

MÉMOIRE  
PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN RESSOURCES ET SYSTÈMES

PAR  
FRANCE RENAUD, ING. JR  
B. EN GÉNIE UNIFIÉ OPTION MÉCANIQUE

CALCUL DES COEFFICIENTS AÉRODYNAMIQUES  
D'UN PROFIL D'AILE NACA AVEC ACCUMULATION DE GLACE  
PAR LA MÉTHODE DES ÉQUATIONS INTÉGRALES AUX LIMITES



### Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

À

Pierre

Andrée-Anne

Sara-Émilie

Guillaume

Avec tout mon amour

## RÉSUMÉ

L'évaluation de la performance d'une éolienne de type Darrieus nécessite la connaissance des coefficients aérodynamiques de la pale pour différentes conditions d'opérations. Les pales exécutent une rotation de  $360^\circ$  lorsque l'éolienne fonctionne. Durant cette rotation, le nombre de Reynolds varie considérablement. Et enfin, les conditions climatiques du Québec impliquent la formation de givre sur le profilé.

Une simplification intéressante pour ce type de phénomène consiste à traiter l'écoulement en deux parties distinctes. D'abord, solutionner l'extérieur de la couche limite par un écoulement à potentiel; ensuite, résoudre l'écoulement visqueux à l'intérieur de la couche limite. La méthode des éléments finis aux limites nous permet de relever ce défi. On évite alors le coût excessif de la résolution des équations de Navier-Stokes.

La solution de l'écoulement à potentiel rend possible le calcul de la pression s'appliquant sur le profil. Lorsque le coefficient de pression est connu à chaque noeud de la forme, on peut ensuite évaluer le coefficient de portance de la pale pour différents angles d'attaque. Enfin, la résolution de la couche limite par les équations intégrales de momentum nous donne le coefficient de friction de surface et les points de séparation de la couche limite.

Le profil étudié est le NACA0012 en régime turbulent à des angles d'attaque où il n'y a pas de séparation. Une seule frontière d'intégration définit la forme, l'écoulement, ainsi que la discontinuité à l'arrière du profilé (condition de Kutta).

Les résultats obtenus par la méthode de calcul préconisée s'avèrent très proches des résultats expérimentaux et des valeurs théoriques données par les équations de Kutta-Joukowski et la relation de Théodorsen. Donc le modèle développé remplit les objectifs initiaux.

Cependant, certaines améliorations peuvent être envisagées ultérieurement pour raffiner le modèle. Soit en représentant la forme avec plus de précision et en définissant de façon moins simplifiée la condition de Kutta à l'arrière du profilé lors de la rotation. Cependant, ce travail se limite à l'étude des caractéristiques aérodynamiques sans décollement de la couche limite. Enfin, des résultats expérimentaux supplémentaires seraient indispensables afin de vérifier la validité des résultats obtenus avec le profil givré.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier M. Pierre McComber pour sa supervision comme directeur de recherche dans ce mémoire, M. Gilles Bouchard pour les informations pertinentes sur son mémoire qui ont permis au présent travail de voir le jour ainsi qu'à la bibliothèque de l'école de pilotage du Collège de Chicoutimi dont le prêt de certains volumes fut très apprécié.

## TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	iii
REMERCIEMENTS .....	v
TABLE DES MATIÈRES .....	vi
LISTE DES FIGURES .....	viii
LISTE DES SYMBOLES.....	xii
INTRODUCTION .....	1
1. ÉOLIENNE ET AÉRODYNAMISME.....	11
1.1 Géométrie de l'éolienne Darrieus .....	11
1.2 Vitesse autour du profilé .....	13
1.3 Forces aérodynamiques .....	17
1.4 Méthode d'évaluation des coefficients aérodynamiques d'un profil aérodynamique .....	19
1.5 Puissance générée par l'éolienne .....	20
1.6 Profils simulés .....	21
1.7 Profils avec accumulation de glace .....	22
2. ÉCOULEMENT À POTENTIEL .....	26
2.1 Formulation et hypothèse .....	26
2.2 Conditions aux limites .....	27
2.3 Développement des équations intégrales aux limites .....	27
2.4 Discrétisation par éléments finis .....	30
2.5 Programmation .....	36
2.6 Singularités rencontrées .....	37
2.7 Condition de Kutta .....	37
2.8 Choix du maillage .....	39

3.	COUCHE LIMITE .....	47
3.1	Concept de couche limite .....	47
3.2	Équation intégrale de quantité de mouvement .....	48
3.3	Évaluation des points de séparation et du coefficient de friction local .....	52
3.3.1	Couche limite laminaire .....	53
3.3.2	Couche limite turbulente .....	54
3.3.3	Cheminement général du sous-programme .....	56
4.	VALIDATION DES MÉTHODES DE CALCUL UTILISÉES .....	58
4.1	Distribution de pression .....	58
4.2	Coefficient de portance CL .....	78
4.3	Coefficient de traînée CD .....	83
4.4	Coefficient de friction CF .....	87
4.5	Distribution de pression sur le profil NACA0015 .....	90
4.6	Coefficient de portance pour le profil NACA0015 .....	101
	TRAVAUX ULTÉRIEURS .....	103
	CONCLUSION .....	105
	BIBLIOGRAPHIE .....	107
	ANNEXE 1	
	Programme pour le calcul des coordonnées d'un profil .....	114
	ANNEXE 2	
	Fichier d'entrée pour simulation du profil NACA0012 .....	119
	Fichier d'entrée pour simulation du profil NACA0015 .....	120
	Fichier d'entrée pour simulation du profil NACA0015 avec accumulation de glace .....	121
	ANNEXE 3	
	Programme principal .....	122

## LISTE DES FIGURES

- Figure i: Méthode des éléments finis avec maillage triangulaire. Tatum [39].
- Figure ii: Méthode des éléments finis avec maillage orthogonal. Tatum [39].
- Figure iii: Domaine d'intégration pour méthode des éléments finis de frontière. Carey et Kim [7].
- Figure iv: Coefficient de pression pour des angles d'attaques de  $0^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  et  $8^\circ$ . Carey et Kim [7].
- Figure v: Coefficient de portance obtenu par simulation numérique en comparaison avec les résultats expérimentaux. Carey et Kim [7].
- Figure vi: Accumulation de givre simulé numériquement en comparaison avec des résultats expérimentaux. Lozowski et Oleskiw [21].
- Figure 1.1: Pale d'une éolienne à pales courbes.
- Figure 1.2: Composantes de vitesse.
- Figure 1.3: Rotation de la pale.
- Figure 1.4: Orientation de la composante de vitesse perpendiculaire.
- Figure 1.5: Résultante de vitesse.
- Figure 1.6: Forces aérodynamiques exercées sur un profil.
- Figure 1.7: Composantes des forces aérodynamiques.
- Figure 1.8: Profil NACA0012.
- Figure 1.9: Profil NACA0015 avec accumulation de glace [21].
- Figure 2.1: Définition du domaine et représentation des conditions aux limites.
- Figure 2.2: Domaine d'intégration en demi-cercle pour un point P sur la frontière.
- Figure 2.3: Domaine d'intégration pour un point P situé à un angle coin.
- Figure 2.4: Discrétisation en éléments de frontière.

- Figure 2.5: Élément linéaire.
- Figure 2.6: Organigramme de la solution par la méthode des équations intégrales aux limites.
- Figure 2.7: Frontières d'intégration.
- Figure 2.8: Frontières d'intégration et condition de Kutta.
- Figure 2.9: Angle de coin avec les vecteurs normaux.
- Figure 2.10: Profil NACA0012 avec 21 noeuds.
- Figure 2.11: Profil NACA0012 avec 29 noeuds.
- Figure 2.12: Profil NACA0012 avec 33 noeuds.
- Figure 2.13: Profil NACA0012 avec 37 noeuds.
- Figure 2.14: Profil NACA0012 avec 73 noeuds.
- Figure 2.15: Profil NACA0012 avec 109 noeuds.
- Figure 3.1: Schéma de la couche limite.
- Figure 3.2: Forces agissant sur un élément de la couche limite.
- Figure 3.3: Partie supérieure de la forme.
- Figure 4.1: Distribution de pression sur un profil NACA0012 avec 37 noeuds.  
 $Re_\gamma = 9 \times 10^6$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .
- Figure 4.2: Pourcentage d'erreur sur la distribution de pression pour un profil NACA0012.
- Figure 4.3: Distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $5^\circ$ .
- Figure 4.4: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $5^\circ$ .
- Figure 4.5: Distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $5^\circ$ .
- Figure 4.6: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $5^\circ$ .

- Figure 4.7: Distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $10^\circ$ .
- Figure 4.8: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $10^\circ$ .
- Figure 4.9: Distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $10^\circ$ .
- Figure 4.10: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $10^\circ$ .
- Figure 4.11: Forme simulée versus forme réelle.
- Figure 4.12: Point de séparation de la couche limite en fonction de l'angle d'attaque sur la partie inférieure du profil.
- Figure 4.13: Point de séparation de la couche limite en fonction de l'angle d'attaque sur la partie supérieure du profil.
- Figure 4.14: Simulation d'un angle d'attaque de  $10^\circ$ .
- Figure 4.15: Forme réelle de la condition de Kutta à l'arrière du profilé.
- Figure 4.16: Écoulement réel à l'arrière du profilé.
- Figure 4.17: Organigramme pour le calcul des pressions avec la forme modifiée.
- Figure 4.18: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0012.
- Figure 4.19: Pourcentage d'erreur sur le coefficient de portance pour le profil NACA0012.
- Figure 4.20: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0012.  
Résultats théoriques circulation  $\Gamma$  autour du profil par la formule de Kutta Réf. [10] p. 83.
- Figure 4.21: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0012.  
Résultats expérimentaux provenant Réf. [1] p. 462.
- Figure 4.22: Coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance.

- Figure 4.23: Coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance.  
Résultats expérimentaux provenant Réf. [1] p. 463.
- Figure 4.24: Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un coefficient de portance nul.
- Figure 4.25: Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un coefficient de portance nul.  
Résultats expérimentaux provenant Réf. [1] p. 171.
- Figure 4.26: Coefficient de friction en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la quantité de mouvement de la couche limite  $R_{\theta}$ .
- Figure 4.27: Pourcentage d'erreur sur le coefficient de friction en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la quantité de mouvement de la couche limite  $R_{\theta}$ .
- Figure 4.28: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec 37 noeuds.  
 $Re_y = 9 \times 10^6$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .
- Figure 4.29: Pourcentage d'erreur sur la distribution de pression pour un profil NACA0015 avec ou sans glace.
- Figure 4.30: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (37 points)
- Figure 4.31: Profil NACA0015 avec accumulation de glace.
- Figure 4.32: Partie avant du profil NACA0015 avec accumulation de glace.
- Figure 4.33: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (49 points)
- Figure 4.34: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (39 points) (répartition 1)
- Figure 4.35: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (39 points) (répartition 2)
- Figure 4.36: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (39 points) (répartition 3)
- Figure 4.37: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (33 points)
- Figure 4.38: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0015 avec et sans givre.

## LISTE DES SYMBOLES

A:	Domaine bidimensionnel
c:	Corde du profilé, m
CD:	Coefficient de traînée
CDF:	Coefficient de traînée relié à la friction
CF:	Coefficient de friction
CL:	Coefficient de portance
CLF:	Coefficient de portance relié à la friction
CM:	Coefficient de moment
CN:	Coefficient normal
CP:	Coefficient de pression
CT:	Coefficient tangentiel
$C_x$ :	Coefficient de portance
$C_z$ :	Coefficient de traînée
d:	Distance sur la demi-hauteur du rotor, m
D:	Traînée
f:	Vecteur élémentaire des sollicitations
F:	Vecteur global des sollicitations
h:	Demi-hauteur du rotor, m
H:	Facteur de forme
H':	Facteur de forme
k:	Matrice rigidité
K:	Matrice globale des éléments
L:	Portance

$L_i$ :	Paramètre relié à la friction de surface
$m_i$ :	Paramètre relié au gradient de pression
$\vec{n}$ :	Vecteur normal au contour
$n$ :	Nombre de pale
$N_1$ :	Fonction d'interpolation
$N_2$ :	Fonction d'interpolation
$p$ :	Pression statique sur la surface du solide, Pa
$P$ :	Puissance générée par l'aérogénérateur, W
$q$ :	Flux : $\partial\psi/\partial n$
$r$ :	Distance de la frontière pour la fonction, m
$r'$ :	Rayon du rotor à une distance $h$ de l'équateur, m
$R'$ :	Rayon du rotor à l'équateur, m
$R_\theta$ :	Nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la couche limite
Rey:	Nombre de Reynolds
$S$ :	Frontière
$S_1$ :	Frontière où le flux $q = \partial\psi/\partial n$ est connu
$S_2$ :	Frontière où la fonction de courant $\psi$ est connu
$t$ :	Épaisseur du profilé, m
$u$ :	Composante en $x$ de la vitesse, m/s
$U$ :	Vitesse à l'extérieur de la couche limite
$U_t$ :	Vitesse tangentielle, m/s
$v$ :	Composante en $y$ de la vitesse, m/s
$V$ :	Volume de l'obstacle
$V_o$ :	Vitesse de l'écoulement libre, m/s
$W$ :	Vitesse résultante, m/s

$W_p$	Résultante de vitesse perpendiculaire, m/s
$W_t$	Résultante de vitesse tangentielle, m/s
$x$	Direction du vent
$x_t$	Coordonnée en x sur le profilé, m
$y$	Direction normale au vent
$y_t$	Coordonnée en y sur le profilé, m
$\alpha$	Angle d'incidence de la vitesse résultante sur la pale, degré
$\delta$	Opérateur variationnel
$\delta^*$	Épaisseur de déplacement, m
$\delta_p$	Fonction de Dirac
$\varepsilon$	Rayon
$\theta$	Épaisseur de quantité de mouvement, m
$\nu$	Viscosité cinématique de l'air, m <sup>2</sup> /s
$\xi$	Coordonnée des noeuds
$\rho$	Masse volumique de l'air, kg/m <sup>3</sup>
$\tau$	Force de cisaillement à la surface du solide, Pa
$\phi$	Angle d'inclinaison de la section de pale, degré
$\psi$	Fonction de courant
$\omega$	Fonction de pondération
$\omega_t$	Vitesse de rotation de la pale, rad/s
$\infty$	Propriété de l'écoulement libre
$\oint$	Intégrale de contour fermé

## INTRODUCTION

La technologie permettant de produire de l'énergie utile à partir du vent est très ancienne. L'homme apprivoisa d'abord le vent pour la navigation, il y a environ 500 ans. Ensuite, les moulins à vent font leur apparition. Ils sont à axe vertical en Mésopotamie, en Chine et en Iran. Quatre siècles avant J.C. naissent les moulins à axe horizontal en Égypte. Les moulins font leur entrée en Europe seulement au septième siècle après J.C.. Ces appareils remplacent l'énergie de l'homme pour différents travaux: mouture du grain, drainage des terres, pompage de l'eau, sciage du bois, pétrissage du pain, etc. Avec l'avènement des turbines pour l'exploitation de l'énergie hydraulique, les moulins à vent ont été remplacés par les machines à vapeur, les moteurs à combustion interne et les moteurs électriques. Ces appareils fournissent de l'énergie à la demande de façon économique.

Au début des années 1900, l'intérêt de certains pays s'accroît pour produire de l'électricité à partir du vent. Les pays d'Europe qui se préoccupent de cette forme d'énergie sont: le Danemark, l'Allemagne et la France. En Amérique, les États-Unis s'intéresse à cette puissance. Pendant la deuxième guerre mondiale la compagnie américaine Morgan Smith Co. construit une éolienne au Vermont d'une puissance nominale de 1250 kW (bipale de 53 m de diamètre). C'est la première expérience américaine d'électricité à l'aide du vent pour fins commerciales. En 1945,

l'expérience prend fin pour des raisons économiques. La France, l'Angleterre, l'Allemagne et le Danemark expérimentent dans les années 60 des éoliennes de puissance nominale de 100 kW à 1000 kW.

Avec la crise de l'énergie des années 70, les pays ont tourné leurs intérêts vers la technologie éolienne. Aux États-Unis, on retrouve des projets allant de la fabrication artisanale aux éoliennes de 3 MW de puissance raccordées aux réseaux électriques. La NASA, les grandes compagnies d'aéronautique américaines et le Département de l'énergie aux États-Unis sont bien engagés dans un programme sur l'énergie éolienne. Au Canada, le CNRC et l'IREQ développent le type d'éolienne Darrieus pour les régions éloignées. Aux Iles-de-la-Madeleine, un prototype de 230 kW a été installé pour fin d'expérimentation. En 1978, les Danois ont implanté un aérogénérateur de 2 MW sur le campus de l'école Tvind. Ce projet a été réalisé par des amateurs. Une éolienne bipale de 2 MW a été inaugurée en 1979 aux États-Unis. À Cap-Chat, au Québec, une éolienne Darrieus de 4 MW est en opération depuis mars 1988. Des projets encore plus vastes sont prévus pour les prochaines années.

L'énergie éolienne par ses qualités d'énergie renouvelable et non polluante attire l'intérêt de nombreux pays du monde. Au Québec, l'IREQ évalue le potentiel éolien exploitable à environ 55 000 MW. En 1989, les centrales hydroélectriques installées au Québec totalisent une puissance de 30 000 MW. Donc l'énergie du vent est une ressource importante qui pourrait subvenir à nos besoins actuels. Une grande superficie inutilisée

du Québec pourrait servir à des parcs d'éoliennes. Une première étape serait de rendre cette énergie compétitive avec les prix de l'énergie hydroélectrique. Ensuite de développer des moyens de stockage de cette énergie qui soient économiques.

Plusieurs chercheurs Massé [22], Rangi [32], South [35], Saulnier [34], Paracheviou [30], Strickland [38] travaillent à mieux comprendre le système éolien afin d'améliorer les performances de ces aérogénérateurs. Certains d'entre eux se sont penchés particulièrement sur l'étude du profil d'aile utilisé et de l'air s'écoulant autour. Différents modèles mathématiques ont été développés pour simuler l'écoulement d'air sur un profilé dans le but de calculer la pression s'y exerçant et en connaître les coefficients aérodynamiques.

Des simplifications importantes ont été faites au début du siècle. Prandtl a introduit la notion de couche limite pour la première fois en 1904 [31]. À l'intérieur de la couche limite, les forces de viscosités sont importantes et les gradients de vitesse sont élevés. À l'extérieur de la couche limite, les gradients de vitesse sont faibles et les forces de viscosité restent négligeables. Cette zone s'apparente au fluide parfait et on l'appelle la zone de fluide libre. Suite à cette simplification, il est alors possible de solutionner comme un écoulement à potentiel le fluide à l'extérieur de la couche limite. Ensuite, il reste à résoudre l'écoulement visqueux de la couche limite. Plusieurs auteurs se sont attaqués au problème de solutionner l'écoulement à potentiel

autour d'un obstacle par des méthodes numériques. Tatum [39] a utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre l'écoulement. Ces essais portent sur des maillages triangulaires et des maillages orthogonaux (voir figure i et ii). Les résultats présentés par l'auteur sont très précis mais la difficulté de modifier le maillage du domaine, soit lors de la rotation du profilé ou encore lors de l'accumulation de givre, rend cette approche beaucoup moins intéressante. L'intérêt de la méthode des éléments finis de frontières prend naissance dans la flexibilité et la facilité de changer la géométrie de la forme. Bouchard [2] a validé les sous-programmes développés par Brebbia [5], en l'appliquant au cas d'un cylindre avec et sans givre. Les résultats obtenus sont plus précis que ceux obtenus avec la méthode des éléments finis standards. Carey et Kim [7] ont appliqué la méthode des éléments finis de frontière au cas d'un profil d'aile NACA0012 en utilisant le domaine d'intégration présenté à la figure iii afin de tenir compte de la condition de Kutta au bord de fuite. La figure iv présente les résultats obtenus pour le coefficient de pression pour des angles d'attaques de  $0^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  et  $8^\circ$ . La figure v montre les coefficients de portance calculés en comparaison avec les valeurs expérimentales tirées de Abbott et Doenhoff [1]. Les résultats présentés sont très intéressants. Strickland, Oler, Im et Smith [38] ont utilisé la méthode des petits pavés à tourbillons. Lozowski et Oleskiw [21] se sont intéressés au phénomène de l'accumulation de givre au bord d'attaque d'un profil NACA0015. L'algorithme qu'ils ont développé donnent des résultats intéressants comparativement à l'expérimentation (voir figure vi).

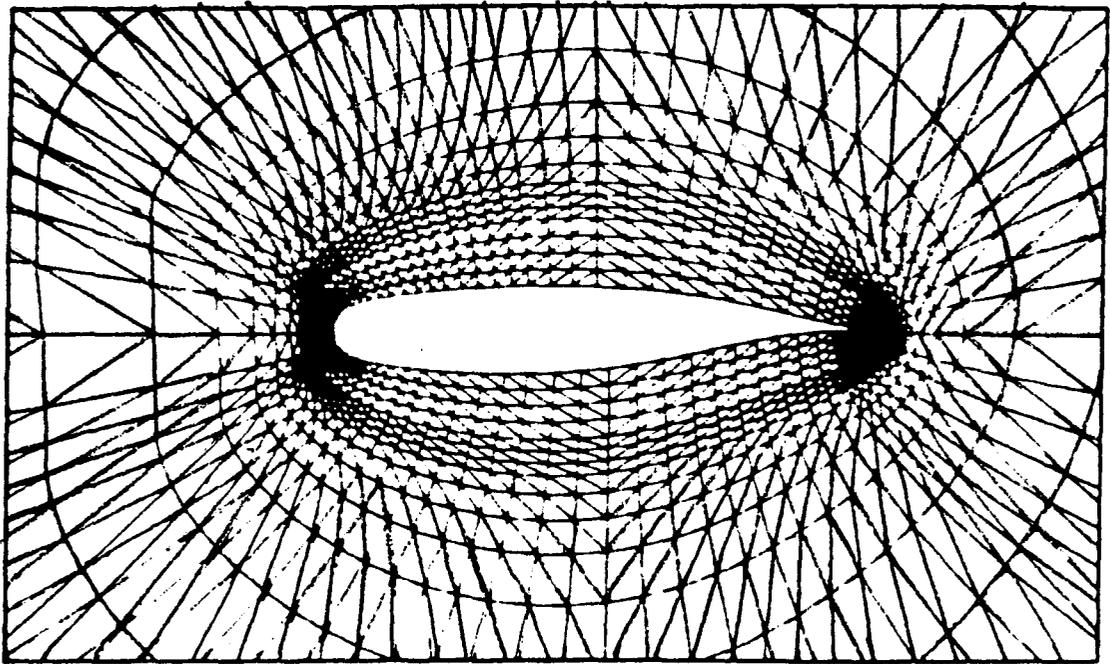
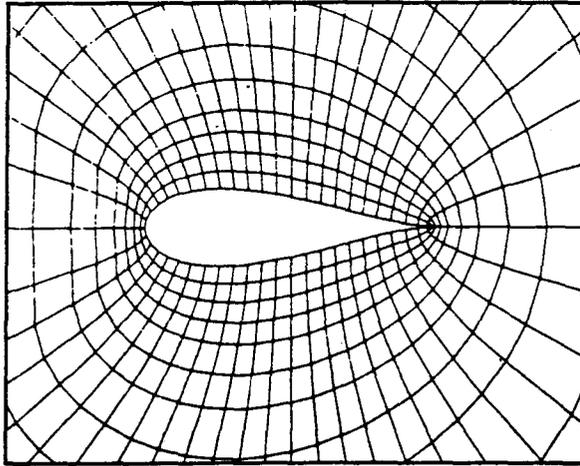


Figure i: Méthode des éléments finis avec maillage triangulaire. Tatum [39].



**Fig. 5** 25.7% thick symmetric Joukowski airfoil;  $48 \times 12$  mesh, quadrilateral elements.

Figure ii: Méthode des éléments finis avec maillage orthogonal. Tatum [39].

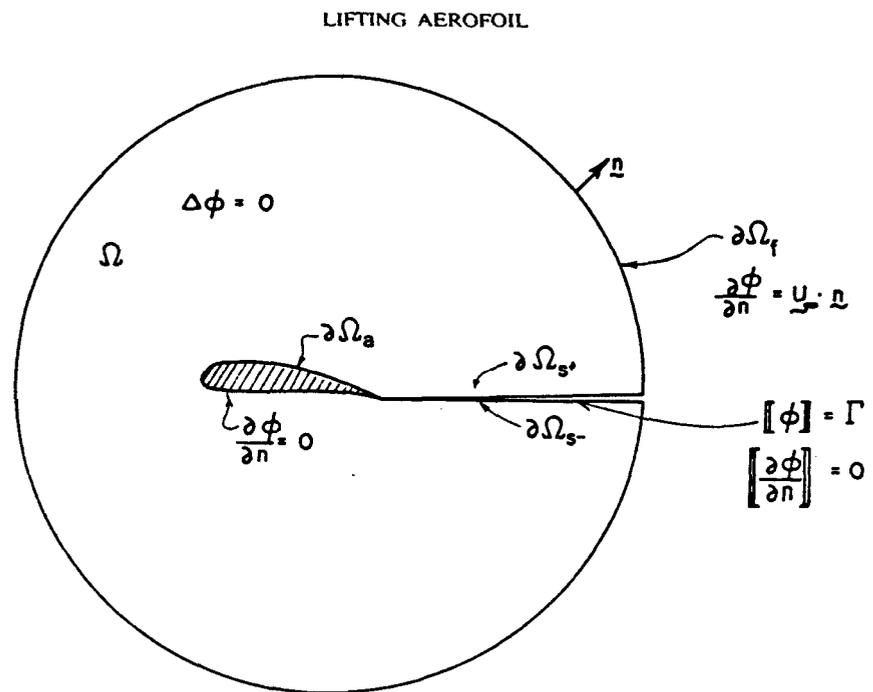


Figure 1. Flow domain  $\Omega$  showing aerofoil, branch cut and far-field boundaries  $\partial\Omega_a$ ,  $\partial\Omega_s$ ,  $\partial\Omega_f$  and associated boundary conditions

Figure iii: Domaine d'intégration pour méthode des éléments finis de frontière. Carey et Kim [7].

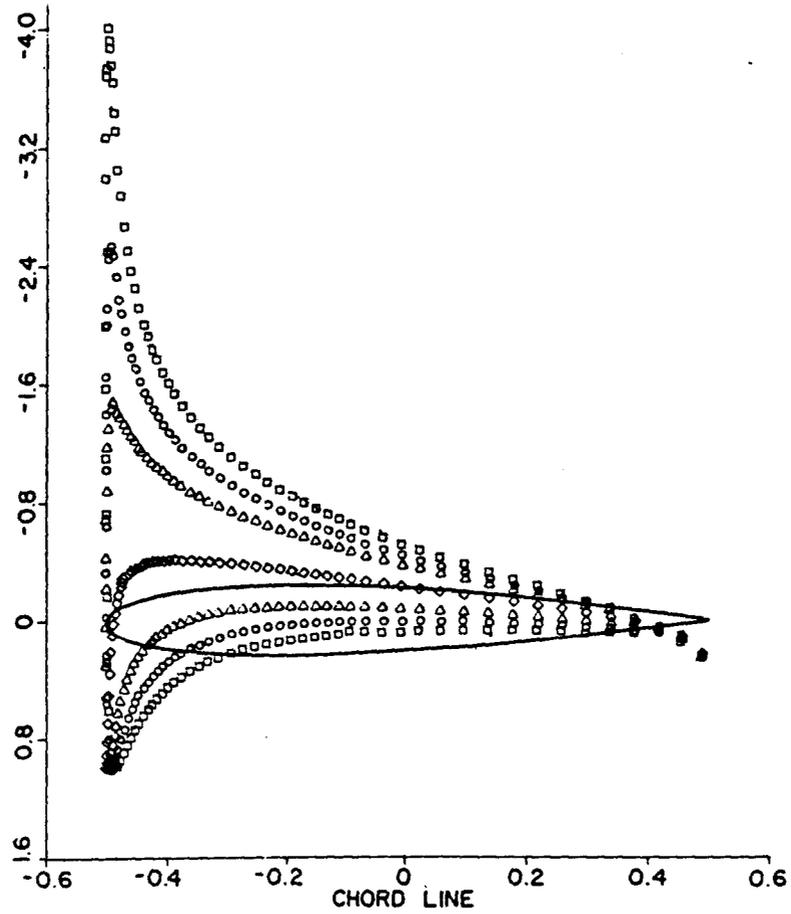


Figure 4. Plots of pressure coefficient  $C_p$  with respect to chord length for incident uniform flow at angles  $\alpha = 0^\circ, 4^\circ, 6^\circ,$  and  $8^\circ$  ( $\diamond, \Delta, \circ, \square$ )

Figure iv: Coefficient de pression pour des angles d'attaques de  $0^\circ, 4^\circ, 6^\circ$  et  $8^\circ$ . Carey et Kim [7].

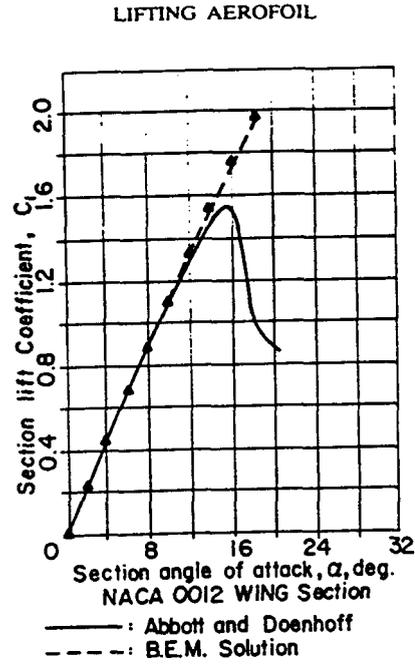


Figure 5. Comparison of computed lift coefficient  $C_l$  with experimental results

Figure v: Coefficient de portance obtenu par simulation numérique en comparaison avec les résultats expérimentaux. Carey et Kim [7].

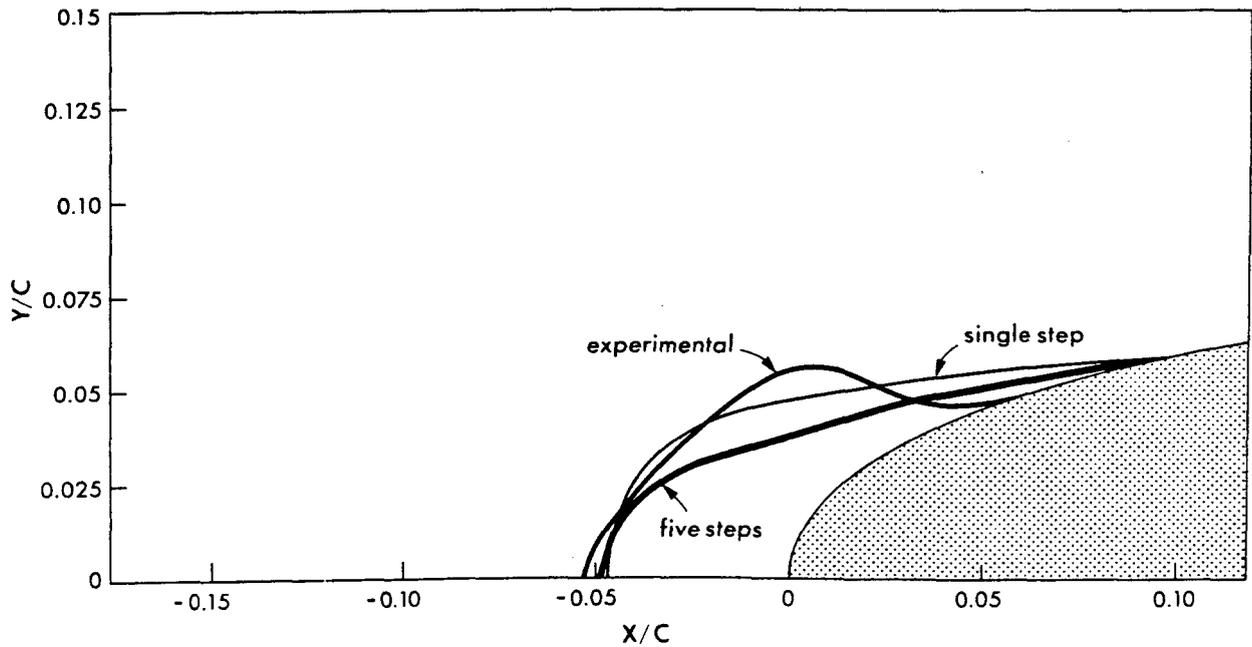


Figure vi: Accumulation de givre simulé numériquement en comparaison avec des résultats expérimentaux. Lozowski et Oleskiw [21].

Ce mémoire vise à valider l'application des éléments finis de frontières pour un profil d'aile NACA avec accumulation de givre sans séparation de la couche limite. Le programme développé par Bouchard [2] à l'aide des sous-programmes de Brebbia [5] pour l'application d'un cylindre sera adapté pour le cas d'un profilé (approche de Carey et Kim [7]). Le sous-programme traitant de la séparation de la couche limite permettra de vérifier qu'il n'y a pas de décollement. Il offre donc un avantage intéressant. Pour ce qui est de l'accumulation de givre les profils obtenus par Lozowski et Oleskiw [21] sont utilisés.

## CHAPITRE I

### ÉOLIENNE ET AÉRODYNAMISME

Plusieurs organismes reconnus s'intéressent aux éoliennes de type Darrieus, entre autre l'IREQ [22], [30], [34], le CNRC [32], [35], [40] et la NASA [38]. Ces organismes cherchent à modéliser le fonctionnement de tels aérogénérateurs afin de prévoir leur comportement et les puissances soutirables en fonction de certains paramètres d'opération. Au Québec, avec le climat particulièrement rigoureux en saison hivernale, l'accumulation de glace devient un phénomène important pour la modélisation et l'utilisation des éoliennes.

#### 1.1 Géométrie de l'éolienne Darrieus [12] [14] [30]

L'éolienne de type Darrieus comporte généralement deux ou trois pales. Ces pales sont recourbées. Lorsque le rapport de la hauteur du rotor et du diamètre du rotor est d'environ 1, on assume la forme de la pale à une parabole. Cette approximation facilite les calculs et n'est pas une restriction essentielle [14].

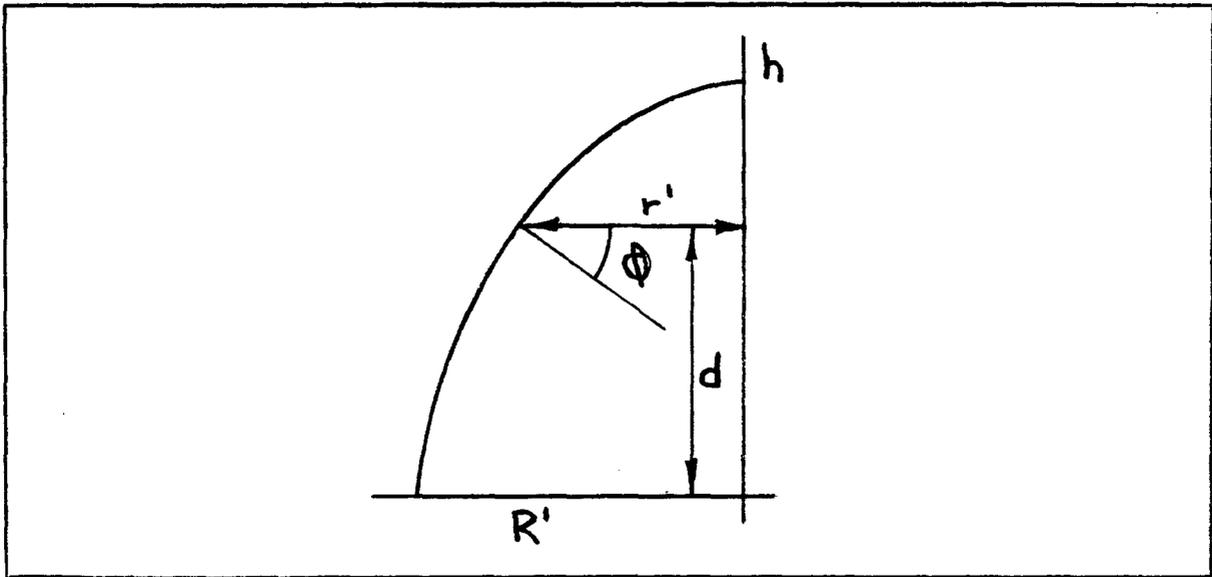


Figure 1.1: Pale d'une éolienne à pales courbes

Pour une forme parabolique:

$$\begin{aligned} \text{à } y = H & \quad r' = 0 \\ \text{à } y = 0 & \quad r' = R' \end{aligned}$$

$$r' = R' - R' (d/h)^2 \quad (1.1)$$

L'angle  $\phi$  entre la droite normale à l'élément de pale et l'horizontale est:

$$\phi = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{2d R'}{h^2} \right] \quad (1.2)$$

## 1.2 Vitesse autour du profilé

Les pales effectuent une rotation autour de la tour centrale, ce qui produit la puissance développée par le rotor. L'intensité du vent qui frappe la pale de l'éolienne peut se décomposer suivant la direction parallèle à sa corde et suivant la direction perpendiculaire. La valeur de ces composantes dépend de la position de la pale lors de sa rotation (Figures 1.2 et 1.3).

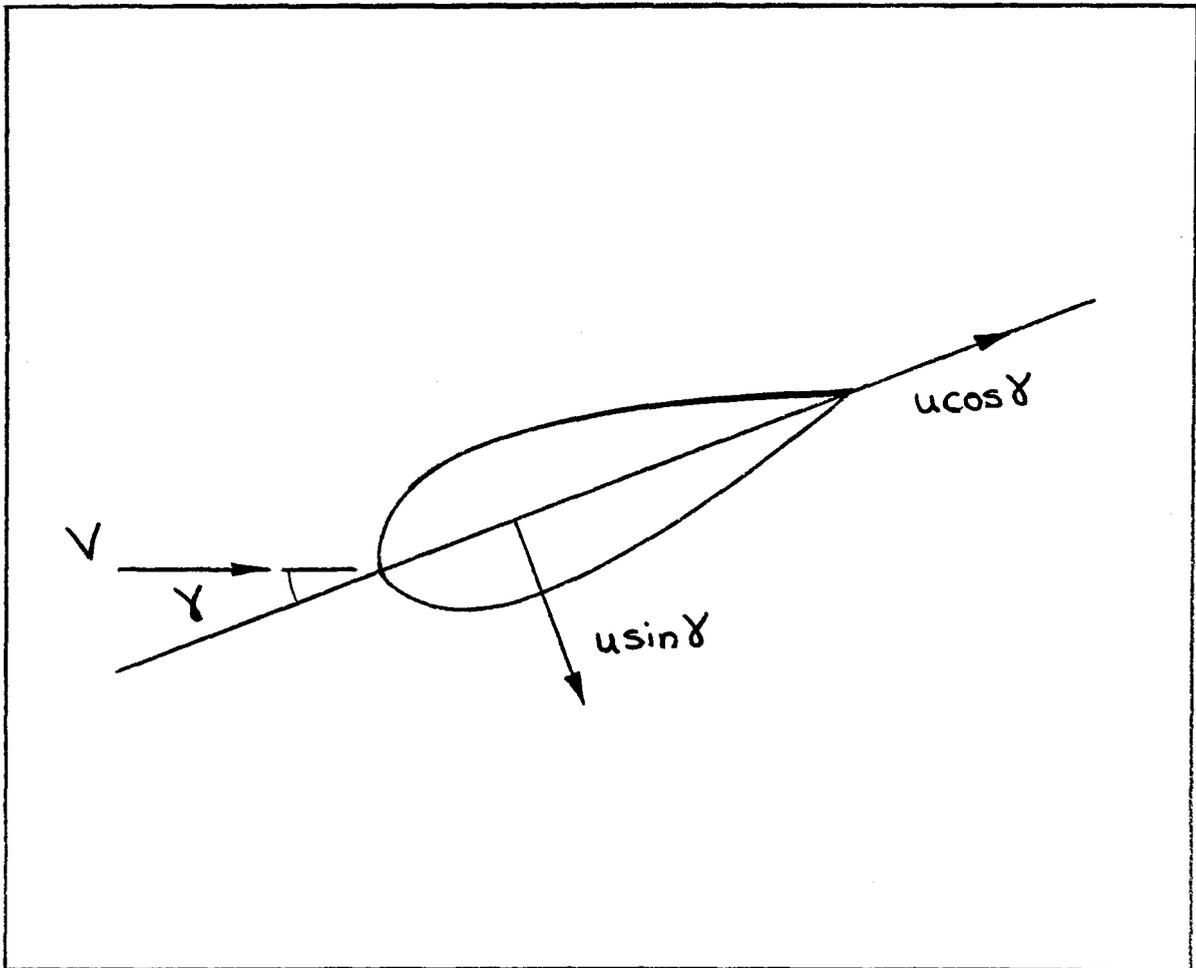


Figure 1.2: Composantes de vitesse.

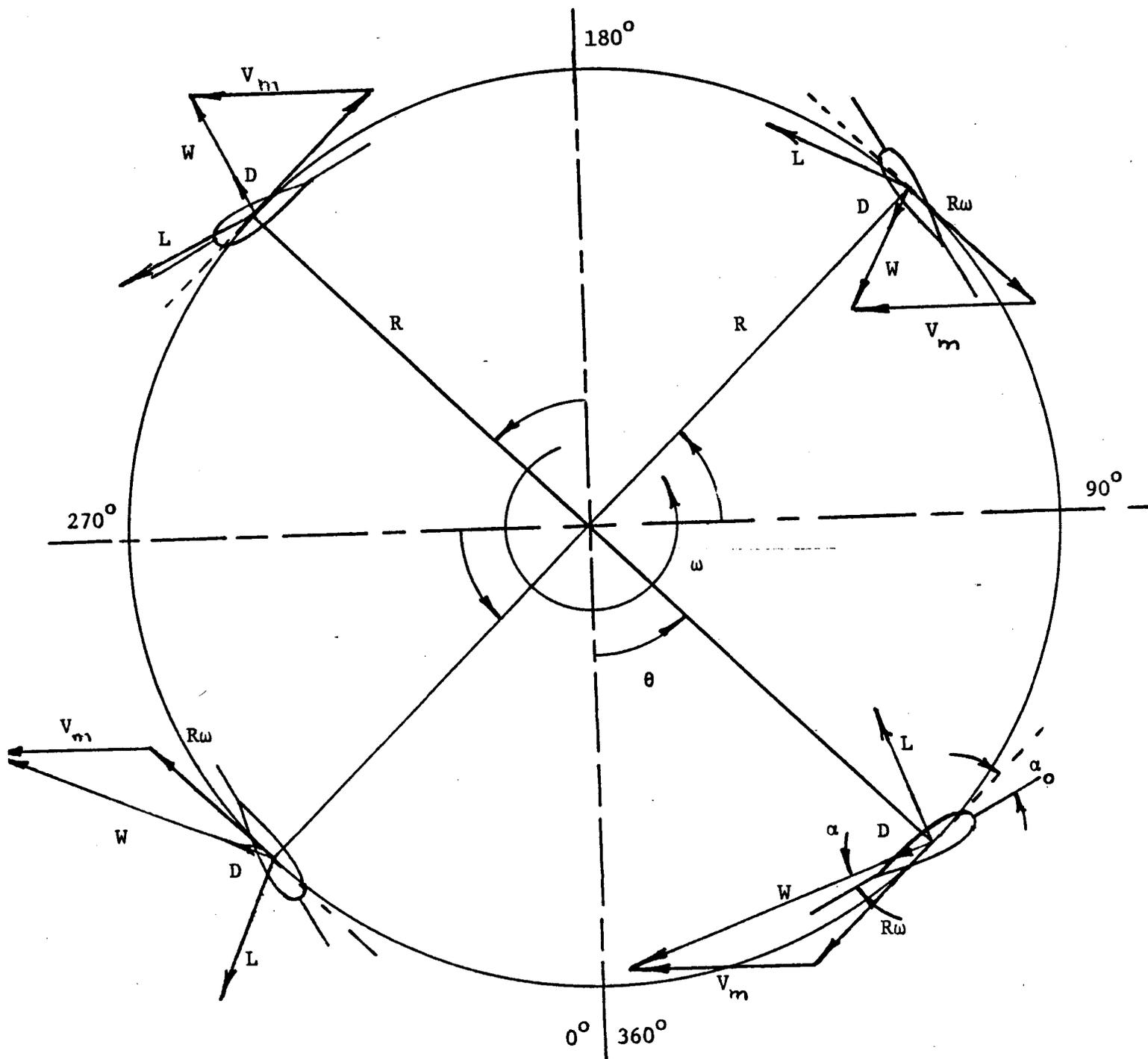


Figure 1.3: Rotation de la pale.

