cette irrégularité dans la courbe est une conséquence de ce que la glace est aplatie à sa pointe créant deux maximums géométriques favorisant un saut de position de l'un à l'autre, ce qui engendre des variations brusques dans le comportement aérodynamique du conducteur.

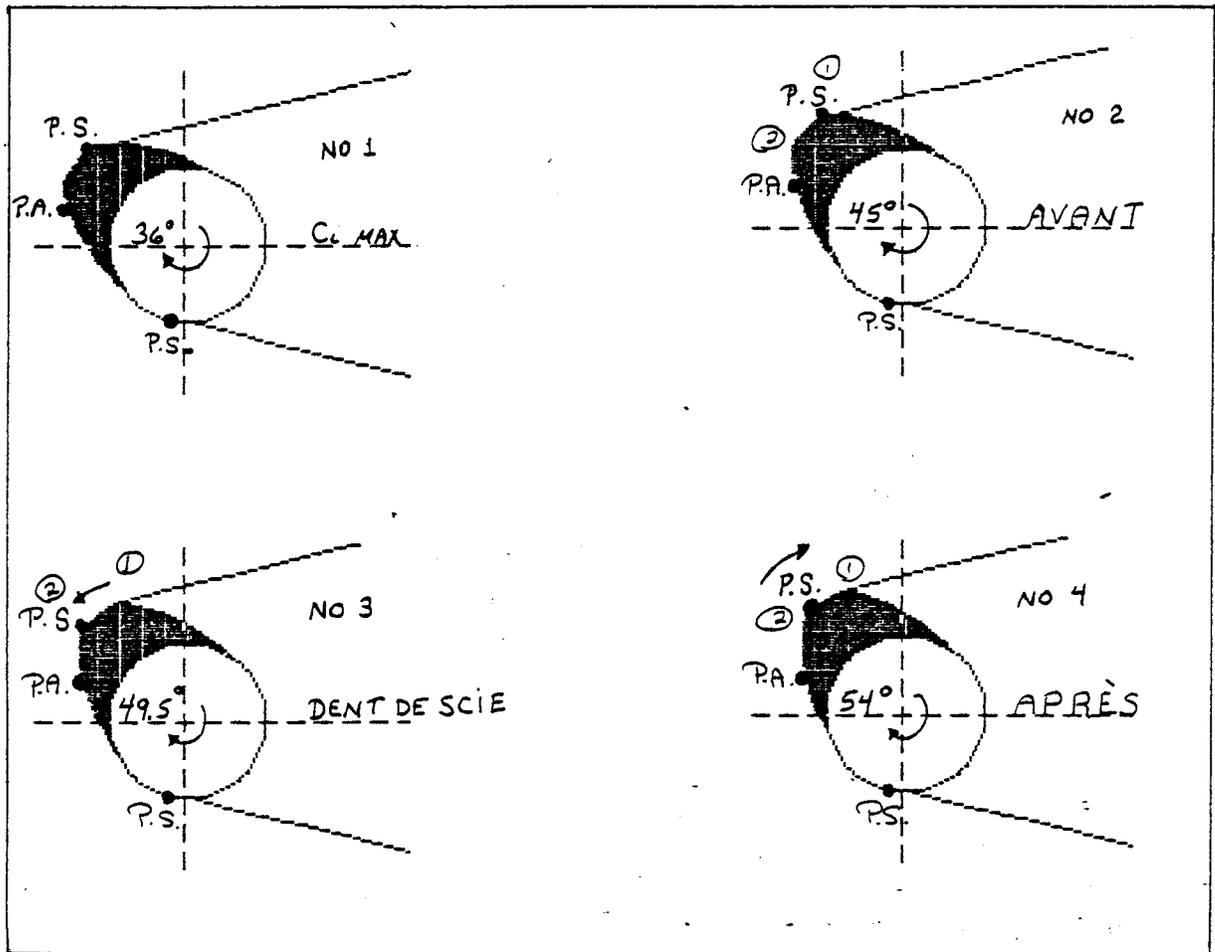


Fig. 6.9: Illustration du décollement de la couche limite pour différents angles de rotation d'une géométrie en forme de gouttelette d'eau.

Analysons maintenant pourquoi nous avons un retour à un coefficient de portance positif après une rotation de 160° . A la figure 6.10, nous constatons que ceci est la conséquence d'un retour de point de séparation passant de l'arrière du profilé vers l'avant; et cela parce que la quantité d'énergie transportée par le fluide est insuffisante et ne peut alors soutenir le gradient de pression adverse toujours grandissant au fur et à mesure que la rotation se poursuit.

Ici nous observons aussi un écart entre la position du point de séparation calculé numériquement et la position où nous avons débuté la modification géométrique, pour simuler matériellement ce décollement de la couche limite. Toutefois à la figure 6.10, nous voyons le conducteur dans une position telle que l'on peut considérer qu'il y a recollement de la couche limite due à la forme abrupte du conducteur après la séparation. En continuant la rotation nous en arrivons nécessairement au point où l'écart ne peut être compensé par un recollement théorique de la couche limite (voir la figure 6.11, illustrations 8, 9 et 10). Il est donc nécessaire de procéder à de nouvelles itérations jusqu'à ce que l'on obtienne concordance entre ces deux points.

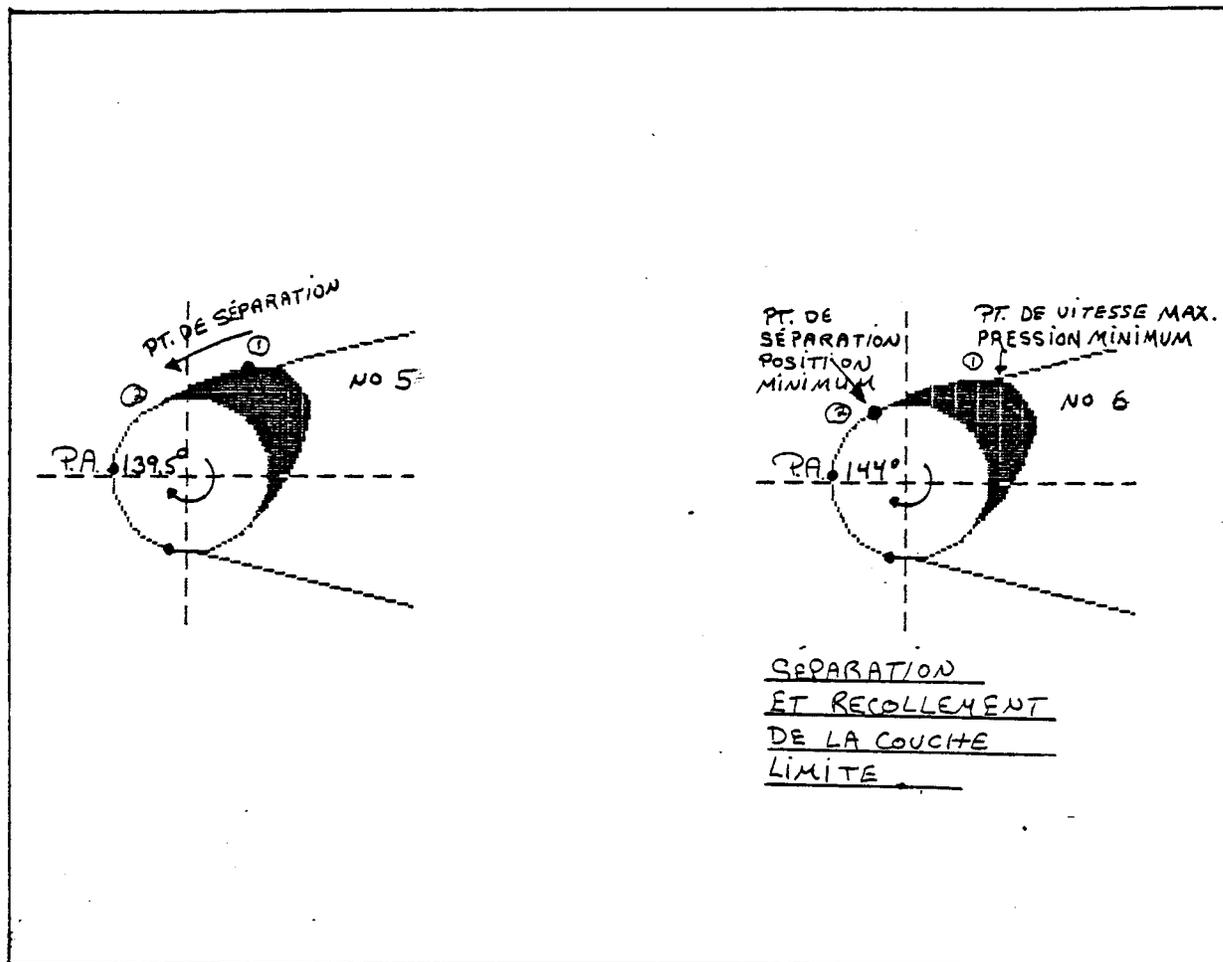


Fig. 6.10: Illustration du décollement de la couche limite pour différents angles de rotation d'une géométrie en forme de gouttelette d'eau.

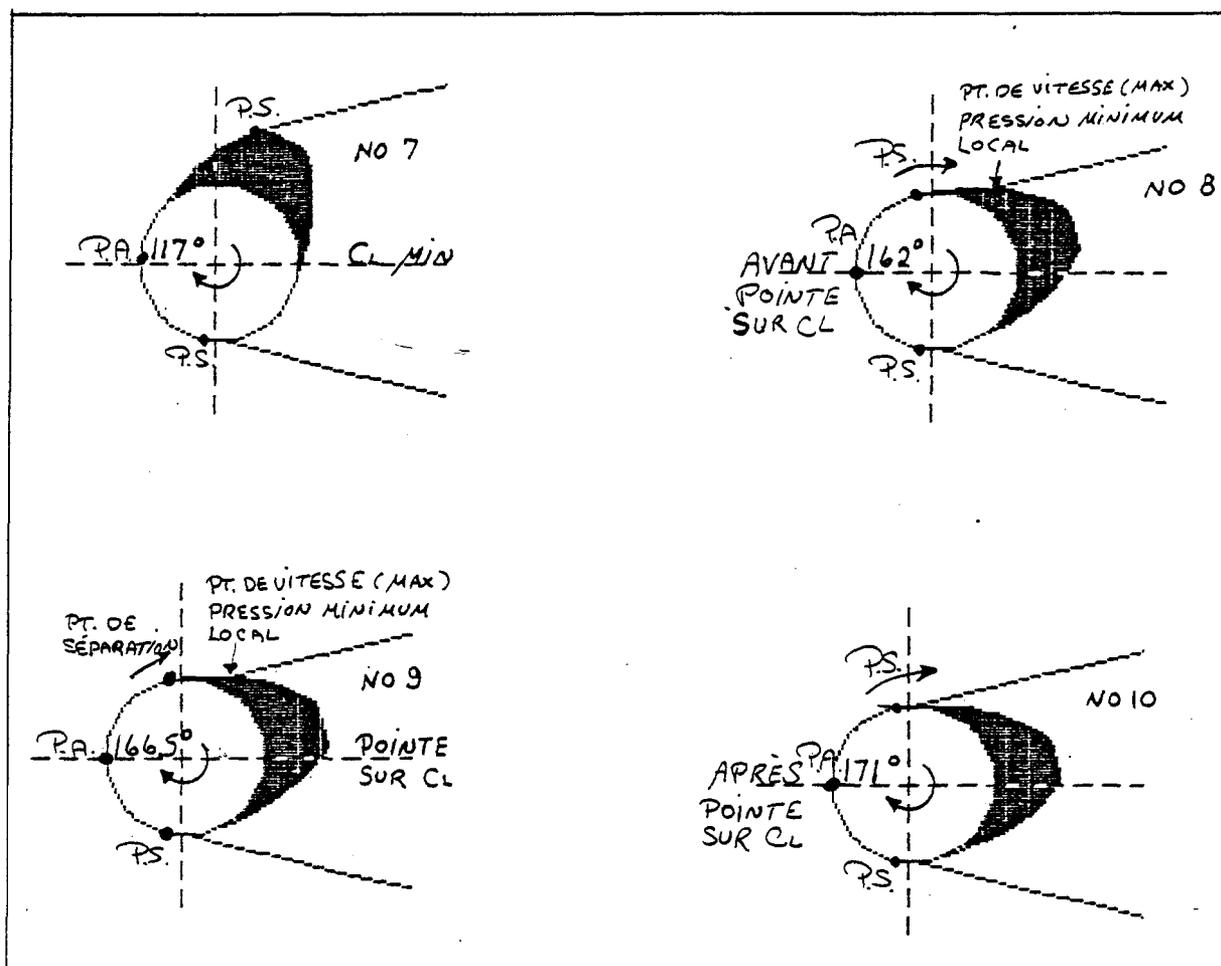


Fig. 6.11: Illustration du décollement de la couche limite pour différents angles de rotation d'une géométrie en forme de gouttelette d'eau.

Cette étape de convergence par itérations successives sera laissée pour des travaux d'amélioration ultérieurs et devra être associée à un calcul plus précis de l'angle réel de séparation que fait l'écoulement, tel que discuté précédemment.

Toutefois, cette erreur de position n'affecte la courbe que sur 11% de sa longueur et cela seulement pour des géométries particulièrement allongées. D'ailleurs, nous pouvons observer une très bonne concordance entre les courbes provenant de la simulation numérique et les courbes expérimentales et cela même pour des géométries assez spéciales telles que la forme de goutte d'eau (fig. 6.6, 6.7 et 6.8).

6.1.2.3 Géométrie simulant un conducteur avec du givre mince

Pour mieux comprendre la complexité du comportement aérodynamique des lignes de transmission, étudions l'autre courbe expérimentale présentée par A.S. Richardson Junior. On considère ici une forme cylindrique avec givre mince.

Cette courbe (à la figure 6.12) représente la force de portance en fonction de l'angle d'attaque telle que mesurée en soufflerie, en comparaison avec les coefficients de portance prédits par la simulation numérique. Concentrons notre attention sur une particularité intéressante: l'inversion de la courbe au tout début de la rotation par rapport à la réponse obtenue pour l'ensemble des autres formes de glace étudiées.

Ce phénomène est lié à la forme abrupte de la glace sur les rebords. Ainsi, telle qu'illustrée à la figure 6.13, une séparation prématurée surviendra à la position 1, c'est-à-dire le rebord de la glace au lieu de la position 2, qui représente le maximum géométrique, là où la séparation se localise généralement. Cette différence sera suffisante pour créer une force de portance négative dès le début de la rotation et donner cette variation si prononcée dans la courbe des coefficients aérodynamiques. Ces deux cas spécifiques présentés nous permettent de constater que le modèle proposé ici est certainement valable pour évaluer la réponse aérodynamique des différentes formes et géométries pouvant faire l'objet d'une étude.

Bien que plusieurs améliorations sont encore souhaitables pour une meilleure simulation, nous pouvons être satisfaits d'avoir jeté les bases pour une approche souple, rapide et efficace.

Dans ce qui suit, nous allons voir s'il est possible d'obtenir aussi de bons résultats en régime turbulent.

