

AC
821
U71
451

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

**MÉMOIRE
PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE**

PAR

YVON LAVOIE

B. Ing.

**MODÉLISATION TRI-DIMENSIONNELLE ET EN RÉGIME
TRANSITOIRE DES FOURS D'HOMOGENÉISATION**

AOÛT 1993

1480918

011010115



Université du Québec à Chicoutimi
Bibliothèque



Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

*À mes parents, Louis-Joseph et Solange
À Viviane et Vincent*

Résumé

Ce mémoire présente les résultats d'une étude dont le but est d'évaluer l'influence de quatre paramètres sur les échanges thermiques à l'intérieur d'un four d'homogénéisation de lingots d'aluminium.

Cette étude a été réalisée par l'intermédiaire d'un modèle numérique, tri-dimensionnel et en régime transitoire, élaboré à l'aide des logiciels commerciaux suivants: PATRAN (PDA Engineering) comme pré- et post-processeur, FLOTRAN (Compuflo) pour la simulation de l'écoulement des gaz chauds et P/THERMAL, pour la simulation du rayonnement et de la conduction de la chaleur à l'intérieur du lingot, chaleur reçue par convection forcée et/ou par rayonnement.

Le modèle permet de quantifier l'apport de chaleur dû au rayonnement et celui dû à la convection forcée. Il permet également d'étudier, sans s'y limiter, l'influence des paramètres suivants sur les échanges thermiques à l'intérieur du four: la distance entre les lingots, le débit massique des gaz, la température des gaz et la longueur des lingots.

Les résultats de l'étude montrent que le rayonnement est responsable d'environ 24% de l'apport total de chaleur. Quant au transfert de chaleur par convection forcée, on trouve d'abord qu'il est optimum pour une distance bien précise entre les lingots, ensuite, qu'il varie proportionnellement au débit massique, à la température des gaz et à la longueur des lingots. Il est possible d'obtenir, par calcul, une très bonne évaluation du facteur de proportionnalité en se référant à la méthode de calcul du coefficient de film convectif pour un écoulement libre sur une surface plane. Cette relation entre les résultats numériques et les prédictions empiriques est intéressante car elle permet d'obtenir, sans faire de longues simulations, le coefficient de film moyen à la surface du lingot pour des cas qui n'ont pas été considérés dans cette étude.

En fonction des hypothèses de départ et des résultats obtenus, le modèle numérique, élaboré au cours de ces travaux de recherche, est donc apte à simuler les échanges thermiques à l'intérieur d'un four d'homogénéisation.

Audré Charrette, co-directeur
Directeur de recherche

Yvon Lavoie
Étudiant

Remerciements

Je remercie messieurs les professeurs Marcel Lacroix, Ph.D. et André Charette, D.Sc. qui, comme directeur et co-directeur de recherche, m'ont fourni conseils et encouragements tout au long de mes études graduées.

Je remercie également monsieur R.T. Bui, directeur du GRIPS (Groupe de Recherche en Ingénierie des Procédés et Systèmes) pour m'avoir procuré un environnement propice à la réalisation de mes travaux de recherche.

TABLE DES MATIÈRES

Résumé.	iii
Remerciements	iv
Liste des figures	vii
Liste des tableaux.	x
Liste des annexes.	xi
Notations, terminologies et unités	xii
Chapitre I - INTRODUCTION	1
Chapitre II - PROBLÉMATIQUE	5
2.1 - Description des fours	6
2.2 - Logiciels et équations de base	8
2.2.1 - Patran	9
2.2.2 - Flotran	9
2.2.2.1 - Équations	10
2.2.3 - P/Thermal	16
2.2.3.1 - Équations	17
2.3 - Élaboration du modèle	23
Chapitre III - Résultats et discussion.	36
3.1 - Simulation avec les valeurs réelles des paramètres.	39

3.2 - Étude paramétrique	47	
3.2.1 - Effet de la distance entre les lingots	47	
3.2.2 - Effet du débit massique (vitesse des gaz)	52	
3.2.3 - Effet de la température des gaz	57	
3.2.4 - Effet de la longueur des lingots	62	
Chapitre IV - Conclusion	67	
Références	72	
Annexe - A	Variation du nombre de Nusselt sur la paroi d'un cylindre pour un écoulement perpendicu- laire à l'axe du cylindre selon Giedt	73
Annexe - B	Écoulement turbulent sur une plaque plane par FLOTRAN	74
Annexe - C	Calcul de l'apport de chaleur dû au rayonne- ment et à la convection forcée	78
Annexe - D	Temps de calcul (CPU) pour les différentes étapes du modèle	80

Liste des figures

Figure 2.1	Four d'homogénéisation typique. Vue en plan	7
Figure 2.2	Four d'homogénéisation typique. Élévation	8
Figure 2.3	Répartition d'un rayonnement incident sur une surface grise	20
Figure 2.4	Résistance de surface	22
Figure 2.5	Résistance géométrique.	23
Figure 2.6	Symétrie à l'intérieur du four. Vue en plan	25
Figure 2.7	Modèle pour la convection forcée. Plan, élévation, profil	27
Figure 2.8	Modèle pour la convection forcée. Vue axonométrique	28
Figure 2.9	Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différents nombres d'itérations	30
Figure 2.10	Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour des températures de lingot différentes. Air: 8.5 m/s, 600°C	31
Figure 2.11	Modèle pour le rayonnement. Plan, élévation, profil. Le couvercle, le fond et la cloison du four contribuent au rayonnement	33
Figure 2.12	Modèle pour la conduction: demi-lingot (1638mmX5080mmX318mm) avec conditions limites. Vue axonométrique	35
Figure 3.1	Comparaison entre l'apport de chaleur dû au rayonnement et celui dû à la convection forcée en utilisant les valeurs réelles des paramètres.	39

Figure 3.2	Température moyenne du lingot lorsque l'apport de chaleur est dû à la convection forcée et au rayonnement et lorsqu'il est dû à la convection forcée seulement	40
Figure 3.3	Distribution des températures (°C). Convection forcée seulement	42
Figure 3.4	Distribution des températures (°C). Convection forcée et rayonnement	42
Figure 3.5	Coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot en utilisant les valeurs réelles des paramètres	46
Figure 3.6	Température moyenne du lingot (1), température du noeud le plus chaud (2) et du noeud le plus froid (3) en fonction du temps en utilisant les valeurs réelles des paramètres.	46
Figure 3.7	Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes distances entre les lingots	50
Figure 3.8	Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes distances entre les lingots	50
Figure 3.9	Distribution des températures (°C). Distance entre les lingots: 0.0762m	51
Figure 3.10	Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes vitesses des gaz	55
Figure 3.11	Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes vitesses des gaz	55

Figure 3.12	Distribution des températures (°C). Vitesse des gaz: 12 m/s	56
Figure 3.13	Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes températures des gaz	60
Figure 3.14	Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes températures des gaz	60
Figure 3.15	Distribution des températures (°C). Température des gaz: 620°C	61
Figure 3.16	Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes longueurs de lingot	65
Figure 3.17	Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes longueurs de lingot	65
Figure 3.18	Distribution des températures (°C). Longueur des lingots: 6.096m	66
Figure B.1	Maillage pour l'écoulement turbulent sur une plaque plane	76

Liste des tableaux

Tableau 3.1	Étude paramétrique. Valeurs des paramètres utilisées lors des simulations. (*) indique les valeurs réelles des paramètres	38
Tableau 3.2	Coefficient de film moyen en fonction de la hauteur des lingots	48
Tableau 3.3	Coefficient de film moyen (\bar{h}) pour toute la surface du lingot, en fonction du débit massique	53
Tableau 3.4	Propriétés de l'air pour les températures à l'étude	57
Tableau 3.5	Coefficient de film moyen (\bar{h}) pour toute la surface du lingot, en fonction de la température des gaz	58
Tableau 3.6	Coefficient de film moyen (\bar{h}) pour toute la surface du lingot, en fonction de la longueur des lingots	63
Tableau D.1	Convection forcée. Temps cpu pour les deux étapes principales du modèle	79
Tableau D.2	Rayonnement. Temps cpu pour les trois étapes principales du modèle	79
Tableau D.3	Conduction. Temps cpu pour les deux étapes principales du modèle	79

Liste des annexes

Annexe A	Variation du nombre de Nusselt sur la paroi d'un cylindre pour un écoulement perpendiculaire à l'axe du cylindre	69
Annexe B	Écoulement turbulent sur une plaque plane par FLOTRAN	70
Annexe C	Calcul de l'apport de chaleur dû au rayonnement et à la convection forcée.	74
Annexe D	Temps de calcul (CPU) pour les différentes étapes du modèle.	76

Notations, terminologies et unités

$[a]$	matrice des coefficients de discrétisation	
A_1	Aire de la surface 1	m^2
A_2	Aire de la surface 2	m^2
c_p	chaleur spécifique à pression constante	$kJ/(kg \cdot K)$
c_v	chaleur spécifique à volume constant	$kJ/(kg \cdot K)$
C	capacitance électrique	farad
C	capacitance thermique	kJ/K
E	potentiel électrique	volts
E	émittance	W/m^2
E_b	émittance d'un corps noir	W/m^2
$\{f\}$	vecteur colonne des conditions limites	
F_{12}	facteur de forme entre les surfaces 1 et 2	
F_{21}	facteur de forme entre les surfaces 2 et 1	
\mathcal{F}_{12}	facteur de forme entre les surfaces 1 et 2	
g	accélération gravitationnelle	m/s^2
g_x	accélération gravitationnelle selon x	m/s^2
g_y	accélération gravitationnelle selon y	m/s^2
g_z	accélération gravitationnelle selon z	m/s^2
G	éclairage incident	W/m^2
h	coefficient de film convectif	$W/(m^2K)$
\bar{h}	valeur moyenne de h (sur toute la surface)	$W/(m^2K)$
I	courant électrique	ampère
J_1	radiosité de la surface 1	W/m^2
J_2	radiosité de la surface 2	W/m^2
k	énergie cinétique turbulente	J/kg
k	conductivité thermique	$W/(m K)$

k	constante de Boltzmann	J/K
L	longueur, distance	m
m	mètre	
min	minute	
$\overline{Nu_l}$	nombre de Nusselt moyen	
p	pression	N/m^2
pi	pied	
Pr	nombre de Prandtl	
q	flux de chaleur	$W/(m^2 K)$
q_{1-2}	flux de chaleur entre les surfaces 1 et 2	$W/(m^2 K)$
q_{conv}	flux de chaleur dû à la convection forcée	$W/(m^2 K)$
q_{ray}	flux de chaleur dû au rayonnement	$W/(m^2 K)$
q_{tot}	flux de chaleur total	$W/(m^2 K)$
Q	débit massique	kg/s
R	résistance thermique	K/W
R	constante d'un gaz	$J/(kg K)$
Re	nombre de Reynolds	
Re_l	nombre de Reynolds sur une longueur l	
Re_x	nombre de Reynolds à une distance x	
s	seconde	
S	terme source	
t	tonne métrique	kg
t	temps	seconde
T	température	$^{\circ}C, K$
T_1	température de la surface 1	$^{\circ}C, K$
T_2	température de la surface 2	$^{\circ}C, K$
T_f	température de film	$^{\circ}C, K$
T_g	température des gaz	$^{\circ}C, K$
T_p	température à la paroi	$^{\circ}C, K$

T_s	température à la surface	°C, K
T_∞	température à une distance infinie	°C, K
$\{T\}$	vecteur colonne des inconnus	
u	vitesse selon la direction x	m/s
u_∞	vitesse à une distance infinie	m/s
u'	partie fluctuante de u	m/s
\bar{u}	valeur moyenne de u	m/s
$\overline{u'}$	moyenne temporelle de u'	m/s
v	vitesse selon la direction y	m/s
v'	partie fluctuante de v	m/s
\bar{v}	valeur moyenne de v	m/s
$\overline{v'}$	moyenne temporelle de v'	m/s
\mathbf{v}	vecteur vitesse coordonnée cartésienne	
\vec{v}	vecteur vitesse	
U_0	vitesse initiale	m/s
V	volume	m^3
V	vitesse	m/s
w	vitesse selon la direction z	m/s
w'	partie fluctuante de w	m/s
\bar{w}	valeur moyenne de w	m/s
$\overline{w'}$	moyenne temporelle de w'	m/s
x	distance	m

α	fraction absorbée de l'éclairement incident	
δ	épaisseur de la couche limite	m
ϵ	énergie cinétique de dissipation	$J/(kg \cdot s)$
ϵ	émissivité	

μ	coefficient de viscosité	$kg/(s \cdot m)$
ν	viscosité cinématique	m^2/s
ξ	deuxième coefficient de viscosité	$kg/(s \cdot m)$
ρ	densité	kg/m^3
ρ	fraction réfléchie de l'éclairement incident	
σ	constante de Stefan-Boltzmann	$W/(m^2K^4)$
τ	intervalle de temps	s
τ	fraction transmise de l'éclairement incident	
$\frac{D}{Dt}$	dérivée particulaire	s^{-1}
∇^2	opérateur laplacien	m^{-2}
∇	nabla	m^{-1}
$\frac{\partial}{\partial t}$	dérivée locale	s^{-1}

CHAPITRE I

INTRODUCTION

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Dans de nombreux procédés industriels, les mécanismes de transfert de chaleur représentent un aspect important dans la conception et l'opération. Le rendement optimum de tels procédés est étroitement lié à la distribution des températures à l'intérieur du système et au transfert de chaleur qui se produit dans l'espace et dans le temps. Dans l'industrie manufacturière, les systèmes dont la conception est liée en majeure partie aux mécanismes de transfert de chaleur incluent, entre autres, les fours de pré-chauffage et d'homogénéisation.

De façon générale, ce type de four sert au traitement thermique des lingots et des bobines de métal. De façon plus précise, dans le traitement des lingots d'aluminium, il a pour rôle d'élever leur température jusqu'à la température de laminage. Il peut aussi les maintenir à certaines températures critiques pendant une période de temps déterminée pour assurer une distribution uniforme des éléments d'alliages à travers tout le lingot.

Différents arrangements de ce type de four existent, cependant leur fonctionnement demeure sensiblement le même: de l'air chaud, à une température d'environ 600°C, circule le long des lingots, dont la température initiale est d'environ 20°C. Cet air chaud, fourni soit par des brûleurs au gaz ou par des tubes radiants, est recirculé par des ventilateurs situés à la base du four.

Puisque l'étude du transfert de chaleur à l'intérieur d'un tel four s'avère relativement complexe (modes combinés de transfert de chaleur, géométrie complexe (3D), écoulement turbulent, etc.), il est difficile d'utiliser les méthodes analytiques comme outil d'analyse. Quant aux méthodes expérimentales, le coût, le temps et les efforts nécessaires à leur réalisation les rendent, dans la plupart des cas, inaccessibles. Il ne reste finalement que les méthodes numériques. L'avènement d'ordinateurs toujours plus puissants et d'algorithmes de solution toujours plus efficaces les rendent de plus en plus attrayantes pour résoudre ce type de problème. De plus, lorsque le modèle est complété, la grande flexibilité des méthodes numériques permet d'étudier plusieurs cas différents en ne changeant qu'un seul paramètre dans le modèle.

Une analyse des travaux publiés a montré que certains auteurs ont concentré leurs efforts sur le contrôle de la température à l'intérieur des fours d'homogénéisation (Ross⁵, Shannon⁸), d'autres ont construit des modèles mathématiques pour simuler l'écoulement des gaz et le transfert de chaleur à l'intérieur de fours d'homogénéisation en continu (Li³, Ono⁴). Cependant, à notre connaissance, aucune étude paramétrique sur l'écoulement des gaz et les échanges thermiques à l'intérieur d'un four d'homogénéisation n'a encore été publiée. Deux objectifs principaux ont donc été fixés pour la présente étude. Premièrement, développer un outil mathématique capable de donner une représentation réaliste des échanges de chaleur, en régime transitoire et en trois dimensions, à l'intérieur d'un four de pré-chauffage et d'homogénéisation et, en second lieu, faire l'étude de quatre (4) paramètres régissant le transfert de chaleur à l'intérieur du four i.e., la distance entre les lingots, le débit massique, la température des gaz et longueur des lingots.

Ce projet ayant été proposé par l'industrie, les raisons qui l'ont inspiré sont avant tout d'ordre économique. En augmentant l'efficacité des échanges de chaleur, le temps nécessaire pour amener les lingots d'aluminium aux températures désirées sera diminué, réduisant ainsi les coûts énergétiques et donc les coûts de production.

Dans son ensemble, le mémoire est divisé comme suit:

Le chapitre 2 sert à poser le problème et à définir les limites du projet. Les hypothèses de départ de même que les simplifications nécessaires à l'élaboration du modèle mathématique y sont décrites. Une brève description des logiciels utilisés et des équations de base complète ce chapitre.

Les résultats, numériques et graphiques, accompagnés d'une discussion font l'objet du chapitre 3.

Le chapitre 4 présente les conclusions et les recommandations de l'étude.

CHAPITRE II
PROBLÉMATIQUE

CHAPITRE II

PROBLÉMATIQUE

2.1 Description des fours.

Le modèle de four proposé (Fig. 2.1 et 2.2) est à chargement vertical. Il peut contenir quatorze lingots de 635mm x 1638mm x 5080mm (25po. x 64.5po. x 200po.) disposés en deux rangées parallèles de sept lingots chacune. Sa capacité est donc d'environ 172 t. de métal par fournée. L'énergie nécessaire au réchauffement des gaz est fournie par quatre brûleurs principaux et quatre brûleurs secondaires utilisant le gaz naturel comme combustible. Les brûleurs sont également alimentés en air de combustion chaud (récupération). Le débit des gaz à l'intérieur du four est d'environ 217m³/s (460,000 pi³/min). Leur circulation, assurée par des ventilateurs centrifuges à vitesse variable, se fait de haut en bas et n'est jamais inversée. Les gaz chauds qui arrivent sur le dessus des lingots sont redirigés par des déflecteurs. Aussi longtemps que la demande d'énergie le justifie, les brûleurs principaux demeurent en opération. Lorsque cette demande d'énergie devient suffisamment faible, les brûleurs secondaires prennent la relève. La température de l'air, à l'intérieur du four, est contrôlée par une boucle PID (proportionnelle/intégrale/différentielle).

Ceci constitue l'ensemble des informations dont nous disposons au départ et qui ont servi à l'élaboration du modèle. La section 2.2 présente les logiciels de même que les

principales équations qu'ils utilisent. La structure du modèle est décrite à la section 2.3.