Comme la pale tourne autour de son axe de rotation, elle a donc une vitesse tangentielle  $U$  qui s'ajoute à  $u \cos \gamma$ :

$$U = \omega_t r' \quad (1.3)$$

où  $\omega_t$ : vitesse de rotation de la pale, rad/s

$$W_T = u \cos \gamma + \omega_t r' \quad (1.4)$$

On a donc la résultante de vitesse perpendiculaire agissant sur la pale dans le plan horizontal:

$$W_P = u \sin \gamma \quad (1.5)$$

Cette composante est orientée suivant un angle  $\phi$  par rapport à la section de la pale (Figure 1.4)

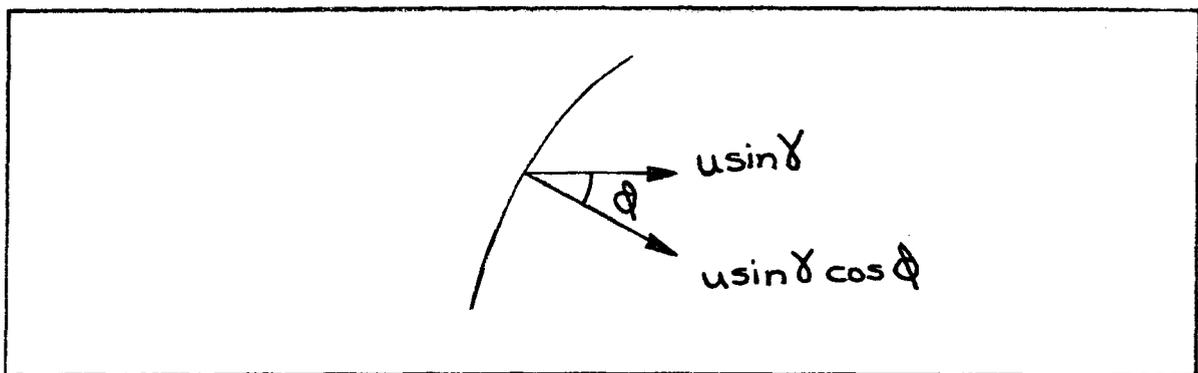


Figure 1.4: Orientation de la composante de vitesse perpendiculaire.

La composante  $u \sin\gamma \cos\phi$  est dans le plan de la section de la pale.

Pour connaître la vitesse résultante qui agit sur la pale on fait la somme vectorielle de ces deux composantes: Figure 1.5

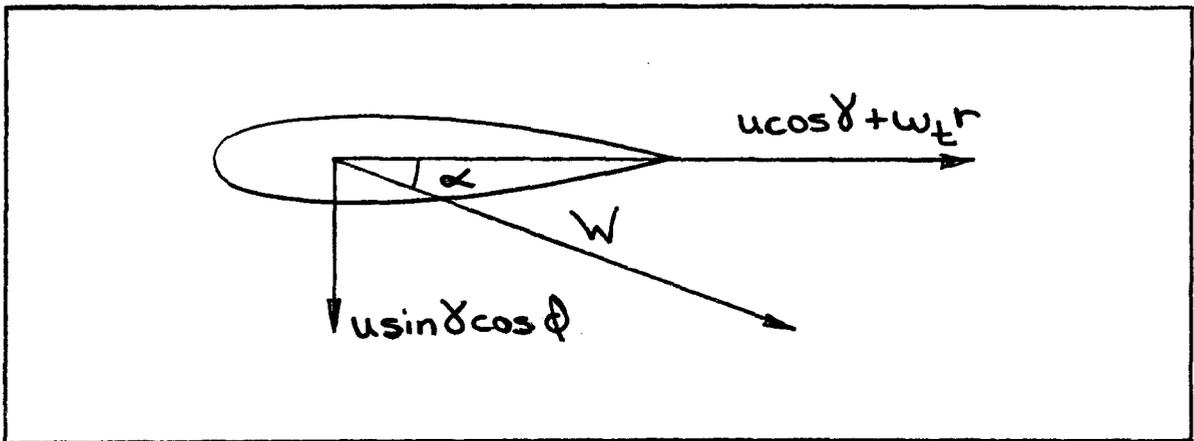


Figure 1.5: Résultante de vitesse.

$$|W| = [(u \cos\gamma + \omega_t r')^2 + (u \sin\gamma \cos\phi)^2]^{1/2} \quad (1.6)$$

L'angle d'incidence de cette vitesse sur la pale se calcule:

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{u \sin\gamma \cos\phi}{\omega_t r + u \cos\gamma} \right] \quad (1.7)$$

- $\alpha$  est nul lorsque la vitesse relative du vent  $W$  est parallèle à la surface balayée par le rotor.

- $\alpha$  est positif pour  $0^\circ < \gamma < 180^\circ$ .
- $\alpha$  est négatif pour  $180^\circ < \gamma < 360^\circ$ .

### 1.3 Forces aérodynamiques

Lorsqu'un profilé est placé dans un écoulement d'air, deux forces sont engendrées par l'écoulement. La première, perpendiculaire à la direction de la vitesse, s'appelle la portance ( $L$ ). La seconde, orientée parallèlement à l'écoulement, la traînée ( $D$ ).

Ces forces sont fonction de la différence de pression entre son extrados et son intrados. Elles s'exercent perpendiculairement au profil à son centre aérodynamique. Elles sont dues à la pression qu'exerce le fluide sur le profil d'aile et au frottement de ce même fluide sur la surface.

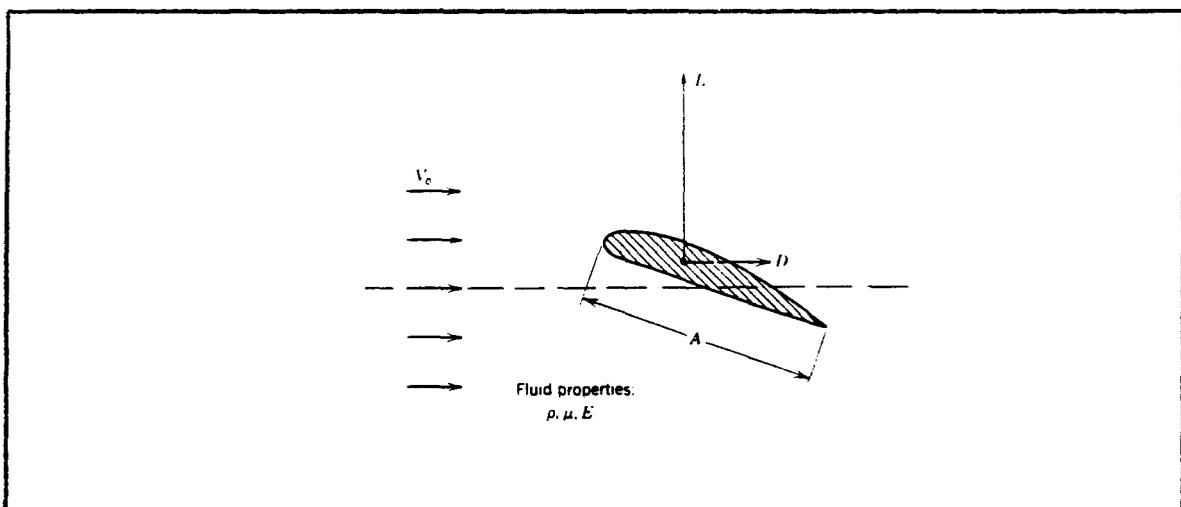


Figure 1.6: Forces aérodynamiques exercées sur un profil.

Pour calculer chacune de ces forces, il suffit donc d'intégrer sur la surface de la forme les effets décrits précédemment.

Pour un élément de forme quelconque:

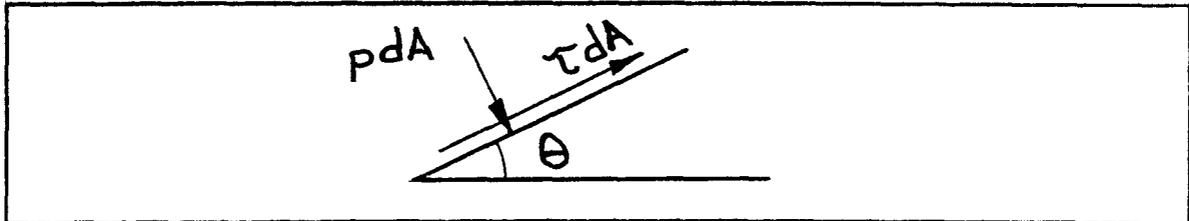


Figure 1.7: Composantes des forces aérodynamiques.

$$L = - \int_0^S p dA \cos\theta + \int_0^S \tau dA \sin\theta \quad (1.8)$$

$$D = \int_0^S p dA \sin\theta + \int_0^S \tau dA \cos\theta \quad (1.9)$$

$$\text{comme } dA \cos\theta = dx$$

$$dA \sin\theta = dy$$

En ce qui concerne la portance, la force créée par la friction est négligeable par rapport à la pression sur la surface, donc:

$$L = - \int_0^S p dx \quad (1.10)$$

$$D = \int_0^S p dy + \int_0^S \tau dx \quad (1.11)$$

Habituellement, ces termes sont ramenés sous forme adimensionnelle à l'aide de coefficients:

$$C_L = \frac{L}{1/2 \rho V_0^2} = - \int_0^S \frac{p dx}{1/2 \rho V_0^2} = - \int_0^S \left( 1 - \left( \frac{v}{V_0} \right)^2 \right) dx \quad (1.12)$$

$$CDP = \frac{D_p}{1/2 \rho V_o^2} = \int_0^S \frac{p \, dy}{1/2 \rho V_o^2} = \int_0^S \left( 1 - \left( \frac{v}{V_o} \right)^2 \right) dy \quad (1.13)$$

$$CDF = \frac{D_f}{1/2 \rho V_o^2} = \int_0^S \frac{\tau_o \, dy}{1/2 \rho V_o^2} \quad \text{où } \tau_o = CF \rho_o V_o^2 / 2 \quad (1.14)$$

où CF: Coefficient de friction locale

le coefficient de pression devient

$$CP = 1 - (v/V_o)^2 \quad (1.15)$$

$$\text{et } CD = CDP + CDF \quad (1.16)$$

$$CL = - \int_0^S CP \, dx \quad (1.17)$$

$$CD = \int_0^S CP \, dy + \int_0^S CF \, dx \quad (1.18)$$

L'étude du coefficient de portance implique donc seulement la connaissance de la vitesse à l'extérieur de la couche limite. Tandis que pour l'évaluation du coefficient de traînée, on doit en plus faire l'analyse de la couche limite qui entoure le corps immergé.

#### 1.4 Méthode d'évaluation des coefficients aérodynamiques d'un profil aérodynamique

Le calcul des coefficients aérodynamiques (CL, CD) implique la connaissance de la distribution de pression autour de la forme étudiée. Pour le cas choisi, l'écoulement est turbulent et il n'y a pas de décollement de la couche limite. Une méthode simple et efficace pour résoudre ce problème est de solutionner l'extérieur de la couche limite par un écou-

lement à potentiel. Ensuite, on peut résoudre l'écoulement visqueux à l'intérieur de la couche limite. Pour évaluer les coefficients aérodynamiques de la forme étudiée, il ne reste qu'à déterminer les coefficients de pression de surface à chaque noeud sur la forme ainsi que les coefficients de friction.

### 1.5 Puissance générée par l'éolienne

Les pales effectuent une rotation de  $360^\circ$  autour de la tour centrale. La puissance développée par l'aérogénérateur dépend des forces qui agissent sur chaque élément de pales durant la rotation. La puissance générée par l'éolienne se calcule comme suit:

$$P = \frac{nc}{2\pi} \int_{-H}^H \int_0^{2\pi} \frac{C_T W^2 r' d\gamma dy}{2 \cos\gamma} \quad \text{Réf. [40]} \quad (1.19)$$

$$\text{où} \quad C_T = C_L \sin\gamma - C_D \cos\gamma \quad \text{Réf. [40]} \quad (1.20)$$

On voit donc que le calcul des coefficients aérodynamiques de portance ( $C_L$ ) et de traînée ( $C_D$ ) prend une grande importance. L'évaluation de ces coefficients pour des angles de  $0$  à  $360^\circ$  s'avère nécessaire.

## 1.6 Profils simulés

Pour l'application des éoliennes de type Darrieus plusieurs centres de recherche dont le CNRC, l'IREQ et la NASA font des simulations et des expérimentations. Les profilés utilisés par ces organismes sont généralement les NACA0012, NACA0015 et NACA0018 [30], [32].

Dans ce mémoire, les profils simulés sont le NACA0012 et le NACA0015 vu la disponibilité des résultats expérimentaux et théoriques dans la littérature. Le programme FORME présenté à l'annexe 1 a permis de bâtir les fichiers pour la simulation numérique. L'équation [1] qui permet de calculer dans le programme, les coordonnées des points qui limitent la forme est:

$$y_t = \frac{t}{0.20} (0.2969\sqrt{x_t} - 0.12600 x_t - 0.35160 x_t^2 + 0.28430 x_t^3 - 0.10150 x_t^4) \quad (1.21)$$

L'annexe 2 comprend les données des fichiers utilisés dans le cas des deux profils ainsi que l'illustration de la forme avec les noeuds géométriques.

Le centre de gravité de l'aile se situe à 25 % de la corde sur l'axe des x à partir du bord d'attaque.

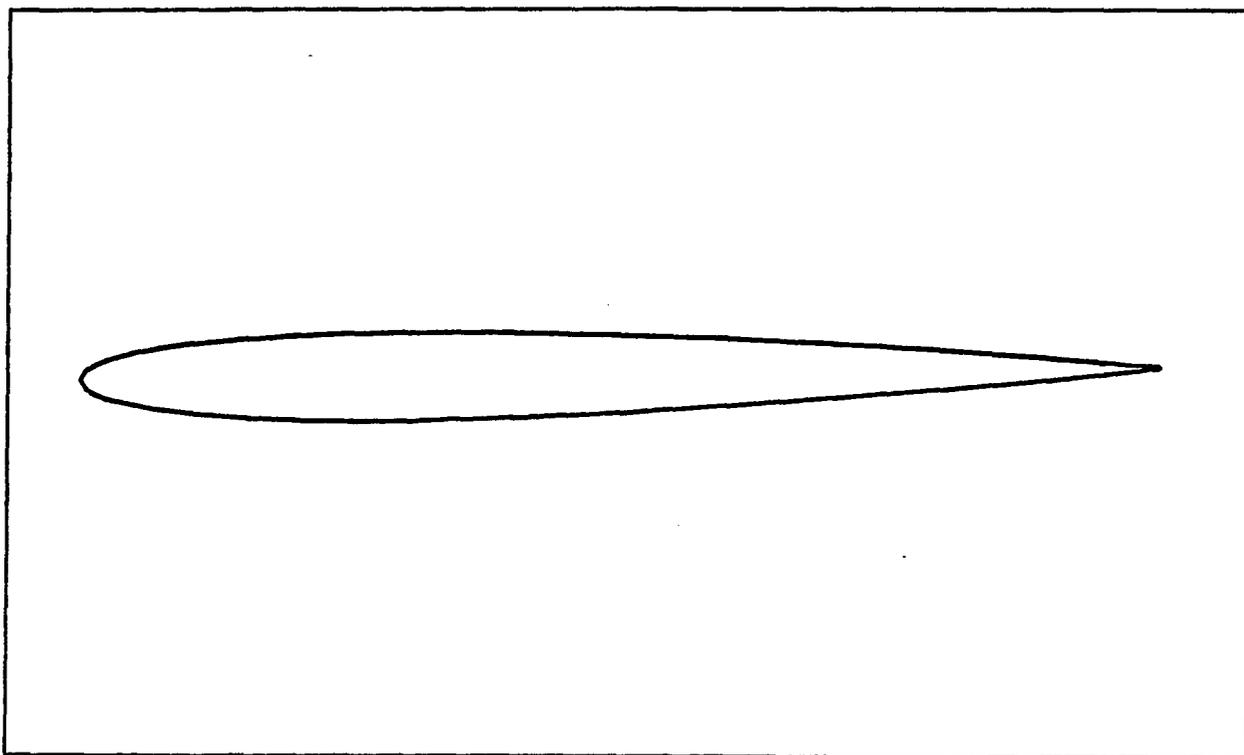


Figure 1.8: Profil NACA0012

### 1.7 Profil avec accumulation de glace

Depuis quelques années, l'accumulation de glace sur les profilés d'aile d'avion et d'hélicoptère suscite un certain intérêt auprès des chercheurs. Lozowski et Oleskiw [21] ont développé un modèle de simulation numérique. Ce modèle permet de décrire le taux d'accroissement de glace sur un profilé ainsi que la forme de cette accumulation de givre. Le modèle présente certaines limites qui seront développées ultérieurement. Il ne tient cependant pas compte de la rotation et concerne uniquement la glace à croissance sèche. Les étapes de travail de leur algorithme sont:

- 1- Détermination de la fonction d'écoulement à potentiel autour d'un profilé en deux dimensions.
- 2- Détermination de l'incompressibilité du champ de vitesse autour du profilé.
- 3- Calcul de la trajectoire des gouttelettes et leur point d'impact sur le profil.
- 4- Détermination de l'efficacité de la collision sur le profil en fonction de la position sur la surface pour des valeurs spécifiques de vitesse d'écoulement d'air, de dimension des gouttelettes et d'angle d'attaque du profil d'aile.
- 5- Calcul de la distribution spatiale de la glace durant un court intervalle de temps, en considérant l'accroissement de glace comme étant sec.
- 6- Détermination de la forme et de la masse de l'accumulation de glace.
- 7- Calcul de la nouvelle forme du profil avec l'accumulation de glace.
- 8- Les étapes précédentes sont répétées autant de fois que désiré pour obtenir l'accumulation de glace en fonction du temps.

Les résultats de simulations présentés concernent le profil NACA0015. Plusieurs étapes de l'algorithme ont été vérifiées pour en déterminer la précision. Ainsi le champ d'écoulement à potentiel a été validé avec la solution analytique connue pour un cylindre et est acceptable avec un pourcentage d'imprécision de moins de 0.1 %. L'erreur sur l'efficacité de collision se situe à moins de 0.5. La précision sur la trajectoire des gouttelettes est déterminée en comparaison avec le modèle développé par Langmuir et Blodgett [21]. Dans la pire situation, les résultats s'écartent de 10 %. Finalement, le profil d'accumulation de glace a été vérifié expérimentalement. Cependant, même si la forme obtenue à l'aide du modèle ne s'avère pas exacte, les résultats sont très encourageants.

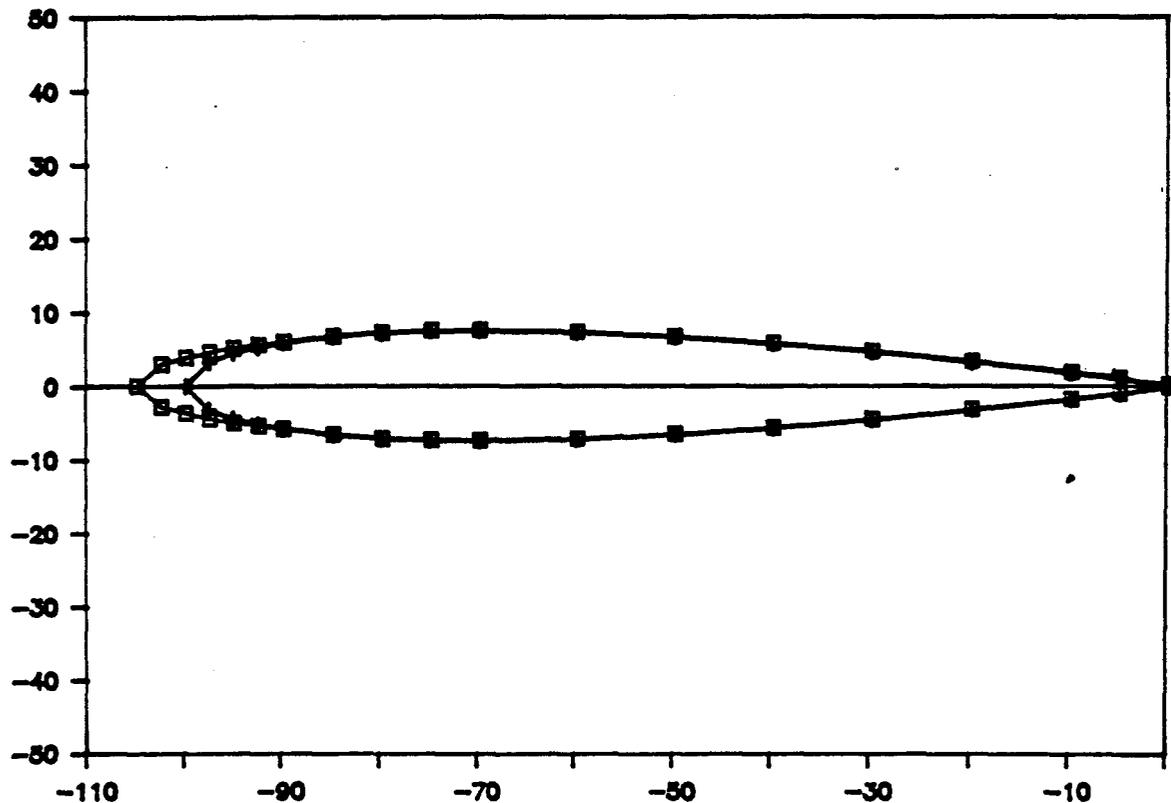


Figure 1.9: Profil NACA0015 avec accumulation de glace [21].

Comme le profil NACA0015 étudié par ces auteurs peut très bien s'adapter au cas de l'éolienne et comme les résultats obtenus sont près de la réalité, la simulation avec accumulation de glace a donc été tirée de ce document de travail [21] (voir figure 1.9). On notera que la forme givrée est à un angle d'attaque de  $0^\circ$ . L'annexe 2 contient également les fichiers de données utilisés pour cette partie.

## CHAPITRE II

### ÉCOULEMENT À POTENTIEL

#### 2.1 Formulation et hypothèse [19]

L'écoulement bidimensionnel d'un fluide autour d'un obstacle peut se résoudre par la méthode des équations intégrales aux limites. Le fluide est considéré incompressible et irrotationnel. Le champ de vitesse  $(u, v)$  doit satisfaire les relations suivantes:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{incompressible}) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (\text{irrotationnel}) \quad (2.2)$$

La solution de ce problème est obtenue en utilisant la fonction de courant  $\Psi$  où:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad \text{sur } V$$

Pour un fluide incompressible, l'équation (2.1) doit être satisfaite:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{-\partial \Psi}{\partial x} \right] &= 0 \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Pour un fluide irrotationnel, équation (2.2):

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{-\partial \Psi}{\partial x} \right] = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 = \nabla^2 \psi = 0 \quad (2.4)$$

Donc l'équation à résoudre

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (2.5)$$

## 2.2 Conditions aux limites [5]

Les conditions aux limites pour ce problème sont de deux types:

- $q = \frac{\partial \psi}{\partial n} = \bar{q}$  sur  $S_1$  (Newman)
- $\psi = \bar{\psi}$  sur  $S_2$  (Dirichlet)

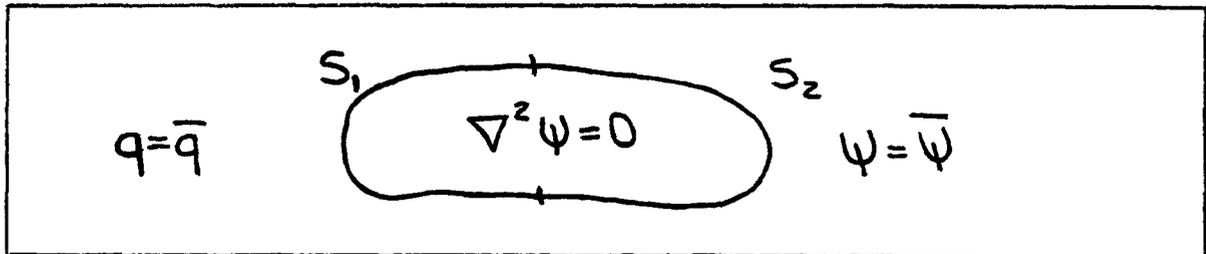


Figure 2.1: Définition du domaine et représentation des conditions aux limites.

## 2.3 Développement des équations intégrales aux limites [5]

La formulation en équations intégrales aux limites s'obtient en introduisant une fonction de pondération  $\omega$  telle que les intégrales ci-dessous existent:

$$I = \int_{\Omega} \omega \nabla^2 \psi d\Omega = 0 \quad (2.6)$$

En intégrant par parties, l'équation (2.6) du type résidu pondéré s'écrit:

$$\int_V \omega \nabla^2 \Psi \, dv = \int_V \nabla^2 \omega \Psi \, dV + \oint \omega \frac{\partial \Psi}{\partial n} \, ds - \oint \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} \, ds \quad (2.7)$$

comme  $\nabla^2 \Psi = 0$  sur tout le domaine :

$$\int_V \nabla^2 \omega \Psi \, dv = \oint_S \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} \, ds - \oint \omega \, q \, ds \quad (2.8)$$

$$\text{où } q = \frac{\partial \Psi}{\partial n}$$

Afin de simplifier cette dernière équation, nous choisissons une fonction de pondération particulière. Cette fonction de pondération est la distribution de Dirac qui correspond à un potentiel concentré en un point P.

$$\nabla^2 \omega - \delta p = 0$$

La solution de cette équation est appelée solution fondamentale.

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \log \left[ \frac{1}{r} \right] \quad (2.10)$$

L'équation qui permettra de calculer  $\Psi$  en tout point intérieur au domaine V s'écrit :

$$- \Psi(P) = \oint_S \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} \, ds - \oint_S \omega \, q \, ds \quad (2.11)$$

Pour un point P situé sur la frontière,  $\omega$  et  $\partial \omega / \partial n$  deviennent singulières. Afin de contourner cette difficulté, un demi-cercle de rayon  $\epsilon$  extérieur au domaine et centré en P permet de calculer les limites des intégrales sur  $S_\epsilon$  lorsque  $\epsilon$  tend vers 0.

$$\int_S = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S-S_\epsilon} + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_\epsilon} \quad (2.12)$$

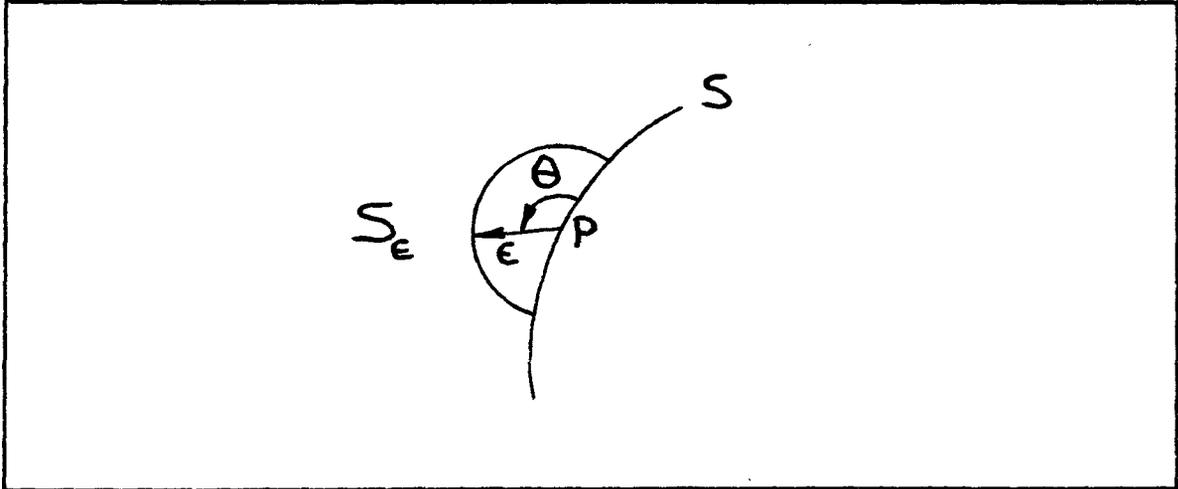


Figure 2.2: Domaine d'intégration en demi-cercle pour un point P sur la frontière

Comme

$$ds = \epsilon d\theta \quad \text{et} \quad \frac{\partial \omega}{\partial n} = \frac{\partial \omega}{\partial \epsilon}$$

Alors

$$I = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_\epsilon} \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} ds = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^\pi \Psi \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[ \frac{1}{2\pi} \log \left[ \frac{1}{\epsilon} \right] \right] \epsilon d\theta = \frac{-\Psi(P)}{2} \quad (2.13)$$

$$I = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_\epsilon} q \omega ds = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^\pi q \frac{1}{2\pi} \left[ \log \left[ \frac{1}{\epsilon} \right] \right] \epsilon d\theta = 0 \quad (2.14)$$

Lorsque P est sur une section non régulière de la frontière, le demi-cercle d'intégration est modifié pour avoir une fraction de cercle adéquate. Pour un angle  $n \times \pi/2$ :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_\epsilon} \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} ds = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^n \frac{-\Psi}{2\pi} d\theta = \frac{-n}{4} \Psi(P) \quad (2.15)$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_\epsilon} \omega q ds = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \frac{q}{2\pi} \left( \log \left( \frac{1}{\epsilon} \right) \right) \epsilon d\theta = 0 \quad (2.16)$$

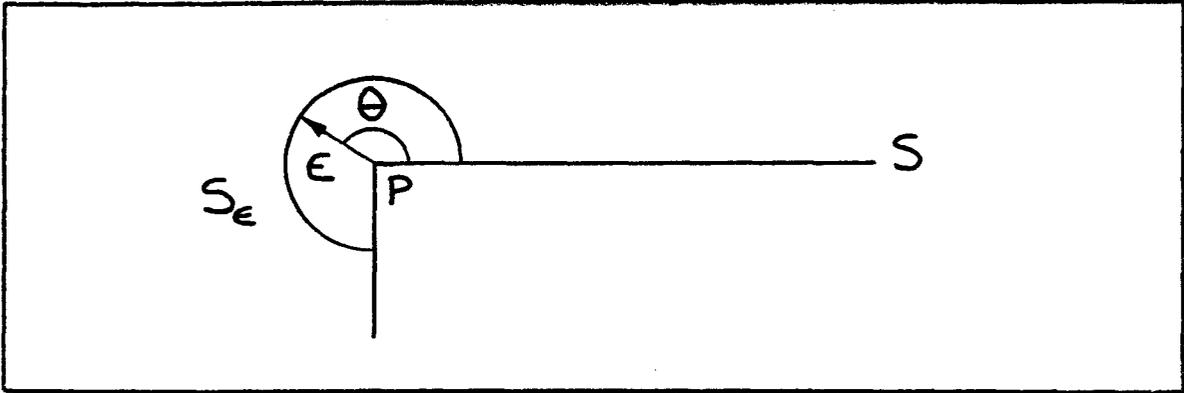


Figure 2.3: Domaine d'intégration pour un point P situé à un angle de coin.

L'équation (2.11) devient:

$$\frac{\Psi(P)}{2} + \int_S \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} ds - \int_S q \omega ds = 0 \quad (2.17)$$

En appliquant les conditions aux limites sur l'équation précédente:

$$\frac{1}{2} \Psi(p) + \int_{S_1} \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} ds + \int_{S_2} \bar{\Psi} \frac{\partial \omega}{\partial n} ds - \int_{S_1} \bar{q} \omega ds - \int_{S_2} q \omega ds = 0 \quad (2.18)$$

Il ne reste qu'à trouver  $\Psi$  qui satisfait cette dernière équation pour tous les points situés sur la frontière S.

#### 2.4 Discrétisation par éléments finis

La frontière S est subdivisée en n éléments  $S_e$ .

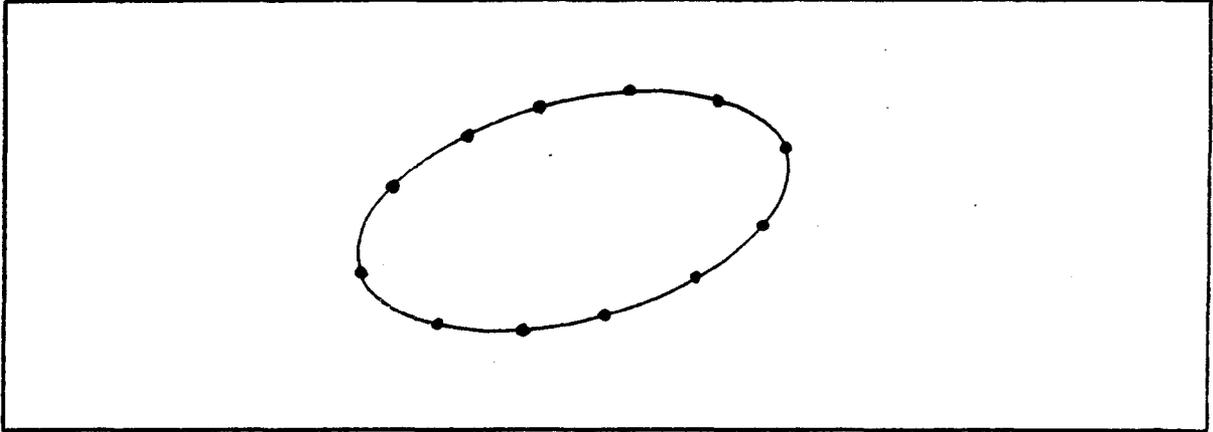


Figure 2.4: Discretisation en éléments de frontière.

Les éléments choisis pour l'approximation de  $\Psi$  et  $q$  sont linéaires. L'intersection entre deux éléments est appelée un noeud et sert à délimiter l'élément. L'équation (2.18) s'applique à chaque noeud d'interpolation de la frontière. L'intégrale sur la frontière  $S$  devient la somme des intégrales sur chaque élément de frontière  $S_e$ .

$$\sum_{i=1}^m \frac{\Psi_i}{2}(P) + \sum_{j=1}^m \int_{r_j} \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} dr = \sum_{j=1}^m \int_{r_j} \omega q dr \quad (2.19)$$

Pour un élément quelconque les approximations de  $\Psi$  et  $q$  à chaque point de l'élément sont données en fonction des valeurs nodales et des fonctions d'interpolation  $N_1$  et  $N_2$ .

$$\Psi = u(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{u_n\} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = q(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{q_n\} \quad (2.21)$$

Dans le cas d'un élément linéaire ces équations s'écrivent:

$$u(\xi) = N_1(\xi) u_1 + N_2(\xi) u_2 \quad (2.22)$$

$$q(\xi) = N_1(\xi) q_1 + N_2(\xi) q_2 \quad (2.23)$$

L'élément linéaire comprend 2 noeuds d'interpolation:

$$N_1(\xi) = (1 - \xi)/2 \quad (2.24)$$

$$N_2(\xi) = (1 + \xi)/2 \quad (2.25)$$

et deux noeuds géométriques  $\xi = -1$  et  $\xi = 1$ .

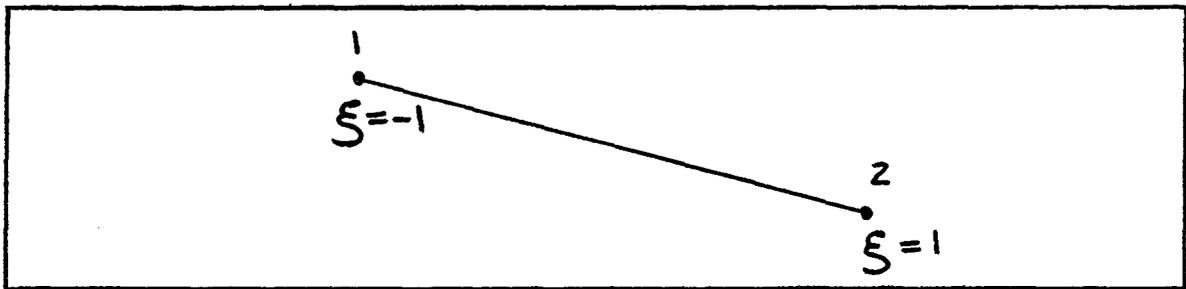


Figure 2.5: Élément linéaire.

Les termes de l'équation (2.19) deviennent donc:

$$\int_{r_j} \Psi \frac{\partial \omega}{\partial n} dr = \int_{r_j} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \end{bmatrix} \frac{\partial \omega}{\partial n} dr \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{i1} & h_{i2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

où pour chaque élément j

$$h_{i1} = \int_{r_j} N_1 \frac{\partial \omega}{\partial n} dr$$

$$h_{i2} = \int_{r_j} N_2 \frac{\partial \omega}{\partial n} dr$$

$$\int_{r_j} q \omega dr = \int_{r_j} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \end{bmatrix} \omega dr \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{i1} & g_{i2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

où pour chaque élément j

$$g_{i1} = \int_{r_j} N_1 \omega dr$$

$$g_{i2} = \int_{r_j} N_2 \omega dr$$

L'équation générale devient donc:

$$C_i \psi_i + \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} h_{i1} & h_{i2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} g_{i1} & g_{i2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

Après l'assemblage pour tous les éléments de la frontière

$$C_i \psi_i + \sum_{j=1}^n \hat{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} q_j \quad (2.29)$$

où  $j$  est le noeud qui sépare deux éléments.

Et finalement, nous obtenons:

$$\sum_{j=1}^N \hat{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} q_j \quad (2.30)$$

$$H_{ij} = \hat{H}_{ij} \quad \text{lorsque } i \neq j$$

$$H_{ij} = \hat{H}_{ij} + C_i \quad \text{lorsque } i = j$$

La représentation sous forme matricielle donne:

$$HU = GQ \quad (2.31)$$

Cependant, lorsqu'on veut calculer les termes diagonaux de  $H$ , Brebbia [5] propose d'appliquer un potentiel uniforme sur toute la frontière. Dans ce cas,  $q$  prend la valeur zéro et l'équation (2.31) devient:

$$HU = 0 \quad (2.32)$$

Ainsi, la somme de tous les éléments sur une même rangée de la matrice  $H$  sera égale à zéro et la valeur du coefficient sur la diagonale sera calculée aisément avec les coefficients non diagonaux.

$$\sum_{j=1}^N h_{ij} = 0 \quad (2.33)$$

$$h_{ii} = - \sum_{j=1}^N h_{ij} \quad (2.34)$$

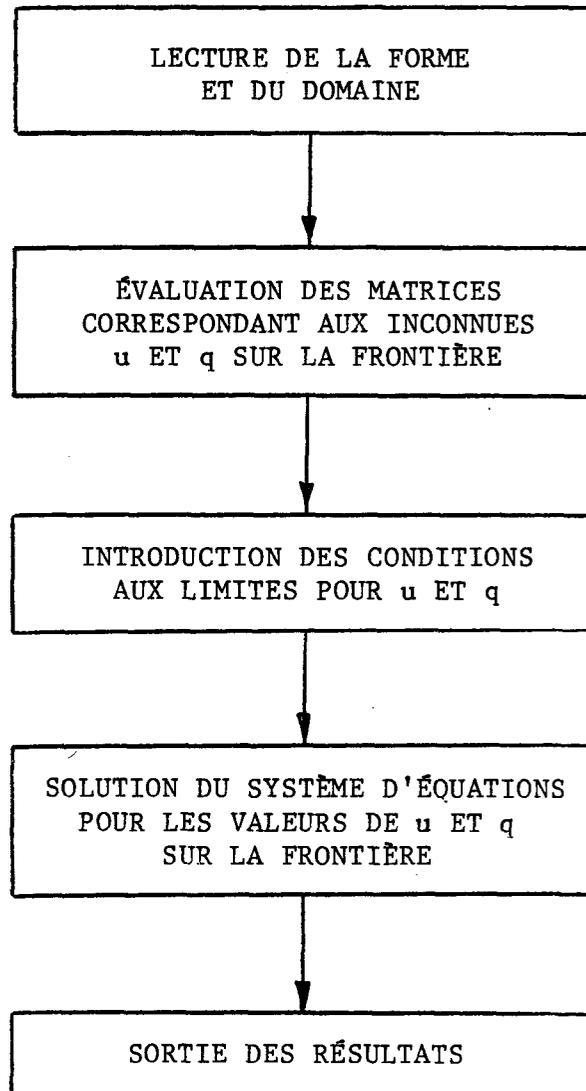


Figure 2.6: Organigramme de la solution par la méthode des équations intégrales aux limites.

## 2.5 Programmation

La méthode par éléments finis aux limites permet d'étudier la vitesse à la surface d'une forme quelconque en utilisant une frontière pour la forme et une frontière pour le domaine infini (écoulement libre).

Cette méthode donne des résultats très précis pour un nombre d'éléments moindres que par la méthode des éléments finis standards et pour une flexibilité accrue (on peut modifier la forme sans modifier le maillage), Bouchard [2]. Le logiciel développé par C.A. Brebbia [5] utilise deux frontières divisées en éléments linéaires.

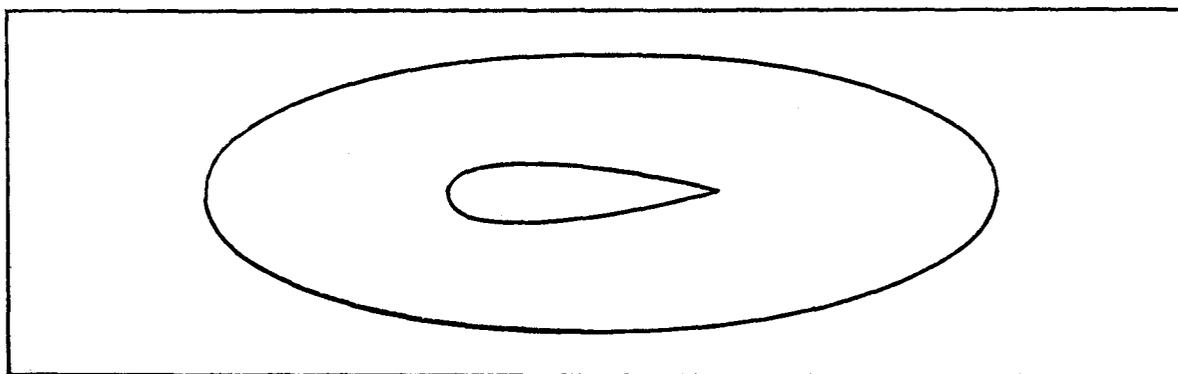


Figure 2.7: Frontières d'intégration.

Puisque l'écoulement qui nous intéresse se situe entre les deux frontières, la numérotation des noeuds prend une grande importance. La frontière intérieure doit être numérotée dans le sens antihoraire et le domaine dans le sens horaire. Ceci, afin d'orienter les vecteurs normaux dans le champ à étudier.

## 2.6 Singularités rencontrées

Antérieurement, le domaine généré était de forme carré. Les coins causent des difficultés dans la résolution par éléments finis aux limites. Il est difficile de déterminer la normale au coin. Plusieurs astuces permettent d'éviter cette situation: en plaçant deux points côte à côte ou encore deux points confondus, en modifiant le coin par une forme arrondie. Une solution particulièrement intéressante traitée par Bouchard [2] est de remplacer le domaine carré par un domaine circulaire.

## 2.7 Condition de Kutta

Une autre singularité importante dans le cas d'une aile profilée est la condition de Kutta. Pour un profil aérodynamique placé dans un écoulement d'air, à l'arrière de l'aile apparaît une discontinuité de l'écoulement qui se poursuit à l'infini. La façon de considérer cette condition est de prolonger la forme du profil jusqu'à la frontière du domaine extérieur donc jusqu'à l'infini. Suite à cette particularité, le problème à double frontière cède la place à une solution à frontière unique pour éviter le recouplement de la condition de Kutta sur le domaine extérieur. La numérotation de la condition de Kutta se fait dans le sens antihoraire pour bien définir l'écoulement qui nous intéresse.