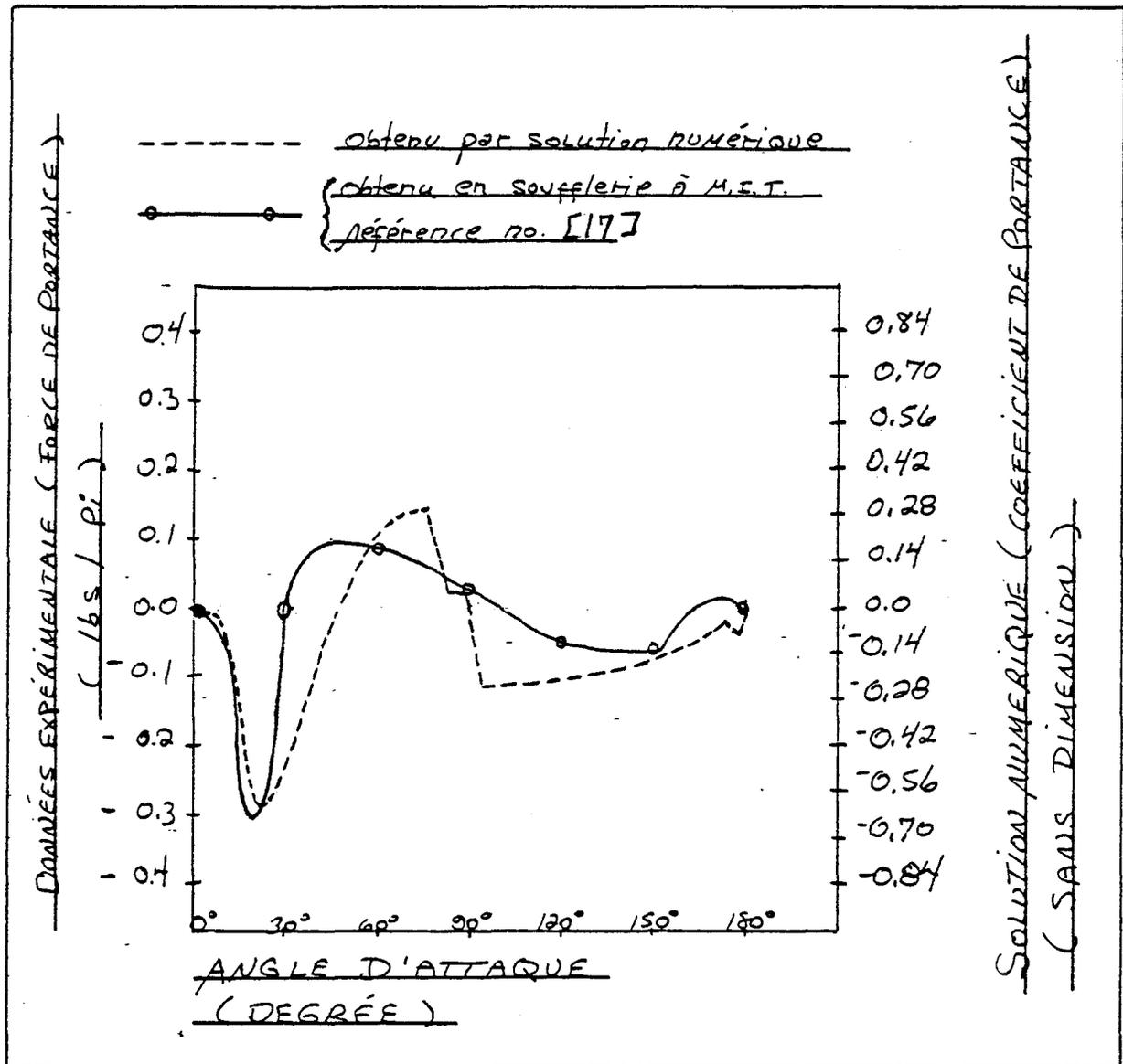


Fig. 6.12: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un conducteur avec givre mince

Θ = Angle d'attaque

U_{∞} = Vitesse de l'écoulement libre

C_p = Coefficient de portance

① et ② = Position du point de séparation calculé

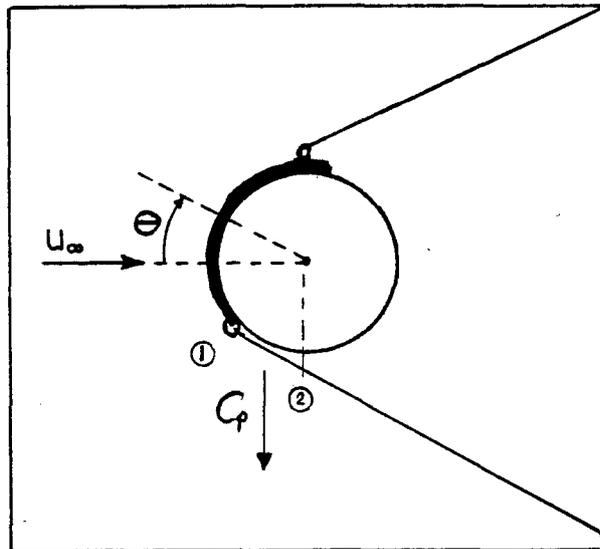


Fig. 6.13: Forme de glace mince avec rebord abrupt

6.2 REGIME TURBULENT

6.2.1 Analyse de la distribution de pression autour d'un cylindre en régime turbulent

Si nous utilisons l'écoulement potentiel autour du cylindre, sans modifier la forme ou la géométrie de celui-ci, on se rend compte que les points de séparation de la couche limite dépassent effectivement les points où la géométrie est à sa largeur maximum confirmant alors que l'écoulement turbulent a assez d'énergie pour soutenir un gradient de pression adverse mais contrairement à la réalité, cela n'a pas pour effet de faire chuter le coefficient de traînée. Nous pouvons constater selon les courbes de distribution de pression (voir figure 6.14) que les vitesses calculées aux points de séparation sont trop élevées par rapport à la réalité.

Cette situation s'explique du fait que nous n'avons pas utilisé dans la solution de l'écoulement à l'extérieur de la couche limite, de modèle de turbulence pouvant tenir compte de l'énergie dissipée par les effets de viscosité et par la génération de tourbillon associés.

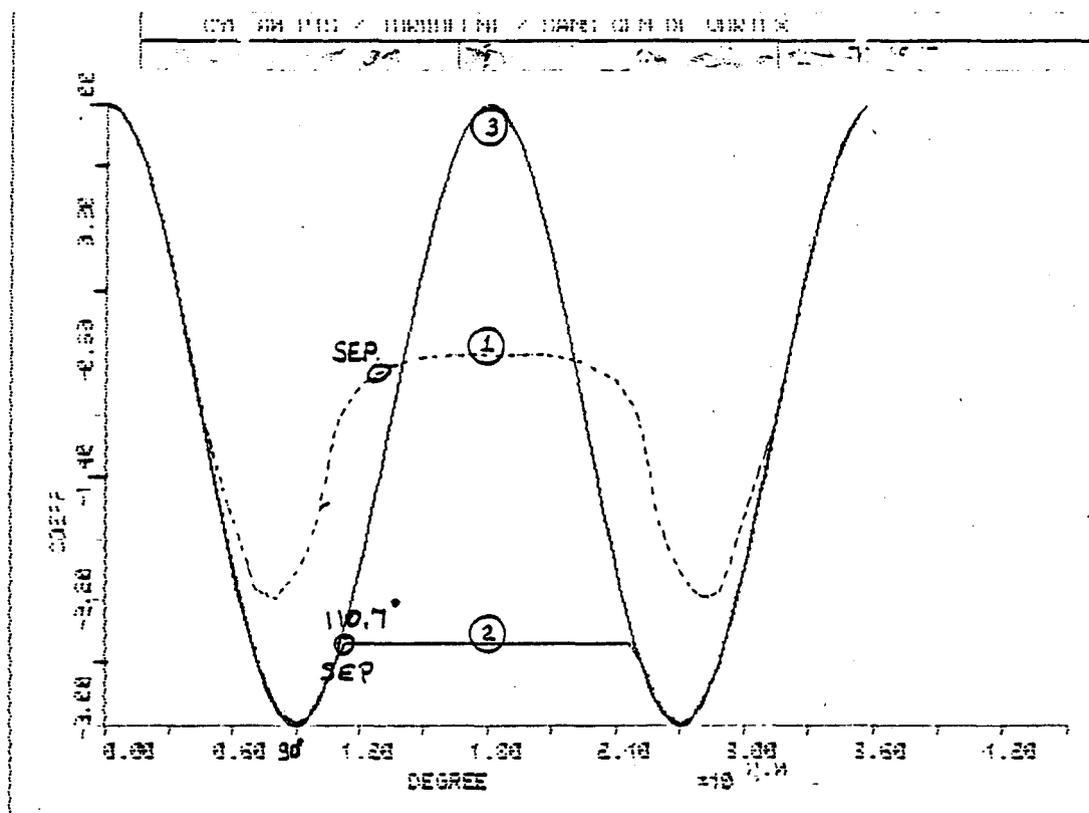


Fig. 6.14: Distribution de pression autour d'un cylindre selon: 1- Soufflerie, 2- Numérique, 3- Fluide potentiel (no Reynolds = 2.5×10^5). Sans modification de la géométrie

Deux approches s'offrent à nous : premièrement agir sur le domaine extérieur de la couche limite, comme on a fait pour faire avancer les points de séparation de l'écoulement en régime laminaire; et/ou deuxièmement utiliser les équations de quantité de mouvement pour déterminer une pression corrigée à l'intérieur de la couche limite.

Dans la première éventualité, puisque nous travaillons avec un fluide potentiel où la viscosité est négligée, le seul outil disponible pour ralentir la vitesse en surface et ainsi permettre une récupération de pression à l'arrière, est de modifier la géométrie du profilé. Comme pour le cas laminaire nous générerons une forme équivalente, de façon à imiter le tourbillon de queue qui se forme à l'arrière du profilé dans un écoulement réel, et qui n'est pas traité par la solution d'un fluide à potentiel.

6.2.2 Essai de simulation pour obtenir une distribution de pression exacte

Plusieurs essais ont été entrepris pour voir s'il était possible d'obtenir une distribution de pression plus valable en faisant varier les angles de divergence de la modification géométrique nécessaire pour simuler la séparation de la couche limite. (Voir les figures 6.15 à 6.17).

Dans le premier cas, avec un angle d'inclinaison de 24%, qui est l'angle optimum choisi pour le régime laminaire, on obtient une atténuation trop importante de la vitesse en surface. Toutefois en diminuant l'angle d'inclinaison dans les essais suivants (soit les figures 6.16 et 6.17), on voit qu'il est possible de rapprocher la courbe de la simulation numérique de celle obtenue en soufflerie. Cependant, la localisation calculée des points de séparation de la couche limite est beaucoup trop à l'avant si on utilise le critère de Strafford tel qu'il le définit.

6.2.3 Modification des critères de séparation
de la couche limite pour obtenir une
distribution de pression exacte

En modifiant les valeurs limites du critère de séparation de Strafford, c'est-à-dire le facteur $f(\mathcal{L})$ dans les équations (4.3.7) et (4.3.8), nous pouvons localiser les points de décollement plus loin. Toutefois en comparant les figures 6.16 et 6.18, ainsi que 6.17 et 6.19, nous pouvons observer qu'une telle modification du critère de Strafford ne fait que déplacer la courbe, représentant la distribution de pression, sans en changer l'amplitude telle que désirée.

Ainsi une frontière solide ne peut nous amener une dissipation régulière de l'énergie; ce qui aurait permis un ralentissement de l'écoulement tout en gardant la couche limite collée à la surface. Tout au contraire, une telle frontière amène une décélération brusque de la vitesse en produisant une séparation précoce de la couche limite. La seule possibilité géométrique restante est l'utilisation d'une frontière poreuse permettant une récupération de pression à l'arrière du point de séparation.

Mais une telle complexité dans les conditions limites ne peut pas être programmée par la méthode des éléments finis de frontière, seulement un grillage par différences finies peut permettre de telles conditions limites avec vitesse relative.

Pour opérer en régime turbulent, il sera donc nécessaire de poursuivre plus à fond les recherches en rajoutant à cette méthode la deuxième approche proposée, soit l'utilisation des équations de quantité de mouvement pour le calcul non seulement de la couche limite mais aussi pour l'écoulement après décollement. Cela permettra de calculer une pression corrigée à l'arrière des points de décollements, proportionnelle au taux de récupération de pression, supérieure lorsqu'il y a turbulence dans l'écoulement.

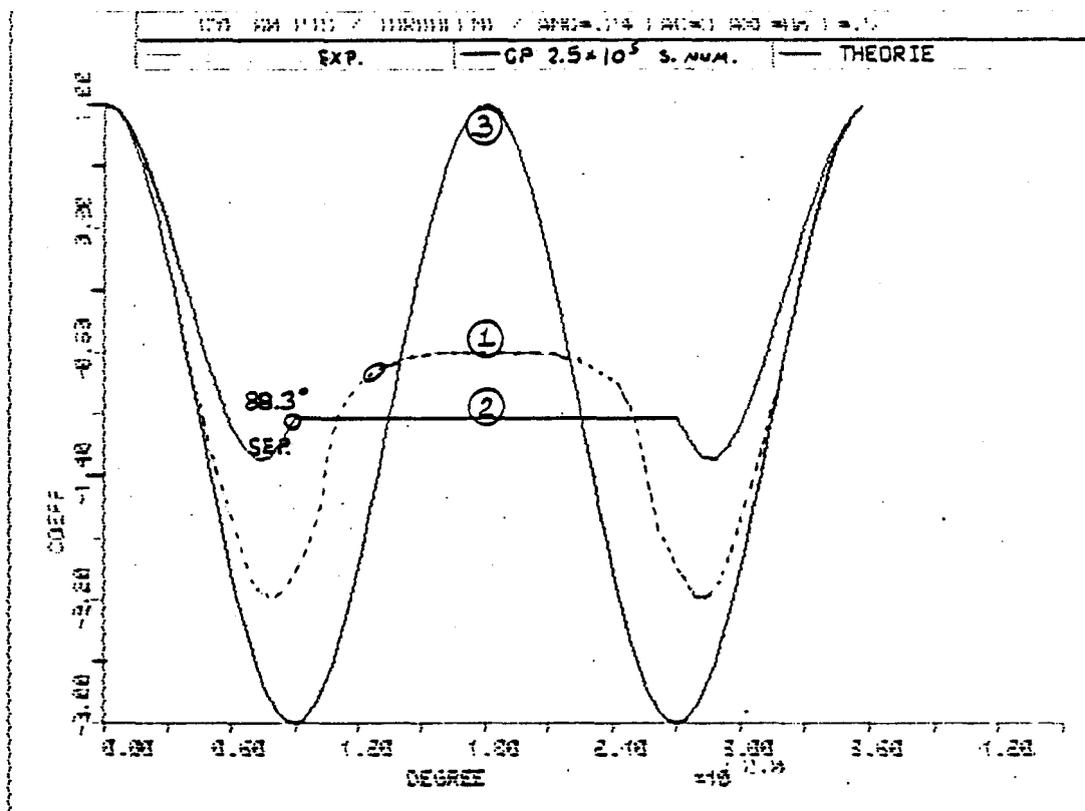


Fig. 6.15: Distribution de pression autour d'un cylindre selon
 1- Soufflerie, 2- Numérique, 3- Fluide potentiel
 Angle de divergence = 24% Critère de Strafford = 0,5

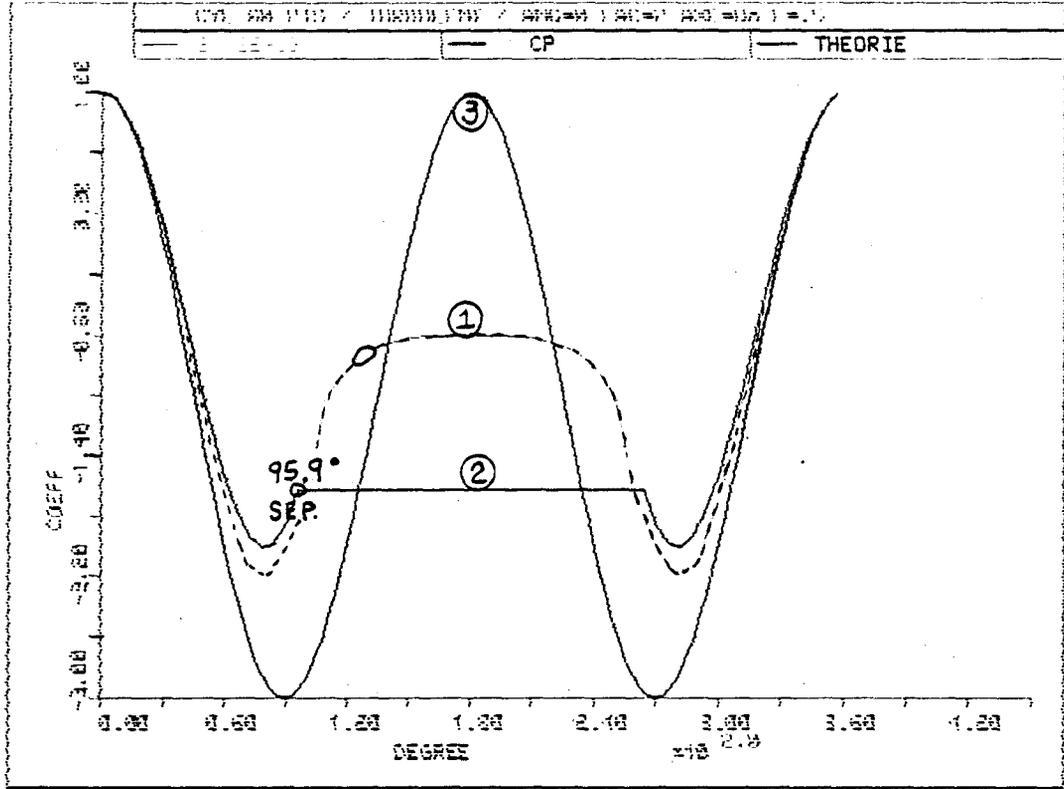


Fig. 6.16 Distribution de pression autour d'un cylindre selon:
 1 - Soufflerie, 2- Numérique, 3- Fluide potentiel
 Angle de divergence = 0% Critère de Strafford = 0.5

