

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE EN INGÉNIERIE

PAR

AZAD EL AKEL

ÉTUDE DU RAYONNEMENT TRANSITOIRE

UNIDIMENSIONNEL EN UTILISANT LA MÉTHODE DES

ORDONNÉES DISCRÉTES

Janvier 2004



Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

RÉSUMÉ

Les transferts de chaleur par rayonnement jouent un rôle essentiel dans de très nombreuses applications industrielles essentiellement celles qui font intervenir des hautes températures. Ces transferts interviennent également de manière déterminante à d'autres niveaux de température et dans divers domaines technologiques tels que la cryogénie, l'utilisation de l'énergie solaire, la mesure de température sans contact, etc.

Le transfert radiatif considéré dans ce travail est relié principalement à la propagation d'un rayonnement collimaté et pulsé à l'intérieur d'un milieu absorbant et diffusant. Lorsqu'une impulsion laser de l'ordre de la pico-seconde est alimentée à un milieu, la diffusion du rayonnement qui s'ensuit peut persister sur une période de temps beaucoup plus grande que la durée de l'impulsion, conduisant ainsi à un problème radiatif transitoire. Plusieurs applications de ce phénomène font présentement l'objet d'intenses recherches, e.g. tomographie optique biomédicale, évaluation in-situ de propriétés, détection de la concentration de poissons dans l'océan.

Dans ce mémoire, sera traité le cas d'un milieu hétérogène absorbant/diffusant mais non émettant irradié par une impulsion laser monochromatique. La résolution de l'équation de transfert radiatif instationnaire (ETR) sera effectuée en utilisant la méthode des ordonnées discrètes combinée à la méthode interpolée parabolique monotonique décentrée (*Piecewise Parabolic Method*), pour différents coefficients de diffusion, différents coefficients d'absorption, différentes fonctions de phases et différentes épaisseurs des couches constituant le milieu considéré. Une application à un système tissulaire donné et une anomalie donnée, dont les propriétés physiques et géométriques sont connues, nous permettra de configurer des courbes étalons. Ces dernières seront utilisées dans le but de déceler la présence de l'imperfection dans un système donné ainsi que de remonter à sa position dans la profondeur du système à partir d'un état de référence.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur André Charette (directeur) pour son encadrement et son intérêt particulier qu'il a manifesté tout au long du développement de ce travail.

J'exprime ensuite toute ma gratitude à l'égard de Messieurs Joan Boulanger, Vincent Goutière et Mohamed Sakami pour leurs soutien et leurs conseils ainsi que les ouvrages qu'ils m'ont transmis et qui m'ont servi tout au long de mon travail.

Je ne saurais, enfin, clore cette liste sans avoir une pensée toute particulière premièrement pour ma famille lointaine qui m'a toujours appuyée; sans elle, il m'aurait été difficile de mener à bien mes études. Ma reconnaissance va aussi à tous mes amis pour leur gentillesse et leur disponibilité, et à toute personne qui directement ou indirectement ont influencé le texte de ce mémoire.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	i
REMERCIEMENTS	ii
TABLE DES MATIÈRES	iii
LISTE DES SYMBOLES	viii
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES TABLEAUX	xvii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 : LE TRANSFERT DE CHALEUR RADIATIF	10
1.1 Introduction	10
1.2 L'intensité radiative	12
1.3 L'équation générale de transfert radiatif	13
1.3.1 Atténuation par absorption et diffusion	14
1.3.1.1 Atténuation par absorption	14
1.3.1.2 Atténuation par diffusion	15
1.3.2 Accroissement par émission et diffusion	16
1.3.2.1 Accroissement par émission propre	16
1.3.2.2 Accroissement par diffusion	17

1.3.3 L'équation générale de transfert radiatif	20
1.3.4 Les conditions aux limites	22
1.3.4.1 Cas d'une surface diffuse	22
1.3.4.2 Cas d'une réflexion spéculaire et diffuse	24
1.4 Résolution spatiale et temporelle de l'équation de transfert radiatif transitoire	25
CHAPITRE 2 : LA MÉTHODE DES ORDONNÉES DISCRÈTES	27
2.1 Introduction	27
2.2 Principe de la méthode des ordonnées discrètes	28
2.3 Choix des directions et de leur facteur de pondération	29
2.3.1 Les lois de la symétrie	29
2.3.2 Le choix des directions et de leur poids	30
2.4 Résolution de l'ETR à l'aide de la méthode aux ordonnées discrètes	32
2.4.1 Les relations générales	32
2.4.2 Géométrie monodimensionnelle instationnaire	33
2.4.3 Expression des conditions aux limites au niveau des parois	36
2.5 Problèmes multidimensionnels	37
CHAPITRE 3 : «<i>PIECEWISE PARABOLIC ADVECTION</i>» LA MÉTHODE INTERPOLÉE PARABOLIQUE MONOTONIQUE DÉCENTRÉE	39
3.1 Introduction	39
3.2 Application de la méthode PPA à l'équation linéaire d'advection	40
3.2.1 Équation linéaire d'advection	40

3.2.2	Fonction d'interpolation	41
3.2.3	Calcul des intensités latérales	46
3.2.3.1	Premier cas	46
3.2.3.2	Deuxième cas	48
3.2.4	Calcul des intensités $I_{i-1/2}$ et $I_{i+1/2}$	50
3.3	Cas de discontinuités	51
 CHAPITRE 4 : RÉOLUTION DE L'ETR TRANSITOIRE DANS UN MILIEU DIFFUSANT/ABSORBANT EN UTILISANT LA MÉTHODE DES ORDONNÉES DISCRÉTES		 55
4.1	Introduction	55
4.2	Procédure analytique	56
4.2.1	Description du cas traité	56
4.2.2	Résolution de l'ETR transitoire	57
4.2.3	L'approximation monotonique décentrée (PPA)	63
4.3	Procédure numérique	64
4.3.1	Algorithme de calcul	65
 CHAPITRE 5 : COMPARAISON ET DISCUSSION DES RÉSULTATS		 67
5.1	Introduction	67
5.2	Cas d'un milieu homogène	68
5.2.1	Revue littéraire	68
5.2.2	Familles de signaux	69

5.3 L'effet de l'inhomogénéité sur le comportement des signaux	75
5.4 Étude paramétrique : cas d'un milieu hétérogène	81
5.4.1 Description du cas traité	81
5.4.2 Les données numériques	83
5.4.3 Variation du coefficient de diffusion de la couche interne	84
5.4.3.1 Variation de la transmittance en fonction du temps	85
5.4.3.2 Variation de la réflectance en fonction du temps	86
5.4.4 Variation du coefficient d'absorption de la couche interne	90
5.4.4.1 Variation de la transmittance en fonction du temps	91
5.4.4.2 Variation de la réflectance en fonction du temps	92
5.4.5 Variation des épaisseurs des trois couches	95
5.4.5.1 Variation de la transmittance et réflectance en fonction du temps	97
5.5 Application sur le tissu humain	105
5.5.1 L'effet de la variation de la largeur de l'impulsion	106
5.5.2 Les courbes étalons	109
CONCLUSIONS	122
BIBLIOGRAPHIE	125
ANNEXES	139
I. Programme en Fortran	140
II. Variation du coefficient de diffusion	178
III. Variation du coefficient d'absorption	182
IV. Déplacement de la couche interne vers la paroi d'incidence	186

V. Déplacement de la couche interne vers la paroi d'émergence

LISTE DES SYMBOLES

Abréviations

ETR	équation de transfert radiatif
IRM	imagerie par résonance magnétique
MOD	méthode des ordonnées discrètes
NIR	proche de l'infra-rouge
PPA	méthode d'interpolation parabolique décentrée monotonique

Symboles latins

a	coefficient de fonction de phase	
C	vitesse de propagation	$m.s^{-1}$
dA	surface apparente	m^2
dl	longueur	m
ds	longueur infinitésimale	m
dV	volume de contrôle	m^3
$H(t)$	fonction de Heaviside	
$I(s, \vec{\Omega})$	intensité directionnelle	$W.sr^{-1}.m^{-2}$

k	constante	
L	épaisseur de la couche	m
M	nombre total de directions	
n	indice de réfraction	
n	nombre de latitudes occupées	
N	ordre d'une quadrature angulaire (S_N, T_N)	
N	nombre de pas de temps	
O	point d'une surface	
Q	flux d'énergie radiatif	W
$S(\theta, \tau)$	terme source radiatif	$W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2}$
s	abscisse spatiale	
s_p	point dans une paroi	
T	température	K
t	temps	s
z	position physique	

Symboles grecs

β	coefficient d'extinction	m^{-1}
Δt	pas de temps	s
Δx	taille de la cellule	m
$\delta(x)$	fonction Delta Dirac	

ε	émissivité	
$\Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega})$	fonction de phase	
φ	angle	rad
κ	coefficient d'absorption	m^{-1}
μ, η, ξ	cosinus directeurs	
θ	angle	rad
θ'	angle	rad
ρ	coefficient de réflexion	
σ	coefficient de diffusion	m^{-1}
σ_{St-Bo}	constante de Stefan-Boltzman	$W.m^{-2}.K^{-4}$
τ	épaisseur optique	
$d\Omega$	angle solide élémentaire	sr
ω	albédo	
ω_m	poids associé à la m^{eme} direction	sr

Vecteurs

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vecteurs d'un repère orthonormé
\vec{n}	normale extérieure à une paroi
$\vec{\Omega}$	direction de propagation du rayonnement

Indices inférieurs

abs	absorption
c	collimaté
d	diffusion
em	émission
i	indice d'une cellule monodimensionnelle
inc	incident
j	direction angulaire
L	nombre de strates
L	valeur à gauche
m	direction angulaire
m	valeur moyenne
p	point
p	impulsion
r	réfléchi
R	valeur à droite
s	spéculaire
tr	transmis

Indices supérieurs

ent	direction vers le milieu
n	temps

sort	direction vers la paroi
0	corps noir
+	dans la direction positive
-	dans la direction négative
*	valeur adimensionnelle

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Schématisation de l'angle solide.	12
Figure 1.2 : Schématisation des contributions au cours de la propagation du rayonnement.	13
Figure 1.3 : Schématisation de la diffusion.	18
Figure 1.4 : Schématisation d'une surface diffuse.	22
Figure 1.5 : Schématisation d'une surface spéculaire.	22
Figure 2.1 : Schématisation de la discrétisation du milieu monodimensionnel.	34
Figure 3.1 : Schématisation des cellules.	41
Figure 3.2 : Schématisation de l'étape d'interpolation du schéma d'advection.	43
Figure 3.3 : Schématisation de l'étape de l'intégration du schéma d'advection.	44
Figure 3.4 : Schématisation des intensités aux interfaces.	45
Figure 3.5 : Schématisation de la détection de discontinuité en utilisant PPA.	52
Figure 4.1 : Schématisation du modèle physique.	56
Figure 5.1 : Représentation des quatre familles de signaux transmis.	70
Figure 5.2 : Représentation des quatre familles des signaux réfléchis.	71
Figure 5.3 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance, cas homogène.	74

Figure 5.4 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance, cas homogène.	74
Figure 5.5 : Schématisation de l'inhomogénéité dans le milieu traité.	75
Figure 5.6 : Réflectance en fonction du temps.	78
Figure 5.7 : Transmittance en fonction du temps.	78
Figure 5.8 : Réflectance en fonction du temps.	79
Figure 5.9 : Transmittance en fonction du temps.	79
Figure 5.10 : Schématisation du modèle physique.	82
Figure 5.11 : Effet du coefficient de diffusion sur la transmittance (cas isotrope).	87
Figure 5.12 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.	87
Figure 5.13 : Effet du coefficient de diffusion sur la réflectance (cas isotrope).	88
Figure 5.14 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.	88
Figure 5.15 : Effet du coefficient d'absorption sur la transmittance (cas isotrope).	93
Figure 5.16 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.	93
Figure 5.17 : Effet du coefficient d'absorption sur la réflectance (cas isotrope).	94
Figure 5.18 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.	94
Figure 5.19 : Effet de l'épaisseur des couches sur la transmittance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'incidence), $L_3=1$ mm.	98
Figure 5.20 : Effet de l'épaisseur des couches sur la réflectance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'incidence), $L_3=1$ mm.	98
Figure 5.21 : Effet de l'épaisseur des couches sur la transmittance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm.	99

Figure 5.22 : Effet de l'épaisseur des couches sur la réflectance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm.	99
Figure 5.23 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance (déplacement vers la paroi d'incidence), $L_1=0.75$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=1$ mm.	100
Figure 5.24 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance (déplacement vers la paroi d'incidence), $L_1=0.75$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=1$ mm.	100
Figure 5.25 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance (déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=0.75$ mm.	101
Figure 5.26 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance (déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=0.75$ mm.	101
Figure 5.27 : Effet de déplacement de la couche interne sur la transmittance (cas isotrope).	103
Figure 5.28 : Effet de déplacement de la couche interne sur la réflectance (cas isotrope).	103
Figure 5.29 : Effet de la largeur de l'impulsion sur la transmittance.	107
Figure 5.30 : Effet de la largeur de l'impulsion sur la réflectance.	108
Figure 5.31 : Schématisation des différentes positions de la couche malade.	111
Figure 5.32 : Effet de la position de la couche malade sur la transmittance.	112
Figure 5.33 : Effet de la position de la couche malade sur la réflectance.	112
Figure 5.34 : Effet de la position de la couche malade sur la transmittance.	113
Figure 5.35 : Effet de la position de la couche malade sur la réflectance.	113
Figure 5.36 : Effet de la position de la couche malade sur la transmittance.	114
Figure 5.37 : Effet de la position de la couche malade sur la réflectance.	114

Figure 5.38 : Différentielle de temps en transmittance pour passer sous le seuil de 10^{-10} . 116

Figure 5.39 : Différentielle de temps en réflectance pour passer sous le seuil de 10^{-10} . 116

Figure 5.40 : Schéma illustratif de la détermination de la position de la couche malade. 121

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 5.1 : Cas homogène : valeurs des propriétés optiques et géométriques du milieu homogène.	76
Tableau 5.2 : Cas hétérogène 1 : valeurs des propriétés optiques et géométriques du milieu hétérogène 1. Le coefficient d’extinction est diminué de 20%.	76
Tableau 5.3 : Cas hétérogène 2 : valeurs des propriétés optiques et géométriques du milieu hétérogène 2. Le coefficient d’extinction est augmenté de 20%.	77
Tableau 5.4 : Valeurs des coefficients de diffusion, absorption et épaisseurs des trois couches composant le milieu considéré.	84
Tableau 5.5 : Valeurs des coefficients de diffusion, d’absorption et des épaisseurs des trois couches composant le milieu considéré.	90
Tableau 5.6 : Valeurs des coefficients de diffusion et absorption des trois couches.	96
Tableau 5.7 : Valeurs des épaisseurs des trois couches composant le milieu.	96
Tableau 5.8 : Valeurs des épaisseurs des trois couches composant le milieu.	97
Tableau 5.9 : Propriétés optiques du système tissulaire.	105
Tableau 5.10 : Valeurs de la largeur de l’impulsion laser.	106
Tableau 5.11 : Valeurs des épaisseurs des trois couches du système tissulaire (figure 5.31).	109

Tableau 5.12 : Valeurs de la largeur de l'impulsion laser.

110

INTRODUCTION

Dans les études d'ingénierie traditionnelles, le terme instationnaire de l'équation de transfert radiatif peut être négligé ; cette hypothèse n'entraîne pas d'erreurs importantes car les variations temporelles des quantités observables, par exemple la température, sont faibles comparativement au temps que le photon met avant d'atteindre sa cible et que l'équilibre radiatif soit établi. En revanche, dans plusieurs récentes applications, comme l'interaction d'une impulsion laser avec la matière, sujet nous intéressant plus particulièrement, l'effet du régime transitoire doit être pris en considération dans l'équation de transfert radiatif.

Dans le cas transitoire, les signaux transmis ou réfléchis peuvent persister sur une période de temps plus grande que la durée de l'impulsion. Leur étude peut révéler des informations concernant les propriétés internes du milieu. Récemment, plusieurs recherches sont focalisées sur l'application de ces phénomènes dans le domaine de la tomographie optique ou de l'océanographie.

Il est prévu, par exemple, que la tomographie optique pourra fournir dans un avenir rapproché des renseignements physiologiques de façon plus sécuritaire, plus simple et plus économique que tous les autres systèmes tomographiques connus (rayons X, résonance magnétique.....). Quelques applications ont déjà vu le jour [1,2]. La gamme de longueurs

d'onde visée se trouve dans le proche infrarouge (*NIR, Near Infra-Red*) ($700 < \lambda < 900$ nm), i.e. dans une fenêtre où l'absorption par les tissus est faible. En revanche, le flux de photons est hautement perturbé par le phénomène de diffusion (*scattering*). Ce phénomène est à l'origine des problématiques les plus aiguës, motivant actuellement les recherches dans cette discipline [3, 4].

La tomographie optique se distingue des autres méthodes sur deux points : tout d'abord, le rayonnement est non ionisant, donc des doses raisonnables peuvent être utilisées à plusieurs reprises sans présenter un danger pour les patients. En second lieu, les méthodes optiques permettent de différencier entre les tissus mous, grâce à leurs différents niveaux d'absorption ou de diffusion dans l'infrarouge. Ce type d'imagerie sélective, permet d'accéder à une information fonctionnelle, ce qui n'est pas le cas en utilisant les autres méthodes, elles ne permettent d'obtenir qu'une information structurelle. Par exemple, l'absorption spécifique par les chromophores normaux, tel que l'oxyhémoglobine, nous permet d'obtenir des informations sur l'évolution de l'oxygénation du cerveau lors d'exercices particuliers [5, 6]. La recherche dans le domaine de l'imagerie optique a été canalisée surtout dans des applications cliniques [7, 8]. Le plus important exemple à citer est le développement des techniques afin de diagnostiquer le cancer du sein [9, 10, 11]. Néanmoins, ce diagnostic exige une résolution spatiale de quelques millimètres ou plus afin que les tumeurs puissent être différenciées du tissu sain alors qu'elles n'ont pas encore commencé à métastaser, rendant le traitement difficile.

Du fait de l'historique très complexe du flux de photons dans un milieu fortement diffusant comme les tissus humains, beaucoup de difficultés sont encore à surmonter pour que la

spectroscopie infrarouge puisse vraiment rivaliser en précision avec la radiographie classique pour ces applications.

Le très fort niveau d'extinction interdit toute transillumination, c'est à dire la vision interne en deux dimensions de l'échantillon par transparence, au delà de quelques millimètres [4] comme le permettent les rayons X de la radiographie qui viennent frapper une plaque sensible recueillant l'image après n'avoir été que très localement absorbés par les parties les plus denses de l'organisme comme le squelette. Il en est de même des méthodes de projection [12], comme celle de Radon, qui font l'hypothèse d'une loi d'extinction simple sur un trajet linéaire des photons. Par inversion de cette loi, on remonte aux paramètres d'extinction mais, à nouveau, la perturbation totale du flux de photons par le phénomène de diffusion dans le tissu invalide les hypothèses.

Pour ces raisons, les méthodes les plus prometteuses s'intéressent à la résolution du problème inverse afin de retrouver la carte tridimensionnelle de l'échantillon en terme de paramètres choisis, comme les coefficients d'absorption κ et de diffusion σ [13, 14, 15].

Le principe des problèmes inverses est le suivant : à partir d'une répartition donnée des paramètres, un modèle direct permet de simuler le trajet des photons depuis leur point d'injection, généralement grâce à l'utilisation de fibres optiques récoltant un faisceau laser et débouchant sur ou dans l'échantillon, jusqu'à une batterie de détecteurs disposés en réseau autour du tissu.

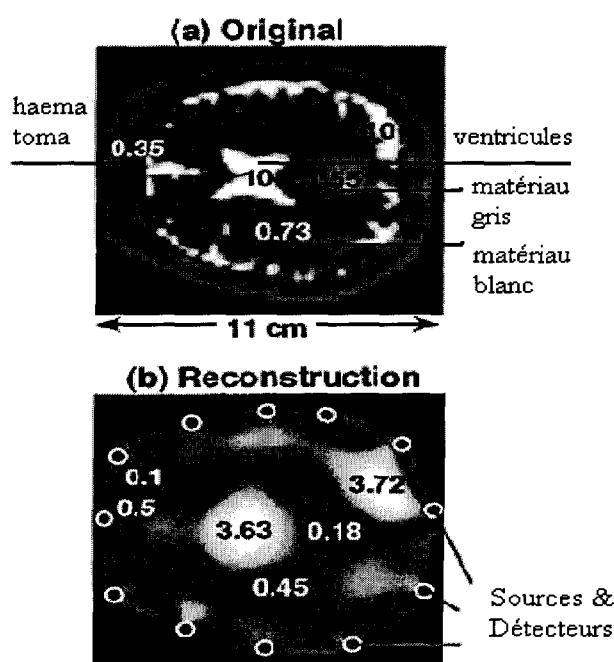


Fig. 1. (a): Image originale par IRM. (b): Schématique du dispositif de tomographie optique autour d'une boîte crânienne. [19]

La Figure 1, donne à titre d'illustration, un cas d'analyse-modèle pour la détection de l'hémorragie intra-ventriculaire dans le cerveau de jeunes enfants. La différence entre la lecture effective des détecteurs autour de l'échantillon et celle virtuelle, prévue par le problème direct est minimisée par affinement de la répartition spatiale des propriétés du milieu qui sont ainsi déterminées.

Ces méthodes sont généralement en régime stationnaire. Le faisceau laser délivre l'énergie lumineuse en continu et la lecture sur les détecteurs est indépendante du temps. Cependant, nous avons pu remarquer, en régime instationnaire à partir de modes pulsés, qu'il existe une rémanence de l'émission de photons de la part du matériau après extinction de l'impulsion. Ainsi, lorsqu'un rayonnement collimaté pulsé est dirigé sur un tissu ou un organe biologique absorbant/diffusant, l'évolution temporelle du signal de sortie causée par

la diffusion, dépendant de la répartition spatiale dans l'échantillon des propriétés optiques, peut être une source importante d'information [16, 17, 18], et la résolution du problème inverse correspondant peut permettre de reconstruire une image de l'intérieur du milieu et d'y déceler les imperfections avec une précision accrue par rapport aux méthodes stationnaires. Dans un tel cas, il est primordial de résoudre correctement l'équation de transfert radiatif (ETR) instationnaire.

Cette équation bilan permet la modélisation complète de ce problème hyperbolique, où l'onde lumineuse correspondant à l'impulsion laser, est traitée dans sa dynamique de propagation avec termes puits-source dus, respectivement, à l'extinction dans le milieu et à la redistribution par diffusion de l'énergie récupérée par l'impulsion (Chapitre I). Les modèles actuels sont sous l'hypothèse de diffusion du fait de la forte prépondérance de ce phénomène dans de nombreux tissus [19, 20]. La diffusion permet de simplifier le traitement numérique mais est incapable de résoudre le déplacement hyperbolique d'un pulse dans un milieu [21]. De même, la résolution d'enclaves à faible niveau de diffusion au sein de milieux très diffusants comme les zones intra-articulaires est inaccessible ce qui a conduit à des tentatives de résolutions hyperboliques qui demeurent encore assez crues [22, 23].

La résolution de l'ETR instationnaire complète représente un défi pour la précision des méthodes approchées : certains modèles peuvent bien représenter le régime permanent, mais ne peuvent être en mesure de simuler correctement le transitoire. Les études dans ce domaine ont débuté il y a 10-20 ans, mais des travaux importants ont été faits récemment.

Mitra et Kumar [24] ont montré que la prédiction des signaux de sortie d'un milieu absorbant/diffusant dépend fortement des modèles utilisés pour la résolution de l'ETR en régime transitoire. Hsu et Tan [25, 26] ont développé une équation intégrale et Wu [27] a mis en œuvre une méthode légèrement différente pour traiter l'équation de transfert radiatif transitoire. Ces solutions ont fourni des résultats exacts et ont été vérifiées avec l'algorithme de la méthode Monte Carlo [28]. Plus tard, Fleck [29], a utilisé cette méthode afin de simuler le transfert radiatif transitoire et a comparé les résultats avec la méthode de différences finies. Cependant, la méthode de Monte Carlo requiert un grand nombre de tirs statistiques de photons afin d'obtenir des résultats précis ce qui est très coûteux en temps calcul.