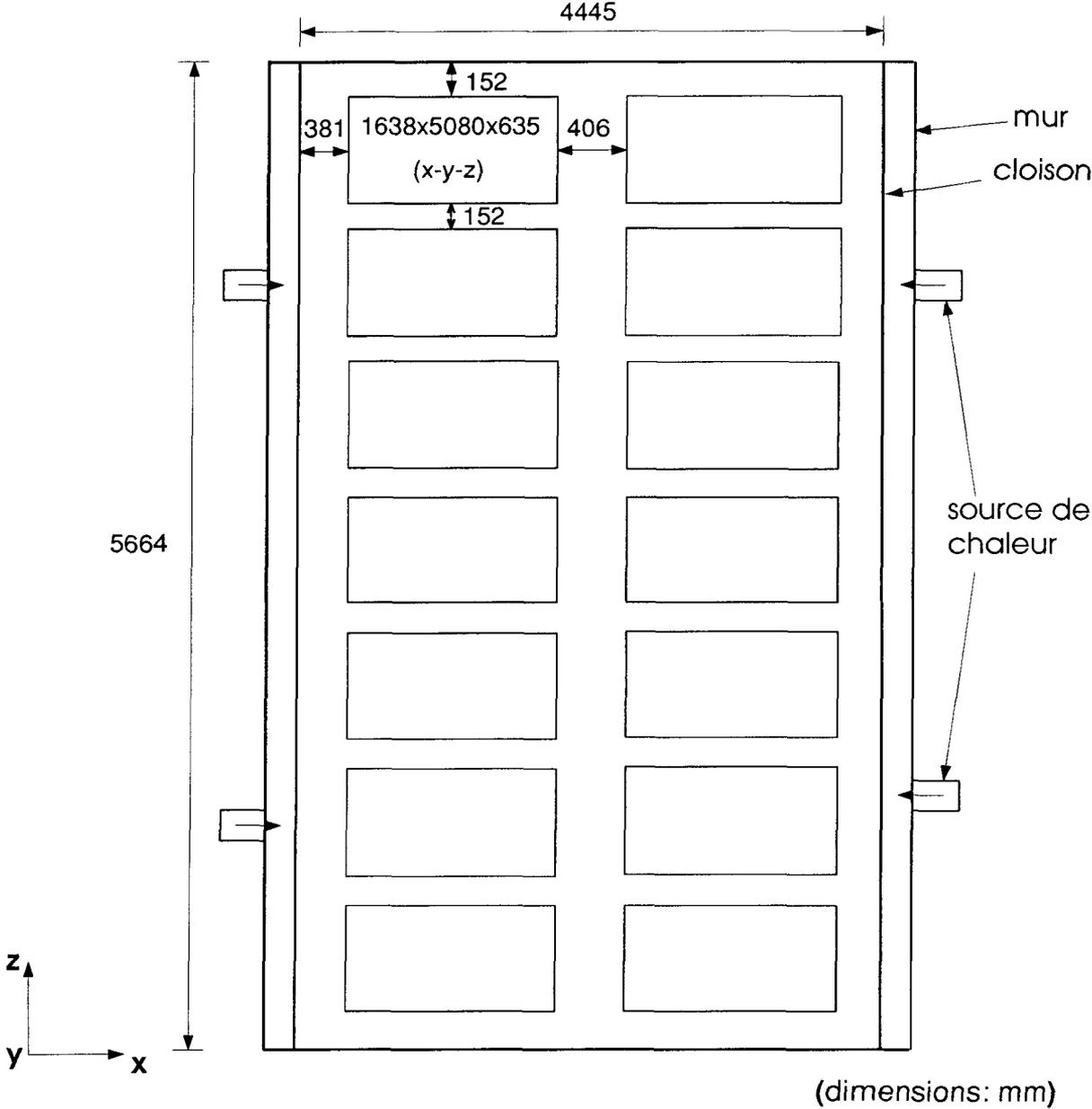


Figure 2.1. Four d'homogénéisation typique. Vue en plan

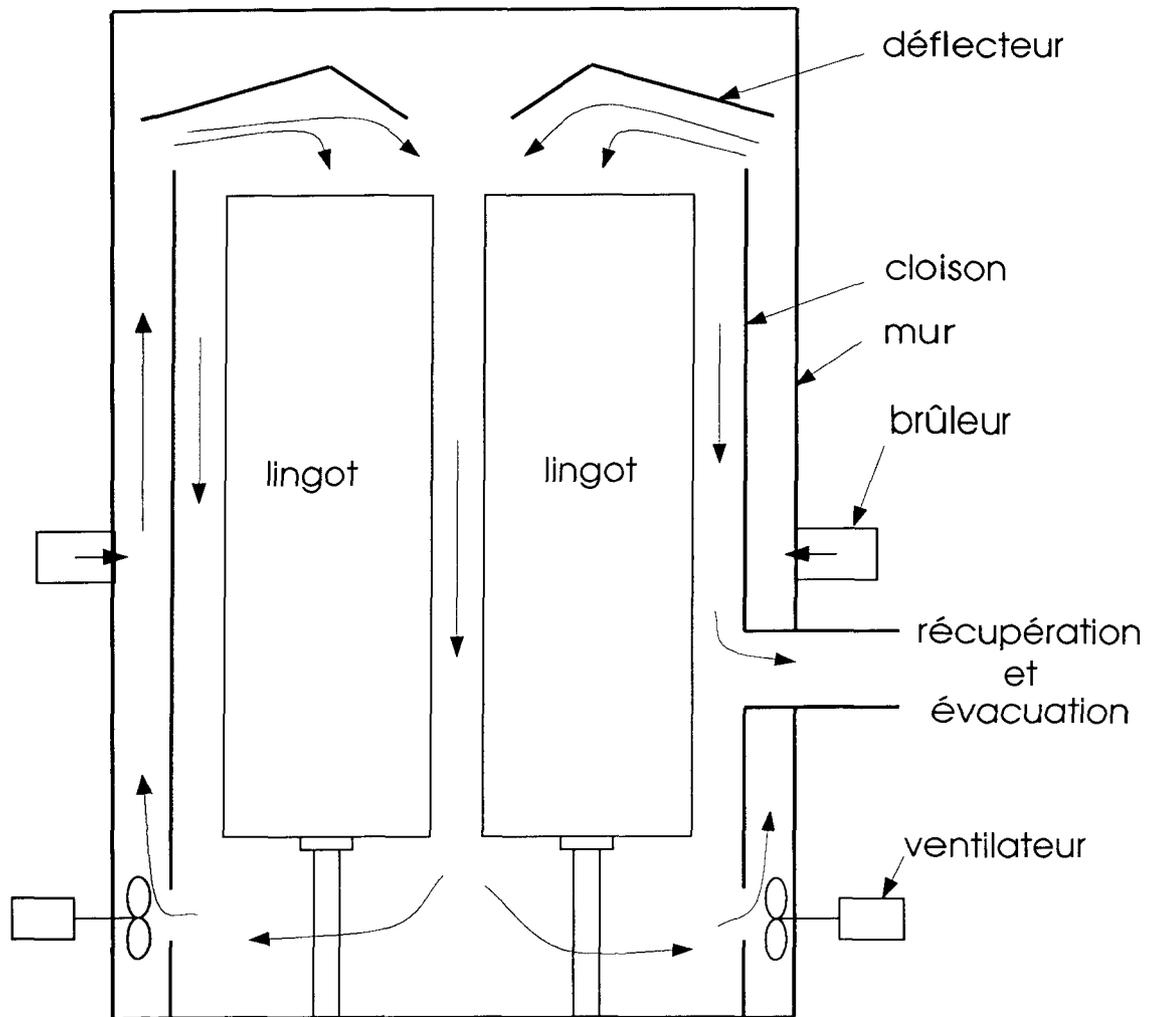


Figure 2.2. Four d'homogénéisation typique. Élévation

2.2 Logiciels et équations de base.

L'analyse globale de l'écoulement des gaz et du transfert de chaleur à l'intérieur des fours de pré-chauffage et d'homogénéisation a été réalisée à l'aide des logiciels commerciaux suivants: PATRAN, FLOTRAN, P/THERMAL et P/VIEWFACTOR. Il s'agit d'un ensemble de modules compatibles qui se transmettent de l'information par

l'intermédiaire de fichiers dits neutres. Le choix de ces logiciels repose principalement sur leur capacité de traiter les phénomènes de transfert de chaleur en cause dans cette étude avec le minimum d'intervention de la part de l'utilisateur, leur relative facilité d'apprentissage et leur disponibilité. Le rôle de chacun de ces logiciels de même que les principales équations qu'ils utilisent sont brièvement décrits ci-après.

2.2.1 Patran — Le pré et le post-traitement sont réalisés par PATRAN (PDA Engineering). Il permet de définir le modèle par éléments finis, de spécifier les types de matériaux, d'assigner les températures, sources de chaleur, les conditions limites de convection ou de rayonnement et, finalement, de voir les résultats de l'analyse.

2.2.2 Flotran — FLOTRAN (Compuflo) est un outil d'analyse général pour le traitement, en deux ou trois dimensions, de l'écoulement des fluides, y compris les fluides visqueux, et/ou du transfert de chaleur (détermination du flux de chaleur et du coefficient de film). Ce logiciel utilise la méthode des éléments finis.

La formulation permet l'inclusion de l'équation d'énergie, lorsque nécessaire. Une équation d'état peut aussi être utilisée pour les écoulements de fluides dont les propriétés (densité, viscosité, conductivité) peuvent changer au cours de l'analyse.

Les équations de quantité de mouvement, continuité, l'équation d'énergie et l'équation d'état représentent les équations de base. Ces équations sont représentées en termes de variables primitives i.e. pression et vitesse. En plus des équations de base, les équations pour un modèle turbulent (modèle $k - \epsilon$) sont également disponibles pour simuler ce type d'écoulement.

2.2.2.1 Équations. L'état d'écoulement d'un fluide est donné par le vecteur de vitesse \vec{v} , la densité ρ , la pression p et la température T . Le vecteur de vitesse \vec{v} a les composantes u , v et w dans les directions x , y et z respectivement. Les propriétés internes μ (viscosité), ξ (deuxième coefficient de viscosité), c_p (chaleur spécifique à pression constante) et c_v (chaleur spécifique à volume constante) étant connues, les équations suivantes permettent de déterminer les six variables dépendantes inconnues u , v , w , ρ , p et T .

1– L'équation de continuité qui exige la conservation de la masse de la particule de fluide:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

2– L'équation de la quantité de mouvement qui traduit la loi de Newton appliquée à des particules de fluides (équations de Navier-Stokes):

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \xi \nabla \cdot \mathbf{v} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \xi \nabla \cdot \mathbf{v} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \xi \nabla \cdot \mathbf{v} \right]$$

Lorsque l'écoulement est incompressible et à coefficient μ constant, les équations de Navier-Stokes se résument à:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (5)$$

où

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \quad (6)$$

3 — L'équation d'énergie qui exige que l'énergie ne puisse être ni créée ni détruite, exprime la conservation de l'énergie de la particule de fluide:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} + \rho w c_p \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

$$+ v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S$$

4 — L'équation d'état constitutive (ou l'équation constitutive) qui donne une relation entre les variables d'état. Pour un gaz comme l'air, la loi des gaz parfaits peut être utilisée dans des conditions générales d'écoulement:

$$p = \rho RT \quad (8)$$

Les équations 1 à 7 sont valables pour un écoulement laminaire. Pour obtenir les équations propres à l'écoulement turbulent, il est nécessaire d'évaluer la moyenne de chaque terme dans les équations de continuité et de Navier-Stokes. Donnons d'abord quelques définitions.

Une composante quelconque du vecteur vitesse, par exemple u , peut s'écrire sous la forme:

$$u = \bar{u} + u' \quad (9)$$

où \bar{u} traduit la valeur moyenne indépendante du temps et u' représente une partie fluctuante superposée à u . Par définition, la moyenne temporelle de u' est nulle, on peut donc écrire:

$$\overline{u'} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u' dt \equiv 0 \quad (10)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u \cdot dt \quad (11)$$

Dans le cas d'un écoulement incompressible et en régime permanent, l'équation de continuité s'écrit:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

D'après les définitions (10) et (11) précédentes, nous obtenons:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial u}}{\partial x} &= \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \\ &= \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\tau} u \cdot dt \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (\bar{u} + u') dt \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{u} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} dt + 0 \right] \\ &= \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \end{aligned} \quad (13)$$

on peut donc écrire:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

et en soustrayant l'équation 14 de l'équation 12, on trouve:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

La composante i des équations de quantité de mouvement pour un écoulement incompressible et en régime transitoire peut s'écrire:

$$\rho \frac{\partial}{\partial x}(u^2) + \rho \frac{\partial}{\partial y}(uv) + \rho \frac{\partial}{\partial z}(uw) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \nabla^2 u \quad (16)$$

en appliquant les définitions (10) et (11) précédentes, on obtient:

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial(u^2)}{\partial x}} &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{\partial(u^2)}{\partial x} \cdot dt \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\tau} \int_0^\tau (\bar{u} + u')^2 dt \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\tau} \int_0^\tau (\bar{u}^2 + 2\bar{u}u' + u'^2) dt \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} [\bar{u}^2 + \overline{u'^2}] \end{aligned} \quad (17)$$

de la même façon,

$$\overline{\frac{\partial}{\partial y}(uv)} = \frac{\partial}{\partial y} [\bar{u}\bar{v} + \overline{u'v'}] \quad (18)$$

$$\overline{\frac{\partial}{\partial z}(uw)} = \frac{\partial}{\partial z} [\bar{u}\bar{w} + \overline{u'w'}]$$

Tous les termes du membre de droite de l'équation 16 étant linéaires, on obtient donc après avoir appliqué les relations (10), (11), et (14) les résultats suivants pour la composante i des équations de quantité de mouvement:

$$\rho\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \rho\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \rho\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} =$$

(19)

$$\rho\bar{g}_x - \frac{\partial\bar{p}}{\partial x} + \mu\nabla^2\bar{u} - \rho\frac{\partial}{\partial x}(\overline{u^2}) - \rho\frac{\partial}{\partial y}(\overline{u'v'}) - \rho\frac{\partial}{\partial z}(\overline{u'w'})$$

On notera l'introduction de nouveaux termes dans les équations de Navier-Stokes appelés contraintes de Reynolds ($u', u'v', u'w'$). Les mêmes développements peuvent être effectués pour les composantes j et k qu'il n'est cependant pas utile de répéter ici. Ceci représente la première étape dans la construction d'un modèle en régime turbulent. Pour plus de détails, nous référons à Ruyhming⁶.

Pour calculer le flux de chaleur sur une face d'un élément, FLOTRAN réalise un bilan énergétique après la dernière itération. De façon générale, pour un modèle en trois dimensions, nous avons:

$$\rho u c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} + \rho w c_p \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S \quad (20)$$

Cette équation est discrétisée pour obtenir:

$$[a]\{T\} = \{f\}$$

(21)

$$\dot{q}_{cal.} = [a]\{T\} - \{f\}$$

où $[a]$ représente la matrice des coefficients de discrétisation, $\{T\}$ le vecteur colonne des inconnus et $\{f\}$ le vecteur colonne des conditions limites.

Lorsque, comme dans le cas qui nous intéresse, les températures sont spécifiées aux frontières, nous avons:

$$\dot{q}_{cal.} = \text{flux de chaleur nécessaire pour maintenir cette température.} \quad (22)$$

Le coefficient de film h est alors obtenu de la façon suivante:

$$h = \frac{\dot{q}_{cal.}}{A \cdot (T_s - T_g)} \quad (23)$$

Pour approfondir les différentes théories et méthodes numériques utilisées par FLO-TRAN, on se réfèrera à Schnipke⁷.

2.2.3 P/Thermal Il s'agit d'un logiciel sophistiqué d'analyse de transfert de chaleur utilisant la méthode des éléments finis et des différences finies. Il est possible, à l'aide de ce logiciel, de résoudre des problèmes très complexes de transfert de chaleur soit en régime transitoire ou permanent. Il peut traiter également n'importe quelle combinaison des modes de transfert de chaleur i.e. convection et/ou conduction et/ou rayonnement. Le logiciel (PDA Engineering) est composé de trois modules:

- Q/TRAN: logiciel de calcul des différents phénomènes de transfert de chaleur.
- PATQ: programme de communication (interface) entre les logiciels PATRAN, Q/tran et P/VIEWFACTOR.
- P/VIEWFACTOR: module de calcul des facteurs de forme utilisés pour le rayonnement.

2.2.3.1 Équations.

La distribution des températures à travers le lingot est obtenue en résolvant l'équation de conduction de chaleur tri-dimensionnelle et en régime transitoire suivante:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (24)$$

Pour le cas qui nous intéresse, la circulation des gaz chauds (convection forcée) et le rayonnement des parois du four sont responsables de l'augmentation de température du lingot. Le flux de chaleur transféré à n'importe quelle surface du lingot est donné par:

$$q_{tot.} = q_{conv.} + q_{ray.} \quad (25)$$

Le flux de chaleur résultant de l'écoulement des gaz chauds ($q_{conv.}$) est fourni par FLOTRAN et a été discuté précédemment. Quant au flux de chaleur résultant du rayonnement des parois du four, il est égal à:

$$q_{ray.} = \sigma \cdot A_1 \cdot \mathcal{F}_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (26)$$

Pour le calcul de la conduction de chaleur à l'intérieur du lingot et du flux de chaleur par rayonnement, P/THERMAL utilise la méthode des réseaux. Il y a deux raisons principales qui justifient l'utilisation de cette méthode: premièrement, une plus grande facilité à traiter différentes combinaisons de conditions frontalières comparativement aux méthodes des différences finies et des éléments finis et, deuxièmement, la grande rapidité de calcul même pour les problèmes fortement non-linéaires. Nous allons introduire cette

méthode pour la conduction en régime transitoire et le rayonnement qui nous intéressent plus particulièrement.

En régime permanent, la formule de base qui traduit le passage du courant électrique à travers une résistance est:

$$I_{12} = \frac{E_1 - E_2}{R} \quad (27)$$

où I est le courant électrique, E le voltage et R , la résistance électrique. L'équation analogue qui traduit la conduction de chaleur à travers une résistance thermique est:

$$q_{12} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad (28)$$

En une dimension,

$$R = \frac{L}{kA} \quad (29)$$

où L représente la distance entre les deux noeuds, k la conductivité thermique et A , la section à travers laquelle la chaleur peut passer d'un noeud à l'autre. En deux ou trois dimensions, un problème de conduction se traduit par un réseau de deux ou trois noeuds dans chacune des deux ou trois directions respectivement.

En régime transitoire, il faut inclure la capacitance. Du côté électrique, l'équation devient:

$$I = \frac{dE}{dt} \cdot C \quad (30)$$

où C représente la valeur de la capacitance électrique et dE/dt , la variation du voltage en fonction du temps. Du côté transfert de chaleur on obtient:

$$q = \frac{dT}{dt} \cdot C \quad (31)$$

la capacitance thermique étant égale à:

$$C = \rho \cdot V \cdot c_p \quad (32)$$

où ρ correspond à la densité du matériau, V au volume associé au noeud et c_p , à la chaleur massique du matériau.