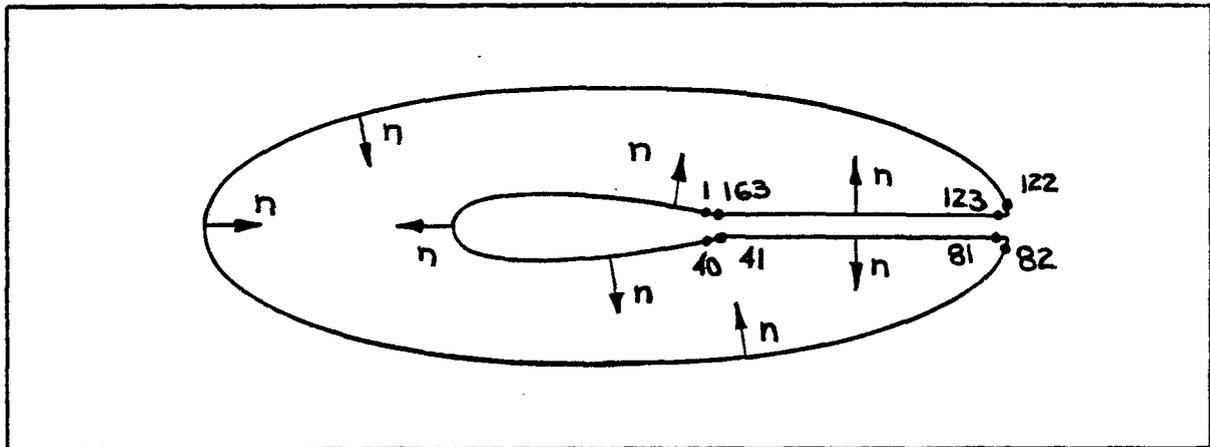


Figure 2.8: Frontières d'intégration et condition de Kutta.

À un angle de coin, il y a deux possibilités pour l'orientation de la normale  $n$  (voir figure 2.9). Alors la variable  $q = \frac{\partial \psi}{\partial n}$  est discontinue sur les noeuds des coins communs à deux éléments et une singularité de coin apparaît alors à la jonction du domaine extérieur et aussi avec la condition de Kutta. La façon choisie de contourner cette difficulté sera de placer deux points côte à côte à chaque noeud de coin. Ces deux noeuds auront presque les mêmes coordonnées géométriques. Alors chacun des noeuds appartient à un élément différent et les variables associées à chacun sont différentes.

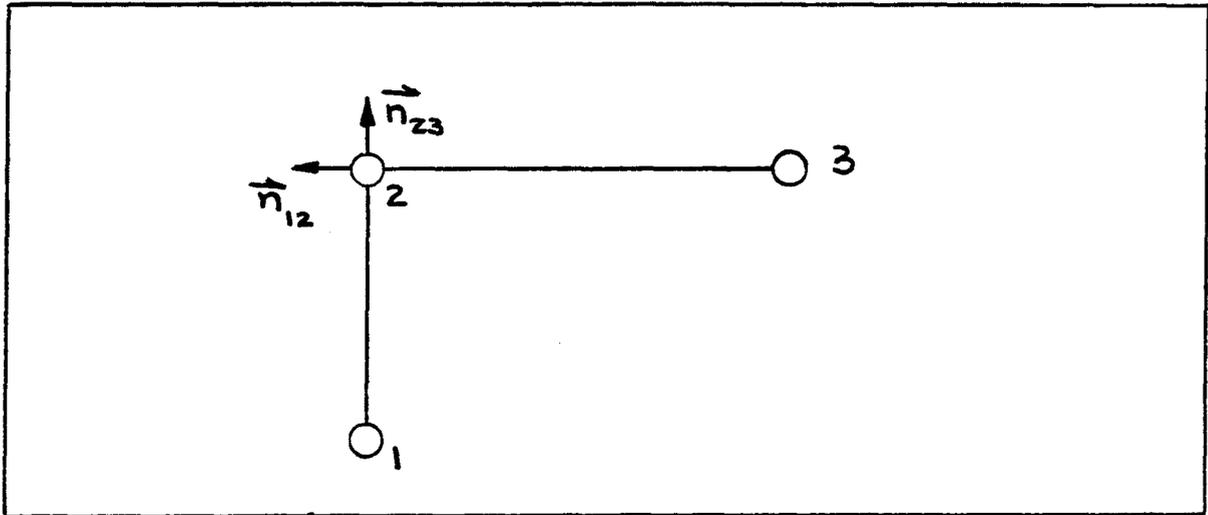


Figure 2.9: Angle de coin avec les vecteurs normaux.

## 2.8 Choix du maillage

La forme doit être subdivisée en plusieurs éléments linéaires. Le nombre d'éléments affectent la précision des résultats mais également la rapidité d'exécution du programme ainsi que l'espace mémoire utilisé. Une première simulation de la forme a été faite avec des points situés à égale distance sur l'axe des  $x$ . Pour un profil de 100 cm donc un noeud tous les 10 cm. La courbe présentée à la figure 2.10 nous montre bien que les résultats obtenus sont loin des valeurs théoriques à l'avant et à l'arrière du profilé. Pour améliorer la précision, les éléments ont été doublés à l'avant et à l'arrière du profilé. La courbe de la figure 2.11, avec des éléments espacés de 5 cm à l'avant jusqu'à 30 cm et à l'arrière jusqu'à 90 cm, présente encore une imprécision importante au bord d'attaque. Pour l'essai suivant, deux noeuds ont été ajoutés à 2.5 cm et

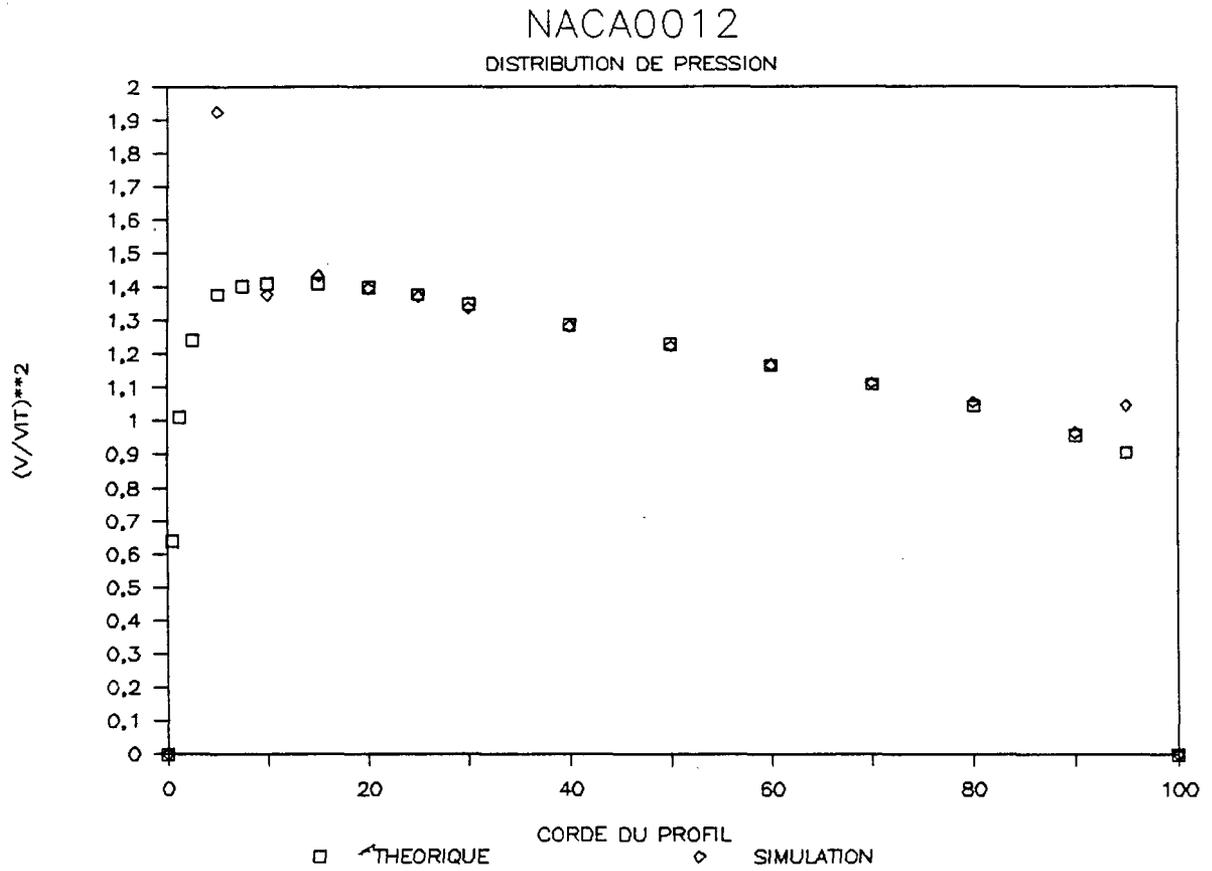


Figure 2.10: Profil NACA0012 avec 21 noeuds.

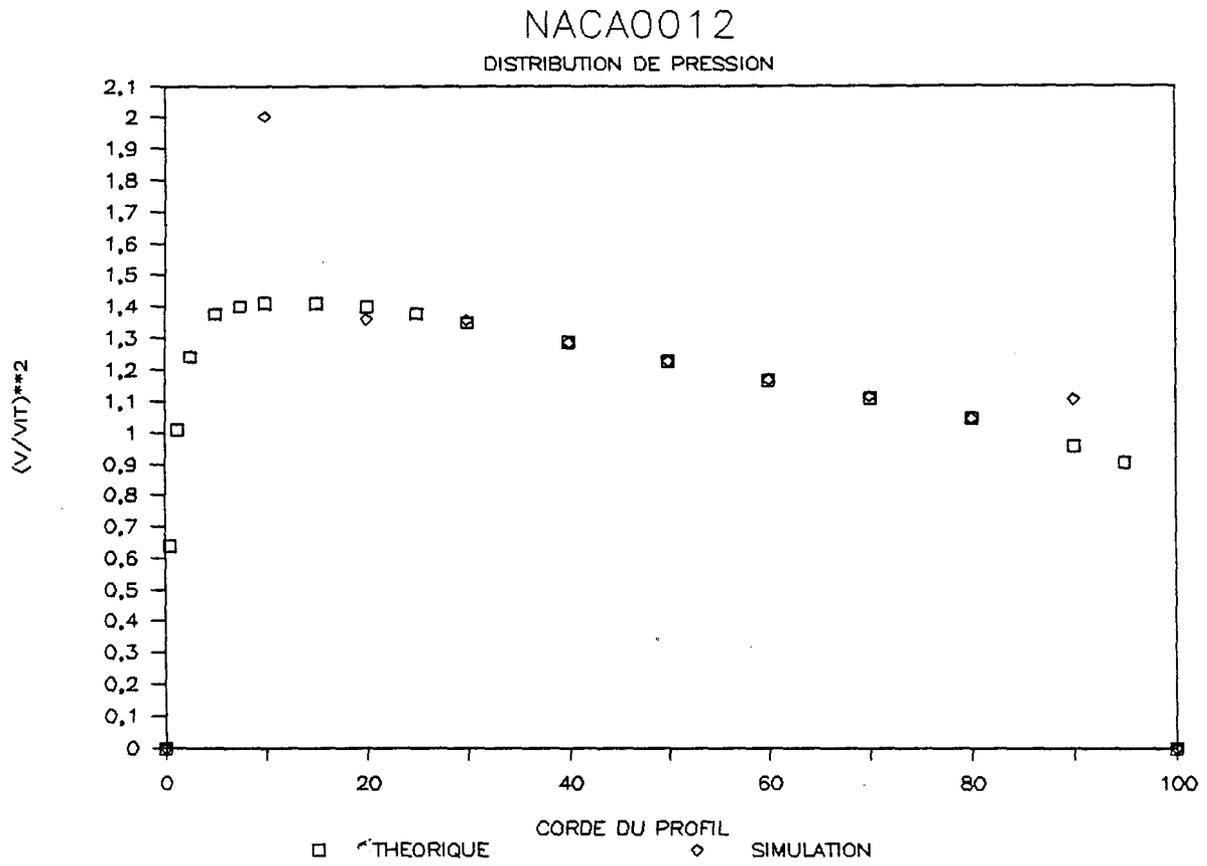


Figure 2.11: Profil NACA0012 avec 29 noeuds.

7.5 cm. Les résultats obtenus à la figure 2.12 démontrent encore une imprécision marquée au bord d'attaque. Enfin, en ajoutant deux noeuds à 0.5 cm et 1.25 cm le saut à l'avant de l'aile a disparu. La simulation ainsi faite, figure 2.13, donne des résultats très près des valeurs théoriques. Pour améliorer encore la qualité des résultats, des essais ont été faits en doublant, figure 2.14, et en triplant, figure 2.15, la distribution présentée à la figure 2.13. Les simulations prenaient un temps de calcul beaucoup plus important et une capacité d'espace mémoire considérable sans pour autant améliorer la précision des résultats. Donc, pour les essais présentés dans ce mémoire, la distribution de la figure 2.13 a été utilisée.

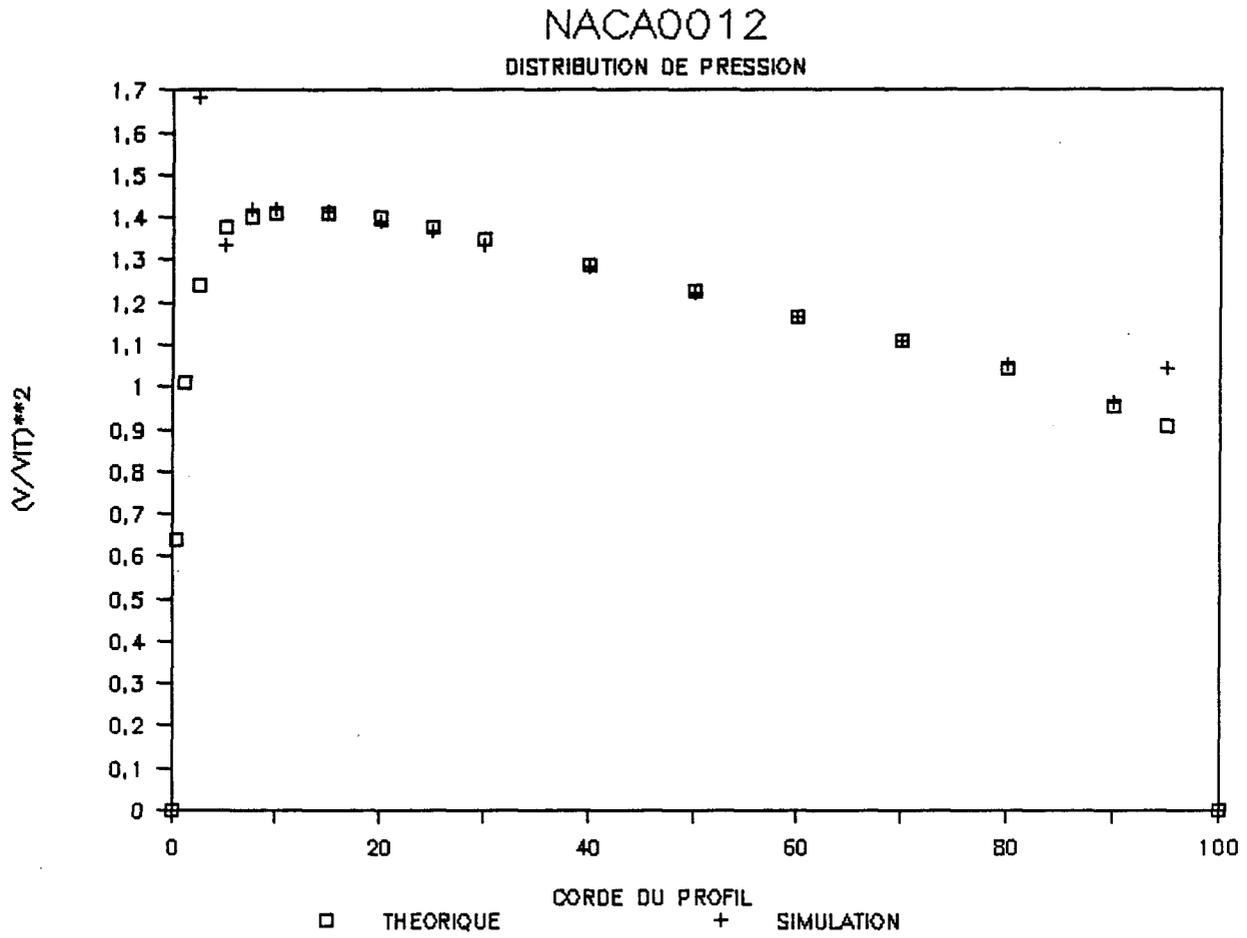


Figure 2.12: Profil NACA0012 avec 33 noeuds.

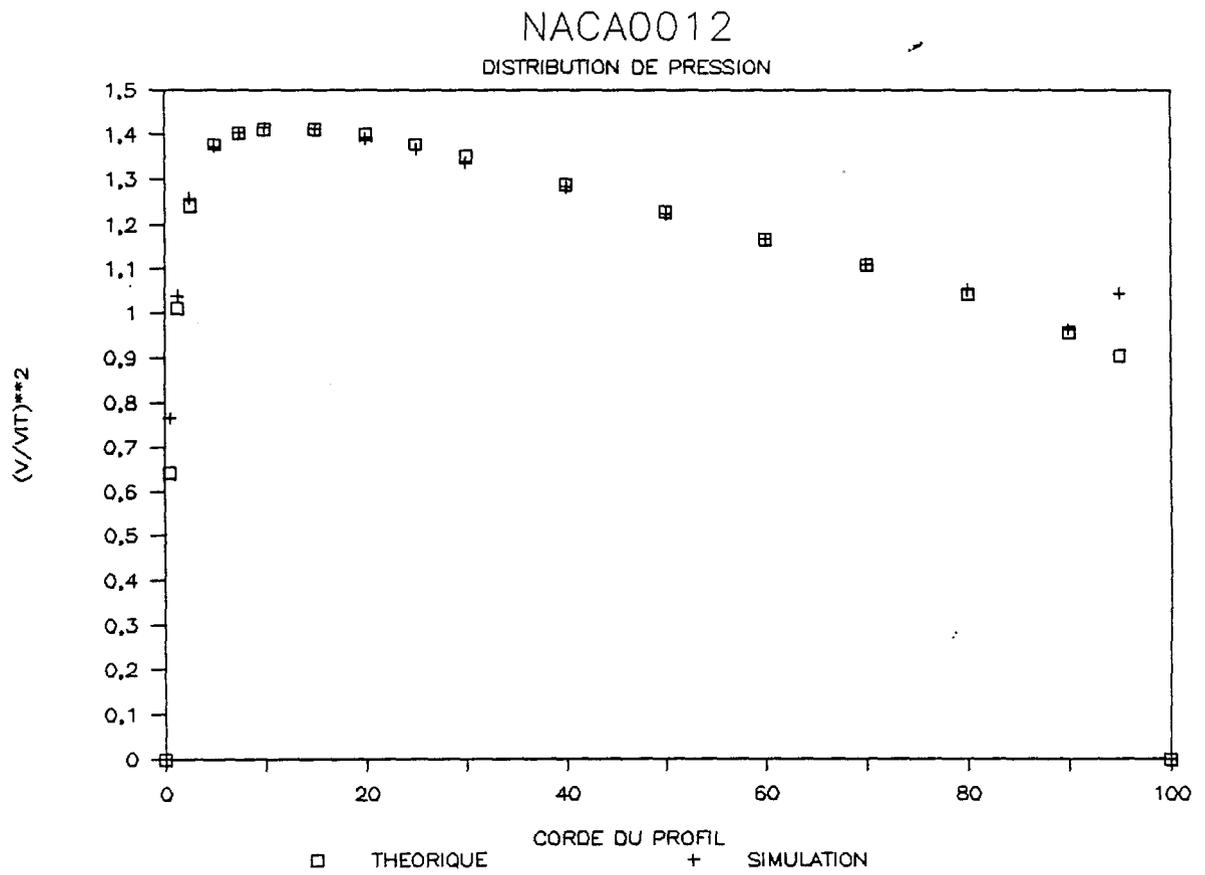


Figure 2.13: Profil NACA0012 avec 37 noeuds.

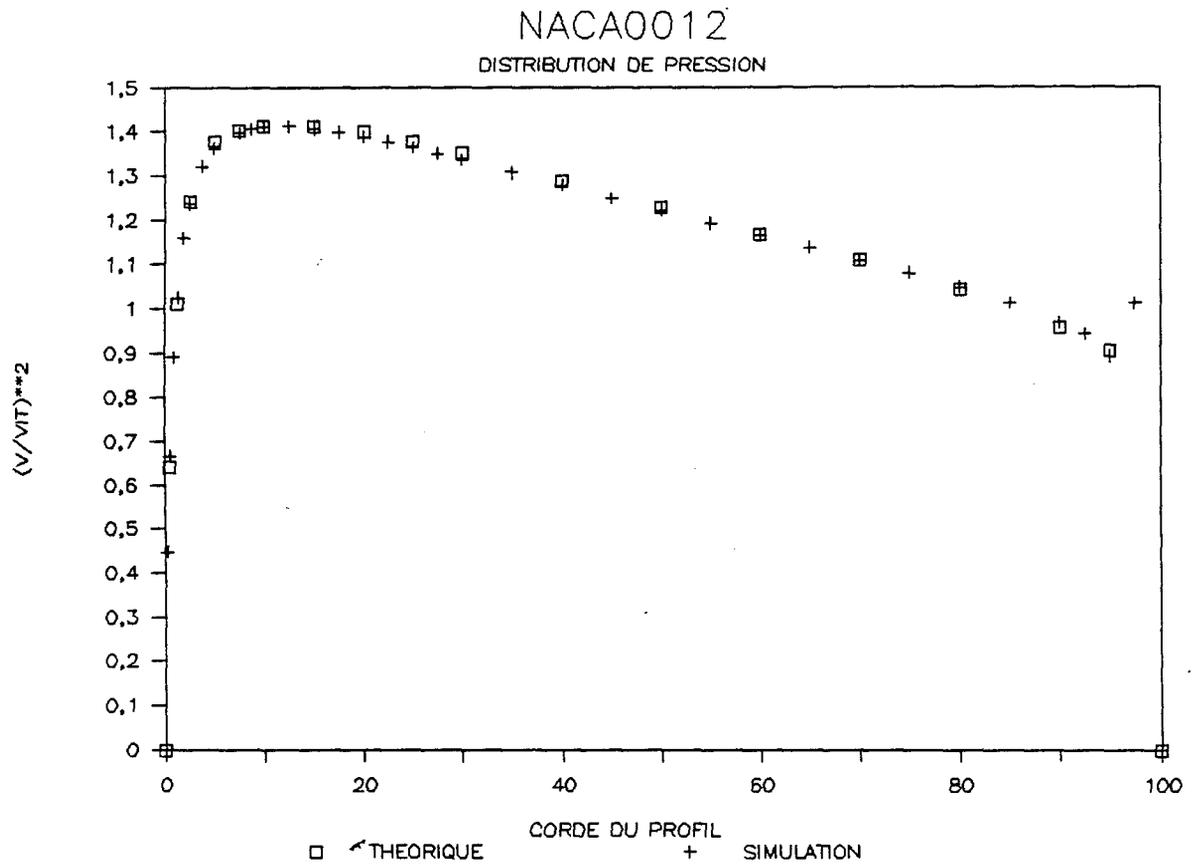


Figure 2.14: Profil NACA0012 avec 73 noeuds.

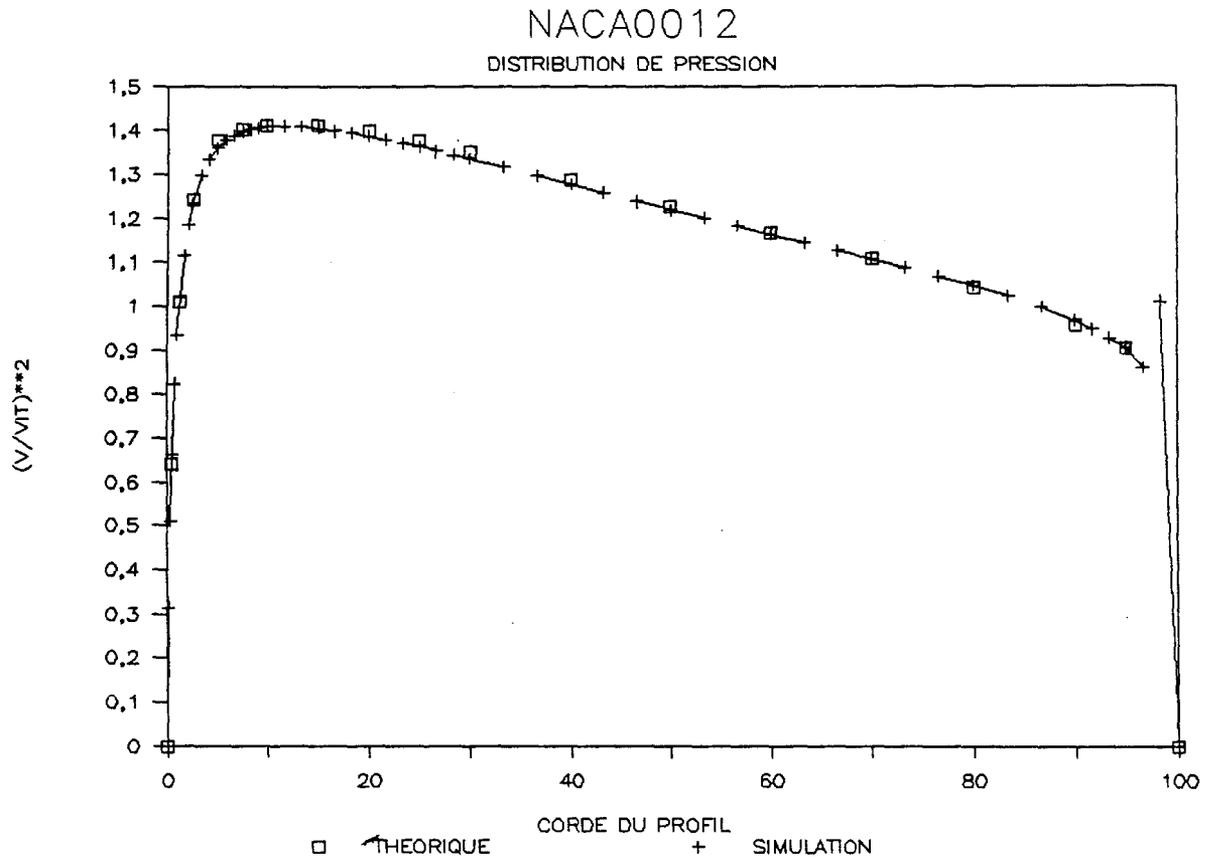


Figure 2.15: Profil NACA0012 avec 109 noeuds.

## CHAPITRE III

### COUCHE LIMITE

#### 3.1 Concept de couche limite [42]

L'analyse des équations de mouvement pour un fluide s'écoulant autour d'un obstacle permet de mieux comprendre le comportement de ce fluide. En effet, lorsqu'on compare l'ordre de grandeur des termes, on constate que les termes de viscosités sont négligeables partout sauf à proximité de la surface fixe. Ainsi, dans cette zone la forte variation des vitesses dans la direction transversale rend important les termes visqueux. Cette zone s'appelle la couche limite. La couche limite se développe à partir du point d'arrêt. Au début, l'écoulement y est laminaire pour devenir ensuite turbulent en passant par une zone de transition. À l'extérieur de la couche limite, comme les forces de viscosités sont négligeables, le fluide est considéré comme un fluide parfait c'est la zone de fluide libre.

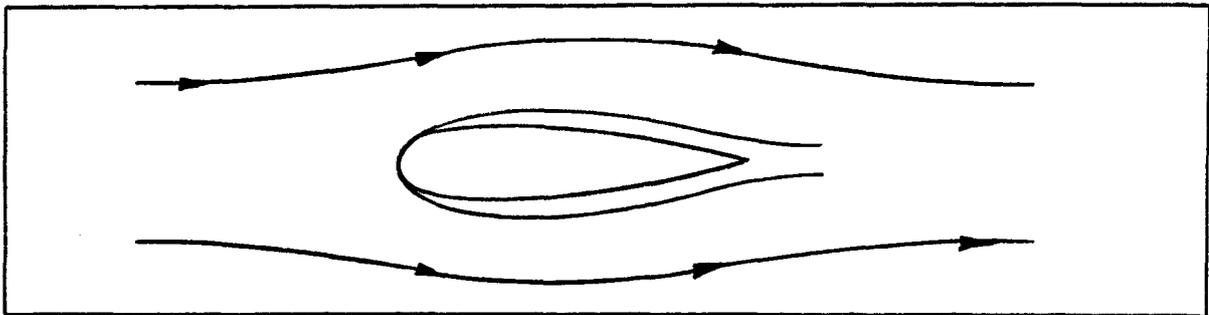


Figure 3.1: Schéma de la couche limite.

### 3.2 Équation intégrale de quantité de mouvement [1]

L'équation intégrale de quantité de mouvement de Von Karman fournit une relation entre l'épaisseur de quantité de mouvement [31] et la variation de la vitesse à l'extérieur de la couche limite. L'équation intégrale de la couche limite provient d'une intégration des équations de la couche limite dans la direction transversale (direction des  $y$ ). Si on utilise ce principe sur le volume de contrôle ABCD de la figure 3.2. Les seules forces qui agissent sur la surface sont la pression du fluide et les forces de frottement visqueux. Il s'agit de faire l'équilibre des forces sur cet élément de fluide.

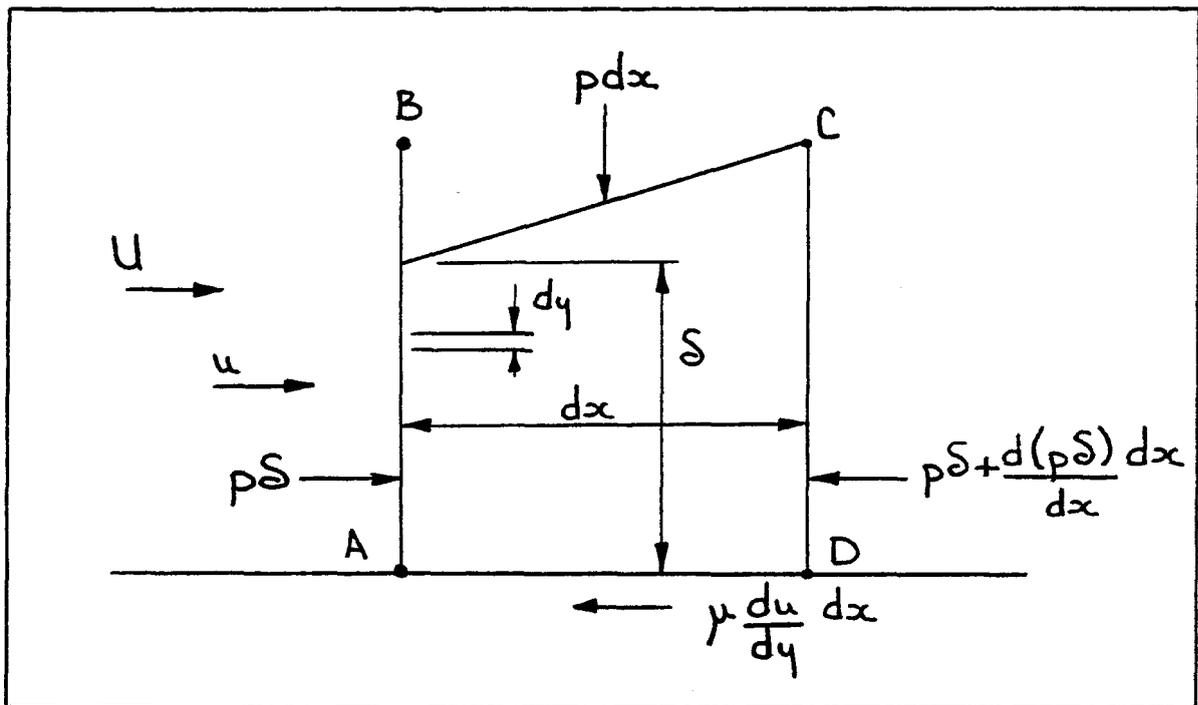


Figure 3.2: Forces agissant sur un élément de la couche limite.

Le taux de transport de quantité de mouvement entrant

$$\int_0^{\delta} u(\rho u dy) \quad (3.1)$$

Le taux de transport de quantité de mouvement sortant

$$\int_0^{\delta} u(\rho u dy) + \left[ \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u(\rho u dy) \right] dx \quad (3.2)$$

Le débit massique qui quitte le volume de contrôle est la somme du débit massique qui entre dans le volume de contrôle et du débit entrant au-dessus de la couche limite.

Ce dernier se note:

$$\frac{d}{dx} \left( \int_0^{\delta} \rho u dy \right) dx \quad (3.3)$$

Cette masse entre avec une vitesse  $U$ . Donc la quantité de mouvement qui y est associé s'écrit:

$$U \left( \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u dy \right) dx \quad (3.4)$$

Alors le taux de variation total de la quantité de mouvement:

$$\left( \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u^2 dy \right) dx - U \left( \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u dy \right) dx \quad (3.5)$$

Les forces agissant sur l'élément de fluide sont:

$$\text{à gauche} \quad p\delta \quad (3.6)$$

$$\text{à droite} \quad - \left[ p\delta + \frac{d}{dx} (p\delta) dx \right] \quad (3.7)$$

à la partie supérieure de la couche limite

$$p \frac{d\delta}{dx} dx \quad (3.8)$$

à la partie inférieure de la couche limite

$$- \tau dx \quad (3.9)$$

La résultante de ces forces:

$$-\frac{d}{dx} (p\delta) dx + p \frac{d\delta}{dx} dx - \tau dx \quad (3.10)$$

qui se réduit à:

$$-\delta \frac{dp}{dx} dx - \tau dx \quad (3.11)$$

Lorsqu'on égalise la force résultante avec le taux de transport de quantité de mouvement, on obtient l'équation intégrale de quantité de mouvement:

$$\left( \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u^2 dy \right) dx - U \left( \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u dy \right) dx = -\delta \frac{dp}{dx} dx - \tau dx \quad (3.12)$$

on divise par  $\rho dx$ :

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy - U \frac{d}{dx} \int_0^\delta u dy = -\frac{\delta}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{\tau}{\rho} \quad (3.13)$$

Cette expression s'exprime en général en fonction de la variable (U-u):

$$u = U - (U-u) \quad (3.14)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \left[ U - (U-u) \right]^2 dy - \frac{Ud}{dx} \int_0^\delta \left[ U - (U-u) \right] dy = -\frac{\delta dp}{\rho dx} - \frac{\tau}{\rho} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}
U\delta \frac{dU}{dx} - \frac{dU}{dx} \int_0^\delta (U-u) dy + \frac{Ud}{dx} \int_0^\delta (U-u) dy - \frac{d}{dx} \int_0^\delta (U-u) u dy \\
= \frac{\delta}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{\tau}{\rho}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

À la partie supérieure de la couche limite, l'équation de Bernoulli est applicable:

$$\frac{d}{dx} \left[ p + \frac{1}{2} \rho U^2 \right] = \frac{dH}{dx} = 0 \tag{3.17}$$

$$\frac{dp}{dx} = - \rho U \frac{dU}{dx} \tag{3.18}$$

$$-\frac{dU}{dx} \int_0^\delta (U-u) dy - \frac{d}{dx} \int_0^\delta (U-u) u dy = - \frac{\tau}{\rho} \tag{3.19}$$

L'épaisseur de déplacement:

$$\delta^* = \frac{1}{U} \int_0^\delta (U-u) dy = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy \tag{3.20}$$

L'épaisseur de quantité de mouvement:

$$\theta = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{u}{U} \right) \frac{u}{U} dy = \frac{1}{U^2} \int_0^\delta (U-u) u dy \tag{3.21}$$

Ces deux nouveaux paramètres permettent de simplifier grandement l'équation intégrale de quantité de mouvement.

$$U\delta^* \frac{dU}{dx} + \frac{d}{dx} (U^2\theta) = \frac{\tau}{\rho} \tag{3.22}$$

$$U\delta^* \frac{dU}{dx} + 2U\theta \frac{dU}{dx} + U^2 \frac{d\theta}{dx} = \frac{\tau}{\rho} \tag{3.23}$$

$$\frac{d\theta}{dx} + \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} \left[ \frac{\delta^*}{\theta} + 2 \right] = \frac{\tau}{\rho U^2} \tag{3.24}$$

On définit le facteur de forme,  $H = \delta^*/\theta$ , ce qui rend encore plus simple l'expression de l'équation intégrale de quantité de mouvement.

$$\frac{d\theta}{dx} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} H + 2 = \frac{\tau}{\rho U^2} \quad (3.25)$$

Le résultat est une équation différentielle non-intégrée dans la direction longitudinale (direction des  $x$ ). Cette équation est intégrée en fonction des vitesses à l'extérieur de la couche limite en vue de localiser le point de séparation. Cette équation s'applique avantageusement, que la couche limite soit laminaire ou turbulente.

### 3.3 Évaluation des points de séparation et du coefficient de friction local

L'étude de la couche limite à l'aide de l'équation intégrale de quantité de mouvement permet de trouver les points de séparation de la couche limite et les coefficients de friction locaux. Le premier critère consiste à déterminer si la couche limite est laminaire ou turbulente. Selon l'état de la couche limite on la traitera différemment. À partir des méthodes étudiées par différents auteurs, Bouchard [2] a développé un sous-programme qui détermine les points de séparation et les coefficients de friction locaux dans le cas d'un cylindre. Nous conserverons la même approche puisque le programme est validé. Ce sous-programme a été ajusté pour l'application du profil d'aile NACA avec une numérotation des noeuds inversée par rapport au cas présenté par Bouchard [2]. La routine de calcul pour l'écoulement turbulent a été vérifiée puisque l'auteur ne l'avait pas validé. Voici les points saillants de cette méthode de calcul.

### 3.3.1 Couche limite laminaire

Twaites [11] a développé une méthode de calcul pour déterminer les points de séparation. Deux paramètres servent de base à cette méthode.

$$m = \frac{\theta^2}{U} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.26)$$

$$\ell = \frac{\theta}{U} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.27)$$

En utilisant l'équation de mouvement et l'équation de Bernoulli:

$$m = \frac{U' \theta^2}{\nu} \quad (3.28)$$

L'équation intégrale de quantité de mouvement devient:

$$U(\theta^2)' = 2 \nu [m(H + 2) + \ell] \quad (3.29)$$

Twaites [11] a trouvé expérimentalement que:

$$2[m(H + 2) + \ell] = 0.45 + 6 m \quad (3.30)$$

Ce qui donne sous forme intégrale:

$$[\theta^2]_{x_1} = \frac{0.45 \nu}{U_{x_1}^6} \int_0^x U^5 dx \quad (3.31)$$

Il y a séparation de la couche limite lorsque:

$$m \geq 0$$

$$\ell = 0$$

Pour évaluer précisément  $\ell$  et  $H$ , Strickland [38] nous donne:

pour  $m \geq 0$

$$\ell = 0.22 - 1.402 m - \frac{0.018 m}{0.107 - m} \quad (3.32)$$

$$H = \frac{0.0731}{0.14 - m} + 2.088 \quad (3.33)$$

pour  $m < 0$

$$\ell = 0.22 - 1.57 m - 1.8 m^2 \quad (3.34)$$

$$H = 2.61 + 3.75 m + 5.24 m^2 \quad (3.35)$$

De là, on trouve la valeur du coefficient de friction local:

$$CF = \frac{2\nu \ell U}{\theta u_o^2} \quad (3.36)$$

### 3.3.2 Couche limite turbulente

La formulation de Spence [11] permet de résoudre l'équation intégrale de quantité de mouvement pour ce type d'écoulement. Une première approximation pour de forts gradients adverses:

$$\frac{u}{U} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/2(H-1)} \quad (3.37)$$

Pour  $H = 1.5$ , l'équation intégrale de quantité de mouvement devient:

$$\theta^{6/5} U^{4.2} - \theta_t^{6/5} U_{tr}^{4.2} = 0.0106 R^{-1/5} \int_{x_t}^x U^4 dx \quad (3.38)$$

Ludwig-Tillman [11] donne une relation pour calculer le coefficient de friction local lorsqu'on connaît de façon précise le facteur de forme  $H$ .

$$CF = 0.246 R_\theta^{-0.268} 10^{-0.678H} \quad (3.39)$$

Pour évaluer adéquatement  $H$ , Spence [11] nous donne:

$$U^2 x(H) = C_1 - 0.0014 \int_{x_t}^x \frac{U^2}{\theta R_\theta^{2/(n+1)}} dx \quad (3.40)$$

$$\text{où } x(H) = 2.105 - \frac{0.441}{(H + 1)} \quad (3.41)$$

$$\text{et } C_1 = [U^2 x(H)]_{x = x_t} \quad (3.42)$$

Pour évaluer la position des points de séparation, Bouchard [2] utilise la méthode de corrélation de Strafford [8] expérimentée et prouvée par Cébécé [8]. Cette formulation prend le gradient de pression à l'extérieur de la couche limite comme paramètre d'évaluation pour la séparation.

$$f(x) = CP \left( x \frac{dCP}{dx} \right)^{1/2} (10^{-6} R_x)^{-1/10} \quad (3.43)$$

$$\text{où } CP = 1 - \left( \frac{u}{U_0} \right)^2 \quad (3.44)$$

$U_0$  : vitesse au début du gradient adverse

Lorsque la couche limite comprend une région laminaire ou un gradient de pression favorable alors on prend l'expression:

$$f(x) = x' - x_m - \int_{x_t}^{x_m} \left( \frac{u_e}{u_m} \right)^4 dx - 94.3 \theta_{tr} R_{\theta t}^{1/5} \left( \frac{u_{et}}{u_m} \right)^4 \quad (3.45)$$

où  $x'$  : Position d'un point où l'écoulement est turbulent

$x_m$  : Position de la pression minimale

Pour vérifier s'il y a séparation, on compare la valeur de  $f(x)$ .

$f(x) \leq 0.3$  Pas de séparation

$0.3 < f(x) < 0.5$  Séparation au point maximum

$f(x) \geq 0.5$  Séparation à  $f(x) = 0.5$

### 3.3.3 Cheminement général du sous-programme

Le programme traite la forme en deux parties distinctes par rapport au point d'arrêt, l'intrados et l'extrados. À partir du point d'arrêt, à chaque noeud on effectue:

- vérification du gradient de pression  
( $< 0$ , condition essentielle à la séparation)
- évaluation du type de couche limite, laminaire ou turbulente
- calcul du rapport de quantité de mouvement et des facteurs de forme
- calcul du coefficient de friction de surface
- vérification de la séparation
- interpolation de la position exacte du point de séparation s'il y a séparation
- fin des calculs

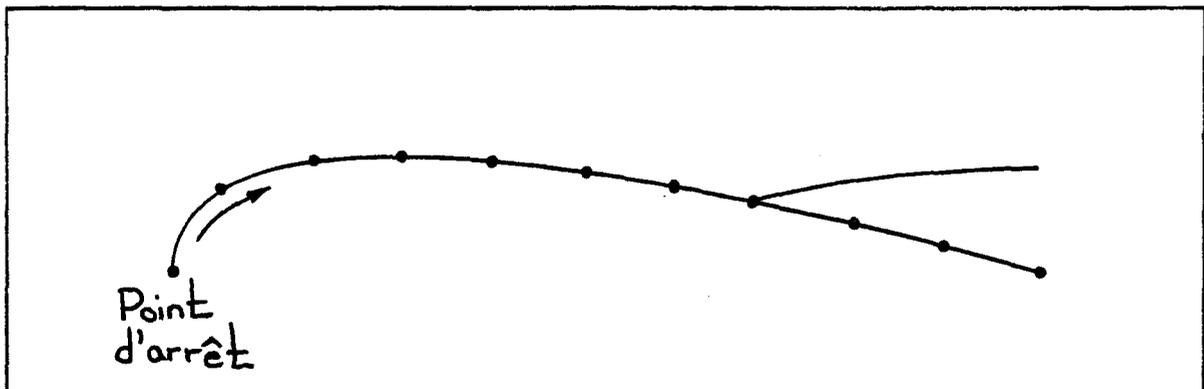


Figure 3.3: Partie supérieure de la forme.

La couche limite passe directement d'un noeu d laminaire à un noeu d turbulent sans zone de transition. Le nombre de Reynolds, basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite qui sépare la région laminaire et turbulente, est de 430.