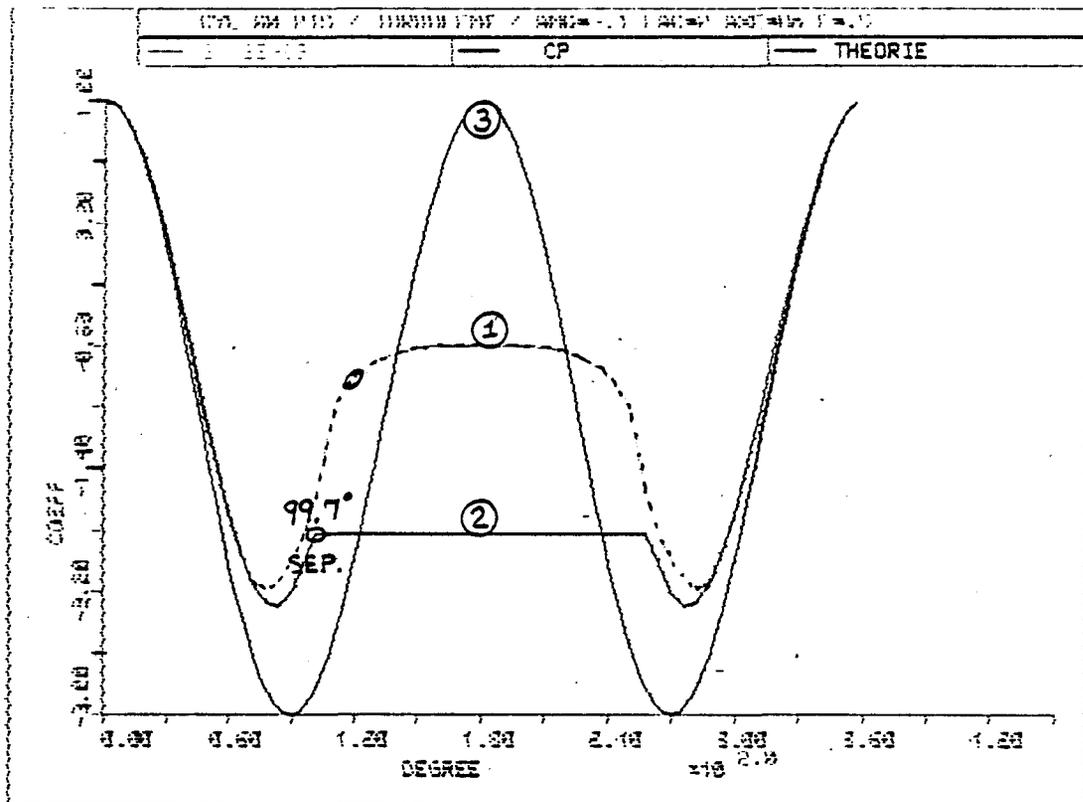


Fig. 6.17: Distribution de pression autour d'un cylindre selon:
 1- Soufflerie, 2- Numérique, 3- Fluide potentiel
 Angle de divergence = 10% Critère de Strafford = 0,5

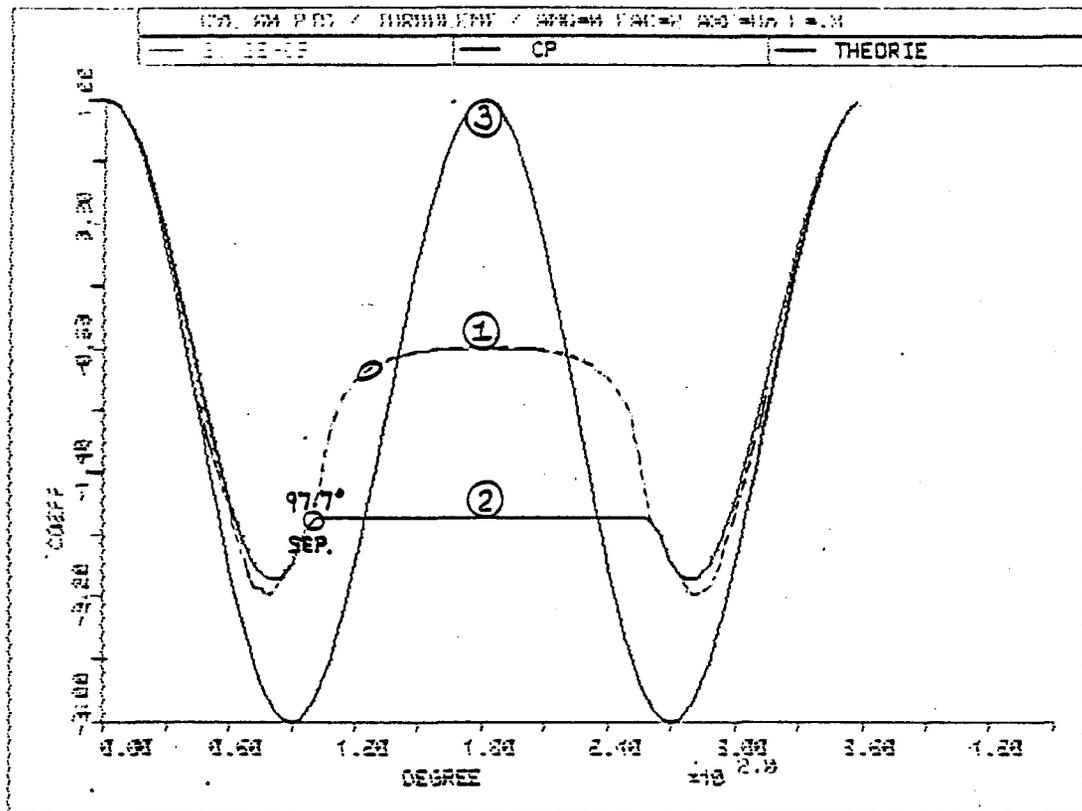


Fig. 6.18: Distribution de pression autour d'un cylindre.
Mêmes conditions que l'essai à la figure 6.16,
sans modification du critère de Strafford = 0,8

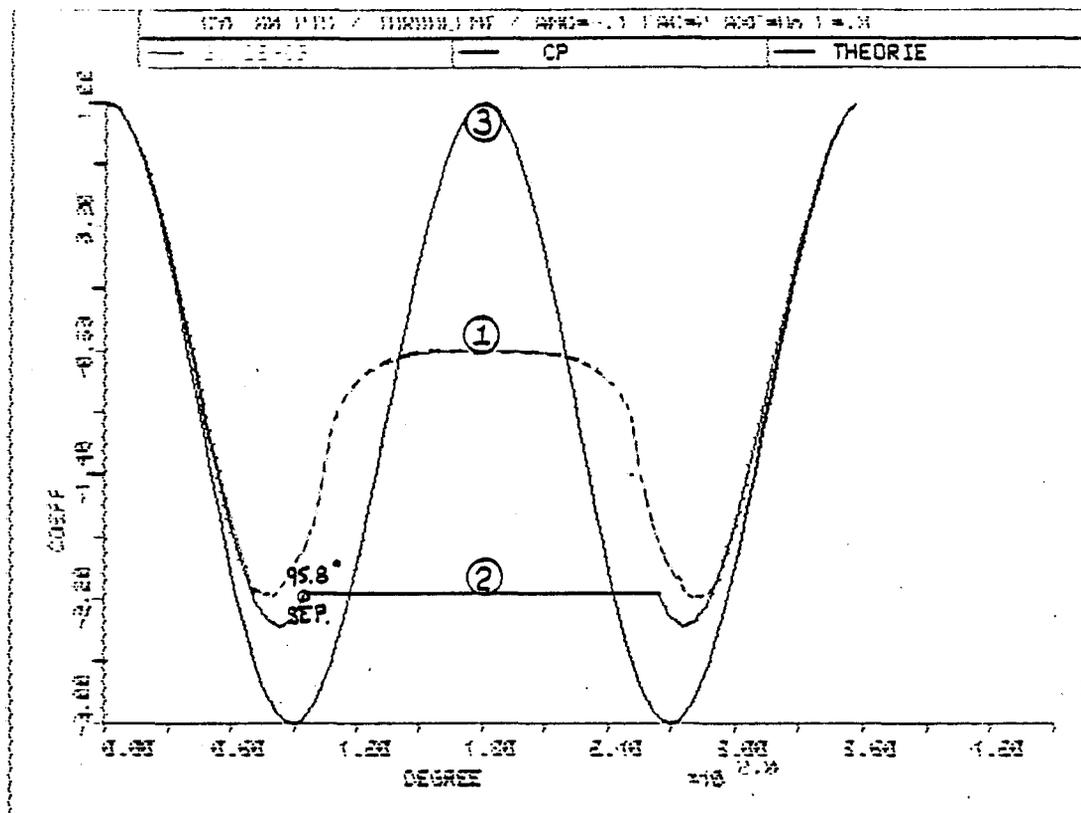


Fig. 6.19: Distribution de pression autour d'un cylindre. Mêmes conditions que l'essai à la figure 6.17, mais avec une modification du critère de Strafford = 0,8

6.3 DISCUSSION

L'utilisation de la méthode des équations intégrales aux limites, nous a permis de construire un modèle mathématique souple et rapide pour le calcul des coefficients aérodynamiques de conducteurs givrés. En fait, en n'utilisant que des éléments à la frontière, il est alors possible de relocaliser facilement les coordonnées de ces éléments sans avoir à remailler tout le domaine. C'est pourquoi, cette méthode offre une flexibilité accrue par rapport aux autres méthodes déjà existantes.

Les résultats de simulation obtenus pour les trois géométries suivantes: la forme de gouttelette, l'ellipse et la forme avec givre léger, démontrent que le modèle peut résoudre les problèmes d'écoulement efficacement, même lorsque différentes perturbations interviennent. Ainsi, on a pu obtenir les mêmes courbes caractéristiques entre la simulation numérique et les essais en soufflerie, peu importe l'obstacle simulé. Et pourtant, différents facteurs intervenaient dans les différents cas. Par exemple, pour la forme dite avec givre mince, le coefficient de portance négatif au tout début de la courbe était dû à un changement brusque de la géométrie, amenant un décollement prématuré de la couche limite à la surface inférieure.

Contrairement à cela, pour la forme en gouttelette d'eau, le coefficient de portance négatif était dû à ce que le point de séparation supérieur avait été localisé loin à l'arrière sur le profilé. (Revoir la figure 6.11).

Ces résultats prouvent ainsi la validité de l'approche par morceaux; c'est-à-dire la méthode qui consiste à résoudre l'écoulement à l'extérieur de la couche limite indépendamment de l'écoulement à l'intérieur de cette borne.

Bien que le développement mathématique soit des plus satisfaisant pour la localisation des points de séparation de la couche limite, nous devons cependant améliorer le modèle sous divers aspects. Prenons la géométrie illustrée à la figure 6.20, la surface supérieure étant divergente par rapport à l'écoulement, on devrait obtenir un avancement du point de séparation.

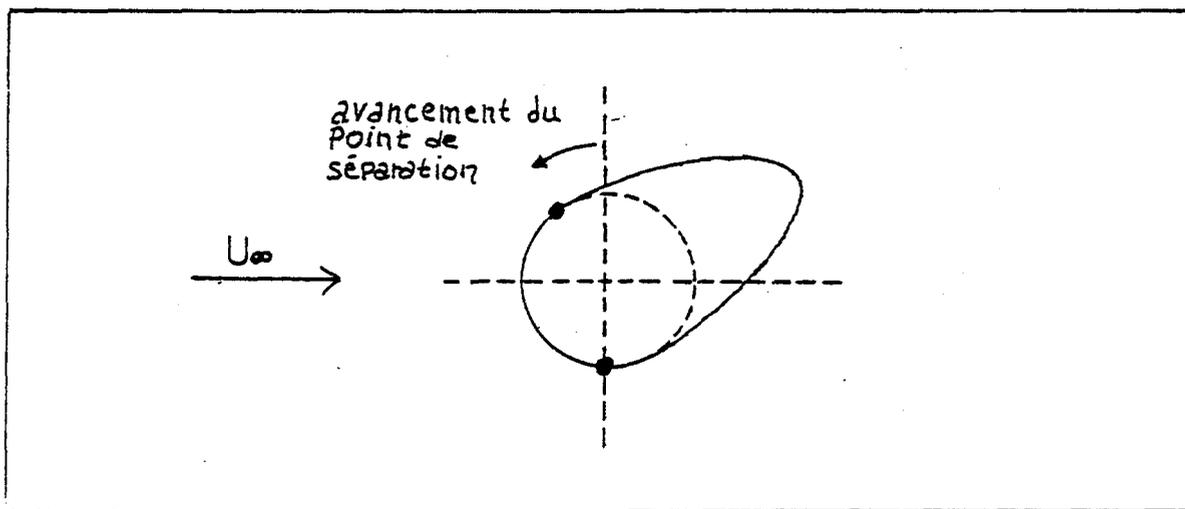


Fig. 6.20: Illustration d'une géométrie causant un avancement de la position du point de séparation (de la couche limite) à la surface supérieure.

Or, si nous modifions systématiquement la géométrie du profilé sans tenir compte de la forme de l'obstacle après la séparation de la couche limite, nous perdrons cet effet. La figure 6.21 nous permet de constater cette perte d'information, lorsque l'on modifie la géométrie de cette façon.

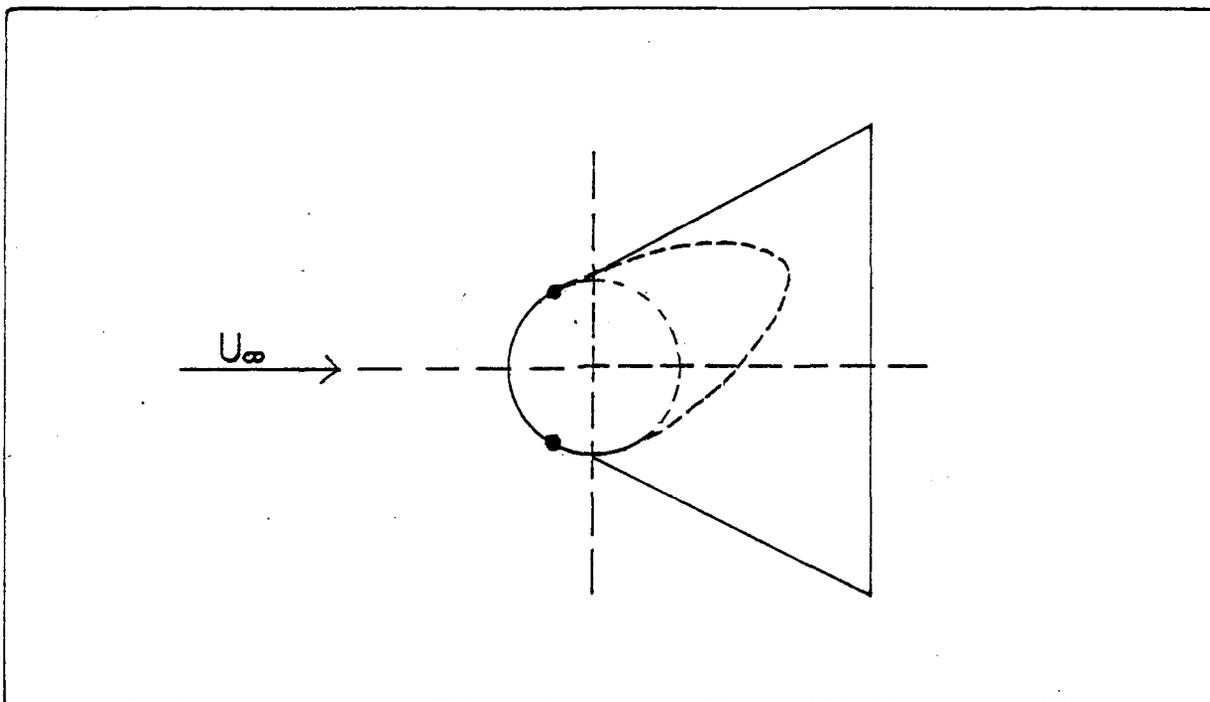


Fig. 6.21: Illustration de la perte d'information causée par la modification de géométrie

Ce problème pourrait cependant être résolu avec l'utilisation des équations de quantité de mouvement appliquées au sillage, puisqu'alors on connaîtrait l'angle réel que fait l'écoulement en se séparant, et que cet angle serait évalué par rapport à la géométrie de l'objet en aval du point de séparation. Donc, nous pourrions obtenir un avancement des points de séparation correspondant à la réalité physique.

Un second point de la programmation nécessitant une amélioration est au niveau du recollement de la couche limite après une première séparation initiale. A la figure 6.22a, nous pouvons voir l'erreur qu'il y aurait à vouloir garder un angle de séparation fixe sans tenir compte de la géométrie à l'arrière des points de séparation de la couche limite.