Le cas du rayonnement est un peu plus complexe. L'équation qui traduit le transfert d'énergie par rayonnement entre deux noeuds est:

$$q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{R} \quad (33)$$

où σ est la constante de Stefan-Boltzmann, T_1 et T_2 les températures absolues des noeuds 1 et 2 alors que R représente la résistance thermique. Cette résistance peut prendre plusieurs formes selon qu'il s'agisse d'un corps noir ou d'un corps gris, que les propriétés des matériaux soient constantes ou qu'elles varient en fonction du temps, de la température ou de la longueur d'onde. Elle dépend aussi de la façon dont les corps aux températures T_1 et T_2 sont disposés l'un par rapport à l'autre. Dans la présente étude, on suppose que les surfaces des murs du four et des lingots sont grises et que leur émissivité est constante. Également, on suppose que les gaz chauds qui circulent dans le four ont une transmissivité égale à 1.0. Ceci simplifie le problème et, à toute fin pratique, deux

résistances thermiques seront utilisées pour le rayonnement. On introduit ici ces deux principaux types de résistances thermiques.

Lorsqu'un rayonnement quelconque frappe une surface, une partie de l'énergie est réfléchiée (ρ), une partie est absorbée (α) et une dernière partie est transmise (τ) (voir Fig.2.3). On a donc:

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \quad (34)$$

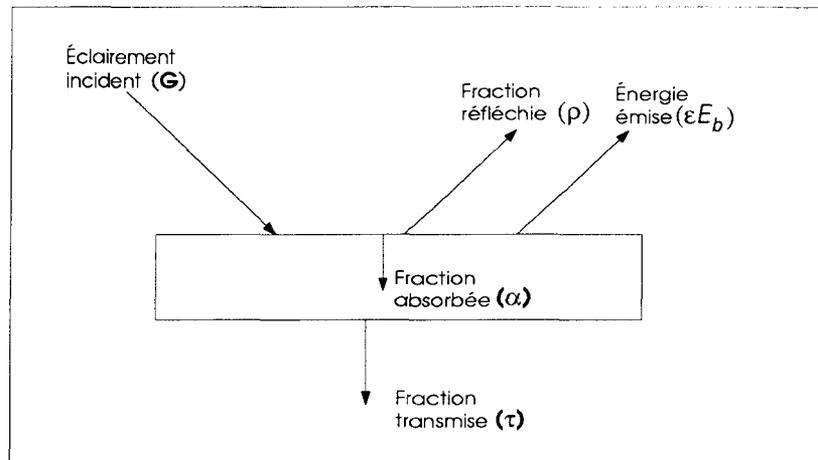


figure 2.3. Répartition d'un rayonnement incident sur une surface grise

Cependant, la plupart des matériaux ne transmettent pas le rayonnement thermique (matériaux opaques) donc $\tau = 0$, ce qui donne:

$$\rho + \alpha = 1 \quad (35)$$

La radiosité (J) représente la somme de l'énergie émise (ϵE_b) et de l'énergie réfléchiée lorsqu'il n'y a pas d'énergie transmise, i.e.:

$$J = \epsilon E_b + \rho G \quad (36)$$

En introduisant l'identité de Kirchhoff selon laquelle ($\alpha = \epsilon$) on obtient:

$$\rho = 1 - \alpha = 1 - \epsilon \quad (37)$$

alors,

$$J = \epsilon E_b + (1 - \epsilon)G \quad (38)$$

L'énergie nette quittant la surface est la différence entre la radiosité et l'éclairement:

$$\frac{q}{A} = J - G = \epsilon E_b + (1 - \epsilon)G - G \quad (39)$$

En réarrangeant, on obtient:

$$q = \frac{\epsilon A}{1 - \epsilon} (E_b - J) \quad (40)$$

ou

$$q = \frac{E_b - J}{(1 - \epsilon)/\epsilon A} \quad (41)$$

Le dénominateur, à droite de l'équation, est appelé "résistance de surface" parce que la surface grise réfléchit une partie de l'éclairement.

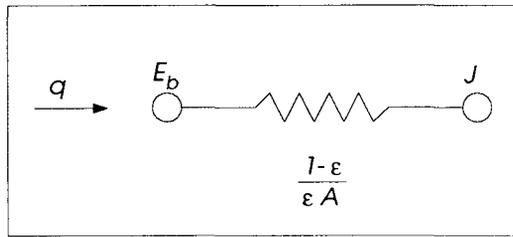


Figure 2.4. Résistance de surface

Considérons maintenant l'énergie radiante échangée par deux surfaces A_1 et A_2 . La surface A_2 reçoit de la surface A_1 une quantité d'énergie égale à:

$$J_1 A_1 F_{12} \quad (42)$$

De la même façon, la surface A_1 reçoit de la surface A_2 une quantité d'énergie égale à

$$J_2 A_2 F_{21} \quad (43)$$

L'échange net entre les deux surfaces est égal à:

$$q_{1-2} = J_1 A_1 F_{12} - J_2 A_2 F_{21} \quad (44)$$

Cependant, d'après le principe de réciprocité:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (45)$$

Donc

$$q_{1-2} = (J_1 - J_2)A_1F_{12} = (J_1 - J_2)A_2F_{21} \quad (46)$$

$$q_{1-2} = \frac{J_1 - J_2}{1/A_1F_{12}}$$

Le dénominateur, à droite de l'équation, est appelé "résistance géométrique" parce que ce n'est pas toute l'énergie radiante issue de 1 qui arrive à 2.

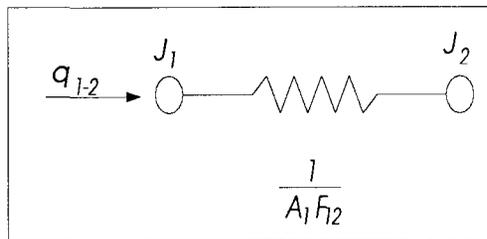


Figure 2.5. Résistance géométrique

Les deux éléments de réseaux montrés aux figures 2.4 et 2.5 représentent l'essentiel de la méthode des réseaux pour le rayonnement. Pour représenter une situation particulière, il suffit d'associer une résistance de surface $(1 - \epsilon)/\epsilon A$ à chacune des surfaces et une résistance géométrique $1/A_1F_{12}$ à chaque "différence de potentiel" $(J_1 - J_2)$.

Les différents types de résistances géométriques et de surface sont bien décrites dans le "manuel de l'utilisateur" de P/THERMAL. Une description plus détaillée de la méthode des réseaux peut être retrouvée entre autres dans Holman².

2.3 Élaboration du modèle.

De façon générale, le modèle est construit dans le but d'accroître la compréhension des phénomènes de transfert en jeu à l'intérieur du four. Cependant, il pourra, éventuellement,

éclairer certaines décisions au niveau de la gestion, du contrôle et de la conception. Le modèle donne une image restreinte du système réel puisqu'il est impossible de modéliser le four dans son ensemble. Cette image est fonction des hypothèses, coefficients, conditions initiales et frontalières choisis ou fixés au début du processus.

L'objectif principal est de vérifier l'importance de quatre paramètres dans les phénomènes d'échange de chaleur à l'intérieur du four et non pas de construire un modèle représentant fidèlement la réalité. Cependant le modèle est construit de façon souple de manière à faciliter toute amélioration ultérieure.

La première étape, dans la construction du modèle, consiste à simplifier le système réel tout en demeurant le plus près possible de la réalité. Ceci est réalisé d'abord en utilisant la symétrie à l'intérieur du four et ensuite en éliminant tout ce qui ne touche pas de près nos objectifs. En examinant de façon attentive la géométrie du four on s'aperçoit qu'il est possible d'utiliser trois plans de symétrie (voir Fig. 2.6). Le plan de symétrie #1 sépare le four en deux parties égales dans le sens de la longueur. Le plan de symétrie #2 a été placé, de façon arbitraire, entre les lingots #8 et #9 (plusieurs autres emplacements étant possibles). Quant au troisième, il passe par le centre du lingot #9. Le domaine à l'étude se trouve ainsi considérablement réduit, tout en demeurant réaliste, et peut maintenant être traité par les logiciels commerciaux déjà mentionnés.

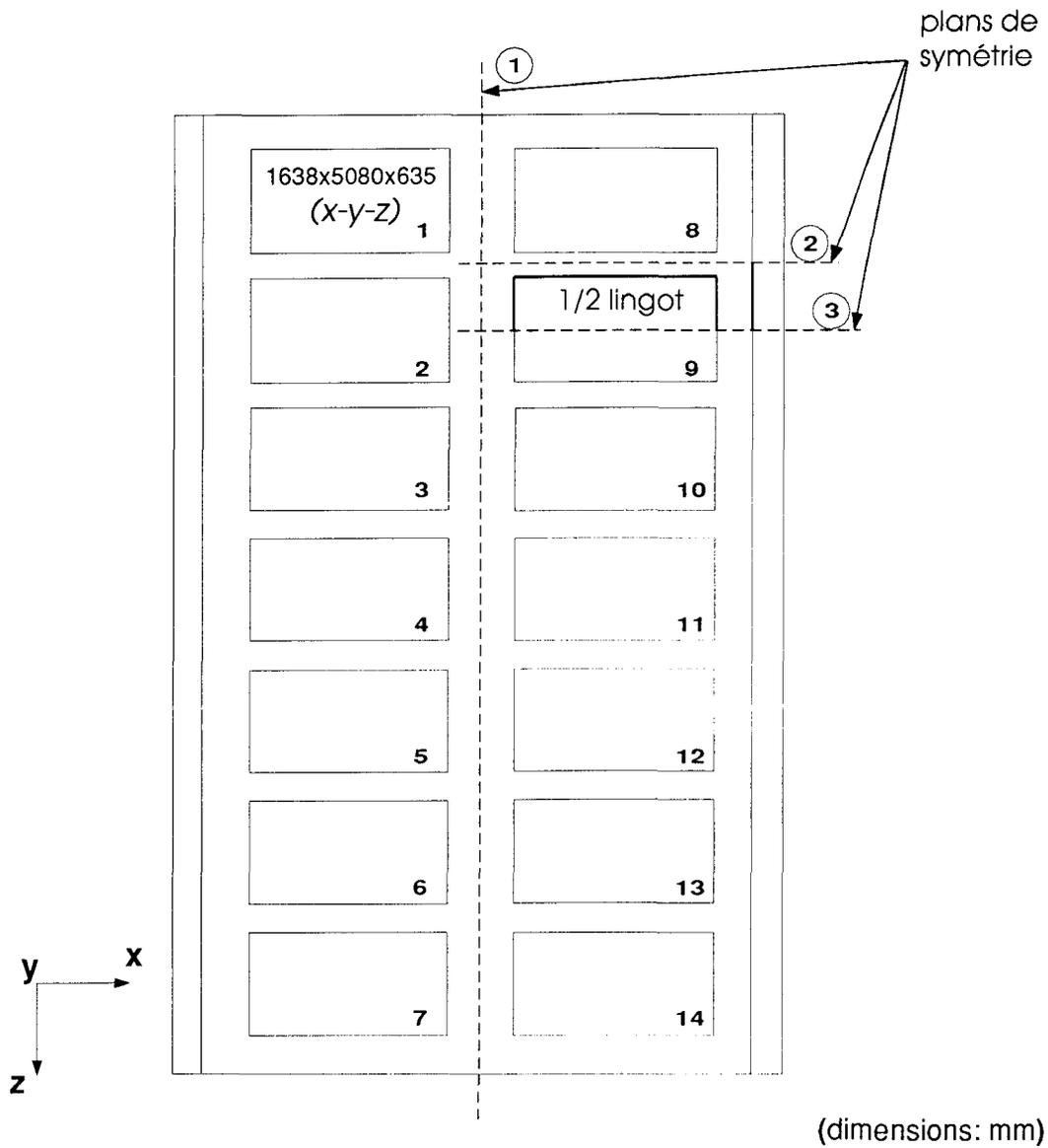


Figure 2.6. Symétrie à l'intérieur du four. Vue en plan.

En fonction des logiciels utilisés, le modèle global simulant les échanges thermiques à l'intérieur du four est constitué des trois modèles intermédiaires suivants:

1- un premier modèle simulant l'écoulement des gaz chauds à l'intérieur du four.

2– un second modèle simulant le rayonnement à l'intérieur du four.

3– un troisième modèle simulant la conduction à l'intérieur du lingot en appliquant comme conditions limites le coefficient de film dû à la convection forcée (h) et le flux de chaleur dû au rayonnement ($q_{ray.}$). Dans ce modèle, le flux de chaleur dû à la convection forcée varie proportionnellement à la différence entre la température des gaz et la température de la surface du lingot:

$$\frac{q}{A} = h(T_g - T_s) \quad (47)$$

alors que le flux de chaleur dû au rayonnement varie proportionnellement à la différence entre la température des gaz à la puissance quatre et la température de la surface à la puissance quatre:

$$\frac{q}{A} = \sigma \mathcal{F}_{12}(T_p^4 - T_s^4) \quad (48)$$

Dans l'élaboration du premier modèle simulant l'écoulement turbulent et incompressible de l'air chaud à l'intérieur du four, la géométrie et les conditions limites sont définies par PATRAN (voir Fig. 2.7 et 2.8) tandis que les calculs du champ de vitesse, du champ de température des gaz, du flux de chaleur et du coefficient de film sont réalisés par FLOTRAN. Brièvement, l'entrée de l'air chaud est située à 1.08m (42.5 pouces) au-dessus du lingot et l'écoulement est perpendiculaire à sa face supérieure. La température et la vitesse de l'air, à l'entrée, sont constantes et respectivement égales à 600°C et 8.5 m/s. L'écoulement se fait donc de haut en bas et n'est jamais inversé. Quant aux parois du four, on considère qu'elles sont pré-chauffées à une température égale à celle des gaz d'entrée.

Le modèle ainsi construit donne le coefficient de film sur toutes les faces du lingot sauf sur la face inférieure.

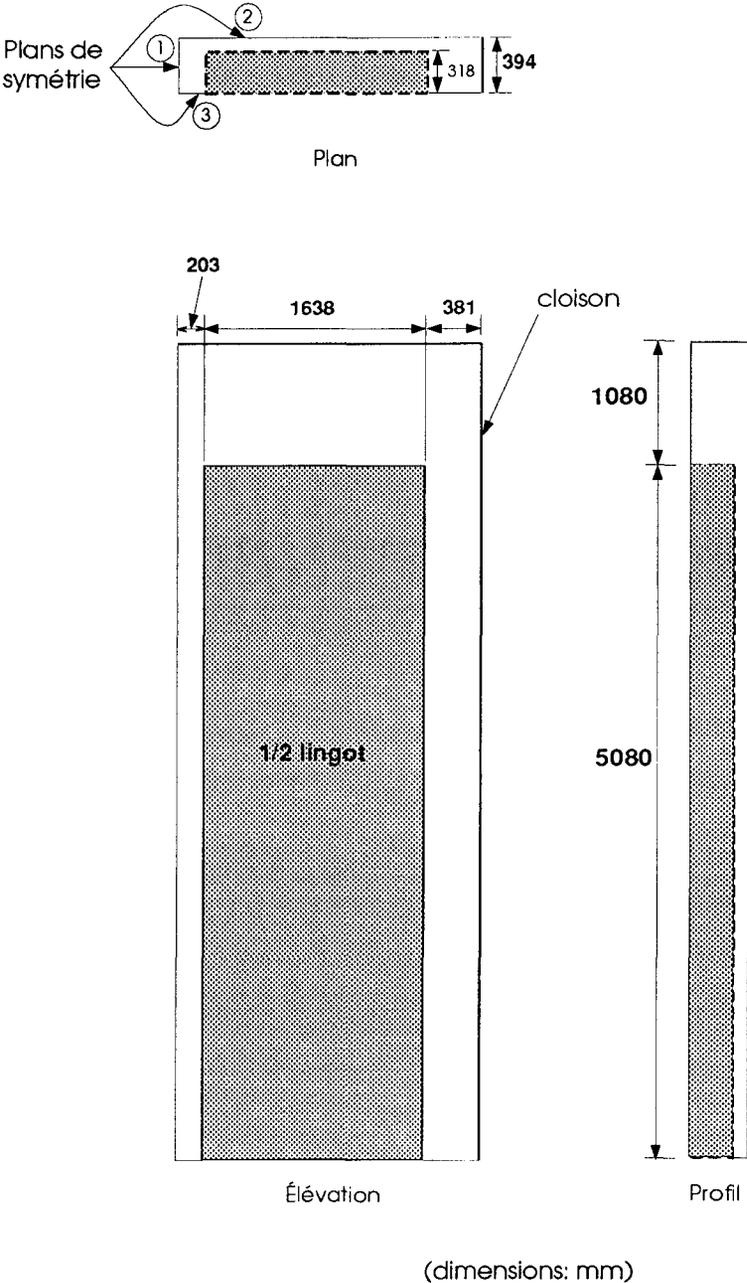


Figure 2.7. Modèle pour la convection forcée. Plan, élévation, profil.

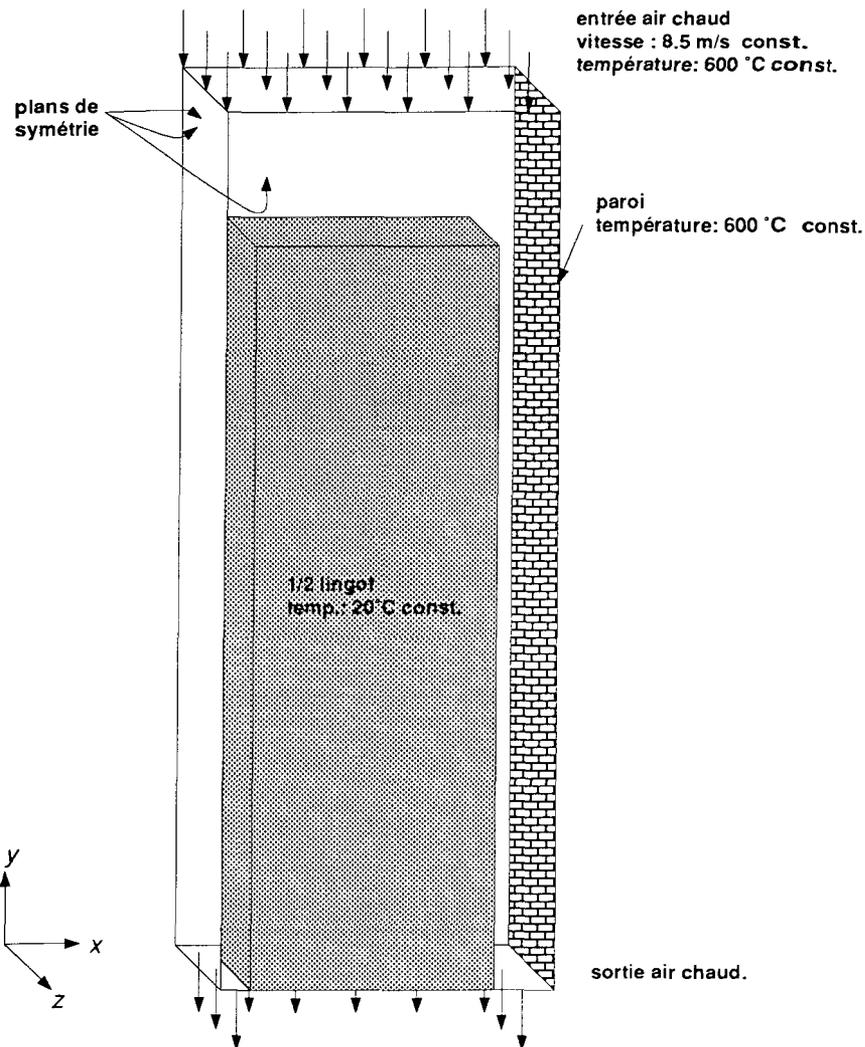


Figure 2.8. Modèle pour la convection forcée. Vue axonométrique.