Dans les deux dernières décennies, la méthode des ordonnées discrètes (MOD) a émergé en tant que la méthode la plus attrayante pour modéliser le transfert radiatif à l'état stationnaire [30, 31]. Cette méthode, héritée de l'astrophysique et du génie nucléaire, explicite le terme source dû à la diffusion dans l'équation de transfert radiatif où les photons diffusés à partir d'autres directions viennent renforcer le flux dans la direction considérée (Chapitre II). Certains chercheurs ont appliqué la méthode des ordonnées discrètes (MOD) afin d'étudier les phénomènes de transport radiatif transitoire [16, 17]. Elle a été également employée par Mitra et Churnside [32] en vue d'analyser le transfert radiatif transitoire dans le milieu océanographique. Wendroff [33] a proposé une méthode de différences finies inconditionnellement stable en combinant un schéma exponentiel avec la méthode des ordonnées discrètes.

Néanmoins, les schémas traditionnels employés, à l'exception de la méthode Monte Carlo et de la formulation de l'équation intégrale, qui ne sont pas envisageables pour des applications pratiques, ne peuvent pas prendre en compte correctement le gradient aigu du front d'onde [34]. C'est pourquoi il faut mettre en oeuvre une méthode numérique efficace pour résoudre le problème du front d'onde radiatif avec de petites erreurs en terme de diffusion et de dispersion numériques. En 1983, Harten [35] a introduit le concept de TVD (*Total Variation Diminishing*) dans le but de construire un tel schéma. Cette méthode assure que le schéma ait comme propriété la préservation de la monotonicité, ce qui permet de prévenir la dispersion dans des zones de forts gradients tout en permettant un schéma d'ordre élevé et peu diffusif sur l'ensemble du domaine.

Un de ces schéma, très connu dans le domaine de l'astrophysique et de la dynamique des fluides numérique, est la méthode d'interpolation parabolique monotonique décentrée (PPA : *Piecewise Parabolic Advection*) de Collela et Woodward [36], utilisé par Stone et Mihalas [37]. Le schéma PPA est un schéma de type TVD permettant une précision élevée, jusqu'à l'ordre 4, à partir d'une construction par interpolation particulière (Chapitre III). Cette construction impose une contrainte de monotonicité locale évitant de la naissance d'ondes numériques et assure ainsi une propagation des caractéristiques d'un front d'onde aigu.

Sakami et Mitra [17] ont combiné la MOD avec le schéma PPA afin de traiter le transfert radiatif unidimensionnel instationnaire dans un milieu homogène. Les résultats sont en parfait accord avec la solution intégrale [26] et la solution de Monte Carlo [28] et rendent parfaitement compte de l'advection à la vitesse de la lumière dans le milieu du

créneau laser en configuration pulsée. Cette méthode de résolution contribue dans le sens des études de ces dernières années, à savoir, considérer une propagation hyperbolique (vitesse finie) de l'intensité. Ce n'est que de cette façon que l'on peut reproduire correctement le comportement réel pour tous les types de milieux et espérer exploiter au maximum les possibilités de reconstruction de l'image interne des organes à partir de la tomographie optique infrarouge à des fins cliniques.

OBJECTIFS

Les principaux objectifs de ce mémoire consistent tout d'abord à résoudre l'équation du transfert radiatif (ETR) dans le cas instationnaire unidimensionnel, et cela pour un milieu hétérogène diffusant et absorbant irradié par une impulsion monochromatique. La méthode des ordonnées discrètes (MOD) sera combinée avec la méthode d'interpolation monotonique décentrée (PPA) afin de résoudre le système d'équations du transfert radiatif instationnaire. Un code numérique en Fortran sera utilisé pour résoudre l'ETR transitoire dans le cas d'un milieu hétérogène constitué de trois couches de propriétés physiques différentes. Ce code a été élaboré par Mohamed Sakami [17], ce dernier a utilisé ce code pour étudier uniquement le cas d'un milieu homogène monodimensionnel. À l'issue de ce code, une étude paramétrique sera effectuée et sera basée sur la variation des paramètres physiques suivants correspondants à chaque couche :

- coefficients de diffusion ;
- coefficient d'absorption ;
- coefficient de fonction de phase de diffusion ;

- épaisseur.

Et pour clore cette étude paramétrique, une application dans le milieu médical est traitée et cela dans le but de rechercher des cellules malades dans des systèmes présentant des imperfections. Pour cela, nous traiterons le cas d'un système tissulaire donné, il est considéré comme un milieu composé de trois couches, comportant une anomalie dont les propriétés physiologiques sont connues, dans le but de déterminer la présence de l'anomalie, couche interne de propriétés optiques différentes des autres couches, ainsi que sa position dans la profondeur du système tissulaire à partir d'un état de référence.

CHAPITRE 1

LE TRANSFERT DE CHALEUR RADIATIF

1.1 Introduction

Le transfert de chaleur joue un rôle très important aussi bien dans la vie courante (par exemple la cuisinière) que dans le domaine industriel (par exemple les fours). Il existe trois modes de transfert de chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement. Les deux premiers modes reposent essentiellement sur la présence d'un support matériel (fluide ou solide) tandis que le rayonnement est une propagation d'énergie ne nécessitant l'intervention d'aucun support matériel. Cette propagation peut donc s'effectuer aussi bien dans le vide que dans certains milieux matériels dits transparents ou semi-transparentes.

Un milieu est dit transparent pour un rayonnement incident donné si ce rayonnement traverse ce milieu sans être atténué. Il est opaque dans le cas contraire où aucun rayonnement ne peut émerger car il est intégralement absorbé par le milieu. Entre ces deux cas limites, nous trouvons les milieux dits semi-transparentes. Ces milieux atténuent partiellement le rayonnement incident mais une fraction de ce dernier peut émerger du matériau.

Certaines radiations sont de nature corpusculaire comme les rayonnements électroniques (tube cathodique), ioniques, d'autres de nature électromagnétique comme les photons, c'est uniquement dans le cadre de l'interaction de ces derniers avec la matière que ce mémoire est conçu.

Les études traditionnelles de l'ingénierie reposent essentiellement sur la résolution de l'équation de transfert radiatif dans le cas stationnaire [38], en revanche le rayonnement en régime transitoire a commencé à susciter beaucoup d'intérêt dans plusieurs récentes applications comme l'interaction d'une pulsation laser avec la matière [39]. Dans ces conditions, la durée de la pulsation est généralement trop courte pour que l'équilibre radiatif puisse être atteint et il faut considérer le déplacement du front d'onde dans le temps à la célérité de la lumière dans le milieu. Cette interaction des courtes pulsations laser avec la matière semi-transparente constitue le principal objet de ce mémoire et sera explicitée dans les chapitres ultérieurs.

Dans ce chapitre seront développées les relations générales qui gouvernent le comportement de transfert radiatif en présence d'un milieu absorbant, émettant et diffusant. Dans un premier temps seront explicités les phénomènes de l'interaction ayant lieu entre les molécules du matériau et le flux de photons, ensuite un bilan énergétique radiatif connu sous le nom de l'équation de transfert radiatif sera établi. Afin de simplifier les notations, nous nous bornerons, sauf mention explicite contraire, à l'étude d'un milieu gris et diffus (c'est à dire que les propriétés des grandeurs évoquées ne dépendront pas de la longueur d'onde du rayonnement ni de sa direction dans l'espace). Par ailleurs, la diffusion du

rayonnement sera dite cohérente : nous ne tiendrons pas compte de l'effet que peut avoir l'interaction entre la matière et le rayonnement sur la fréquence de ce dernier.

1.2 L'intensité radiative

Avant d'aborder l'équation de transfert radiatif, nous allons tout d'abord définir l'intensité de rayonnement I . Considérons un point O repéré par la coordonnée s de la surface émettrice et l'élément de cette surface dA centré en O . Soit une direction d'émission $\vec{\Omega}$ et soit l'angle élémentaire solide $d\Omega$ d'axe $\vec{\Omega}$ (figure 1.1).

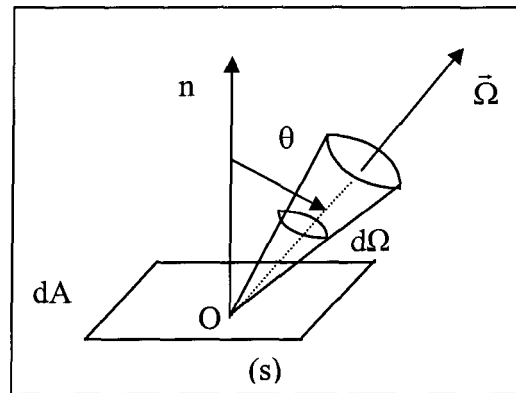


Figure 1.1: Schématisation de l'angle solide.

Pour des quantités dA et $d\Omega$ suffisamment petites, l'intensité directionnelle est définie par la relation suivante :

$$I(s, \vec{\Omega}) = \frac{dQ}{dA |\vec{\Omega} \cdot \vec{n}| d\Omega} \quad (1.1)$$

- $I(s, \vec{\Omega})$ est définie comme étant l'intensité directionnelle pour une direction de propagation $\vec{\Omega}$ et à la position s . Elle représente la densité de flux d'énergie radiative

émise par unité d'angle solide $d\Omega$ centré sur $\vec{\Omega}$ et par unité de surface apparente $dA \cos\theta$ (projection de dA sur le plan normal à $\vec{\Omega}$) ; elle s'exprime en $W/sr/m^2$;

- dQ représente le flux d'énergie radiative envoyé par l'élément de surface émettrice dA dans la direction $\vec{\Omega}$ et contenu dans le petit angle solide $d\Omega$; son unité est le W.

1.3 L'équation générale de transfert radiatif

L'équation de transfert radiatif traduit le fait que les variations locales de l'intensité $I(s, \vec{\Omega})$ résultent d'un bilan entre l'atténuation du rayonnement par absorption et diffusion et son renforcement par émission propre du matériau et diffusion (i.e. redirection ou dispersion) dans la direction considérée de l'intensité radiative en provenance de toutes les directions de l'espace. Toutes ces transformations sont illustrées à la figure suivante :

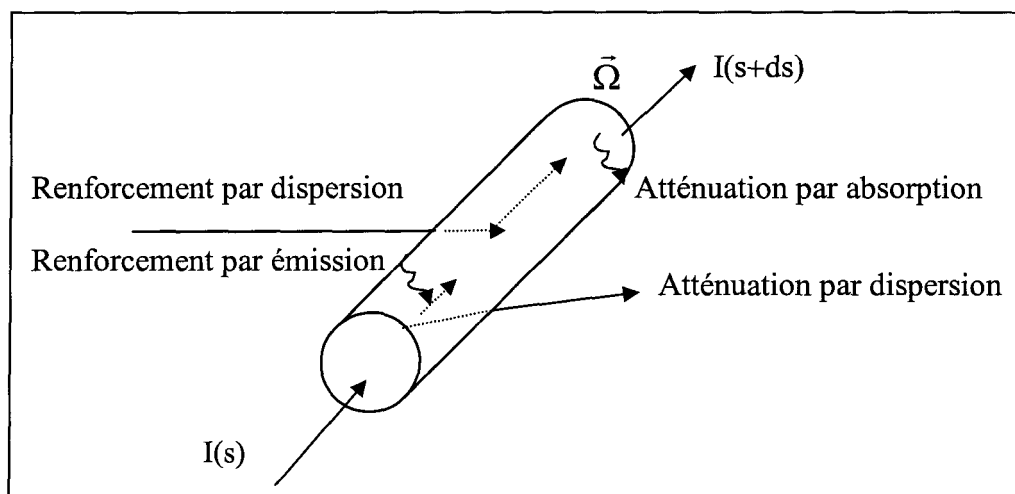


Figure 1.2 : Schématisation des contributions au cours de la propagation du rayonnement.

1.3.1 Atténuation par absorption et diffusion

Dans un milieu transparent, les rayons incidents sont atténués par absorption et diffusion le long de leurs trajets.

1.3.1.1 Atténuation par absorption

Lorsqu'une épaisseur infinitésimale reçoit un flux d'énergie incident, une fraction de l'énergie est transformée en énergie interne, ce mécanisme porte comme nom absorption.

La quantité absolue absorbée est proportionnelle à l'intensité de l'énergie incidente ainsi qu'au chemin élémentaire ds parcouru. Elle s'écrit de la façon suivante :

$$(dI)_{\text{abs}} = -\kappa I ds \quad (1.2)$$

- $(dI)_{\text{abs}}$ est la quantité d'énergie absorbée ;
- I est l'intensité incidente en W/sr/m^2 ;
- ds représente l'épaisseur infinitésimale (en m) traversée dans le volume de contrôle selon notre direction d'étude $\vec{\Omega}$ (figure 1.2) ;
- κ est le nom de coefficient d'absorption, son unité est le m^{-1} . C'est une caractéristique optique du milieu.

Le signe négatif introduit dans la relation précédente traduit la diminution de l'énergie transportée lors du mécanisme de l'absorption.

1.3.1.2 Atténuation par diffusion

L'atténuation par diffusion est similaire à celle par absorption, la seule différence consiste dans le fait que dans le cas de la diffusion, l'énergie qui suivait initialement la direction générale d'étude $\vec{\Omega}$ (figure 1.2) est redirigée vers une autre direction $\vec{\Omega}_d$ dans le milieu, alors que dans le cas de l'absorption, l'énergie est convertie en énergie interne.

L'atténuation par diffusion est traduite par la relation suivante, analogue à celle pour l'atténuation par absorption :

$$(dI)_d = -\sigma I ds \quad (1.3)$$

- $(dI)_d$ représente la quantité d'énergie diffusée.

σ est défini comme étant le coefficient de diffusion, son unité est le m^{-1} . Il s'agit également d'une propriété intrinsèque du milieu considéré.

L'atténuation totale de l'intensité pour un faisceau de rayon par l'effet de l'absorption et de la diffusion est appelée l'extinction et est caractérisée par le coefficient d'extinction β . Il s'agit de la somme du coefficient d'absorption κ et du coefficient de diffusion σ , par linéarité du bilan radiatif :

$$\beta = \sigma + \kappa \quad (1.4)$$

- β s'exprime également en m^{-1} ;

- β^{-1} est physiquement interprété comme une épaisseur optique caractéristique du mouvement, c'est la distance caractéristique d'atténuation d'un faisceau.

1.3.2 Accroissement par émission et diffusion

Un faisceau lumineux traversant un milieu non transparent dans une direction $\vec{\Omega}$ perd de l'énergie par absorption et diffusion le long du chemin parcouru. Cependant il acquiert aussi de l'énergie tant par émission propre du milieu qu'il traverse que par diffusion.

1.3.2.1 Accroissement par émission propre

Inversement au mécanisme de l'absorption cité auparavant, le mécanisme d'émission consiste à convertir l'énergie interne d'un corps porté à une certaine température en rayonnement thermique.

Le renforcement par émission propre est dû essentiellement à l'énergie radiative gagnée par le faisceau lumineux du fait de l'émission propre du milieu qu'il traverse. En première approximation, cette densité de flux d'énergie est égale à l'intensité du corps gris comme exprimée dans la relation suivante :

$$(dI)_{em} = \kappa I^0 ds \quad (1.5)$$

avec :

- $(dI)_{em}$ est la quantité d'énergie émise dans la direction de l'étude $\vec{\Omega}$;
- I^0 est l'intensité du corps noir, elle est dépendante de la température du milieu et de son indice de réfraction, elle est exprimée comme suit :

$$I^0 = \frac{2n^2 h \nu^3}{C^2} (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)^{-1} \quad (1.6)$$

- ν est la fréquence, son unité est le s^{-1} ;

- h est la constante de Planck = $6.626 \pm 0.001 \times 10^{-34}$ J.s ;
- C est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide = $2.99776 \pm 0.0004 \times 10^8$ m/s ;
- n est l'indice de réfraction ;
- k est la constante de Boltzmann = $1.3805 \pm 0.0001 \times 10^{-23}$ J/K ;
- T est la température de l'élément traversé en K.

Dans le cas de milieux gris et diffus, l'intensité du rayonnement propre n'est que proportionnelle à celle du corps noir, elle est exprimée comme suit :

$$(dI)_{em} = \varepsilon I^0 = \kappa I^0 ds \quad (1.7)$$

- ε dénote l'émissivité du milieu.

1.3.2.2 Accroissement par diffusion

Comme il a été mentionné antérieurement la diffusion correspond à une variation de la trajectoire d'un photon sous l'action d'un choc avec une molécule comme illustrée dans la figure (1.3). Cette variation peut s'accompagner ou non d'un échange d'énergie comme dans l'effet Compton. Cette particularité, tout comme la non-cohérence de la diffusion, dépasse le thème de nos travaux.

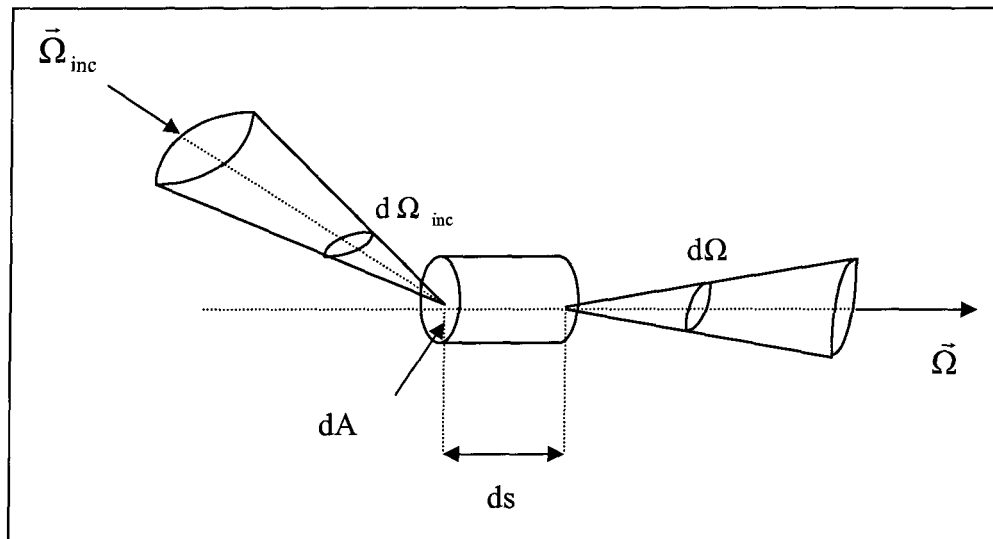


Figure 1.3 : Schématisation de la diffusion.

Le flux d'énergie radiative atteignant le volume de contrôle en s (figure 1.2 et 1.3) en provenant de la direction incidente $\vec{\Omega}_{inc}$ dans $d\Omega_{inc}$ s'écrit comme suit :

$$\delta Q_{inc} = I(s, \vec{\Omega}_{inc}) dA \left| \vec{\Omega}_{inc} \cdot -\vec{\Omega} \right| d\Omega_{inc} \quad (1.8)$$

En supposant que cette énergie suit la même direction $\vec{\Omega}_{inc}$ dans le volume de contrôle $dV = dA \times ds$, son parcours entre la face d'incidence en s et celle d'émergence en $s+ds$ aura

comme longueur $dl = \frac{ds}{\left| \vec{\Omega}_{inc} \cdot -\vec{\Omega} \right|}$.

La fraction du flux d'énergie δQ_d diffusée le long de ce parcours est, selon (1.3) en valeur absolue par linéarité de la construction du flux :

$$\delta Q_d = \sigma \delta Q_{inc} dl \quad (1.9)$$

D'où, en utilisant (1.8) :

$$\delta Q_d = \sigma [I(s, \vec{\Omega}_{inc}) dA |\vec{\Omega}_{inc} \cdot -\vec{\Omega}| d\Omega_{inc}] \frac{ds}{|\vec{\Omega}_{inc} \cdot -\vec{\Omega}|} \quad (1.10)$$

$$\delta Q_d = \sigma I(s, \vec{\Omega}_{inc}) dA d\Omega_{inc} ds \quad (1.11)$$

Cette quantité est diffusée dans toutes les directions de l'espace. Si la diffusion est isotrope, chaque direction de l'espace, notamment notre direction d'étude de bilan radiatif $\vec{\Omega}$, reçoit dans l'angle solide $d\Omega$ la fraction d'énergie $\frac{\delta Q_d}{4\pi} d\Omega$, sinon, il faut introduire une fonction de phase $\Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega})$ qui décrit la probabilité pour qu'un rayon provenant de $\vec{\Omega}_{inc}$ soit diffusé dans la direction de l'étude $\vec{\Omega}$. Dans ce cas, la fraction d'énergie est égale à $\frac{\Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega})}{4\pi} \delta Q_d d\Omega$.

D'où, la contribution de renforcement dI_d , au sein du volume de contrôle dV , par diffusion, dans la direction de l'étude $\vec{\Omega}$, en provenance de toutes les directions de l'espace en utilisant (1.11) :

$$(dI)_d dA d\Omega = \int_{\delta Q_{inc} \rightarrow 4\pi} \frac{\Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega})}{4\pi} \delta Q_d d\Omega \quad (1.12)$$

$$(dI)_d dA d\Omega = \int_{\vec{\Omega}_{inc} \rightarrow 4\pi} \frac{\Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega})}{4\pi} \sigma I(s, \vec{\Omega}_{inc}) dA d\Omega_{inc} ds d\Omega \quad (1.13)$$

$$(dI)_d = \frac{\sigma}{4\pi} ds \int_{4\pi} \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) I(s, \vec{\Omega}_{inc}) d\Omega_{inc} \quad (1.14)$$

Notons que la probabilité qu'un photon d'incidence $\vec{\Omega}_{inc}$ soit redirigé dans l'ensemble union de toutes les directions de l'espace est l'unité :

$$\frac{1}{4\pi} \int \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) d\Omega = 1 \quad (1.15)$$

Remarquons également que le cas de la diffusion isotrope évoquée plus haut revient à une fonction de phase constante et égale à l'unité.

1.3.3 L'équation générale de transfert radiatif

En conclusion, la variation de l'intensité radiative le long du parcours ds dans le volume de contrôle orienté suivant une direction $\vec{\Omega}$ (figure 1.2) peut se décrire comme suit :

$$I(s+ds, \vec{\Omega}) - I(s, \vec{\Omega}) = \underbrace{-(\kappa I(s, \vec{\Omega}) ds + \sigma I(s, \vec{\Omega}) ds)}_{(I)} + \underbrace{\kappa I^0(s) ds + \frac{\sigma ds}{4\pi} \int_{4\pi} I(s, \vec{\Omega}_{inc}) \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) d\Omega_{inc}}_{(II)} \quad (1.16)$$

où nous retrouvons les termes d'extinction (I), et les termes de renforcement (II) tels que présentés dans les équations (1.2, 1.3, 1.5, 1.14). En introduisant les variations temporelles à partir de ce point pour ne pas alourdir les développements postérieurs et en utilisant la série de Taylor :

$$I(s+ds, \vec{\Omega}, t+dt) = I(s, \vec{\Omega}, t) + \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} dt + \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}, t)}{\partial s} ds \quad (1.17)$$

Ces deux dernières équations (1.16, 1.17) conduisent à l'équation de transfert radiatif instationnaire (ETR) :

$$\frac{1}{C} \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}, t)}{\partial s} = \kappa I^0 - \kappa I(s, \vec{\Omega}, t) - \sigma I(s, \vec{\Omega}, t) + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{4\pi} I(s, \vec{\Omega}_{inc}, t) \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) d\Omega_{inc} \quad (1.18)$$

avec :

- $C = \frac{ds}{dt}$ représente la vitesse de propagation dans le milieu considéré.

En introduisant des nouvelles variables comme :

- le coefficient d'extinction $\beta = \kappa + \sigma$;

- l'épaisseur optique entre une position de référence ($s=0$) et la position actuelle

$$: \tau = \int_0^s \beta ds \text{ ou } \beta = \frac{d\tau}{ds};$$

- l'albédo $\omega = \frac{\sigma}{\beta}$.