## CHAPITRE IV

### VALIDATION DES MÉTHODES DE CALCUL UTILISÉES

La dernière étape avant l'acceptation finale d'une méthode de calcul ou d'un modèle consiste à comparer les résultats obtenus avec des valeurs théoriques ou encore des résultats expérimentaux. Dans le présent travail, le profil d'aile NACA0012 a servi pour la validation du modèle vu la quantité d'informations disponibles pour ce profilé. Les caractéristiques étudiées couvrent la distribution de pression, le coefficient de portance, le coefficient de traînée et le coefficient de friction.

#### 4.1 Distribution de pression

La distribution de pression sur le profil NACA0012 obtenue par calcul numérique selon la méthode définie au chapitre II est présentée graphiquement à la figure 4.1. La courbe théorique de la distribution de pression a été calculée par la méthode des transformés conformes et la relation de Théodorsen Réf. [1].

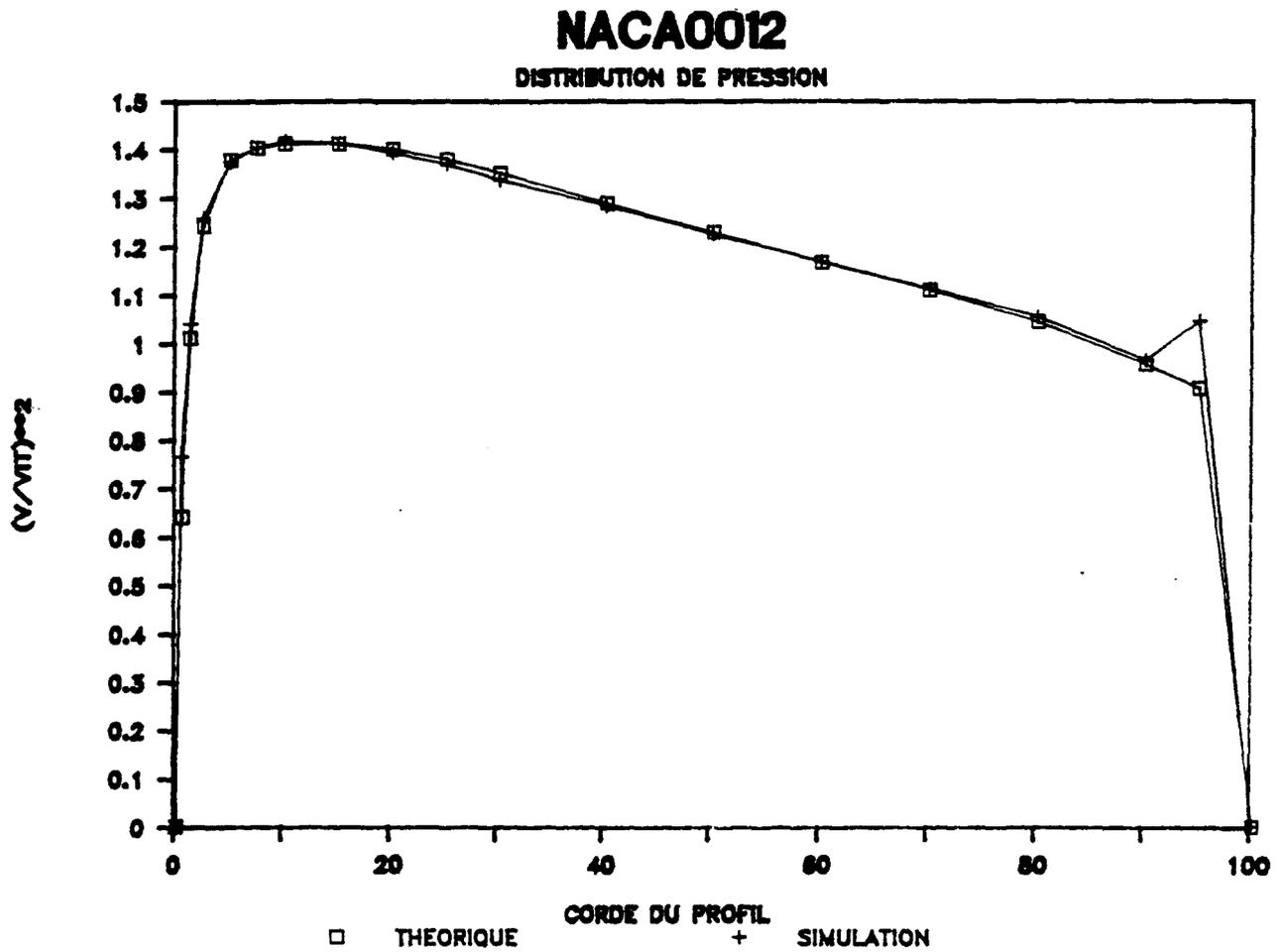


Figure 4.1: Distribution de pression sur un profil NACA0012 avec 37 noeuds.  
 $Re_\gamma = 9 \times 10^6$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .

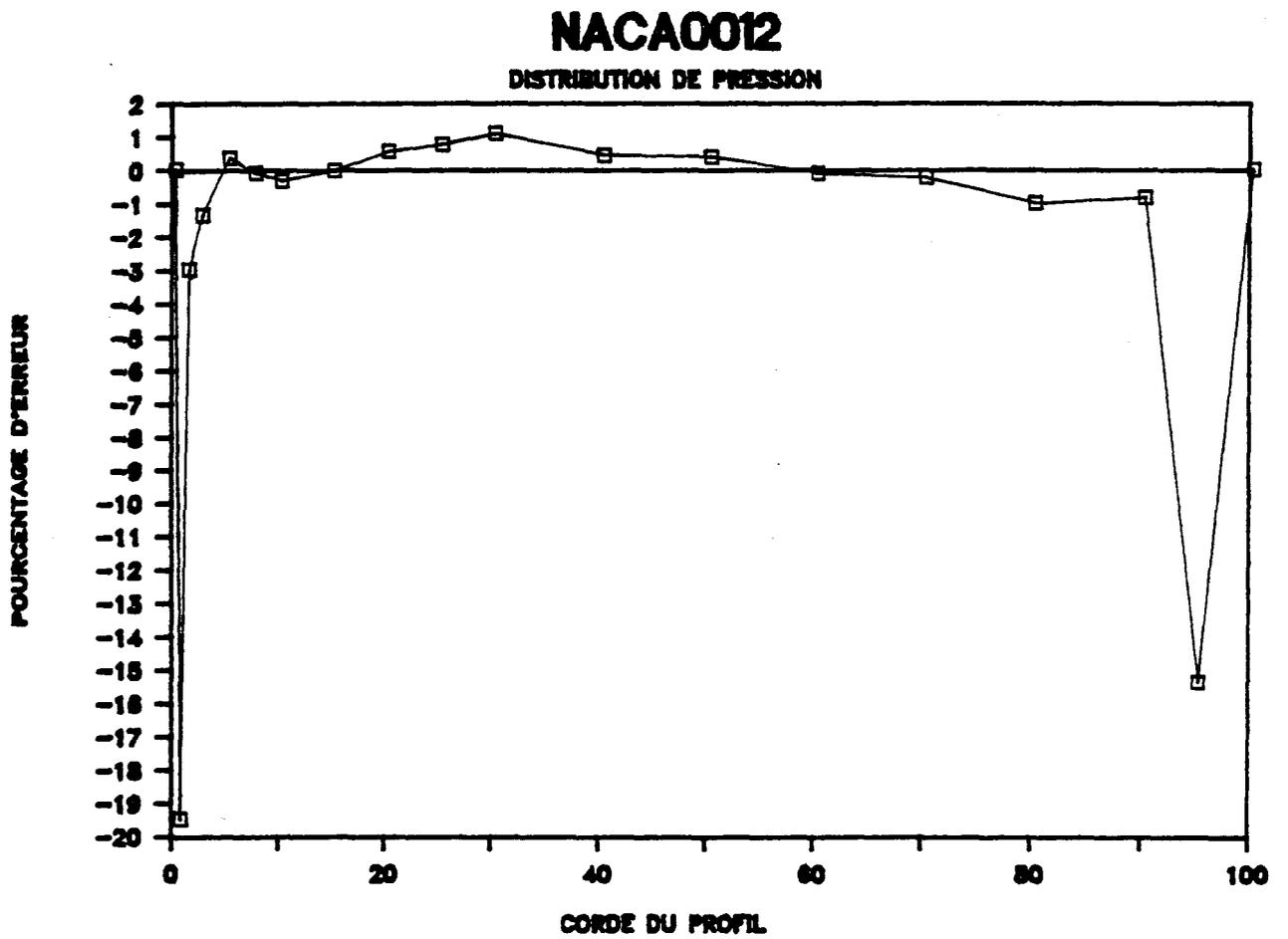


Figure 4.2: Pourcentage d'erreur sur la distribution de pression pour un profil NACA0012.

La courbe des résultats de simulation numérique suit très bien la courbe théorique. La précision des résultats est de plus de 98% en général (voir fig. 4.2). Les seuls points qui présentent une imprécision plus marquée se trouvent au bord d'attaque du profilé, à 0.5% de la corde du profil (19.5% d'erreur) et au bord de fuite à 95% de la corde du profil (15.4% d'erreur). À l'avant, les valeurs sont très faibles; il est donc difficile de réduire le pourcentage d'erreur. À l'arrière, malgré plusieurs essais avec maillage différents, le saut de pression ne disparaît pas (voir section 2.8).

Avant de s'attarder au calcul des coefficients aérodynamiques pour différents angles d'attaque, il est important de vérifier la qualité des résultats obtenus pour la distribution de pression lorsque l'on change l'angle d'attaque. Des courbes sont présentées pour des angles de  $5^\circ$  (figures 4.3 à 4.6) et  $10^\circ$  (figures 4.7 à 4.10). La pression qui s'exerce sur la partie supérieure du profilé n'est plus la même que celle qui s'applique sur la partie inférieure. Dans tous les cas présentés, les résultats de la simulation numérique suivent très bien les valeurs théoriques à moins de 10% d'erreur. Des sauts plus élevés d'imprécision apparaissent au bord d'attaque et au bord de fuite du profilé.

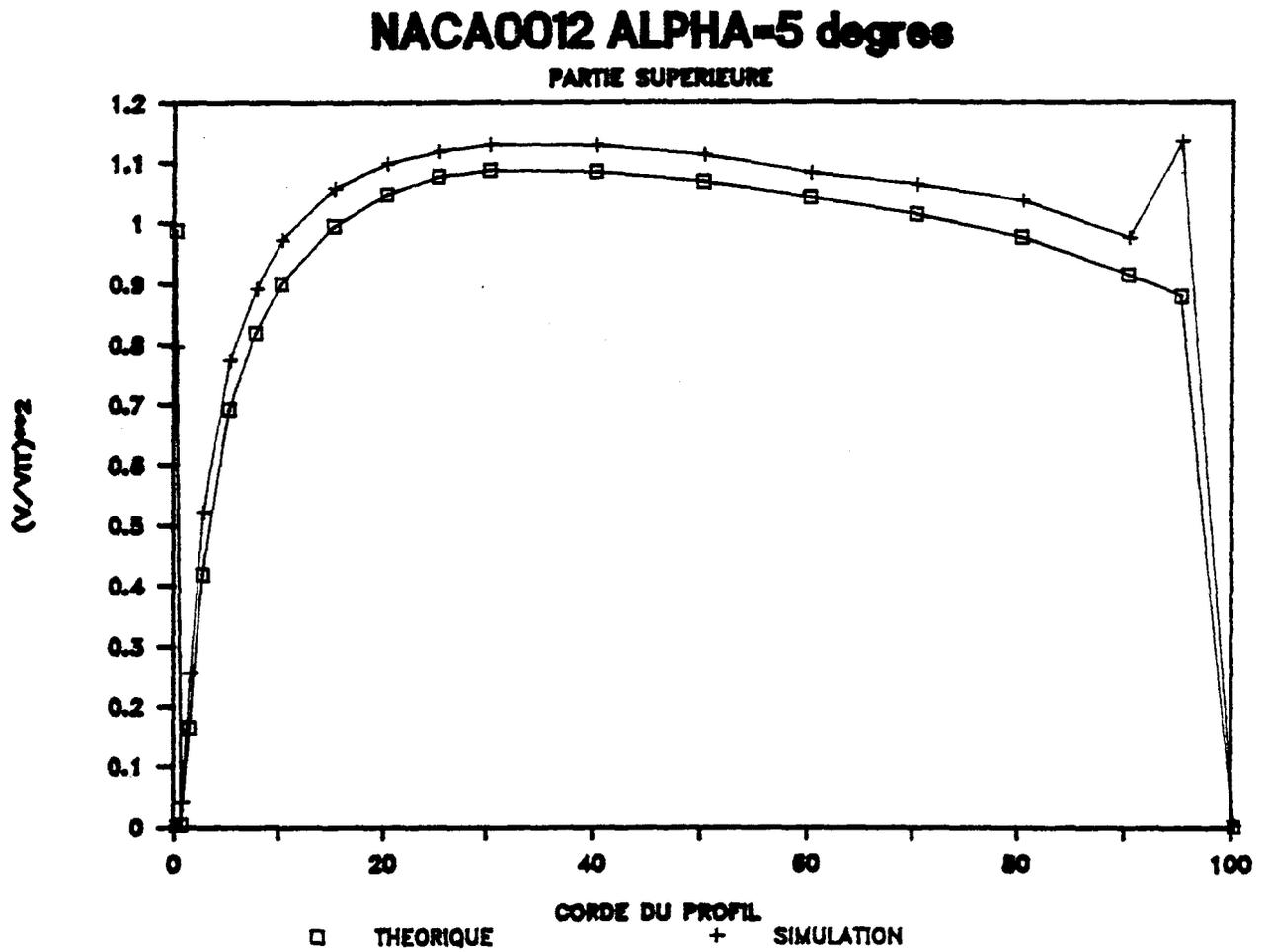


Figure 4.3: Distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de 5°.

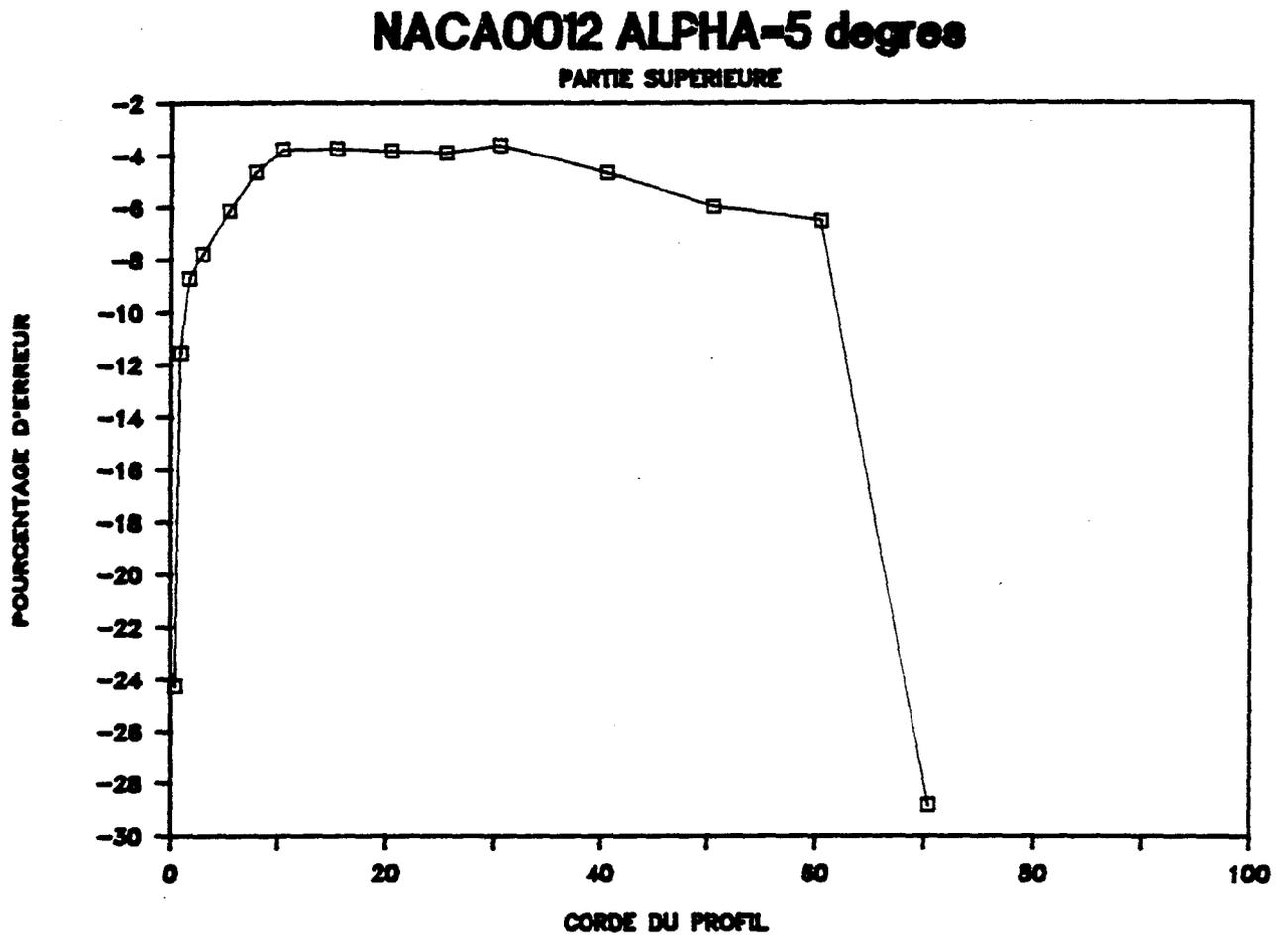


Figure 4.4: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de 5°.

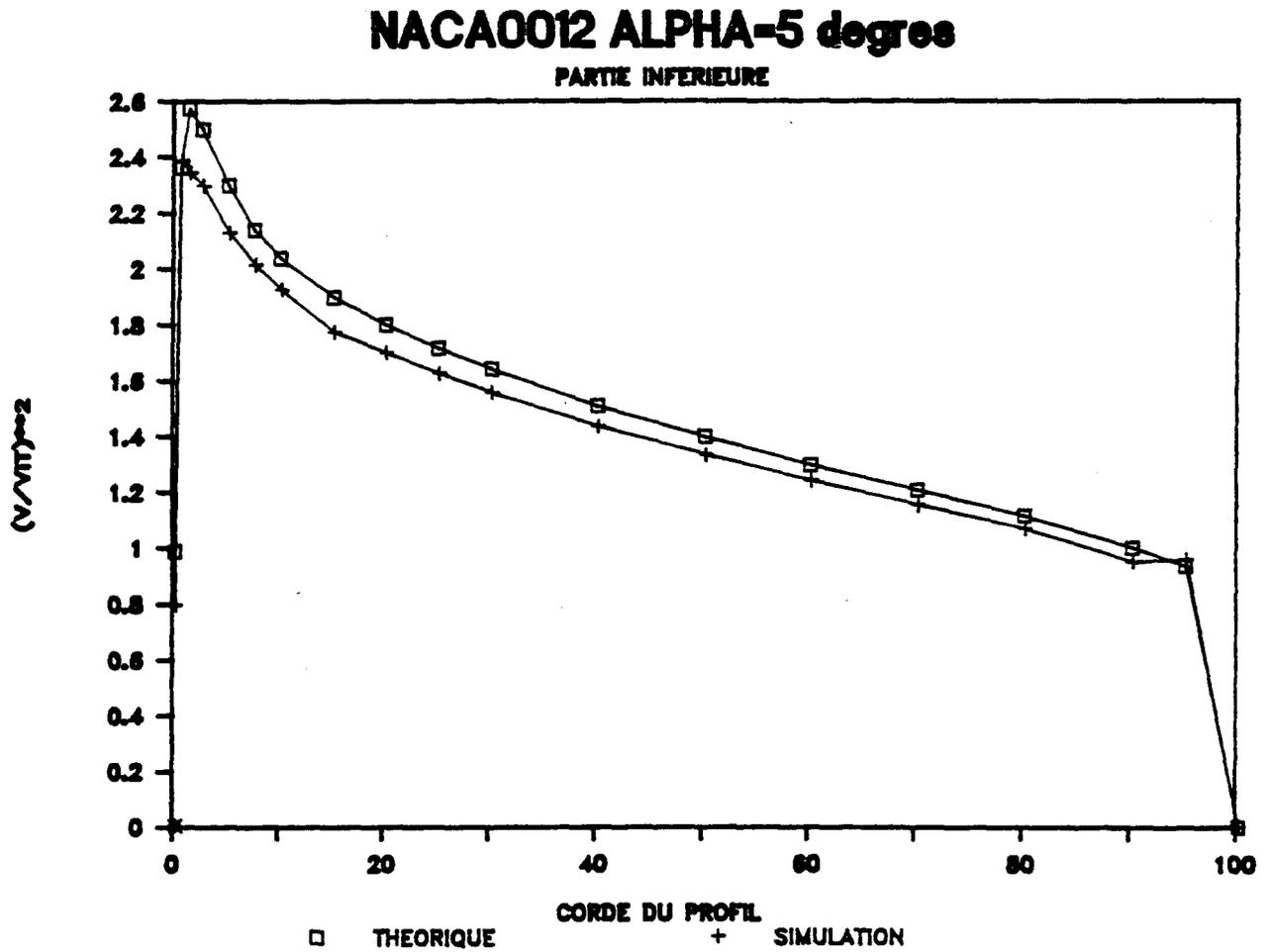


Figure 4.5: Distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de 5°.

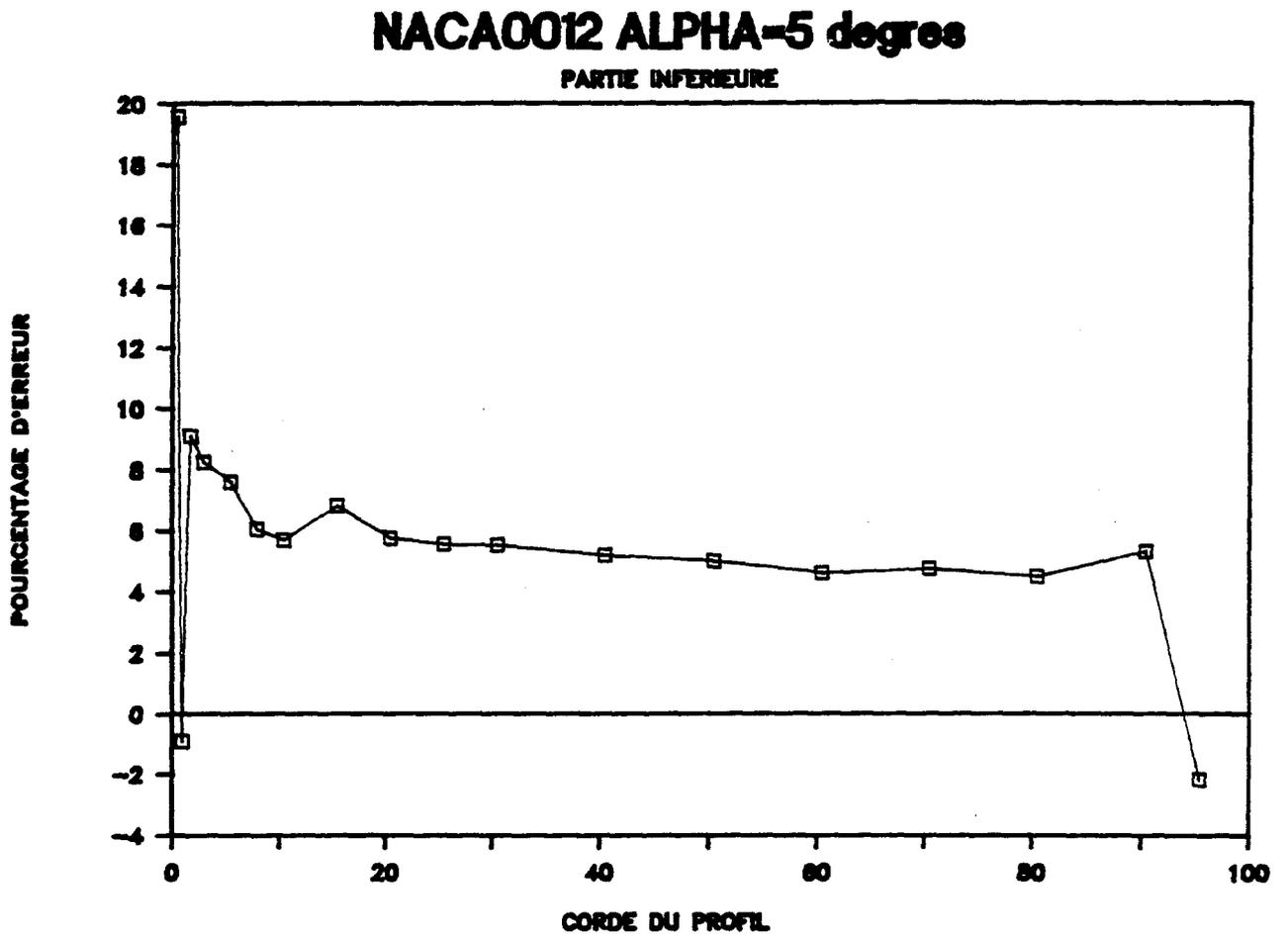


Figure 4.6: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de 5°.

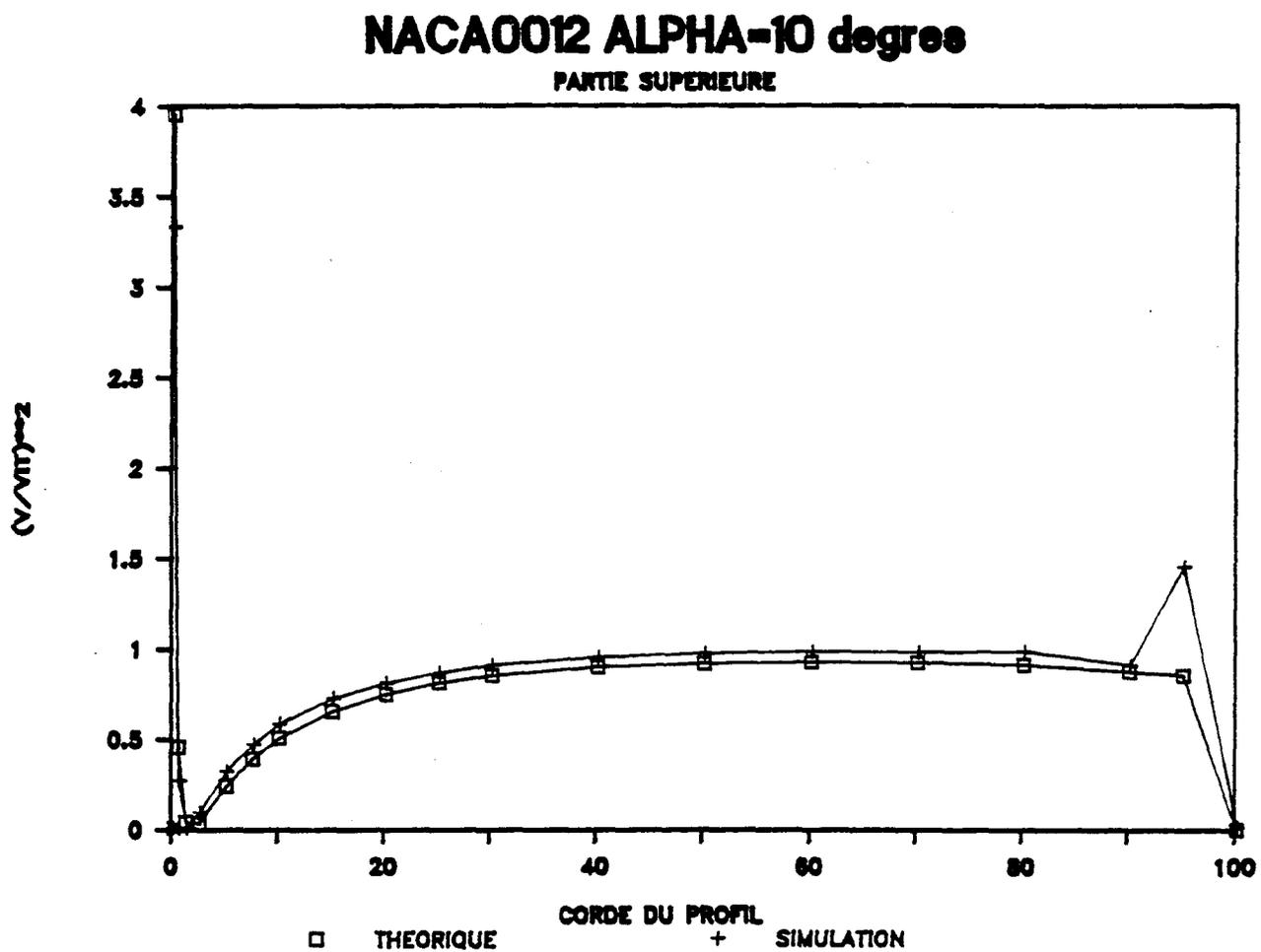


Figure 4.7: Distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $10^\circ$ .

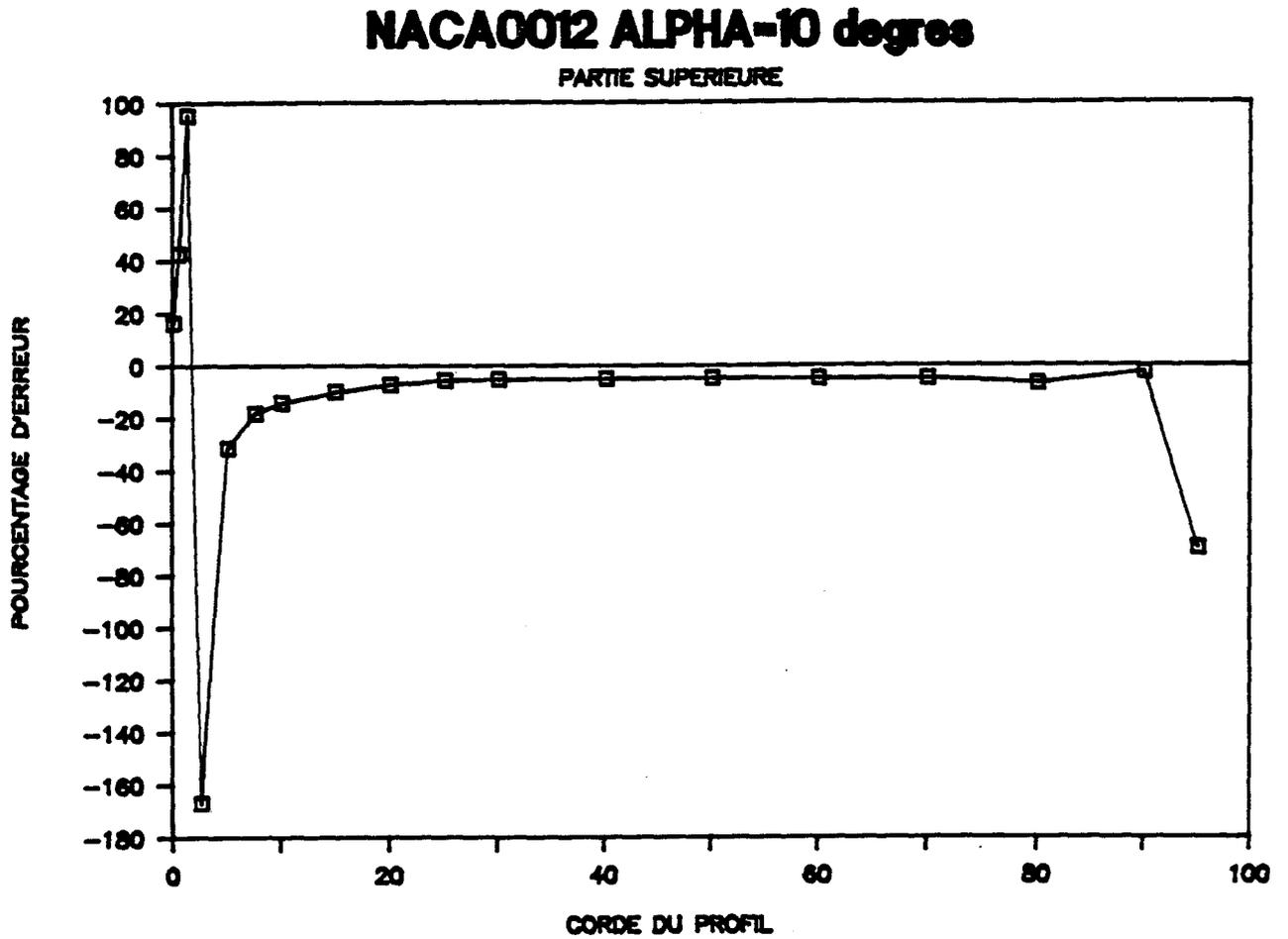


Figure 4.8: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie supérieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de 10°.

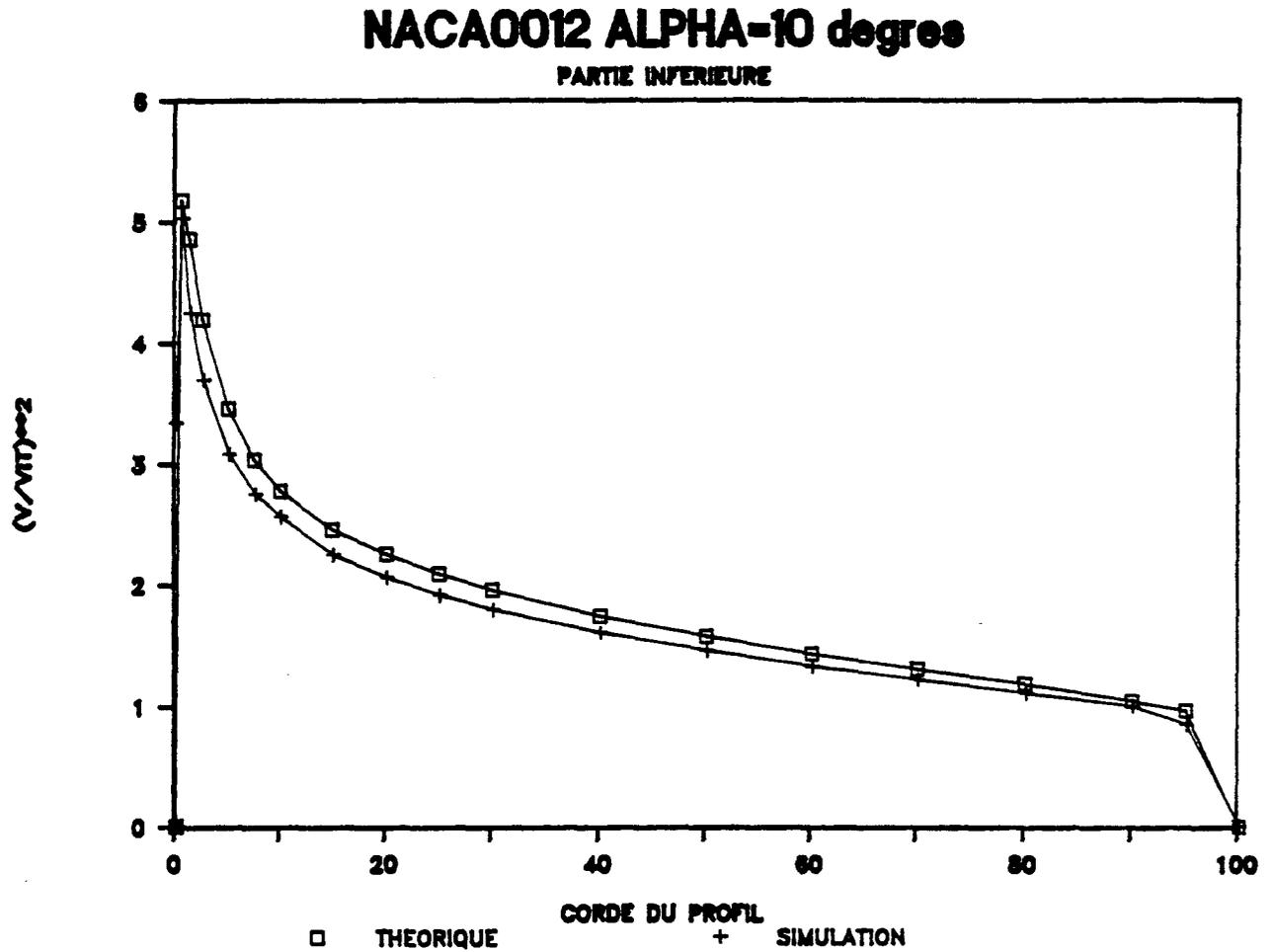


Figure 4.9: Distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $10^\circ$ .

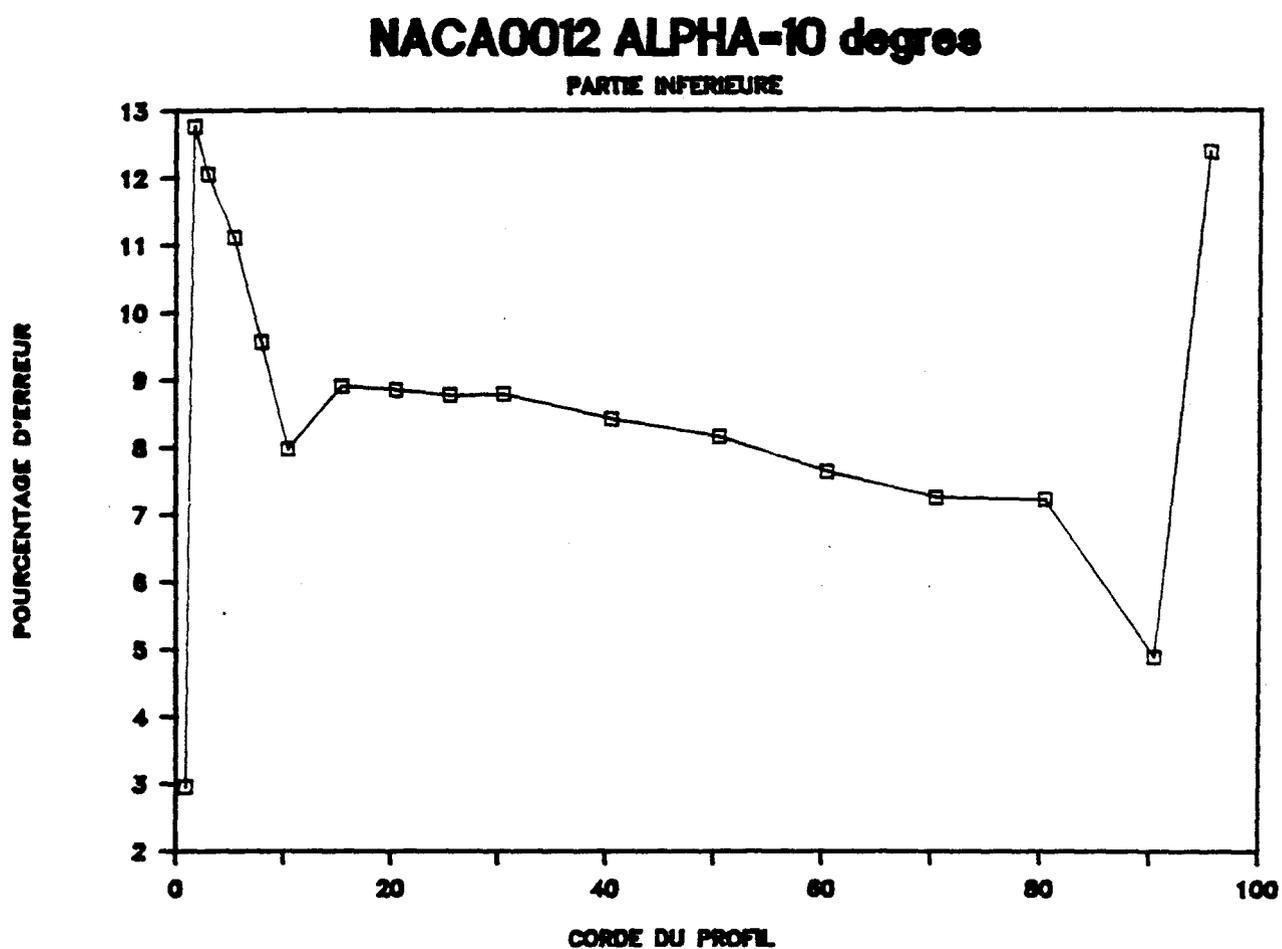


Figure 4.10: Pourcentage d'erreur de la distribution de pression sur la partie inférieure du profilé NACA0012 pour un angle d'attaque de  $10^\circ$ .

La forme simulée numériquement est un assemblage de segments de droite ayant comme point de jonction les noeuds géométriques du profilé alors que la forme réelle est lisse. L'erreur s'amointrit sur la partie intermédiaire du profil puisque cette partie est presque linéaire. Donc il y a très peu de variations d'angle dans cette zone et la forme simulée s'approche de façon acceptable de la forme réelle. L'utilisation d'éléments quadratiques au lieu d'éléments linéaires améliorerait sûrement la qualité des résultats puisque la forme vue par le programme s'approcherait davantage de la forme réelle. Cependant, certains problèmes au niveau de la convergence des résultats sont rencontrés avec ce type d'éléments. Les éléments linéaires distribués de façon adéquate et pris en nombre suffisant donnent des résultats très satisfaisants. Donc, dans le présent travail on s'est limité aux éléments linéaires.

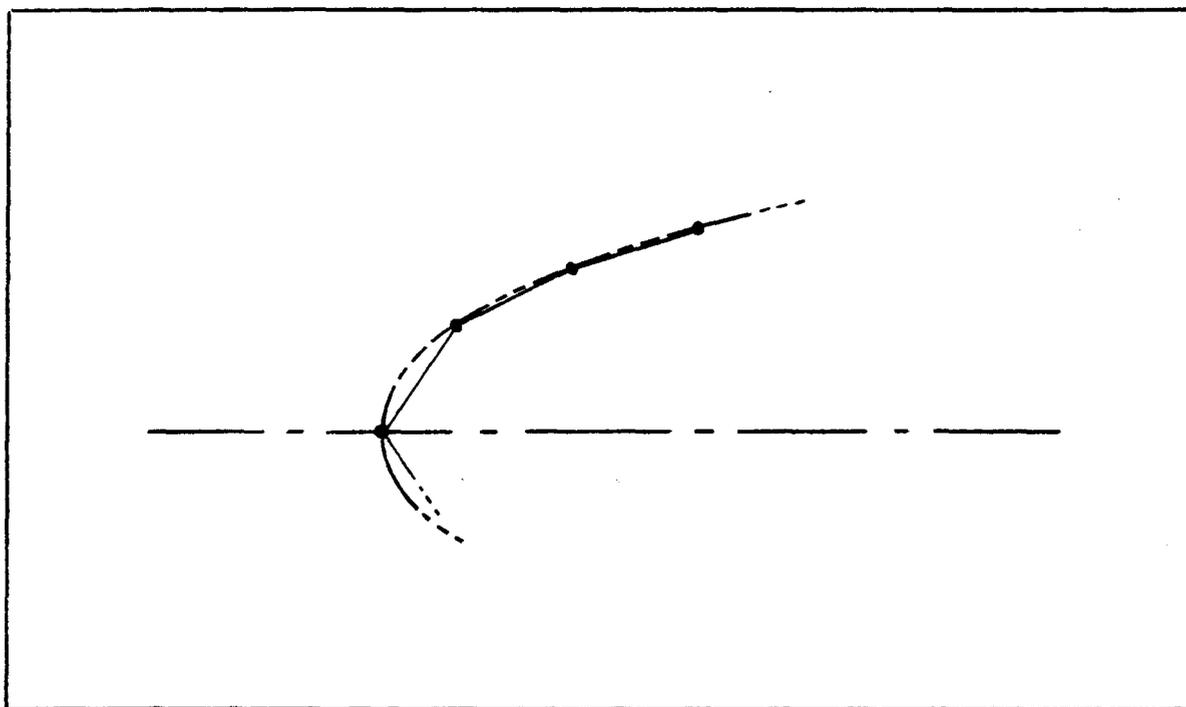


Figure 4.11: Forme simulée versus forme réelle.