Cependant, en se référant aux travaux de Giedt¹ (voir annexe A) concernant l'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre, écoulement perpendiculaire à l'axe du cylindre, et comme première approximation, on applique intégralement sur la face inférieure du lingot le coefficient trouvé sur la face supérieure. Évidemment les systèmes physiques sont très différents et il n'y a pas de preuves rigoureuses pour justifier cette approche. N'ayant

pas de données plus précises, le but visé est tout simplement d'appliquer un coefficient de film dont l'ordre de grandeur est réaliste quitte à le corriger lors d'une éventuelle validation.

Après avoir fixé la géométrie et les conditions limites, il reste, pour compléter le modèle, à déterminer le maillage. Il faut d'abord mentionner que FLOTRAN, dans sa version actuelle, n'accepte que les éléments hexagonaux ou tétraédriques et pas plus de 50,000 noeuds. Étant donné que FLOTRAN calcule le flux de chaleur en fonction du gradient de température, il est important d'avoir un nombre suffisant de noeuds dans la couche limite turbulente. Pour déterminer le nombre adéquat de noeuds à utiliser dans cette couche limite, un problème académique, dont la solution est connue, a été résolu à l'aide de FLOTRAN (voir annexe B). Le maillage final contient 46,200 noeuds et 39,400 éléments. Ensuite, quelques simulations ont été réalisées (voir Fig. 2.9) pour déterminer le nombre d'itérations nécessaire à FLOTRAN pour résoudre l'écoulement et le transfert de chaleur dans le four. Les résultats nous indiquent que 85 itérations représentent un bon compromis précision/temps de calcul.

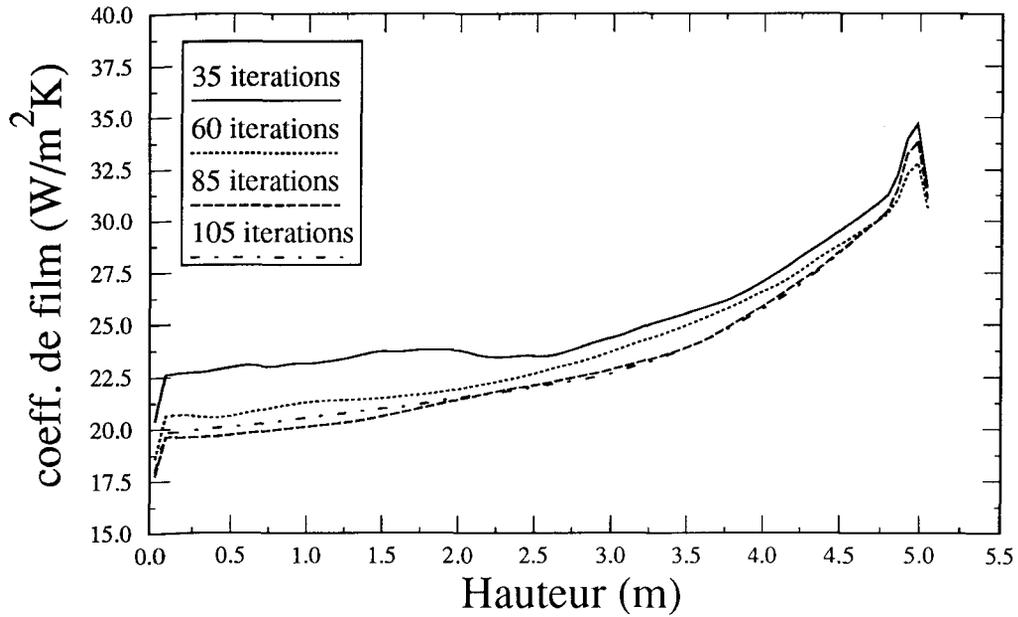


Figure 2.9. Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différents nombres d'itérations.

Il est important de mentionner également que le coefficient de film trouvé au temps $t = 0$ ne varie que légèrement tout au long de l'analyse i.e. en fonction de l'augmentation de température du lingot (voir Fig.2.10).

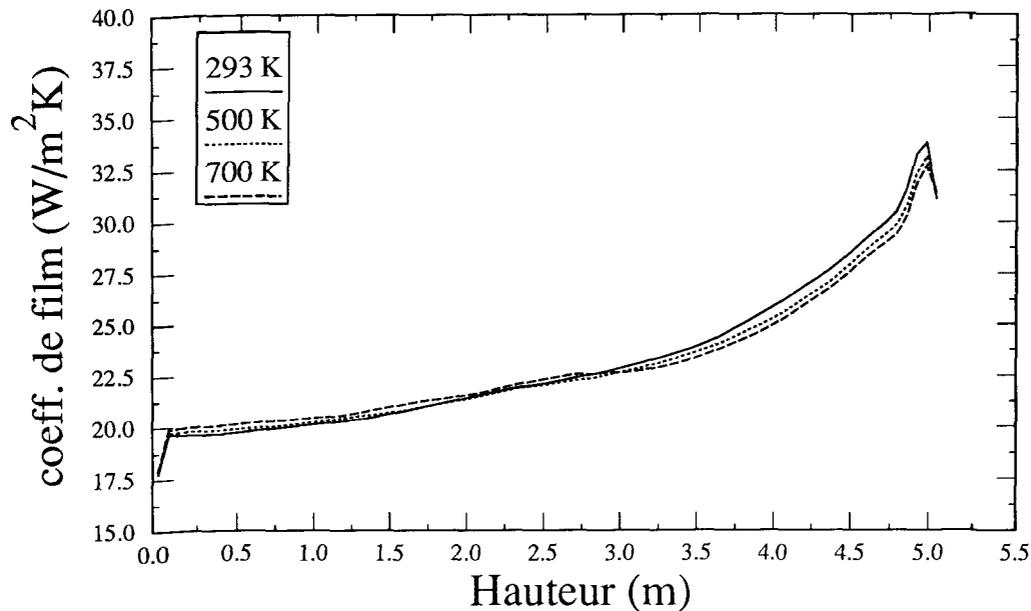


Figure 2.10. Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour des températures de lingot différentes. Air: 8.5 m/s , 600°C.

La faible variation du coefficient de film est due en partie au fait que dans le modèle de turbulence $k - \epsilon$, la viscosité turbulente et la diffusivité turbulente sont beaucoup plus importantes que la viscosité moléculaire et la diffusivité moléculaire de l'air pour les températures considérées. Donc les variations de la viscosité moléculaire et de la diffusivité moléculaire dues aux changements de température demeurent toujours faibles par rapport à la viscosité turbulente et à la diffusivité turbulente introduites par le code numérique. Étant donné que la variation est faible et dans le but de simplifier le modèle, on considère que le coefficient de film demeure constant. Ce modèle fournit le coefficient de film (h) à la surface du lingot qui sera utilisé comme condition limite dans le modèle de la conduction.

Le deuxième modèle simule le rayonnement à l'intérieur du four (voir Fig.2.11). Ce modèle fournit le flux de chaleur initial dû au rayonnement ($q_{ray.}$) qui sera utilisé comme condition limite dans le modèle de la conduction. Il est également construit à l'aide de PATRAN et le calcul du flux de chaleur ($q_{ray.}$) est réalisé par P/THERMAL. Dans la section 2 précédente, on a admis comme hypothèses que toutes les surfaces étaient grises et que l'air avait une transmissivité égale à 1.0. Ici, la cloison, le couvercle et le fond du four sont représentés par des surfaces planes (matériaux réfractaires) dont l'émissivité est de 0.8 et la température constante et égale à 600°C. La température du lingot est constante et égale à 20°C; son émissivité est de 0.2. Quant au maillage, pour des raisons de commodité, il est conçu sur le même modèle que celui de la convection forcée. Cependant, la géométrie étant simple et le fait que les gaz n'interviennent pas dans les échanges thermiques nous permettent d'utiliser un moins grand nombre d'éléments (1 ép. x 4 larg. x 16 haut.) pour résoudre de façon adéquate le rayonnement.

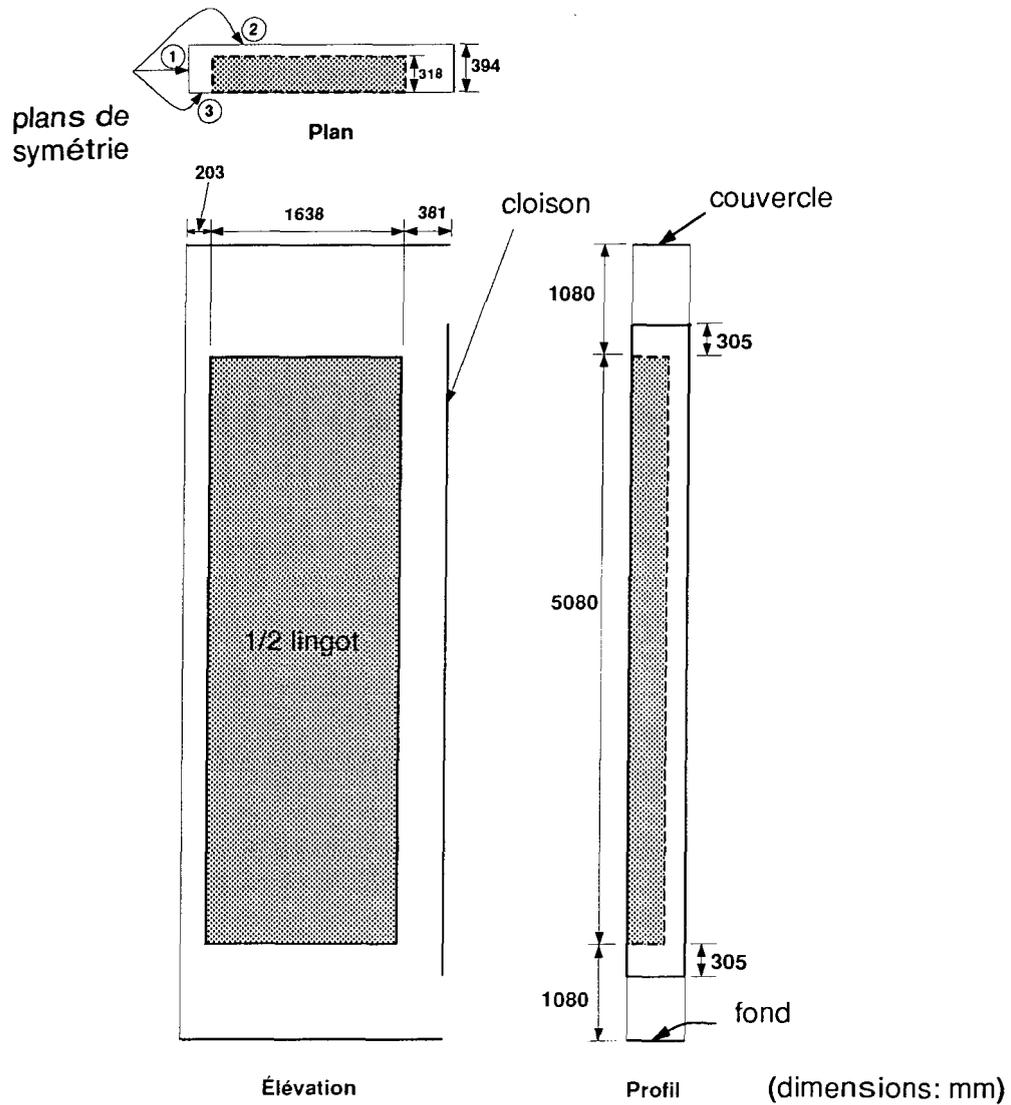


Figure 2.11. Modèle pour le rayonnement. Plan, élévation et profil. Le couvercle, le fond et la cloison du four contribuent au rayonnement.

Le troisième modèle simule la conduction à travers le lingot. Il est lui aussi construit à l'aide de PATRAN (voir Fig. 2.12) et le calcul de la distribution des températures à l'intérieur du lingot est effectué par P/THERMAL. Il s'agit simplement du demi-lingot avec comme conditions limites le coefficient de film (h) résultat de la convection forcée

chaleur ($q_{ray.}$) dû au rayonnement. Le maillage retenu est conçu sur le même modèle que celui utilisé pour la convection forcée (4 ép. x 16 larg. x 80 haut.).

Le flux de chaleur total à la surface du lingot est égal à:

$$q_{tot} = q_{conv} + q_{ray} \quad (49)$$

où

$$q_{conv} = h \cdot A \cdot (T_g - T_s) \quad (50)$$

avec h et A (l'aire de la face d'un élément) constants. En fonction du temps donc, q_{conv} varie seulement en fonction de $(T_g - T_s)$.

et

$$q_{ray} = \sigma \cdot A \cdot F_{12} \cdot (T_p^4 - T_s^4) \quad (51)$$

En fonction du temps, q_{ray} ne varie donc qu'en fonction de $(T_p^4 - T_s^4)$, les autres paramètres demeurant constants. Ce dernier modèle donne ce qu'on recherche au départ i.e. la distribution de température à l'intérieur du lingot en fonction de l'écoulement de l'air chaud et du rayonnement à l'intérieur du four.

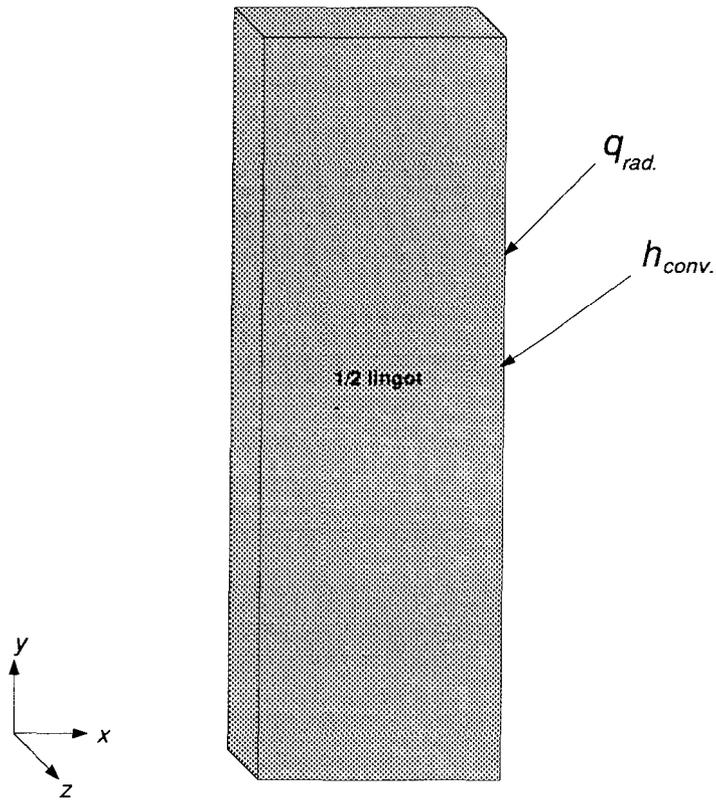


Figure 2.12. Modèle pour la conduction: demi-lingot (1638mmX5080mmX318mm) avec conditions limites. Vue axonométrique.

CHAPITRE III

RÉSULTATS ET DISCUSSION

CHAPITRE III

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Avant de présenter les résultats proprement dits, il est nécessaire de choisir, parmi l'ensemble disponible, les résultats qui traduisent le mieux, du point de vue thermique, l'influence des paramètres sur le réchauffement du lingot et la distribution des températures. Ceux qui semblent les plus pertinents sont les suivants:

- 1– la variation du coefficient de film convectif (valeur moyenne sur le périmètre) en fonction de la hauteur du lingot.
- 2– la variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps.
- 3– la distribution des températures à la surface et au centre du lingot après 24 heures de chauffage.

L'exposé des résultats se divise en cinq sections. La première section (3.1) permet de quantifier l'apport de chaleur dû à la convection forcée et celui dû au rayonnement en utilisant les valeurs réelles des paramètres. Dans les sections suivantes, le rayonnement est exclus, principalement parce que la plus grande partie de la chaleur est transférée par convection forcée et également pour sauver du temps de calcul (voir annexe D).

Les sections 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 et 3.2.4 présentent respectivement les résultats de l'étude des quatre paramètres déjà mentionnés i.e. la distance entre les lingots, le débit massique (vitesse des gaz), la température des gaz et la longueur des lingots. Un résumé

des simulations réalisées est présenté au tableau 3.1. Lors des simulations, un seul des paramètres varie à la fois, les trois autres demeurent à leur valeur réelle.

Tableau 3.1 Étude paramétrique. Valeurs des paramètres utilisés lors des simulations. (*) indique les valeurs réelles des paramètres.