L'équation de transfert radiatif peut alors s'exprimer de la façon suivante :

$$\frac{1}{C\beta} \frac{\partial I(\tau, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \frac{\partial I(\tau, \vec{\Omega}, t)}{\partial \tau} = (1 - \omega) I^0 - I(\tau, \vec{\Omega}, t) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\tau, \vec{\Omega}_{inc}, t) \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) d\Omega_{inc} \quad (1.19)$$

En combinant les deux termes de renforcement :

$$S(\tau, \vec{\Omega}, t) = (1 - \omega) I^0 + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\tau, \vec{\Omega}_{inc}, t) \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) d\Omega_{inc} \quad (1.20)$$

L'équation de transfert radiatif prend la forme suivante :

$$\frac{1}{C\beta} \frac{\partial I(\tau, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \frac{\partial I(\tau, \vec{\Omega}, t)}{\partial \tau} + I(\tau, \vec{\Omega}, t) = S(\tau, \vec{\Omega}, t) \quad (1.21)$$

où $S(\tau, \vec{\Omega}, t)$ est nommé le terme source.

1.3.4 Les conditions aux limites

Pour les conditions aux limites, nous distinguons deux types de surfaces : surface diffuse et surface spéculaire. Les figures suivantes représentent ces deux types de surfaces :

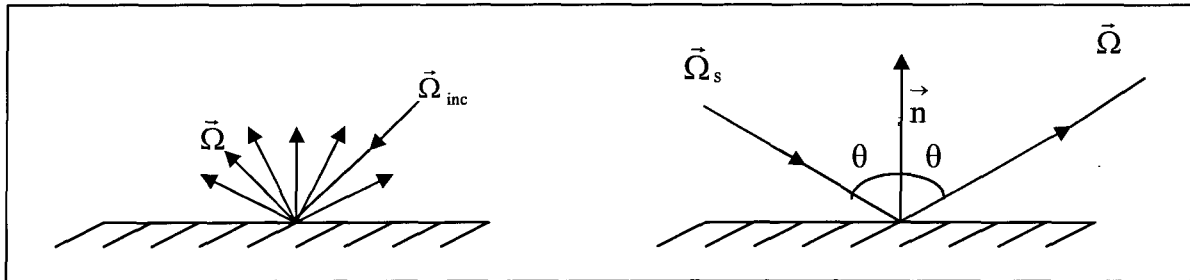


Figure 1.4 : Schématisation d'une surface diffuse.

Figure 1.5 : Schématisation d'une surface spéculaire.

Dans le cas d'une surface diffuse, le rayonnement provenant d'une direction donnée sera réfléchi également selon toutes les directions possibles pour la surface. Dans le cas d'une surface spéculaire, le rayonnement réfléchi fera un angle égal à celui de l'angle incident selon les lois le plus souvent académiques de la réflexion. Le cas spéculaire pur ne sera pas abordé et exploité dans ce mémoire.

1.3.4.1 Cas d'une surface diffuse

Considérons une paroi diffuse d'émissivité ε . Selon la valeur de ε nous aurons affaire à deux types de parois différentes :

- si $\varepsilon=1$, la paroi est considérée comme une paroi noire et la réflexion est nulle. La condition aux limites se réduit à $I(\tau_p, \vec{\Omega}) = I^o$ pour toute direction émanente $\vec{\Omega}$ qui traduit l'émission propre de la paroi au point τ_p ;

- si $\varepsilon \neq 1$, la paroi est dite grise, et dans ce cas nous allons prendre en compte, en plus de l'émission propre de la paroi grise, le phénomène de réflexion, ce qui veut dire que contrairement au premier cas où tout le rayonnement émanent de la paroi était émis, une partie du rayonnement est émise et l'autre partie provient de la réflexion du rayonnement incident issu de l'intérieur du domaine.

Considérons le flux incident sur la paroi Q_{inc} qui s'exprime de la manière suivante :

$$Q_{inc} = \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc} < 0} I_{inc}(\tau_p, \vec{\Omega}_{inc}, t) |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc}| d\Omega_{inc} \quad (1.22)$$

- $I_{inc}(\tau_p, \vec{\Omega}_{inc}, t)$ correspond à l'intensité incidente au point τ_p selon la direction $\vec{\Omega}_{inc}$;
- \vec{n} est la normale à la paroi dirigée vers le milieu au point d'incidence.

Considérons le flux réfléchi Q_r dont l'expression est égale à :

$$Q_r = \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_r > 0} I_r(\tau_p, \vec{\Omega}_r, t) |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_r| d\Omega_r \quad (1.23)$$

- $I_r(\tau_p, \vec{\Omega}_r, t)$ correspond à l'intensité réfléchie dans la direction $\vec{\Omega}_r$, c'est-à-dire les directions s'ouvrant en τ_p de la paroi vers le milieu parmi lesquelles nous retrouvons notre direction d'étude $\vec{\Omega}$.

Comme pour toutes les directions I_r est constante dans le cas diffus, alors :

$$Q_r = \pi \cdot I_r \quad (1.24)$$

En introduisant le coefficient de réflexion ρ_d :

$$\rho_d = \frac{Q_r}{Q_{inc}} = 1 - \varepsilon \quad (1.25)$$

L'intensité due à la réflexion prend comme expression (1.22, 1.24, 1.25) :

$$I_r(\tau_p, \Omega_r, t) = \frac{Q_r}{\pi} = \frac{\rho_d}{\pi} \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc} < 0} I_{inc}(\tau_p, \vec{\Omega}_{inc}, t) |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc}| d\Omega_{inc} \quad (1.26)$$

Pour le terme dû à l'émission propre, il est égal à εI^0 .

En regroupant le terme de l'émission et de la réflexion, la condition aux limites dans le cas d'une paroi diffuse grise en un point τ_p est donnée par l'expression suivante :

$$I(\tau_p, \vec{\Omega}, t) = \varepsilon I^0 + \frac{\rho_d}{\pi} \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc} < 0} I_{inc}(\tau_p, \vec{\Omega}_{inc}, t) |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc}| d\Omega_{inc} \quad (1.27)$$

Dans le cas d'une surface grise, l'intensité est indépendante de la direction.

1.3.4.2 Cas d'une réflexion spéculaire et diffuse

Dans le cas où il y a une réflexion spéculaire et diffuse simultanément, l'expression de l'intensité prend la forme suivante :

$$I(\tau_p, \vec{\Omega}, t) = \varepsilon I^0 + \frac{\rho_d}{\pi} \int_{\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc} < 0} I(\tau_p, \vec{\Omega}_{inc}, t) |\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_{inc}| d\Omega_{inc} + \rho_s I(\tau_p, \vec{\Omega}_s, t) \quad (1.28)$$

- ρ_d est le coefficient de réflexion dans le cas d'une surface diffuse ;
- ρ_s est le coefficient de réflexion dans le cas d'une surface spéculaire ;
- $\vec{\Omega}_s$ est la direction spéculaire (figure (1.5)), définie comme étant la direction à partir de laquelle le rayonnement doit frapper la surface dans le but de passer à travers la

direction de l'étude $\vec{\Omega}$ après une réflexion spéculaire. Elle est donnée par l'expression suivante (figure 1.5) :

$$\vec{\Omega} + (-\vec{\Omega}_s) = 2(\cos \theta)\vec{n} \quad (1.29)$$

$$\vec{\Omega}_s = \vec{\Omega} - 2(\vec{\Omega} \cdot \vec{n})\vec{n} \quad (1.30)$$

1.4 Résolution spatiale et temporelle de l'équation de transfert radiatif transitoire

L'équation de transfert radiatif transitoire est une équation délicate à résoudre. Elle doit être non seulement intégrée sur tout l'espace et en tout temps mais aussi sur tout le domaine spectral dans le cas non gris. Certaines approximations analytiques peuvent être réalisées afin d'obtenir un résultat qualitatif pour des cas monodimensionnels simples, mais il est nécessaire d'utiliser des codes numériques pour des résolutions rigoureuses. Plusieurs méthodes ont été développées afin de résoudre l'équation de transfert radiatif transitoire, nous citons à titre d'exemple la méthode des zones, la méthode de Monte Carlo et la méthode des ordonnées discrètes.

La méthode des zones [40] consiste à subdiviser le domaine étudié en un nombre suffisant de zones volumiques (au niveau du milieu) et surfaciques (au niveau des parois). Le calcul de transfert radiatif est obtenu en établissant un bilan énergétique sur chaque zone en tenant compte des échanges thermiques entre la zone considérée et toutes les zones du système. Cette méthode donne des solutions considérées comme précises, cependant elle ne s'adapte pas facilement aux milieux diffusants. La méthode de Monte Carlo [40, 41]

consiste à modéliser un phénomène physique par une suite de processus aléatoires à l'issue desquels on calcule les variables d'état du système en moyennant les valeurs obtenues après un grand nombre d'épreuves. La méthode fait de nos jours encore figure de méthode de luxe dans la mesure où elle est capable de traiter tout type de géométries y compris celles incluant des obstructions. Elle est très précise et elle souvent de référence, mais une bonne précision nécessite des temps de calculs trop longs et coûteux.

En ce qui concerne la méthode des ordonnées discrètes [17], elle a connu depuis une dizaine d'années une popularité sans cesse croissante. Elle associe une bonne précision à un traitement numérique aisé et peu coûteux en temps de calcul. Elle est pour cela particulièrement appréciée en transferts couplés où le calcul des sources radiatives est répété itérativement.

Dans les chapitres ultérieurs, nous ferons appel seulement à la méthode des ordonnées discrètes (MOD) afin de résoudre l'équation de transfert radiatif transitoire.

CHAPITRE 2

LA MÉTHODE DES ORDONNÉES DISCRÈTES

2.1 Introduction

Les techniques de résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR) sont nombreuses et font en général appel à la modélisation numérique pour résoudre les problèmes réels. Une de ces techniques de résolution, La méthode des ordonnées discrètes, est appliquée fréquemment vu qu'elle est simple à mettre en place et donne des bons résultats pour caractériser les échanges de chaleur par rayonnement. Elle a été proposée d'abord par Chandrasekhar [42], cependant elle a été surtout développée dans le domaine de la neutronique par Carlson et Lathrop [43], [44], [45], [46], [47], [48], dont les travaux, datant des années 60, font encore référence de nos jours.

C'est un peu plus tard, dans les années 80, que la méthode des ordonnées discrètes a été introduite en transfert radiatif grâce à Fiveland [49], [50]. De nombreux auteurs l'ont suivi, comme Truelove [51], [52] et bien d'autres ([53], [54], [55], [56], [57]). Depuis 1990, la méthode a connu un grand essor, notamment en transfert couplé ([58], [59], [60], [61]). Son utilisation en géométrie non cartésienne, initiée par Fiveland [49] s'est poursuivie en coordonnées cylindriques, sphériques et curvilignes [62]. Peu de chercheurs toutefois ont

appliqué la MOD à des enceintes de géométrie complexe, ce qui constitue un obstacle à une diffusion encore plus large de la méthode. A. Charette et M. Sakami [30, 31] ont contribué dernièrement à combler cette lacune en adaptant la MOD à la solution des problèmes à deux et à trois dimensions en géométrie complexe grâce à un nouvel algorithme inconditionnellement stable. Ils ont appliqué ce nouvel algorithme à des cas d'équilibre radiatif et des cas de rayonnement-conduction combinés dans des milieux de gaz gris absorbants-diffusants et émettants.

Ce chapitre est constitué de deux parties principales, la première partie vise à traiter en détail la méthode des ordonnées discrètes, et la deuxième partie est consacrée à l'application de la méthode dans le cas monodimensionnel.

2.2 Principe de la méthode des ordonnées discrètes

La méthode des ordonnées discrètes permet de transformer l'équation de transfert radiatif, qui est de type integro-différentiel, en un système d'équations algébriques. Elle est fondée sur l'utilisation des quadratures numériques afin de calculer les intégrales suivant les angles solides qui apparaissent dans le calcul des termes sources ou des flux radiatifs. Elle s'appuie pour cela sur une discrétisation de l'espace angulaire en un nombre fini de directions suivant lesquelles se fait la résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR) dans le but d'obtenir, en tout point du domaine, plusieurs valeurs de l'intensité en autant de directions résolues. La somme pondérée de ces valeurs permet ensuite de calculer l'intensité locale de la source ou du flux radiatif. À chaque direction est en effet assigné un poids affectant en amplitude le bilan radiatif qui lui est attaché.

2.3 Choix des directions et de leur facteur de pondération

Les quadratures les plus courantes sont les quadratures S_N , elles ont été construites en imposant des règles strictes de symétrie afin de ne privilégier aucun sens de propagation. Il existe aussi plusieurs études dans la littérature qui ont été réalisées avec l'aide d'autres quadratures comme les quadratures T_N dues à Thurgood [63]. Celles-ci sont construites suivant les mêmes contraintes de symétrie que les quadratures S_N mais les poids sont calculés suivant des critères géométriques de telle sorte qu'ils demeurent positifs pour toute valeur de N .

2.3.1 Les lois de la symétrie

Le choix de chaque direction, représentée par ses cosinus directeurs μ, η, ξ , est basé essentiellement sur deux critères fondamentaux de symétrie :

- si la direction $\vec{\Omega}(\mu, \eta, \xi)$ appartient à la quadrature, alors toutes les directions $\vec{\Omega}(-\mu, \eta, \xi)$, $\vec{\Omega}(\mu, -\eta, \xi)$, $\vec{\Omega}(\mu, \eta, -\xi)$, $\vec{\Omega}(-\mu, -\eta, \xi)$, $\vec{\Omega}(\mu, -\eta, -\xi)$, $\vec{\Omega}(-\mu, \eta, -\xi)$ et $\vec{\Omega}(-\mu, -\eta, -\xi)$ en font aussi partie et ont toutes le même poids. Donc, il suffit de définir les directions discrètes dans un seul octant (en général $\mu, \eta, \xi > 0$) pour que l'ensemble des directions soit connu sur 4π stéradians.
- l'ensemble des directions et des poids associés doit être invariant par suite de toute rotation de 90 degrés autour d'un des axes de coordonnées. Si la quadrature contient

la direction $\bar{\Omega}(\mu, \eta, \xi)$, alors elle contient aussi les directions $\bar{\Omega}(\eta, \xi, \mu)$, $\bar{\Omega}(\xi, \mu, \eta)$, $\bar{\Omega}(\eta, \mu, \xi)$, $\bar{\Omega}(\mu, \xi, \eta)$, $\bar{\Omega}(\xi, \eta, \mu)$. Les facteurs de pondérations sont aussi similaires.

2.3.2 Le choix des directions et de leur poids

La quadrature S_N se base sur une série de relations analytiques afin de définir ses directions et les poids associés. Par définition, l'ordre N de la quadrature S_N vaut $2n$ (n représente le nombre de latitudes sur lesquelles on rencontre, dans un octant, une direction de la quadrature) et il correspond à un nombre total de $M=N(N+2)$ directions, ainsi S_2 possède 8 directions, S_4 en a 24, S_6 en a 48 et ainsi de suite...

Dans le cas des configurations bidimensionnelles, les symétries du problème permettent de n'utiliser que la moitié des directions (en multipliant leurs poids par 2).

En plus des conditions de symétrie déjà évoquées, les poids ω_i , qui sont la traduction numérique des angles élémentaires $d\Omega$ autour de chaque direction associée, doivent quant à eux satisfaire les relations suivantes :

- l'intégration sur tout l'espace (moment d'ordre 0) :

$$\sum_{m=1}^M \omega_m = \int_{4\pi} d\Omega = 4\pi \quad (2.1)$$

- l'équation de conservation du flux (moment d'ordre 1, ici selon μ) qui est en fait déjà vérifiée par la construction des directions de la quadrature :

$$\sum_{m=1}^M \omega_m \mu_m = \int_{4\pi} \mu \, d\Omega = 0 \quad (2.2)$$

Nous avons vu que le calcul des flux incidents aux parois se fait en intégrant non pas sur 4π stéradians mais seulement sur la moitié du domaine, c'est pourquoi Truelove [51, 52] a introduit la contrainte suivante (qui fournit un autre moment d'ordre 1) pour le choix des directions et poids :

$$\sum_{m \text{ t.q. } \mu_m < 0}^M |\omega_m| \mu_m = \int_{2\pi \text{ t.q. } \mu < 0} \mu \, d\Omega = \pi \quad (2.3)$$

Pour une surface dont la normale sert de référence pour le calcul du cosinus directeur μ . Cette relation illustre le fait que le calcul du flux incident au niveau des parois est effectué sur une moitié du domaine spatial (définie par le sens de propagation, ce qui impose une négativité pour μ , η et ξ selon les parois respectives permettant ces calculs de flux incident). Les valeurs des directions et des poids des quadratures sont explicitées aux références [62, 40, 41].

Pour S_6 et les ordres suivants, il faut des contraintes additionnelles afin de déterminer tous les poids. Ces contraintes sont fournies en général en imposant d'autres relations de conservation pour les moments d'ordre supérieur en terme de cosinus directeurs. Toutefois, cette méthode fait apparaître des poids négatifs à partir de N supérieur à 12, ce qui fait qu'en pratique on ne va pas au-delà de 168 directions.

D'autre part, la distribution des directions dans le domaine angulaire est non uniforme ce qui favorise les effets de rayon [62, 63].

2.4 Résolution de l'ETR à l'aide de la méthode aux ordonnées discrètes

Afin de calculer les intensités totales en chaque point de l'enceinte, il est primordial de calculer les intensités directionnelles pour toutes les directions de la quadrature utilisée. Il convient ainsi de résoudre une famille d'équation de la forme (chapitre I, eq. 1.21) :

$$\frac{1}{c\beta} \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \frac{1}{\beta} \cdot \nabla \cdot (I(s, \vec{\Omega}, t) \vec{\Omega}) + I(s, \vec{\Omega}, t) = (1 - \omega) I^o + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) I(s, \vec{\Omega}_{inc}, t) d\Omega_{inc} \quad (2.4)$$

- β est le coefficient d'extinction et il est le résultat de la somme du coefficient de diffusion σ et du coefficient d'absorption k , ω est l'albédo.

Cette équation est écrite sous sa forme générale multidimensionnelle pour un gaz gris. Dans les paragraphes qui suivent elle sera adaptée au nombre de dimensions considérées.

2.4.1 Les relations générales

Dans la méthode des ordonnées discrètes, l'équation de transfert radiatif est résolue pour un nombre fini M de directions $\vec{\Omega}_m$ ($m=1, 2, \dots, M$) et les intégrales sont remplacés par des quadratures pondérées comme suit :

$$\int_{4\pi} f(\vec{\Omega}) d\Omega \cong \sum_{m=1}^M \omega_m f(\vec{\Omega}_m) \quad (2.5)$$

où les ω_m sont les poids associés aux directions $\vec{\Omega}_m$. Donc, l'équation de transfert radiatif (ETR) transitoire (2.4) se ramène à (pour l'abscisse s alignée selon la direction $\vec{\Omega}_j$) :

$$\frac{1}{C\beta} \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}_j, t)}{\partial t} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}_j, t)}{\partial s} + I(s, \vec{\Omega}_j, t) = (1 - \omega) I^\circ + \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M \omega_m \Phi(\vec{\Omega}_m, \vec{\Omega}_j) I(s, \vec{\Omega}_m, t) \quad (2.6)$$

De la même façon, l'équation des conditions aux limites s'écrit :

$$I(s, \vec{\Omega}_j, t) = \varepsilon I^\circ + \frac{1 - \varepsilon}{\pi} \sum_{\vec{n}, \vec{\Omega}_k(0)} \omega_m I(s, \vec{\Omega}_m, t) \left| \vec{n} \cdot \vec{\Omega}_m \right| \quad (2.7)$$

2.4.2 Géométrie monodimensionnelle instationnaire

La méthode de résolution présentée ci-dessous est celle utilisée dans le chapitre 4 afin d'étudier le problème de transfert radiatif dans le cadre d'une impulsion laser interagissant avec un milieu semi-transparent participatif. Dans le but de transformer l'équation précédente (2.4), divers changements de variables sont effectués en introduisant des nouvelles grandeurs comme l'épaisseur optique et l'angle θ formé par la direction principale du cas monodimensionnel et la direction de propagation.

Considérons deux plaques parallèles P_1 et P_2 séparées par un gaz gris absorbant, émettant et diffusant comme il est illustré par la figure (2.1) :

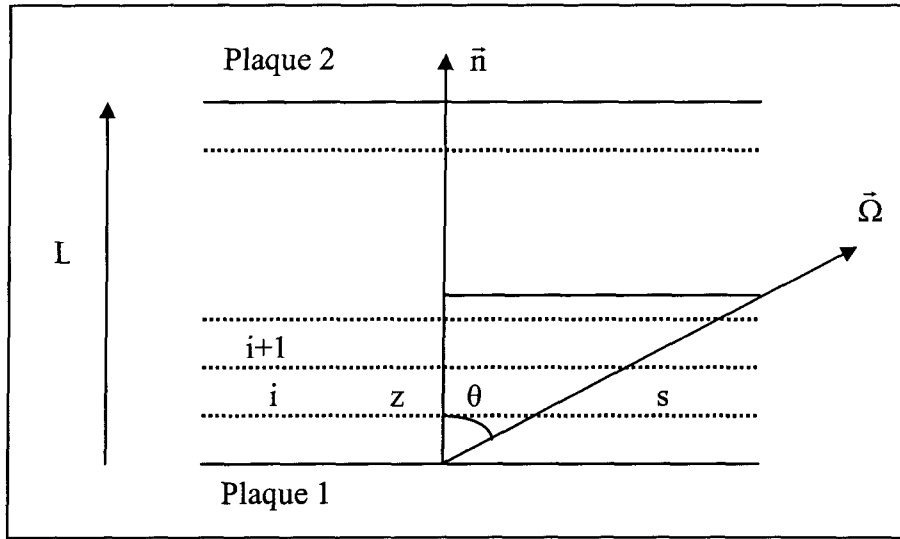


Figure 2.1 : Schématisation de la discrétisation du milieu monodimensionnel.

La direction principale est ici portée par la normale \vec{n} de l'une des plaques.

En discrétisant le domaine en L strates, en incorporant l'expression de l'épaisseur optique $\tau = \beta \cdot z$, et en utilisant la fonction de phase monodimensionnelle (rappelons que dans ce cas axial, l'angle solide élémentaire $d\Omega$ peut s'écrire $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$, avec φ ,

l'angle azimutal autour de l'axe du système) : $\Phi(\theta_{inc}, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(\vec{\Omega}_{inc}, \vec{\Omega}) d\varphi$, l'équation de

transfert radiatif (ETR) transitoire (2.4) prend comme expression :

$$\frac{1}{c\beta} \frac{\partial I(\tau, \theta, t)}{\partial t} + \cos\theta \frac{\partial I(\tau, \theta, t)}{\partial \tau} + I(\tau, \theta, t) = S(\tau, \theta, t) \quad (2.8)$$

où la fonction $S(\tau, \theta, t)$ s'écrit sous la forme :

$$S(\tau, \theta, t) = (1 - \omega) I^\circ + \frac{\omega}{2} \int_0^\pi I(\tau, \theta_{inc}, t) \Phi(\theta_{inc}, \theta) \sin\theta_{inc} d\theta_{inc} \quad (2.9)$$

Posons maintenant :

$$\mu = \cos\theta \quad (2.10)$$

où μ représente le cosinus de l'angle θ , le cosinus directeur de la direction de la quadrature repérée par l'angle θ par rapport à la direction principale de la configuration monodimensionnelle portée par la normale à l'une des plaques, figure 2.1 Entre 0 et π , domaine de variation de l'angle θ , il existe une relation biunivoque entre cet angle et le cosinus directeur. L'équation de transfert radiatif (2.8) se reformule donc comme suit :

$$\frac{1}{C\beta} \frac{\partial I(\tau, \mu, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial I(\tau, \mu, t)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu, t) = S(\tau, \mu, t) \quad (2.11)$$

Et le terme source (2.9) se ramène à :

$$S(\tau, \mu, t) = (1 - \omega) I^\circ + \frac{\omega}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu_{inc}, t) \Phi(\mu_{inc}, \mu) d\mu_{inc} \quad (2.12)$$

la fonction de phase $\Phi(\mu, \mu_{inc})$ dans la base des polynômes de Legendre P_K est développée comme suit :

$$\Phi(\mu, \mu_{inc}) = \sum_{k=0}^K a_k P_K(\mu) P_K(\mu_{inc}) \quad (2.13)$$

où a_k représente les coefficients du polynôme. Lorsque a_k est positif alors la diffusion est dite progressive, par contre si a_k prend une valeur négative alors la diffusion est dite rétrograde.