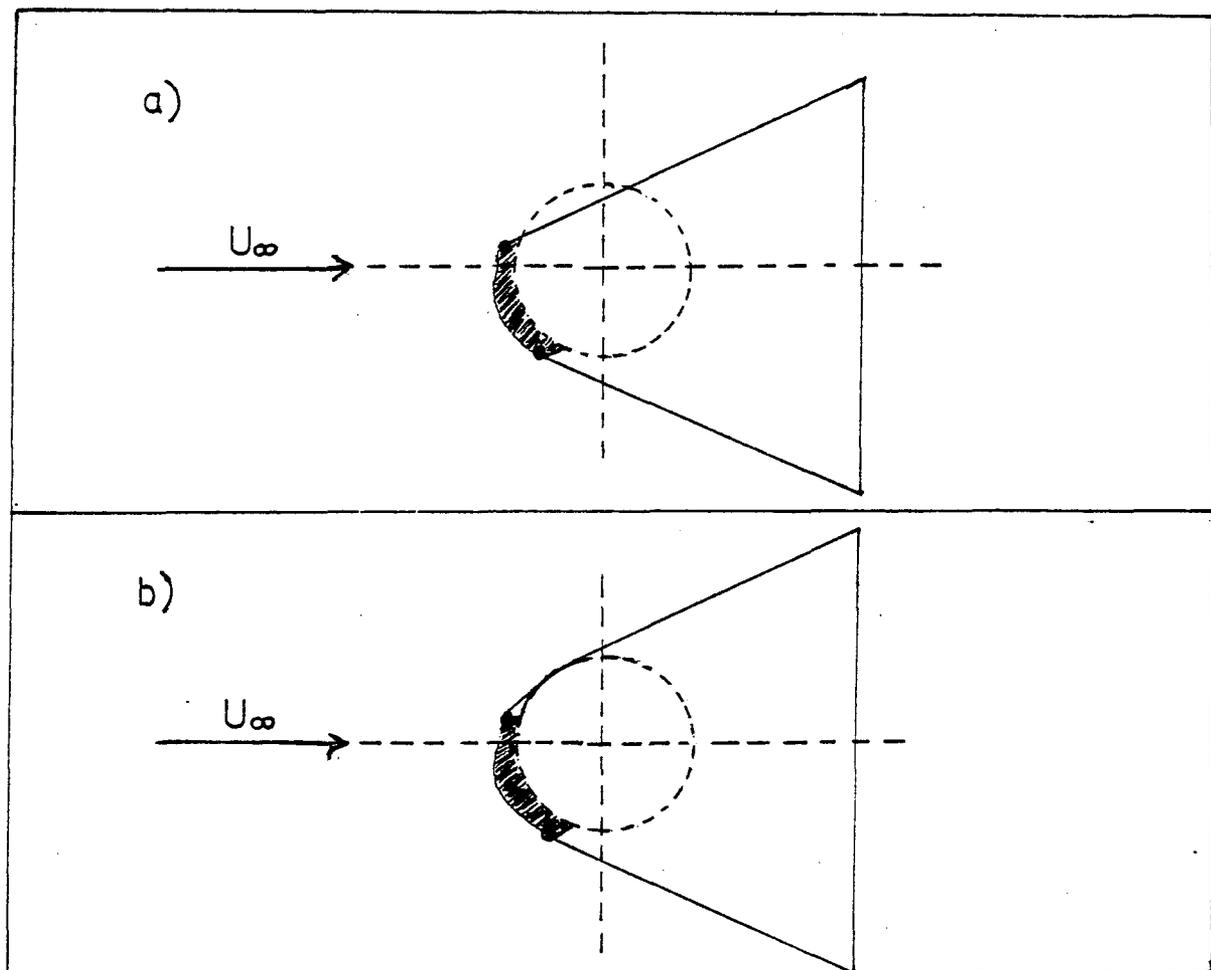


Fig. 6.22: Déformation du profilé due à une erreur dans l'évaluation de l'angle du sillage simulé

Le modèle devrait donc inclure une petite modification supplémentaire pour tenir compte du recollement de la couche limite lorsque la géométrie s'y prête, tel qu'illustré à la figure 6.22 b.

Il est à noter cependant que ces modifications restent mineures et n'affectent en rien la validité des équations développées pour résoudre l'écoulement autour de l'objet ou celles localisant les points de séparation de la couche limite. En fait, ces modifications visent plutôt à élargir la capacité de simulation du modèle en effectuant des manipulations de la géométrie pour tenir compte des singularités particulières.

Du côté pratique, nous avons donc obtenu suffisamment de résultats pour justifier la poursuite de ces travaux, en vue d'améliorer la capacité de simulation du modèle. Il est recommandé, en fait, d'inclure les équations de quantité de mouvement appliquées au sillage pour l'évaluation des angles de divergence que fait la couche limite après la séparation de la surface. De plus, vue la rareté des données expérimentales pour des formes non profilées, il est recommandé d'effectuer des essais en soufflerie ou d'obtenir des spécifications plus précises des essais déjà effectués par des organismes extérieurs, et cela pour fin de comparaison. Cette étape serait un atout pour l'ajustement du modèle.

CHAPITRE 7CONCLUSION

Considérons dans un premier temps l'hypothèse voulant que les comportements aérodynamiques d'une forme quelconque soient liés avec la position des points de séparation. Selon l'analyse des différentes distributions de pression autour d'un cylindre en fonction de la position, nous pouvons affirmer, qu'en fait, la localisation des points de séparation et l'angle que formera le sillage sont les seuls facteurs affectant la distribution de pression en régime laminaire, et en fait le seul lien réel qui existe entre l'écoulement potentiel à l'extérieur de la couche limite et l'écoulement visqueux à l'intérieur de cette borne.

Connaissant ces facteurs, il a alors été possible de traiter l'écoulement à l'extérieur de la couche limite comme un fluide potentiel. La porte nous était alors ouverte pour l'utilisation de la méthode des équations intégrales aux limites (ou éléments finis de frontière) qui non seulement nous permet une économie substantielle de temps, de mémoire et de manipulation d'éléments, mais de surcroît nous permet de faire les modifications de géométrie facilement.

Ainsi, nous pouvons accomplir des rotations et simuler des accrétions de glace sans avoir à réeffectuer le maillage des éléments, ce qui est effectivement le cas pour tout modèle voulant résoudre les équations de Navier-Stokes, car dans ce cas, le domaine entier doit être discrétisé par des éléments finis.

Cette approche par morceaux offre de surcroît l'avantage de découpler chaque partie de l'écoulement nous donnant un meilleur contrôle des différents paramètres pouvant influencer les coefficients aérodynamiques de la forme considérée et nous permet donc une meilleure visualisation des phénomènes pouvant nous amener dans des modes instables favorisant le Galop.

BIBLIOGRAPHIE

1. ALARCON E., MARTIN ET PARIS F. Boundary elements in elements and elasticity theory. Grande-Bretagne Computer et structures Vol 10 pp. 351-362 Pergamod Press Ltd., 1979
2. BERTIN, J.J. et SMITH M.L. Aerodynamics for engineers. USA, Prentice-Hall, Inc. c1979. 410 p.
3. BLEVINS, R.D. Flow-induced vibration. New-York. Van Nostrand Reinhold Co. 1977. 57-62.
4. BRADSHAW, P, CEBECI, T. et WHITELAW. J.H. Engineering calculation methods for turbulent flow. New-York. Academic press Inc. c1981. 331p.
5. BREBBIA, C.A. The boundary element method for engineers. London, Pentech press. c1978. 189 p.
6. CAREY G.G. et KIM S.W. Lifting aerofoil calculation using the boundary element method. USA. International journal for numerical method in fluids, vol 3, 481-492 (1983).

7. CEBECI, T., et SMITH A.M.O. Analysis of turbulent boundary layers. New-York, Academic press, c1974 404 p.
8. DHATT, G et KNOFF-Lenoir. C. Problèmes d'écoulement irrotationnel par les équations intégrales. Québec, Rapport scientifique GCS-79-04 Université Laval, 1979. 24 p.
9. DHATT, G et TOUZOT. G. Une présentation de la méthode des éléments finis. Paris. Maloine S.A. Editeur (1981). 543 p.
10. DUNCAN, W.J., Thom et A.S., YOUNG. A.D. An elementary treatise on the mechanics of fluids. Northern Ireland, The University Press c 1960, 714 p.
11. EGELHOFER, K.Z., ACKLEY S.F. et LYNCH R. Computer modeling of atmospheric ice accretion and aerodynamic loading of transmission lines. Second international workshop on atmospheric icing of structures. Norway, Trondheim June 19-21, 1984

12. GORTEMAKER, P.C.M. A finite element program for the calculation of galloping motions. Allemagne, Arnhem. Rapport interne, KEMA c1982, 11 p.
13. HINZE, J.O. Turbulence. USA McGraw-Hill. c1959. 586 p.
14. JAMES, M.L., SMITH G.M. et WOLFORD. J.C. APPLIED NUMERICAL METHODE FOR DIGITAL COMPULATION WITH FORTRAN. USA, INTERNATIONAL TEXTBOOK CO., c1967, 513 p.
15. KREITH, F. Principles of heat tranfert. Int. Textbook Scranton, 1967
16. McComber, P., Numerical simulation of cable twisting due to icing. Chicoutimi, Québec. Cold regions and technology, 8 (1984) 253-259, Elsevier Science Publisher B.V., Amsterdam.
17. RICHARDSON, A.S.J., Some effects of conductor twisting on galloping. Lexington, Massachesetts, USA IEE Transactions on power apparatus and system, Vol. PAS-99, No 2 March/April c 1980

18. ROBERSON, J. et CROWE C.T. Engineering fluid mechanics. USA
Houghton Mifflin Co. c 1975 520 p.
19. SCHLICHTING, H., Boundary layer theory. 7ième ed. Trad. de
Dr. J. Keistin. USA, McGraw-Hill, (1979) 817 p.
20. STRICKLAND, J.H., OLER O.M., IM B.J. et SMITH T.G.
A preliminary dynamic stall model using a vortex panel
method. TEXAS tech. university, Lubbock. from USA. AIAA
2nd terrestrial energy systems conference. Colorado
Spring, Colorado USA. Dec. 1-3, 1981
21. JAMALEDDINE, A. Acolian vibration on single conductors and
two and four conductors bundles. Papier présenté à
"Transmission Section Canadian Electrical Association"
Vancouver, B.C. 1983
22. SIDDAL N.J. Analytical decision-making in engineering design.
Prendice-Hall Inc. Englewood cliffs. New-Jersey c1972
431p.
23. GOLDSTEIN. S. Modern development in fluid dynamics. c1965
Dowers Publications Inc., New-York 702 p.

TABLE . MAT

ANNEXE 1

5 Septembre 1985

14:24:17

1	01PROG.FOR	page	1
2	02FORME.FOR	page	3
3	03ROT.FOR	page	5
4	04DECOL.FOR	page	7
5	05RESOL.FOR	page	10
6	06FMATL.FOR	page	11
7	07INLO.FOR	page	14
8	08INTE.FOR	page	15
9	09SLNPD.FOR	page	16
10	10ORDRE.FOR	page	18
11	11DERIVE.FOR	page	19
12	12FCINT.FOR	page	21
13	13COEFF.FOR	page	29

O1PROG.FOR

5 Septembre 1985

14:17:01

PAGE 1

```

1 C=====
2 C
3 C
4 C      PROGRAMME PRINCIPALE POUR TROUVER LES COEFFICIENTS
5 C      AERODYNAMIQUE D'UN CONDUCTEUR GIVRE, EN SOLUTIONNANT
6 C      PAR LA METHODE DES ELEMENTS DE FRONTIERES UN ECOULEMENT
7 C      POTENTIEL, A L'EXTERIEUR DE LA COUCHE LIMITE; ET EN SOLU-
8 C      TIONNANT L'ECOULEMENT A L'INTERIEUR DE LA COUCHE LIMITE PAR
9 C      LES EQUATIONS INTEGRALES DE MOMENTUM POUR TROUVER LES POINTS
10 C     DE SEPARATION ET FINALEMENT INTEGRER LA PRESSION SUR LA
11 C     SURFACE (BERNOUILLI).
12 C
13 C
14 C=====
15     PARAMETER ND=160
16     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
17     INTEGER*4 BA
18     DIMENSION X(ND),Y(ND),R(ND),TH(ND),V(ND),XOLD(ND),
19     1 YOLD(ND),VOLD(ND),DEL(ND),DV(ND),KODE(ND),
20     2 POT(ND),H(ND,ND),G(ND,ND),SHAPEX(ND),SHAPEY(ND),CF(ND),
21     3 SPOT(ND),ISKODE(ND),DX(ND),DY(ND),CP(ND),MEGA(ND),CL(ND),
22     4 CD(ND),CDE(ND),CM(ND),PHI(ND),CPBAK(ND),DCP(ND),TETA(ND),HH(ND)
23     COMMON /DAT/N,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2
24     COMMON /CAR/IT,IB,IDL,ID2,ISTAG
25     COMMON /SEP/IHIGH,ILOW,XH,XL,YH,YL,VSH,VSL,DCPH,DCPL
26     COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
27     COMMON /VOR/CH,ANGV,EAC,AXE
28     DATA PI/3.141592654/
29
30
31     IN=1
32     OUT=2
33 C=====  LECTURE DE LA FORME ET ASSEMBLAGE DU DOMAINE =====
34     CALL FORME(R,TH,RG,THG,X,Y,KODE,POT,REF,ND)
35 C
36 C=====  ROTATIONS SUCESSIVES DES ANGLES D'INCIDENCES DU VENT RELATIF,=====
37 C     SUR 360 DEGRES.( NR ==>NOMBRE DE ROTATION )
38     IF(BA.EQ.'BATC')GOTO 5
39     WRITE(*,*)'NB. DE ROTATION, ANG.DEPART (DEG), ANG.FIN (DEG)'
40     READ(*,*)NR,ANG1,ANG2
41     5  IF(NR.EQ.1)THEN
42         WRITE(*,*)'QUEL ANGLE (DEG)'
43         READ(*,*)ANG
44         RAD=ANG*PI/180.
45         RADO=RAD
46         GOTO 10
47     ELSE
48         END IF
49     DO I=0,NR
50         J=I+1
51         IF(NR.EQ.0)GOTO 10
52         ANG=I*((ANG2-ANG1)/NR)+ANG1
53         ANG=-ANG
54         RAD=ANG*PI/180.
55         RADO=-ANG1*PI/180.