En ce qui concerne l'arrière du profilé, le saut de la pression nous fait rencontrer les conditions de décollement malgré des angles d'attaque aussi faible que  $0^\circ$ . Ce décollement prématuré de la couche limite est artificiel. Il est causé par un problème de modélisation. Après avoir fait plusieurs essais en modifiant soit: l'épaisseur de la condition de Kutta, la répartition des points sur la forme, la répartition des points sur la condition de Kutta, le nombre de points de modélisation, l'augmentation de la pression à l'arrière du profil ne disparaît pas. Les figures 4.12 et 4.13 présentent le point de décollement de la couche limite pour divers angles d'attaque (vers le bas) calculés lors de la simulation numérique. Sur la partie inférieure du profil, on observe que le décrochage aérodynamique se produit pour un angle d'attaque de  $19^\circ$ . Pour la partie supérieure du profil, le décollement est créé à cause des problèmes de modélisation traités précédemment. Le même phénomène se remarque à la figure 4.12 pour des angles d'attaque inférieur à  $20^\circ$ .

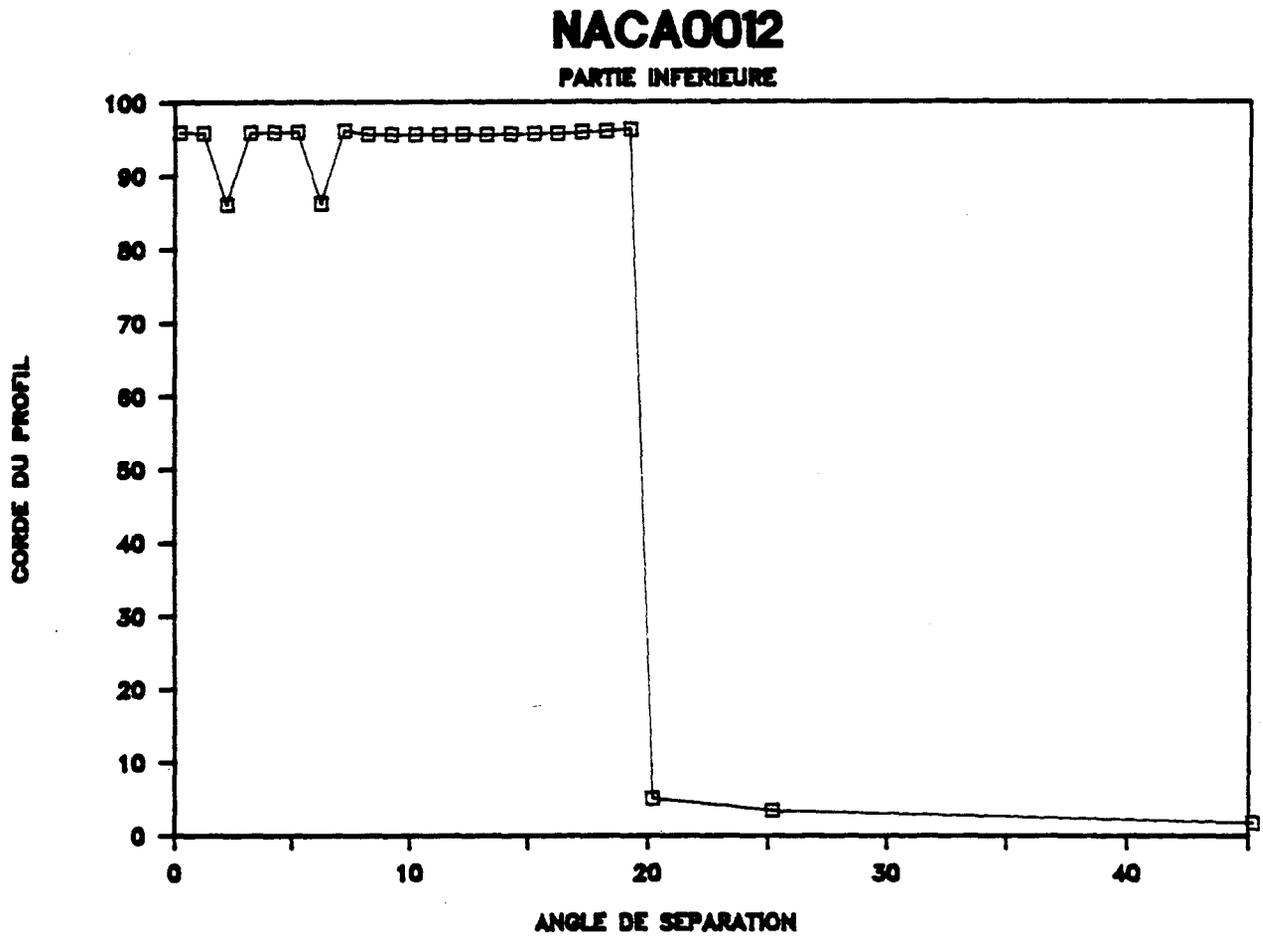


Figure 4.12: Point de séparation de la couche limite en fonction de l'angle d'attaque sur la partie inférieure du profil.

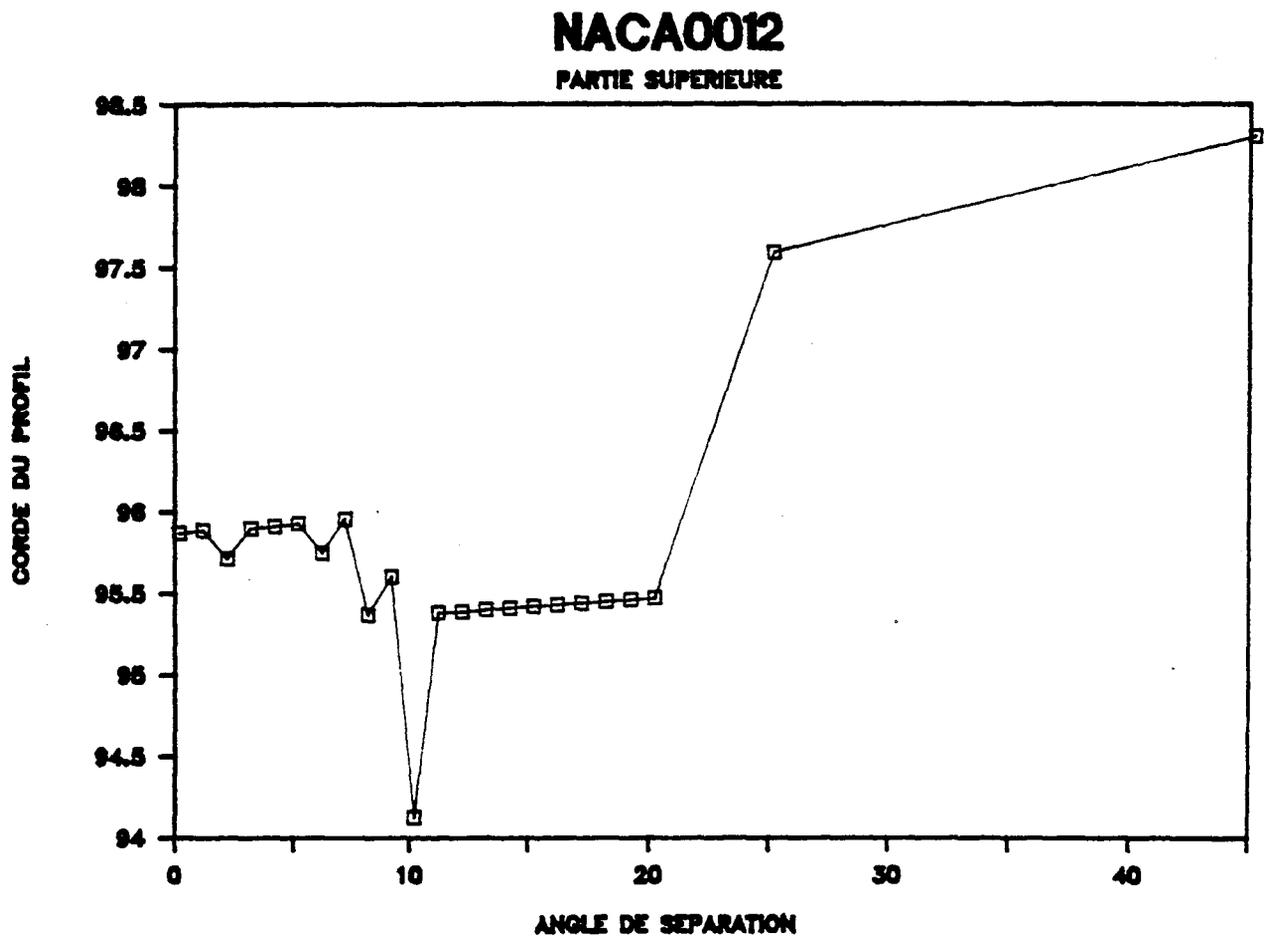


Figure 4.13: Point de séparation de la couche limite en fonction de l'angle d'attaque sur la partie supérieure du profil.

La manière dont le changement dans la direction du vent se fait dans le programme, influence aussi la qualité des résultats. Pour simplifier la simulation du changement d'angle d'attaque, on fait tourner le profilé en gardant l'écoulement tel qu'il était pour un angle de  $0^\circ$  (figure 4.14). Par contre, on a choisi de garder la condition de Kutta parallèle à l'écoulement. Cependant, immédiatement à l'arrière du profilé, la condition de Kutta sera parallèle à l'axe du profilé pour se replacer graduellement parallèle au vent (voir figure 4.15). Donc, la géométrie à l'arrière du profil gagnerait à être modifiée pour augmenter la précision des résultats (voir figure 4.17). La figure 4.16 nous donne l'écoulement réel à l'arrière du profilé. Des tests de fumée pourraient nous permettre de visualiser et ainsi de mieux modéliser la forme de la condition de Kutta immédiatement après le bord de fuite pour différents angles d'attaque.

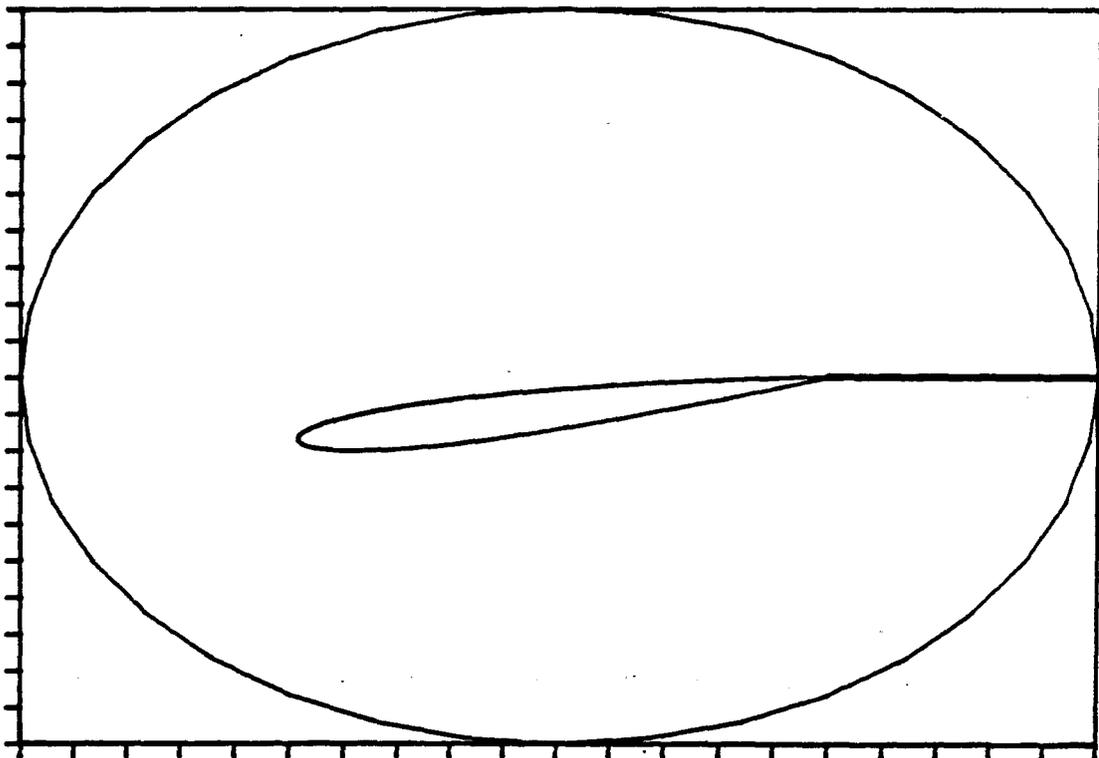


Figure 4.14: Simulation d'un angle d'attaque de  $10^\circ$ .

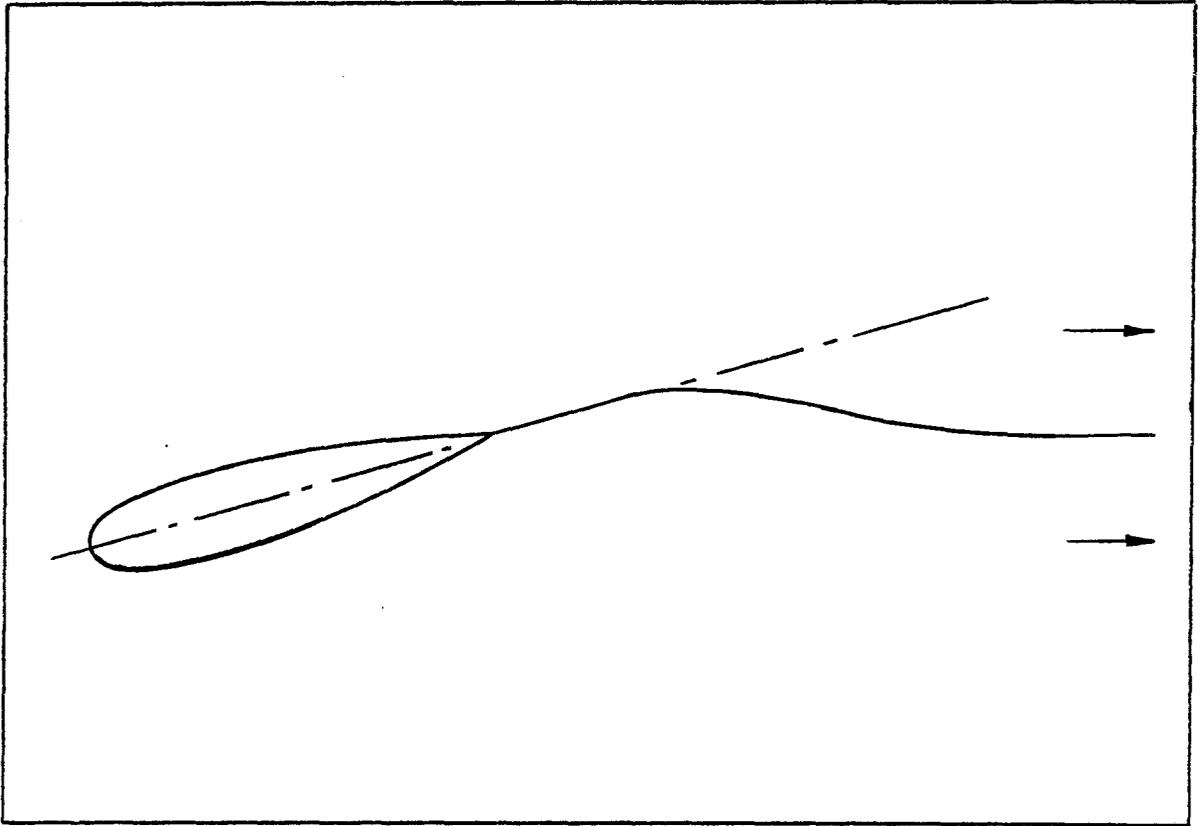


Figure 4.15 Forme réelle de la condition de Kutta à l'arrière du profilé.

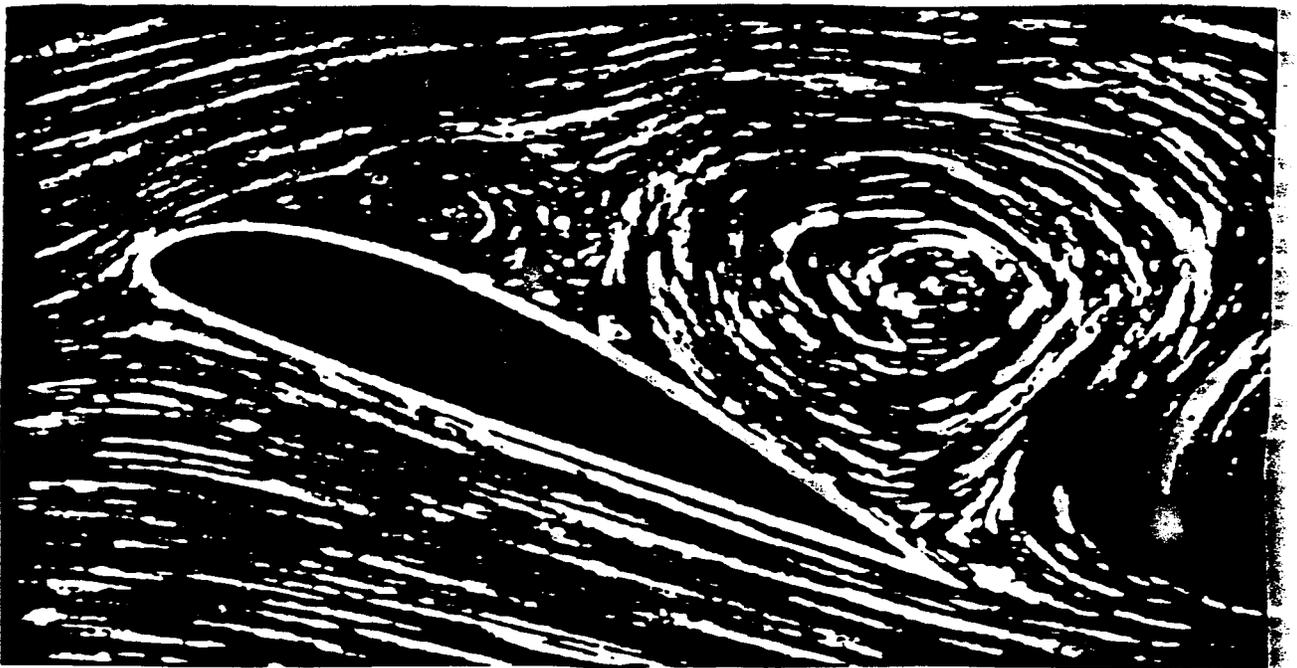


Figure 4.16: Écoulement réel à l'arrière du profilé.

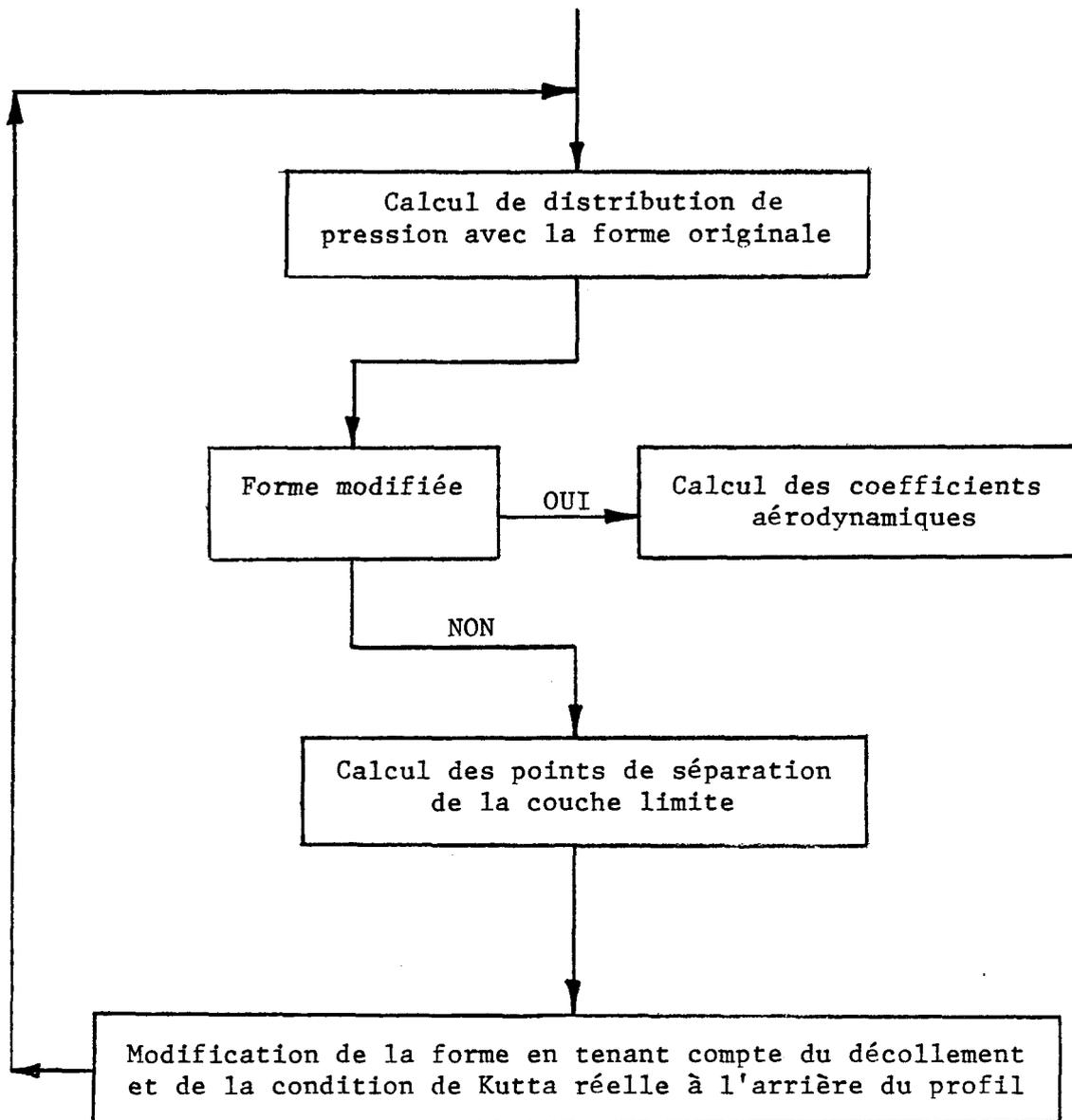


Figure 4.17: Organigramme pour le calcul des pressions avec la forme modifiée.

#### 4.2 Coefficient de portance CL

À partir de la pression exercée sur le profil à chaque noeud, on intègre sur la surface afin de calculer le coefficient de portance. Les résultats obtenus sont présentés à la figure 4.18. La courbe expérimentale de même que la courbe théorique forment une droite. Les deux droites passent par l'origine; donc dans les deux cas on a, comme on devrait s'y attendre pour un profil symétrique, un coefficient de portance nul lorsque l'angle d'attaque est de  $0^\circ$ .

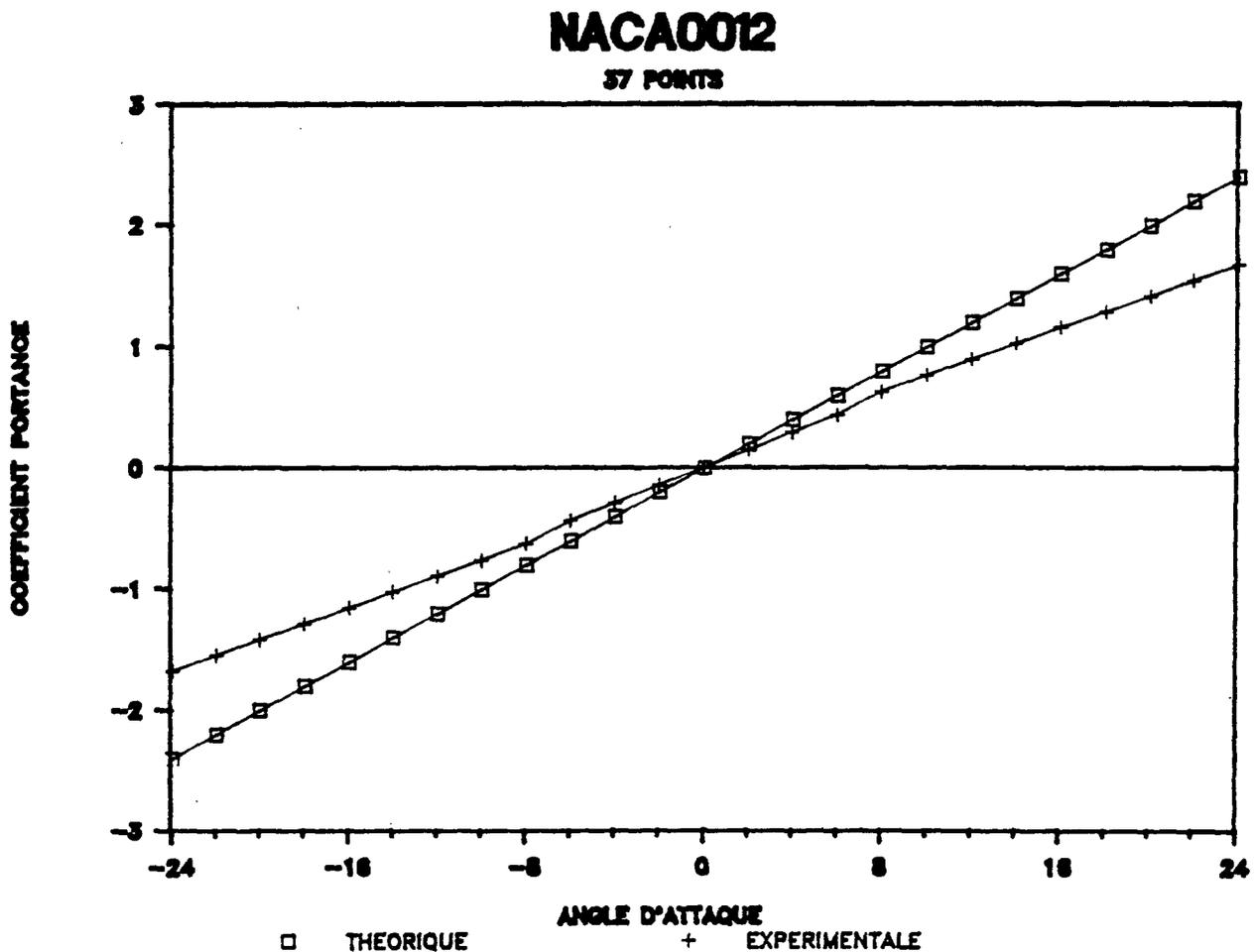


Figure 4.18: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0012.

Le pourcentage d'erreur se situe uniformément autour de 27% (voir figure 4.19). La discussion des causes d'erreur sur la distribution de pression, telle que vue à la section précédente, s'applique également pour le coefficient de portance puisque ce dernier est calculé à partir des pressions de surface calculées numériquement. Une plus grande précision sur la géométrie de la forme vue par l'écoulement renforcerait doublement la précision des résultats numériques.

Le décrochage aérodynamique se produit lorsqu'il y a une diminution très rapide du coefficient de portance pour une faible augmentation de l'angle d'attaque. Ce phénomène arrive pour un angle d'attaque de  $16^\circ$  sur la figure 4.20 basé sur des calculs théoriques ainsi que pour la courbe expérimentale de la figure 4.21. En ce qui concerne la simulation numérique, la figure 4.12 nous montre que le décrochage aérodynamique a lieu pour un angle d'attaque de  $19^\circ$ . Comme dans le modèle on ne tient pas compte du décollement de la couche limite, le coefficient de portance continue de s'accroître linéairement passé cette valeur d'angle critique. Le sous-programme POINT permet de calculer également la composante de la portance reliée à la friction (CLF) de surface. Enfin, le CLF obtenu est de l'ordre de  $10^{-4}$  donc négligeable par rapport au coefficient de portance dû à la forme comme mentionné précédemment au chapitre I.

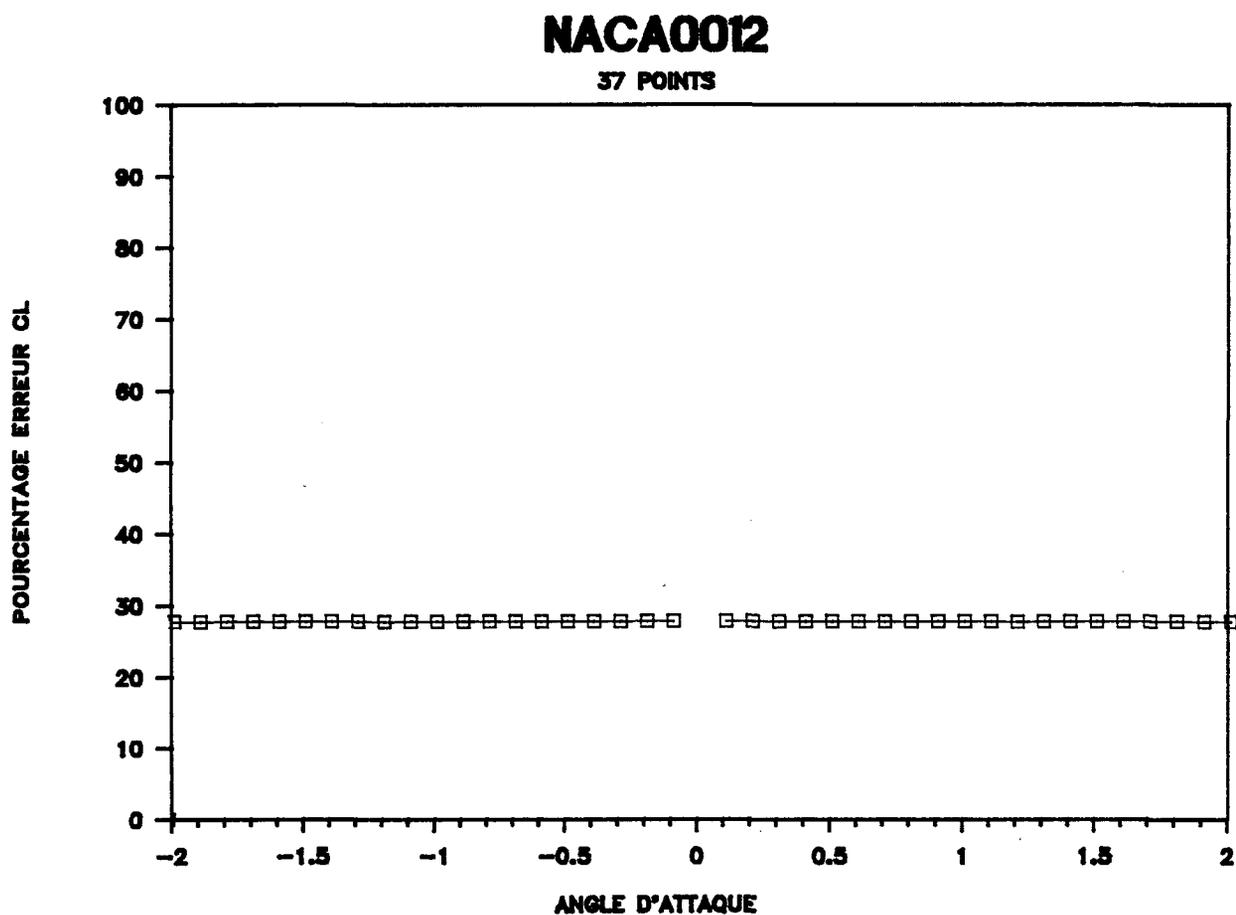
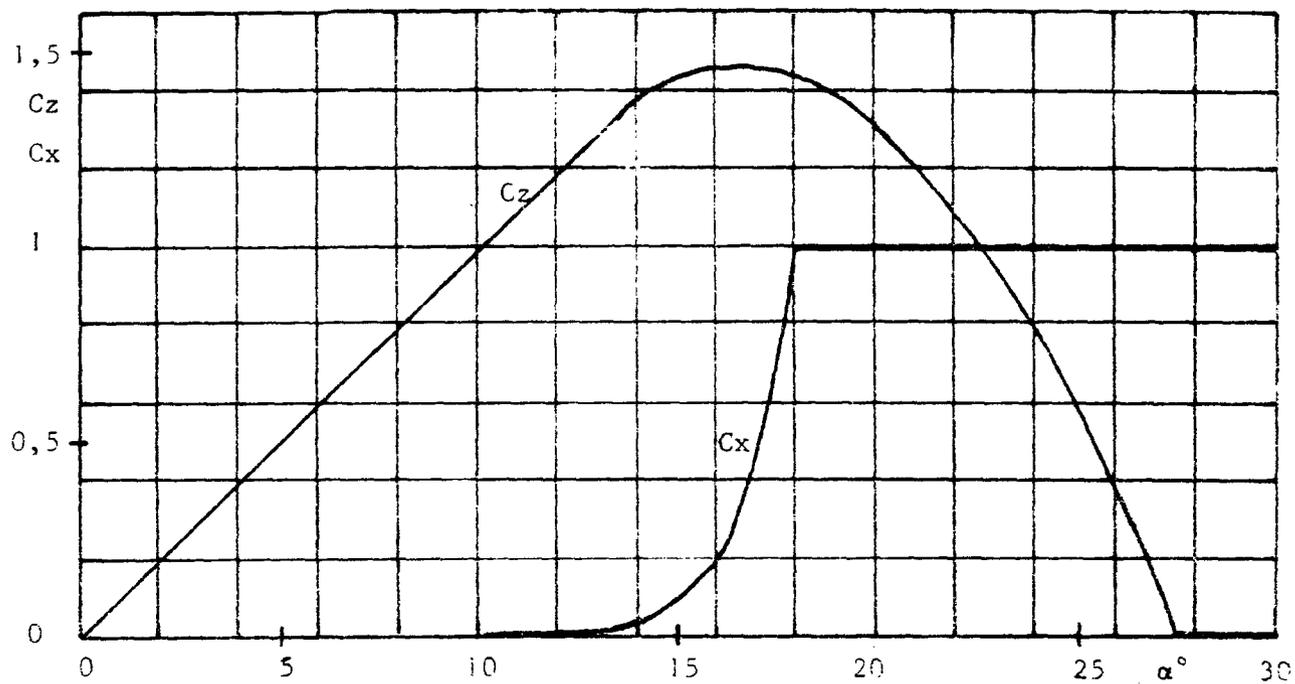


Figure 4.19: Pourcentage d'erreur sur le coefficient de portance pour le profil NACA0012.



$C_x$ : Coefficient de portance

$C_z$ : Coefficient de traînée

Figure 4.20: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0012. Résultats théoriques circulation  $\Gamma$  autour du profil par la formule de Kutta. Réf. [10] p. 83.

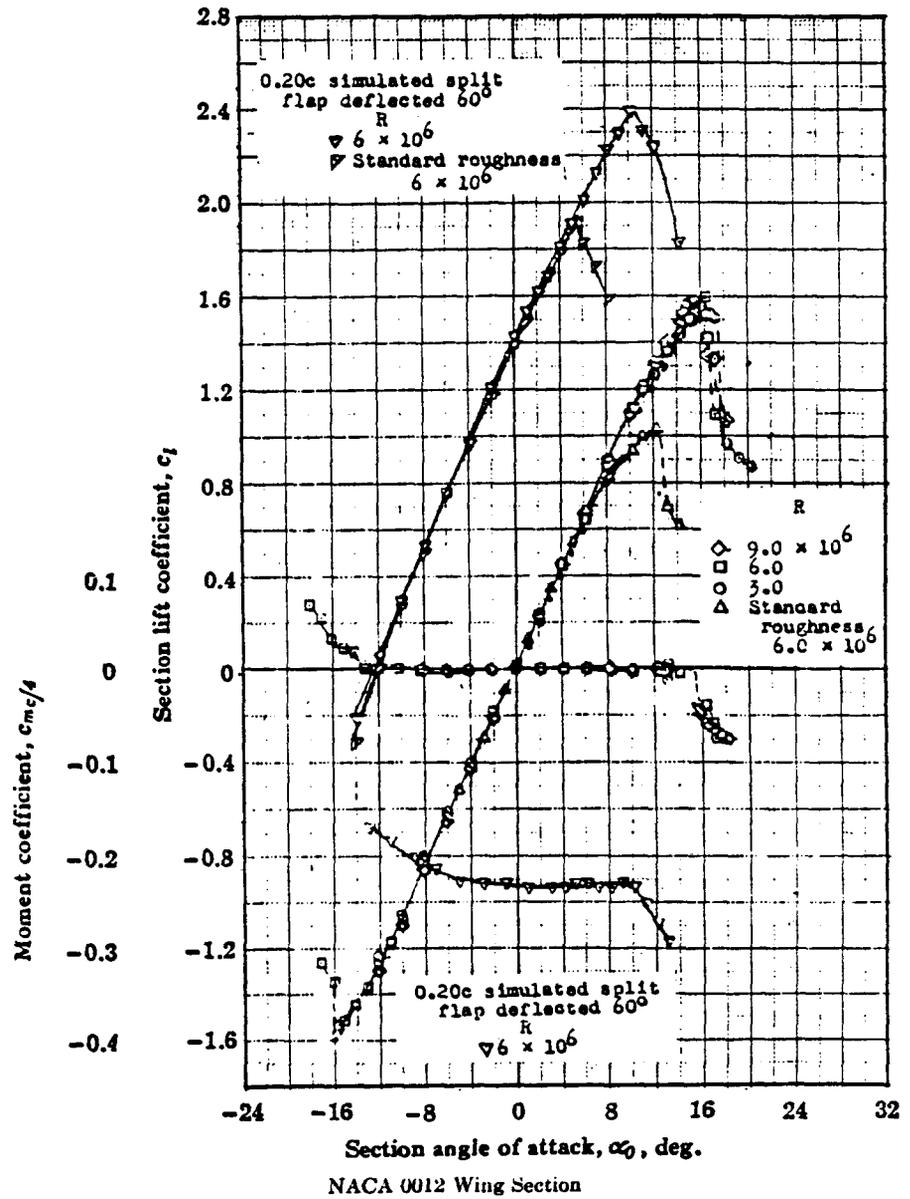


Figure 4.21: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0012. Résultats expérimentaux provenant Réf. [1] p. 462.

### 4.3 Coefficient de traînée CD

Le coefficient de traînée se partage en deux composantes. L'une due à la forme CD et l'autre causée par la friction de surface CDF. À la limite, on peut dire que pour une surface parfaitement lisse, le frottement est nul de même que CDF et que le coefficient de traînée n'est influencé que par la forme du profil. La figure 4.22 montre le coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance pour une surface

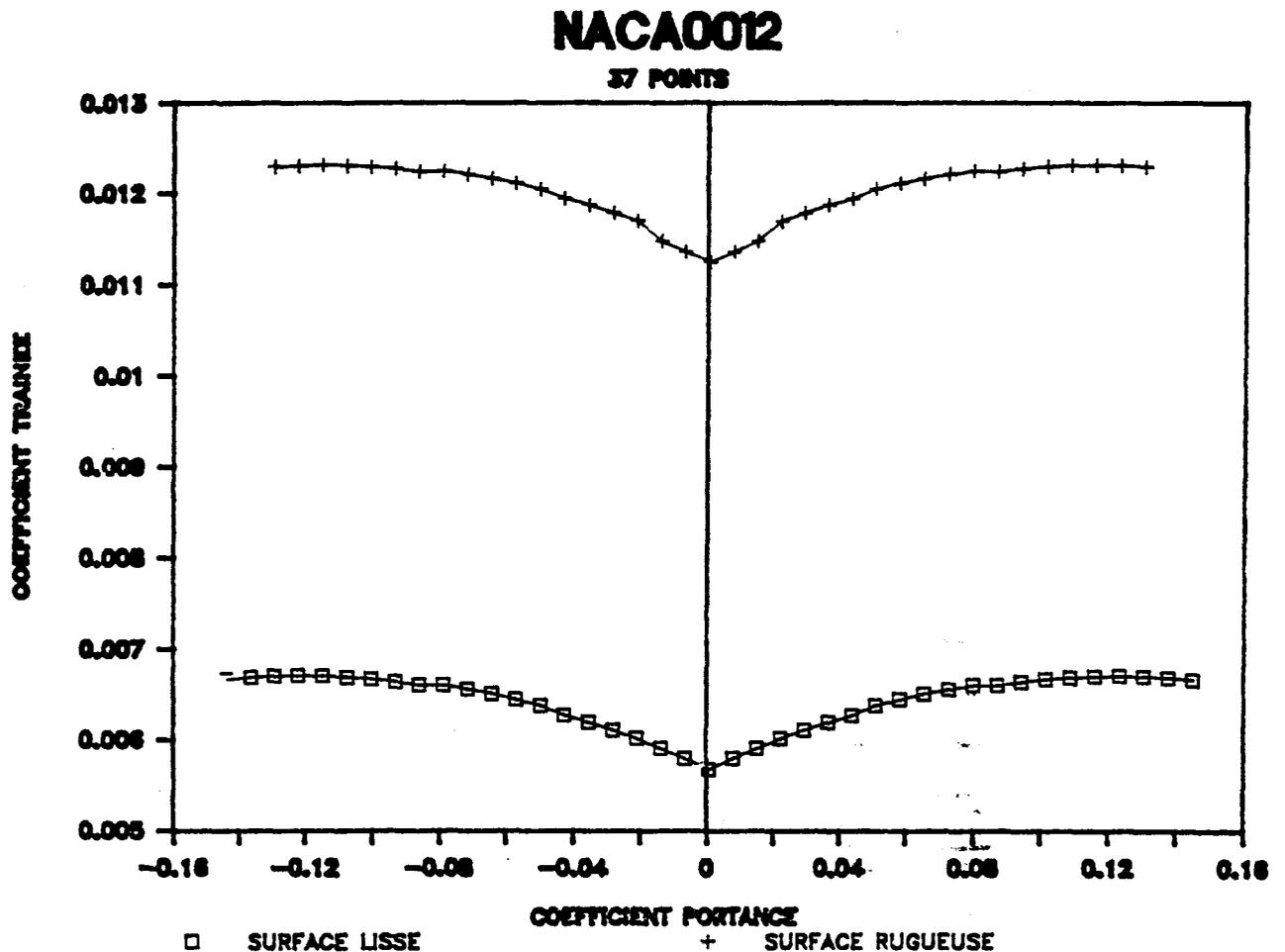


Figure 4.22: Coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance.

lisse et pour une surface rugueuse. La figure 4.23 présente les mêmes courbes mais obtenues par expérimentation. La forme des courbes de la simulation concorde avec les résultats expérimentaux. Les valeurs numériques de la simulation se rapprochent des valeurs expérimentales pour de faibles angles d'attaque. Inévitablement, aussitôt qu'il se produit un décollement, les valeurs du coefficient de traînée perdent leur validité. Pour évaluer précisément ce coefficient, la forme réelle du profil vue par l'écoulement doit être définie avec une précision accrue et en tenant compte de l'influence du décollement de la couche limite.

En ce qui concerne le coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un coefficient de portance nul, on peut voir que la simulation numérique apporte des résultats très près des valeurs expérimentales. La comparaison des figures 4.24 et 4.25 nous en assure.

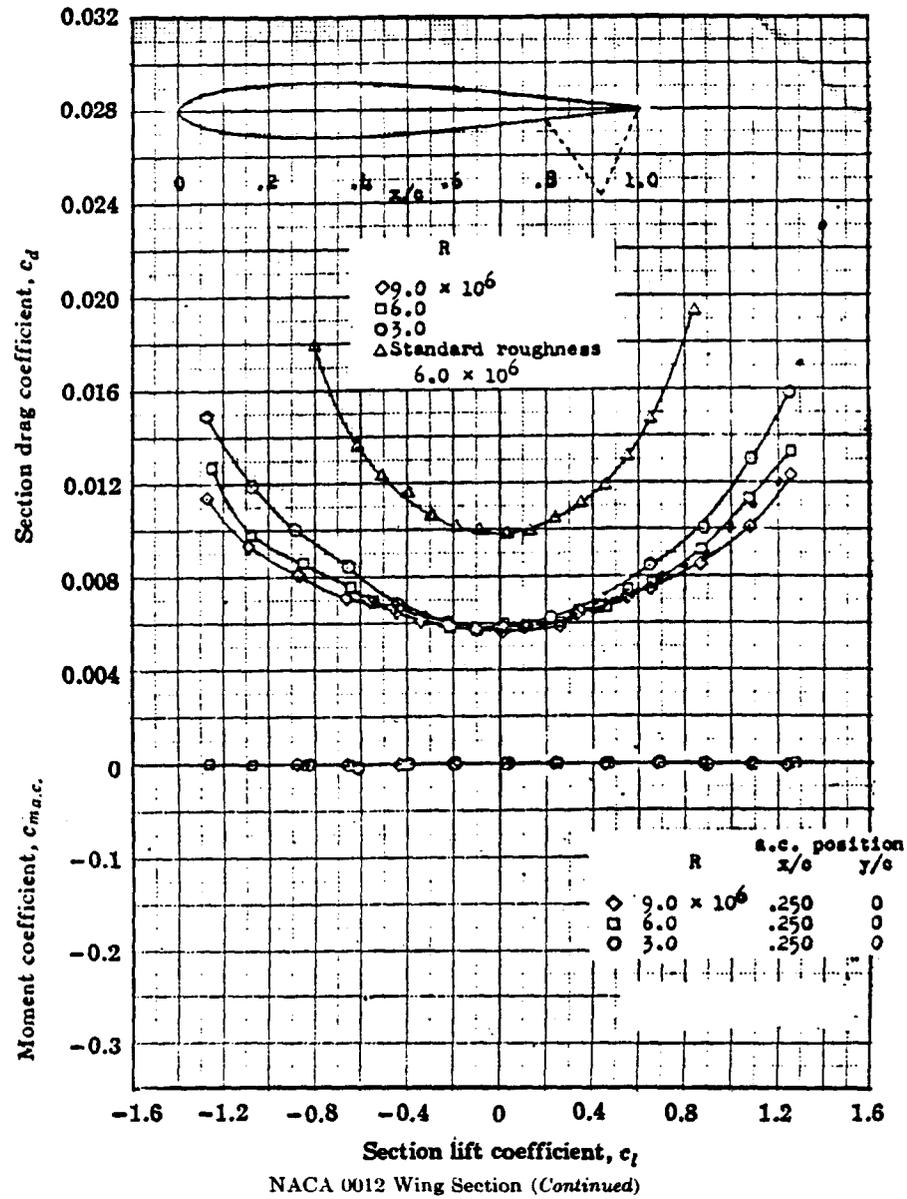


Figure 4.23: Coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance.  
 Résultats expérimentaux provenant Réf. [1] p. 463.