Dans les chapitres postérieurs nous ferons appel à une fonction de phase polynomiale simple et qui s'exprime de la manière suivante :

$$\Phi(\mu, \mu_{inc}) = a\mu\mu_{inc} \quad (2.14)$$

Le principe consiste tout d'abord à calculer, pour chacune des couches i repérées géométriquement par τ_i sur le maillage, les intensités directionnelles $I(\tau_i, \mu_m)$ sur chaque direction de quadrature μ_j , à partir de l'équation (2.12), et ensuite à calculer, si besoin est, les intensités totales, sur chaque point du maillage i , $I(\tau_i, \mu_m)$, en utilisant l'équation suivante (tirée de (2.5)) :

$$I(\tau_i, t) = \sum_{m=1}^M \omega_m I(\tau_i, \mu_m, t) \quad (2.15)$$

2.4.3 Expression des conditions aux limites au niveau des parois

Dans l'expression des conditions aux limites (fig.2.1), il faut tenir compte de l'émission propre de la paroi et de la réflexion, d'où I_1 (au niveau de la première plaque) et I_2 (au niveau de la deuxième plaque), s'écrivent de la façon suivante dans le cas d'une surface diffuse (I.1.27) :

$$I_1 = \varepsilon_1 I^0 + 2(1 - \varepsilon_1) \int_{-1}^0 I^-(\tau_1, \mu) \mu \, d\mu \quad (2.16)$$

$$I_2 = \varepsilon_2 I^0 + 2(1 - \varepsilon_2) \int_0^1 I^+(\tau_2, \mu) \mu \, d\mu \quad (2.17)$$

D'une autre manière :

$$I_1 = \varepsilon_1 I^0 + 2(1 - \varepsilon_1) \sum_{m=1}^{\frac{N}{2}} \omega_m I^-(1, \mu_m) \mu_m \quad (2.18)$$

$$I_2 = \varepsilon_2 I^0 + 2(1 - \varepsilon_2) \sum_{m=1}^{\frac{N}{2}} \omega_m I^+(L, \mu_m) \mu_m \quad (2.19)$$

2.5 Problèmes multidimensionnels

La méthode des ordonnées discrètes est aisément étendue aux configurations multidimensionnelles grâce à ses équations différentielles de premier ordre et que généralement sont résolus numériquement. Comme pour la géométrie monodimensionnelle, la méthode varie légèrement en fonction du type des coordonnées utilisées (cartésiennes, sphériques ou cylindriques).

Pour un cas multidimensionnel dans un repère orthonormé cartésien, la direction $\vec{\Omega}_j$ s'exprime en fonction de ses cosinus directeurs de la façon suivante :

$$\vec{\Omega}_j = \xi_j \vec{i} + \eta_j \vec{j} + \mu_j \vec{k} \quad (2.20)$$

où \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} sont les vecteurs de base, en utilisant cette équation, l'équation (2.6) se reformule en trois dimensions comme suit :

$$\frac{1}{C} \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}_j, t)}{\partial t} + \xi_j \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}_j, t)}{\partial x} + \eta_j \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}_j, t)}{\partial y} + \mu_j \frac{\partial I(s, \vec{\Omega}_j, t)}{\partial z} + \beta I(s, \vec{\Omega}_j, t) = \beta S(s, \vec{\Omega}_j, t) \quad (2.21)$$

$S(s, \vec{\Omega}_j, t)$ est le terme source et il est donné par :

$$S(s, \vec{\Omega}_j, t) = (1 - \omega) I^0 + \frac{\omega(s)}{4\pi} \sum_{m=1}^M \omega_m \Phi(\vec{\Omega}_j, \vec{\Omega}_m) I(s, \vec{\Omega}_m, t) \quad (2.22)$$

L'équation (2.22) est soumise aux conditions limites (équation (2.7)) le long de chaque surface frontière au domaine. Sous l'hypothèse simple de frontières disposées sur des plans d'iso-coordonnées, par exemple, pour une surface parallèle au plan (yz) dont la normale interne $\vec{n}=\vec{i}$ ($|\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_j| = |\vec{\Omega}_j \cdot \vec{n}| = \xi_j$), l'équation des conditions aux limites est présentée, pour chaque j, sous la forme ci dessous :

$$I(s, \vec{\Omega}_j, t) = \varepsilon I^0 + \frac{1-\varepsilon}{\pi} \sum_{\xi_j < 0} \omega_m I(s, \vec{\Omega}_m, t) |\xi_m| \quad (2.23)$$

La solution numérique de l'équation (2.21) peut être établie en utilisant la méthode des différences finies, néanmoins les équations au premier ordre nécessitent une différenciation décentrée. Par conséquent, il est plus adéquat d'utiliser l'approche des volumes finis établie par Carlson et Lathrop [43] qui respecte le caractère conservatif des équations bilans telle que l'équation de transfert radiatif.

CHAPITRE 3

«*PIECEWISE PARABOLIC ADVECTION*» LA MÉTHODE INTERPOLÉE PARABOLIQUE MONOTONIQUE DÉCENTRÉE

3.1 Introduction

Comme il a été cité auparavant, plusieurs méthodes ont été développées afin de résoudre l'ETR transitoire comme la méthode des ordonnées discrètes, la méthode de Monte Carlo, la méthode des différences finis etc...

Néanmoins, les schémas traditionnels employés ne peuvent pas prendre en compte correctement le gradient aigu du front d'onde [34]. C'est pourquoi il faut mettre en oeuvre une méthode numérique efficace pour résoudre le problème du front d'onde radiatif avec de petites erreurs en terme de diffusion et de dispersion numériques.

Un de ces schéma, très connu dans le domaine de l'astrophysique et de la dynamique des fluides numérique, est la méthode d'interpolation parabolique monotonique décentrée (PPA : *Piecewise Parabolic Advection*) [36, 37]. Cette méthode est conçue afin de résoudre le système d'équations hydrodynamiques avec un ordre de précision suffisamment élevé, jusqu'à l'ordre 4, tout en préservant la monotonicité de l'onde radiative et assurant ainsi une propagation des caractéristiques d'un front d'onde aigu sans générations des fortes oscillations.

La méthode PPA, qui représente une prolongation évoluée de la méthode de Godunov [66, 67], est en effet un algorithme à haute résolution. Grâce à l'introduction d'une parabole avec limites de pentes dans l'interpolation des fonctions dans une zone donnée, la méthode PPA donne des représentations précises et stables concernant les gradients spatiaux, c'est pourquoi elle est en particulier adoptée pour étudier les écoulements contenant des discontinuités et à localiser surtout les discontinuités de contact. Et dans le cadre de ce mémoire, la méthode des ordonnées discrètes (MOD) sera combinée avec la méthode parabolique décentrée (PPA) afin de résoudre l'équation de transfert radiatif transitoire [17].

Ce chapitre sera consacré premièrement à la description de l'application de la méthode d'interpolation parabolique monotonique PPA pour une équation d'advection pure unidimensionnelle transitoire et deuxièmement aux formules de l'interpolation et les techniques qui seront utilisées dans le chapitre 4.

3.2 Application de la méthode PPA à l'équation linéaire d'advection

3.2.1 Équation linéaire d'advection

En guise d'introduction à la méthode PPA, nous expliquons dans ce chapitre, la stratégie de la méthode pour un cas d'advection pure. Considérons l'équation d'advection unidimensionnelle et transitoire suivante (II.2.11), sans terme source-puits et l'intensité directionnelle I alignée selon l'axe des x d'un repère cartésien classique :

$$\frac{\partial I(x,t)}{C\partial t} + \frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

avec $I(x, 0)$ comme condition initiale :

$$I(x, 0) = I_0(x) \quad (3.2)$$

3.2.2 Fonction d'interpolation

Considérons $x_{i+1/2}$ la position de l'interface entre la $i^{\text{ème}}$ et la $(i+1)^{\text{ème}}$ cellules du maillage d'un domaine unidimensionnel (figure 3.1), et supposons que la valeur de l'intensité orientée I_i^n dans la cellule i au temps $t = n\Delta t$ est donnée.

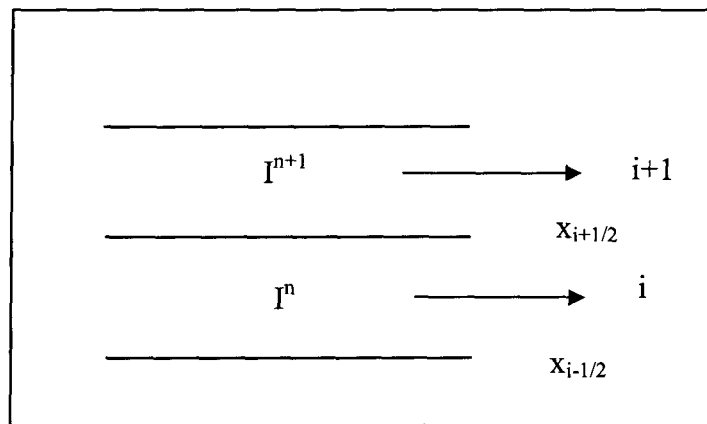


Figure 3.1 : Schématisation des cellules.

Alors la valeur moyenne de I entre $x_{i+1/2}$ et $x_{i-1/2}$, marquant les deux interfaces limitant la cellule, dans le temps t^n doit vérifier l'équation suivante :

$$I_i^n = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} I(x, t^n) dx \quad (3.3)$$

$$\Delta x_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2} \quad (3.4)$$

$$t^n = t^{n+1} - \Delta t \quad (3.5)$$

pour une interpolation $I(x, t^n)$ de I_i^n donnée au voisinage de la maille i .

- Δx_i est la taille de la cellule centrée en $x = x_i$;

- Δt satisfait la relation suivante :

$$C\Delta t \leq \min(\Delta x_i) \quad (3.6)$$

Ce qui exprime qu'une onde se propageant à la célérité C de la lumière dans le matériau ne dépasse pas la résolution d'une maille pendant une unité de temps Δt dans tout le domaine.

Premièrement, nous choisirons de construire une fonction d'interpolation polynomiale décentrée $I(x, t^n)$, parabolique dans ce cas, et qui satisfaisait (3.3) :

$$I_i^n = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} I^n(x) dx \quad (3.7)$$

Ensuite il faut poser des contraintes de telle façon qu'il n'existe pas d'autres extrema créés par l'interpolation que ceux de la solution physique d'interpolation (figure 3.2), ceci afin d'éviter l'apparition d'oscillations numériques transportées par le schéma.

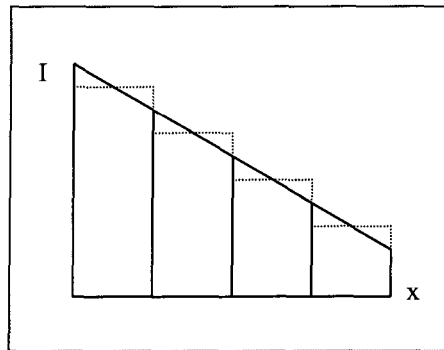


Figure 3.2 : Schématisation de l'étape d'interpolation du schéma d'advection.
Cas d'une interpolation linéaire.

Sur la figure 3.2 les lignes discontinues représentent les valeurs moyennes de l'intensité I discrétisées sur les quatre cellules présentées, quant aux lignes continues, elles symbolisent l'interpolation parabolique à l'intérieure de ces zones.

Le calcul de la solution exacte de l'équation d'advection s'effectue d'une manière explicite avec $I(x)$ prise comme valeur initiale, ceci peut être exprimée de la façon suivante :

$$I(x, t^n + \Delta t) = I(x - C\Delta t, t^n) \quad (3.8)$$

Ce qui exprime que l'intensité à l'instant $t^n + \Delta t$ est celle convectée du voisinage $C\Delta t$ à la vitesse C durant le pas de temps Δt . Et l'intégration de cette solution sur chaque cellule (figure 3.3) nous permet d'obtenir l'intensité I_{i+1}^n comme suit selon (3.3) :

$$I_{i+1}^n = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} I^n(x - C\Delta t) dx \quad (3.9)$$

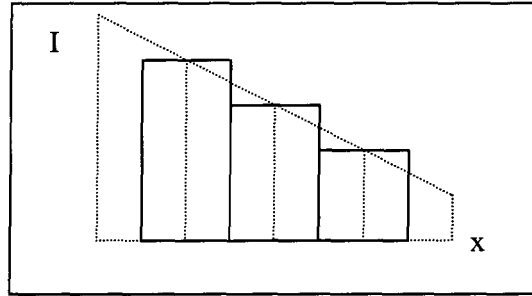


Figure 3.3 : Schématisation de l'étape de l'intégration du schéma d'advection.

Sur la figure 3.3 les nouvelles moyennes de l'intensité I à l'intérieur des zones (représentées par les lignes continues) sont obtenues en intégrant sur la distribution initiale interpolée et décalée à droite de $C\Delta t$ (représentée par les lignes discontinues).

Le schéma est uniquement déterminé par le choix de l'interpolation polynomiale qui est choisie parabolique. Le schéma PPA utilise de plus une interpolation continue décentrée afin de tenir compte de l'advection (3.9), dans un tel cas la valeur de l'intensité I est donnée par un profil parabolique dans chaque zone, ce qui veut dire :

$$I^n(x) = I_{L,i}^n + b(\Delta I_i^n + I_{6,i}^n(1-b)) \quad (3.10)$$

avec :

$$b = \frac{x - x_{i-1/2}}{\Delta x_i} \quad (3.11)$$

$$x_{i-1/2} < x < x_{i+1/2} \quad (3.12)$$

$$\Delta I_i^n = I_{R,i}^n - I_{L,i}^n \quad (3.13)$$

$$I_{6,i}^n = 6I_i^n - 3(I_{L,i}^n + I_{R,i}^n) \quad (3.14)$$

Les quantités $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i}^n$ (plus bas, qui est en fait égale à $I_{L,i+1}^n$) représentent les valeurs de l'intensité aux interfaces, gauches et droites respectivement en $x_{i-1/2}$ et $x_{i+1/2}$ (figure 3.4), de la cellule i .

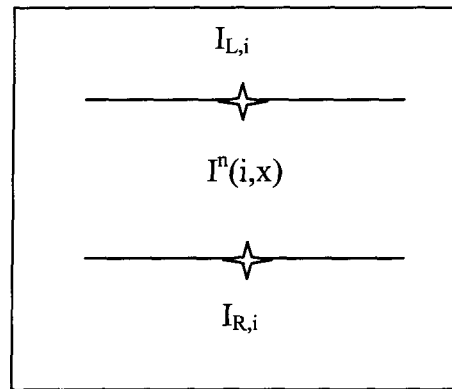


Figure 3.4 : Schématisation des intensités aux interfaces.

Les relations suivantes, en plus de (3.3), doivent donc être vérifiées :

$$\lim_{x \downarrow x_{i-1/2}} I^n(x) = I_{L,i}^n \quad (3.15)$$

$$\lim_{x \uparrow x_{i+1/2}} I^n(x) = I_{R,i}^n \quad (3.16)$$

3.2.3 Calcul des intensités latérales

3.2.3.1 Premier cas

Le calcul des intensités latérales gauche et droite respectivement $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i}^n$ s'effectue en employant d'abord un autre schéma d'interpolation conçu pour calculer l'intensité latérale $I_{i+1/2}$, une approximation de la valeur de l'intensité I à la valeur de $x_{i+1/2}$.

Dans les parties régulières de la solution nous avons naturellement :

$$I_{L,i+1}^n = I_{R,i}^n = I_{i+1/2}^n \quad (3.17)$$

À partir des moyennes I_i^n de l'intensité I dans les cellules voisines de la $i^{\text{ème}}$ cellule, l'interpolation conduisant à l'intensité $I_{i+1/2}^n$ est réalisable. D'une manière équivalente, nous pouvons utiliser les valeurs de $A(x)$, l'intégrale indéfinie de l'intensité :

$$A(x) = \int^x I(x', t^n) dx' \quad (3.18)$$

qui peut encore s'écrire :

$$A(x_{i+1/2}) = A_{i+1/2} = \sum_{k \leq i} I_i^n \Delta x_k \quad (3.19)$$

Pour calculer l'intensité latérale $I_{i+1/2}^n$, $A(x_{i+1/2})$ est interpolé par un polynôme du quatrième degré à travers les points $(A_{i+k+1/2}, x_{i+k+1/2})$ avec $k=0, \pm 1$ et ± 2 . Par dérivation de

l'expression nous obtenons : $I_{i+1/2}^n = \left. \frac{dA}{dx} \right|_{x_{i+1/2}}$.

La formule de l'intensité $I_{i+1/2}^n$ ainsi obtenue, est donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
I_{i+1/2}^n = & I_i^n + \frac{\Delta x_i}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} (I_{i+1}^n - I_i^n) + \frac{1}{\sum_{k=1}^2 \Delta x_{i+k}} \left\{ \frac{2\Delta x_{i+1} \Delta x_i}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left[\frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} - \frac{\Delta x_{i+2} + \Delta x_{i+1}}{2\Delta x_{i+1} + \Delta x_i} \right] (I_{i+1}^n - I_i^n) \right\} \\
& + \frac{1}{\sum_{k=1}^2 \Delta x_{i+k}} \left\{ -\Delta x_i \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \delta I_{i+1} + \Delta x_{i+1} \frac{\Delta x_{i+1} + \Delta x_{i+2}}{\Delta x_i + 2\Delta x_{i+1}} \delta I_i \right\} \quad (3.20)
\end{aligned}$$

- δI_i est considéré ici comme la pente moyenne dans la i^{eme} cellule de la parabole définie sur I_{i-1}^n , I_i^n et I_{i+1}^n , elle est exprimée par la relation ci-dessous :

$$\delta I_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left[\frac{2\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} (I_{i+1}^n - I_i^n) + \frac{2\Delta x_{i+1} + \Delta x_i}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} (I_i^n - I_{i-1}^n) \right] \quad (3.21)$$

Dans les calculs élaborés dans ce travail et dans [65], l'expression de δI_i est remplacée par l'expression de $\delta_m I_i$ définie comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_m I_i = \min(|\delta I_i|, 2|I_i^n - I_{i-1}^n|, 2|I_i^n - I_{i+1}^n|) \operatorname{sgn}(\delta I_i) \quad \text{Si } (I_{i+1}^n - I_i^n)(I_i^n - I_{i-1}^n) > 0 \\ 0 \quad \text{autrement} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Cette modification mène à une représentation plus fidèle des discontinuités de la solution tout en maintenant des valeurs $I_{i+1/2}^n$ bornées par le voisinage I_i^n et I_{i+1}^n . En effaçant ainsi tout passage par un extremum local de l'interpolation ci-dessus, le schéma est préservé du transport d'oscillations numériques. Ce calcul attribue à l'évaluation de l'intensité $I_{i+1/2}^n$ une précision au 3^{eme} ordre pour un maillage non uniforme, même dans le cas où la taille des mailles change d'une manière discontinue.

Si les zones sont équidistantes, et si δI_i est égale à $\delta_m I_i$, alors les valeurs obtenues sont exprimées par la simple formule suivante :

$$I_{i+1/2}^n = \frac{7}{2}(I_i^n + I_{i+1}^n) - \frac{1}{2}(I_{i+2}^n + I_{i-1}^n) \quad (3.23)$$

3.2.3.2 Deuxième cas

La valeur de $I_{i+1/2}$ sera assignée, en général, aux intensités $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i-1}^n$. En revanche, il existe certains cas où cela peut mener à une fonction d'interpolation parabolique $I(x, t^n)$ (eq.3.10) dont les valeurs ne sont pas comprises entre les intensités centrales. Dans un tel cas, ces dernières sont redéfinies. En effet, nous pouvons distinguer deux cas :

- le premier cas : si l'intensité centrale I_i^n représente un maximum ou minimum, alors la fonction d'interpolation $I(x, t^n)$ est définie constante ;
- le deuxième cas : lorsque l'intensité centrale I_i^n dans la cellule est comprise entre les intensités latérales $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i}^n$ aux interfaces mais suffisamment proche de l'une des deux valeurs, de telle sorte que l'interpolation parabolique (3.10) prend des valeurs en dehors de l'intervalle entre les intensités $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i}^n$, et passe ainsi par un extremum non physique. Cette condition associée aux coefficients suite à l'interpolation parabolique exprimée en (eq. 3.10) se manifeste de la manière suivante :

$$|\Delta I_i| \geq |I_{6,i}| \quad (3.24)$$

En ce cas, $I_{L,i}^n$ ou $I_{R,i}^n$, est redéfinie de telle sorte que l'interpolation parabolique $I(x, t^n)$ devienne monotone avec une dérivée nulle sur la frontière qui n'a pas été réassignée. Il est à noter que ces modifications locales peuvent entraîner des discontinuités de raccordement entre deux interpolations $I(x, t^n)$ voisines.

Les deux cas décrits ci-dessus sont formalisés ainsi :

Premier cas : I_i^n est un extremum

$$(I_{R,i}^n - I_i^n)(I_i^n - I_{L,i}^n) \leq 0 \longrightarrow I_{L,i}^n \rightarrow I_i^n, I_{R,i}^n \rightarrow I_i^n \quad (3.25)$$

Deuxième cas : l'interpolation passe par un extremum artificiel

$$\text{Si } (I_{R,i}^n - I_{L,i}^n)(I_i^n - \frac{1}{2}(I_{L,i}^n + I_{R,i}^n)) \frac{(I_{R,i}^n - I_{L,i}^n)^2}{6} \longrightarrow I_{L,i}^n \rightarrow 3I_i^n - 2I_{R,i}^n \quad (3.26)$$

$$\text{Si } -\frac{(I_{R,i} - I_{L,i})^2}{6} (I_{R,i} - I_{L,i})(I_i^n - \frac{1}{2}(I_{R,i} + I_{L,i})) \longrightarrow I_{R,i} \rightarrow 3I_i^n - 2I_{L,i}$$

Ceci achève la description des calculs concernant les intensités latérales $I_{L,i}$ et $I_{R,i}$. Ce qui permet d'avoir l'expression pour l'interpolation (3.10). Par la suite, il est possible d'écrire une expression pour l'intensité dans la cellule i au pas de temps suivant I_i^{n+1} selon (3.9).