```

```

56      PHI(J)=ANG
57 10   WRITE(*,*)'ANGLE TOURNEE = ',ANG
58     CALL ROTATION(X,Y,POT,KODE,SHAPEX,SHAPEY,SPOT,ISKODE,RADO,RAD,ND)
59     C
60     C=====  GENERE NOUVELLE FORME TELLE QUE VU PAR UN ECOULEMENT=====
61     C  IDEAL LORSQU'IL Y A SEPARATION
62 20   CALL DECOL(X,Y,XOLD,YOLD,REF,ICODE,ND)
63     IF(ICODE.EQ.6)GOTO 100
64     C
65     C=====  RESOLUTION PAR ELEMENTS DE FRONTIERES POUR UN ECOULEMENT POTENTIEL=====
66     C  SI ON RESOUD A NOUVEAU ON DOIT REPRENDRE LES DONNEES POUR
67     C  LA FRONTIERE DU DOMAINE.
68     IF(ICODE.EQ.5)THEN
69     DO II=N+1,NT
70     POT(II)=V(II)
71     END DO
72     ELSE
73     END IF
74     CALL RESOL(X,Y,POT,KODE,V,H,G,ND)
75     C
76     C=====  CALCUL DES DERIVES DE LA VELOCITE TANGENTE SUR LA FORME=====
77     CALL DERIVE(X,Y,V,XOLD,YOLD,VOLD,DX,DY,DV,DEL,ND)
78     C
79     C=====  RECHERCHE DES POINTS DE SEPARATION (MOMENTUM INTEGRAL EQUATION)=====
80     CALL POINT(X,Y,V,DV,DEL,TETA,CF,ICODE,ND)
81     IF(ICODE.EQ.5)THEN
82     IT=IHIGH
83     IB=ILOW
84     GOTO 20
85     ELSE
86     END IF
87     C
88     C=====  EVALUATION DES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUE CD,CL,CP, ET CM=====
89 100  CALL COEFF(X,Y,V,REF,DX,DY,DEL,MEGA,CF,CP,DCP,CPBAK(J),CL(J)
90     1 ,CD(J),CDF(J),CDTOT,CM(J),ND)
91     C=====  ECRITURE DES DONNEES=====
92     WRITE(12,14)ANG,CD(J),CL(J),CM(J),CDF(J),CPBAK(J)
93     14  FORMAT(6G12.5)
94     C  FIN ITERATION ( ROTATION )
95     END DO
96     STOP
97     END

```

O2FORME.FOR

5 Septembre 1985

14:17:35

PAGE 3

```

2      SUBROUTINE FORME(R,TH,RG,THG,X,Y,KODE,POT,REF,ND)
3      C=====
4      C
5      C   LECTURE DE LA FORME A EVALUER ET GENERATION DU DOMAINE D'INTEGRATION
6      C
7      C
8      C   ENTREE:      ND:      NOMBRE DE DIMENSION
9      C
10     C   SORTIE:      N :      NOMBRE DE POINTS SUR LA FORME
11     C                NT:     NOMBRE DE POINTS TOTAL
12     C                VIT:     VITESSE DE L'ECOULEMENT LIBRE
13     C   REYNOLD:     NOMBRE DE REYNOLD
14     C   R,TH:       COORDONNEES CYLINDRIQUES DE LA FORME
15     C   RG,THG:     COORDONNEES CYLINDRIQUES DU CENTRE DE GRAVITE
16     C   X,Y:        COORDONNEES CARTESIENNES DE LA FORME ET DU
17     C                DOMAINE
18     C   KODE:       IDENTIFIE LE CONTENU DE LA VARIABLE POT
19     C                0==>LIGNE DE COURANT
20     C                1==>FLUX
21     C   POT:        VALEUR NUMERIQUE DE LA LIGNE DE COURANT
22     C                OU DU FLUX
23     C   VARIABLE DE TRAVAIL:
24     C
25     C   NP:         NOMBRE DE POINTS DU DOMAINE
26     C   DR,PSI:     COORDONNEES CYLINDRIQUES DU DOMAINE
27     C
28     C=====
30     IMPLICIT REAL8(A-H,O-Z)
31     INTEGER*4 BA
32     COMMON /DAI/N,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2
33     COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
34     COMMON /VOR/CH,ANGV,FAC,AXE
35     DIMENSION R(ND),TH(ND),X(ND),Y(ND),KODE(ND),POT(ND)
37     C   LECTURE POUR OPERATION EN BATCH
38     READ(1,10)BA
39     10  FORMAT(A4)
40     IF(BA.EQ.'BATC')THEN
41     READ(1,*)NR,ANG1,ANG2
42     READ(1,*)CH,ANGV,FAC,AXE
43     ELSE
44     END IF
48     READ(IN,1)N,VIT,RG,THG,CORDE
49     1  FORMAT(I5,4F10.5)
50     READ(IN,2)(R(I),TH(I),I=1,N)
51     2  FORMAT(2F10.5)
52     XG=RG*DCOS(THG)
53     YG=RG*DSIN(THG)

```

```

56     IF(CORDE.EQ.0)THEN
57     RMAX=0
58     DO I=1,N
59     IF(R(I).GT.RMAX)RMAX=R(I)
60     END DO
61     REF=RMAX*2
62     ELSE
63     REF=CORDE
64     END IF
65     C   DENSITE(Kg/Mcube)
66     RU=1.164
67     C   VISCOSITE ABSOLUE (N*SEC/Mcarre)
68     XMU=18.24E-06
69     C   VISCOSITE KINEMATIQUE
70     XNU=XMU/RO
71     REYNOLD=VIT*REF/XNU
72     C
73     C   TRANSLATION COORDONNEES (0,0) PASSE DU CENTRE DU CABLE AU CENTRE C.G.
74     C   ET CHANGEMENT DU SENS DE ROTATION DE ANTI-HORAIRE A HORAIRE.
75     C
76     DO 3 I=1,N
77     IC=N-I+1
78     X(I)=R(IC)*DCOS(TH(IC))-XG
79     Y(I)=R(IC)*DSIN(TH(IC))-YG
80     KODE(I)=0
81     POT(I)=0
82     3   CONTINUE
83     C
84     C   GENERATION DU DOMAINE(NP=NOMBRE DE POINT PTS) (SENS ANTI-HORAIRE)
85     NP=N
86     NT=N+NP
87     DO 4 I=1,NP
88     IC=I+N
89     DR=20
90     PSI=(2*PI/NP)*(I-1)
91     X(IC)=DR*DCOS(PSI)
92     Y(IC)=DR*DSIN(PSI)
93     POT(IC)=(Y(IC)/DR)*VIT
94     KODE(IC)=1
95     4   CONTINUE
96     C
97     C   ECRITURE POUR TEST
98     IMP=0
99     IF (IMP.EQ.0)GOTO 7
100    WRITE(OUT,5)NT,2,N,NT
101    FORMAT(/,4I5)
102    5   WRITE(OUT,6)(X(I),Y(I),POT(I),KODE(I),I=1,NT)
103    6   FORMAT(3F10.5,I5)
104    7   RETURN
105    END
106
107

```

O3ROT.FOR

5 Septembre 1985

14:18:09

PAGE 5

```

1      SUBROUTINE ROTATION(X,Y,POT,KODE,SHAPEX,SHAPEY,SPOT,ISKODE,PHIO,PHI,ND)
2      C=====
3      C
4      C   ROTATION DE LA FORME AUTOUR DU CENTRE (0,0) DU CABLE
5      C   D'UN ANGLE PHI { DONNE EN ARGUMENT }
6      C
7      C   ENTREE}      KODE/ISKODE:   IDENTIFICATION DU CONTENU DE LA
8      C   SORTIE}      VARIABLE POT  0==> LIGNE DE COURANT
9      C                                     1==> FLUX
10     C               POT/SPOT  :   VALEUR DE LA LIGNE DE COURANT
11     C                                     OU DU FLUX
12     C
13     C
14     C               X,SHAPEX:   COORDONNEES CARTESIENNES DE LA
15     C               Y,SHAPEY:   FORME ET DU DOMAINE
16     C
17     C=====
18     C   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
19     C   COMMON /DAT/N,NT,PI,IN,OUT
20     C   DIMENSION POT(ND),KODE(ND),SPOT(ND),ISKODE(ND),X(ND),Y(ND)
21     C   1      ,SHAPEX(ND),SHAPEY(ND)
22     C
23     C   GARDE LA FORME ORIGINELLE EN MEMOIRE POUR ROTATION ULTERIEURE
24     C
25     C   IF(PHI.NE.PHIO)GOTO 100
26     C   DO I=1,NT
27     C   SHAPEX(I)=X(I)
28     C   SHAPEY(I)=Y(I)
29     C   SPOT(I)=POT(I)
30     C   ISKODE(I)=KODE(I)
31     C   END DO
32     C
33     C   REPREND LA FORME ORIGINELLE
34     C
35     C 100 DO I=1,NT
36     C   X(I)=SHAPEX(I)
37     C   Y(I)=SHAPEY(I)
38     C   POT(I)=SPOT(I)
39     C   KODE(I)=ISKODE(I)
40     C   END DO
41     C
42     C   EXECUTE LA ROTATION
43     C
44     C   DO I=1,N
45     C   RD=SQRT(X(I)**2+Y(I)**2)
46     C   A1=Y(I)
47     C   A2=X(I)
48     C   TETA=DATAN2(A1,A2)
49     C   TETA=TETA+PHI
50     C   X(I)=RD*DCOS(TETA)
51     C   Y(I)=RD*DSIN(TETA)
52     C   END DO
53     C
54     C   BLOC D'IMPRESSION POUR TEST
55     C

```

```
56     IMP=0
57     IF(IMP.EQ.0)GOTO 200
58     WRITE(OUT,150)(X(I),Y(I),POT(I),KODE(I),I=1,NT)
59     150  FORMAT(3F10.5,I5)
61     200  RETURN
62     END
```

O4DECOL.FOR

5 Septembre 1985

14:18:30

PAGE 7

```

1      SUBROUTINE DECOL(X,Y,XOLD,YOLD,REF,ICODE,ND)
2      C=====
3      C
4      C      GENERATION D'UNE NOUVELLE FORME SIMULANT UNE SEPARATION OU
5      C      UN DECOLLEMENT DE LA COUCHE LIMITE DE LA SURFACE.
6      C      ON SUPPOSE UN ECOULEMENT SOUS-CRITIQUE TEL QUE LA SEPARATION
7      C      S'EFFECTUE AUSSITOT APRES AVOIR DEPASSER LE MAXIMUM D'EPAISSEUR
8      C      GEOMETRIQUE TOTALE. ON NE CONSIDERE PAS LES DECOLLEMENTS PARTIEL
9      C      ET LOCAL.
10     C
11     C      ENTREE
12     C
13     C
14     C
15     C
16     C
17     C=====
18     IMPLICIT REAL8(A-H,O-Z)
19     INTEGER*4 BA
20     COMMON /DAI/N,NT,PI,IN,OUT,BA,NR
21     COMMON /CAR/IT,IB,ID1,ID2
22     COMMON /SEP/IHIGH,ILOW,XH,XL,YH,YL,VSH,VSL
23     COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
24     COMMON /VOR/CH,ANGV,EAC,AXE
25     DIMENSION X(ND),Y(ND),XOLD(ND),YOLD(ND)
26     C
27     C
28     C      TEST SUR CODE
29     IF(ICODE.EQ.5)GOTO 30
30     C      RENUMEROTATION POINT EXTREME EN AMONT = NO.1
31     C
32     IMIN=1
33     IMAX=1
34     IT=1
35     IB=1
36     DO I=1,N
37     XOLD(I)=X(I)
38     YOLD(I)=Y(I)
39     IF(X(I).LT.X(IMIN))IMIN=I
40     IF(X(I).GT.X(IMAX))IMAX=I
41     END DO
42     DO I=1,N
43     II=I+IMIN-1
44     CALL TEST(1,1,II,N)
45     X(I)=XOLD(II)
46     Y(I)=YOLD(II)
47     END DO
48     IMAX=IMAX-IMIN+1
49     IMIN=1
50     CALL TEST(1,IMIN,IMAX,N)
51     C
52     C      RECHERCHE DES EXTREMES GEOMETRIQUE
53     DO I=1,N
54     IF(Y(I).GT.Y(IT))IT=I
55     IF(Y(I).LE.Y(IB))IB=I

```

```

56     END DO
57     IHIGH=IT
58     ILOW=IB
59     YH=Y(IT)
60     XH=X(IT)
61     YL=Y(IB)
62     XL=X(IB)
64     C-----TEST S'IL Y A TURBULENCE
65     IF(REYNOLD.GT.1.8E05)THEN
66     WRITE(*,*)'(SUB.DECOL) TURBULENCE POSSIBLE'
67     WRITE(*,*)'REYNOLD=',REYNOLD
68     20    ICODE=3
69     ID1=IMAX-2
70     ID2=IMAX+2
71     GOTO 100
72     ELSE
73     WRITE(*,*)'(SUB.DECOL) REY=',REYNOLD
74     IF(BA.EQ.'BATC')GOTO 22
75     WRITE(*,*)'(SUB.DECOL) REG. LAMINAIRE, SHORT CUT ? 1=OUI 2=NON'
76     READ(*,*)CH
77     22    IF(CH.EQ.2)THEN
78     ICODE=2
79     ID1=IMAX-2
80     ID2=IMAX+2
81     GOTO 100
82     ELSE
83     ICODE=1
84     GOTO 32
85     END IF
86     END IF
88     C    GENERATION DE LA FORME SIMULANT LA SEPARATION
90     30    IF((NR.GT.1.0).AND.(ICODE.EQ.5))THEN
91     ICODE=6
92     GOTO 100
93     ELSE
94     END IF
95     TETA1=180-DATAN2(YH,XH)*180/PI
96     TETA2=180+DATAN2(YL,XL)*180/PI
97     WRITE(*,*)'(SUB.DECOL) POS.VORTEX,SUP=',TETA1
98     WRITE(*,*)'(SUB.DECOL) POS.VORTEX,INF=',TETA2
99     WRITE(*,*)'(SUB.DECOL) CONFIRMER LA SIMULATION SUPPLEMENTAIRE '
100    WRITE(*,*)' { 1=OUI 0=NON } ?'
101    READ(*,*)CHOIX
102    IF(CHOIX.EQ.0)THEN
103    ICODE=6
104    GOTO 100
105    ELSE
106    END IF
107    32    IF(BA.EQ.'BATC')GOTO 34
108    WRITE(*,*)'(SUB.DECOL) ANG=? FAC=? REF=? { 0=> SURF }'
109    WRITE(*,*)'                ~ ~ ~ { 1=> Uo }'
110    READ(*,*)ANGV,FAC,AXE

```

```
112 34 IF(AXE.EQ.1)GOTO 35
113 HY=Y(IHIGH)-Y(IHIGH-1)
114 HX=X(IHIGH)-X(IHIGH-1)
115 DANG=HY/HX
116 ANGV=ANGV+DANG
117
118 35 D1=FAC*REE
119 NP=IB-IT
120 N1=INT(NP/3)
121 N2=NP-2*N1
122 N3=N1
123 ID1=IT+N1
124 ID2=IB-N3
126 DO I=1,N1
127 IC=IT+I
128 X(IC)=X(IT)+I*(D1/N1)
129 Y(IC)=Y(IT)+ANGV*(X(IC)-X(IT))
130 END DO
132 D3=X(ID1)-X(IB)
133 DO I=1,N3
134 IC=IB-I
135 X(IC)=X(IB)+I*(D3/N3)
136 Y(IC)=Y(IB)-ANGV*(X(IC)-X(IB))
137 END DO
139 D2=Y(ID1)-Y(ID2)
140 DO I=1,N2-1
141 IC=ID1+I
142 X(IC)=X(ID1)
143 Y(IC)=Y(ID1)-I*D2/(N2)
144 END DO
146 100 RETURN
147 END
148
```

OSRESOL.FOR

5 Septembre 1985

14:19:13

PAGE 10

```
1      SUBROUTINE RESOL(X,Y,FI,KODE,DFI,H,G,NX)
2      C
3      C
4      C   PROGRAMME POUR LA SOLUTION DE PROBLEMES DE POTENTIEL
5      C   PAR LA METHODE DES ELEMENTS DE FRONTIERE, AVEC DES
6      C   ELEMENTS LINEAIRES.
7      C
8      C
9      C   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
10     COMMON /DAT/N,NT,PI,IN,OUT
11     DIMENSION X(NX),Y(NX),G(NX,NX),FI(NX),DFI(NX),
12     1  KODE(NX),H(NX,NX)
13     C
14     C   ECRITURE POUR TEST
15     C
16     C   IMP=0
17     C   IF(IMP.EQ.0)GOTO 100
18     C   WRITE(2,5)NT,2,N,NT
19     5  FORMAT(4I5)
20     C   WRITE(2,6)(X(I),Y(I),FI(I),KODE(I),I=1,NT)
21     6  FORMAT(3F10.5, I5)
22     C
23     C   FORME LE SYSTEME D'EQUATION
24     C
25     100 CALL FMAT(X,Y,G,H,FI,DFI,KODE,NX)
26     C
27     C   SOLUTION DU SYSTEME D'EQUATION
28     C
29     C   CALL SLNPD(G,DFI,NT,NX,OUT)
30     C
31     C   OUTPUT
32     C
33     C   CALL ORDRE(X,Y,FI,DFI,KODE)
34     C   RETURN
35     C   END
```

OGEMAIL.FOR

5 Septembre 1985

14:19:26

PAGE 11

```

1      SUBROUTINE FMAT(X,Y,G,H,FI,DEI,KODE,NX)
2      C=====
3      C
4      C      SOUROUTINE D'ASSEMBLAGE DES ELEMENTS POUR FORMER LES MATRICES G ET H.
5      C      ET LE SYSTEME MATRICIEL AX=F
6      C
7      C=====
8      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
9      COMMON /DAT/N,NT,PI
10     DIMENSION X(1),Y(1),G(NX,NX),H(NX,NX),FI(1),KODE(1),DEI(1),NC(2)
11     C      INITIALISATION DES MATRICES G ET H
12     C
13     M=2
14     NC(1)=N
15     NC(2)=NT
16     DO 10 I=1,NT
17     DO 10 J=1,NT
18     G(I,J)=0.0
19     H(I,J)=0.0
20     10 CONTINUE
21     C
22     C      CALCULE DES MATRICES G ET H
23     C
24     C      PREMIERE BOUCLE SUR LES NOEUDS
25     15 DO 110 I=1,NT
26     C
27     C      PARAMETRES DE LA BOUCLE
28     C      POUR LES NOEUDS DE LA FRONTIERE
29     C      INCLUANT L'ELEMENT SINGULIER
30     IF (I.LE.NC(1))THEN
31     C      FRONTIERE INTERIEUR
32     NF=I+1
33     NS=I+NC(1)-2
34     NTEST=NC(1)
35     ADD=0.
36     PASS=0.
37     ELSE
38     C      FRONTIERE EXTERIEUR
39     NF=I+1
40     NS=I+(NC(2)-NC(1))-2
41     NTEST=NC(2)
42     ADD=NC(1)
43     PASS=0.
44     END IF
45     GOTO 1000
47     C      PARAMETRE DE LA BOUCLE
48     C      POUR LES NOEUDS DE L'AUTRE FRONTIERE
49     C      SANS ELEMENT SINGULIER
50     500 IF(I.LE.NC(1))THEN
51     C      FRONTIERE INTERIEUR
52     NF=NC(1)+1
53     NS=NC(2)
54     NTEST=NC(2)
55     ADD=NC(1)