Paramètres			
Distance entre les lingots (m) (section 3.2.1)	Vitesse des gaz (m/s) (section 3.2.2)	Température des gaz (°C) (section 3.2.3)	Longueur des lingots (m) (section 3.2.4)
0.0508	5.0	580	4.572
0.0762	8.5*	600*	5.080*
0.1524*	12.0	620	5.461
0.2540	16.0	640	6.096

3.1 Simulation avec les valeurs réelles des paramètres

Cette section présente les résultats de deux simulations. La première a pour but de quantifier l'apport de chaleur dû au rayonnement et celui dû à la convection forcée. La Fig. 3.1 illustre les résultats. Celle-ci montre que la majorité de la chaleur est transférée

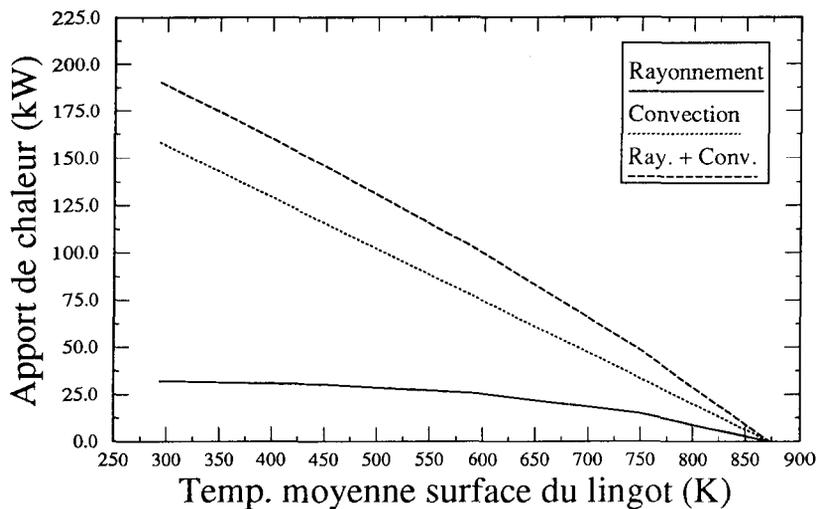


Figure 3.1. Comparaison entre l'apport de chaleur dû au rayonnement et celui dû à la convection forcée en utilisant les valeurs réelles des paramètres.

par convection forcée (76%) alors que le rayonnement est responsable d'environ 24% de l'apport total de chaleur pour 24 heures de chauffage (voir calculs annexe C). La Fig. 3.2 compare la température moyenne du lingot lorsque l'apport de chaleur est dû à la convection forcée seulement et lorsqu'il est dû à la convection forcée et au rayonnement. L'apport de chaleur dû à la convection forcée est maximum au temps $t=0$ (164 kW) et diminue très faiblement, de façon linéaire ($q_{conv} \propto (T_g - T_s)$), à un rythme de -0.28 kW/K . Celui dû au rayonnement est relativement constant. Au temps $t=0$, il est d'environ 32 kW et diminue,

de façon non-linéaire ($q_{ray} \propto (T_p^4 - T_s^4)$) pour atteindre zéro lorsque la température de la surface du lingot est égale à 600°C (température des surfaces intérieures du four).

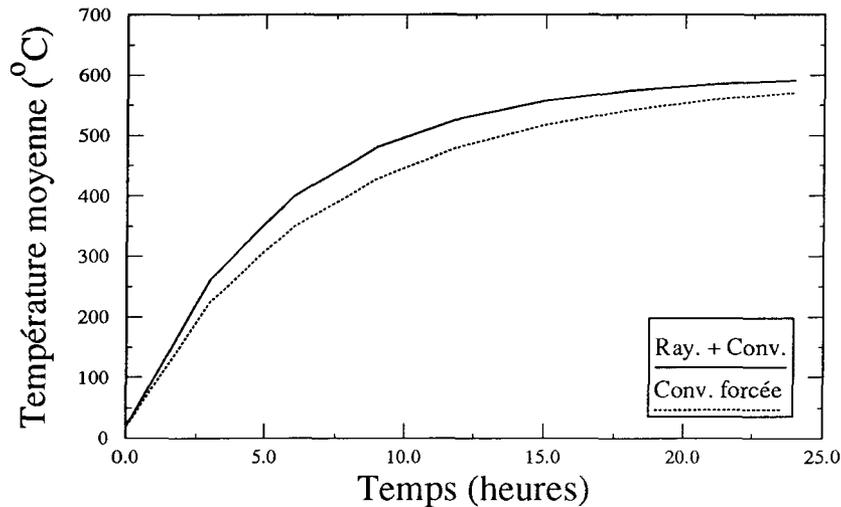


Figure 3.2. Température moyenne du lingot lorsque l'apport de chaleur est dû à la convection forcée et au rayonnement et lorsqu'il est dû à la convection forcée seulement.

En examinant les Fig. 3.3 et 3.4, on remarque qu'en plus d'augmenter la température du lingot, le rayonnement amène une plus grande homogénéité des températures. En effet, lorsqu'il y a convection forcée et rayonnement, la température minimum du lingot, après 24 heures de chauffage, est de 589°C et la température maximum est de 594°C (écart de 5°C seulement). Lorsque l'augmentation de température est due seulement à la convection forcée, la température minimum est de 566°C (-23°C par rapport à la situation précédente) et la température maximum de 579°C (-15°C par rapport à la situation précédente). Le rayonnement provoque également une dissymétrie dans la distribution des températures. Ceci est dû à l'arrangement particulier des lingots à l'intérieur du four: les

surfaces des lingots qui “voient” le mieux les surfaces rayonnantes du four (murs) sont favorisées (facteurs de forme plus élevés donc températures plus élevées) et vice versa. La chaleur transférée par rayonnement n’est donc pas négligeable et dépend principalement des facteurs de forme, de l’émissivité des surfaces en jeu et de la différence entre la température des murs du four à la puissance quatre et celle des lingots à la puissance quatre. On se rend compte, par exemple, que la surface verticale gauche du lingot à l’étude (celle qui fait face au centre du four) est celle qui reçoit le moins de chaleur par rayonnement.

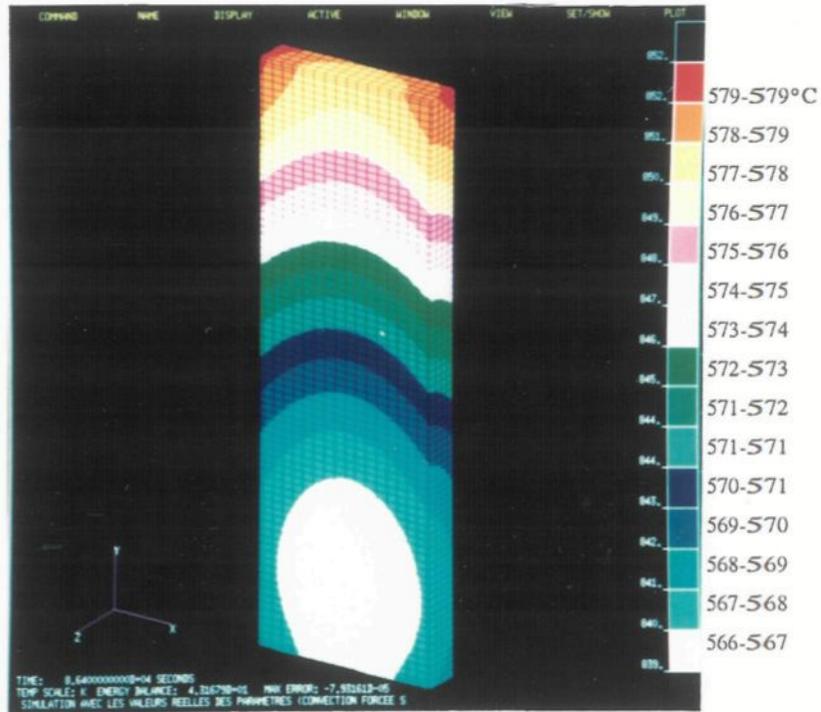


Figure 3.3 Distribution des températures ($^{\circ}\text{C}$). Convection forcée seulement.

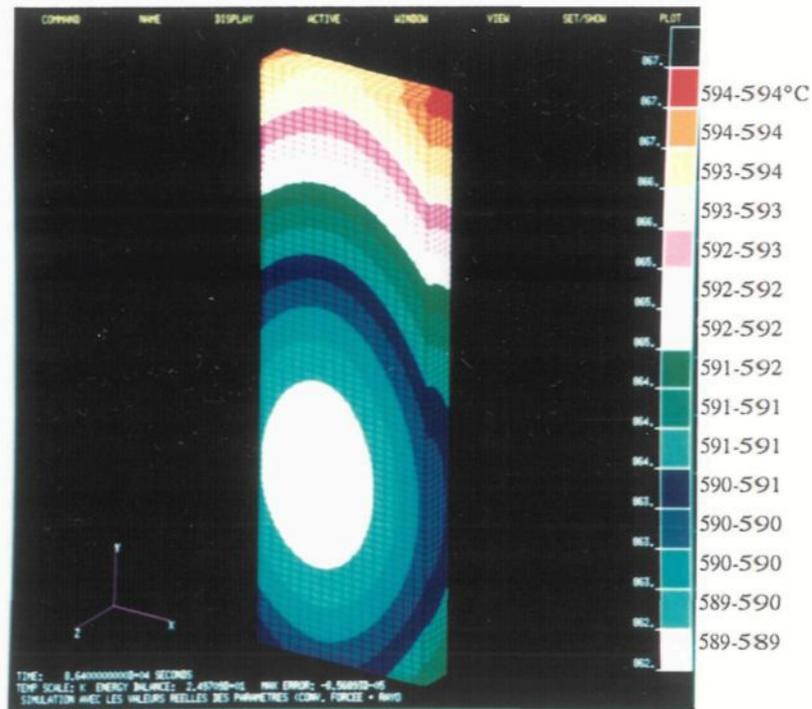


Figure 3.4 Distribution des températures ($^{\circ}\text{C}$). Convection forcée et rayonnement.

La Fig. 3.5 montre la variation du coefficient de film moyen (valeur moyenne sur le périmètre) en fonction de la hauteur du lingot. On remarque deux singularités aux extrémités de la courbe. Il est difficile d'expliquer ce phénomène, cependant on peut supposer qu'il s'agit d'un effet de bout. En effet, il est possible que le logiciel ne puisse pas solutionner de façon parfaitement adéquate dans le cas d'un noeud situé à l'intersection d'une surface verticale et d'une surface horizontale, une erreur numérique s'ensuit, sans conséquence cependant dans le cas qui nous intéresse.

Il est intéressant d'analyser le degré de développement de l'écoulement à la surface du lingot. En admettant que l'écoulement puisse être considéré libre sur une plaque plane, la formule suivante peut être utilisée pour calculer l'épaisseur de la couche limite (δ) à la position la plus basse du lingot:

$$\delta = 0.370x \left(\frac{\nu}{U_0 x} \right)^{1/5} \quad (52)$$

$$\delta = 0.370 \cdot 5.08 \left(\frac{49.66E - 06}{21 \cdot 5.08} \right)^{1/5} \quad (53)$$

$$\delta = 0.1018 \text{ m } (4.01 \text{ po.}) \quad (54)$$

La valeur trouvée (4.01 po.) étant plus grande que la moitié de la distance entre deux lingots (3.0 po.), l'écoulement serait complètement développé au point de vue des vitesses. Mais puisque le nombre de Prandtl pour l'air est près de 1.0, on peut prétendre

que l'écoulement est aussi développé thermiquement. Ceci est confirmé à la Fig. 3.5 par la valeur, à toute fin pratique, constante du coefficient de film obtenue à la sortie du lingot.

Par ailleurs, en admettant toujours l'hypothèse de l'écoulement libre, il est possible de calculer un coefficient de film moyen (\bar{h}) pour toute la surface du lingot. Ce calcul permet de vérifier si l'ordre de grandeur des résultats obtenus par FLOTRAN est acceptable. Les propriétés de l'air sont évaluées à la température de film:

$$T_f = \frac{20 + 600}{2} = 310^\circ C = 583K$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{1.0132E + 05}{(287)(583)} = 0.6056 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 2.9772E - 05 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$

$$Pr = 0.68$$

$$k = 0.04587W/m \cdot ^\circ C$$

calcul du nombre de Reynolds:

$$Re_l = \frac{\rho u_\infty L}{\mu} = \frac{(0.6056)(21)(5.08)}{2.9772E - 05} = 2.386E + 06$$

calcul du nombre de Nusselt moyen:

$$\begin{aligned}\overline{Nu}_l &= \frac{\overline{h}L}{k} = Pr^{1/3} (0.037 Re_l^{0.8} - 871) \\ &= (0.68)^{1/3} \left[0.037(2.386E + 06)^{0.8} - 871 \right] = 3350\end{aligned}$$

calcul du coefficient de film moyen:

$$\overline{h} = \overline{Nu}_l \cdot \frac{k}{L} = \frac{(3350)(0.04587)}{5.08} = 30.25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$$

Cette valeur du coefficient de film moyen ($30.25 \text{ W/m}^2\text{K}$) diffère de celle obtenue par FLOTRAN ($23.2 \text{ W/m}^2\text{K}$). La différence provient probablement de l'évaluation de la vitesse des gaz au sommet du lingot. En effet, la vitesse de 21 m/s, utilisée dans le calcul, correspond à la vitesse résultante des gaz au sommet du lingot. Il ne s'agit donc pas de la composante verticale, parallèle à la surface du lingot comme il devrait être. Pour obtenir un coefficient de film de l'ordre de ($23.2 \text{ W/m}^2\text{K}$), il faudrait que cette composante verticale soit d'environ 16 m/s, ce qui est réaliste.

La Fig. 3.6 montre l'augmentation de température moyenne du lingot en fonction du temps lorsque l'apport de chaleur est dû à la convection forcée seulement. À titre indicatif, les courbes montrant l'augmentation de température du noeud le plus chaud et du noeud le plus froid ont été incluses. Pour l'emplacement de ces deux noeuds, nous référons à la région rouge de la Fig. 3.3 pour le noeud le plus chaud et à la région blanche pour le noeud le plus froid. Dans l'étude paramétrique qui suit, les Fig. 3.5 et 3.6 (courbe de la température moyenne seulement) serviront de références.

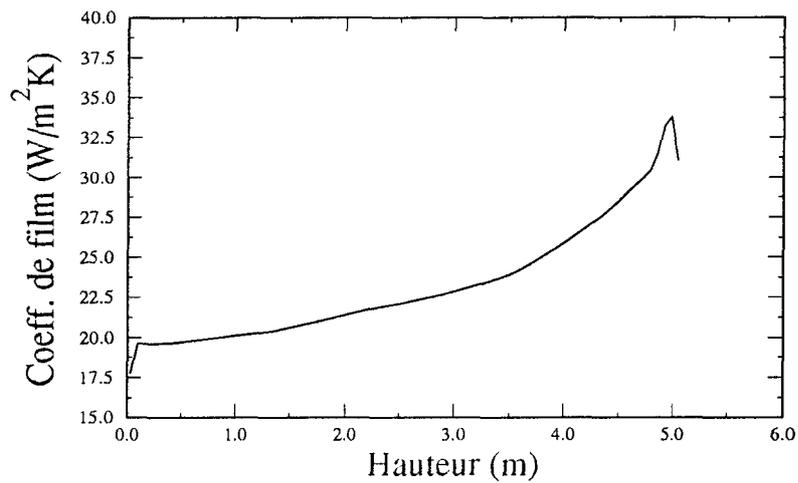


Figure 3.5. Coefficient de film moyen en fonction de la hauteur du lingot en utilisant les valeurs réelles des paramètres.

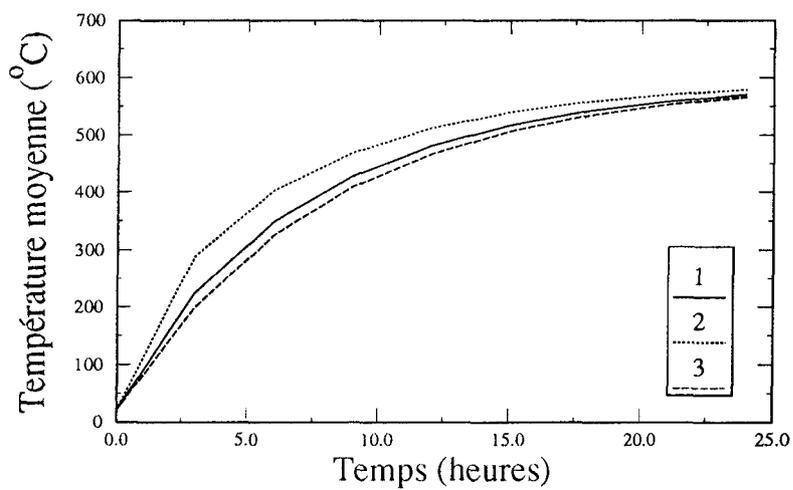


Figure 3.6 Température moyenne du lingot (1), température du noeud le plus chaud (2) et du noeud le plus froid (3) en fonction du temps en utilisant les valeurs réelles des paramètres.

3.2 Étude paramétrique

3.2.1 Effet de la distance entre les lingots

Il faut mentionner d'abord que lorsqu'on parle de la distance entre les lingots, il s'agit de la distance entre deux lingots d'une même rangée et non de la distance entre deux rangées de lingots qui, elle, demeure constante. Pour réaliser cette étude, trois autres distances ont été choisies, aussi représentatives que possible, de part et d'autre de celle existante (i.e. 0.0508, 0.0762 et 0.2540m). Les trois autres paramètres demeurant constants à leur valeur réelle. Un mot cependant sur le débit massique: le débit massique total ne varie pas puisque la vitesse des gaz est toujours la même et que les limites physiques du four ne changent pas. Cependant, dû à la variation de la distance entre les lingots, un volume plus ou moins grand de gaz est disponible pour réchauffer les lingots. Cette variation de volume de gaz est une conséquence directe de la variation de la distance entre les lingots et ne constitue pas en soi une variation du débit massique total comme il est question dans la prochaine section.

La Fig. 3.7 montre la variation du coefficient de film moyen (\bar{h}) en fonction de la hauteur du lingot. En assumant que le cas étudié s'apparente à un écoulement libre sur une surface plane, le coefficient de film dépend donc, entre autre, de la vitesse des gaz: $\bar{h} \propto Re^{0.8}$ avec $Re = \frac{VL}{\nu}$ (en assumant un $Re_{crit.} = 5E + 05$), donc, plus la vitesse est élevée, plus le coefficient de film est grand. Les résultats concordent avec cette dernière affirmation: plus la section de passage des gaz est réduite, plus la vitesse des gaz et, par conséquent, le coefficient de film sont grands. On remarque également que plus le

coefficient de film est élevé dans la partie supérieure du lingot, plus il diminue rapidement à mesure que l'on s'approche de sa base. Ceci est dû aux pertes de charge par friction, proportionnelles à la vitesse des gaz au carré. Ceci laisse entrevoir qu'il y a une distance optimum pour les échanges thermiques par convection forcée i.e, une distance pour laquelle la vitesse moyenne des gaz est maximum le long du lingot. Les résultats des simulations vont dans ce sens. En effet, en fonction de la distance entre les lingots, le coefficient de film moyen passe par un maximum (voir tableau 3.2), correspondant à une distance d'environ 0.0762m (3.0 po.).

Tableau 3.2 Coefficient de film moyen en fonction de la distance entre les lingots.