# NACA0012

37 POINTS

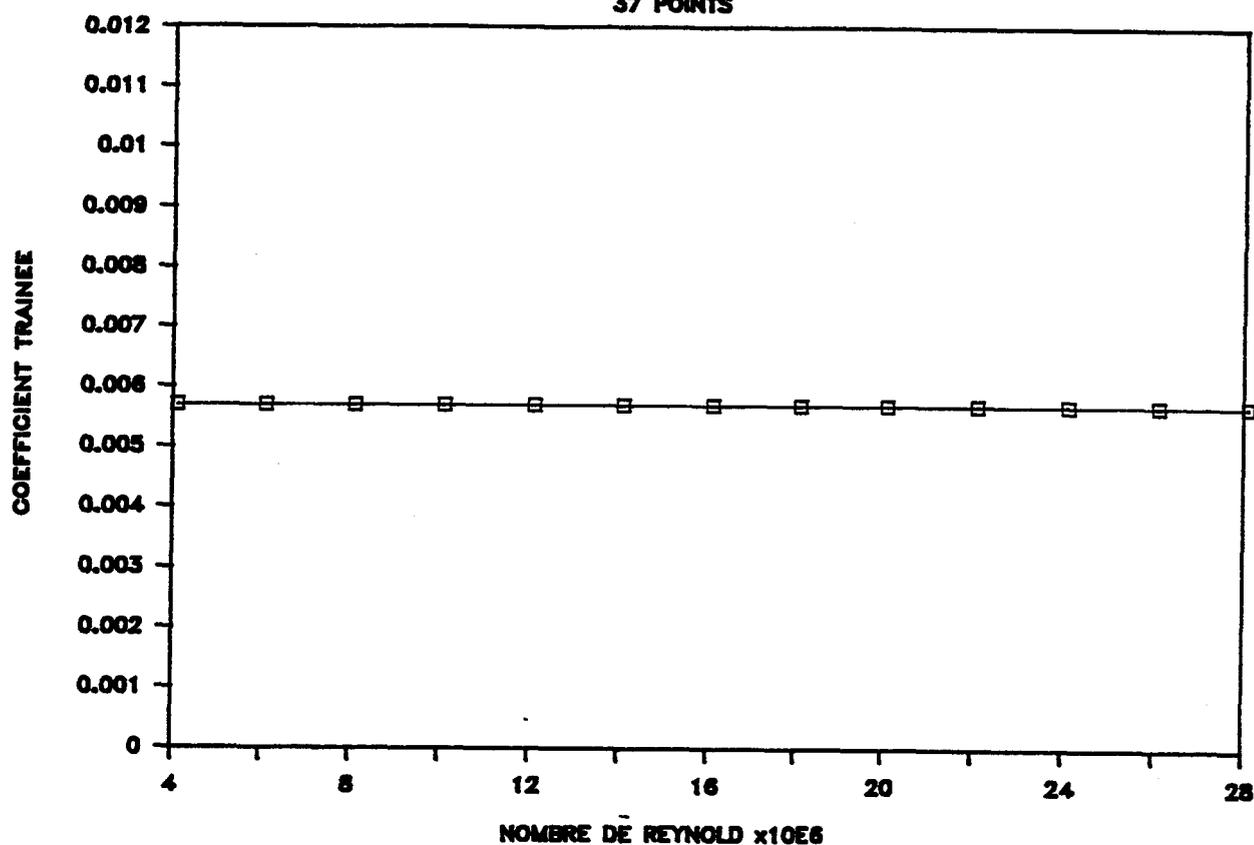


Figure 4.24: Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un coefficient de portance nul.

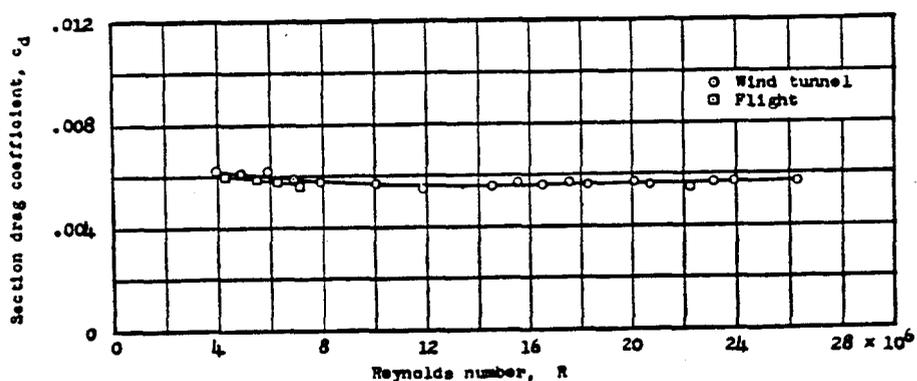


Fig. 87. Comparison of drag coefficients measured in flight and wind tunnel for the NACA 0012 airfoil section at zero lift.

171

Figure 4.25: Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un coefficient de portance nul. Résultats expérimentaux provenant de Réf. [1] p. 171.

#### 4.4 Coefficient de friction CF

Le coefficient de friction évalué à l'aide du sous-programme POINT permet de calculer une composante du coefficient de traînée total et de vérifier qu'il n'affecte pas la portance. La figure 4.26 présente le coefficient de friction en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la couche limite ( $R_\theta$ ). La courbe théorique a été calculée avec l'équation de Squire et Young Réf. [1]:

$$CF = \frac{1}{[5.890 \log(4.075 R_\theta)]^2} \quad (4.1)$$

Les résultats de la simulation numérique sont très près des valeurs théoriques, le pourcentage d'erreur est de moins de 10% (figure 4.27). À mesure que l'on avance sur la surface du profilé, le nombre de Reynolds  $R_\theta$  augmente et le coefficient de friction diminue. La figure 4.27 nous permet de constater que plus on arrive près de l'arrière de la forme ou encore près du point de décollement artificiel de la couche limite, plus l'imprécision augmente.

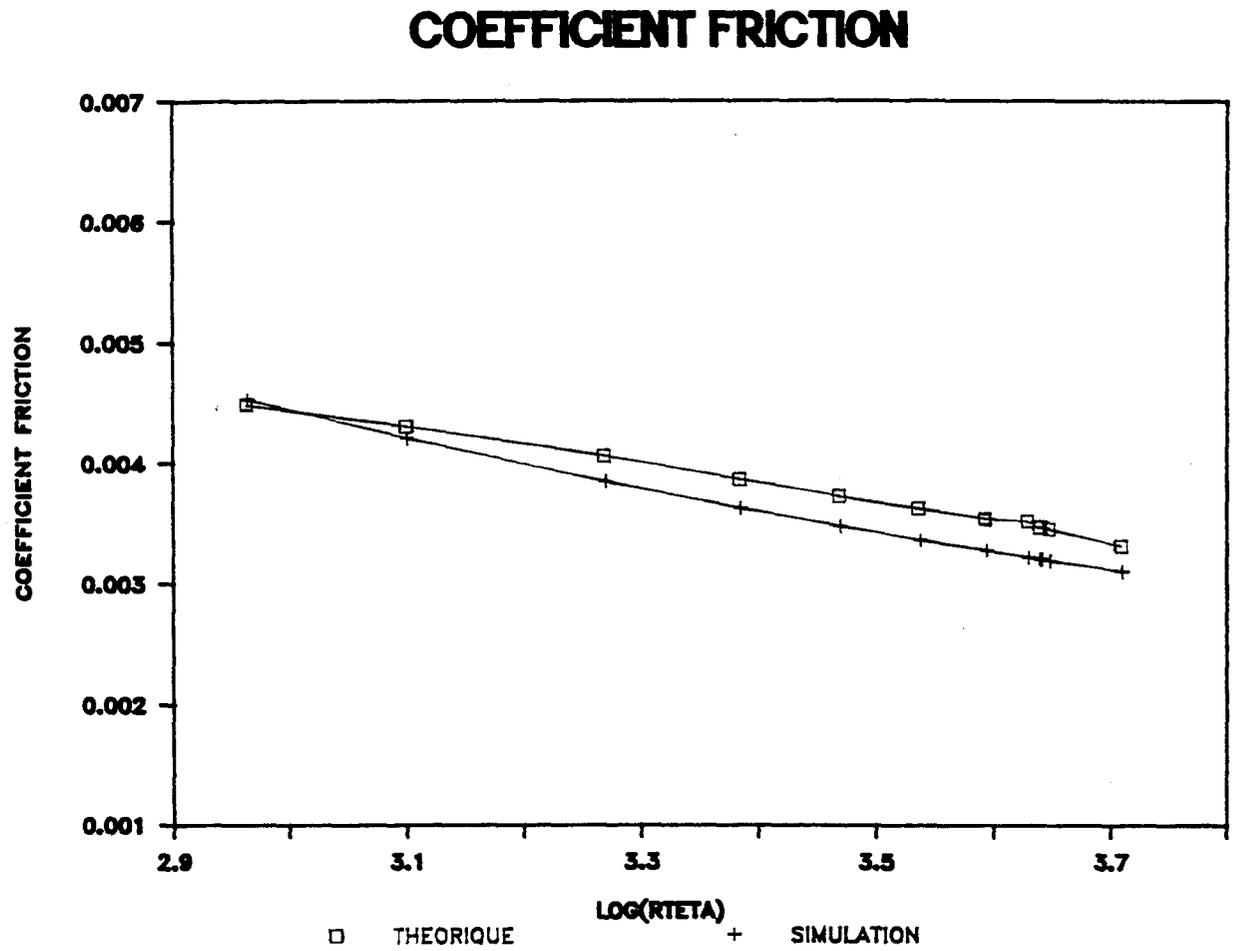


Figure 4.26: Coefficient de friction en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la quantité de mouvement de la couche limite,  $R_\theta$ .

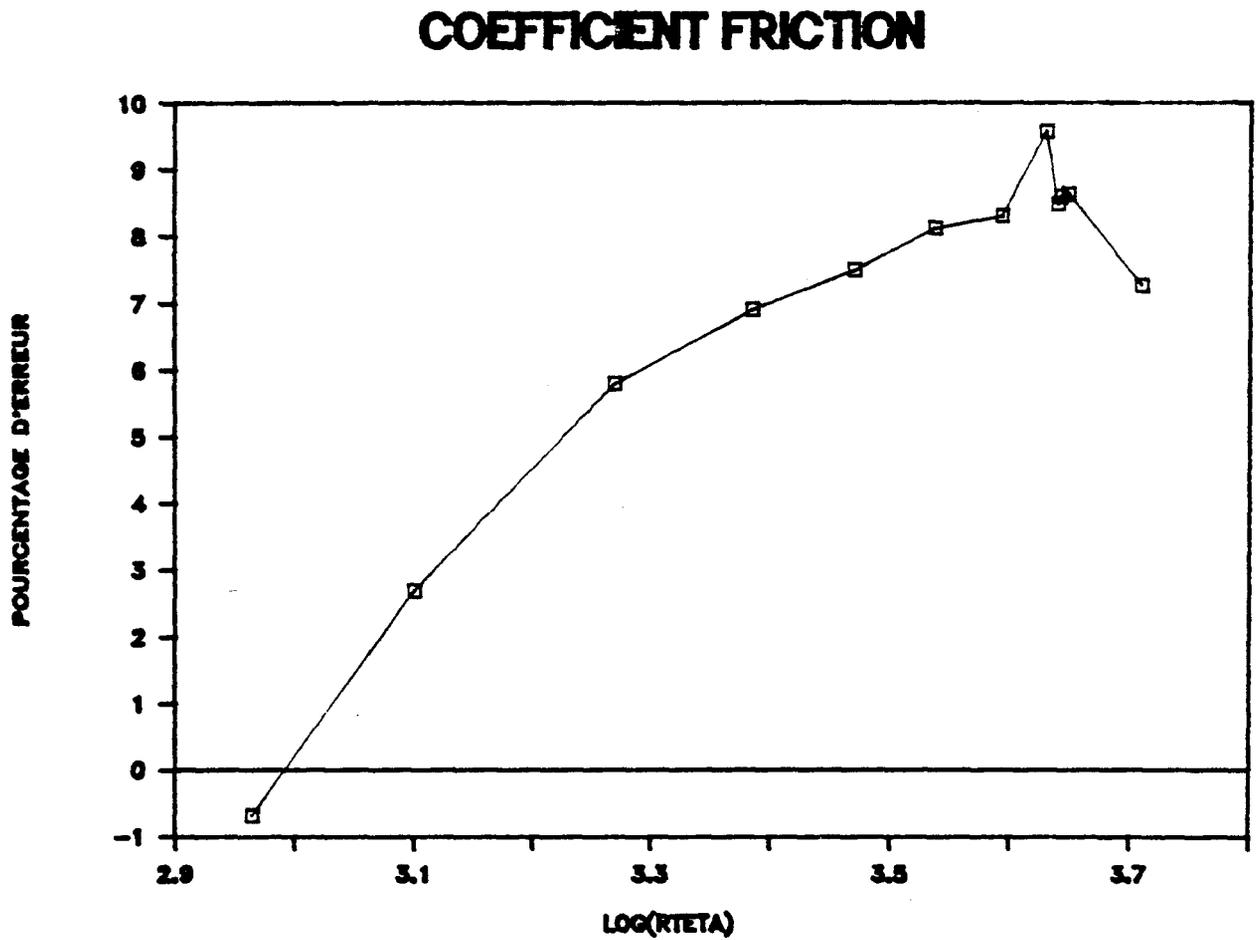


Figure 4.27: Pourcentage d'erreur sur le coefficient de friction en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de la quantité de mouvement de la couche limite  $R_{\theta}$ .

#### 4.5 Distribution de pression sur le profil NACA0015

La distribution de pression obtenue sur le profil NACA0015 présenté à la figure 4.28 démontre que les résultats de la simulation numérique suivent très bien les valeurs théoriques. Le pourcentage d'erreur montré à la figure 4.29 est en général de moins de 2% sauf à l'avant et à l'arrière de la forme, où il atteint jusqu'à près de 20%. Les paramètres affectant la précision des résultats ont été discutés précédemment pour le profil NACA0012.

Lors de la simulation du profil NACA0015 avec accumulation de glace, on constate une pression maximale beaucoup plus élevée que dans le cas du profil sans glace (figure 4.30) à l'avant, suivi d'un creux dans la pression jusqu'au point situé jusqu'à environ 20% de la corde du profil. Par la suite, la pression reprend la distribution d'un profil sans glace. Il est normal que la distribution de pression sur la partie arrière soit sensiblement la même que pour la forme non givrée, puisque la géométrie de cette partie du profil n'a pas été affectée par l'accumulation de glace. La figure 4.31 nous montre que le givre s'accumule sur la partie avant du profilé jusqu'à 10% de la corde du profil (agrandi à la figure 4.32). L'épaisseur maximale de givre est de moins de 5% de la corde. L'instabilité de pression à l'avant est causée en grande partie par la jonction surface givrée-surface du profilé à 10% de la corde. Il suffit qu'il y ait une légère inflexion dans la pente du profil pour provoquer des résultats instables. Des essais avec des nombres de points et des positions de

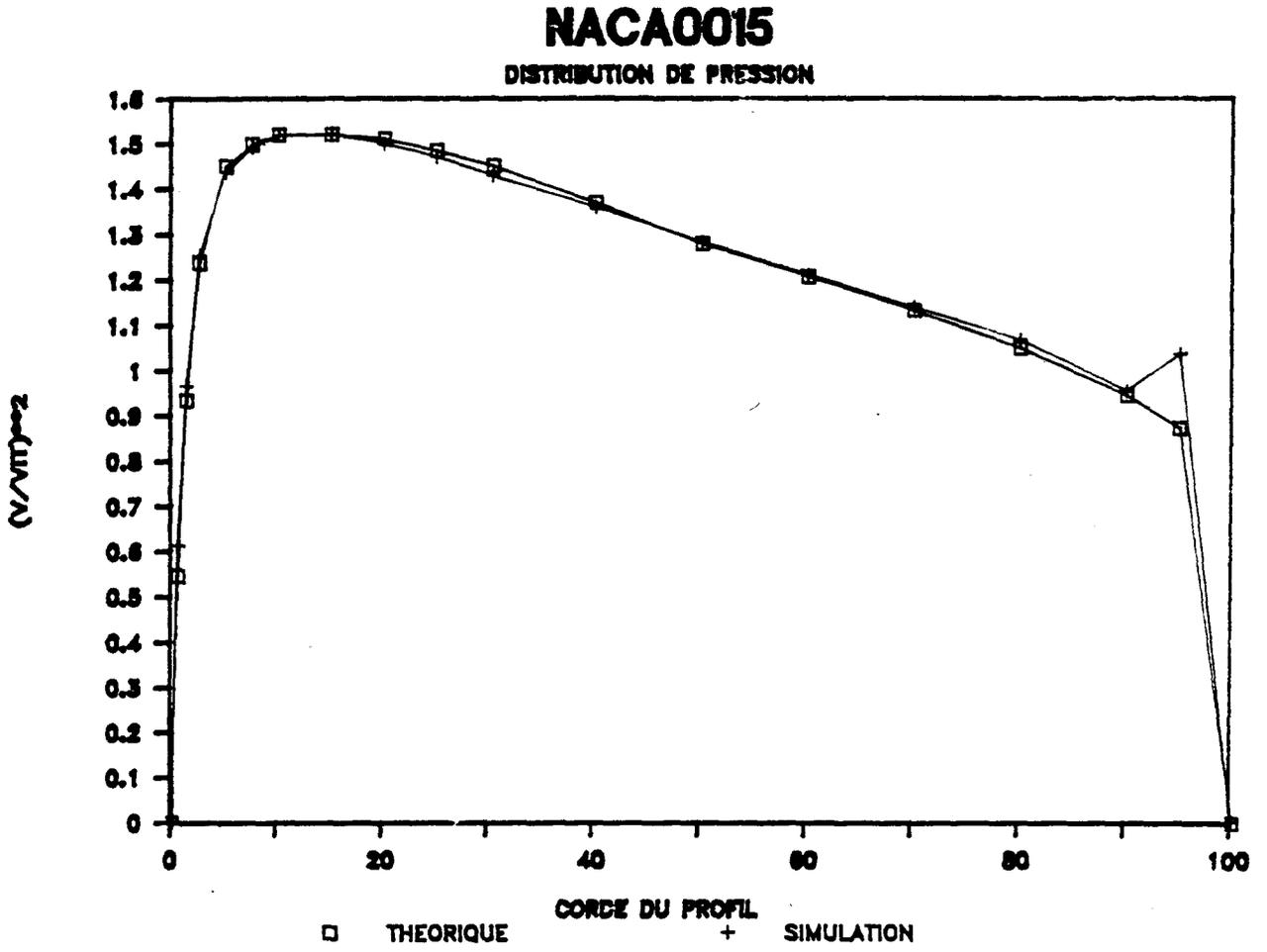


Figure 4.28: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec 37 noeuds.  
Rey =  $9 \times 10^6$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .

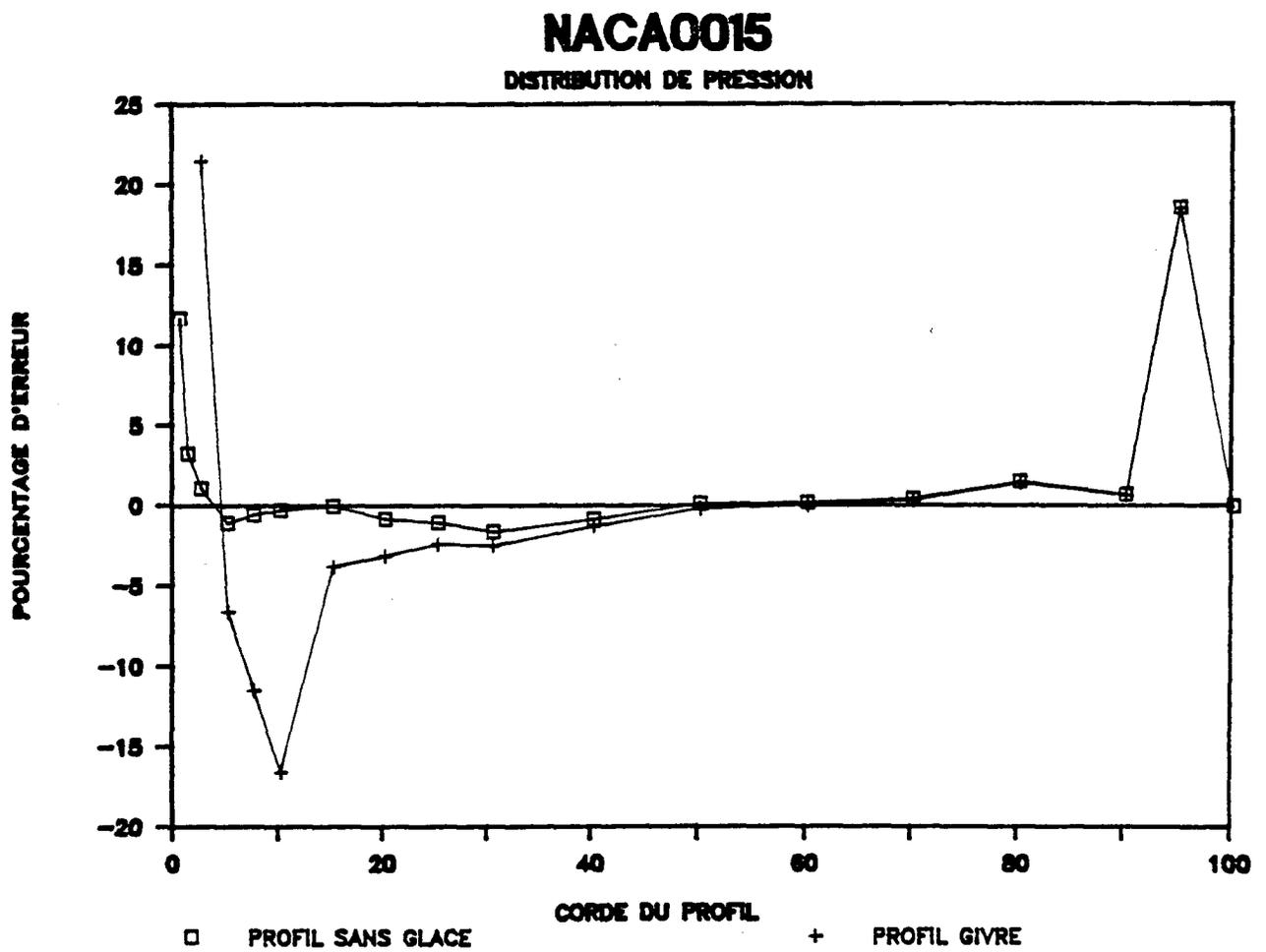


Figure 4.29: Pourcentage d'erreur sur la distribution de pression pour un profil NACA0015 avec ou sans glace.

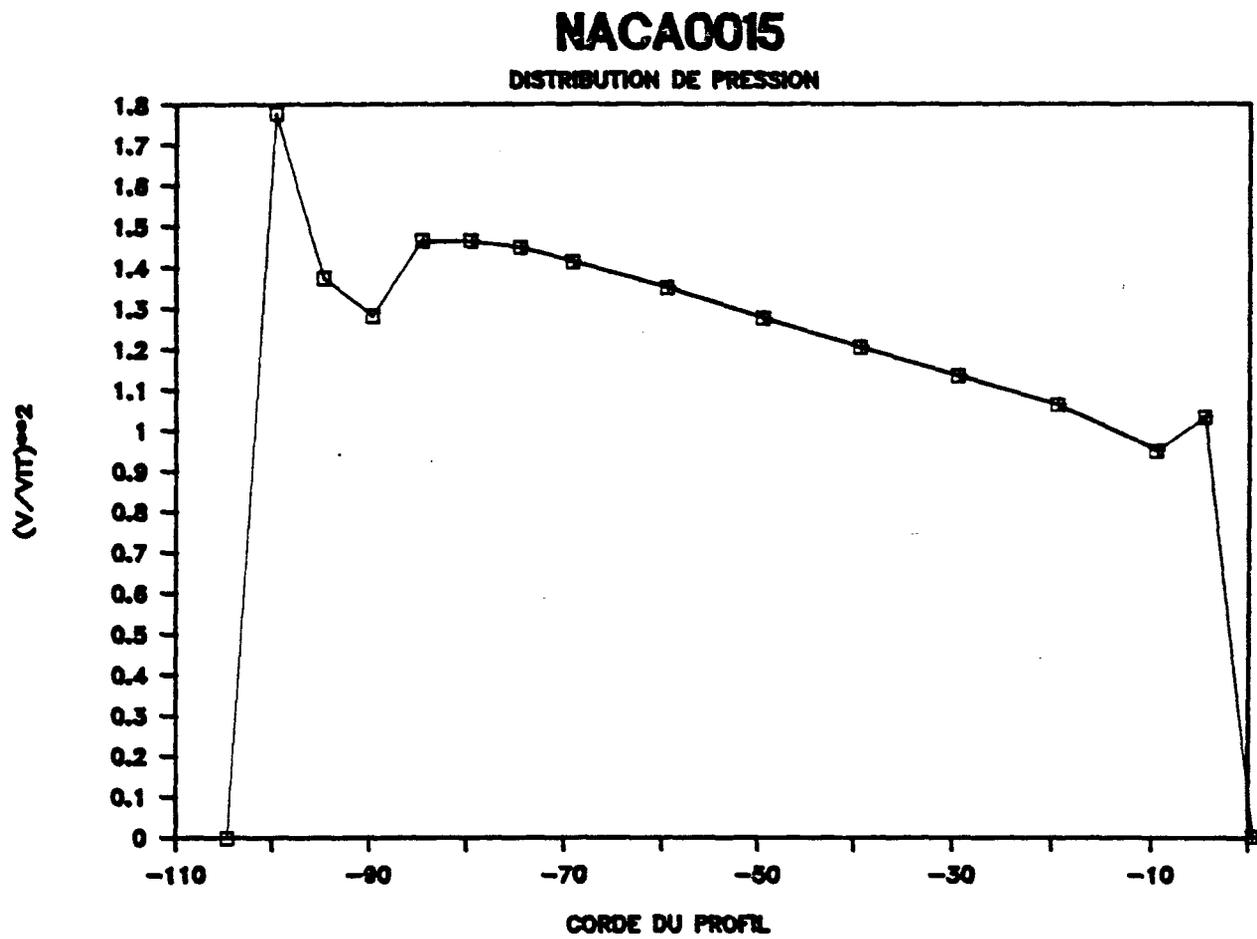


Figure 4.30: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (37 points)

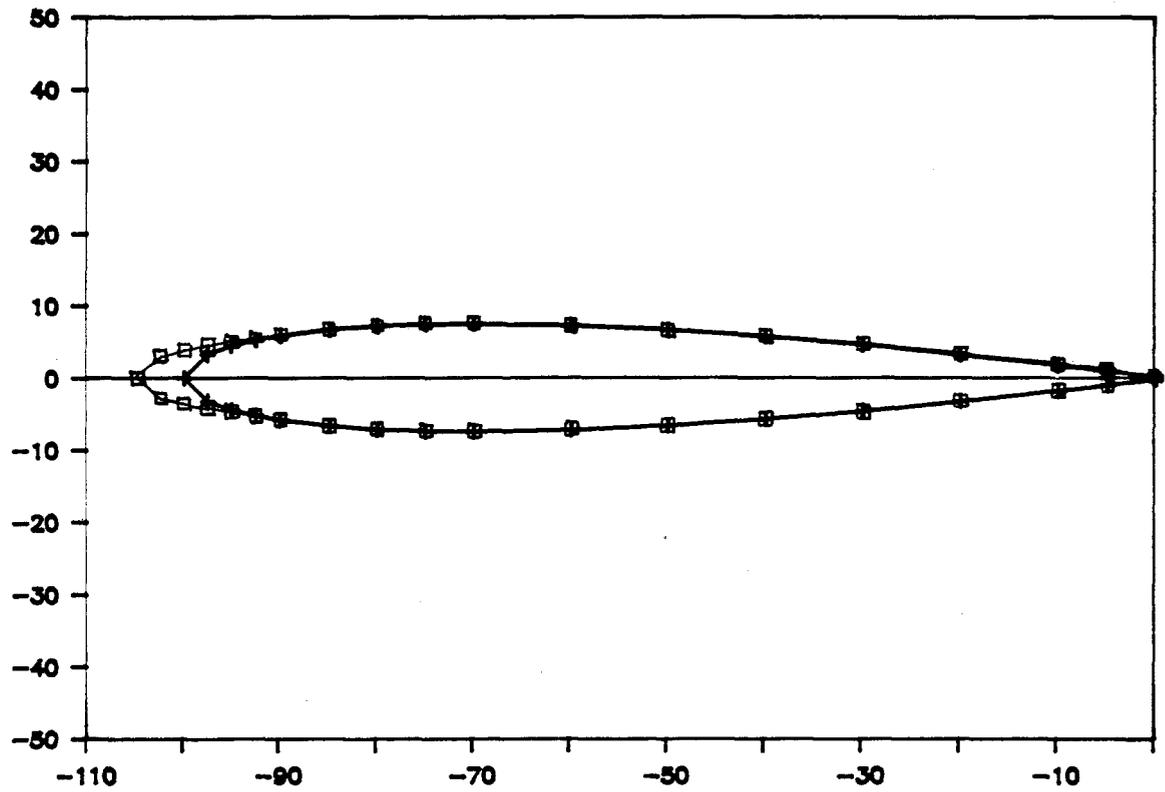


Figure 4.31: Profil NACA0015 avec accumulation de glace.

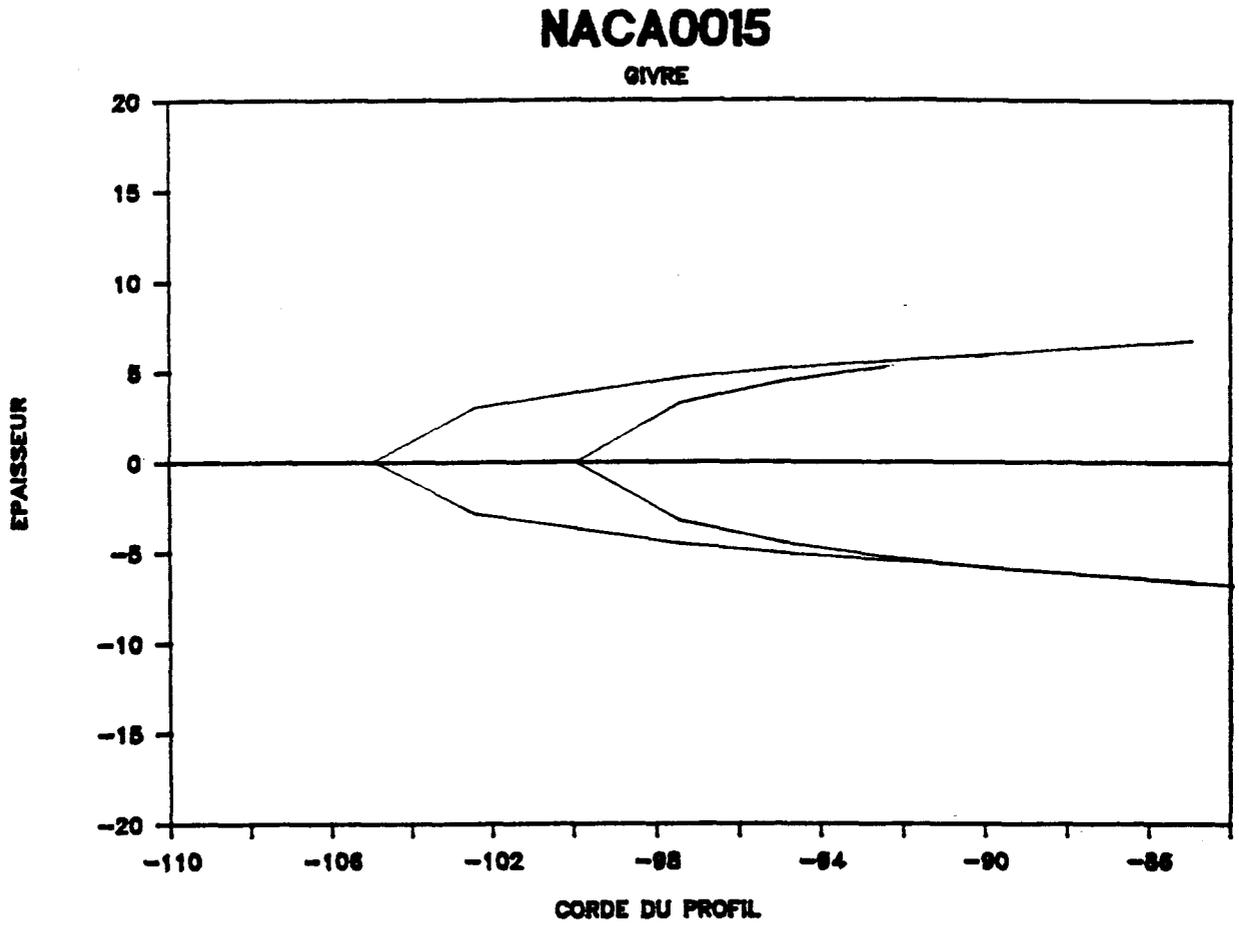


Figure 4.32: Partie avant du profil NACA0015 avec accumulation de glace.

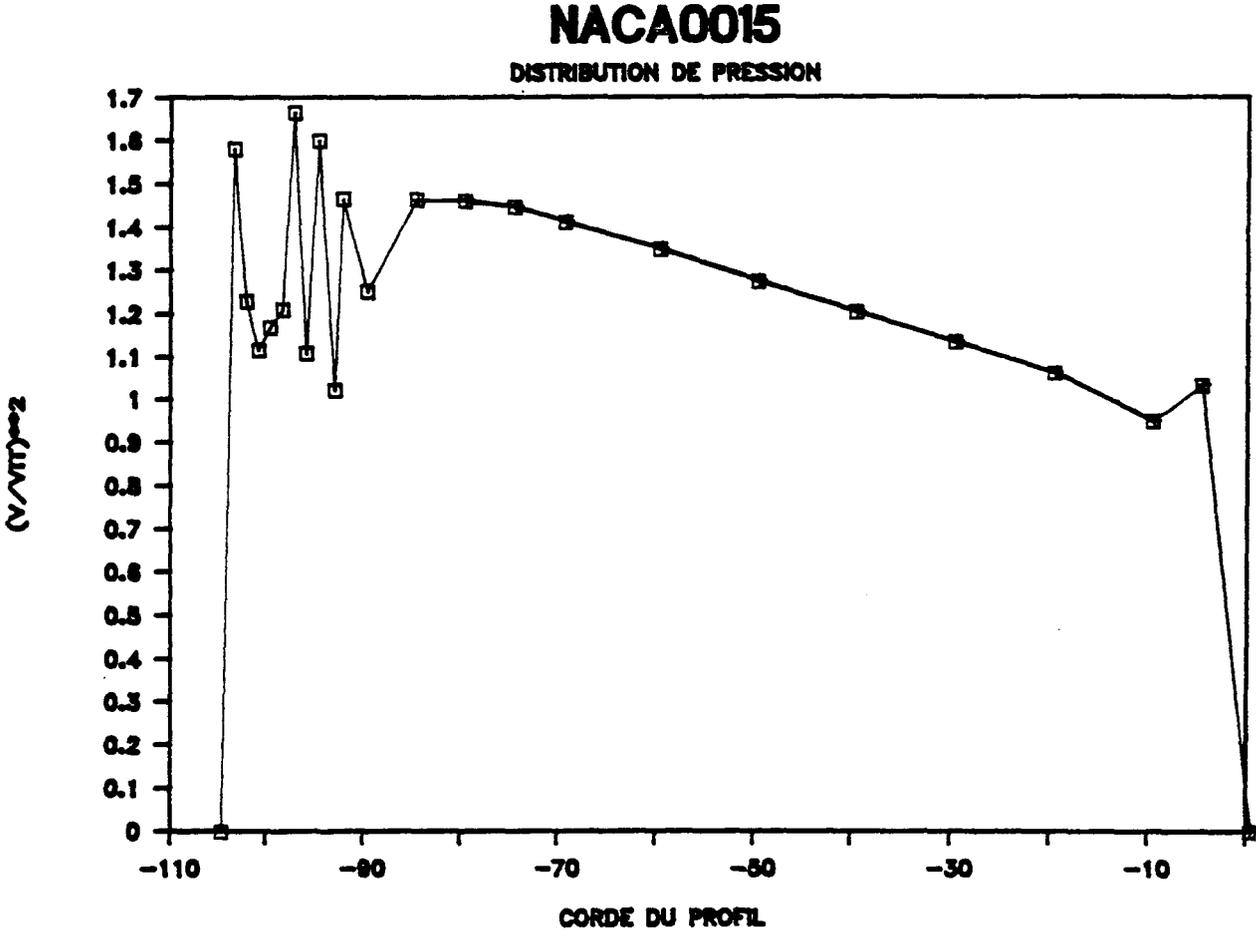


Figure 4.33: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (49 points)

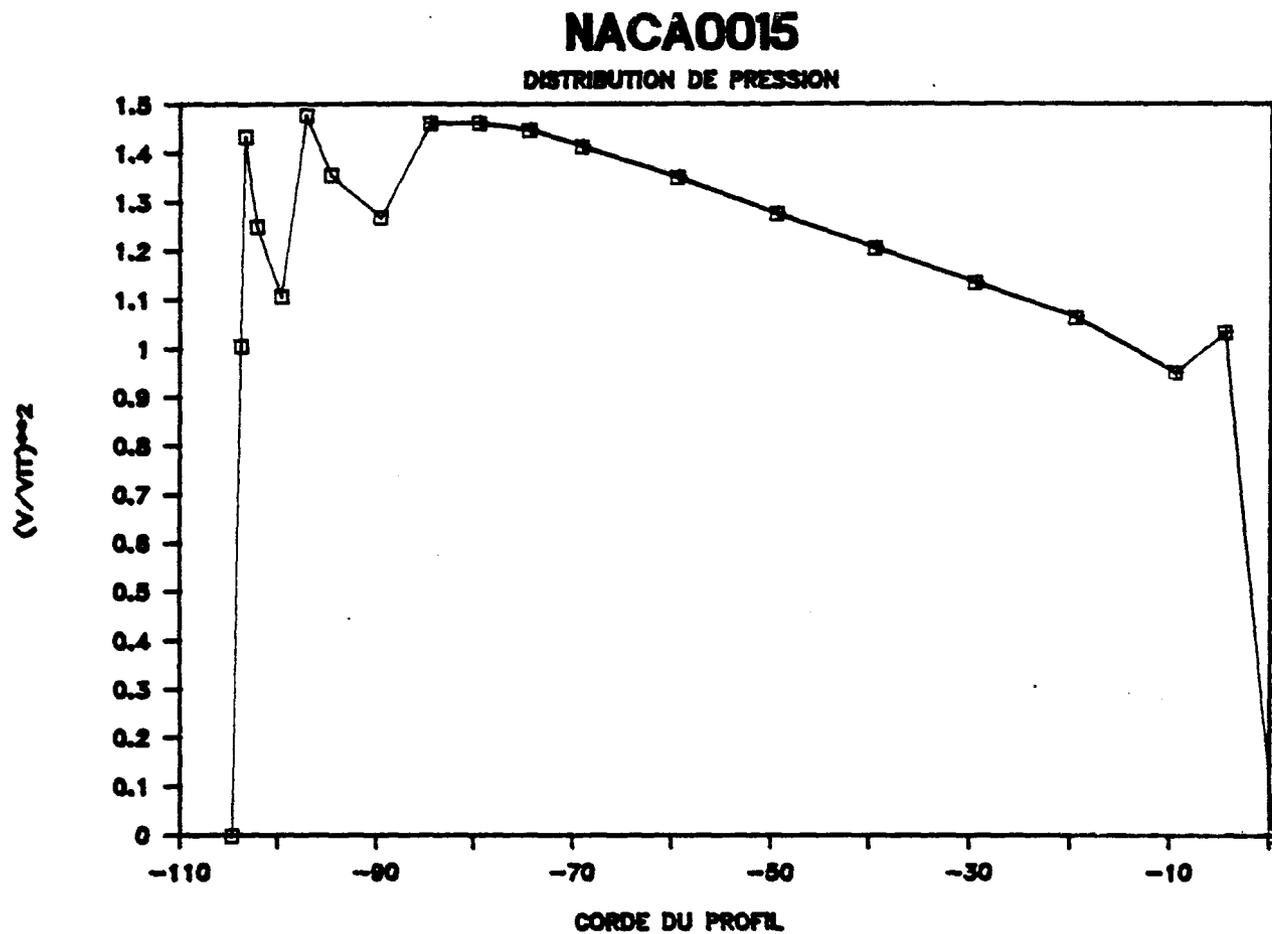


Figure 4.34: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (39 points) (répartition 1)

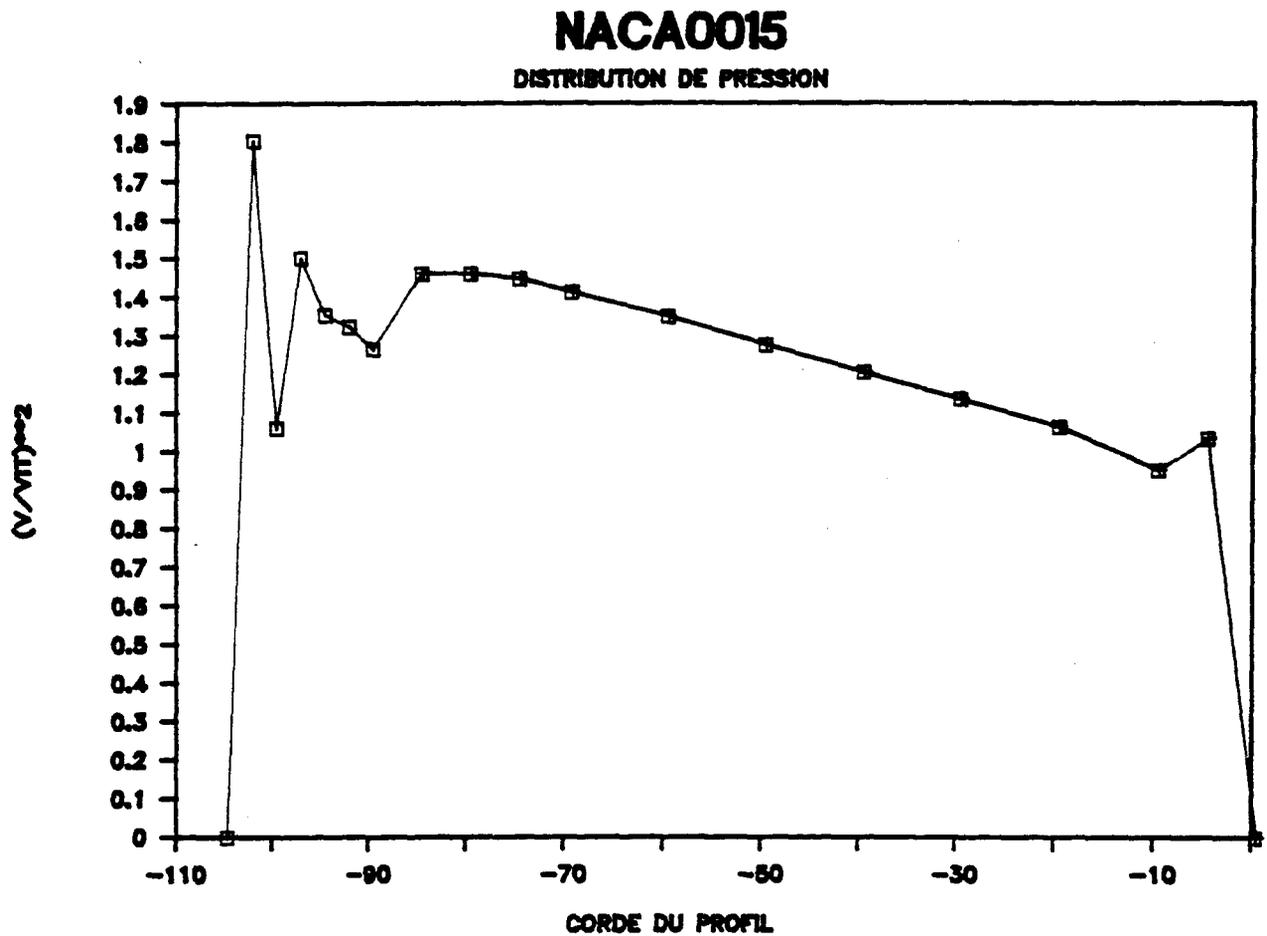


Figure 4.35: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (39 points) (répartition 2)