3.2.4 Calcul des intensités $I_{i-1/2}$ et $I_{i+1/2}$

Soient $f_{i+1/2,L}^I(y)$ et $f_{i+1/2,R}^I(y)$ les moyennes des fonctions d'interpolation (3.10) sur une distance $y > 0$ en amont ou en aval de l'interface $x_{i+1/2}$ respectivement, elles sont données par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} f_{i+1/2,L}^I(y) &= \frac{1}{y} \int_{x_{i+1/2}-y}^{x_{i+1/2}} I(x, t^n) dx \\ f_{i+1/2,R}^I(y) &= \frac{1}{y} \int_{x_{i+1/2}}^{x_{i+1/2}+y} I(x, t^n) dx \end{aligned} \quad (3.27)$$

Les équations précédentes (3.10, 3.11 et 3.27) nous permettent de vérifier que :

$$\begin{aligned} f_{i+1/2,L}^I(y) &= I_{R,i}^n - \frac{z}{2} (\Delta I_i - (1 - \frac{2}{3}z) I_{6,i}^n) && \text{pour } z = \frac{y}{\Delta x_i} \\ f_{i+1/2,R}^I(y) &= I_{L,i+1}^n + \frac{z}{2} (\Delta I_{i+1} + (1 - \frac{2}{3}z) I_{6,i+1}^n) && \text{pour } z = \frac{y}{\Delta x_{i+1}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Et si nous reprenons le cas de l'advection pure, les calculs de l'intensité centrale I_i^{n+1} peuvent être formulés en utilisant la forme explicite de la façon suivante à partir de l'équation (3.1) discrétisée :

$$I_i^{n+1} = I_i^n + C \frac{\Delta t}{\Delta x_i} (\bar{I}_{i-1/2}^n - \bar{I}_{i+1/2}^n) \quad (3.29)$$

où :

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{i+1/2}^n &= f_{i+1/2,L}^I(C\Delta t) && \text{Si } C \geq 0 \\
\bar{I}_{i+1/2}^n &= f_{i+1/2,R}^I(-C\Delta t) && \text{Si } C \leq 0
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Et en remplaçant l'équation 3.30 par l'équation 3.28 et en utilisant les équations 3.13 et 3.14 nous obtenons les résultats suivants :

$$\bar{I}_{i+1/2}^n = \begin{cases} I_{R,i}^n + \frac{C\Delta t}{\Delta x_i}(I_i^n - I_{R,i}^n) + \frac{C\Delta t}{\Delta x_i}\left(1 - \frac{C\Delta t}{\Delta x_i}\right)(2I_i^n - I_{R,i}^n - I_{L,i}^n) & \text{Si } C > 0 \\ I_{L,i}^n + \frac{C\Delta t}{\Delta x_i}(I_{i+1}^n - I_{L,i+1}^n) + \frac{C\Delta t}{\Delta x_i}\left(1 - \frac{C\Delta t}{\Delta x_i}\right)(2I_{i+1}^n - I_{R,i+1}^n - I_{L,i+1}^n) & \text{Si } C < 0 \end{cases} \tag{3.31}$$

Et de la même façon l'intensité $\bar{I}_{i-1/2}^n$ est calculée. Ceci traduit le fait que, en utilisant l'interpolation $I(x, t^n)$, nous évaluons les grandeurs aux interfaces de la cellule afin de capturer le flux effectif à ces interfaces durant le pas de temps correspondant Δt .

3.3 Cas de discontinuités

La procédure d'interpolation peut être légèrement modifiée de telle sorte que, dans le voisinage d'une discontinuité, un profil est produit plus étroit que le schéma décrit auparavant. Si la i^{eme} cellule est déterminée de telle façon qu'elle soit à l'intérieure d'une discontinuité, alors au lieu d'attribuer à l'intensité $I_{R,i}^n$ la valeur $I_{i+1/2}^n$ en utilisant l'expression (3.20), la distribution linéaire décentrée donnée par $\delta_m I_{i+1}^n$ dans l'équation (3.22) est utilisée.

D'une manière similaire, pour calculer l'intensité $I_{L,i}^n$, nous utilisons $\delta_m I_{i-1}^n$ comme il est montré par les équations ci-dessous :

$$I_{L,i}^n \rightarrow I_{L,i}^d = I_{i-1}^n + \frac{1}{2} \delta_m I_{i-1}^n \quad (3.32)$$

$$I_{R,i}^n \rightarrow I_{R,i}^d = I_{i+1}^n + \frac{1}{2} \delta_m I_{i+1}^n$$

Cette substitution doit être élaborée juste avant d'appliquer l'algorithme de la monotonicité.

Dans la figure (3.3), nous montrons un exemple de l'effet d'une telle substitution qui fait objet de référence pour la détection de discontinuité. Les lignes discontinues indiquent la fonction d'interpolation dans la i^{eme} cellule sans détection, ceci est obtenu en employant la formule (3.20) pour le calcul des intensités latérales $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i}^n$. Par contre la ligne continue représente la distribution interpolée obtenue en attribuant aux intensités $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i}^n$ des valeurs obtenues en utilisant la distribution linéaire décentrée dans des zones voisines déterminées par des équations (3.21) et (3.22). Cette distribution linéaire est représentée dans le graphique sous forme de pointillés.

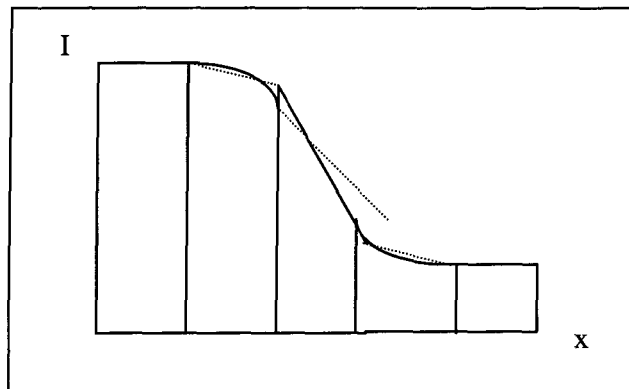


Figure 3.5 : Schématisation de la détection de discontinuité en utilisant PPA.

Puisque la contrainte de monotonicité ( quation (3.22)) est imposée dans cette distribution, les lignes discontinues sont presque horizontales, de telle sorte que les intensités $I_{L,i}^n$ et $I_{R,i}^n$ sont presque égales aux valeurs limites gauche et droite pour la discontinuité totale. Par conséquence, le profil interpolé est plus raide et la discontinuité d'advection advient plus aigüe. Une autre particularité de cet algorithme de détection consiste dans le fait que s'il détecte une discontinuité dans une région où la solution est continue, le schéma demeure précis en second ordre.

Dans le but de changement entre les deux expressions (3.20) et (3.9), nous considérons que la cellule est à l'intérieure de la discontinuité si l'approximation de différence fini du troisième dérivée de la solution est suffisamment grande, et si l'approximation de la différence fini du second ordre change de signe à travers la cellule.

En outre, il faut que les approximations de différences finies pour la première et troisième dérivée de la solution, qui est proche de la discontinuité, aient des signes opposés. Les changements décrits auparavant sont explicités par les relations ci dessous :

$$I_{L,i}^n \rightarrow I_{L,i}^n (1 - \eta_i) + I_{L,i}^d \eta_i \quad (3.33)$$

$$I_{R,i}^n \rightarrow I_{R,i}^n (1 - \eta_i) + I_{R,i}^d \eta_i$$

avec η_i égale à :

$$\eta_i = \max(0, \min(\eta^{(1)}(\bar{\eta}_i - \eta^{(2)}), 1)) \quad (3.34)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\eta}_i = - \left(\frac{\delta^2 I_{i+1}^n - \delta^2 I_{i-1}^n}{x_{i+1} - x_{i-1}} \right) \left(\frac{(x_i - x_{i-1})^3 + (x_{i+1} - x_i)^3}{I_{i+1}^n - I_{i-1}^n} \right) \quad \text{Si } -\delta^2 I_{i+1}^n * \delta^2 I_{i-1}^n, |I_{i+1}^n - I_{i-1}^n| - \varepsilon \min(|I_{i+1}^n|, |I_{i-1}^n|) > 0 \\ 0 \quad \text{dans les autres cas} \end{array} \right. \quad (3.35)$$

$$\delta^2 I_i^n = \frac{1}{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left[\frac{I_{i+1}^n - I_i^n}{\Delta x_{i+1} + \Delta x_i} - \frac{I_i^n - I_{i-1}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \right] \quad (3.36)$$

Les paramètres $\eta^{(1)}$ et $\eta^{(2)}$ sont constants, et déterminent un commutateur continue entre les schémas (3.20) et (3.9). Le paramètre ε détermine comment un changement relatif dans la solution à travers une cellule où il est souhaitable d'avoir des discontinuités.

Dans les calculs élaborés dans [66, 67], nous avons pris $\eta^{(1)}=20$, $\eta^{(2)}=0,05$ et $\varepsilon=0,01$, et dans les calculs dynamiques des gaz, l'algorithme de la détection est appliqué uniquement à la densité d'interpolation et seulement aux discontinuités qui sont ceux de contact.

CHAPITRE 4

RÉSOLUTION DE L'ETR TRANSITOIRE DANS UN MILIEU DIFFUSANT/ABSORBANT EN UTILISANT LA MÉTHODE DES ORDONNÉES DISCRÈTES

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons appliquer les méthodes exposées dans les chapitres antérieurs (la méthode des ordonnées discrètes et la méthode monotonique décentrée, chapitre II et III) afin de résoudre l'équation de transfert radiatif transitoire (ETR) pour un milieu diffusant/absorbant et non émettant qui sépare deux parois parallèles. Une des parois est irradiée par une impulsion monochromatique. L'objectif est de déterminer, à partir des lectures en réflectance et en transmittance, des caractéristiques simples d'inhomogénéités (anomalie) dans le milieu.

Dans le cadre de ce chapitre une étude paramétrique sur un milieu tri-couches est établie et une application sur un système (milieu de fond+anomalie) tissulaire concret (dont les propriétés optiques, typiques de valeurs physiologiques, et géométriques sont connues) est étudiée dans le but de déterminer la possibilité de présence et, s'il y a lieu, la position de l'anomalie dans la profondeur du système.

4.2 Procédure analytique

4.2.1 Description du cas traité

Considérons deux parois infinies et parallèles séparées par un milieu absorbant/diffusant. La paroi supérieure est irradiée par une impulsion laser (figure 4.1) :

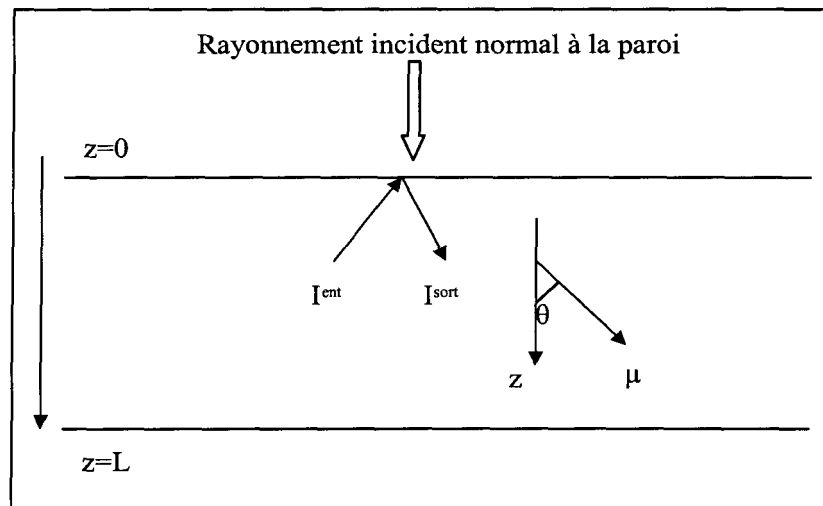


Figure 4.1: Schématisation du modèle physique.

- I_{sort} est l'intensité se dirigeant vers le milieu en provenance de la paroi ;
- I_{ent} est l'intensité se dirigeant vers la paroi en provenance du milieu ;
- μ est la direction de propagation (quadrature) du rayonnement, chapitre II.

Hypothèses

Les hypothèses effectuées pour cette étude sont les suivantes :

- le milieu est diffusant/absorbant mais non émettant ;
- le milieu est divisé en trois couches d'épaisseurs différentes ;

- la paroi supérieure est irradiée par une impulsion laser ;
- les parois sont considérées comme noires et froides ;

4.2.2 Résolution de l'ETR transitoire

La symétrie du système étant azimutale, l'équation de transfert radiatif (ETR) transitoire unidimensionnelle pour une direction donnée μ est dénotée, d'après (II.2.11), de la façon suivante :

$$\frac{1}{C\beta} \frac{\partial I(\tau, \mu, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial I(\tau, \mu, t)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu, t) = \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 \Phi(\mu, \mu_{inc}) I(\tau, \mu_{inc}, t) d\mu_{inc} \quad (4.1)$$

- β représente le coefficient d'extinction du milieu considéré ;
- ω représente l'albédo ;
- σ représente le coefficient de diffusion du milieu considéré ;
- C représente la vitesse de la lumière ;
- μ_{inc} représente une direction incidente sur le volume de contrôle ;
- $I(\tau, \mu, t)$ représente l'intensité dans la direction de propagation μ et à la position $\tau = \beta z$, avec z : la position physique.

Dans le cas unidimensionnel, la fonction de phase de diffusion $\Phi(\mu, \mu_{inc})$ peut être représentée par une série de polynômes de Legendre (II.2.11) comme suit :

$$\Phi(\mu, \mu_{inc}) = 1 + a\mu\mu_{inc} \quad (4.2)$$

- a est le coefficient d'expansion associé au développement.

La condition aux limites associée à la paroi irradiée par l'impulsion laser est le résultat de la somme de deux termes: transmission du rayonnement incident dans le milieu et la réflexion. Ceci peut être exprimé par l'équation suivante (tirée de I.1.26) :

$$I_{\text{sort}}(\mu, t) = \underbrace{\varepsilon_1 I(\mu_0, t) \delta(\mu - \mu_0)}_{\text{(I)}} + 2(1 - \varepsilon_1) \underbrace{\int_{\mu_{\text{inc}} < 0} I_{\text{ent}}(\mu_{\text{inc}}, t) |\mu_{\text{inc}}| d\mu_{\text{inc}}}_{\text{(II)}} \quad (4.3)$$

Le terme (I) de l'équation (4.3) traduit la transmission du rayonnement incident, tandis que le terme (II) désigne le phénomène de la réflexion diffuse au niveau de la paroi supérieure.

- ε_1 est l'émissivité de la paroi d'incidence ;
- $I(\mu_0, t)$ est l'intensité du rayonnement collimaté incident normalement à la paroi supérieure ;
- δ est la fonction delta de Dirac définie par :

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & |x| < 0 \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} & |x| < \varepsilon \end{cases} \quad (4.4)$$

Concernant la condition aux limites au niveau de la deuxième paroi (émergence), elle s'exprime d'une manière similaire à l'équation (4.3).

$$I_{\text{sort}}(\mu, t) = \varepsilon_2 I(\mu_0, t) \delta(\mu - \mu_0) + 2(1 - \varepsilon_2) \int_{\mu_{\text{inc}} > 0} I_{\text{ent}}(\mu_{\text{inc}}, t) |\mu_{\text{inc}}| d\mu_{\text{inc}} \quad (4.5)$$

- ε_2 est l'émissivité de la paroi d'émergence.

Puisque nous traitons dans ce chapitre le rayonnement collimaté après sa pénétration dans le matériau, il est nécessaire de décomposer l'intensité totale en deux intensités

(intensité due au rayonnement collimaté et intensité due au rayonnement diffus) comme suit :

$$I(\tau, \mu, t) = I_c(\tau, \mu, t) + I_d(\tau, \mu, t) \quad (4.6)$$

- $I_c(\tau, \mu, t)$ dénote l'intensité du rayonnement collimaté transmis (impulsion laser) ;

- $I_d(\tau, \mu, t)$ dénote l'intensité du rayonnement diffus dans le matériau.

La substitution de l'intensité par sa nouvelle valeur l'équation (4.6) dans l'équation (4.1) nous permet d'obtenir deux équations, la première est consacrée au rayonnement diffus, elle s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{1}{C\beta} \frac{\partial I_d(\tau, \mu, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial I_d(\tau, \mu, t)}{\partial \tau} + I_d(\tau, \mu, t) = \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 \Phi(\mu, \mu_{inc}) I_d(\tau, \mu_{inc}, t) d\mu_{inc} + S(\tau, \mu, t) \quad (4.7)$$

où :

$$S(\tau, \mu, t) = \frac{\omega}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \Phi(\mu_{inc}, \mu) I_c(\tau, \mu_{inc}, t) d\mu_{inc} d\varphi \quad (4.8)$$

qui est le terme source de couplage par lequel le rayonnement collimaté de l'impulsion laser transmise au travers la paroi injecte de l'énergie dans le champ de rayonnement diffus. En revanche, la deuxième équation est employée afin de décrire le champ de rayonnement collimaté. Elle est exprimée comme suit :

$$\frac{1}{C\beta} \frac{\partial I_c(\tau, \mu, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial I_c(\tau, \mu, t)}{\partial \tau} + I_c(\tau, \mu, t) = 0 \quad (4.9)$$

L'équation (4.9) sera résolue analytiquement (loi d'extinction de Beer-Lambert en β modulant l'amplitude du pulse laser le long de son trajet à la vitesse C) et la solution sera incorporée à l'équation du rayonnement diffusé (équation (4.7)) au travers du terme de

couplage (4.8). L'ensemble des termes source dans (4.7) sont traités implicitement pour des questions de stabilité. Les termes traduits par des intégrales sont exprimés sur les quadratures μ grâce au formalisme des ordonnées discrètes (II.2.5 et II.2.6). Quant à la partie gauche de l'équation (4.7), les gradients spatiaux sont différenciés à partir du schéma PPA, présenté dans le chapitre 3, avec un avancement en temps explicite au premier ordre, (chapitre III).

En introduisant le paramètre adimensionnel $t^* = \beta C t$, les équations précédentes (4.7, 4.8, 4.9) deviennent comme suit :

$$\frac{\partial I_d(\tau, \mu, t^*)}{\partial t^*} + \mu \frac{\partial I_d(\tau, \mu, t^*)}{\partial \tau} + I_d(\tau, \mu, t^*) = \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 \Phi(\mu, \mu_{inc}) I_d(\tau, \mu_{inc}, t^*) d\mu_{inc} + S(\tau, \mu, t^*) \quad (4.10)$$

$$S(\tau, \mu, t^*) = \frac{\omega}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \Phi(\mu_{inc}, \mu) I_c(\tau, \mu_{inc}, t^*) d\mu_{inc} d\varphi \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial I_c(\tau, \mu, t^*)}{\partial t^*} + \mu \frac{\partial I_c(\tau, \mu, t^*)}{\partial \tau} + I_c(\tau, \mu, t^*) = 0 \quad (4.12)$$

La grandeur $\frac{1}{\beta C}$ est une caractéristique du milieu et peut être interprétée comme étant le temps que met le flux de photons avant de disparaître par extinction ($\frac{1}{\beta}$ est la distance caractéristique de l'extinction et C est la célérité du flux de photons).

La solution de l'équation de transfert radiatif, qui traduit l'atténuation par rayonnement collimaté (équation (4.12)) au cours de sa propagation, est explicitée par l'équation suivante [17] :

$$I_c(\tau, \mu, t^*) = I_{\text{sort}} e^{-\tau} [H(t^* - \tau) - H(t^* - t_p^* - \tau)] \delta(\mu - \mu_0) \quad (4.13)$$

où :

$$t_p^* = \beta C t_p \quad (4.14)$$

- t_p représente la largeur de l'impulsion sous forme de créneau ;

- H est la fonction de Heaviside définie par :

$$H(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Le paramètre adimensionnel t_p^* peut être considéré comme le rapport de deux longueurs : $C t_p$ et $\frac{1}{\beta}$. $C t_p$ représente la distance entre deux photons, à chaque frontière de l'impulsion, pendant la durée de l'impulsion alors que $\frac{1}{\beta}$ représente le parcours libre moyen à l'intérieur du milieu avant extinction. Lorsque le paramètre t_p^* est très petit ($t_p^* \ll 1$), l'impulsion peut être considérée comme une fonction delta de Dirac dans le temps, par contre, lorsque le paramètre t_p^* est grand ($t_p^* \gg 1$) des diffusions multiples et absorptions auront lieu pendant la durée de l'impulsion et l'amplitude de cette dernière sera spatialement modulée. Ce qui nous permet de conclure que t_p^* est un important paramètre qu'il faut prendre en compte lorsqu'une courte impulsion est employée. En remplaçant la solution $I_c(\tau, \mu, t^*)$ par sa valeur dans l'équation (4.11), et sachant que :

$$\int_{4\pi} f(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0) d\Omega = \int_0^1 \int_{-1}^1 f(\mu, \psi) \delta(\mu - \mu_0) \delta(\psi - \psi_0) d\mu d\psi = f(\mu_0, \psi_0) \quad (4.16)$$

Le terme source de couplage prendra comme expression :

$$S(\tau, \mu, t^*) = \frac{\Omega}{4\pi} I_{\text{sort}} e^{-\tau} [H(t^* - \tau) - H(t^* - t_p^* - \tau)] \Phi(\mu_0, \mu) \quad (4.17)$$

La solution précédente du traitement collimaté transmis, et notamment (4.13), ne peut être utilisée directement dans le cas inhomogène qui nous intéresse. Pour le cas d'un milieu tri-couches, τ varie d'une manière discontinue aux interfaces entre les couches. La loi d'atténuation doit donc être écrite sur chaque couche où les propriétés optiques sont homogènes, donc en trois morceaux ici. Ces morceaux sont raccordés aux interfaces qui forment des conditions aux limites intermédiaires.

Les conditions aux limites associées à la diffusion aux niveaux des deux parois se reformulent comme suit :

$$\begin{aligned} I_{\text{d,sort},1}(\mu, t^*) &= 2(1 - \varepsilon_1) \int_{\mu_{\text{inc}} < 0} I_{\text{d,ent}}(\mu_{\text{inc}}, t^*) \big|_{\mu_{\text{inc}}} d\mu_{\text{inc}} \\ I_{\text{d,sort},2}(\mu, t^*) &= 2(1 - \varepsilon_2) \int_{\mu_{\text{inc}} > 0} I_{\text{d,ent}}(\mu_{\text{inc}}, t^*) \big|_{\mu_{\text{inc}}} d\mu_{\text{inc}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Comme expliqué auparavant (chapitre 2), la méthode des ordonnées discrètes permet de remplacer l'équation de transfert radiatif et les condition aux limites associées, par un ensemble d'équations pour un nombre fini M de directions μ et sur l'angle solide (4π).

Les intégrales dans les équations (4.7) et (4.18) seront reformulés en utilisant les quadratures angulaires d'ordre M . La forme discrète unidimensionnelle de l'équation de transfert radiatif transitoire (4.11), sur l'une des M direction μ_j , est écrite finalement de la façon suivante (Chapitre II.2.6) et permet de résoudre le champ de l'intensité diffuse (la notation de l'indice « d » est allégée puisque seule l'intensité diffuse nécessite ce traitement numérique) :

$$\frac{\partial I_j(\tau, t^*)}{\partial t^*} + \mu \frac{\partial I_j(\tau, t^*)}{\partial \tau} = -I_j(\tau, t^*) + \frac{\omega}{2} \sum_{m=1}^M \omega_m \Phi_{m,j} I_m(\tau, t^*) + S(\tau, t^*) \quad (4.19)$$

$j = -M, \dots, -1, 1, \dots, M$

- μ_m et ω_m sont respectivement la direction de propagation et le poids associé ;
- I_m est l'intensité directionnelle selon cette direction de propagation.