Distance entre les lingots (m)	Coefficient de film moyen (\bar{h}) (W/m ² K)
0.0508	27.8
0.0762	27.9
0.1524	23.2
0.2540	20.3

Il est intéressant, d'un point de vue pratique, de considérer qu'en diminuant la distance entre les lingots de 0.1524m à 0.0508m (très voisin de 0.0762m), deux lingots supplémentaires peuvent être inclus dans le four, ce qui correspond à une augmentation de productivité de 14%, sans oublier que l'augmentation de température est plus rapide également. La Fig. 3.8 montre l'augmentation de température moyenne du lingot en fonction du temps. L'écart entre les températures moyennes va dans le même sens que celui entre les coefficients de film. Pour les distances de 0.0508 et de 0.0762m, les températures moyennes sont pratiquement les mêmes tandis qu'elles sont sensiblement

supérieures à celles correspondant aux distances de 0.1524 et 0.2540m. Les Fig. 3.3 et 3.9 comparent la distribution des températures entre la situation réelle et le cas où la distance entre les lingots est de 0.0762m (après 24 heures de chauffage). La principale différence réside dans le fait que les températures sont supérieures de 10°C lorsque la distance entre les lingots est de 0.0762m. On s'attendait également à ce que la différence de température entre les deux extrémités du lingot soit plus grande pour une distance de 0.0762m (coeff. de film plus élevé dans la partie supérieure) cependant, en raison probablement de la conductivité élevée de l'aluminium, l'écart des températures entre les extrémités du lingot demeure sensiblement le même dans les deux cas.

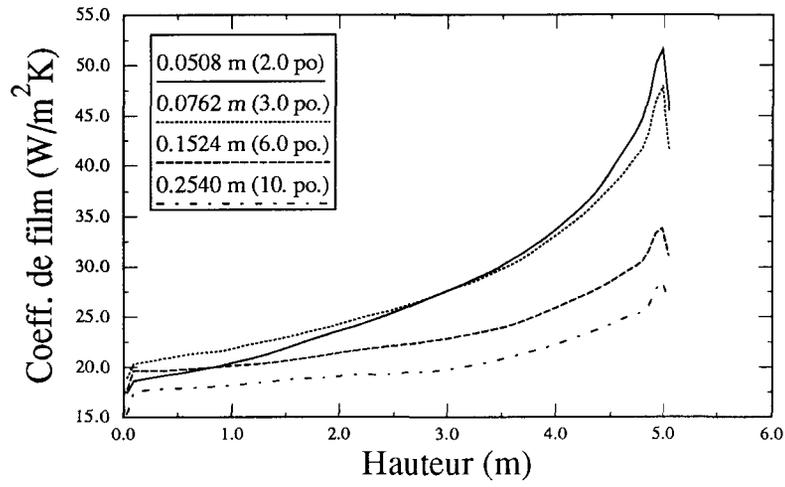


Figure 3.7. Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes distances entre les lingots.

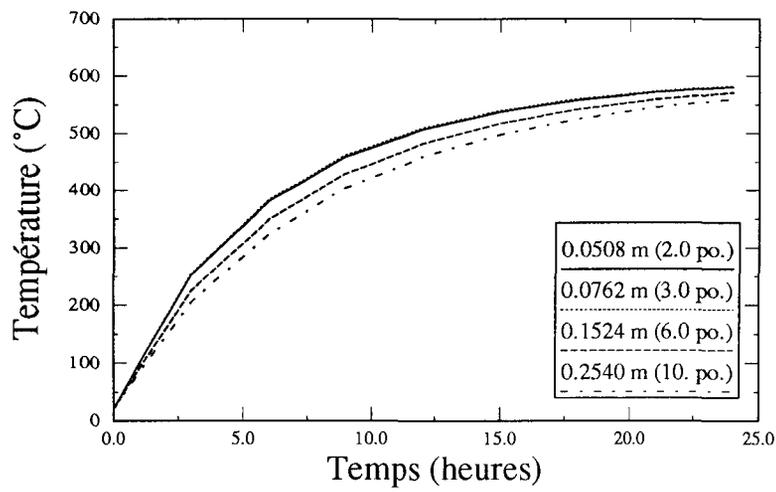


Figure 3.8. Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes distances entre les lingots.

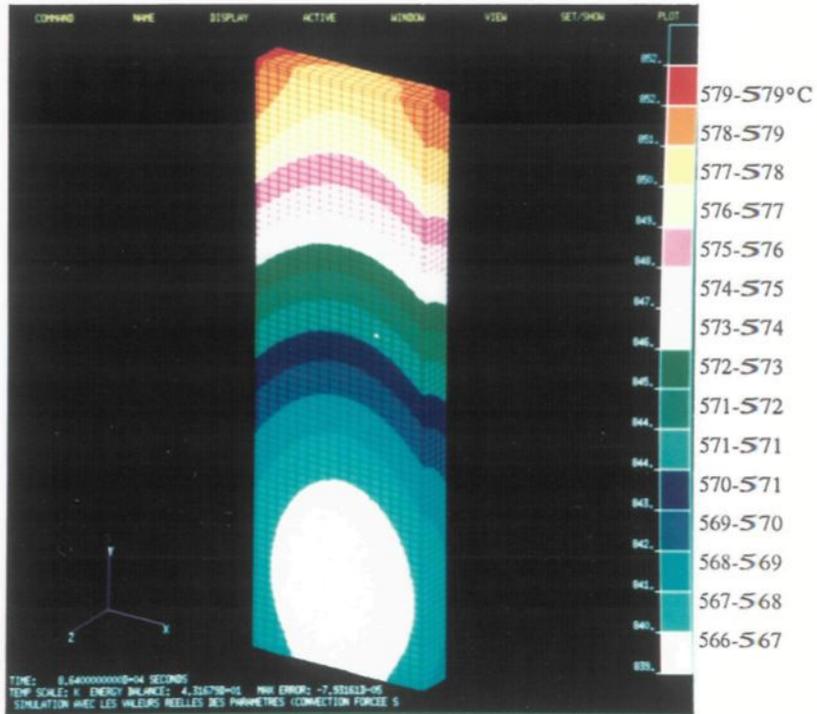


figure 3.3 Distribution des températures (°C). Valeurs réelles des paramètres.

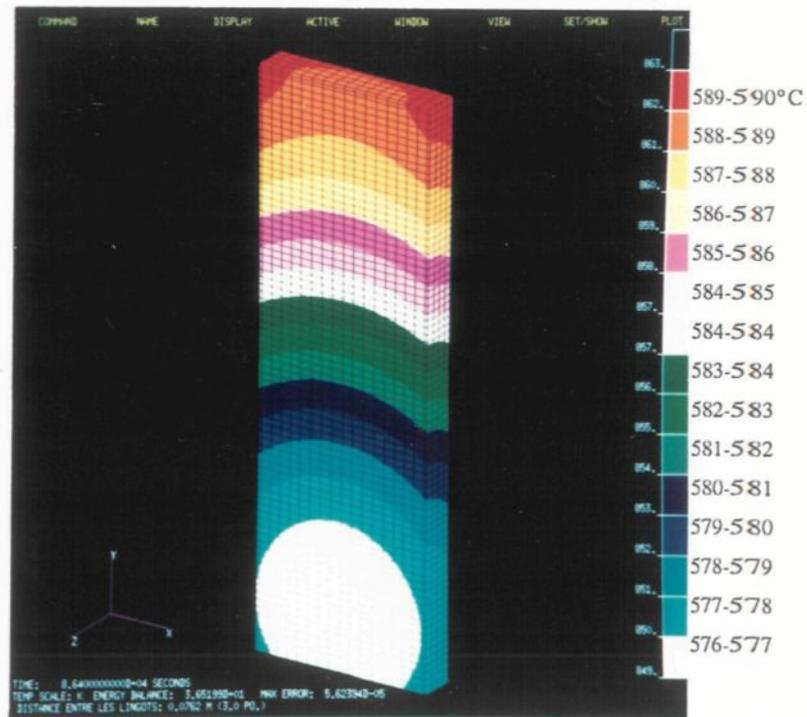


Figure 3.9 Distribution des températures (°C). Distance entre les lingots: 0.0762m

3.2.2 Effet du débit massique (vitesse des gaz)

Le débit massique (Q) des gaz est égal:

$$Q = VA\rho \quad (55)$$

La section d'entrée et la densité des gaz étant constantes, les variations de débit massique ont été simulées en modifiant simplement la vitesse des gaz, tous les autres paramètres demeurant constants à leur valeur réelle. Pour la présente étude paramétrique, trois autres vitesses, aussi représentatives que possible, ont été choisies de part et d'autre de celle existante i.e., 5.0, 12.0 et 16.0 m/s. La variation du coefficient de film en fonction des différentes vitesses choisies est montrée à la Fig. 3.10. On remarque, au premier abord, que toutes les courbes ont une forme identique. Quant au décalage des courbes, suivant l'ordonnée, il est possible d'en obtenir un ordre de grandeur en évaluant le coefficient de film moyen sur toute la surface du lingot. En assumant que le cas étudié s'apparente à un écoulement libre sur une surface plane, le coefficient de film moyen (\bar{h}) est alors proportionnel à la vitesse des gaz: $\bar{h} \propto Re^{0.8}$ avec $Re = \frac{VL}{\nu}$ (en assumant un $Re_{crit.} = 5E + 05$). Donc, pour une vitesse (V_1) des gaz de 8.5 m/s, on obtient un coefficient de film (\bar{h}_1) de 23.2 W/m²K. Pour une nouvelle vitesse (V_2), le nouveau coefficient de film (\bar{h}_2) est égal à: $\bar{h}_2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{0.8} \cdot \bar{h}_1$. Les résultats de cet exercice sont concluants: les coefficients de film moyens \bar{h}_2 , ainsi calculés, sont pratiquement identiques à ceux obtenus par simulations numériques (voir tableau 3.3). Ces résultats nous permettent de croire qu'il est possible d'obtenir, par un calcul simple, la valeur du coefficient de film

moyen \bar{h} pour une vitesse des gaz qui n'a pas été considérée dans cette étude.

Tableau 3.3 Coefficient de film moyen (\bar{h}) pour toute la surface du lingot, en fonction du débit massique.

Vitesse des gaz (m/s)	\bar{h} (résultats des simulations) (W/m ² K)	$\bar{h}_2 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{0.8} \cdot \bar{h}_1$ (W/m ² K)
5.0	15.4	15.2
8.5 (V_1)	23.2 (\bar{h}_1)	-
12.0	30.5	30.6
16.0	38.5	38.5

La Fig. 3.11 montre l'augmentation de la température moyenne du lingot en fonction du temps. Comme il fallait s'y attendre, plus le coefficient de film est grand, plus la température moyenne du lingot est élevée. On remarque également que plus la vitesse des gaz est élevée, plus l'augmentation de la température moyenne du lingot est rapide dans les premières heures de chauffage, par la suite, et jusqu'à la fin, la progression de la température moyenne se fait de façon asymptotique.

Les Fig. 3.3 et 3.12 montrent la distribution des températures, après 24 heures de chauffage, à la surface et au centre du lingot pour des vitesses de 8.5 et 12.0 m/s. On remarque que la distribution des températures est identique pour les deux vitesses considérées. Cependant, dans le cas d'une vitesse de 12.0 m/s, la température minimum est de 585°C et la température maximum de 592°C i.e. un écart de 7°C seulement. Lorsque la vitesse est de 8.5 m/s, la température minimum est de 566°C et la température maximum de 579°C, un écart donc de 13°C (presque le double). La température du lingot, après

24 heures de chauffage, est donc plus homogène, et la température moyenne plus élevée, lorsque la vitesse des gaz est de 12.0 m/s.

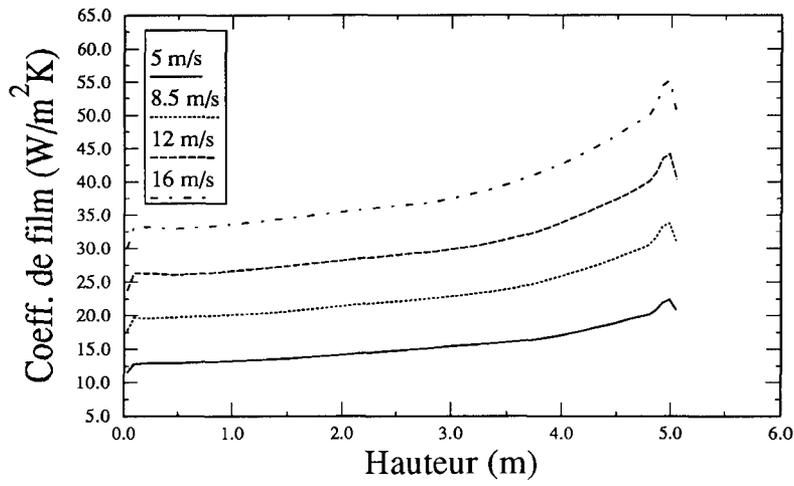


Figure 3.10. Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes vitesses des gaz.

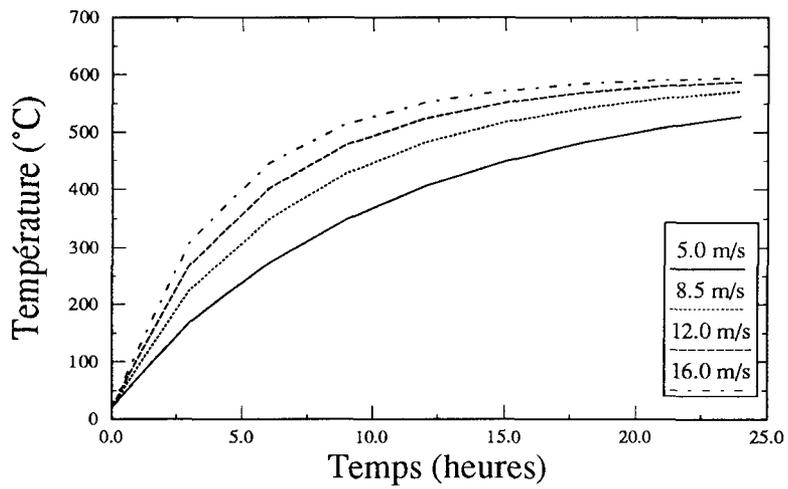


Figure 3.11. Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes vitesses des gaz.

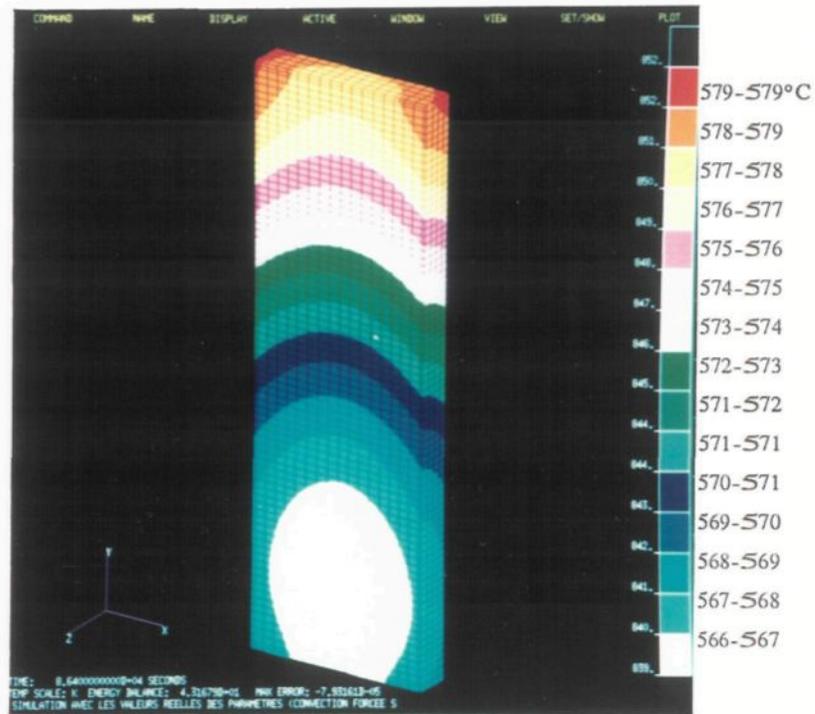


figure 3.3 Distribution des températures (°C). Valeurs réelles des paramètres.

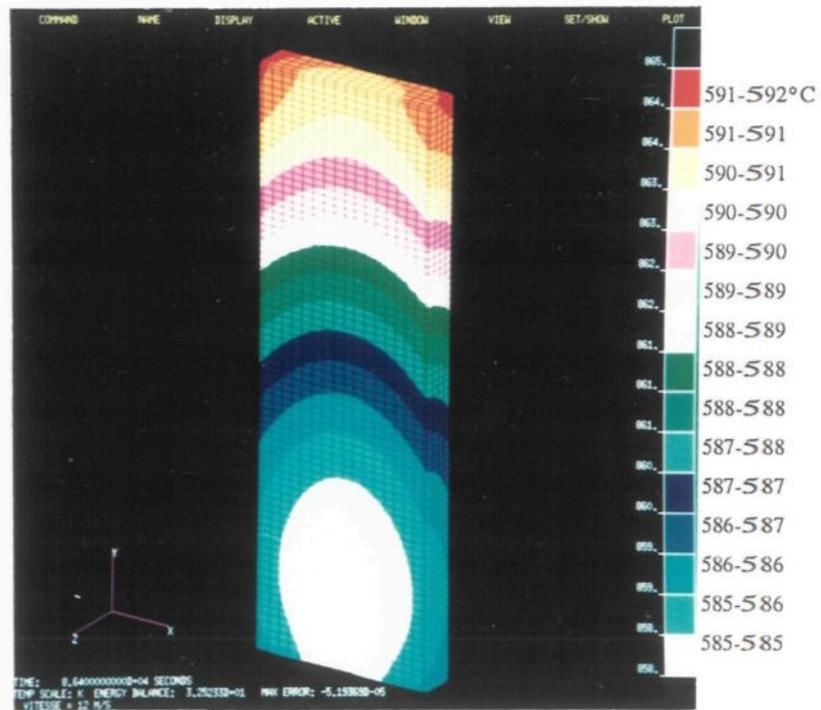


Figure 3.12 Distribution des températures (°C). Vitesse des gaz: 12.0 m/s

3.2.3 Effet de la température des gaz

Pour l'étude de ce paramètre, des simulations ont été réalisées en utilisant trois autres températures des gaz de part et d'autre de celle utilisée normalement i.e. 580, 620 et 640°C. En examinant l'équation suivante, qui traduit le transfert de chaleur par convection forcée,

$$q = h \cdot A \cdot (T_g - T_s) \quad (56)$$

on remarque qu'un changement de température, par exemple une augmentation, affecte le transfert de chaleur de deux façons. Premièrement, il augmente le transfert de chaleur puisque celui-ci est proportionnel à $(T_g - T_s)$. Deuxièmement, une augmentation de température modifie le coefficient de film puisque, la densité (ρ), la viscosité (μ), la conductivité (k) et le nombre de Prandtl (Pr), nécessaires au calcul du coefficient de film, sont fonction de la température (voir tableau 3.4).