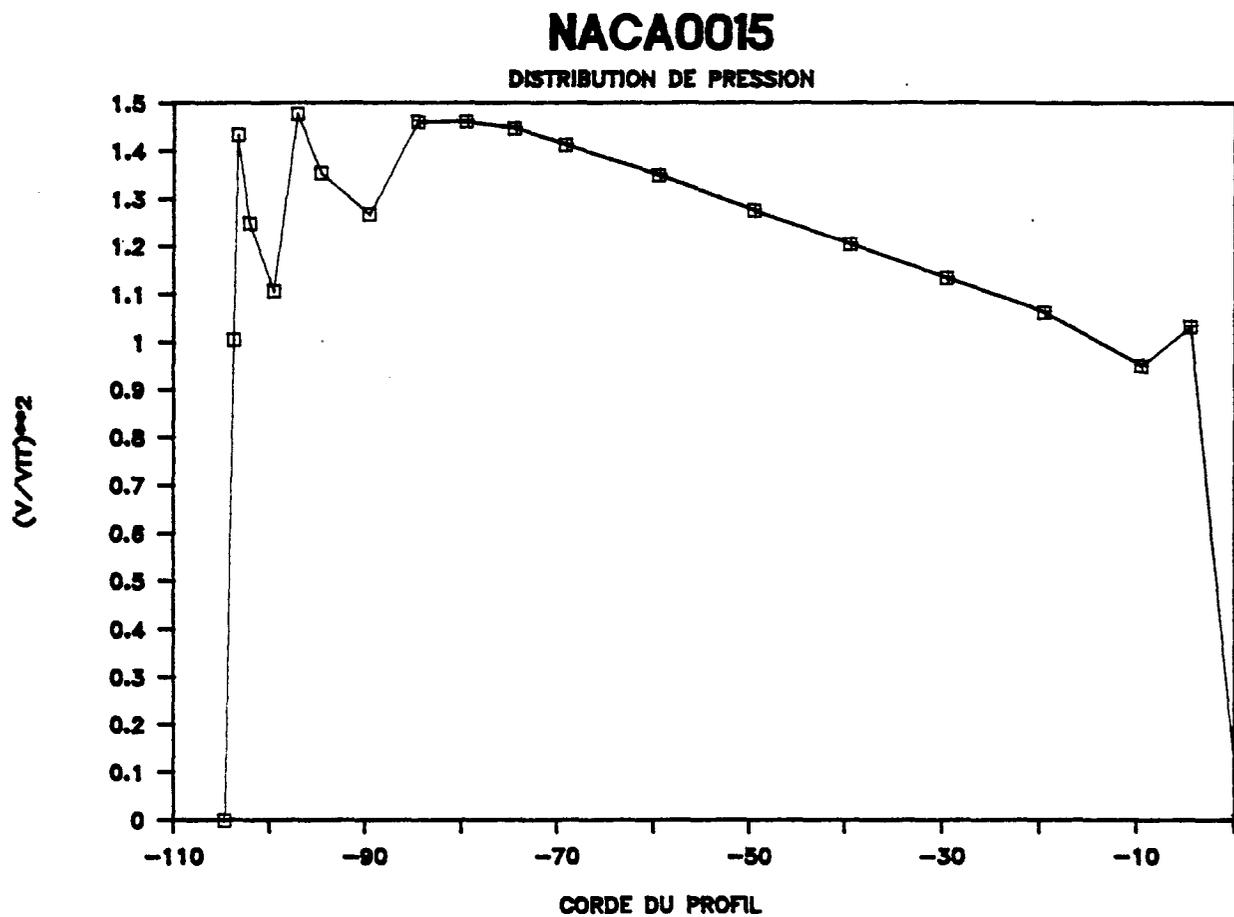


Figure 4.36: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (39 points) (répartition 3)

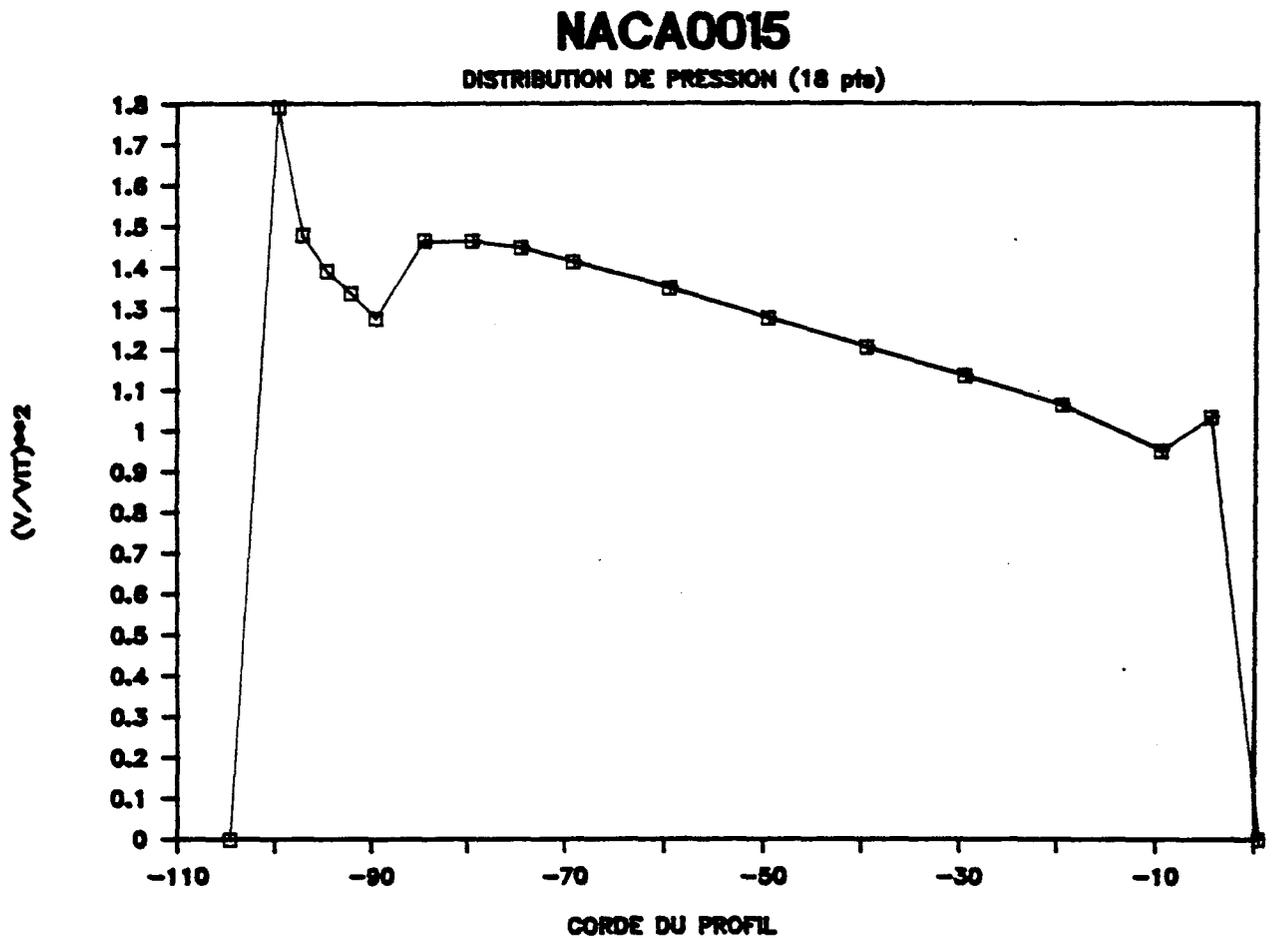


Figure 4.37: Distribution de pression sur un profil NACA0015 avec accumulation de glace. (33 points)

points différents ont été effectués afin d'améliorer la précision des résultats. La figure 4.33 présente la distribution de pression pour un profil de 49 points sur la partie supérieure. La pression oscille à l'avant de la forme exactement sur la partie givrée. De telles oscillations sont la principale caractéristique d'une instabilité numérique due à un trop grand nombre de points à l'avant. Les figures 4.34, 4.35 et 4.36 présentent les mêmes variables pour des profils avec 39 points. Le nombre d'oscillations diminue, cependant en gardant le même nombre de points avec une répartition différente, la distribution de pression est changée. Lorsqu'on baisse le nombre de points à 37, figure 4.30, et à 33, figure 4.37, on réussit à faire disparaître les sauts de pressions mais le creux reste présent. Dans le cas du profil givré, les conditions nécessaires au décollement se produisent très tôt à l'avant du profilé à environ -101 cm sur la corde du profil. Plus loin, à -80 cm sur la corde, l'écoulement reprend des conditions normales. Alors, à la partie arrière du profil, dans tous les essais, quel que soit le nombre et la distribution des points, la pression s'accorde avec les valeurs théoriques.

#### 4.6 Coefficient de portance pour le profil NACA0015

La figure 4.38 présente les résultats de la simulation numérique pour le coefficient de portance pour le profil givré et le profil non givré. Dans les deux cas, les valeurs sont sensiblement les mêmes. Pour un angle d'attaque de  $0^\circ$ , le coefficient de portance est nul comme on devrait s'y attendre pour un profil symétrique. Des résultats expérimentaux seraient indispensables pour la validation de ces résultats.

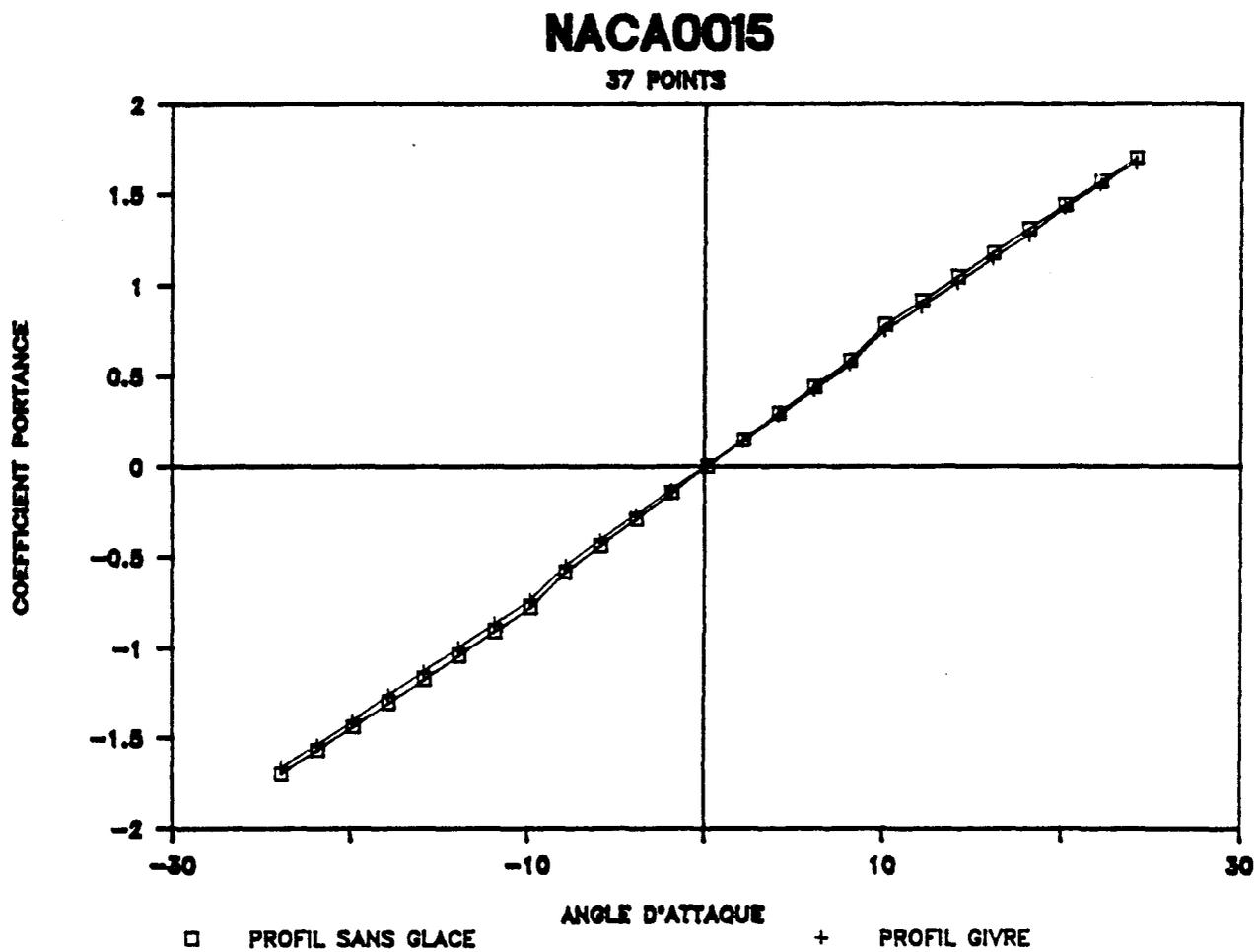


Figure 4.38: Coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque pour un profil NACA0015 avec et sans givre.

## TRAVAUX ULTÉRIEURS

### APPLICATIONS AUX ÉOLIENNES

Comme nous l'avons mentionné au chapitre I, l'éolienne de type Darrieus se compose de deux ou trois pales recourbées. Ces pales effectuent une rotation de  $360^\circ$  autour de la tour centrale. La puissance développée par l'aérogénérateur dépend des forces qui agissent sur chaque élément de pale durant la rotation. La puissance générée par l'éolienne se calcule comme suit:

$$P = \frac{nc}{2\pi} \int_{-H}^H \int_0^{2\pi} \frac{CT W^2 r' d\gamma dy}{2 \cos\gamma} \quad \text{Réf. [40]} \quad (1.19)$$

$$\text{où} \quad CT = CL \sin\gamma - CD \cos\gamma \quad \text{Réf. [40]} \quad (1.20)$$

On voit donc que le calcul des coefficients aérodynamiques de portance (CL) et de traînée (CD) prend une grande importance. L'évaluation de ces coefficients pour des angles de  $0$  à  $360^\circ$  s'avère nécessaire. Dans le présent mémoire, comme on ne traite pas le décollement de la couche limite, les résultats obtenus concernent des angles de  $20^\circ$  maximum. Lorsque se produit le décrochage aérodynamique, le modèle présenté ne correspond plus à la réalité. Cependant, les méthodes de calcul utilisées peuvent s'adapter aux cas où il y a décollement. La modification de la

forme du profilé de façon à la rendre conforme à ce que voit l'écoulement de ce cas précis permettrait d'étudier le profil d'aile durant une rotation complète.

Des tests de fumée permettraient de visualiser la forme du sillage à l'arrière de la pale pour chaque angle d'attaque et ainsi de modéliser adéquatement le décollement et son influence sur la forme du sillage.

En ce qui concerne le profil avec givre, des expérimentations en soufflerie devraient être faites pour vérifier les résultats présentés et essayer de comprendre ce qui se passe réellement au bord d'attaque. Ici également des tests de fumée aideraient à modéliser et étudier l'implication du givre. Dans le cas présenté, le givre qui représente une accumulation correspondant à 5 % de la corde du profil n'affecte pas significativement la portance. Des essais avec givre plus sévère devraient être entrepris.

## CONCLUSION

La méthode des équations intégrales aux limites nous a permis de calculer la distribution de pression autour des profilés NACA0012 et NACA0015. L'écoulement est considéré à potentiel en dehors de la couche limite. La résolution de la couche limite comme écoulement visqueux permet de trouver les points de séparation de cette couche limite.

Les résultats obtenus avec le profil NACA0012 permettent de valider la méthode de calcul utilisée. Cependant, certaines améliorations pourraient être faites au modèle afin d'amener les résultats de simulation numérique encore plus près des résultats expérimentaux.

Ces améliorations sont:

- trouver une répartition des points sur la forme et la condition de Kutta de façon à faire disparaître l'augmentation de pression à l'arrière du profilé;
- définir de façon plus précise le sillage à l'arrière de l'aile lors de la rotation;

- modifier le contour de la forme lors du décollement de la couche limite pour rendre le profil conforme à ce que voit l'écoulement pour les angles d'attaque de plus de  $19^\circ$ .

Toutes ces modifications permettraient une meilleure évaluation des coefficients aérodynamiques et du coefficient de friction local. En effet, la précision de ce dernier est grandement affectée lorsqu'on approche du point de séparation de la couche limite.

En ce qui concerne le profilé NACA0015, la distribution de pression se rapproche avantageusement de la distribution de pression théorique. Pour le profil NACA0015 avec givre, comme il n'y a aucune documentation pour comparer, des essais en soufflerie seraient nécessaires pour permettre la vérification des résultats obtenus. Une meilleure représentation de la géométrie du profil givré rendrait le modèle plus réaliste. Les mêmes remarques concernant l'aile NACA0012 s'appliquent également pour le profil NACA0015.

Somme toute, les résultats obtenus par la méthode de calcul préconisée s'avèrent très proches des résultats expérimentaux et des valeurs théoriques données par les équations de Kutta-Joukowski et de Théodorsen. Donc le modèle développé remplit les objectifs initiaux.

## BIBLIOGRAPHIE

1. ABBOTT, I.H. et Von Doenhoff A.E. Theory of wing sections: including a summary of airfoil data. New York, Dover publications Inc., c1959, 693 p.
2. BOUCHARD, G. Le calcul des coefficients aérodynamiques d'un conducteur givré par la méthode des éléments finis. Chicoutimi, UQAC, Mémoire de maîtrise, 1986.
3. BOURQUE, C. Mécanique des fluides II. Université Laval, Québec, 1978.
4. BRADSHAW, P., Cebeci T. et Whitelaw J.H. Engineering calculation methods for turbulent flow. New York, Academic press Inc., c1981, 331 p.
5. BREBBIA, C.A. The boundary element method for engineers. London, Pentech press, c1978, 189 p.
6. CARDONA, José L. Flow curvature and dynamic stall simulated with an aerodynamic free-vortex model for VAWT. Wind Engineering, Vol. 8, No. 3, 1984, pp. 135-143.

7. CAREY, G.F. et Kim S.W. Lifting airfoil calculation using the boundary element method. USA, International journal for numerical method in fluids, Vol. 3, 1983, pp. 481-492.
8. CEBECI, T. et Smith A.M.O. Analysis of turbulent boundary layers. New York, Academic press, c1974, 404 p.
9. DHATT, Gouri et Knopf-Lenoir, Catherine. Problèmes d'écoulement irrotationnel par les équations intégrales. Québec, Rapport scientifique GCS-79-04, Université Laval, 1979, 24 p.
10. DHATT, Gouri et Touzot, Gilbert. Une présentation de la méthode des éléments finis. Paris, Maloine S.A. Éditeur, 1981, 543 p.
11. DUNCAN, W.J., Thom A.S. et Young A.D. An elementary treatise on the mechanics of fluids. Northern Ireland, The University Press, c1960, 714 p.
12. FRANKLIN Institute Press. Énergie éolienne. SCM, Paris, 1980.
13. GALBRAITH, R.A. McD. et Vezza, M. A method for predicting unsteady potential flow about an airfoil. International journal for numerical methods in fluids, Vol. 5, 1985, pp. 347-356.

14. GOETHALS, R. Énergie éolienne. École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, Poitiers.
15. HAYASHI, Masanori et Endô Eiichi. A method for calculating the flow around arbitrary airfoil sections with separation. Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., Vol. 20, No. 49, pp. 113-124.
16. HITZEL, Stephan M. et Schmidt Wolfgang. Slender wings with leading-edge vortex separation: a challenge for panel methods and Euler solvers. Journal of aircraft, Vol. 21., No. 10, Oct. 1984, pp. 751-759.
17. HINZE, J.O. Turbulence. USA, McGraw-Hill, c1959, 586 p.
18. HOADLEY, Arthur W. Conversion of wing surface pressures into normalized lift coefficient. Business Aircraft Meeting and Exposition Century II, Wichita, April 3-6, 1979, 8 p.
19. KREYSZIG, Erwin. Advanced engineering mathematics. Wiley and Sons, New York, 1979, 939 p.
20. LE GOURIERES, Désiré. Énergie éolienne. Eyrolles, Paris, 1982.

21. LOZOWSKI, Edward P. et Oleski Myron M. Computer modeling of time-dependent rime icing in the atmosphere. Hanover, N.H.: U.S. Cold Regions Research and Engineering Laboratory; Springfield, Va.: available from National Technical Information Service, 1983, 74 p.
22. MASSE, Bernard. Performances des éoliennes de type Darrieus, IREQ, Varennes, 1980.
23. McCOMBER, Pierre. Dynamique des fluides. UQAC, Chicoutimi, 1981.
24. McCOMBER, Pierre. Méthode d'analyse de l'ingénieur. UQAC, Chicoutimi, 1981.
25. MIGLIORE, P.G., Wolfe W.P. et Walters R.E. Aerodynamic tests of Darrieus wind turbine blades. Journal of Energy, Vol. 7, No. 2, March-April 1983, pp. 101-106
26. MURATA, S., Miyake Y., Ogawa T., Nakamo H. et Kitano Y. Vortex theory of high-speed vertical-axis wind turbine. Technol. Rep. Osaka, Osaka Univ., Japan, Vol. 30, N 1551-1582, Oct. 1980, pp. 527-536.

27. OLIVER, A.R. A double vortex sheet model of the viscous flow near the trailing edge of a lifting aerofoil. Int. J. Heat & Fluid Flow, Vol. 3, No. 2, June 1982, pp. 81-89.
28. OLIVER, A.R. Viscous behaviour near the trailing edge of a lifting aerofoil. Thermofluids conference, 1976, 16 p.
29. OUZIAUX, R. et Perrier, J. Mécanique des fluides appliquée. Dunod, Paris, 1972.
30. PARASCHIVOIU, Ion Double-multiple streamtube model for Darrieus wind turbines. IREQ, Varennes, 1979.
31. PRANDTL, Ludwig. Essentials of fluid dynamics. Blackie & Son Limited, London and Glasgow, 1963, 439 p.
32. RANGI R.S., South P. et Templin R.J. Wind power and the vertical-axis wind turbine developed at the National Research Council. CNRC, Ottawa, 1974.
33. RIBAUT, M. A vortex sheet method for calculating separated two-dimensional flows. AIAA Journal, Vol. 21, August 1983, p. 1079-1084.

34. SAULNIER, B. Principes de base et aspects pratiques de l'utilisation du vent comme source d'énergie. IREQ, Varennes, 1979.
35. SOUTH P. et Rangi R.S., The performance and economics of the vertical-axis wind turbine developed at the National Research Council. NRC, Ottawa, 1973.
36. SCHLICHTING, J.H. Boundary layer theory. 7ième ed. Trad. de Dr. J. Keistin. USA, McGraw-Hill, 1979, 817 p.
37. STREETER, Victor. Fluids dynamics. McGraw-Hill, Toronto, 1948, 551 p.
38. STRICKLAND, J.H., Oler, J.W. et Smith, T.G. A preliminary dynamic stall model using a vortex panel method. Texas tech. university, Lubbock from USA. AIAA 2nd terrestrial energy systems conference, Colorado Spring, Colorado USA, Dec 1-3, 1981.
39. TATUM, Kenneth E. Finite element methods for transonic flow analysis. AIAA Journal, Vol. 21, No. 8, August 1983, pp. 1071-1077.
40. TEMPLIN, R.J. Aerodynamic performance theory for NRC vertical-axis wind turbine. CNRC, Ottawa, 1974.

41. VENNARD, John K., Street, R.L. Elementary fluid mechanics. Wiley & Sons, New York, 1966, 733 p.
  
42. COMOLET, R. Mécanique expérimentale des fluides tome II. Dynamique des fluides réels, turbomachinerie. Paris, Masson, 1976, 447 p.

A N N E X E 1

---

## PROGRAMME POUR LE CALCUL DES COORDONNEES D'UN PROFIL

```

C=====
C   PROGRAMME PERMETTANT DE CALCULER LES COORDONNEES
C   DU PROFIL D'UNE PALE NACA00
C
C   -LE PROFIL EST SYMETRIQUE PAR RAPPORT A SA CORDE
C   -IL N'A PAS DE CAMBRURE
C
C=====
C
C   DEFINITIONS DES VARIABLES UTILISEES
C
C   T   :EPAISSEUR DU PROFIL
C   N   :NOMBRE DE POINTS SUR CHACUNE DES COURBES DU PROFIL
C   X   :COORDONNEES EN X SUR LA CORDE
C   Y1  :COORDONNEES EN Y POSITIF DU PROFIL
C   DELX:INCREMENT EN X POUR LE CALCUL DES COORDONNEES
C       EN Y DU PROFIL
C
C=====
C
C   DIMENSION DES VECTEURS
C
C   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C   DIMENSION X(1000),Y1(1000),X1(1000),Y(1000)
C   DIMENSION R(1000),TH(1000),ATETA(1000)
C   DIMENSION XX(1000)
C
C=====
C
C   LECTURE DES CARACTERISTIQUES DU PROFIL
C
C   WRITE(*,*)'DONNER L EPAISSEUR ET LE NOMBRE DE POINTS'
C   READ(*,*)T,N
C
C=====
C
C   INITIALISATION DES VARIABLES
C
C   X(1)=0.
C   Y1(1)=0.
C   X1(1)=0.
C   Y(1)=0.
C   R(1)=0.
C   TH(1)=0.
C   ATETA(1)=0.
C
C=====
C
C   CALCUL DES COORDONNEES DU PROFIL NACA00
C=====

```

```

DO 2 I=2,N
IF (X1(I-1).LT.0.0048) THEN
DEL=(0.005*18./1.)/(N-1)
GO TO 9
ELSE
END IF
IF (X1(I-1).LT.0.0123) THEN
DEL=(0.0075*18./1.)/(N-1)
GO TO 9
ELSE
END IF
IF (X1(I-1).LT.0.023) THEN
DEL=(0.0125*18./1.)/(N-1)
GO TO 9
ELSE
END IF
IF (X1(I-1).LT.0.1) THEN
DEL=(0.075*18./3.)/(N-1)
GO TO 9
ELSE
END IF
IF (X1(I-1).LT.0.3) THEN
DEL=(0.2*18./4.)/(N-1)
GO TO 9
ELSE
END IF
IF (X1(I-1).LT.0.9) THEN
DEL=(0.6*18./6.)/(N-1)
GO TO 9
ELSE
END IF
DEL=(0.1*18./2.)/(N-1)
9 X1(I)=X1(I-1)+DEL
A=(X1(I)**.5)*0.29690
B=0.12600*X1(I)
C=0.35160*(X1(I)**2)
D=0.28430*(X1(I)**3)
E=0.10150*(X1(I)**4)
F=A-B-C+D-E
Y1(I)=F*T/0.20
2 CONTINUE
DO 3 J=1,N
X(J)=X1(J)
Y(J)=Y1(J)
3 CONTINUE
NN=(N*2)
DO 4 K=N+1,NN-2
KK=N-(K-N)
X(K)=X1(KK)
Y(K)=-Y1(KK)
4 CONTINUE
C-----
C
C
C-----
C TRANSFORMATION EN COORDONNEES POLAIRES
C-----
DO 5 L=2,NN-2
XX(L)=X(L)*100.
R(L)=((XX(L)**2)+(Y(L)**2))**.5

```

```
TETA=Y(L)/XX(L)
PI=3.14159
TH(L)=DATAN(TETA)
ATETA(L)=360./(2.*PI)*TH(L)
5 CONTINUE
C-----
C
C
C-----
C ECRITURE DES COORDONNEES DU PROFIL
C-----
WRITE(22,11)NN,T
11 FORMAT(I5,F10.5)
WRITE(*,6)
6 FORMAT(5X,'X',11X,'Y',10X)
DO 8 J=1,NN
WRITE(22,7)X(J),Y(J)
7 FORMAT(2F10.5)
8 CONTINUE
C-----
STOP
END
```

A N N E X E 2

---

## FICHER D'ENTREE POUR SIMULATION DU PROFIL NACA0012

IINTE

37	-75.00000	0.00000	100.00000
0.00000	0.00000		
0.00500	1.22131		
0.01250	1.89390		
0.02500	2.61472		
0.05000	3.55469		
0.07500	4.19990		
0.10000	4.68277		
0.15000	5.34516		
0.20000	5.73754		
0.25000	5.94124		
0.30000	6.00173		
0.40000	5.80301		
0.50000	5.29403		
0.60000	4.56337		
0.70000	3.66391		
0.80000	2.62312		
0.90000	1.44772		
0.95000	0.80656		
1.00000	0.126000		
1.00000	-0.12600		
0.95000	-0.80656		
0.90000	-1.44772		
0.80000	-2.62312		
0.70000	-3.66391		
0.60000	-4.56337		
0.50000	-5.29403		
0.40000	-5.80301		
0.30000	-6.00173		
0.25000	-5.94124		
0.20000	-5.73754		
0.15000	-5.34516		
0.10000	-4.68277		
0.07500	-4.19990		
0.05000	-3.55469		
0.02500	-2.61472		
0.01250	-1.89390		
0.00500	-1.22131		

## FICHER D'ENTREE POUR SIMULATION DU PROFIL NACA0015

iinte

37	-75.00000	0.00000	100.00000
0.00000	0.00000		
0.00500	1.52664		
0.01250	2.36738		
0.02500	3.26840		
0.05000	4.44336		
0.07500	5.24988		
0.10000	5.85346		
0.15000	6.68145		
0.20000	7.17193		
0.25000	7.42655		
0.30000	7.50216		
0.40000	7.25376		
0.50000	6.61753		
0.60000	5.70421		
0.70000	4.57988		
0.80000	3.27890		
0.90000	1.80965		
0.95000	1.00820		
1.00000	0.15750		
1.00000	-0.15750		
0.95000	-1.00820		
0.90000	-1.80965		
0.80000	-3.27890		
0.70000	-4.57988		
0.60000	-5.70421		
0.50000	-6.61753		
0.40000	-7.25376		
0.30000	-7.50216		
0.25000	-7.42655		
0.20000	-7.17193		
0.15000	-6.68145		
0.10000	-5.85346		
0.07500	-5.24988		
0.05000	-4.44336		
0.02500	-3.26840		
0.01250	-2.36738		
0.00500	-1.52664		

FICHER D'ENTREE POUR SIMULATION DU PROFIL NACA0015  
 AVEC ACCUMULATION DE GLACE

```

iinte
 39 -75.00000  0.00000 104.99200
-0.04992  0.0
-0.04160  1.872
-0.03744  2.288
-0.02496  2.912
 0.0      3.744
 0.02496  4.576
 0.04992  5.096
 0.09984  5.8864
 0.15000  6.68200
 0.20000  7.17193
 0.25000  7.42655
 0.30000  7.50216
 0.40000  7.25376
 0.50000  6.61753
 0.60000  5.70421
 0.70000  4.57988
 0.80000  3.27890
 0.90000  1.80965
 0.95000  1.00820
 1.00000  0.15750
 1.00000 -0.15750
 0.95000 -1.00820
 0.90000 -1.80965
 0.80000 -3.27890
 0.70000 -4.57988
 0.60000 -5.70421
 0.50000 -6.61753
 0.40000 -7.25376
 0.30000 -7.50216
 0.25000 -7.42655
 0.20000 -7.17193
 0.15000 -6.68200
 0.09984 -5.88640
 0.04992 -5.096
 0.02496 -4.576
 0.0      -3.744
-0.02496 -2.912
-0.03744 -2.288
-0.04160 -1.872

```

ANNEXE 3

---

## PROGRAMME PRINCIPAL

```

=====
C
C
C          PROGRAMME PRINCIPAL POUR TROUVER LES COEFFICIENTS
C          AERODYNAMIQUES D'UN PROFIL D'AILE GIVRE, EN SOLUTIONNANT
C          PAR LA METHODE DES ELEMENTS DE FRONTIERES UN ECOULEMENT
C          POTENTIEL, A L'EXTERIEUR DE LA COUCHE LIMITE; ET EN SOLU-
C          TIONNANT L'ECOULEMENT A L'INTERIEUR DE LA COUCHE LIMITE PAR
C          LES EQUATIONS INTEGRALES DE MOMENTUM POUR TROUVER LES POINTS
C          DE SEPARATION ET FINALEMENT INTEGRER LA PRESSION SUR LA
C          SURFACE (BERNOUILLI).
C
C
=====

```

```

PARAMETER ND=450
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER*4 BA
DIMENSION X(ND), Y(ND), R(ND), TH(ND), V(ND), VVD(ND), XOLD(ND),
1 YOLD(ND), VOLD(ND), DEL(ND), DV(ND), VV(ND), KODE(ND),
2 POT(ND), H(ND,ND), G(ND,ND), SHAPEX(ND), SHAPEY(ND), CF(ND),
3 SPOT(ND), ISKODE(ND), DX(ND), DY(ND), CP(ND), ZMEGA(ND), CL(ND),
4 CD(ND), CDF(ND), CM(ND), PHI(ND), CPBAK(ND), DCP(ND), TETA(ND), HH(ND)
DIMENSION CX(1000), CY(1000), RSOL(1000)
COMMON /DAT/N,N1,N2,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2,L
COMMON /CAR/IT,IB,ID1,ID2,IMIN,IMAX
COMMON /DER/ISTAG,XSTAG,YSTAG
COMMON /SEP/IHIGH,ILOW,XH,XL,YH,YL,VSH,VSL,DCPH,DCPL
COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
COMMON /VOR/CH,ANGV,FAC,AXE
DATA PI/3.141592654/
WRITE(*,*) 'IN'
READ(*,*) IN
OUT=2
WRITE(*,*) 'REYNOLD'
READ(*,*) REYNOLD
===== LECTURE DE LA FORME ET ASSEMBLAGE DU DOMAINE =====
CALL FORME(R,TH,RG,THG,X,Y,KODE,POT,REF,ND)

===== ROTATIONS SUCCESSIVES DES ANGLES D'INCIDENCES DU VENT RELATIF =====
C
C SUR 360 DEGRES. ( NR ==>NOMBRE DE ROTATION )
IF(BA.EQ.'BATC') GOTO 5
WRITE(*,*) 'NB. DE ROTATION, ANG.DEPART (DEG), ANG.FIN (DEG)'
READ(*,*) NR,ANG1,ANG2
5 IF(NR.EQ.1) THEN
WRITE(*,*) 'QUEL ANGLE (DEG)'
READ(*,*) ANG
RAD=ANG*PI/180.
RADO=RAD
GOTO 10
ELSE
END IF
DO I=0,NR
J=I+1
IF(NR.EQ.0) GOTO 10
ANG=I*(ANG2-ANG1)/NR+ANG1
ANG=-ANG
RAD=ANG*PI/180.
RADO=-ANG1*PI/180.
PHI(J)=ANG
10 WRITE(*,*) 'ANGLE TOURNEE = ',ANG

```

```

CALL ROTATION(X, Y, POT, KODE, SHAPEX, SHAPEY, SPOT, ISKODE, RAD0, RAD, ND)

C=====ASSIGNATION DU CHEMINEMENT DESIRE (ICODE)=====
C
TEST SUR REYNOLD
IF (REYNOLD.GT.1.8E05) THEN
WRITE (*, *) 'REYNOLD=', REYNOLD
WRITE (*, *) 'REGIME TURBULENT POSSIBLE'
ICODE=3
ELSE
ICODE=2
WRITE (*, *) 'REYNOLD=', REYNOLD
WRITE (*, *) 'REGIME LAMINAIRE'
END IF

C
C=====GENERE NOUVELLE FORME POUR RESOUDRE L'ECOULEMENT=====
C
POTENTIEL LORSQU' IL Y A SEPARATION
CALL MEMO (X, Y, XOLD, YOLD, ND)
CALL GEOMAX (X, Y, XOLD, YOLD, ND)
IF (ICODE.EQ.3) GOTO 25

C
C=====RESOLUTION PAR ELEMENTS DE FRONTIERES POUR UN ECOULEMENT POTENTIEL=====
C
SI ON RESOUD A NOUVEAU ON DOIT REPRENDRE LES DONNEES POUR
LA FRONTIERE DU DOMAINE.
REPREND LES DONNEES DU DOMAINE POUR UNE AUTRE ITERATION
25 IF (ICODE.EQ.5) THEN
DO II=N+1, NT
POT (II)=V (II)
KODE (II)=1
END DO
ELSE
END IF
CALL RESOL (X, Y, POT, KODE, V, H, G, ND)

C
C=====CALCUL DES DERIVEES DE LA VELOCITE TANGENTIELLE SUR LA FORME=====
C
CALL DERIVE (X, Y, V, DX, DY, DV, VV, VVD, CP, DEL, ND)
CALL POINT (X, Y, V, DV, DEL, TETA, CF, ICODE, ND)
IF (ICODE.EQ.5) THEN
IT=IHIGH
IB=ILOW
ELSE
END IF

C
C=====EVALUATION DES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES CD, CL, CP, ET CM=====
100 CALL COEFF (XOLD, YOLD, V, PHI, REF, DX, DY, DEL, ZMEGA, CF, CP, DCP, CPBAK (J),
1 CL (J), CD (J), CDF (J), CDTOT, CM (J), ND)

C=====ECRITURE DES DONNEES=====
14 WRITE (12, 14) ANG, CD (J), CL (J), CM (J), CDF (J), CPBAK (J)
FORMAT (6G12.5)

C
FIN ITERATION { ROTATION }
END DO
STOP
END

```

SUBROUTINE FORME (R, TH, RG, THG, X, Y, KODE, POT, REF, ND)

```

C-----
C
C LECTURE DE LA FORME A EVALUER
C LECTURE DES CARACTERISTIQUES DE L'ECOULEMENT
C GENERATION DU DOMAINE D'INTEGRATION
C AJOUT DE LA CONDITION DE KUTTA
C
C
C ENTREE:          ND:          DIMENSION MAXIMALE
C
C SORTIES:         N:          NOMBRE DE POINTS SUR LA FORME
C                  NT:         NOMBRE DE POINTS TOTAL
C                  VIT:         VITESSE DE L'ECOULEMENT LIBRE
C                  REYNOLD:     NOMBRE DE REYNOLDS
C                  R, TH:       COORDONNEES CYLINDRIQUES DE LA FORME
C                  RG, THG:     COORDONNEES CYLINDRIQUES DU CENTRE DE GRAVITE
C                  X, Y:        COORDONNEES CARTESIENNES DE LA FORME ET DU
C                              DOMAINE
C                  KODE:        IDENTIFIE LE CONTENU DE LA VARIABLE POT
C                              0==>LIGNE DE COURANT
C                              1==>FLUX
C                  POT:        VALEUR NUMERIQUE DE LA LIGNE DE COURANT
C                              OU DU FLUX
C
C VARIABLES DE TRAVAIL:
C                  NP:          NOMBRE DE POINTS DU DOMAINE
C                  DR, PSI:     COORDONNEES CYLINDRIQUES DU DOMAINE
C-----

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
INTEGER*4 BA
COMMON /DAT/N, N1, N2, NT, PI, IN, OUT, BA, NR, ANG1, ANG2, L
COMMON /AIR/VIT, REYNOLD, XMU, XNU, RO
COMMON /VOR/CH, ANGV, FAC, AXE
DIMENSION R (ND), TH (ND), X (ND), Y (ND), KODE (ND), POT (ND)

```

```

C-----
C LECTURE POUR OPERATION EN BATCH
C-----

```

```

10 READ (IN, 10) BA
   FORMAT (A4)
   IF (BA.EQ.'BATC') THEN
   READ (1, *) NR, ANG1, ANG2
   END IF

```

```

C-----
C LECTURE DES CARACTERISTIQUES DU PROFIL
C-----

```

```

1 READ (IN, 1) N, RG, THG, CORDE
   FORMAT (I5, 3F10.5)
   DO 9 I=1, N
   READ (IN, 2) X(I), Y(I)
   X(I)=X(I)*100.
   R(I)=X(I)
   TH(I)=Y(I)

```

```

2      FORMAT(2F10.5)
9      CONTINUE
C
-----
C      CALCUL DES COORDONNEES CARTESIENNES
C      DU CENTRE DE GRAVITE DU PROFIL
C
      XG=RG*DCOS (THG)
      YG=RG*DSIN (THG)
C
-----
C      CALCUL DE LA CORDE DU PROFIL
C
      IF (CORDE.EQ.0) THEN
      RMAX=0
      RMIN=1E+05
      DO I=1,N
      IF (X(I).GT.RMAX) RMAX=X(I)
      IF (X(I).LT.RMIN) RMIN=X(I)
      END DO
      REF=RMAX+RMIN
      ELSE
      REF=CORDE
      END IF
C
-----
C      LECTURE DES CARACTERISTIQUES DE L'ECOLEMENT
C
      DENSITE (Kg/Mcube)
      RO=1.164
      VISCOSITE ABSOLUE (N*SEC/Mcarre)
      XMU=18.24E-06
      VISCOSITE KINEMATIQUE
      XNU=XMU/RO
      VITESSE DE L'ECOLEMENT (M/S)
      VIT=REYNOLD*XNU/REF
      WRITE (*, *) REF
C
-----
C      TRANSLATION DES COORDONNEES
C      L'ORIGINE EST DEPLACEE A LA QUEUE DU PROFIL
C      CHANGEMENT DU SENS DE ROTATION DE LA NUMEROTATION
C      DE HORAIRE A ANTI-HORAIRE
C      LE VECTEUR NORMAL EST ORIENTE VERS L'EXTERIEUR
C
      DO 3 I=1,N
      IC=((N-1)/2)+2-I
      ICV=IC-1
      ICP=IC+1
      CALL TEST (ICV, IC, ICP, N)
      X(I)=R(IC) -100.
      Y(I)=TH (IC) -0.
      KODE (I)=0
      POT (I)=0
3      CONTINUE
C
-----
C      GENERATION DU DOMAINE (NP=NOMBRE DE POINTS)
C      LA NUMEROTATION EST FAITE DANS LE SENS HORAIRE
C      LE VECTEUR NORMAL EST ORIENTE VERS L'INTERIEUR

```

```

C-----
NP=37
N1=(NP-1)/2
NT=N+NP+(2*N1)
DO 4 I=2, NP-1
IC=I+N+N1
DR=200*REF
PSI=(2*PI)-(2*PI/(NP-1))*(I-1)
X(IC)=DR*DCOS(PSI)
Y(IC)=DR*DSIN(PSI)
PSII=(PSI/(2*PI))*360.
POT(IC)=(Y(IC)/DR)*VIT
KODE(IC)=1
4 CONTINUE
C