Et les conditions aux limites associées (4.18) au champ d'intensité diffuse se reformulent de la façon suivante :

$$I_{\text{sort1}}(\mu, t^*) = 2(1 - \varepsilon_1) \sum_{m=1}^{\frac{M}{2}} I_{\text{ent}}(\mu_m, t^*) \mu_m \omega_m \quad \text{pour } \mu_m < 0 \text{ (paroi d'incidence)}$$

$$I_{\text{sort2}}(\mu, t^*) = 2(1 - \varepsilon_2) \sum_{m=1}^{\frac{M}{2}} I_{\text{ent}}(\mu_m, t^*) \mu_m \omega_m \quad \text{pour } \mu_m > 0 \text{ (paroi d'émergence)}$$
(4.20)

4.2.3 L'approximation monotonique décentrée (PPA)

Dans cette étude, le terme gauche de l'équation (4.19) est traité en utilisant la méthode PPA (chapitre III). En appliquant la méthode de différences finies au terme gauche de l'ETR de diffusion transitoire, l'équation (4.19) devient pour $\beta=0$:

$$\frac{I_{i,j}^{n+1}(\tau, t^*) - I_{i,j}^n(\tau, t^*)}{\Delta t^*} + \mu \frac{I_{i+1/2,j}^n(\tau, t^*) - I_{i-1/2,j}^n(\tau, t^*)}{\Delta \tau} = 0 \quad (4.21)$$

avec :

$$\Delta \tau = \tau_{i+1} - \tau_i \quad (4.22)$$

$$\Delta t = t^{n+1} - t^n \quad (4.23)$$

$I_{i\pm 1/2,j}^n$ sont les intensités aux d'interfaces, elles sont évaluées en utilisant le schéma d'interpolation PPA. En introduisant l'équation (4.21) dans l'équation (4.19), L'ETR transitoire prend la forme ci dessous :

$$\frac{I_{i,j}^{n+1}(\tau, t^*) - I_{i,j}^n(\tau, t^*)}{\Delta t^*} + \mu \frac{I_{i+1/2,j}(\tau, t^*) - I_{i-1/2,j}(\tau, t^*)}{\Delta \tau} = -I_{i,j}^{n+1}(\tau, t^*) + \frac{\omega}{2} \sum_{m=1}^M \omega_m \Phi_{m,j} I_{i,m}^{n+1}(\tau, t^*) + S_{i,j}^{n+1}(\tau, t^*) \quad (4.24)$$

Comme il a été cité dans le chapitre III, dans la méthode PPA le milieu est représenté par des séries de blocs des cellules moyennes. Une parabole est construite à l'intérieur de chaque cellule, et en utilisant l'équation 3.13 nous sommes en mesure de calculer les intensités latérales comme suit :

$$I_{i-1/2}^n = \begin{cases} I_{R,i-1}^n + \xi(I_{i-1}^n - I_{R,i-1}^n) + \xi(1-\xi)(2I_{i-1}^n - I_{R,i-1}^n - I_{L,i-1}^n) & \mu > 0 \\ I_{L,i}^n + \xi(I_i^n - I_{L,i}^n) + \xi(1-\xi)(2I_i^n - I_{R,i}^n - I_{L,i}^n) & \mu < 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

avec :

$$\xi = C \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4.26)$$

L'équation (4.24) est avantageusement réécrite sous la forme suivante qui traduit le mécanisme d'itération dans le temps pour les intensités dans chaque maille selon les j directions de quadrature :

$$I_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{1 + \Delta t^*} \left[I_{i,j}^n - \mu \frac{\Delta t^*}{\Delta \tau} (I_{i+1/2,j}^n - I_{i-1/2,j}^n) + \Delta t^* \left(\frac{\omega}{2} \sum_{m=1}^M \omega_m \Phi_{m,j} I_{i,m}^{n+1} + S_{i,j}^{n+1} \right) \right] \quad (4.27)$$

4.3 Procédure numérique

Comme il a été mentionné auparavant, le domaine monodimensionnel est divisé en L mailles similaires de taille Δx et en N pas de temps Δt . Les équations (4.25) et (4.27)

associées aux conditions limites (eq. 4.20) et les conditions initiales nous permettent d'évaluer les intensités dans chaque maille i et pour tout temps $n\Delta t$. En connaissant toutes les intensités centrales $I_{i,m}^n$ de chaque maille dans le temps $n\Delta t$ pour toutes les mailles, et en déterminant les intensités latérales $I_{i\pm 1/2,m}^n$ en utilisant l'équation (4.25), l'équation (4.27) sera utilisée ensuite dans le but de calculer les intensités centrales au pas de temps suivant $(n+1)\Delta t$. Comme le terme de diffusion dans la partie droite de l'équation (4.27) dépend de l'intensité inconnue au temps $(n+1)\Delta t$ (implication du terme source), alors elle est résolue d'une manière itérative. La quadrature Gaussienne à 6 ordonnées discrètes S_{12} est utilisée pour les directions μ_j et les poids associés ω_j .

4.3.1 Algorithme de calcul

Un algorithme de calcul lié à la résolution de l'équation de transfert radiatif transitoire a été mis au point, il est constitué des étapes suivantes :

- 1) Choix des quadratures
- 2) Choix de fonction de phase
- 3) Choix du maillage
- 4) Initialisation du champ des intensités centrales et latérales aux cellules

* Boucle en temps pour chaque strate i et chaque direction μ_j :

- 5) Calcul du terme source collimaté dans l'équation 4.11, et puis la mise à jour dans l'équation 4.13
- 6) Calcul des intensités centrales $I_{i,j}^{n+1}$ (équation 4.27)

- 7) Calcul du terme source dû au rayonnement diffusé dans l'équation 4.11
- 8) Calcul des intensités centrales (équation 4.27)
- 9) 5 à 8 jusqu'à convergence du terme source implicite de diffusion
- 10) Mise à jour des intensités latérales (équation 4.26)
- 11) Mise à jour des conditions aux limites (équation 4.20)
- 12) 10 et 11 jusqu'à convergence
- 13) Calcul du flux transmis à la paroi d'émergence pour $\mu_{inc} > 0$

$$q_{tr} = 2\pi \sum_{m=1}^{\frac{M}{2}} \mu_m \omega_m I_{i,m}^n + I_{c,i}^n \quad (4.28)$$

- 14) Calcul de la transmittance

$$\text{Transmittance} = q_{tr} / \text{amplitude de l'intensité incidente du laser} \quad (4.29)$$

- 15) Calcul du flux réfléchi à la paroi d'incidence pour $\mu_{inc} < 0$

$$q_r = 2\pi \sum_{m=1}^{\frac{M}{2}} \mu_m \omega_k I_{i,m}^n + (1 - \epsilon_1) I_{c,1}^n \quad (4.30)$$

- 16) Calcul de la réflectance

$$\text{Réflectance} = q_r / \text{amplitude de l'intensité incidente du laser} \quad (4.31)$$

- 17) Retour en 5) pour la nouvelle itération temporelle.

CHAPITRE 5

COMPARAISON ET DISCUSSION DES RÉSULTATS

5.1 Introduction

Comme nous l'avons mentionné auparavant, il existe plusieurs travaux qui ont été réalisés dans le but de résoudre l'équation de transfert radiatif unidimensionnelle transitoire. M. Sakami et K. Mitra [17] ont étudié le cas d'un milieu homogène diffusant/absorbant séparant deux plaques parallèles, dont une est irradiée par une impulsion monochromatique, et ont utilisé la méthode des ordonnées discrètes afin de résoudre l'ETR transitoire. Les résultats obtenus ont été comparés à ceux obtenus d'une part avec la méthode de Monte Carlo [29] et d'autre part avec la méthode intégrale de Tan et Hsu [26]. Ces dernières méthodes sont considérées comme des références pour évaluer la méthode numérique utilisée dans ce travail.

Dans ce chapitre nous citerons, à titre d'exemple, quelques-uns de ces résultats (cas homogènes analogues à ceux de M. Sakami [17]), ensuite nous illustrerons les résultats qui ont été obtenus par l'intermédiaire de l'étude paramétrique que nous avons faite dans le cas tri-couches (milieu hétérogène), et enfin nous étudierons l'application sur un système tissulaire humain donné, le but étant de remonter des mesures en transmittance et

réflectance vers de l'information concernant une anomalie située dans les couches profondes du milieu et d'illustrer ainsi une procédure inverse dans un cadre limité.

5.2 Cas d'un milieu homogène

5.2.1 Revue littéraire

Le cas considéré par M. Sakami [17] a trait à un milieu homogène monodimensionnel de nature absorbante et diffusante. Une des frontières est irradiée par une impulsion laser type créneau. Il considère que le rayonnement total est la somme du rayonnement collimaté dû à l'impulsion laser et du rayonnement diffus (la structure numérique est semblable à celle que nous avons présentée plus haut et que nous utilisons). Le rayonnement collimaté fait l'objet d'une solution analytique qui est ensuite incorporée à l'équation du rayonnement diffus au travers d'un terme source de couplage [40]. Le rayonnement collimaté contenant les profils les plus abrupts à résoudre, le traitement analytique se substitue avantageusement au traitement numérique en terme d'erreur numérique générée. La simulation en tant que telle est effectuée sur le champ induit par diffusion, au profil beaucoup plus régulier. Et afin de résoudre l'équation de transfert radiatif transitoire issue de cette décomposition, M. Sakami [17] a proposé une méthode numérique qui consiste à combiner la méthode des ordonnées discrètes (MOD) et la méthode advective parabolique monotonique décentrée (PPA). Cette combinaison lui a permis de traiter la propagation des ondes radiatives sans génération d'oscillations et sans forte diffusion numérique. L'efficacité de la méthode a été validée en comparant les résultats avec ceux obtenus avec la méthode de Monté Carlo [29] et la méthode intégrale [27]. Et afin d'étudier l'impact des

variations des propriétés radiatives du milieu homogène considéré sur la signature transitoire, M. Sakami [17] a effectué une étude paramétrique (variation de l'albédo et de l'épaisseur optique du milieu homogène pour différents coefficients de la fonction de phase), et il est arrivé à la conclusion que la signature radiative transitoire est sensible aux variations des propriétés radiatives du milieu. Dans la section suivante, nous étendons cette étude de façon systématique afin de proposer un classement des familles de signatures (transmittance et réflectance) pouvant être rencontrées pour différentes propriétés (le coefficient d'extinction β et l'albédo ω) d'un milieu homogène unidimensionnel.

5.2.2 Familles de signaux

a) Milieu à diffusion isotrope

Nous avons repris un des cas présentés par M. Sakami et K. Mitra [17] (indice de réfraction égal 1.33, largeur de l'impulsion est de 4.436 ps, et l'épaisseur du milieu est de 5 mm), et avons changé les propriétés optiques du milieu homogène isotrope (le coefficient d'extinction β et l'albédo ω). Nous sommes arrivés à différencier quatre familles de signaux qui nous semblent être les quatre grandes familles de signatures optiques pouvant être rencontrées dans ce type de problème, elles sont présentées sur la figure 5.1 pour la transmittance et figure 5.2 pour la réflectance :

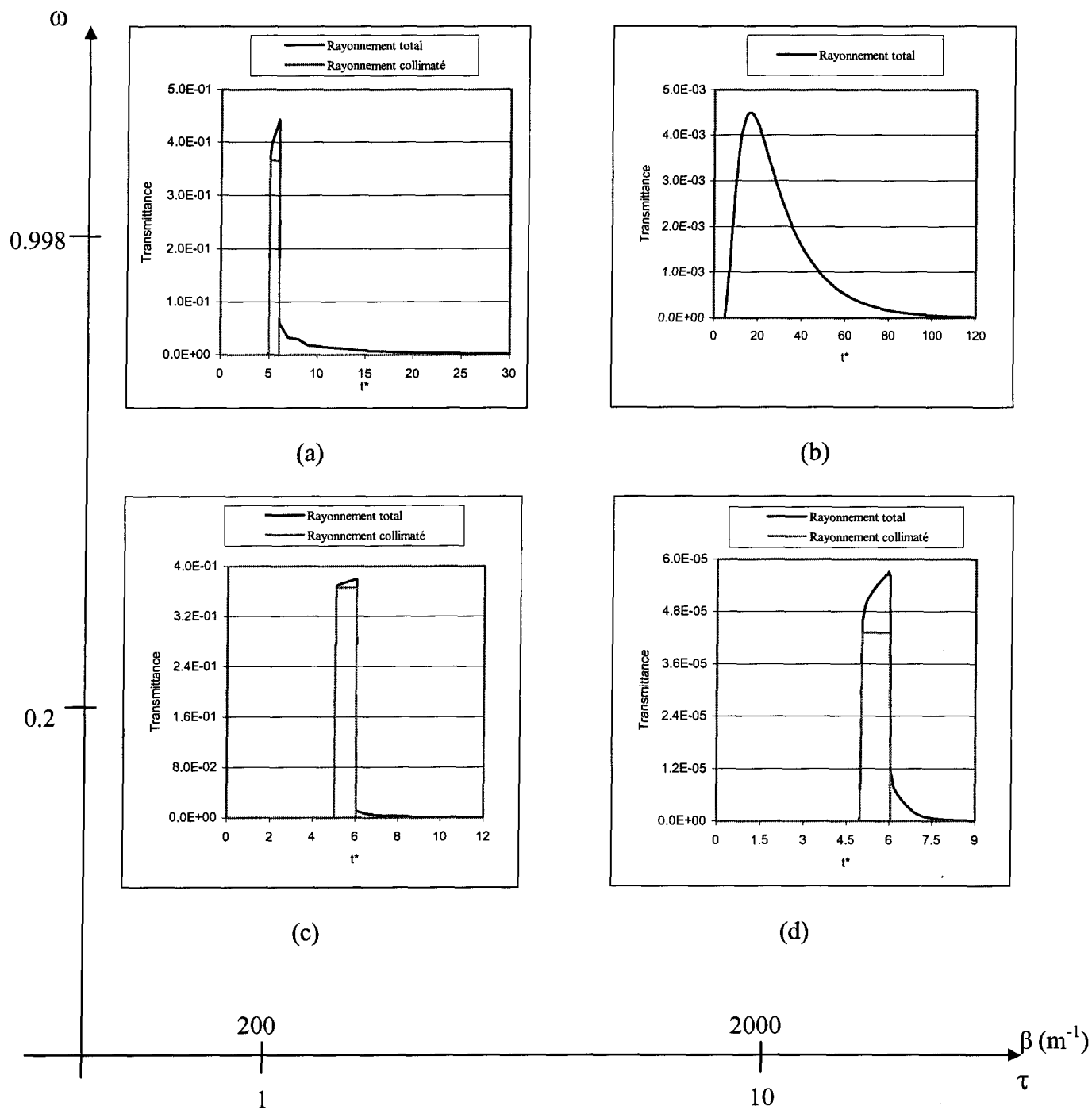


Figure 5.1 : Représentation des quatre familles de signaux transmis.

$$t^* = \frac{\text{temps}}{\text{largeur de pulse}}, \text{ largeur de pulse} = 4.436 \text{ ps.}$$

Transmittance = flux transmis/l'amplitude de l'intensité incidente de laser.

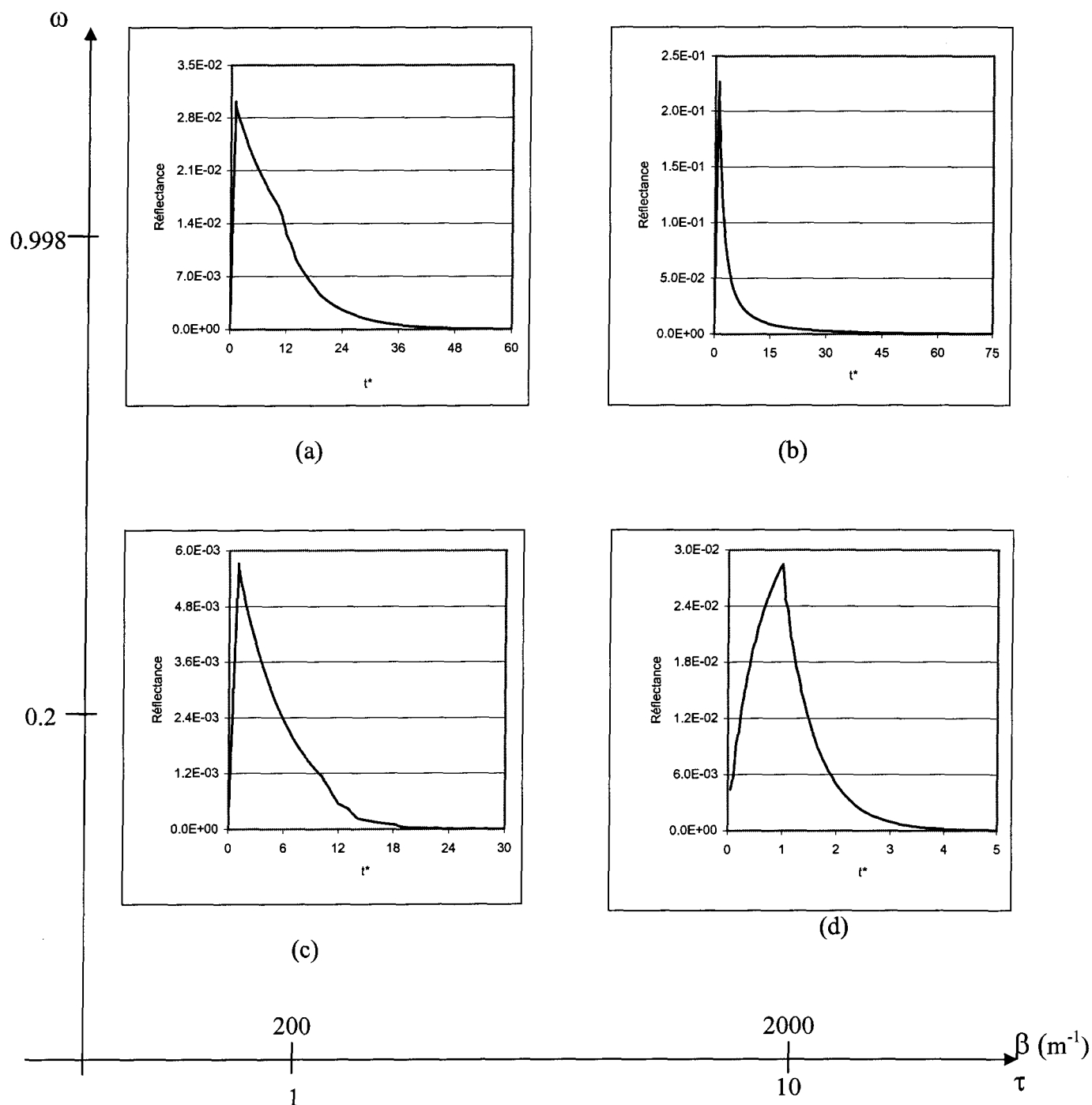


Figure 5.2 : Représentation des quatre familles des signaux réfléchis.

$$t^* = \frac{\text{temps}}{\text{largeur de pulse}}, \text{ largeur de pulse} = 4.436 \text{ ps.}$$

Réflectance = flux réfléchi/l'amplitude de l'intensité incidente du laser.

- la première famille (figures 5.1a et 5.2a) est définie par un faible coefficient d'extinction et un fort albédo (faible diffusion et absorption négligeable), l'impulsion est faiblement atténuée (figure 5.1a) et l'énergie (transmise ou réfléchi) est récupérée du fait que l'extinction est essentiellement due à la diffusion. Le pulse est ainsi déformé légèrement (figure 5.1a) ;
- la deuxième famille (figures 5.1b et 5.2b) est caractérisée par un albédo et coefficient d'extinction importants (absorption faible et diffusion forte). La diffusion est prépondérante et écrase complètement le signal car le pulse est très atténué par diffusion (figure 5.1b). Cependant l'énergie (transmise ou réfléchi) est récupérée par la signature, ce qui se traduit par rapport au point précédent par une signature plus longue en transmittance (figure 5.1b) et un pic plus élevé en réflectance (figure 5.2b), cette deuxième n'étant dépendante que de la diffusion ;
- la troisième famille (figures 5.1c et 5.2c) correspond à un milieu où l'albédo et le coefficient d'extinction sont faibles. La diffusion et l'absorption étant faibles la forme du signal peu atténuée n'est que peu modifiée (figure 5.1c) car nous récupérons moins d'énergie (transmise ou réfléchi) par diffusion. La réflectance est d'ailleurs plus faible (figure 5.2c) ;
- la dernière famille (figures 5.1d et 5.2d) est représentée par un faible albédo et un fort coefficient d'extinction (forte absorption et diffusion relativement faible). L'impulsion est très atténuée (figure 5.1d) et une portion d'énergie (transmise ou réfléchi), relativement modeste par rapport à l'atténuation totale, est regagnée par la diffusion

(figure 5.1d et 5.2d). L'énergie atténuée l'étant essentiellement par le mécanisme d'absorption.

Nous constatons globalement que le coefficient d'extinction β pilote seulement l'atténuation de l'amplitude de l'impulsion. Si l'albédo ω est faible, l'extinction est due à l'absorption et le pulse demeure bien visible dans sa forme (même s'il peut être très atténué). Si l'albédo ω est grand, c'est la diffusion qui domine l'extinction et l'énergie de l'impulsion atténuée est récupérée, ce qui crée une signature persistante.

b) Milieu à diffusion non isotrope

Nous nous attendons à ce que le type de la diffusion rétrograde ou progressive ne modifie que qualitativement cette signature comme nous l'illustrons dans les figures 5.3 et 5.4, nous rappelons ici que le coefficient de la fonction de phase $a=0$ correspond à une diffusion isotrope, $a=0.9$ - cosinus moyen g ($g = \frac{a}{3}$) de la diffusion égal à 0.3 - traduit une diffusion progressive et $a=-0.9$ - cosinus moyen g de la diffusion égal à -0.3 - caractérise une diffusion rétrograde dans l'ensemble du matériau, chapitre II. 2.14.

Nous remarquons que pour une diffusion rétrograde, la signature, dans le cas de transmittance (figure 5.3), s'étire dans le temps car les photons mettent plus de temps à ressortir et par conservation d'énergie injectée et diffusée, l'amplitude maximale de la signature décroît. Par contre nous remarquons un phénomène contraire dans le cas de la diffusion progressive.

En ce qui concerne le cas de la réflectance (figure 5.4), l'amplitude dans le cas de la diffusion rétrograde est plus importante car celle-ci favorise l'expulsion précoce des photons réfléchis.

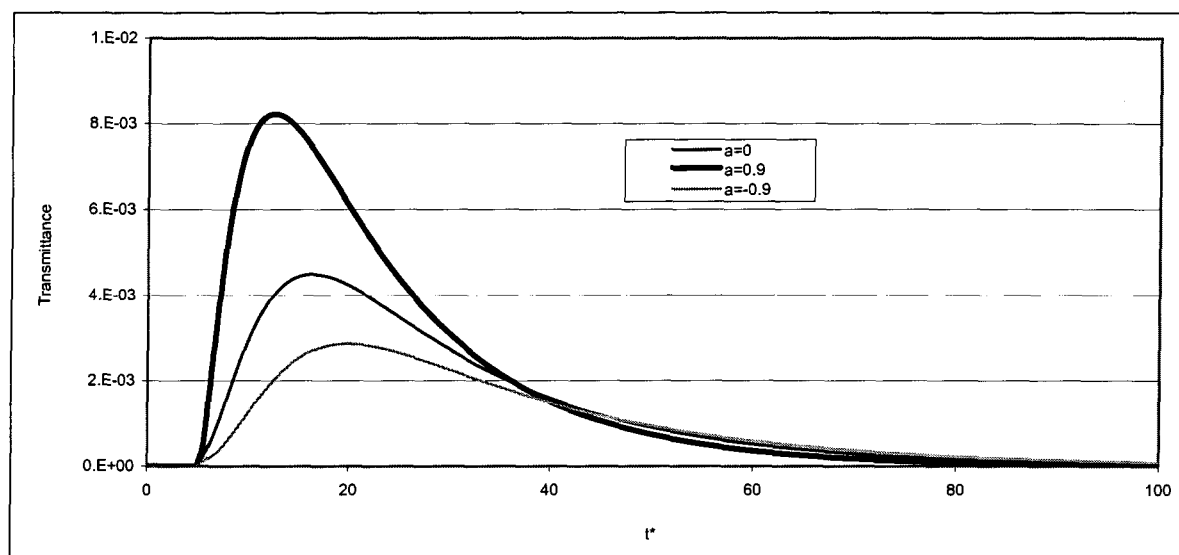


Figure 5.3 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance, cas homogène.
 $\omega=0.998$, $\beta=2000 \text{ m}^{-1}$, $\tau=10$.