Tableau 3.4 Propriétés de l'air pour les températures à l'étude

T (°C)	ρ (kg/m ³)	μ (kg/m s) X 10 ⁵	k (W/m K)	Pr
580	0.4139	3.7730	0.06043	0.692
600	0.4044	3.8266	0.06143	0.694
620	0.3954	3.8802	0.06244	0.695
640	0.3867	3.9312	0.06343	0.697

Il n'est pas évident, en première analyse, de savoir si le coefficient de film augmentera ou diminuera puisque, lorsque la température augmente, la densité diminue alors que la viscosité, la conductivité et le nombre de Prandtl augmentent dans des proportions différentes. Pour la plage de températures étudiées, les résultats des simulations (voir Fig.

3.13) indiquent que le coefficient de film diminue lorsque la température augmente. Il est possible, en assumant que le cas étudié s'apparente à un écoulement libre sur une surface plane, d'évaluer le coefficient de film moyen \bar{h}_2 , correspondant à une température T_2 , en fonction d'un coefficient de film \bar{h}_1 , correspondant à une température T_1 , de la façon suivante:

$$\bar{h}_2 = \left(\frac{k_2}{k_1}\right) \left[\left(\frac{\rho_2/\mu_2}{\rho_1/\mu_1}\right)^{0.8} \cdot \frac{Pr_2}{Pr_1} \right] \cdot \bar{h}_1 \quad (57)$$

Ce calcul permet d'évaluer de façon précise le coefficient de film \bar{h}_2 (voir tableau 3.5).

Tableau 3.5 Coefficient de film moyen (\bar{h}) pour toute la surface du lingot, en fonction de la température des gaz.

Température des gaz (°C)	\bar{h} (résultats des simulations) (W/m ² K)	\bar{h}_2 (W/m ² K)
580	23.56	23.47
600 (T_1)	23.22 (\bar{h}_1)	-
620	22.96	22.96
640	22.77	22.74

Donc, lorsqu'il y a augmentation de température, par exemple de 580 à 640°C, il y a augmentation du transfert de chaleur d'environ 7.3% puisque la diminution du coefficient de film est de 3.4% et que l'augmentation du terme $(T_g - T_s)$ est de 10.7%. La Fig. 3.14 montre qu'effectivement, une augmentation de la température des gaz conduit à une température moyenne du lingot plus élevée. Également, cette augmentation de température moyenne est proportionnelle à l'effet combiné de la diminution du coefficient de film et de l'augmentation de terme $(T_g - T_s)$.

Les Fig. 3.3 et 3.15 montrent la distribution des températures, après 24 heures de chauffage, à la surface et au centre du lingot pour des températures de 600 et 620°C. On remarque que la distribution des températures est identique pour les deux températures considérées. Cependant, dans le cas d'une température de 620°C, la température minimum du lingot est de 583°C et la température maximum de 597°C i.e., un écart de 14°C. Lorsque la température des gaz est de 600°C, la température minimum du lingot est de 566°C et la température maximum de 579°C, un écart donc de 13°C. Après 24 heures de chauffage à 620°C, la distribution de la température du lingot n'est donc pas plus homogène, cependant, la température moyenne du lingot est d'environ 17°C plus élevée que lorsque la température des gaz est de 600°C.

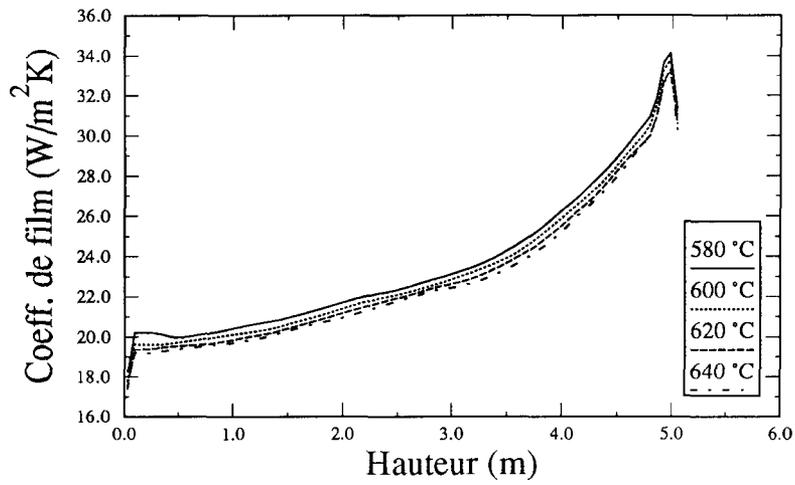


Figure 3.13. Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes températures des gaz.

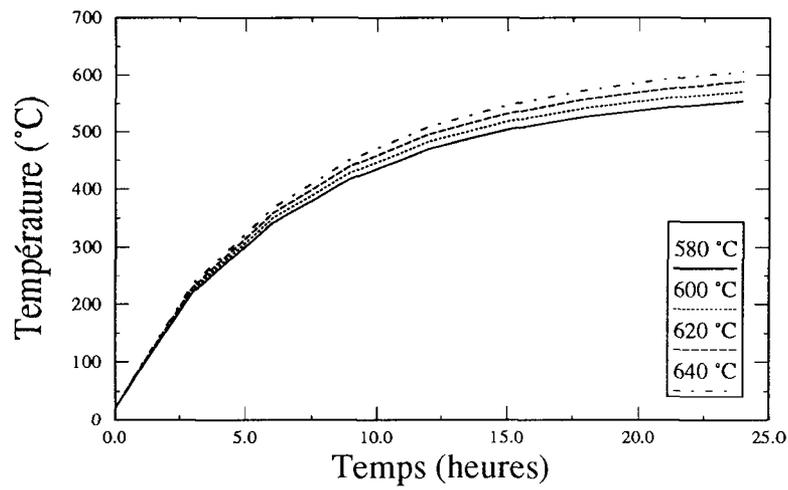


Figure 3.14. Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes températures des gaz.

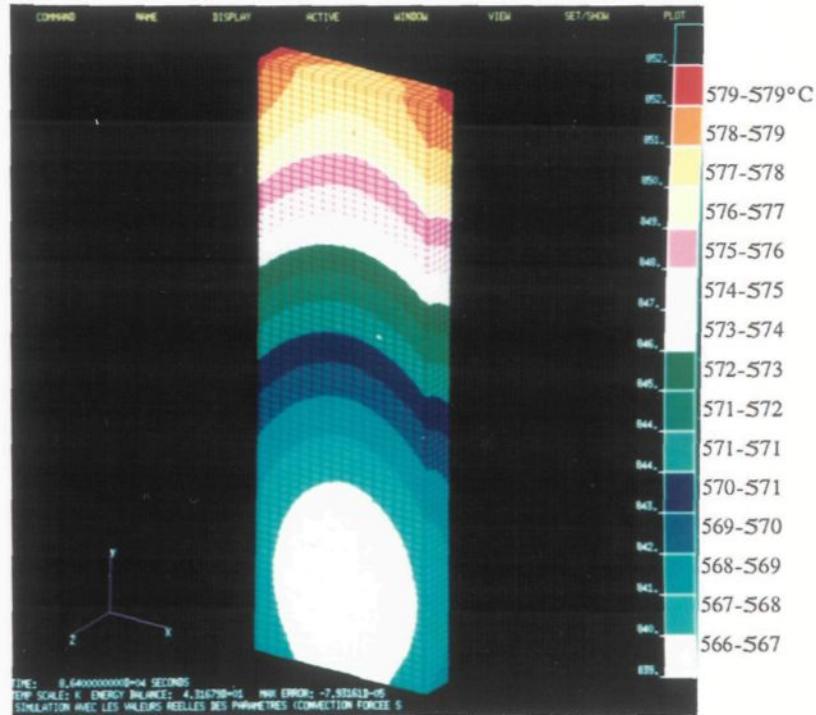


Figure 3.3 Distribution des températures ($^{\circ}\text{C}$). Valeurs réelles des paramètres.

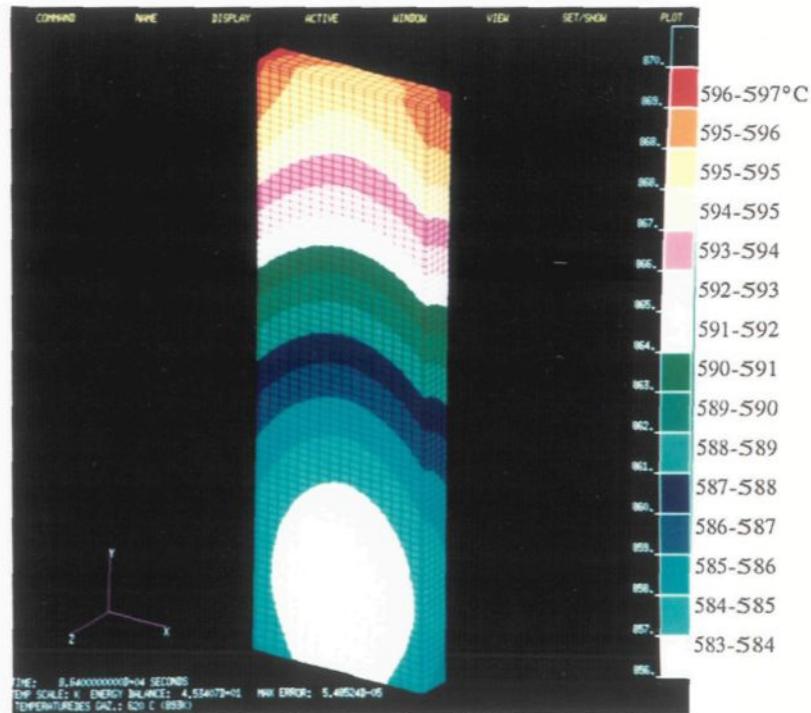


Figure 3.15 Distribution des températures ($^{\circ}\text{C}$). Température des gaz: 620°C

3.2.4 Effet de la longueur des lingots

L'étude de ce paramètre a été réalisée en effectuant des simulations avec trois autres longueurs de lingot distribuées de part et d'autre de la longueur réelle, les autres paramètres demeurant constants à leur valeur réelle. La Fig. 3.16 montre la variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes longueurs de lingots. On remarque, au départ, que plus le lingot est court, plus le coefficient de film varie rapidement en fonction de sa hauteur. Quant au coefficient de film moyen sur toute la surface du lingot, les résultats des simulations nous indiquent qu'il diminue lorsque la longueur du lingot augmente (voir tableau 3.6). Ces résultats sont prévisibles puisque le coefficient de transfert de chaleur local doit diminuer dans le sens de l'écoulement selon la théorie. Il est possible de quantifier cette diminution à l'aide de la méthode de calcul du coefficient de film déjà vue précédemment. Mentionnons d'abord que la longueur du lingot intervient à deux endroits dans le calcul. Elle intervient, en premier lieu, dans le calcul du nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}_l) qui est fonction du nombre de Reynolds: $\overline{Nu}_l \propto Re_l^{0.8}$ avec $Re_l = \frac{VL}{\nu}$. Elle intervient deuxièmement dans le calcul du coefficient de film lui-même: $\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_l \cdot k}{L}$. Donc, si pour une longueur (L_1) de 5.08m, on obtient un coefficient de film (\bar{h}_1) de 23.2 W/m²K, le coefficient de film (\bar{h}_2) correspondant à une nouvelle longueur (L_2) est égal à:

$$\bar{h}_2 = \left[\frac{L_2}{L_1} \right]^{-0.2} \cdot \bar{h}_1 \quad (58)$$

Ce calcul, effectué pour les différentes longueurs de lingots déjà choisies, nous donne sensiblement les mêmes résultats que ceux obtenus numériquement. On peut donc en

conclure que, dans les conditions présentes, la longueur du lingot a une influence limitée puisque, pour une augmentation de longueur de 33.3%, la diminution du coefficient de film moyen n'est que de 6.3%.

Tableau 3.6 Coefficient de film moyen (\bar{h}) pour toute la surface du lingot, en fonction de la longueur des lingots.

Longueur du lingot (m/po)	\bar{h} (résultats des simulations) (W/m ² K)	\bar{h}_2 (W/m ² K)
4.572/180	24.06	23.72
5.080/200	23.22	-
5.461/215	23.00	22.89
6.096/240	22.55	22.39

La Fig. 3.17 montre la variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps. Tout comme le coefficient de film moyen, celle-ci diminue légèrement lorsque la longueur du lingot augmente. Après 24 heures de chauffage, un lingot dont la longueur est de 4.572m a une température moyenne de 574°C alors que celui dont la longueur est de 6.096m a une température moyenne de 568°C i.e. plus faible de 1.1% alors que sa longueur est supérieure de 33.3% et son volume supérieur de 30%.

Les Fig. 3.3 et 3.18 montrent la distribution des températures, après 24 heures de chauffage, à la surface et au centre du lingot pour des longueurs de 5.080 et 6.096m. Dans le cas d'une longueur de 5.080m, les températures minimum et maximum sont respectivement de 566 et 579°C i.e., un écart de 13°C. Lorsque la longueur est de 6.096m, les températures minimum et maximum sont respectivement de 561 et 579°C i.e., un écart

de 18°C, donc moins homogène que dans le cas précédent. Évidemment, plus les lingots sont longs, plus les gaz sont froids lorsqu'ils atteignent la partie inférieure du lingot, celle-ci reçoit alors moins de chaleur et demeure donc plus froide. Donc, après 24 heures de chauffage, la température moyenne d'un lingot de 6.096m est plus faible et la distribution des températures moins homogène que dans le cas d'un lingot dont la longueur est de 5.080m.

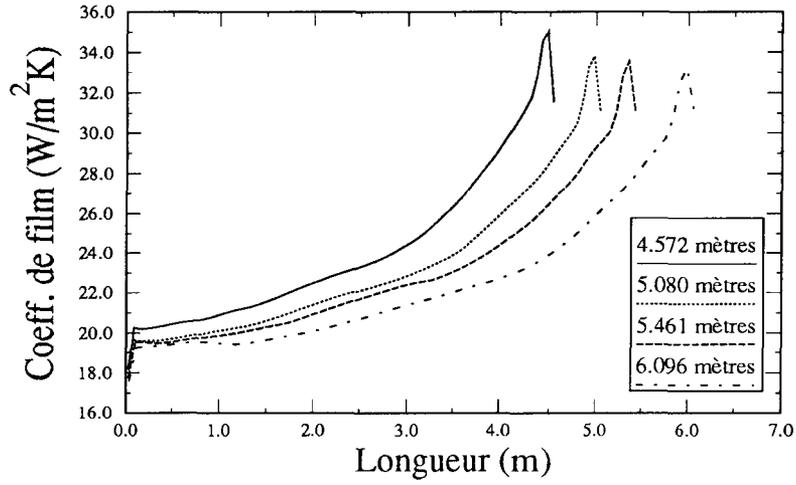


Figure 3.16. Variation du coefficient de film en fonction de la hauteur du lingot pour différentes longueurs de lingots.

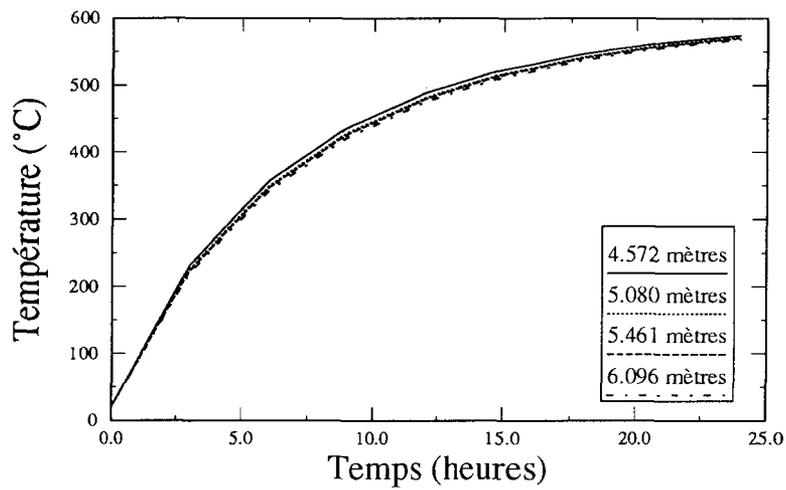


Figure 3.17. Variation de la température moyenne du lingot en fonction du temps pour différentes longueurs de lingots.

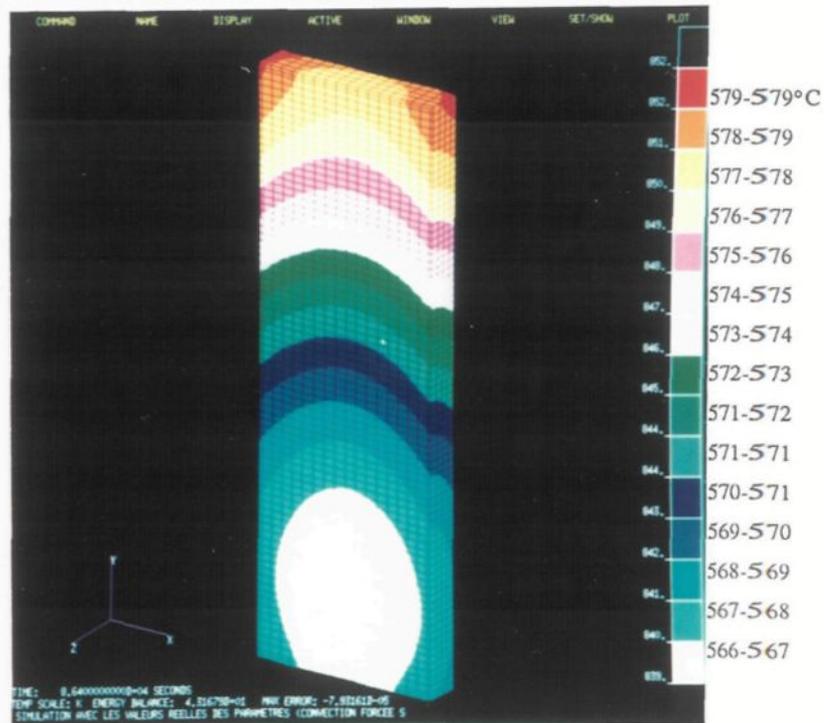


figure 3.3 Distribution des températures (°C). Valeurs réelles des paramètres.