```

```

56      PASS=PASS+1
57      ELSE
58      C   FRONTIERE EXTERIEURE
59          NF=1
60          NS=NC(1)
61          NTEST=NC(1)
62          ADD=0.
63          PASS=PASS+1
64      END IF
65      GOTO 1000
69      C   ASSEMBLAGE DES ELEMENTS NON SINGULIER
70      1000 DO 50 JJ=NF,NS
71          J=JJ
72          K=J+1
73          IF((J-NTEST).GT.0) J=(J-NTEST+ADD)
74          IF((J-NTEST).GT.0) J=(J-NTEST+ADD)
75          IF((K-NTEST).GT.0) K=(K-NTEST+ADD)
76          IF((K-NTEST).GT.0) K=(K-NTEST+ADD)
77          40 CALL INTE(X(I),Y(I),X(J),Y(J),X(K),Y(K),A1,A2,B1,B2)
78              H(I,K)=H(I,K)+A2
79              G(I,K)=G(I,K)+B2
80              H(I,J)=H(I,J)+A1
81              G(I,J)=G(I,J)+B1
82      C
83      C   BALANCEMENT POUR LA CONTRIBUTION DE L'ANGLE DE COIN
84      C
85          H(I,I)=H(I,I)-A1-A2
86          50 CONTINUE
87          IF(PASS)110,2000,110
90      C   ASSEMBLAGE DES ELEMENTS SINGULIERS
91      2000 NF=I+NTEST-ADD-1
92          NS=I+NTEST-ADD
93          DO 95 JJ=NF,NS
94              J=JJ
95              K=J+1
96              IF((J-NTEST).GT.0) J=(J-NTEST+ADD)
97              IF((J-NTEST).GT.0) J=(J-NTEST+ADD)
98              IF((K-NTEST).GT.0) K=(K-NTEST+ADD)
99              IF((K-NTEST).GT.0) K=(K-NTEST+ADD)
100          80 CALL INLO(X(J),Y(J),X(K),Y(K),B1,B2)
101              IF(JJ-NF)82,82,83
102          82 CH=B1
103              B1=B2
104              B2=CH
105          83 G(I,K)=G(I,K)+B2
106              G(I,J)=G(I,J)+B1
107          95 CONTINUE
108              IF(M.EQ.2)GOTO 500
110          110 CONTINUE

```

```
112 C
113 C   ARRANGE LE SYSTEME D'EQUATIONS SOUS LA FORME [AJIX] = [E]
114 C   PRET POUR RESOLUTION
115 C
116     DO 150 J=1,NT
117     IF(KODE(J))150,150,140
118 140 DO 150 I=1,NT
119     CH=G(I,J)
120     G(I,J)=-H(I,J)
121     H(I,J)=-CH
122 150 CONTINUE
123 C
124 C   DFI CONTIENT ORIGINELLEMENT LES COEFFICIENTS INDEPENDANT,
125 C   APRES RESOLUTION IL CONTIENDRA LES VALEURS DES INCONNUES
126 C   DU SYSTEME.
127 C
128     DO 160 I=1,NT
129     DFI(I)=0.
130     DO 160 J=1,NT
131     DFI(I)=DFI(I)+H(I,J)*FI(J)
132 160 CONTINUE
133 RETURN
134 END
```

07 INLO.FOR

5 Septembre 1985

14:20:03

PAGE 14

```
1      SUBROUTINE INLO(X1,Y1,X2,Y2,B1,B2)
2      C
3      C
4      C      CETTE SOUSROUTINE CALCULE LA VALEUR DES ELEMENTS DIAGONAUX
5      C      DE LA MATRICE G
6      C
9      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
10     SR=DSQRT((X2-X1)**2+(Y2-Y1)**2)
11     IF(SR)1,2,1
12     1      B1=SR*(1.5-DLOG(SR))/2
13     B2=SR*(0.5-DLOG(SR))/2
14     RETURN
15     2      B1=0
16     B2=0
17     RETURN
18     END
```

O8INTE.FOR

5 Septembre 1985

14:20:10

PAGE 15

```

1           SUBROUTINE INTE(XP,YP,X1,Y1,X2,Y2,A1,A2,B1,B2)
2           C
3           C
4           C        CETTE SOUSROUTINE CALCULE LA VALEUR DES ELEMENTS HORS DIAGONALE
5           C        DES MATRICE G ET H, PAR INTEGRATION NUMERIQUE SUR LES ELEMENTS
6           C        DE FRONTIERE.
7           C
8           C
9           C        DIST=DISTANCE DU POINT CONSIDERE A L'ELEMENT DE FRONTIERE
10          C        RA =DISTANCE DU POINT CONSIDERE AU POINT D'INTEGRATION SUR
11          C            L'ELEMENT FRONTIERE.
12          C
13          C        IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
14          C        DIMENSION XCO(4),YCO(4),GI(4),OME(4)
15          C        GI(1)=0.86113631
16          C        GI(2)=-GI(1)
17          C        GI(3)=0.33998104
18          C        GI(4)=-GI(3)
19          C        OME(1)=0.34785485
20          C        OME(2)=OME(1)
21          C        OME(3)=0.65214515
22          C        OME(4)=OME(3)
23          C        AX=(X2-X1)/2
24          C        BX=(X2+X1)/2
25          C        AY=(Y2-Y1)/2
26          C        BY=(Y2+Y1)/2
27          C        IF(AX)10,20,10
28          10        TA=AY/AX
29          C        DIST=DABS((TA*XP-YP+Y1-TA*X1)/DSQRT(TA**2+1))
30          C        GOTO 30
31          20        DIST=DABS(XP-X1)
32          30        SIG=(X1-XP)*(Y2-YP)-(X2-XP)*(Y1-YP)
33          C        IF(SIG)31,32,32
34          31        DIST=-DIST
35          32        A1=0.
36          C        A2=0.
37          C        B1=0.
38          C        B2=0.
39          C        DO 40 I=1,4
40          C        XCO(I)=AX*GI(I)+BX
41          C        YCO(I)=AY*GI(I)+BY
42          C        RA=DSQRT((XP-XCO(I))**2+(YP-YCO(I))**2)
43          C        G=DLOG(1/RA)*OME(I)*DSQRT(AX**2+AY**2)
44          C        H=(DIST*OME(I)*DSQRT(AX**2+AY**2)/RA**2)
45          C        A1=A1+(GI(I)-1)*H/2
46          C        A2=A2-(GI(I)+1)*H/2
47          C        B1=B1-(GI(I)-1)*G/2
48          40        B2=B2+(GI(I)+1)*G/2
49          C        RETURN
50          C        END

```

09SLNPD.FOR

5 Septembre 1985

14:20:27

PAGE 16

```

1      SUBROUTINE SLNPD(A,B,N,NX,OUT)
2      C
3      C
4      C      SOLUTION D'UN SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRES PAR LA METHODE
5      C      D'ELIMINATION DE GAUSS AVEC INTERCHANGEMENT DE RANGEES LORSQU'IL
6      C      Y A UN COEFFICIENT NUL SUR LA DIAGONALE.
7      C
8      C      A: MATRICE DU SYSTEME
9      C      B: ORIGINALEMENT IL CONTIENT LES COEFFICIENTS INDEPENDANT
10     C      APRES RESOLUTION IL CONTIENT LES VALEURS DES INCONNUES
11     C      DU SYSTEME
12     C      N: NOMBRE D'INCONNU ACTUELS
13     C      NX: DIMENSION DE A RANGEES ET COLONNES
14     C
15     C      IMPLICIT REAL*8(A-H,D-Z)
16     C      DIMENSION A(NX,NX),B(NX)
17     C      NI=N-1
18     C      DO 100 K=1,NI
19     C      JHOLD=K
20     C      K1=K+1
21     C      C=A(K,K)
22     C      BIG=DABS(A(K,K))
23     C
24     C      RECHERCHE POUR LE PIVOT MAXIMUM
25     C
26     C      DO 30 J=K1,N
27     C      AB=DABS(A(J,K))
28     C      IF(BIG-AB)20,30,30
29     C      20  BIG=AB
30     C      JHOLD=J
31     C      30  CONTINUE
32     C
33     C      DECISION D'INTERCHANGER LES RANGEES
34     C
35     C      IF(JHOLD-K)5,7,5
36     C
37     C      CHANGEMENT DE RANGEE
38     C
39     C      DO 6 L=K,N
40     C      C=A(K,L)
41     C      A(K,L)=A(JHOLD,L)
42     C      6  A(JHOLD,L)=C
43     C      C=B(K)
44     C      B(K)=B(JHOLD)
45     C      B(JHOLD)=C
46     C      C=A(K,K)
47     C      GOTO 3
48     C
49     C      VERIFIER QUE LE COEFF.DE LA DIAGONALE EST NON-NUL
50     C
51     C      IF(DABS(A(JHOLD,JHOLD))-0.000001)8,8,3
52     C      WRITE(OUT,2)K
53     C      2  FORMAT('*****SINGULARITE DANS LA RANGEE ',I5)
54     C      GOTO 300

```

```
56 C DIVISION DE LA RANGEE PAR LE COEFF. DE LA DIAGONAL
57 C
58 3 C=A(K,K)
59 DO 4 J=K1,N
60 4 A(K,J)=A(K,J)/C
61 B(K)=B(K)/C
62 C
63 C ELIMINE L'INCONNU X(K) DE LA RANGEE I
64 C
65 DO 10 I=K1,N
66 C=A(I,K)
67 DO 9 J=K1,N
68 9 A(I,J)=A(I,J)-C*A(K,J)
69 10 B(I)=B(I)-C*B(K)
70 100 CONTINUE
71 C
72 C CALCUL DU DERNIER INCONNU
73 C
74 IF(DABS(A(N,N))-0.000001)8,8,101
75 101 B(N)=B(N)/A(N,N)
76 C
77 C SUBSTITUTION A REBOURD POUR CALCUL DES AUTRES INCONNUES
78 C
79 DO 200 L=1,N1
80 K=N-L
81 K1=K+1
82 DO 200 J=K1,N
83 200 B(K)=B(K)-A(K,J)*B(J)
84 C
85 C
86 300 RETURN
87 END
```

L O O R D R E - F O R

5 Septembre 1985

14:20:53

PAGE 18

```
1            SUBROUTINE ORDR(X,Y,FI,DFI,KODE)
2            C
3            C    CE PROGRAMME REMET EN ORDRE LES VECTEURS FI ET DFI
4            C    ET REPLACE LES VALEURS CORECTES DU POTENTIEL ET DERIVE
5            C    IMPRIME LA SORTIE:  IMP=0 ==>NON ELSE OUI
8            C    IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
9            C    COMMON /DAT/N,NT,PI,IN,OUT
10           C    DIMENSION X(1),Y(1),FI(1),DFI(1),KODE(1)
12           C    DO 30 I=1,NT
13           C    IF(KODE(I))30,30,20
14           20    CH=FI(I)
15                  FI(I)=DFI(I)
16                  DFI(I)=CH
17           30    CONTINUE
19           C
20           C    SORTIE DES RESULTATS (VITESSES SURFACES)
21           C
22                  OUT=2
23                  IMP=0
24                  IF(IMP.EQ.0)GOTO 600
26                  WRITE(OUT,100)
27           100    FORMAT(' ',120('*')//1X,'RESULTATS'//2X,'NOEUDS FRONTIERE'//16X,
28           1       'X',23X,'Y',19X,'POTENTIEL',10X,'DERIVE DU POTENTIEL'//
29                  DO 10 I=1,NT
30           10        WRITE(OUT,200)X(I),Y(I),FI(I),DFI(I)
31           200        FORMAT(4(10X,E14.7))
32                  WRITE(OUT,500)
33           500        FORMAT(' ',120('*'))
34           600        RETURN
35                  END
```

I D E R I V E . F O R

5 Septembre 1985

14:21:04

PAGE 19

```

1           SUBROUTINE DERIVE(X,Y,V,XOLD,YOLD,VOLD,DX,DY,DV,DEL,ND)
2     C
3           IMPLICIT REAL8(A-H,O-Z)
4           COMMON /DAT/N,NT,PI,IN,OUT
5           COMMON /CAR/IT,IB,ID1,ID2,ISTAG
6           DIMENSION X(ND),Y(ND),V(ND),XOLD(ND),YOLD(ND),VOLD(ND),DEL(ND),
7           1   DX(ND),DY(ND),DV(ND)
8     C-----RE-ARRANGEMENT DES SIGNES POUR LA VITESSE TANGENTIELLE
9     C       DU A LA RE-ORIENTATION DU VECTEUR NORMAL
10       DO I=1,N
11       V(I)=DABS(V(I))
12       END DO
13     C-----RECHERCHE DU POINT DE STAGNATION
14     C       INITIALISATION
15       DO I=1,N
16       XOLD(I)=X(I)
17       YOLD(I)=Y(I)
18       VOLD(I)=V(I)
19       END DO
20     C       RECHERCHE
21       ISTAG=1
22       IVAR=INT(N/4)
23       DO I=-IVAR,IVAR
24       IC=I
25       IF(I.LT.1)IC=I+N
26       IF(V(IC).LT.V(ISTAG))ISTAG=IC
27       END DO
28     C-----SORTIE LOC.DU POINT DE STAGNATION
29       XST=X(ISTAG)
30       YST=Y(ISTAG)
31       PSTAG=180-(DATAN2(YST,XST)*180/PI)
32       WRITE(*,*)'PT.DE STAGNATION A',PSTAG,'DEGREE'
33     C-----DERIVE
34     C       PARTIE SUPERIEUR
35       DO I=0,N
36       J=ISTAG+I
37       JJ=J-1
38       CALL TEST(1,J,JJ,N)
39       DX(J)=X(J)-X(JJ)
40       DY(J)=Y(J)-Y(JJ)
41       DEL(J)=DSQRT(DX(J)**2+DY(J)**2)
42       IF(J.EQ.ISTAG)GOTO 31
43       DV(J)=(V(J)-V(JJ))/DEL(J)
44       31 IF(J.EQ.ID1)GOTO 32
45       END DO
46     C       PARTIE INFERIEURE
47       32 DO I=1,N
48       J=ISTAG-I
49       JJ=J+1
50       CALL TEST(1,J,JJ,N)
51       DX(J)=X(J)-X(JJ)
52       DY(J)=Y(J)-Y(JJ)
53       DEL(J)=DSQRT(DX(J)**2+DY(J)**2)
54
55

```

```
56      DV(J)=(V(J)-V(JJ))/DEL(J)
57      IF(J.EQ.ID2)GOTO 42
58      END DO
59      C----- SORTIE DES RESULTATS POUR TEST
60      42      IMP=1
61             IF(IMP.EQ.0)GOTO 100
62             WRITE(20,200)(X(I),Y(I),DEL(I),V(I),DV(I),I=1,N)
63      200      FORMAT(5F15.5)
64      100      RETURN
65             END
66
67
68      SUBROUTINE TEST(I,II,III,N)
69      IF(I.LT.1) I=I+N
70      IF(I.GT.N) I=I-N
71      IF(II.LT.1) II=II+N
72      IF(II.GT.N) II=II-N
73      IF(III.LT.1) III=III+N
74      IF(III.GT.N) III=III-N
75      RETURN
76      END
```