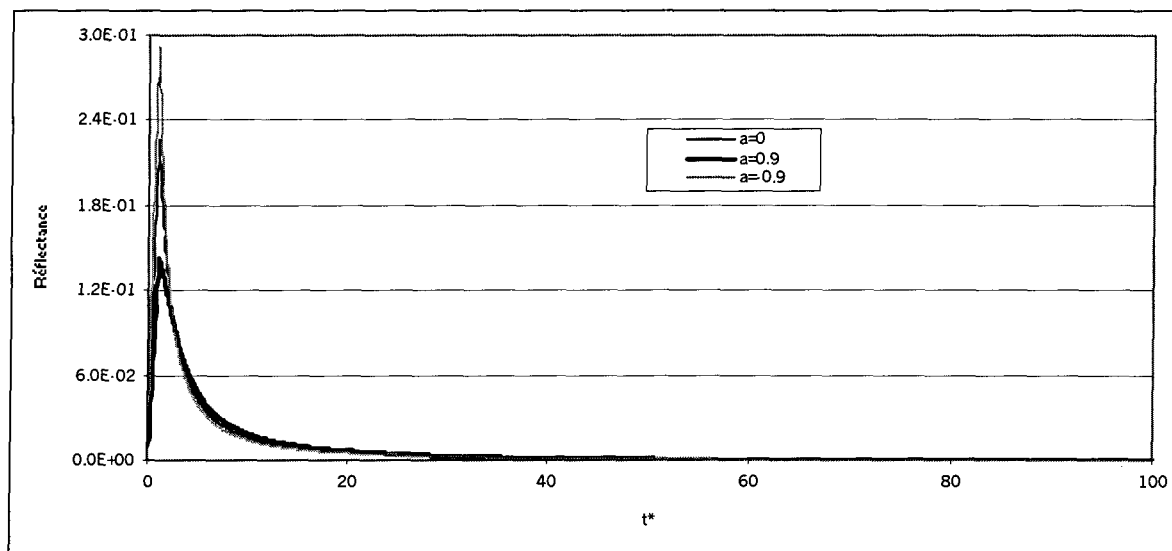


Figure 5.4 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance, cas homogène.
 $\omega=0.998$, $\beta=2000 \text{ m}^{-1}$, $\tau=10$.

Nous verrons plus loin que la signature s'étend de plus dans le temps. Nous remarquons un phénomène opposé dans le cas de la diffusion progressive.

5.3 L'effet de l'inhomogénéité sur le comportement des signaux

Dans cette partie, nous allons étudier l'impact d'une inhomogénéité du milieu sur les signaux de sortie. Pour cela nous allons reprendre deux cas (figures 5.1a et 5.1b) des quatre familles de signaux citées dans la section précédente. Le milieu étant considéré hétérogène, nous allons changer le coefficient d'extinction de la couche intermédiaire (figure 5.5) en l'augmentant ou en le diminuant de 20% par rapport au cas homogène (cette variation correspond à l'ordre de grandeur de variation pathogène sur σ et κ observée dans les tissus [71, 72]). Les tableaux suivants (tableaux 5.1, 5.2 et 5.3) donnent les valeurs des propriétés optiques et géométriques des trois couches constituant le milieu considéré :

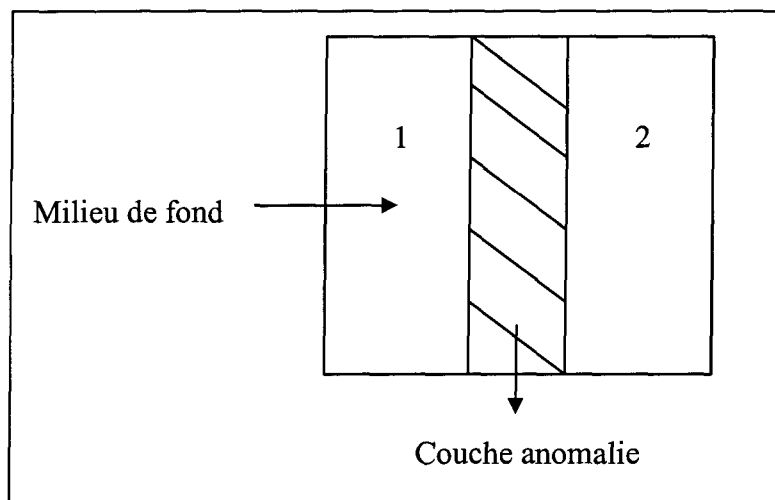


Figure 5.5 : Schématisation de l'inhomogénéité dans le milieu traité.

Propriétés du milieu	Milieu homogène (milieu de fond)
Albédo ω	0.998
Coefficient d'extinction β (m^{-1})	200 2000
Épaisseur totale (mm)	5

Tableau 5.1 : Cas homogène : valeurs des propriétés optiques et géométriques du milieu homogène.

Propriétés du milieu	Couche 1	Couche anomalie	Couche 2
Albédo ω	0.998	0.998	0.998
Coefficient d'extinction β (m^{-1})	200 2000	160 1600	200 2000
Coefficient d'absorption κ (m^{-1})	0.4 4	0.32 3.2	0.4 4
Épaisseur (mm)	2	1	2

Tableau 5.2 : Cas hétérogène 1 : valeurs des propriétés optiques et géométriques du milieu hétérogène 1. Le coefficient d'extinction est diminué de 20%.

Propriétés du milieu	Couche 1	Couche anomalie	Couche 2
Albédo ω	0.998	0.998	0.998
Coefficient d'extinction β (m^{-1})	200	240	200
	2000	2400	2000
Coefficient d'absorption κ (m^{-1})	0.4	0.48	0.4
	4	4.8	4
Épaisseur (mm)	2	1	2

Tableau 5.3 : Cas hétérogène 2 : valeurs des propriétés optiques et géométriques du milieu hétérogène 2. Le coefficient d'extinction est augmenté de 20%.

D'après les résultats obtenus (figures 5.6, 5.7, 5.8 et 5.9), nous remarquons que, dans le cas de la transmittance, nous pouvons distinguer entre le cas homogène et le cas hétérogène (pour $\beta=2000 m^{-1}$ et $\beta=200 m^{-1}$), et qu'au fur et à mesure que le coefficient d'extinction β augmente dans le milieu ou la couche contenant une anomalie la transmittance diminue. Ceci peut être expliqué par le fait que plus le coefficient d'extinction augmente (à ω constant) dans le milieu ou la couche centrale, plus l'absorption du rayonnement augmente (tableau 5.2 et 5.3) et par conséquent l'énergie transmise décroît. En revanche, pour la réflectance nous remarquons que les graphiques sont très similaires et qu'il n'est pas évident de différencier entre le cas homogène et hétérogène. Ce qui est un premier point sur la faible information apportée par les signaux réfléchis.

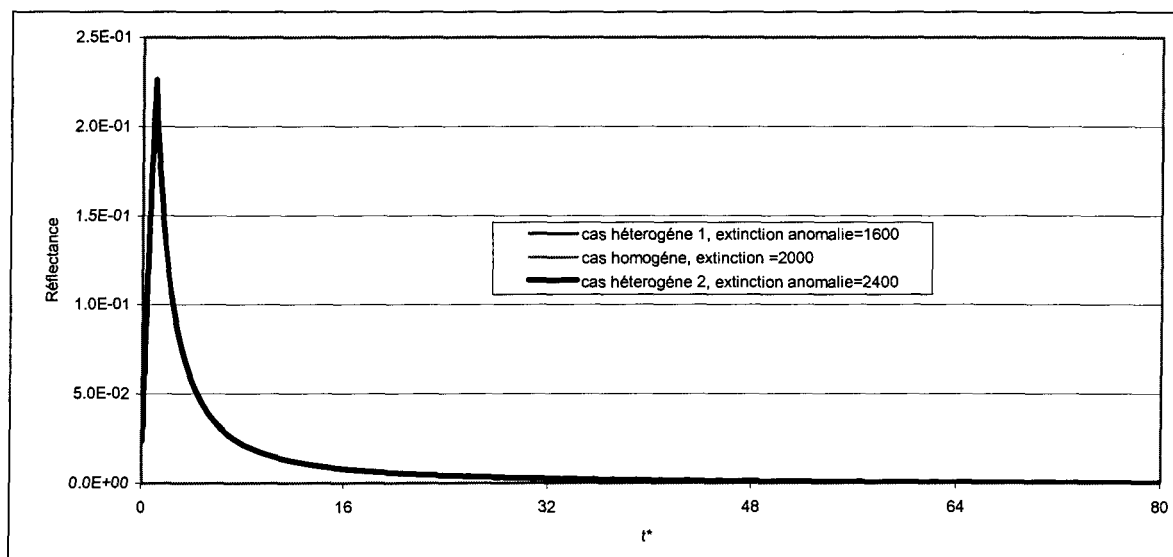


Figure 5.6 : Réflectance en fonction du temps.
 Pour la couche anomalie : ($\beta = 2400 \text{ m}^{-1}$ et 1600 m^{-1} , $\omega = 0.998$).
 Pour le milieu de fond : ($\beta = 2000 \text{ m}^{-1}$, $\omega = 0.998$).

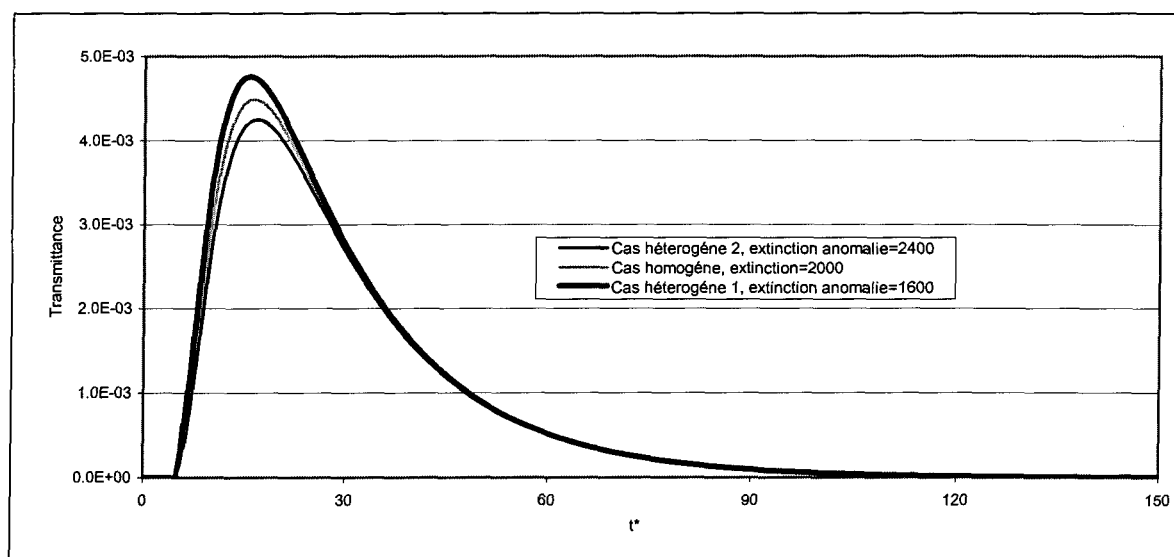


Figure 5.7 : Transmittance en fonction du temps.
 Pour la couche anomalie : ($\beta = 2400 \text{ m}^{-1}$ et 1600 m^{-1} , $\omega = 0.998$).
 Pour le milieu de fond : ($\beta = 2000 \text{ m}^{-1}$, $\omega = 0.998$).

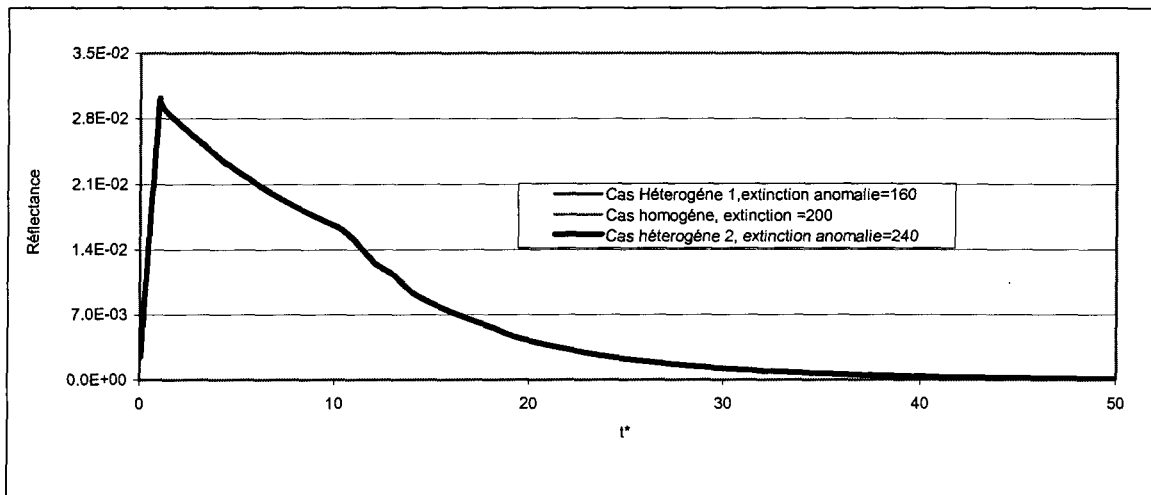


Figure 5.8 : Réflectance en fonction du temps.
 Pour la couche anomalie : ($\beta = 240 \text{ m}^{-1}$ et 160 m^{-1} , $\omega = 0.998$).
 Pour le milieu de fond : ($\beta = 200 \text{ m}^{-1}$, $\omega = 0.998$).

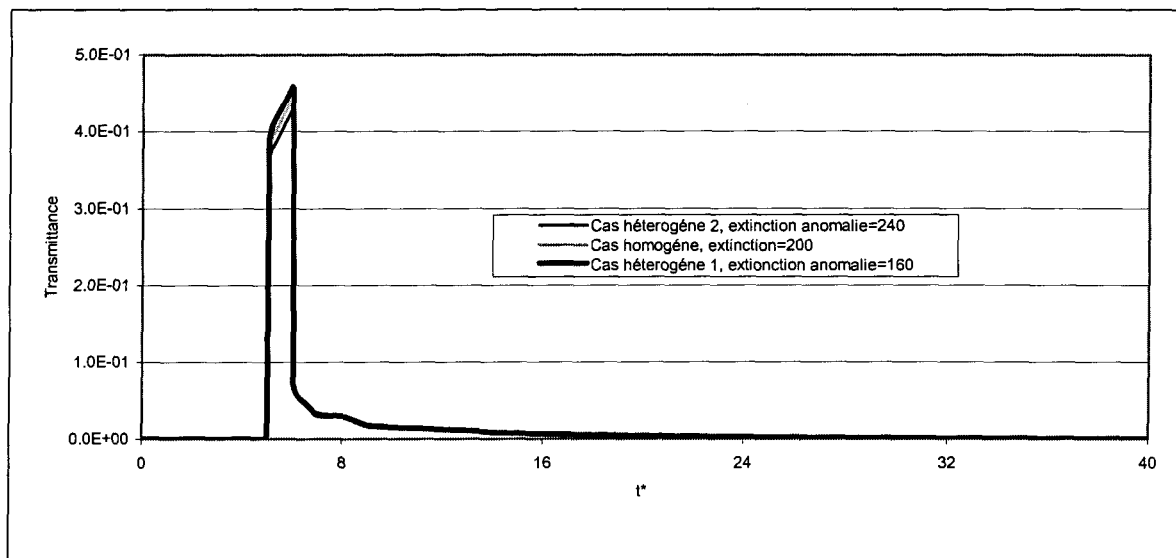


Figure 5.9 : Transmittance en fonction du temps.
 Pour la couche anomalie : ($\beta = 240 \text{ m}^{-1}$ et 160 m^{-1} , $\omega = 0.998$).
 Pour le milieu de fond : ($\beta = 200 \text{ m}^{-1}$, $\omega = 0.998$).

Nous pouvons déjà avancer, pour ce qui est des applications spectroscopiques, que les mesure de type premier photon [71] tirant l'information de la collecte des premiers photons émergents transmis (ou peu diffusés, résiduel collimaté) ne profitent pas de la signature persistante qui semble contenir une information beaucoup plus riche, puisqu'elle est le résultat d'une circulation et d'une redistribution plus complexe de l'énergie à l'intérieur du matériau.

A l'issue de cette section, nous pouvons dégager trois grands points très informatifs :

- les signaux de transmittance sont qualitativement déterminés par β et ω qui pilotent l'extinction du pulse primaire et l'enrichissement du milieu par diffusion qui crée la signature. Ce classement systématique des grands types des signaux n'est pas remis en question par le type de diffusion (rétrograde ou progressive) qui étire plus au moins dans le temps la persistance de la signature. Nous avons ainsi parcouru le champ des signaux transmis obtenables en général, les signaux en réflectance préservent les mêmes allures ;
- le domaine d'investigation de la tomographie optique est à fort β et ω (condition type 5.1b et 5.2b). Seule la signature est exploitable dans le temps, l'impulsion primaire ayant disparu (sauf dans le cas de tissus très minces). Ce point est très important, il signifie que, dans le cas de la tomographie optique stationnaire, la plus répandue, seul le rayonnement diffus est accessible. Ceci légitime les approximations type diffusion de la plupart des applications actuelles [13, 14]. En revanche, la tomographie optique pulsée doit tenir compte de l'aspect balistique du pulse, ce que ne peut pas faire l'approximation différentielle de diffusion. Ce qui implique une résolution instationnaire complète afin de prendre en compte tous les phénomènes, ce que nous avons fait ici ;

- en première approximation, une inhomogénéité dans un tissu correspond à une baisse relative de 10 à 20% du coefficient de diffusion σ et d'absorption κ [72 ,73], ce qui nous ramène à un ω à peu près constant et un β variant seul. En terme d'étude préliminaire, nous avons appliqué cette inhomogénéité en β sur une couche interne et avons remarqué un net contrôle sur les signaux en transmittance mais peu en réflectance. Sans clore la porte complètement aux signaux réfléchis, nous nous attendons plutôt à acquérir une information privilégiée à partir de la transmittance.

La section suivante sera dévolue à une étude paramétrique fine sur l'effet des coefficients de diffusion et absorption ainsi que sur la position et les épaisseurs des couches constituant le milieu.

5.4 Étude paramétrique : cas d'un milieu hétérogène

Dans cette section, nous approfondissons notre étude systématique en nous attachant au cas tri-couches hétérogène. Le but est de trouver les grandes lois de comportement de signaux transmis et réfléchis en fonction du jeu de paramètres sur les propriétés optiques (coefficients de diffusion et absorption) et géométriques (épaisseurs) de la stratification.

5.4.1 Description du cas traité

Le milieu monodimensionnel considéré (figure 5.10) dans ce travail est de nature absorbante/diffusante mais non émettante, il est constitué de trois couches d'épaisseurs différentes et de propriétés optiques différentes. Les plaques délimitant le milieu sont

supposées noires et froides, la plaque supérieure est irradiée par une impulsion laser type créneau.

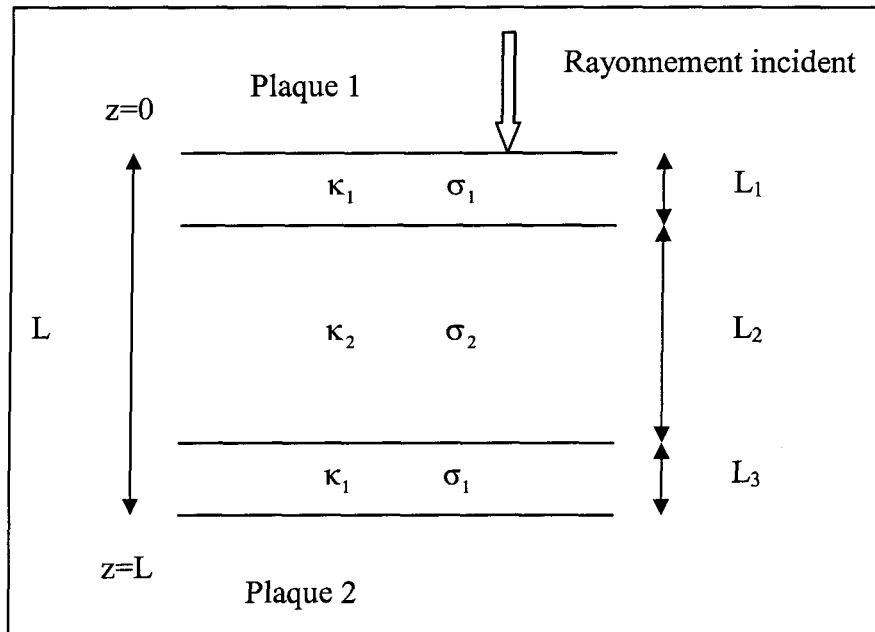


Figure 5.10 : Schématisation du modèle physique.

- σ_1 est le coefficient de diffusion de la couche externe 1 et externe 2, et σ_2 est le coefficient de diffusion la couche interne ;
- κ_1 est le coefficient d'absorption de la couche externe 1 et externe 2, et κ_2 est le coefficient d'absorption la couche interne ;
- L_1, L_2, L_3 sont respectivement les épaisseurs de la couche externe 1, la couche interne et la couche externe 2 ;
- L est l'épaisseur totale du milieu considéré.

À l'aide de notre code de simulation de l'équation de transfert radiatif transitoire présenté dans les chapitres précédents, nous avons réalisé une étude paramétrique qui consiste à faire varier les propriétés optiques et géométriques du milieu considéré pour différentes valeurs du coefficient de fonction de phase de diffusion. L'étude comporte la variation de :

- coefficient de diffusion σ_2 de la couche interne du milieu considéré ;
- coefficient d'absorption κ_2 de la couche interne du milieu considéré ;
- l'épaisseur des couches constituant le milieu considéré de telle façon à faire déplacer la couche interne vers la paroi d'incidence ou vers la paroi d'émergence.

5.4.2 Les données numériques

Dans les calculs que nous avons effectués, nous avons considéré que :

- la quadrature gaussienne est S_{12} avec 6 ordonnées ;
- la luminance de l'impulsion laser est de 1 W/sr/m^2 ;
- la largeur de l'impulsion laser est égale à 1 ps ;
- la distance entre les deux plaques a pour valeur $L=5 \text{ mm}$;
- l'indice de réfraction est de 1.33 ;
- le nombre N de pas de temps varie entre 1500 et 15000 ;
- le nombre I de pas d'espace est de l'ordre de 100 ;
- $\Delta t = C\Delta x$ avec C la vitesse de la lumière ;
- le coefficient de la fonction de phase de la diffusion a est similaire dans les trois couches.

Les différentes valeurs du coefficient de diffusion, coefficient d'absorption ainsi que les épaisseurs des différentes couches seront représentées sous forme de tableaux ultérieurement (tableaux 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 et 5.8).

5.4.3 Variation du coefficient de diffusion de la couche interne

Les valeurs du coefficient de diffusion, du coefficient d'absorption ainsi que les épaisseurs des trois couches sont illustrées dans le tableau suivant :

σ_1 m^{-1}	κ_1 m^{-1}	$L_1 = L_3$ m	σ_2 m^{-1}	κ_2 m^{-1}	L_2 m
700	300	10^{-3}	800	200	$3 \cdot 10^{-3}$
700	300	10^{-3}	920	80	$3 \cdot 10^{-3}$
700	300	10^{-3}	998	2	$3 \cdot 10^{-3}$

Tableau 5.4 : Valeurs des coefficients de diffusion, absorption et épaisseurs des trois couches composant le milieu considéré.

Nous avons commencé premièrement par faire varier le coefficient de diffusion ainsi que le coefficient d'absorption de la couche interne (en augmentant la diffusion et en diminuant l'absorption de la couche interne) tout en fixant les coefficients de diffusion et d'absorption des deux couches externes et cela pour différents coefficients de la fonction de phase de diffusion a . Afin d'analyser l'effet d'une telle variation sur le modèle, nous avons tracé des courbes de la transmittance et réflectance en fonction du temps (figures 5.11 à 5.14 et annexes : figures II.1 à II.6).