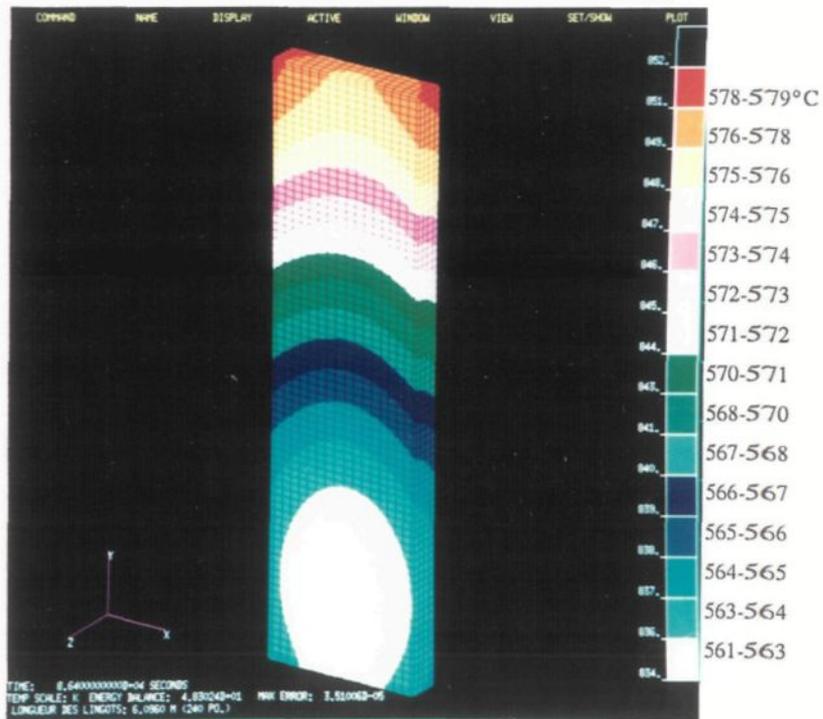


Figure 3.18 Distribution des températures (°C). Longueur des lingots: 6.096m

CHAPITRE IV

CONCLUSION

CHAPITRE IV

CONCLUSION

Un modèle tri-dimensionnel et en régime transitoire simulant le transfert de chaleur par convection forcée, rayonnement et conduction, à l'intérieur d'un four d'homogénéisation a été élaboré. À l'aide de ce modèle, l'étude de l'influence de quatre paramètres régissant les échanges thermiques à l'intérieur du four a été réalisée.

Brièvement, les résultats de cette étude se résument de la façon suivante:

– La circulation des gaz chauds (convection forcée) fournit environ 76% de l'apport total de chaleur pour 24 heures de chauffage. Le rayonnement des parois du four est responsable du reste, i.e. 24%.

– Les échanges thermiques par convection forcée sont optima pour une distance bien précise entre les lingots, i.e. environ 0.0762m (3.0 po). Pour des distances plus grandes, le coefficient de film convectif diminue sensiblement.

La variation de chacun des trois autres paramètres amène une variation proportionnelle du coefficient de film moyen (\bar{h}) sur toute la surface du lingot. En admettant que le cas étudié s'apparente à un écoulement libre sur une surface plane, une très bonne évaluation du facteur de proportionnalité peut être obtenue. Ceci laisse supposer qu'il est possible d'obtenir, par un calcul simple, le coefficient de film moyen sur toute la surface du lingot

pour des valeurs de paramètres qui n'ont pas été traitées dans cette étude. Les facteurs de proportionnalité se calculent de la façon suivante:

– en fonction d'un coefficient de film moyen \bar{h}_1 correspondant à une vitesse V_1 , le coefficient de film moyen \bar{h}_2 correspondant à une vitesse V_2 est égal à:

$$\bar{h}_2 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{0.8} \cdot \bar{h}_1$$

– en fonction d'un coefficient de film moyen \bar{h}_1 correspondant à une température T_1 , le coefficient de film moyen \bar{h}_2 correspondant à une température T_2 est égal à

$$\bar{h}_2 = \left(\frac{k_2}{k_1} \right) \left[\left(\frac{\rho_2/\mu_2}{\rho_1/\mu_1} \right)^{0.8} \cdot \frac{Pr_2}{Pr_1} \right] \cdot \bar{h}_1$$

– en fonction d'un coefficient de film moyen \bar{h}_1 correspondant à une longueur de lingot L_1 , le coefficient de film moyen \bar{h}_2 correspondant à une longueur de lingot L_2 est égal à

$$\bar{h}_2 = \left[\frac{L_2}{L_1} \right]^{-0.2} \cdot \bar{h}_1$$

La similitude entre les résultats numériques et analytiques est intéressante et confirme que le modèle donne de bons résultats. À la lumière de ceux—ci et d'un point de vue strictement théorique (aucune étude de coût ne pouvant être effectué), la première façon d'augmenter l'efficacité des échanges thermiques, par convection forcée, à l'intérieur du four serait de diminuer la distance entre les lingots. En effet, pour une distance de 0.0508m entre les lingots, deux lingots supplémentaires peuvent être placés dans le four (efficacité supérieure de 14%) sans oublier que l'augmentation de leur température est plus rapide

également. Pour étayer d'avantage cette affirmation, il conviendrait bien sûr de voir l'effet combiné de la variation du débit d'entrée et de la distance entre les lingots en évaluant aussi les possibilités physiques des combinaisons considérées. La seconde façon d'augmenter l'efficacité des échanges thermiques serait d'augmenter la vitesse des gaz. Par exemple, en passant de 8.5 à 12 m/s, le coefficient de film moyen sur toute la surface du lingot passe de 23.2 à 30.5 W/m^2K , une augmentation de 31%. Il serait possible, troisièmement, d'augmenter la température des gaz. Par exemple, si l'on passe de 580 à 640°C, il y a augmentation du transfert de chaleur d'environ 7.3% puisque même si le coefficient de film moyen sur toute la surface du lingot diminue de 3.4%, l'augmentation du terme $(T_g - T_s)$ est de 10.7%. Finalement, une augmentation de longueur des lingots provoque une diminution du coefficient de film moyen. Pratiquement, lorsque l'on passe de 4.572 à 6.096m, le coefficient de film moyen diminue d'environ 6%. Pour contrer cette diminution du coefficient de film moyen, il serait possible de modifier l'un ou l'autre des trois paramètres mentionnés plus haut ou bien d'augmenter le temps de chauffage.

Après avoir étudié l'influence de quatre paramètres sur les échanges thermiques à l'intérieur d'un four d'homogénéisation, il serait intéressant d'en étudier un cinquième: la pression. En effet, la viscosité (μ), la conductivité (k), la chaleur spécifique (c_p) et le nombre de Prandtl (Pr) ne varient pas beaucoup en fonction de la pression contrairement à la densité ($\rho = \frac{p}{RT}$). Il serait intéressant de vérifier si:

– en fonction d'un coefficient de film moyen \bar{h}_1 correspondant à une pression p_1 , le coefficient de film moyen \bar{h}_2 correspondant à une pression p_2 est égal à

$$\bar{h}_2 = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{0.8} \cdot \bar{h}_1 \quad (62)$$

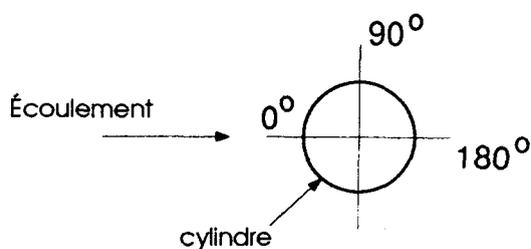
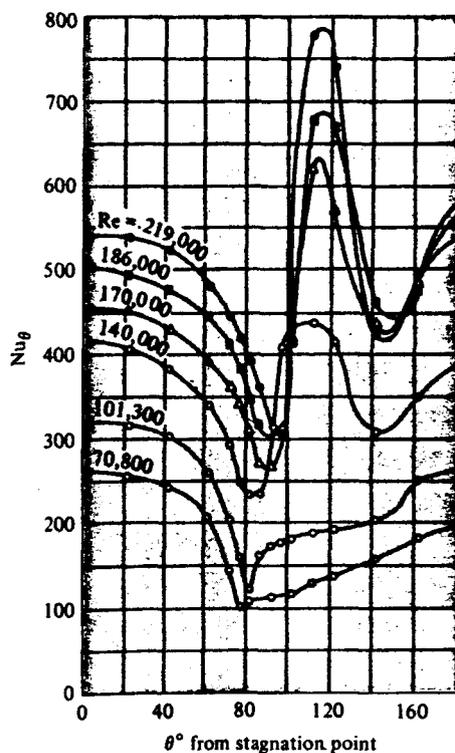
Il conviendrait, comme travaux ultérieurs, de lever certaines suppositions, principalement, la non-participation des gaz dans les échanges thermiques. Il faudrait également évaluer de façon plus précise la valeur du coefficient de film en-dessous du lingot. Par la suite, même si il y a une grande similitude entre résultats numériques et analytiques, une validation avec des résultats expérimentaux serait de mise.

Finalement, tous les paramètres mentionnés dans cette étude ayant été étudiés d'une façon indépendante, une étude ultérieure pourrait s'attarder à trouver une combinaison, de ces paramètres, permettant des échanges thermiques optimums à l'intérieur du four. Il serait également possible d'adapter le modèle pour étudier, cette fois-ci, un lingot situé dans un coin du four.

Références

- [1] W.H. Giedt. Investigation of Variation of Point Unit-Heat-Transfer Coefficient Around a Cylinder Normal to an Air Stream. *Trans. ASME*, 71:375-381, 1949.
- [2] J.P. Holman. *Heat transfer*. McGraw-Hill, 1990.
- [3] Z. Li, P.V. Barr, J.K. Brimacombe. Computer Simulation of the Slab Reheating Furnace. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 27(3):187-196, 1988.
- [4] M. Ono, T. Yokoi, T. Makino. Mathematical Model and Control System of Heating Furnace and Heat Treatment Furnace. *The Sumimoto Search*, (34):70-78, 1987.
- [5] R.H. Ross. Temperature Control of Heat Processing Furnaces Used in the Aluminum Industry. *Industrial Heating*, pages 8-10, 1979.
- [6] I.L. Ryhming. *Dynamique des fluides*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1991.
- [7] R.J. Schnipke. *A Streamline Upwind Finite Element Method for Laminar and Turbulent Flow*. thèse de doctorat, Université de Virginie, 1986.
- [8] R. A. Shannon. Improved Control of Soaking Pits. *Iron and Steel Engineer*, pages 29-35, 1986.

Annexe A. Variation du nombre de Nusselt sur la paroi d'un cylindre pour un écoulement perpendiculaire à l'axe du cylindre selon Giedt.



Annexe B. Écoulement turbulent sur une plaque plane par FLOTRAN.

De l'air à 20°C (T_∞) et 1 atm se déplace à 35 m/s (U_∞) sur une plaque plane. La plaque a 75 cm (L) de long et est maintenue à 60°C (T_s). En assumant un largeur unitaire, on demande de calculer le flux de chaleur issue de la plaque et l'épaisseur de la couche limite turbulente au bout de la plaque en assumant qu'elle se développe à partir du point de transition ($Re_{crit.}=5 \times 10^5$).

Le problème est d'abord résolu de façon théorique (voir Holman² p.254). Les propriétés sont évaluées à la température de film.

$$T_f = \frac{20 + 60}{2} = 40^\circ C = 313 K$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{1.0132E + 05}{(287)(313)} = 1.128 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 1.906E - 05 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$

$$Pr = 0.7$$

$$k = 0.02723 \text{ W/m} \cdot ^\circ C$$

$$Re_l = \frac{\rho u_\infty L}{\mu} = \frac{(1.128)(35)(0.75)}{1.906E-05} = 1.553E+06$$

$$\overline{Nu}_l = \frac{\bar{h}L}{k} = Pr^{1/3}(0.037Re_l^{0.8} - 871)$$

$$= (0.7)^{1/3} \left[(0.037)(1.553E+06)^{0.8} - 871 \right] = 2180$$

$$\bar{h} = \overline{Nu}_l \cdot \frac{k}{L} = \frac{(2180)(0.02723)}{0.75} = 79.1 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$q = \bar{h}A(T_s - T_\infty) = (79.1)(0.75)(60 - 20) = 2373 \text{ W}$$

Le calcul de la couche limite se fait à l'aide de la formule suivante:

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 \cdot Re_x^{-0.2} - 10256 \cdot Re_x^{-1} \quad (63)$$

donc:

$$\begin{aligned} \delta &= (0.75) \left[(0.381)(1.553E+06)^{-0.2} - 10256 \cdot (1.553E+06)^{-1} \right] \\ &= 0.01156m \text{ (11.56mm)} \end{aligned} \quad (64)$$

La deuxième étape consiste à résoudre le problème à l'aide de FLOTRAN. La figure B.1 montre le maillage utilisé. Étant donné que FLOTRAN génère de nombreux et volumineux fichiers, ils ne sont pas inclus ici. Les résultats de la simulation nous donnent,

après 85 itérations, un coefficient de film moyen de $79.45 \text{ W/m}^2\text{K}$ comparativement à $79.1 \text{ W/m}^2\text{K}$ pour la valeur théorique. Les résultats étant acceptables, le maillage utilisé ici, en particulier 3 noeuds dans la couche limite (incluant le noeud sur la plaque), servira de base à la construction du modèle de la convection forcée.

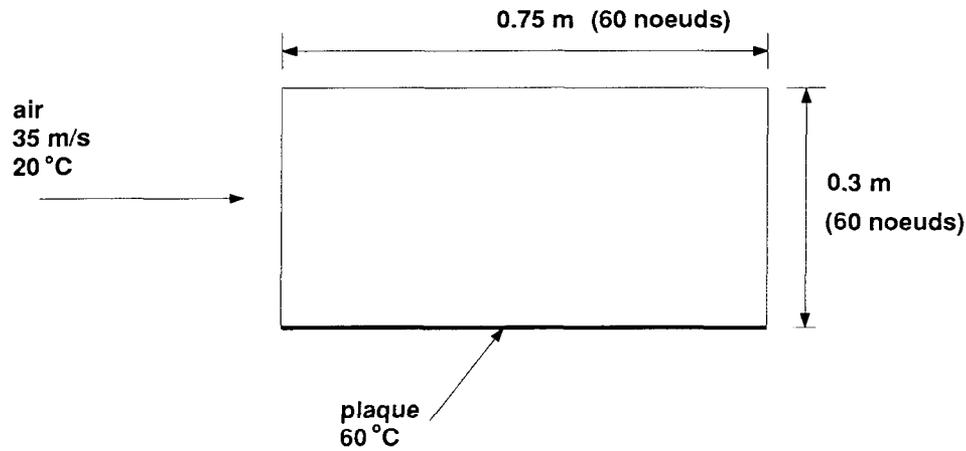


Figure B.1 Maillage pour l'écoulement turbulent sur une plaque plane.

En admettant que le calcul de l'épaisseur de la couche limite turbulente le long du lingot peut se faire comme dans le cas d'une plaque plane, nous obtenons, pour une température de film de 500K et une vitesse de l'air de 20 m/s le long du lingot:

$$Re_l = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} = \frac{(0.5879)(20)(5.08)}{3.018E - 05} = 1.979E + 06$$

$$\frac{\delta}{x} = 0.381 \cdot Re_x^{-0.2} - 10256 \cdot Re_x^{-1} \quad (65)$$

$$\begin{aligned}\delta &= (5.08) \left[(0.381)(1.979E + 06)^{-0.2} - 10256 \cdot (1.979E + 06)^{-1} \right] \\ &= 0.08021m \text{ (} 80.21mm \text{)}\end{aligned}\tag{66}$$

Étant donné que la géométrie changera (étude de l'influence de la distance entre les lingots et de la longueur des lingots) et que les conditions d'opérations changeront également (étude de la variation du débit massique et de la température des gaz), un minimum de quatre (4) noeuds seront placés dans la couche limite pour favoriser la convergence et diminuer le nombre d'itérations nécessaire à FLOTRAN pour résoudre l'écoulement et le transfert de chaleur.

Annexe C Calcul de l'apport de chaleur dû au rayonnement et à la convection forcée

1- Convection forcée:

L'apport de chaleur dû à la convection forcée (Fig. 3.1) peut être représenté par une droite dont l'équation est:

$$q_{conv.} = 163.7 - 0.273T \quad (67)$$

L'intégrale de cette équation entre les bornes 20–600°C donne:

$$\begin{aligned} \int_{20}^{600} (163.7 - 0.273T) dT &= \left[163.7T - 0.273 \frac{T^2}{2} \right]_{20}^{600} \\ &= 45902 \text{ Joules} \end{aligned} \quad (68)$$

2- Rayonnement:

L'apport de chaleur dû au rayonnement peut être représenté par une courbe dont l'équation est:

$$q_{ray} = 32.4 - 0.0082T + 0.000003T^2 - 0.0000001T^3 \quad (69)$$

L'intégrale de cette équation entre les bornes 20–600°C donne:

$$\int_{20}^{600} (32.4 - 0.0082T + 0.000003T^2 - 0.0000001T^3) dT$$

$$= \left[32.4T - 0.0082 \frac{T^2}{2} + 0.000003 \frac{T^3}{3} - 0.0000001 \frac{T^4}{4} \right]_{20}^{600} \quad (70)$$

$$= 14294 \text{ Joules}$$

L'apport de chaleur total est donc de:

$$q_{tot.} = 45902 + 14294$$

$$(71)$$

$$= 60196 \text{ Joules}$$

Donc, le contribution du rayonnement (pour 24 heures de chauffage) vaut environ 24% (14294./60196) et celle de la convection forcée, environ 76% (45902/60196).

Annexe D Temps de calcul (CPU) pour les différentes étapes du modèle

Tableau D.1 Convection forcée. Temps cpu pour les deux étapes principales du modèle.

	Temps cpu (sec)
Géométrie, maillage et conditions limites. (PATRAN, station SPARC IPX de SUN)	9000
Résolution de l'écoulement; h_{conv} et Q_{conv} (FLOTRAN, station IRIS de SGI)	86400
	95400

Tableau D.2 Rayonnement. Temps cpu pour les trois étapes principales du modèle.

	Temps cpu (sec)
Géométrie, maillage et conditions limites. (PATRAN, station SPARC IPX de SUN)	60
Calcul des facteurs de formes. (P/VIEWFACTOR, station SPARC IPX de SUN)	2800
Calcul du flux de chaleur (Q_{ray}) (P/THERMAL, station SPARC IPX de SUN)	1500
	4360

Tableau D.3 Conduction. Temps cpu pour les deux étapes principales du modèle.

	Temps cpu (sec)
Géométrie, maillage et conditions limites. (PATRAN, station SPARC IPX de SUN)	1200
Distribution des températures (P/THERMAL, station SPARC IPX de SUN)	32000
	33200