12POINT.FOR

5 Septembre 1985

14:21:27

PAGE 21

```

2      SUBROUTINE POINT(X,Y,V,DV,DEL,TETA,CF,ICODE,ND)
3      C*****
4      C
5      C   RECHERCHE DES POINTS DE SEPARATION SUPERIEURES ET INFERIEURES,
6      C   A L'AIDE DES EQUATIONS INTEGRALES DE MOMENTUM SELON LA METHODE
7      C   DE THWAITES. ET EVALUATION DES COEFFICIENTS DE FRICTION EN
8      C   SURFACE.
9      C
10     C
11     C*****
12     IMPLICIT REAL8(A-H,O-Z)
13     REAL8 LL,MM,LLOLD,LON,LIMIT
14     DIMENSION X(ND),Y(ND),V(ND),DV(ND),TETA(ND),DEL(ND),CF(ND)
15     COMMON /DAI/N,NT,PI,IN,OUT
16     COMMON /CAR/IT,IE,IDI,IDE,ISTAG
17     COMMON /SEP/IHIGH,ILOW,XH,XL,YH,YL,VSH,VSL,DCPH,DCPL
18     COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
21     C   INITIALISATION
22     4   PASS=0
23     LON=0
24     TURB=0
25     F=0.0
26     FM=0.0
27     FMM=0.0
28     GRAD=0
29     ISTART=ISTAG
30     IEND=IDI
33     C=====
34     C   BOUCLE SUR TOUS LES NOEUDS
35     C=====
36     10  DO I=1,N
37         IF(PASS.EQ.0)THEN
38             II=ISTART+I
39             III=II-1
40             IIII=II-2
41             ELSE
42                 II=ISTART-I
43                 III=II+1
44                 IIII=II+2
45             END IF
46     C   TEST POUR VERIFIER LES NUMEROS DE NOEUDS
47         CALL TEST(II,III,IIII,N)
48         LON=LON+DEL(II)
49         IF(V(II).GT.V(III))THEN
50             IPM=II
51             VPM=V(II)
52             ZPM=LON
53         ELSE
54             END IF
55         IF(V(II)**6.EQ.0.)GOTO 400

```

```

56 C TEST GRADIENT ADVERSE
57 IF(GRAD.EQ.1)GOTO 15
58 IF(DV(II).LT.0.)THEN
59 GRAD=1
60 VGA=V(II)
61 ELSE
62 END IF
63
64 C=====
65 C TEST DE TURBULENCE ET POINT DE TRANSITION
66 C=====
67 C LE NB. DE REYNOLD CRITIQUE DEPEND DE LA RUGOSITE: SOIT Rc=200
68 15 IF(ICODE.EQ.1.OR.ICODE.EQ.2)GOTO 20
69 IF(TURB.EQ.1)GOTO 100
70 RTEO=V(III)*TETA(III)/XNU
71 WRITE(*,*)'RTEO',RTEO
72 IF (RTEO.GT.300)THEN
73 WRITE(*,*)'TRANSITION [ DEBUT TURBULENCE ]'
74 C IDENTIFICATION DES CARACTERISTIQUES DE L'ECOULEMENT
75 C AU POINT DE TRANSITION
76 TEIR=TETA(III)
77 UTR=V(III)
78 HTR=HH
79 ITR=III
80 TURB=1
81 GOTO 100
82 ELSE
83 END IF
84
85 C=====
86 C ECOULEMENT LAMINAIRE
87 C=====
88 C SOLUTION DE L'EQUATION INTEGRALE DE MOMENTUM
89 C INTEGRATION METHODE DE GAUSS 3 POINTS
90 20 ZINTOT=0.
91 DO 30 J=1,N
92 IF(PASS.EQ.0)THEN
93 JJ=ISTART+J
94 JJJ=JJ-1
95 ELSE
96 JJ=ISTART-J
97 JJJ=JJ+1
98 END IF
99
100 C TEST POUR VERIFIER LES NUMEROS DE NOEUDS
101 CALL TEST(1,JJ,JJJ,N)
102 EXP=5
103 CALL GAUSS(V(JJJ),V(JJ),EXP,SOL)
104 ZINT=DEL(JJ)*SOL/2
105 ZINTOT=ZINTOT+ZINT
106 IF(JJ.EQ.II)GOTO 32
107 30 CONTINUE
108 C EVALUATION DU RAPPORT DE MOMENTUM (THWAITES)
109 C ET LES FACTEURS DE FORME L ET H

```

```

111 C-----
112 32 TETA2=0.45D0*XNUAZINTOT/V(II)**6
113 TETA(II)=DSQRT(TETA2)
114 MM=-DV(II)*TETA2/XNU
115 LLOLD=LL
116 IF(MM.GE.0.)THEN
117 LL=0.22D0-1.402D0*MM-((0.018D0*MM)/(0.107D0-MM))
118 HH=2.088+0.0731/(0.14-MM)
119 IF(MM.GT.0.1)HH=4.0
120 ELSE
121 LL=0.22D0-1.57D0*MM-1.8D0*(MM**2)
122 HH=2.61+3.75*MM+5.24*MM**2
123 IF(MM.LT.-0.1)HH=2.1
124 END IF
125 C CALCUL DES COEFF.DE FRICTION
126 C-----
127 IF(TETA2.EQ.0)GOTO 400
128 C THWAITES
129 CF(II)=(2.0D0*XNU*LLAV(II))/(TETA(II)*VIT**2)
130 CF(II)=DABS(CF(II))
131 C TEST POUR LE POINT DE SEPARATION
132 C-----
133 35 IF(PASS)40,40,50
134 40 IF(II.LT.IT)GOTO 55
135 IF(II.GT.N/2)GOTO 55
136 IHIGH=II
137 XH=X(II)
138 YH=Y(II)
139 VSH=V(II)
140 GOTO 500
142 50 IF(II.GT.IB)GOTO 55
143 IF(II.LT.N/2)GOTO 55
144 ILOW=IB
145 XL=X(II)
146 YL=Y(II)
147 VSL=V(II)
148 GOTO 75
150 55 IF(GRAD.NE.1)GOTO 400
151 IF(LL.GT.0)GOTO 400
152 IF(MM.LT.0)GOTO 400
154 C INTERPOLATION DE LA POSITION DU POINT DE SEPARATION
155 C-----
156 60 IF(PASS)65,65,70
157 65 IHIGH=II
158 XH=((X(II)-X(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD+X(III)
159 YH=((Y(II)-Y(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD+Y(III)
160 VSH=((V(II)-V(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD+V(III)
161 GOTO 500
162 70 ILOW=II
163 XL=((X(II)-X(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD+X(III)
164 YL=((Y(II)-Y(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD+Y(III)
165 VSL=((V(II)-V(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD+V(III)

```

```

166 C
167 C TEST POUR UNE DEUXIEME RESOLUTION
168 C
169 75 IF(ICODE.EQ.5)THEN
170 WRITE(*,*)'(SUB.POINT) ITERATION SUPPLEMENTAIRE ? 1=OUI 0=NON'
171 READ(*,*)ITER
172 IF(ITER.EQ.0)THEN
173 ICODE=1
174 ELSE
175 ICODE=5
176 END IF
177 ELSE
178 ICODE=5
179 END IF
180 GOTO 570
182 C=====
183 C ECOULEMENT TURBULENT
184 C=====
185 C FORMULATION DE SPENCE POUR L'EVALUATION DE TETA (MOMENTUM THICKNESS)
186 C-----
187 C INTEGRATION DU POINT DE TRANSITION AU POINT SOUS CONSIDERATION
188 C METHODE DE GAUSS 3 POINTS
189 C-----
190 100 ZINTOT=0
191 DO 130 J=1,N
192 IF(PASS.EQ.0)THEN
193 JJ=ITR+J
194 JJJ=JJ-1
195 ELSE
196 JJ=ITR-J
197 JJJ=JJ+1
198 END IF
199 CALL TEST(1, JJ, JJJ, N)
200 EXP=4
201 CALL GAUSS(V(JJJ), V(JJ), EXP, SOL)
202 Z=DEL(JJ)*SOL/2
203 ZINTOT=ZINTOT+Z
204 IF(JJ.EQ.II)GOTO 132
205 130 CONTINUE
206 132 R=V(II)*LON/XNU
207 TETA(II)=((0.0106*RA**(-1/5)*ZINTOT+TETRA*(6/5)*UTR**4.2)/V(II)**4.2)
208 1 ** (5/6)
210 C FORMULATION DE SPENCE POUR L'EVALUATION DE H (SHAPE FACTOR)
211 C-----
212 C INTEGRATION DU POINT DE TRANSITION AU POINT SOUS CONSIDERATION
213 ZTOT=0
214 DO 140 J=1,N
215 IF(PASS.EQ.0)THEN
216 JJ=ITR+J
217 JJJ=JJ-1
218 ELSE
219 JJ=ITR-J
220 JJJ=JJ+1

```

```

221     END IF
222     CALL TEST(1,J,JJ,N)
223     CALL GAUSS2(V(JJJ),V(JJ),TETA(JJJ),TETA(IJ),SOL)
224     Z=DEL(JJ)*XNU***(1/5)*SOL/2
225     ZTOT=ZTOT+Z
226     IF(JJ.EQ.II)GOTO 142
227 140  CONTINUE
228 142  C1=(UTR**2)*(2.105-(0.442/(HTR-1)))
229     C2=(1/V(II)**2)*(C1-0.0031*ZTOT)
230     HH=(1/(4.037-C2))+1
231     WRITE(*,*)'HH=',HH
232     RTETA=V(II)*TETA(II)/XNU
233     CF(II)=0.246*RTETA**(-0.268)*10**(-0.678*HH)
235 C    TEST DE SEPARATION DE LA C.L.SELON STRAFORD
236 C-----
237     IF(GRAD.NE.1)GOTO 400
238     DCP=(V(III)**2-V(II)**2)/(VGA**2*DEL(II))
239     CP=1-(V(II)/VGA)**2
240 C    INTEGRALE EST LA MEME QUE CI-DESSUS =ZINTOT
241 C    ALORS LE BORD D'ATTAQUE IMAGINAIRE SERA ZIMA
242     ZIMA=ZPM-ZINTOT/VPMA**4-94.3*RTETA**2*(1/5)*(UTR/VPM)**4
243     RMOD=VPMA*(LON-ZIMA)/XNU
244     FMM=FM
245     FM=F
246     RAC=((LON-ZIMA)*DCP)
247     IF(RAC.LI.0.0) RAC=0
248     F=CP*ARACA**0.5*(10E-06*RMOD)**(-1.0/10.0)
249     WRITE(*,*)'F=',F
250     IF(FM.GE.0.3)GOTO 199
251     IF(F.LI.0.3)GOTO 400
252     WRITE(*,*)'LIMIT SUR F =?'
253     READ(*,*)LIMIT
254 199  IF(F.GE.LIMIT)THEN
255     POS=1
256     GOTO 200
257     ELSE
258     END IF
259     IF(FM.GT.F)THEN
260     POS=0
261     GOTO 200
262     ELSE
263     GOTO 400
264     END IF
266 C    SI ON A UN ECOULEMENT TURBULENT (ICODE=3) ON DOIT RESOUDRE A NOUVEAU
267 C    POUR LA LOCALISATION DES PTS. EN REGIME TURBULENT
268 C-----
269 200  IF(PASS)365,365,370
270 365  IF(POS)367,367,366
271 366  IHIGH=II
272     IT=II
273     XH=((X(II)-X(III))*(LIMIT-FM)/(F-FM))+X(III)
274     YH=((Y(II)-Y(III))*(LIMIT-FM)/(F-FM))+Y(III)
275     VSH=((V(II)-V(III))*(LIMIT-FM)/(F-FM))+V(III)

```

```

276      GOTO 500
277  367  IHIGH=III
278      IT=III
279      CALL POWELL(X(IIII),X(III),X(II),EMM,EM,E,XH)
280      CALL POWELL(Y(IIII),Y(III),Y(II),EMM,EM,E,YH)
281      CALL POWELL(V(IIII),V(III),V(II),EMM,EM,E,VSH)
282      GOTO 500
283  370  IF(POS)377,377,375
284  375  ILOW=II
285      IB=II
286      XL=((X(II)-X(III))*LIMIT-FM)/(F-FM)+X(III)
287      YL=((Y(II)-Y(III))*LIMIT-FM)/(F-FM)+Y(III)
288      VSL=((V(II)-V(III))*LIMIT-FM)/(F-FM)+V(III)
289      IF(ICODE.EQ.5)THEN
290      WRITE(*,*)'ITERATION SUPPLEMENTAIRE ? 1=OUI 0=NON'
291      READ(*,*)ITER
292      IF(ITER.EQ.0)THEN
293      ICODE=1
294      ELSE
295      ICODE=5
296      END IF
297      ELSE
298      ICODE=5
299      END IF
300      GOTO 570
301  377  ILOW=III
302      IB=III
303      CALL POWELL(X(IIII),X(III),X(II),EMM,EM,E,XL)
304      CALL POWELL(Y(IIII),Y(III),Y(II),EMM,EM,E,YL)
305      CALL POWELL(V(IIII),V(III),V(II),EMM,EM,E,VSL)
306      IF(ICODE.EQ.5)THEN
307      WRITE(*,*)'ITERATION SUPPLEMENTAIRE ? 1=OUI 0=NON'
308      READ(*,*)ITER
309      IF(ITER.EQ.0)THEN
310      ICODE=1
311      ELSE
312      ICODE=5
313      END IF
314      ELSE
315      ICODE=5
316      END IF
317      GOTO 570
319  C=====
320  C   FIN DE LA BOUCLE D'ITERATION SUR TOUS LES NOEUDS
321  C   ET RE-INITIALISATION POUR RESOUDRE LA SURFACE INFERIEURE
322  C=====
323  400  IF(II.EQ.IEND)THEN
324      IF(PASS)401,401,402
325  401  IHIGH=II
326      XH=X(II)
327      YH=Y(II)
328      VSH=V(II)
329      WRITE(*,*)'PAS DE-SEPARATION PARTIE SUPERIEURE'
330      ICODE=1

```

```

331      GOTO 500
332  402  ILOW=II
333      XL=X(II)
334      YL=Y(II)
335      VSL=V(II)
336  403  WRITE(*,*)'PAS DE SEPARATION PARTIE INFERIEURE'
337      ICODE=1
338      GOTO 570
339      ELSE
340      END IF
341      END DO
342      GOTO 570
344  C    RE-INITIALISATION PARTIE INFERIEURE
345  500  PASS=1
346      LON=0.0
347      TURB=0.0
348      F=0.0
349      FM=0.0
350      FMM=0.0
351      GRAD=0.0
352      ISTART=ISTAG
353      IEND=ID2
354      GOTO 10
356  570  RETURN
357      END
360      SUBROUTINE GAUSS(Y1,Y2,EXP,SOL)
361  C=====
362  C    SOUSPROGRAMME D'INTEGRATION PAR LA METHODE DE GAUSS
363  C    POUR UN ELEMENT LINEAIRE A TROIS POINT
364  C=====
365      REAL KSI,N1,N2
366      DIMENSION KSI(3),W(3)
367      SOL=0.0
368      ARG=3./5.
369      KSI(1)=0
370      KSI(2)=SQRT(ARG)
371      KSI(3)=-KSI(2)
372      W(1)=8./9.
373      W(2)=5./9.
374      W(3)=5./9.
375      DO I=1,3
376      N1=(1-KSI(I))/2.
377      N2=(1+KSI(I))/2.
378      Y=N1*Y1+N2*Y2
379      SOL=SOL+W(I)*Y**EXP
380      END DO
381      RETURN
382      END
385      SUBROUTINE GAUSS2(Y1,Y2,T1,T2,SOL)

```

```

=====
386 C
387 C      SOUSPROGRAMME D'INTEGRATION PAR LA METHODE DE GAUSS
388 C      POUR UN ELEMENT LINEAIRE A TROIS POINT
389 C
=====
390 REAL KSI,N1,N2
391 DIMENSION KSI(3),W(3)
392 SOL=0.0
393 ARG=3./5.
394 KSI(1)=0
395 KSI(2)=SQRT(ARG)
396 KSI(3)=-KSI(2)
397 W(1)=8./9.
398 W(2)=5./9.
399 W(3)=5./9.
400 DO I=1,3
401   N1=(1-KSI(I))/2.
402   N2=(1+KSI(I))/2.
403   Y=N1*Y1+N2*Y2
404   I=N1*X1+N2*X2
405   SOL=SOL+W(I)*(Y*(9/5))/T*(6/5)
406 END DO
407 RETURN
408 END
409
410 SUBROUTINE POWELL(X1,X2,X3,F1,F2,F3,XM)
411 C
412 C      LOCALISATION D'UN POINT OPTIMUM
413 C      PAR UNE FONCTION PARABOLIQUE
414 C
=====
415 T1=(X2**2-X3**2)*F1+(X3**2-X1**2)*F2+(X1**2-X2**2)*F3
416 T2=(X2-X3)*F1+(X3-X1)*F2+(X1-X2)*F3
417 XM=0.5*(T1/T2)
418 RETURN
419 END