```

```

C-----
C DERNIER POINT DU DOMAINE
C-----

```

```

N2=N+N1
N3=N+NP+N1
X(N3)=DR
Y(N3)=0.126+0.001
KODE(N3)=1
POT(N3)=(Y(N3)/DR)*VIT
C

```

```

C-----
C PREMIER POINT DU DOMAINE
C-----

```

```

X(N2+1)=DR
Y(N2+1)=-(0.126+0.001)
KODE(N2+1)=1
POT(N2+1)=(Y(N2+1)/DR)*VIT
C

```

```

C-----
C IMPOSITION DE LA CONDITION DE KUTTA
C-----

```

```

DELT=DR-X(N)
DEL=DELT/(N1)
DO I=1, N1
K=N+I
X(K)=X(K-1)+DEL
Y(K)=-0.126
KODE(K)=0
POT(K)=POT(N2+1)
END DO
DO I=1, N1
X(N3+I)=X(N3)-((I-1)*DEL)
Y(N3+I)=0.126
KODE(N3+I)=0
POT(N3+I)=POT(N3)
END DO
X(N3+1)=DR-0.001
X(N2)=DR-0.001
C

```

```

C-----
C IMPRESSION DES RESULTATS
C-----

```

```

IMP=1
IF (IMP.EQ.0)GOTO 7
WRITE(OUT,5)NT,2,N,NT

```

```

5      FORMAT(/,4I5)
      WRITE(OUT,11)
11     FORMAT(2X,'PROFIL,DOMAINE ET CONDITION DE KUTTA',
1      //,5X,'X',11X,'Y',10X,'POT',4X,'KODE')
      WRITE(OUT,6)(X(I),Y(I),POT(I),KODE(I),I=1,NT)
6      FORMAT(3E15.5,I5)
7      RETURN
      END

C
C
C      SUBROUTINE ROTATION(X,Y,POT,KODE,SHAPEX,SHAPEY,SPOT,ISKODE,PHI0,PHI,ND)
-----
C
C      ROTATION DU VECTEUR VENT PAR RAPPORT
C      A LA FORME D'UN ANGLE PHI
C
C      ENTREE}          KODE/ISKODE:    IDENTIFICATION DU CONTENU DE LA
C      SORTIE}          VARIABLE POT  0==> LIGNE DE COURANT
C                                     1==> FLUX
C      POT/SPOT :      VALEUR DE LA LIGNE DE COURANT
C                                     OU DU FLUX
C
C      X,SHAPEX:       COORDONNEES CARTESIENNES DE LA
C      Y,SHAPEY:       FORME ET DU DOMAINE
-----
C
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      COMMON /DAT/N,N1,N2,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2,L
      COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
      DIMENSION POT(ND),KODE(ND),SPOT(ND),ISKODE(ND),X(ND),Y(ND)
1      ,SHAPEX(ND),SHAPEY(ND)

C
-----
C      GARDE LA FORME ORIGINALE EN MEMOIRE POUR ROTATIONS ULTERIEURES
-----
      IF(PHI.NE.PHI0)GOTO 100
      DO I=1,NT
      SHAPEX(I)=X(I)
      SHAPEY(I)=Y(I)
      SPOT(I)=POT(I)
      ISKODE(I)=KODE(I)
      END DO

C
-----
C      REPREND LA FORME ORIGINALE
-----
100   DO I=1,N
      X(I)=SHAPEX(I)
      Y(I)=SHAPEY(I)
      POT(I)=SPOT(I)
      KODE(I)=ISKODE(I)
      END DO

C
-----
C      EXECUTE LA ROTATION
-----
      DO I=1,N
      A1=Y(I)
      A2=X(I)

```

```

A3=((A1**2)+(A2**2))**.5
TETA=DATAN2(A1,A2)
TETA=TETA+PHI
X(I)=A3*DCOS(TETA)
Y(I)=A3*DSIN(TETA)
END DO
C
C-----
C      IMPRESSION DES RESULTATS
C-----
      IMP=1
      IF(IMP.EQ.0)GOTO 200
      PHI=PHI*180./PI
      WRITE(OUT,151)PHI
151  1  FORMAT('APRES LA ROTATION DU DOMAINE (DU VENT) DE',
200  1  F10.5,'DEGRES',/,14X,'X',11X,'Y',10X,'POT',4X,'KODE')
      RETURN
      END

      SUBROUTINE MEMO(X,Y,XOLD,YOLD,ND)
C-----
C
C      RECHERCHE DU X MAXIMUM ET DU X MINIMUM DU PROFIL
C-----
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON /CAR/IT,IB,ID1,ID2,IMIN,IMAX
      COMMON /DAT/N,N1,N2,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2,L
      DIMENSION X(ND),Y(ND),XOLD(ND),YOLD(ND)
C
C-----
C      INITIALISATION DES INDICES DE TRAVAIL
C-----
      IMIN=1
      IMAX=1
      IT=1
      IB=1
C
C-----
C      RECHERCHE DU X MAXIMUM ET DU X MINIMUM DU PROFIL
C-----
      DO I=1,N
      XOLD(I)=X(I)
      YOLD(I)=Y(I)
      IF(X(I).LT.X(IMIN))IMIN=I
      IF(X(I).GT.X(IMAX))IMAX=I
      END DO
C
C-----
C      IMPRESSION DES RESULTATS
C-----
      WRITE(55,10)IMIN,IMAX
10  1  FORMAT(2X,'IMIN=',I5,2X,'IMAX=',I5)
      WRITE(55,11)(X(I),Y(I),I=1,N)
11  1  FORMAT(2F12.5)
      RETURN
      END

      SUBROUTINE GEOMAX(X,Y,XOLD,YOLD,ND)
C-----

```

```

C
C RECHERCHE DES EXTREMES GEOMETRIQUES ET RELOCALISATION DU NOEUD OPTIMUM
C SUR X(I), Y(I), XOLD(I), YOLD(I)
C
C-----
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
C      INTEGER*4 BA
C      COMMON /DAT/N, N1, N2, NT, PI, IN, OUT, BA, NR, ANG1, ANG2, L
C      COMMON /CAR/IT, IB, ID1, ID2, IMIN, IMAX
C      COMMON /SEP/IHIGH, ILOW, XH, XL, YH, YL, VSH, VSL, DCPH, DCPL
C      DIMENSION X (ND), Y (ND), XOLD (ND), YOLD (ND)
C
C-----
C      RECHERCHE DE Y MAXIMUM ET DU Y MINIMUM DU PROFIL
C-----
10      DO I=1, N
C          IF (Y(I) .GT. Y(IT)) IT=I
C          IF (Y(I) .LE. Y(IB)) IB=I
C      END DO
C      IHIGH=IT
C      ILOW=IB
C
C-----
C      LOCALISATION EXACTE DES EXTREMUMS GEOMETRIQUES
C-----
C      CALL GEMA(X(IT-1), X(IT), X(IT+1), Y(IT-1), Y(IT), Y(IT+1), XH, YH)
C      X(IHIGH)=XH
C      XOLD(IHIGH)=XH
C      Y(IHIGH)=YH
C      YOLD(IHIGH)=YH
C      CALL GEMA(X(IB+1), X(IB), X(IB-1), -Y(IB+1), -Y(IB), -Y(IB-1), XL, YL)
C      YL=-YL
C      X(ILOW)=XL
C      XOLD(ILOW)=XL
C      Y(ILOW)=YL
C      YOLD(ILOW)=YL
C
C-----
C      IMPRESSION DES RESULTATS
C-----
C      WRITE (55, 12)
12      FORMAT (' LES EXTREMUMS GEOMETRIQUES SONT:')
C      WRITE (55, 13) XH, YH, XL, YL
13      FORMAT (' SUR LA PARTIE SUPERIEURE DU PROFIL' , / ,
1      ' XH=' , F12.5, 2X, ' YH=' , F12.5, //, ' SUR LA PARTIE
2      INFERIEURE DU PROFIL' , / , ' XL=' , F12.5, 2X, ' YL=' , F12.5)
C      ID1=IMAX-2
C      ID2=IMAX+2
C      RETURN
C      END
C
C-----
C      SUBROUTINE GEMA(X1, X2, X3, Y1, Y2, Y3, XH, YH)
C-----
C      CALL POWELL(X1, X2, X3, Y1, Y2, Y3, XH)
C      ZETA=2*(XH-X2)/(X3-X1)
C      Z1=-0.5*ZETA*(1.-ZETA)
C      Z2=1.-ZETA**2
C      Z3= 0.5*ZETA*(1.+ZETA)

```

```

YH=Z1*Y1+Z2*Y2+Z3*Y3
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE RESOL (X, Y, FI, KODE, DFI, H, G, NX)

```

```

PROGRAMME POUR LA SOLUTION DE PROBLEMES DE POTENTIEL
PAR LA METHODE DES ELEMENTS DE FRONTIERE AVEC DES
ELEMENTS LINEAIRES.

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
COMMON /DAT/N, N1, N2, NT, PI, IN, OUT, BA, NR, ANGL1, ANGL2, L
DIMENSION X (NX), Y (NX), G (NX, NX), FI (NX), DFI (NX),
1 KODE (NX), H (NX, NX), CX (1000), CY (1000), RSOL (1000)

```

```

-----
ECRIURE POUR TEST
-----

```

```

IMP=0
IF (IMP.EQ.0) GOTO 100

```

```

-----
FORME LE SYSTEME D'EQUATIONS
-----

```

```

100 CALL VMAT (X, Y, G, H, FI, DFI, KODE, NX)

```

```

-----
SOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS
-----

```

```

CALL SLNPD (G, DFI, NT, NX, OUT)

```

```

-----
MET EN ORDRE LES EQUATIONS
-----

```

```

CALL ORDRE (X, Y, FI, DFI, KODE)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE VMAT (X, Y, G, H, FI, DFI, KODE, NX)

```

```

-----
FORME LE SYSTEME D'EQUATIONS
-----

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
COMMON /DAT/N, N1, N2, NT, PI, IN, OUT, BA, NR, ANGL1, ANGL2, L
DIMENSION X (1), Y (1), G (NX, NX), H (NX, NX), FI (1), KODE (1), DFI (1)

```

```

-----
INITIALISATION DES MATRICES G ET H
-----

```

```

N=NT
DO 10 I=1, N
DO 10 J=1, N
G (I, J)=0
10 H (I, J)=0

```

```

C
C-----
C   CALCUL DES MATRICES G ET H
C-----
      X(N+1)=X(1)
      Y(N+1)=Y(1)
      DO 110 I=1,N
      NF=I+1
      NS=I+N-2
      DO 50 JJ=NF,NS
      IF(JJ-N) 30,30,20
20     J=JJ-N
      GO TO 40
30     J=JJ
40     CALL INTE(X(I),Y(I),X(J),Y(J),X(J+1),Y(J+1),A1,A2,B1,B2)
      IF(J-N) 42,43,43
42     H(I,J+1)=H(I,J+1)+A2
      G(I,J+1)=G(I,J+1)+B2
      GO TO 44
43     H(I,1)=H(I,1)+A2
      G(I,1)=G(I,1)+B2
44     H(I,J)=H(I,J)+A1
      G(I,J)=G(I,J)+B1
50     H(I,I)=H(I,I)-A1-A2
      NF=I+N-1
      NS=I+N
      DO 95 JJ=NF,NS
      IF(JJ-N) 70,70,60
60     J=JJ-N
      GO TO 80
70     J=JJ
80     CALL INLO(X(J),Y(J),X(J+1),Y(J+1),B1,B2)
      IF(JJ-NF) 82,82,83
82     CH=B1
      B1=B2
      B2=CH
83     IF(J-N) 85,90,90
85     G(I,J+1)=G(I,J+1)+B2
      GO TO 95
90     G(I,1)=G(I,1)+B2
95     G(I,J)=G(I,J)+B1
110    CONTINUE
C
C-----
C   ARRANGE LE SYSTEME D'EQUATIONS SOUS LA FORME
C   PRET POUR LA RESOLUTION
C-----
      DO 150 J=1,N
      IF(KODE(J)) 150,150,140
140    DO 150 I=1,N
      CH=G(I,J)
      G(I,J)=-H(I,J)
      H(I,J)=-CH
150    CONTINUE
C
C-----
C   DFI CONTIENT ORIGINALEMENT LES COEFFICIENTS INDEPENDANTS,
C   APRES RESOLUTION IL CONTIENDRA LES VALEURS DES INCONNUES
C   DU SYSTEME.
C-----

```

```

DO 160 I=1,N
DFI(I)=0.
DO 160 J=1,N
DFI(I)=DFI(I)+H(I,J)*FI(J)
160 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INLO(X1,Y1,X2,Y2,B1,B2)

```

```

C-----
C
C CE SOUS-PROGRAMME CALCULE LA VALEUR DES ELEMENTS DIAGONAUX
C DE LA MATRICE G.
C-----

```

```

C
C IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C SR=DSQRT((X2-X1)**2+(Y2-Y1)**2)
C IF(SR)1,2,1
1 B1=SR*(1.5-DLOG(SR))/2.
  B2=SR*(0.5-dlog(SR))/2.
  RETURN
2 B1=0
  B2=0
  RETURN
  END

```

```

C
C
C SUBROUTINE INTE(XP,YP,X1,Y1,X2,Y2,A1,A2,B1,B2)
C-----

```

```

C
C CE SOUS-PROGRAMME CALCULE LA VALEUR DES ELEMENTS HORS DIAGONALE
C DES MATRICES G ET H, PAR INTEGRATION NUMERIQUE SUR LES ELEMENTS
C DE FRONTIERE.
C-----

```

```

C
C DIST=DISTANCE DU POINT CONSIDERE A L'ELEMENT DE FRONTIERE
C RA =DISTANCE DU POINT CONSIDERE AU POINT D'INTEGRATION SUR
C L'ELEMENT FRONTIERE.
C-----

```

```

C
C IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C DIMENSION XCO(4),YCO(4),GI(4),OME(4)
C GI(1)=0.86113631
C GI(2)=-GI(1)
C GI(3)=0.33998104
C GI(4)=-GI(3)
C OME(1)=0.34785485
C OME(2)=OME(1)
C OME(3)=0.65214515
C OME(4)=OME(3)
C AX=(X2-X1)/2
C BX=(X2+X1)/2
C AY=(Y2-Y1)/2
C BY=(Y2+Y1)/2
C IF(AX)10,20,10
10 TA=AY/AX
  DIST=DABS((TA*XP-YP+Y1-TA*X1)/DSQRT(TA**2+1))
  GOTO 30
20 DIST=DABS(XP-X1)
30 SIG=(X1-XP)*(Y2-YP)-(X2-XP)*(Y1-YP)

```



```

C-----
C      CHANGEMENT DE RANGEES
C-----
5      DO 6 L=K,N
        C=A(K,L)
        A(K,L)=A(JHOLD,L)
6      A(JHOLD,L)=C
        C=B(K)
        B(K)=B(JHOLD)
        B(JHOLD)=C
        C=A(K,K)
        GOTO 3

C-----
C      VERIFIER QUE LE COEFFICIENT DE LA DIAGONALE EST NON-NUL
C-----
7      CONTINUE
        IF (DABS(A(JHOLD,JHOLD))-0.000001) 8,8,3
8      WRITE(OUT,2)K
2      FORMAT('*****SINGULARITE DANS LA RANGEE ',I5)
        GOTO 300

C-----
C      DIVISION DE LA RANGEE PAR LE COEFFICIENT DE LA DIAGONAL
C-----
3      C=A(K,K)
        DO 4 J=K1,N
4      A(K,J)=A(K,J)/C
        B(K)=B(K)/C

C-----
C      ELIMINE L' INCONNU X(K) DE LA RANGEE I
C-----
        DO 10 I=K1,N
        C=A(I,K)
        DO 9 J=K1,N
9      A(I,J)=A(I,J)-C*A(K,J)
10     B(I)=B(I)-C*B(K)
100    CONTINUE
C-----
C      CALCUL DE LA DERNIERE INCONNUE
C-----
101   IF (DABS(A(N,N))-0.000001) 8,8,101
        B(N)=B(N)/A(N,N)
C-----
C      SUBSTITUTION A REBOURD POUR CALCUL DES AUTRES INCONNUES
C-----
        DO 200 L=1,N1
        K=N-L
        K1=K+1
        DO 200 J=K1,N
200   B(K)=B(K)-A(K,J)*B(J)
300   RETURN
        END

C-----
C      SUBROUTINE ORDRE (X,Y,FI,DFI,KODE,CX,CY,RSOL)
C-----

```

```

C
C      CE PROGRAMME REMET EN ORDRE LES VECTEURS FI ET DFI
C      ET REPLACE LES VALEURS CORRECTES DU POTENTIEL ET DERIVE
C      IMPRIME LA SORTIE:  IMP=0 ==>NON ELSE OUI
C
-----
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      COMMON /DAT/N,N1,N2,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2,L
C      DIMENSION X(1),Y(1),FI(1),DFI(1),KODE(1),CX(1),CY(1),RSOL(1)
C
-----
C      INITIALISATION
C
-----
C      DO 30 I=1,NT
C      IF (KODE(I)) 30,30,20
20     CH=FI(I)
C      FI(I)=DFI(I)
C      DFI(I)=CH
30     CONTINUE
C
-----
C      SORTIE DES RESULTATS (VITESSES SURFACES)
C
-----
C      OUT=2
C      IMP=1
C      IF (IMP.EQ.0)GOTO 600
C      WRITE (OUT,100)
100    FORMAT (' ',120('*'))//1X,'RESULTATS'//2X,'NOEUDS FRONTIERE'//16X,
1     'X',23X,'Y',19X,'POTENTIEL',10X,'DERIVE DU POTENTIEL' /)
C      DO 10 I=1,NT
10     WRITE (OUT,200) X(I),Y(I),FI(I),DFI(I)
200    FORMAT (4(10X,E14.7))
C      WRITE (OUT,500)
500    FORMAT (' ',120('*'))
600    RETURN
C      END

C      SUBROUTINE DERIVE (X,Y,V,DX,DY,DV,VV,VVD,CP,DEL,ND)
C
-----
C      CE SOUS-PROGRAMME CALCULE LA DERIVEE DE LA VITESSE
C
-----
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C      COMMON /DAT/N,N1,N2,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2,L
C      COMMON /CAR/IT,IB,ID1,ID2,IMIN,IMAX
C      COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
C      COMMON /DER/ISTAG,XSTAG,YSTAG
C      DIMENSION X(ND),Y(ND),V(ND),DEL(ND),
1     DX(ND),DY(ND),DV(ND),VV(ND),VVD(ND),CP(ND)
C      N=NT-(4*N1)-1
C
-----
C      RE-ARRANGEMENT DES SIGNES POUR LA VITESSE TANGENTIELLE
C      DU A LA RE-ORIENTATION DU VECTEUR NORMAL
C
-----
C      DO I=1,N
C      V(I)=DABS(V(I))
C      END DO
C

```

```

C-----
C   RECHERCHE DU POINT DE STAGNATION
C-----
      ISTAG=(N-1)/2
      IVAR=INT(N/4)
      I1=ISTAG-IVAR
      I2=ISTAG+IVAR
      DO I=I1,I2
      IC=I
      IF(I.LT.1) IC=I+N
      IF(X(IC).GT.0.0)GOTO 22
      IF(V(IC).LT.V(ISTAG)) ISTAG=IC
22   END DO
C
C-----
C   LOCALISATION EXACTE DU POINT DE STAGNATION
C-----
      II=ISTAG-1
      III=ISTAG
      IV=ISTAG+1
      CALL POWELL(X(II),X(III),X(IV),V(II),V(III),V(IV),XSTAG)
      CALL POWELL(Y(II),Y(III),Y(IV),V(II),V(III),V(IV),YSTAG)
      PI=3.141592
      PSTAG=180.-(DATAN2(YSTAG,XSTAG)*180./PI)
C
C-----
C   CALCUL DE LA DERIVEE DE LA VITESSE
C-----
C   PARTIE SUPERIEURE DE LA FORME
C-----
      DO I=0,N
      J=ISTAG-I
      JJ=J+1
      DX(J)=X(J)-X(JJ)
      DY(J)=Y(J)-Y(JJ)
      DEL(J)=DSQRT(DX(J)**2+DY(J)**2)
      DV(J)=(V(J)-V(JJ))/DEL(J)
      VV(J)=V(J)/VIT
      VVD(J)=VV(J)**2.
      CP(J)=1.-VVD(J)
31   IF(J.EQ.1)GOTO 32
      END DO
C
C-----
C   PARTIE INFERIEURE DE LA FORME
C-----
32   DO I=1,N
      J=ISTAG+I
      JJ=J-1
      DX(J)=X(J)-X(JJ)
      DY(J)=Y(J)-Y(JJ)
      DEL(J)=DSQRT(DX(J)**2+DY(J)**2)
      DV(J)=(V(J)-V(JJ))/DEL(J)
      VV(J)=V(J)/VIT
      VVD(J)=VV(J)**2.
      CP(J)=1.-VVD(J)
      IF(J.EQ.N)GOTO 42
      END DO
C
C-----

```

```

C      IMPRESSION DES RESULTATS
C-----
42      IMP=1
        IF (IMP.EQ.0) GOTO 100
        WRITE (*,*) 'PT.DE STAGNATION A', PSTAG, 'DEGREE', XSTAG, YSTAG
        WRITE (2,200) (X(I), Y(I), DEL(I), V(I), DV(I), VV(I), VVd(I), CP(I), I=1,N)
200     FORMAT(8F15.5)
        WRITE (2,*) N, VIT, REYNOLD
        WRITE (45,44) (X(I), VV(I), I=1,N)
        44      FORMAT(2F15.5)
100     RETURN
        END

```

```

SUBROUTINE TEST(I, II, III, N)

```

```

C-----
C
C      CE SOUS-PROGRAMME VERIFIE LA NUMEROTATION DES NOEUDS
C-----

```

```

        IF (I.LT.1) I=I+N
        IF (I.GT.N) I=I-N
        IF (II.LT.1) II=II+N
        IF (II.GT.N) II=II-N
        IF (III.LT.1) III=III+N
        IF (III.GT.N) III=III-N
        RETURN
        END

```

```

SUBROUTINE POINT(X, Y, V, DV, DEL, TETA, CF, ICODE, ND)

```

```

C-----
C
C      RECHERCHE DES POINTS DE SEPARATION SUPERIEURES ET INFERIEURES,
C      A L'AIDE DES EQUATIONS INTEGRALES DE MOMENTUM SELON LA METHODE
C      DE THWAITES ET EVALUATION DES COEFFICIENTS DE FRICTION EN
C      SURFACE.

```

```

C      PASS=0  ==> PARTIE SUPERIEURE
C      PASS=1  ==> PARTIE INFERIEURE
C      TURB=0  ==> ECOULEMENT LAMINAIRE
C      TURB=1  ==> ECOULEMENT TURBULENT
C      GRAD=0  ==> GRADIENT DE VITESSE +
C      GRAD=1  ==> GRADIENT DE VITESSE -

```

```

C-----
        IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
        REAL*8 LL, MM, LLOLD, LON, LIMIT
        DIMENSION X (ND), Y (ND), V (ND), DV (ND), TETA (ND), DEL (ND), CF (ND)
        COMMON /DAT/N, N1, N2, NT, PI, IN, OUT, BA, NR, ANG1, ANG2, L
        COMMON /CAR/IT, IB, ID1, ID2, IMIN, IMAX
        COMMON /DER/ISTAG, XSTAG, YSTAG
        COMMON /SEP/IHIGH, ILOW, XH, XL, YH, YL, VSH, VSL, DCPH, DCPL
        COMMON /AIR/VIT, REYNOLD, XMU, XNU, RO

```

```

C-----
C      INITIALISATION
C-----

```

```

4      PASS=0
        CORR=DSQRT((X(ISTAG)-XSTAG)**2+(Y(ISTAG)-YSTAG)**2)
        IF (Y(ISTAG).LT.YSTAG) CORR=-CORR

```

```

LON=CORR
TURB=0
F=0.0
FM=0.0
FMM=0.0
GRAD=0
ISTART=ISTAG
IEND=1

C-----
C      BOUCLE SUR TOUS LES NOEUDS
C-----
10      DO I=1,N
        IF (PASS.EQ.0) THEN
          II=ISTART-I
          III=II+1
          IIII=II+2
          IF (II.LT.1) GO TO 500
          ELSE
            II=ISTART+I
            III=II-1
            IIII=II-2
            IF (II.GT.N) GO TO 500
          END IF
          LON=LON+DEL(II)
          IF (V(II).GT.V(III)) THEN
            IPM=II
            VPM=V(II)
            ZPM=LON
          ELSE
            END IF
          IF (V(II)**6.EQ.0.) GO TO 400
C      TEST GRADIENT ADVERSE
          IF (GRAD.EQ.1) GOTO 15
          IF (DV(II).LT.0.) THEN
            GRAD=1
            VGA=V(II)
          ELSE
            END IF

C-----
C      TEST DE TURBULENCE ET POINT DE TRANSITION
C      LE NB. DE REYNOLDS CRITIQUE DEPEND DE LA RUGOSITE: SOIT Rc=200
C      POUR ICODE=10U2 ==>REGIME LAMINAIRE, ON SAUTE CETTE PARTIE
C-----
15      IF ((ICODE.EQ.1).OR.(ICODE.EQ.2)) GOTO 20
          IF (TURB.EQ.1) GOTO 100
          RTEO=V(III)*TETA(III)/XNU
          IF (RTEO.GT.10) THEN
            WRITE(*,*)'(SUB.POINT) TRANSITION [ DEBUT TURBULENCE ]'
C      IDENTIFICATION DES CARACTERISTIQUES DE L'ECOULEMENT
C      AU POINT DE TRANSITION
            TETR=TETA(III)
            UTR=V(III)
            HTR=HH
            ITR=III.
            TURB=1
            GOTO 100
          ELSE
            END IF

```

```

-----
C      ECOULEMENT LAMINAIRE
-----
C      SOLUTION DE L'EQUATION INTEGRALE DE MOMENTUM
C      INTEGRATION METHODE DE GAUSS 3 POINTS
-----
20     ZINTOT=0.
        DO 30 J=1,N
        IF (PASS.EQ.0) THEN

C
-----
C      PARTIE SUPERIEURE
-----
        JJ=ISTART-J
        JJJ=JJ+1
        IF (JJ.LT.1) GO TO 30
        ELSE

C
-----
C      PARTIE INFERIEURE
-----
        JJ=ISTART+J
        JJJ=JJ-1
        IF (JJ.GT.N) GO TO 30
        END IF
        EXP=5
        CALL GAUSS (V(JJJ),V(JJ),EXP,SOL)
        ZINT=DEL(JJ)*SOL/2
        ZINTOT=ZINTOT+ZINT
        IF (JJ.EQ.II) GO TO 32
30     CONTINUE

-----
C      EVALUATION DU RAPPORT DE MOMENTUM (THWAITES)
C      ET LES FACTEURS DE FORME L ET H
-----
32     TETA2=0.45D0*XNU*ZINTOT/V(II)**6
        TETA(II)=DSQRT(TETA2)
        MM=-DV(II)*TETA2/XNU
        LLOLD=LL
        IF (MM.GE.0.) THEN
            LL=0.22D0-1.402D0*MM-((0.018D0*MM)/(0.107D0-MM))
            HH=2.088+0.0731/(0.14-MM)
            IF (MM.GT.0.1) HH=4.0
        ELSE
            LL=0.22D0-1.57D0*MM-1.8D0*(MM**2)
            HH=2.61+3.75*MM+5.24*MM**2
            IF (MM.LT.-0.1) HH=2.1
        END IF
        WRITE(26,888) TETA(II),TETR,UTR,HTR,V(II),HH,LL
788    FORMAT(8F15.5)

C
-----
C      CALCUL DES COEFFICIENTS DE FRICTION
-----
        IF (TETA2.EQ.0) GOTO 400
C      THWAITES
        CF(II)=(2.0D0*XNU*LL*V(II))/(TETA(II)*VIT**2)

```

```

      CF (II) =DABS (CF (II))
C
C-----
C      TEST POUR LE POINT DE SEPARATION
C-----
35      IF (PASS) 40, 40, 50
40      IF (II.GT.IT) GO TO 55
        IF (II.LT.1) GO TO 55
        IHIGH=IT
        XH=X (II)
        YH=Y (II)
        VSH=V (II)
        GO TO 500
50      IF (II.LT.IB) GO TO 55
        IF (II.GT.N) GO TO 55
        GOTO 70
55      IF (GRAD.NE.1) GOTO 400
        IF (LL.GT.0) GOTO 400
        IF (MM.LT.0) GOTO 400

C-----
C      INTERPOLATION DE LA POSITION DU POINT DE SEPARATION
C-----
60      IF (PASS) 65, 65, 70
65      IHIGH=II
        XH=(((X(II)-X(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD)+X(III)
        YH=(((Y(II)-Y(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD)+Y(III)
        VSH=(((V(II)-V(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD)+V(III)
        IF (XH.GT.X(IT)) THEN
          XH=X(IT)
          YH=Y(IT)
          VSH=V(IT)
        END IF
        GOTO 500
70      ILOW=II
        XL=(((X(II)-X(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD)+X(III)
        YL=(((Y(II)-Y(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD)+Y(III)
        VSL=(((V(II)-V(III))/(LLOLD-LL))*LLOLD)+V(III)
        IF (XL.GT.X(IB)) THEN
          XL=X(IB)
          YL=Y(IB)
          VSL=V(IB)
        END IF
        GOTO 570

C=====
C      ECOULEMENT TURBULENT
C=====
C      FORMULATION DE SPENCE POUR L'EVALUATION DE TETA (MOMENTUM THICKNESS)
C      INTEGRATION DU POINT DE TRANSITION AU POINT SOUS CONSIDERATION
C      METHODE DE GAUSS 3 POINTS
C-----
100     ZINTOT=0
        DO 130 J=1,N
C
C-----
C      PARTIE INFERIEURE DE LA FORME
C-----
        IF (PASS.EQ.1) THEN
          JJ=ITR+J

```

```

      JJJ=JJ-1
      ELSE
C-----
C PARTIE SUPERIEURE DE LA FORME
C-----
      JJ=ITR-J
      JJJ=JJ+1
      END IF
      EXP=4
      CALL GAUSS (V(JJJ), V(JJ), EXP, SOL)
      Z=DEL (JJ) *SOL/2
      ZINTOT=ZINTOT+Z
      WRITE (26, 999) II, JJ, Z, ZINTOT
999  FORMAT (2I5, 2F15.5)
      IF (JJ.EQ.II) GOTO 132
130  CONTINUE
132  WRITE (26, 333) LON, XNU, TETR, UTR, V (II), ZINTOT
333  FORMAT (6F15.5)
      R=V (II) *LON/XNU
      T1=R** (-0.2)
      T2=0.0106*T1
      T3=TETR** (1.2)
      T4=UTR**4.2
      T5=T3*T4
      TETA (II) = ((T2*ZINTOT)+T5) /V (II) **4.2) ** (5./6.)
888  WRITE (26, 888) R, TETA (II), V (II), T1, T2, T3, T4, T5
      FORMAT (11F15.5)
C-----
C FORMULATION DE SPENCE POUR L'EVALUATION DE H (SHAPE FACTOR)
C INTEGRATION DU POINT DE TRANSITION AU POINT SOUS CONSIDERATION
C-----
      ZTOT=0
      DO 140 J=1, N
      IF (PASS.EQ.0) THEN
      JJ=ITR-J
      JJJ=JJ+1
      ELSE
      JJ=ITR+J
      JJJ=JJ-1
      END IF
      CALL GAUSS2 (V (JJJ), V (JJ), TETA (JJJ), TETA (JJ), SOL)
      Z=DEL (JJ) *XNU** (1./5.) *SOL/2.
      ZTOT=ZTOT+Z
      WRITE (26, 777) II, JJ, Z, ZTOT
777  FORMAT (2I5, 2F15.5)
      IF (JJ.EQ.II) GOTO 142
140  CONTINUE
142  C1=(UTR**2.) *(2.105-(0.442/(HTR-1.)))
      C2=((1./V (II) **2) *(C1-0.0031*ZTOT))
      HH=(1./(4.037-C2))+1.
      RTETA=V (II) *TETA (II) /XNU
      CF (II) =0.246*RTETA** (-0.268) *10.** (-0.678*HH)
666  WRITE (26, 666) RTETA, CF (II), HH
      FORMAT (3F15.5)
C-----
C TEST DE SEPARATION DE LA COUCHE LIMITE SELON STRATFORD
C-----

```

```

IF (GRAD.NE.1) GOTO 400
DCP=(V(III)**2-V(II)**2)/(VGA**2*DEL(II))
CP=1.-(V(II)/VGA)**2
WRITE(26,555)CP,DCP
555  FORMAT(2F15.5)
C    INTEGRALE EST LA MEME QUE CI-DESSUS =ZINTOT
C    ALORS LE BORD D'ATTAQUE IMAGINAIRE SERA ZIMA
ZIMA=ZPM-ZINTOT/VPM**4-94.3*TETR**(1./5.)*(UTR/VPM)**4
RMOD=VPM*(LON-ZIMA)/XNU
FMM=FM
FM=F
RAC=((LON-ZIMA)*DCP)
IF(RAC.LT.0.0) RAC=0
F=CP*RAC**0.5*(10E-06*RMOD)**(-1.0/10.0)
IF(FM.GE.0.3) GOTO 199
IF(F.LT.0.3) GOTO 400
199  IF(F.GE.0.5) THEN
      POS=1
      GOTO 200
      ELSE
      END IF
      IF(FM.GT.F) THEN
      POS=0
      GOTO 200
      ELSE
      GOTO 400
      END IF

```

```

-----
C    SI ON A UN ECOULEMENT TURBULENT (ICODE=3) ON DOIT RESOUDRE A NOUVEAU
C    POUR LA LOCALISATION DES POINTS EN REGIME TURBULENT
-----

```

```

200  IF(PASS) 365,365,370
365  IF(POS) 367,367,366
366  IHIGH=II
      IT=II
      XH=((X(II)-X(III))*(0.5-FM)/(F-FM))+X(III)
      YH=((Y(II)-Y(III))*(0.5-FM)/(F-FM))+Y(III)
      VSH=((V(II)-V(III))*(0.5-FM)/(F-FM))+V(III)
      GOTO 500
367  IHIGH=III
      IT=III
      CALL POWELL(X(IIII),X(III),X(II),FMM,FM,F,XH)
      CALL POWELL(Y(IIII),Y(III),Y(II),FMM,FM,F,YH)
      CALL POWELL(V(IIII),V(III),V(II),FMM,FM,F,VSH)
      GOTO 500
370  IF(POS) 377,377,375
375  ILOW=II
      IB=II
      XL=((X(II)-X(III))*(0.5-FM)/(F-FM))+X(III)
      YL=((Y(II)-Y(III))*(0.5-FM)/(F-FM))+Y(III)
      VSL=((V(II)-V(III))*(0.5-FM)/(F-FM))+V(III)
      GOTO 570
      IB=III
      CALL POWELL(X(IIII),X(III),X(II),FMM,FM,F,XL)
      CALL POWELL(Y(IIII),Y(III),Y(II),FMM,FM,F,YL)
      CALL POWELL(V(IIII),V(III),V(II),FMM,FM,F,VSL)
      GOTO 570

```

```

-----

```

```

C      FIN DE LA BOUCLE D'ITERATION SUR TOUS LES NOEUDS
C      ET RE-INITIALISATION POUR RESOUDRE LA SURFACE INFERIEURE
C-----
400    IF (II.EQ.IEND) THEN
        IF (PASS) 401, 401, 402
401    IHIGH=II
        XH=X(II)
        YH=Y(II)
        VSH=V(II)
        WRITE (*, *) ' (SUB.POINT) PAS DE SEPARATION PARTIE SUPERIEURE'
        ICODE=6
        GOTO 500
402    ILOW=II
        XL=X(II)
        YL=Y(II)
        VSL=V(II)
403    WRITE (*, *) ' (SUB.POINT) PAS DE SEPARATION PARTIE INFERIEURE'
        ICODE=6
        GOTO 570
        ELSE
        END IF
        END DO
        GOTO 570

```

```

C-----
C      RE-INITIALISATION PARTIE INFERIEURE
C-----

```

```

500    PASS=1
        LON=-CORR
        TURB=0.0
        F=0.0
        FM=0.0
        FMM=0.0
        GRAD=0.0
        ISTART=ISTAG
        IEND=N
        GOTO 10
570    WRITE (*, *) ILOW, IHIGH
        WRITE (*, *) XL, YL, XH, YH
        RETURN
        END

```

```

SUBROUTINE GAUSS (Y1, Y2, EXP, SOL)

```

```

C-----
C
C      SOUS-PROGRAMME D'INTEGRATION PAR LA METHODE DE GAUSS
C      POUR UN ELEMENT LINEAIRE A TROIS POINTS
C-----

```

```

REAL KSI, N1, N2
DIMENSION KSI (3), W (3)
SOL=0.0
ARG=3./5.
KSI (1)=0
KSI (2)=SQRT (ARG)
KSI (3)=-KSI (2)
W (1)=8./9.
W (2)=5./9.
W (3)=5./9.

```

```

DO I=1,3
N1=(1.-KSI(I))/2.
N2=(1.+KSI(I))/2.
Y=N1*Y1+N2*Y2
SOL=SOL+W(I)*Y**EXP
END DO
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE GAUSS2(Y1,Y2,T1,T2,SOL)

```

```

C-----
C
C   SOUS-PROGRAMME D'INTEGRATION PAR LA METHODE DE GAUSS
C   POUR UN ELEMENT LINEAIRE A TROIS POINTS
C-----

```

```

REAL KSI,N1,N2
DIMENSION KSI(3),W(3)
SOL=0.0
ARG=3./5.
KSI(1)=0
KSI(2)=SQRT(ARG)
KSI(3)=-KSI(2)
W(1)=8./9.
W(2)=5./9.
W(3)=5./9.
DO I=1,3
N1=(1.-KSI(I))/2.
N2=(1.+KSI(I))/2.
Y=N1*Y1+N2*Y2
T=N1*T1+N2*T2
SOL=SOL+W(I)*(Y**(9/5))/T**(6/5)
END DO
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE POWELL(X1,X2,X3,F1,F2,F3,XM)

```

```

C-----
C
C   LOCALISATION D'UN POINT OPTIMUM
C   PAR UNE FONCTION PARABOLIQUE
C-----

```

```

T1=(X2**2-X3**2)*F1+(X3**2-X1**2)*F2+(X1**2-X2**2)*F3
T2=(X2-X3)*F1+(X3-X1)*F2+(X1-X2)*F3
IF(T2.NE.0)GO TO 22
XM=X2
GO TO 33
22  XM=0.5*T1/T2
33  RETURN
END

```

```

1  SUBROUTINE COEFF(X,Y,V,PHI,REF,DX,DY,DEL,OMEGA,CF,CP,DCP,CPMOY,
   CL,CD,CDF,CDTOT,CM,ND)

```

```

C-----
C
C   SOUS-PROGRAMME POUR LE CALCUL DES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES
C   UTILISANT LA RELATION DE BERNOUILLI ENTRE LA VITESSE ET LA

```

```

C      PRESSION DE STAGNATION.
C
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      COMMON /DAT/N,N1,N2,NT,PI,IN,OUT,BA,NR,ANG1,ANG2,L
      COMMON /CAR/IT,IB,IDL,ID2,IMIN,IMAX
      COMMON /DER/ISTAG,XSTAG,YSTAG
      COMMON /SEP/IHIGH,ILOW,XH,XL,YH,YL,VSH,VSL,DCPH,DCPL
      COMMON /AIR/VIT,REYNOLD,XMU,XNU,RO
      DIMENSION X(ND),Y(ND),V(ND),DX(ND),DY(ND),DEL(ND),CF(ND),
1 OMEGA(ND),CF(ND),DCP(ND)

C-----
C      INITIALISATION
C-----
      XC=.75*REF*DCOS(PHI)
      YC=.75*REF*DSIN(PHI)
      N=NT-1-(4*N1)

C-----
C      CALCUL DES COEFFICIENTS DE PRESSION SUR LA SURFACE
C-----
      DO I=1,N
      CP(I)=1.-(V(I)/VIT)**2
      END DO

C-----
C      INTEGRATION DES COEFFICIENTS SUR LA SURFACE
C-----
C      INITIALISATION
C-----
      CM=0
      CD=0
      CL=0
      CDF=0
      CLF=0

C-----
C      PARTIE SUPERIEURE
C-----
      DO J=1,N
      I=ISTAG-J
      II=I+1
      CALL GAUSS4(V(II),V(I),VIT,CPREF)
      DCL=-0.5*CPREF*DX(I)
      DCD= 0.5*CPREF*DY(I)
      DCM=DCD*((Y(I)-YC)-DY(I)/2.)-DCL*((X(I)+XC)-DX(I)/2.)
      DCDF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DX(I)
      DCLF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DY(I)
      CL=CL+DCL
      CD=CD+DCD
      CM=CM+DCM
      CDF=CDF+DCDF
      CLF=CLF+DCLF
      WRITE(11,999) I,II,CPREF,DCL,DCD,DCM,DCDF,DCLF,CF(I),CF(II)
999  FORMAT(2I5,8F15.5)
      IF(I.EQ.1)GOTO 14
      END DO

C-----

```

```

C      PARTIE INFERIEURE
C-----
14      DO J=1,N
        I=ISTAG+J
        II=I-1
        CALL GAUSS4(V(II),V(I),VIT,CPREF)
        DCL= 0.5*CPREF*DX(I)
        DCD=-0.5*CPREF*DY(I)
        DCM= DCD*((Y(I)-YC)-DY(I)/2.)-DCL*((X(I)+XC)-DX(I)/2.)
        DCDF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DX(I)
        DCLF=0.5*(CF(I)+CF(II))*DY(I)
        CL=CL+DCL
        CD=CD+DCD
        CM=CM+DCM
        CDF=CDF+DCDF
        CLF=CLF+DCLF
        WRITE(11,888) I, II, CPREF, DCL, DCD, DCM, DCDF, DCLF, CF(I), CF(II)
888      FORMAT(2I5,8F15.5)
        IF(I.EQ.(N))GOTO 20
        END DO

C
C
20      CL=CL/REF
        CD=CD/REF
        CM=CM/REF**2
        CDF=CDF/REF
        CLF=CLF/REF
        CDTOT=CD+CDF

C
C-----
C      POSITION SEPARATION POLAIRE
C-----
        OMEGA1=DATAN2(YH,XH)*180./PI
        OMEGA1=180.-OMEGA1
        OMEGA2=DATAN2(YL,XL)*180./PI
        OMEGA2=180.+OMEGA2
        WRITE(*,*) OMEGA1, OMEGA2

C
C-----
C      IMPRESSION DES RESULTATS
C-----
        WRITE(13,120)N
        WRITE(13,130)1,360.0,CP(1)
        IMP=1
        IF(IMP.EQ.0)GOTO 200
        WRITE(2,137)REYNOLD,CD,CDF,CDTOT,CL,CM
200      WRITE(6,333)OMEGA1,OMEGA2
        WRITE(2,555)XL,YL,XH,YH
555      FORMAT('XL=',F12.5,'YL=',F12.5,'XH=',F12.5,'YH=',F12.5)
        WRITE(6,131)CD
        WRITE(6,132)CL,CLF
        WRITE(6,133)CDF
        WRITE(6,134)CDTOT
        WRITE(6,135)CM
120      FORMAT('CP',/, 'DEGREE',/, 'COEFF DE PRESSION',/, I5)
130      FORMAT(I5,2G12.5)
131      FORMAT('COEFFICIENT DE TRAINEE = ',F20.5)
132      FORMAT('COEFFICIENT DE PORTANCE = ',2F20.5)
133      FORMAT('COEFFICIENT DE TRAINEE DE FROTTEMENT = ',F20.5)
134      FORMAT('TRAINEE TOTALE = ',F20.5)

```

```
135     FORMAT('COEFFICIENT DE MOMENT = ',F20.5)
137     FORMAT(6G12.5)
333     FORMAT('ANGLE DE SEPARATION SUP.=',F6.2,'INF.=',F6.2)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE GAUSS4(V1,V2,VI,CP)
```

```
C-----
C
C     SOUS-PROGRAMME D'INTEGRATION PAR LA METHODE DE GAUSS
C     POUR UN ELEMENT LINEAIRE A TROIS POINTS
C-----
C
```

```
      REAL KSI,N1,N2
      DIMENSION KSI(3),W(3)
      CP=0.0
      ARG=3./5.
      KSI(1)=0.
      KSI(2)=SQRT(ARG)
      KSI(3)=-KSI(2)
      W(1)=8./9.
      W(2)=5./9.
      W(3)=W(2)
      DO I=1,3
      N1=(1.-KSI(I))/2.
      N2=(1.+KSI(I))/2.
      VEL=N1*V1+N2*V2
      CP=CP+W(I)*(1.-(VEL/VI)**2)
      END DO
      RETURN
      END
```