```

13COEFF.FOR

5 Septembre 1985

14:23:28

PAGE 29

```

1      SUBROUTINE COEFF(X,Y,V,REF,DX,DY,DEL,OMEGA,CF,CP,DCP,CPMOY,CL,CD,CDF
2      I ,CDTOT,CM,ND)
3      C=====
4      C
5      C
6      C      SUBROUTINE POUR LE CALCUL DES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES
7      C      UTILISANT LA RELATION DE BERNOULLI ENTRE LA VITESSE ET LA
8      C      PRESSION DE STAGNATION.
9      C
10     C
11     C
12     C=====
13     IMPLICIT REAL8(A-H,O-Z)
14     COMMON /DAT/N,NT,PI,IN,OUT
15     COMMON /CAR/IT,IB,ID1,ID2,ISTAG
16     COMMON /SEP/IHIGH,ILOW,XH,XL,YH,YL,VSH,VSL,DCPH,DCPL
17     COMMON /AIR/VIT,REYNOLD
18     DIMENSION X(ND),Y(ND),V(ND),DX(ND),DY(ND),DEL(ND),CP(ND),
19     I OMEGA(ND),CF(ND),DCP(ND)
20     WRITE(*,*) 'VSH=',VSH,'VSL=',VSL
21     C
22     C      INITIALISATION
23     DYH=YH-Y(IHIGH-1)
24     DXH=XH-X(IHIGH-1)
25     DYL=YL-Y(ILOW+1)
26     DXL=XL-X(ILOW+1)
27     ANG=(360.0/N)
28     C
29     C      CALCUL DES COEFFICIENTS DE PRESSION SUR LA SURFACE
30     C      PARTIE SUPERIEURE AVANT
31     DO J=0,N
32     I=ISTAG+J
33     CALL TEST(1,1,I,N)
34     OMEGA(I)=ANG*J
35     CP(I)=1-(V(I)/VIT)**2
36     IF(I.EQ.IHIGH-1)GOTO 5
37     END DO
38     C
39     C      PARTIE INFERIEURE AVANT
40     DO J=1,N
41     I=ISTAG-J
42     II=I-ISTAG
43     CALL TEST(1,I,II,N)
44     OMEGA(I)=ANG*(II)
45     CP(I)=1-(V(I)/VIT)**2
46     IF(I.EQ.ILOW+1)GOTO 8
47     END DO
48     C
49     C      PARTIE ARRIERE
50     CPMOY=(CPSH+CPSL)/2.
51     DO 10 J=IHIGH,ILOW
52     I=J
53     II=I-ISTAG

```

```

56      CALL TEST(1,I,II,N)
57      OMEGA(I)=ANG*(II)
58      CP(I)=CPMOY
59      10  CONTINUE
61      C  INTEGRATION DES COEFF SUR LA SURFACE
63      C  INITIALISATION
64      CM=0
65      CD=0
66      CL=0
67      CDF=0
68      CLE=0
70      C  PARTIE SUPERIEURE AVANT
71      DO J=1,N
72      I=J+ISTAG
73      II=I-1
74      CALL TEST(1,I,II,N)
75      12  DCL=-0.5*(CP(I)+CP(II))*DX(I)
76      DCD= 0.5*(CP(I)+CP(II))*DY(I)
77      DCM=DCD*(Y(I)-DY(I)/2.)-DCL*(X(I)-DX(I)/2.)
78      DCDF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DX(I)
79      DCLF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DY(I)
80      CL=CL+DCL
81      CD=CD+DCD
82      CM=CM+DCM
83      CDF=CDF+DCDF
84      CLE=CLE+DCLF
85      IF(I.EQ.IHIGH-1)GOTO 14
86      END DO
87      C  PARTIE RESTANTE JUSQU'A SEPARATION
88      14  DCL=- (0.5*(CPSH+CP(IHIGH-1))*DXH)
89      DCD= (0.5*(CPSH+CP(IHIGH-1))*DYH)
90      DCM=DCD*(YH-DYH/2.)-DCL*(XH-DXH/2.)
91      CL=CL+DCL
92      CD=CD+DCD
93      CM=CM+DCM
95      C  PARTIE INFERIEURE AVANT
96      DO J=1,N
97      I=ISTAG-J
98      II=I+1
99      CALL TEST(1,I,II,N)
100     DCL= 0.5*(CP(I)+CP(II))*DX(I)
101     DCD=-0.5*(CP(I)+CP(II))*DY(I)
102     DCM= DCD*(Y(I)-DY(I)/2.)-DCL*(X(I)-DX(I)/2.)
103     DCDF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DX(I)
104     DCLF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DY(I)
105     CL=CL+DCL
106     CD=CD+DCD
107     CM=CM+DCM
108     CDF=CDF+DCDF
109     CLE=CLE+DCLF
110     IF(I.EQ.ILOW+1)GOTO 20

```

```

111      END DO
112      C   PARTIE RESTANTE JUSQU'A SEPARATION
113      20  DCL= 0.5*(CPSL+CP(ILOW+1))*DXL
114          DCD=-0.5*(CPSL+CP(ILOW+1))*DYL
115          DCM=DCD*(YL-DYL/2.)-DCL*(XL-DXL/2.)
116          CL=CL+DCL
117          CD=CD+DCD
118          CM=CM+DCM
120      C   PARTIE ARRIERE
121      100 DCD=-(YH-YL)*CPMOY
122          DCL=(XH-XL)*CPMOY
123          DCM=(DCD*(YH+YL)/2.)-(DCL*(XH+XL)/2.)
124          CL=CL+DCL
125          CD=CD+DCD
126          CM=CM+DCM
128          CL=CL/REF
129          CD=CD/REF
130          CM=CM/REF
131          CDF=CDF/REF
132          CLF=CLF/REF
133          CDTOT=CD+CDF
135      C
136      C   POSITION SEPARATION POLAIRE
137      C
138          OMEGA1=DATAN2(YH,XH)*180/PI
139          OMEGA1=180-OMEGA1
140          OMEGA2=DATAN2(YL,XL)*180/PI
141          OMEGA2=180+OMEGA2
142      C
143      C   IMPRESSION DES RESULTATS
144      C
145          IMP=0
146          IF(IMP.EQ.0)GOTO 200
147          WRITE(13,120)N
148          WRITE(13,130)(OMEGA(I),CP(I),I=1,N)
149          WRITE(13,130)360.0,CP(1)
150          WRITE(17,137)REYNOLD,CD,CDF,CDTOT,CL,CM
151      200 WRITE(6,333)OMEGA1,OMEGA2
152          WRITE(6,131)CD
153          WRITE(6,132)CL
154          WRITE(6,133)CDF
155          WRITE(6,134)CDTOT
156          WRITE(6,135)CM
157      120 FORMAT('CP',/, 'DEGREE',/, 'COEFF DE PRESSION',/, I5)
158      130 FORMAT(2G12.5)
159      131 FORMAT('COEFFICIENT DE TRAINEE = ',F10.5)
160      132 FORMAT('COEFFICIENT DE PORTANCE = ',F10.5)
161      133 FORMAT('COEFFICIENT DE TRAINEE DE FROTTEMENT = ',F10.5)
162      134 FORMAT('TRAINEE TOTALE = ',F10.5)
163      135 FORMAT('COEFFICIENT DE MOMENT = ',F10.5)
164      137 FORMAT(6G12.5)
165      333 FORMAT('ANGLE DE SEPARATION SUP.=',F6.2, 'INF.= ',F6.2)

```

166
167

RETURN
END

```

10 '=====
20 'PROGRAMME POUR GENERER LES COORDONNEES CYLINDRIQUES DE PROFILES
30 'SIMULANT LES CONDUCTEURS ELECTRIQUES AVEC DIFFERENTES FORMES DE
40 'GLACE ACCUMULE
50 '=====
60 DIM R(100),TETA(100),NX(100),NY(100),XHOLD(100),YHOLD(100)
70 INPUT "SORTIE SUR IMPRIMANTE (O/N)";CH$
80 IF CH$="N" GOTO 110
90 POKE 150,18
100 PRINT#-2,CHR$(27);CHR$(20)
110 INPUT "DIAMETRE DU CONDUCTEUR";VDIA
120 INPUT "NOMBRE DE POINTS";N
130 DANG=360.0/N
140 FOR I=1 TO N
150 R(I)=VDIA/2
160 TETA(I)=DANG*(I-1)
170 IF (TETA(I)>180.0) THEN TETA(I)=TETA(I)-360.0
180 NEXT I
190 INPUT "EP.DE GLACE (CM)";EP
200 INPUT "ANG.DE DISPERSION +- (DEG) ";ANG
210 PRINT "FORME 1-ABRUTE"
220 PRINT "      2-FORTE"
230 PRINT "      3-MOYENNE"
240 PRINT "      4-DOUCE"
250 PRINT "      5-(+) REBORD"
260 INPUT DUM
270 ON DUM GOTO 280,290,300,310,320
280 CR=2 :GOTO 330
290 CR=1.6:GOTO 330
300 CR=1.2 : GOTO 330
310 CR=1.0 :GOTO 330
320 CR=0.8 :GOTO 330
330 INPUT "OPTION DE COUPE (O/N)";OP$
340 IF OP$<>"0" THEN 370
350 INPUT "EPAISSEUR LIMITE";RC
360 RC=RC+VDIA/2
370 IF CH$="N" THEN 430
380 PRINT#-2,"DIA INIT :";VDIA,"NB. DE POINT : ";N:PRINT#-2,"EP.GLACE : ";EP,"ANG DE DISPERSION +- : ";ANG
390 PRINT#-2,"CRITERE DE FORME =";CR
400 IF OP$<>"0" THEN 420
410 PRINT#-2,"OP.COUPE / RC =";RC
420 PRINT#-2
430 C1=EP/ANG^CR
440 FOR J=1 TO N
450 I=J+N/2
460 IF I>N THEN I=I-N
470 IF ABS(TETA(I)) > ANG GOTO 520
480 DIFF=ABS(TETA(I))-ANG
490 R(I)=R(I)+C1*(ABS(DIFF))^CR

```

```

500 IF OP$<>"0" THEN 520
510 IF R(I)>RC THEN R(I)=RC
520 IF CH$="N" THEN 550
530 PRINT#-2,USING "#.###";R(I),
540 PRINT#-2," ",
550 'PRINT R(I),
560 IF REF < (2*R(I)) THEN REF=2*R(I)
570 NEXT J
580 INPUT"VISUALISATION ";CH$
590 IF CH$="N" THEN RUN
600 PMODE 4,1
610 PCLS
620 PI=3.14159
630 F=255/(3*(VDIA+EP))
640 INPUT"ROTATION (O/N)";ROT$
650 IF ROT$<>"0" THEN AROT=0:GOTO 680
660 INPUT"ANGLE DE ROTATION";AROT
670 AROT=AROT*PI/180
680 INPUT"SEPARATION (O/N)";SEP$
690 IF SEP$<>"0" THEN 710
700 INPUT"ANGV,FAC";ANGV,FAC
710 'F=255/(1.5*(VDIA+FAC*REF))
720 SCREEN 1,1
730 FOR I=1 TO N+1
740 IF I>N THEN J=I-N ELSE J=I
750 TETA=PI+AROT+(J-1)*2*PI/N
760 NX(J)=R(J)*COS(TETA)
770 NY(J)=R(J)*SIN(TETA)
780 X2=F*NX(J)+128 : Y2=F*NY(J)+96
790 IF I=1 THEN X1=X2 : Y1=Y2
800 LINE (X1,Y1)-(X2,Y2),PSET
810 X1=X2 : Y1=Y2
820 NEXT I
830 FOR I=1 TO N+1
840 IF I>N THEN J=I-N ELSE J=I
850 LE=VDIA/2
860 TETA=(J-1)*2*PI/N
870 X=LE*COS(TETA)*F+128
880 Y=LE*SIN(TETA)*F+96
890 IF I=1 THEN X1=X : Y1=Y
900 LINE (X1,Y1)-(X,Y),PSET
910 X1=X : Y1=Y
920 NEXT I
930 XMA=-F*((VDIA/2)+(EP/2))
940 A=XMA*COS(AROT)+126
950 B=XMA*SIN(AROT)+96
960 PAINT(A,B),1,1
970 IF SEP$="0" GOSUB 1430
980 LINE (0,96)-(252,96),PSET

```

```

990 LINE (126,0)-(126,192),PSET
1000 FOR X=1 TO 251 STEP 10
1010 PRESET (X-1,96) :PRESET (X+1,96)
1020 PRESET (X,96) :NEXT X
1030 FOR Y=1 TO 191 STEP 10
1040 PRESET (126,Y-1):PRESET (126,Y+1)
1050 PRESET (126,Y) :NEXT Y
1060 C$=INKEY$ :IF C$="" THEN 1060
1070 IF C$<> "P" THEN GOTO 70
1080 V$=INKEY$ :IF (V$="0") OR (V$="1") THEN 1090 ELSE 1080
1090 N1=VAL(V$)
1100 'POUR IMPRESSION GRAPHIQUE
1110 POKE 150,18
1120 PRINT#-2,CHR$(30)
1130 PRINT#-2,CHR$(27);CHR$(23)
1140 PRINT#-2,CHR$(18)
1150 FOR L=32 TO 144 STEP 7
1160 FOR C=7 TO 23
1170 FOR J=0 TO 7:A(J)=0:NEXT J
1180 FOR IL=0 TO 6:DUM=INT(2^IL)
1190 LIGN=L+IL
1200 ADD=1538+LIGN*32+C
1210 W=PEEK(ADD)
1220 IF W=0 GOTO 1270
1230 FOR J=0 TO 7:JJ=INT(2^(7-J))
1240 TES=INT(W AND JJ)
1250 IF TES = JJ THEN A(J)=A(J)+DUM
1260 NEXT J
1270 NEXT IL
1280 'PLOT
1290 N2=C*8
1300 PRINT#-2,CHR$(27);CHR$(16);CHR$(N1);CHR$(N2);
1310 FOR J=0 TO 7
1320 IF A(J)=0 THEN GATE=0:GOTO 1370
1330 IF GATE=0 THEN PRINT#-2,CHR$(27);CHR$(16);CHR$(N1);CHR$(N2);
1340 GATE=1
1350 A(J)=A(J)+128
1360 PRINT#-2,CHR$(A(J));
1370 N2=N2+1
1380 NEXT J
1390 NEXT C
1400 PRINT#-2
1410 NEXT L
1420 STOP
1430 'MAX GEO
1440 FOR I=1 TO N
1450 IF NY(IT)<NY(I) THEN IT=I
1460 IF NY(IB)>NY(I) THEN IB=I
1470 IF NX(IMIN)>NX(I) THEN IMIN=I

```

Screen Dump

```

1480 XHOLD(I)=NX(I)
1490 YHOLD(I)=NY(I)
1500 NEXT I
1510 'RENUM + CH.SENS NUMERO
1520 FOR I=1 TO N
1530 II=N-I+IMIN+1
1540 IF II < 1 THEN II=II+N
1550 IF II > N THEN II=II-N
1560 NX(I)=XHOLD(II)
1570 NY(I)=YHOLD(II)
1580 NEXT I
1590 IT=IMIN-IT+1
1600 IB=IMIN-IB+1
1610 IF IT < 1 THEN IT=IT+N
1620 IF IT > N THEN IT=IT-N
1630 IF IB < 1 THEN IB=IB+N
1640 IF IB > N THEN IB=IB-N
1650 'SEPARATION
1660 D1=FAC*REF
1670 NP=IB-IT
1680 N1=INT(NP/3)
1690 N2=NP-2*N1
1700 I1=IT+N1
1710 I2=IB-N1
1720 FOR I=1 TO N1
1730 IC=IT+I
1740 NX(IC)=NX(IT)+I*(D1/N1)
1750 NY(IC)=NY(IT)+ANGV*(NX(IC)-NX(IT))
1760 X1=128+F*NX(IC-1) :Y1=96+F*NY(IC-1)
1770 X2=128+F*NX(IC) :Y2=96+F*NY(IC)
1780 GOSUB 1990
1790 NEXT I
1800 D3=NX(I1)-NX(IB)
1810 FOR I=1 TO N1
1820 IC=IB-I
1830 NX(IC)=NX(IB)+I*(D3/N1)
1840 NY(IC)=NY(IB)-ANGV*(NX(IC)-NX(IB))
1850 X1=128+F*NX(IC+1) :Y1=96+F*NY(IC+1)
1860 X2=128+F*NX(IC) :Y2=96+F*NY(IC)
1870 GOSUB 1990
1880 NEXT I
1890 D2=NY(I1)-NY(I2)
1900 FOR I=1 TO N2-1
1910 IC=I1+I
1920 NX(IC)=NX(I1)
1930 NY(IC)=NY(I1)-I*D2/N2
1940 X1=128+F*NX(I1) :Y1=96+F*NY(IC-1)
1950 X2=X1 :Y2=96+F*NY(IC)
1960 GOSUB 1990

```

```
1970 NEXT I
1980 RETURN
1990 IF X2 < 0 THEN X2=0
2000 IF Y2 < 0 THEN Y2=0
2010 LINE (X1,Y1)-(X2,Y2),PSET
2020 RETURN
2030 SCREEN 1,1:GOTO 2030
```