5.4.3.1 Variation de la transmittance en fonction du temps

Nous remarquons que l'amplitude de transmittance augmente au fur et à mesure que la diffusion de la couche interne augmente pour une extinction β globale constante dans les trois couches (figure 5.11). Pour des coefficients de diffusion importants (e.g. $\sigma_2=998\text{m}^{-1}$) l'amplitude de la transmittance s'étire dans le temps lorsque l'impulsion quitte le milieu. Ceci est expliqué par le fait que lorsque nous sommes en présence d'un milieu très diffus, les photons ont tendance à demeurer à l'intérieur du milieu et mettent plus de temps pour se manifester à l'extérieur (par rapport à une diffusion relativement faible). Ce phénomène nous permet de récupérer plus d'information concernant le milieu traité au niveau de la signature. D'après la figure 5.12, Nous pouvons diviser les courbes de la transmittance en fonction du temps, pour différentes valeurs de a , en deux parties :

- dans la première partie ($0 \leq t^* \leq 90$), nous remarquons que l'amplitude de la transmittance dans le cas de la diffusion progressive ($a=0.9$) est plus grande que celle dans le cas de la diffusion rétrograde ($a=-0.9$), ceci peut être expliqué par le fait que la diffusion progressive favorise l'expulsion des photons à l'extérieur du milieu et la transmission du rayonnement, et c'est pourquoi les photons se manifestent à la sortie après une courte durée et s'accumulent en tête de signal. Par contre dans la deuxième partie ($t^* > 90$), l'amplitude de la diffusion rétrograde ($a=-0.9$) est plus grande que celle progressive ($a=0.9$), ce qui atteste que la diffusion rétrograde ($a=-0.9$) retient les photons à l'intérieur du milieu et retarde leur sortie. C'est pourquoi ils ne se manifestent à la face opposée qu'après une période plus longue que dans le cas de la diffusion progressive,

nous pouvons conclure que la diffusion rétrograde favorise l'énergie transmise dans le temps et l'emporte sur la diffusion progressive sur le long terme ($t^* > 90$).

5.4.3.2 Variation de la réflectance en fonction du temps

Nous remarquons que l'amplitude de la réflectance augmente avec la diffusion, et que, pour un coefficient de diffusion assez grand devant l'absorption (e.g. $\sigma_2 = 998$), l'amplitude de la réflectance (comme pour la transmittance, figure 5.11) augmente lorsque l'impulsion frappe la première plaque (figure 5.13) et s'étire dans le temps, ce qui est parfaitement attendu puisque la réflectance n'existe que s'il y a de la diffusion (nous excluons la réflexion dans le milieu externe sur la plaque d'incidence). La figure 5.14 nous permet, comme nous l'avons fait pour la transmittance, de décomposer les courbes de la réflectance en fonction du temps, pour différents coefficients de fonction de phase a , en trois parties :

- dans la première partie ($0 \leq t^* \leq 20$), c'est l'étape où l'impulsion laser frappe la plaque supérieure et pénètre progressivement dans le milieu, nous remarquons que l'amplitude de la diffusion rétrograde ($a = -0.9$) est plus élevée que celle de la diffusion progressive ($a = 0.9$), nous pouvons dire que la diffusion rétrograde favorise la réflectance au début du régime transitoire, puisqu'elle contraint une forte fraction des photons incidents à rebrousser chemin dès leur entrée dans le matériau ;

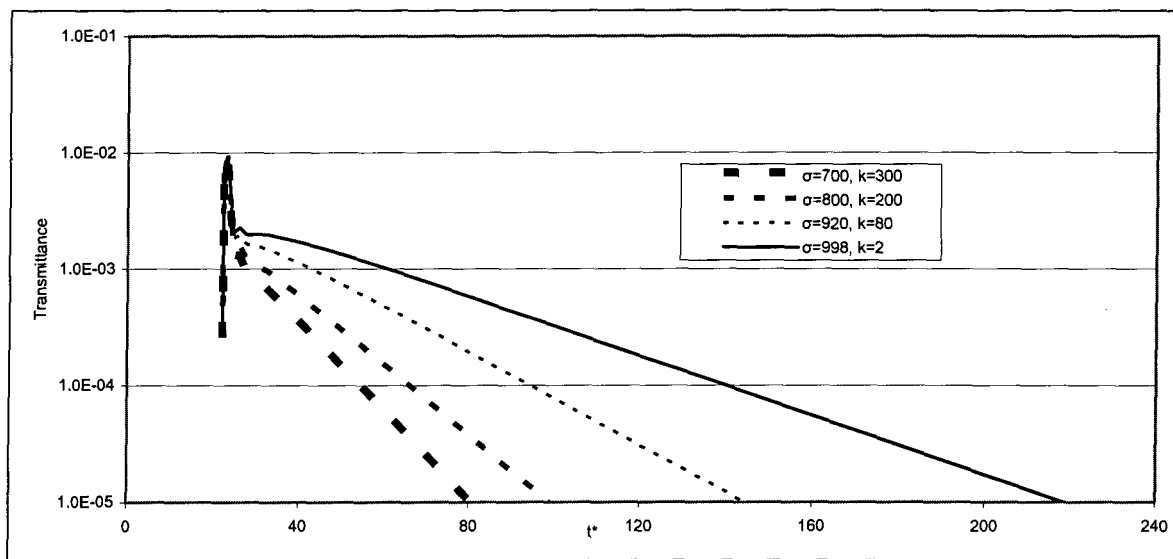


Figure 5.11 : Effet du coefficient de diffusion sur la transmittance (cas isotrope).
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 σ et k correspondent à la couche centrale, ils sont en m^{-1} .

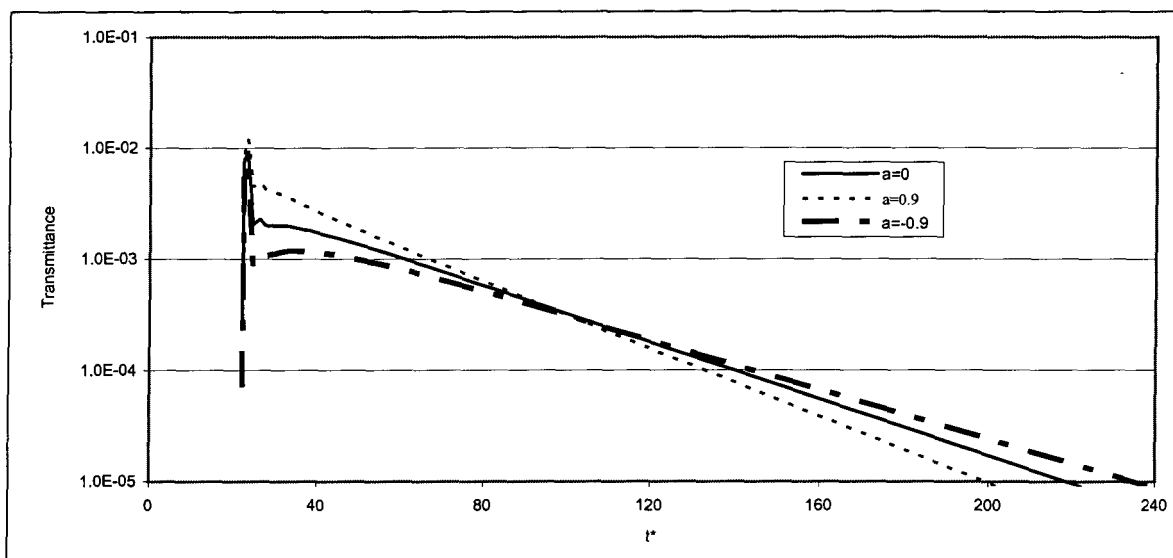


Figure 5.12 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_2=998 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=2 \text{ m}^{-1}$.

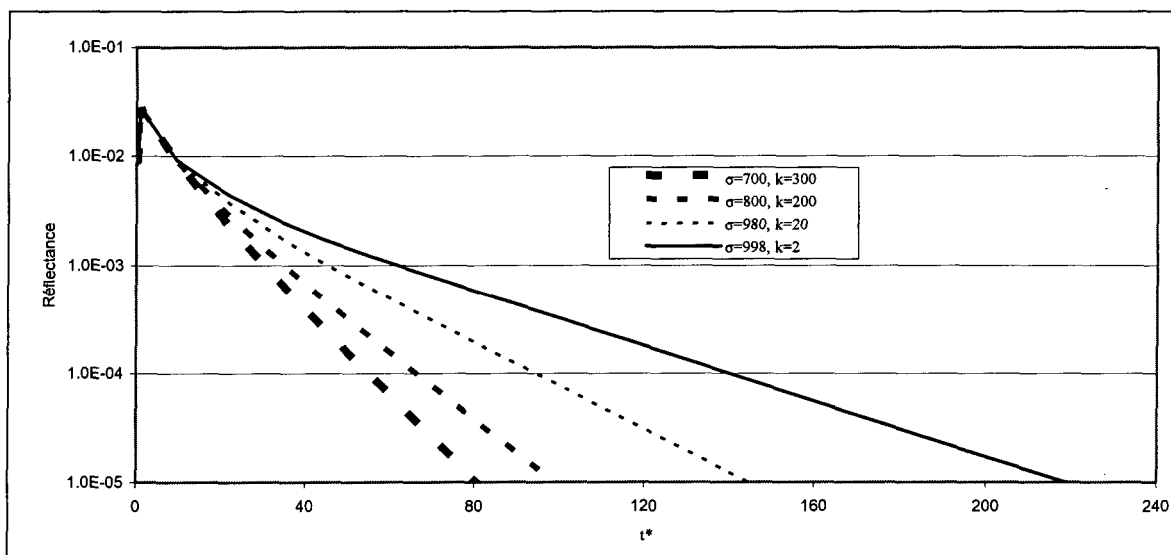


Figure 5.13 : Effet du coefficient de diffusion sur la réflectance (cas isotrope).
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 σ et k correspondent à la couche centrale, ils sont en m^{-1} .

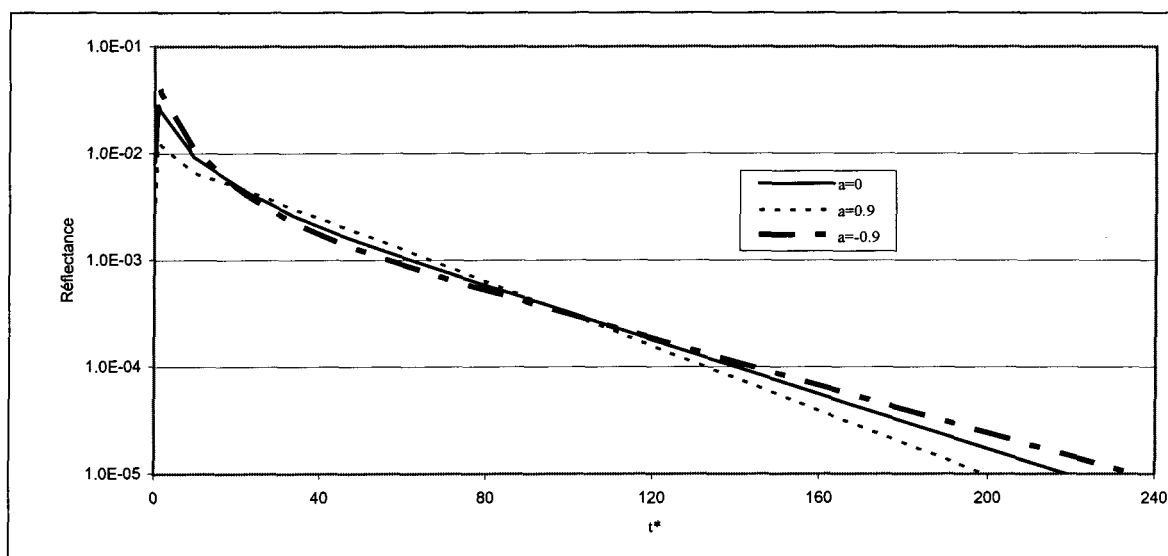


Figure 5.14 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_2=998 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=2 \text{ m}^{-1}$.

- une fois que l'impulsion laser frappe la paroi d'émergence et quitte le milieu (deuxième partie, $20 \leq t^* \leq 90$ visible en comparaison avec la figure 5.13 juste au dessus) c'est la diffusion progressive ($a=0.9$) qui l'emporte sur la diffusion rétrograde ($a=-0.9$) et produit plus de réflectance, et ceci est dû essentiellement à l'effet de la fonction de phase sur les photons résiduels dont le sens de propagation a été inversé lors du passage du pulse. En toute hypothèse, ces photons sont certainement de deuxième génération, ils ont été arrachés l'impulsion et ont subi peu de diffusion et c'est par l'effet de la diffusion progressive qu'ils sont expulsés vers l'extérieur, d'où la prééminence de la diffusion progressive ;

- dans la troisième partie ($t^* > 90$), nous remarquons alors que plusieurs photons diffus, nous parlons des photons de la troisième génération qui sont restés stockés à l'intérieur du matériau après avoir été arrachés au pulse incident et subi plusieurs épisodes de diffusion, ont tendance à abandonner le milieu sous l'effet de la diffusion progressive plus rapidement que dans le cas de la diffusion rétrograde. Cette dernière a pour effet de retarder les photons à l'intérieur du milieu, c'est pourquoi l'amplitude de réflectance liée à la diffusion rétrograde devient plus importante que celle progressive sur le très long terme. Nous pouvons dire que la réflectance dans cette dernière partie est favorisée par la diffusion rétrograde. Corrélativement, le taux de décroissance de la réflectance dans le cas de la diffusion progressive est très fort et cela est visible sur les courbes de la réflectance.

5.4.4 Variation du coefficient d'absorption de la couche interne

Nous avons conservé les mêmes paramètres pour les deux couches externes que précédemment et nous avons fait varier le coefficient d'absorption de la couche interne. Les valeurs du coefficient de diffusion, coefficient d'absorption ainsi que des épaisseurs des trois couches sont illustrées dans le tableau 5.5 suivant :

σ_1 m^{-1}	κ_1 m^{-1}	$L_1 = L_3$ m	σ_2 m^{-1}	κ_2 m^{-1}	L_2 m
700	300	10^{-3}	200	800	$3 \cdot 10^{-3}$
700	300	10^{-3}	80	920	$3 \cdot 10^{-3}$
700	300	10^{-3}	2	998	$3 \cdot 10^{-3}$

Tableau 5.5 : Valeurs des coefficients de diffusion, d'absorption et des épaisseurs des trois couches composant le milieu considéré.

Dans cette partie, nous allons faire varier le coefficient d'absorption de la couche interne ainsi que le coefficient de diffusion de telle façon que la couche devienne de plus en plus absorbante (croissance du coefficient d'absorption et décroissance du coefficient de diffusion), et cela pour différents coefficients de la fonction de phase de la diffusion a . L'évolution de la transmittance et de la réflectance en fonction du temps est illustrée aux figures 5.15 à 5.18 et annexes : figures III.1 à III.6.

5.4.4.1 Variation de la transmittance en fonction du temps

Nous remarquons que l'amplitude de la transmittance diminue lorsque l'absorption augmente dans la couche interne (figure 5.15). Contrairement à la diffusion, la diminution du coefficient d'absorption favorise la transmission des photons. En ce qui concerne l'étude pour différents coefficients α de la fonction de phase, les courbes sont aussi divisées en deux parties en fonction de la nature de diffusion (figure 5.17). Lors de la première période c'est la diffusion progressive qui l'emporte. Par contre, pour des valeurs du temps t^* importantes, l'amplitude de la transmittance dans le cadre de la diffusion rétrograde devient plus grande.

En comparant la transmittance (pour un cas isotrope) dans le cas où la diffusion est prépondérante ($\sigma_2 = 998\text{m}^{-1}$, figure 5.11), par rapport à la transmittance dans le cas où l'absorption est dominante ($\kappa_2 = 998\text{m}^{-1}$, figure 5.15), nous remarquons en premier lieu ($22.2 < t^* < 23.5$) que la forme de l'amplitude est conservée et que celle-ci est un peu plus faible dans le cas où la couche interne est absorbante. Ce qui confirme que la transmittance est presque due entièrement à la propagation du rayonnement collimaté à l'intérieur du milieu dans ces premiers instants. Ceci est moins vrai, pour la suite du signal, où nous remarquons que l'amplitude de la signature est accrue dans le cas d'une couche diffusante, ce qui est logique car plus la diffusion augmente, pour un niveau d'extinction donné, plus l'énergie perdue par l'impulsion laser est récupérée par la diffusion au lieu d'être absorbée par le matériau. La transmittance est favorisée mais le rayonnement collimaté est déformé par la superposition du rayonnement diffus. En outre, les différences de décrétement logarithmique entre les trois types de diffusion (progressive, isotrope et rétrograde) sont marquées lorsque la

diffusion est élevée (figure 5.12 par rapport à 5.16). C'est en effet le coefficient de diffusion, quelque soit le type de diffusion, qui contrôle l'amplitude du phénomène.

5.4.4.2 Variation de la réflectance en fonction du temps

Comme dans le cas de la transmittance (figure 5.15), l'amplitude de la réflectance augmente au fur et à mesure que l'absorption de la couche interne décroît (figure 5.17), alors l'absorption a tendance à réduire la production du rayonnement réfléchi. En effet, seul le phénomène de la diffusion permet un retour des photons injectés.

D'une manière similaire à ce qui est dit précédemment, dans le cas de l'augmentation de coefficient de diffusion de la couche interne (paragraphe 5.4.2.2), les courbes sont divisées en trois parties en fonction du type de diffusion (figure 5.18). La première ($0 \leq t^* \leq 20$) traduit l'entrée et le transit de l'impulsion laser à l'intérieur du matériau où la production de réflectance est favorisée par la diffusion rétrograde, par contre dans la deuxième partie ($20 \leq t^* \leq 90$) où l'impulsion quitte le milieu, c'est la diffusion progressive qui prend la relève et favorise à son tour la réflectance. Une fois que l'impulsion se manifeste à l'extérieur du milieu, les photons, à cause de la diffusion rétrograde, ont tendance à subsister plus longtemps à l'intérieur, ce qui retarde leur expulsion et favorise le rayonnement réfléchi à long terme. Ce qui explique que c'est la diffusion rétrograde qui l'emporte (la troisième partie, $(t^*) > 90$).

En comparant les courbes de la réflectance pour une absorption importante (figure 5.16) et la réflectance pour une diffusion accrue (figure 5.12), nous arrivons aux mêmes conclusions que

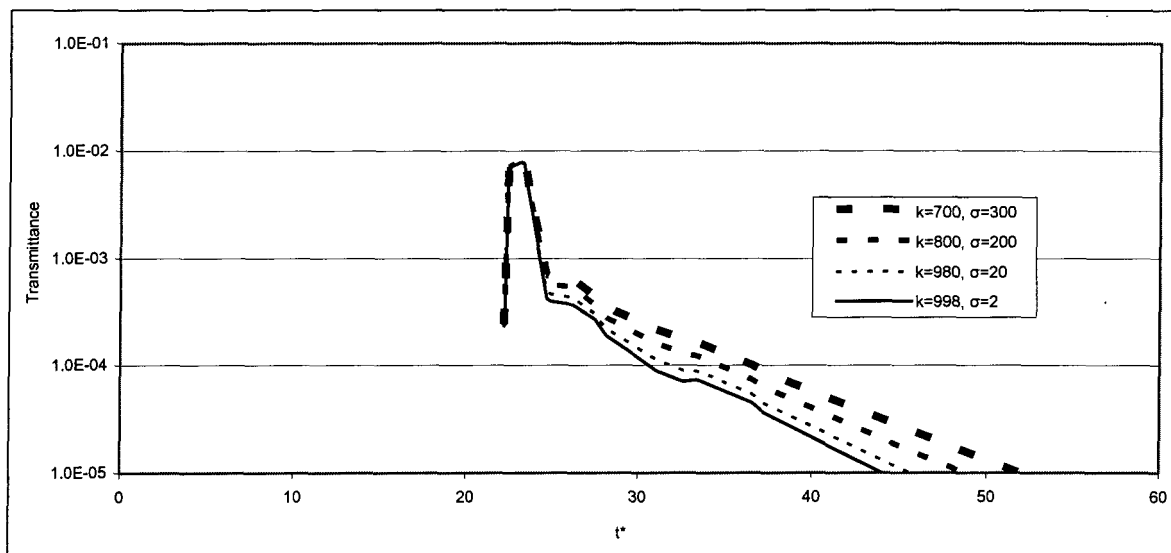


Figure 5.15 : Effet du coefficient d'absorption sur la transmittance (cas isotrope).
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 σ et k correspondent à la couche centrale, ils sont en m^{-1} .

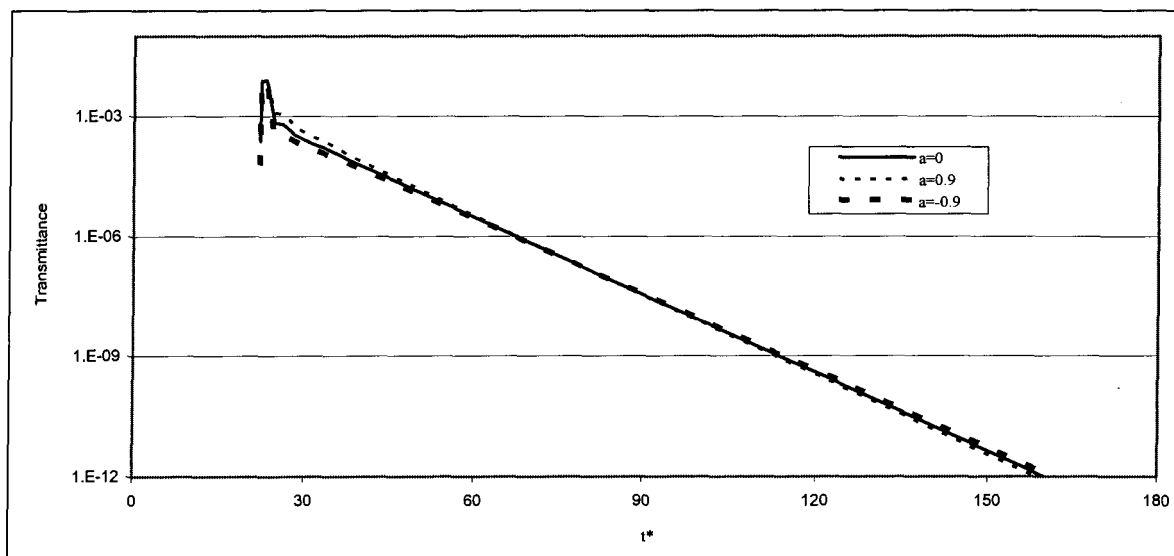


Figure 5.16 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_2=300 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=700 \text{ m}^{-1}$.

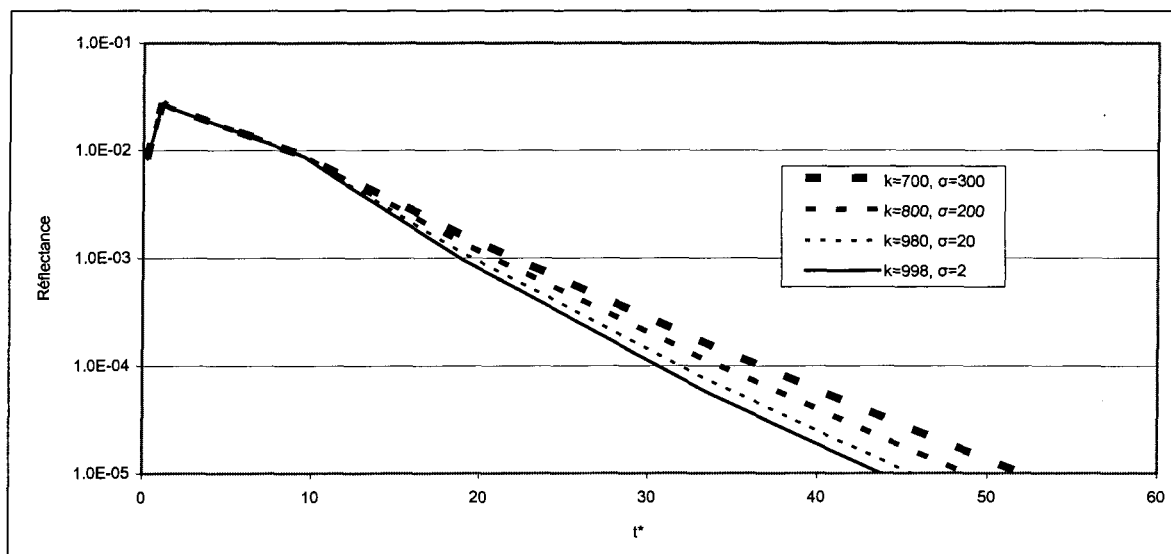


Figure 5.17 : Effet du coefficient d'absorption sur la réflectance (cas isotrope).
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 σ et k correspondent à la couche centrale, ils sont en m^{-1} .

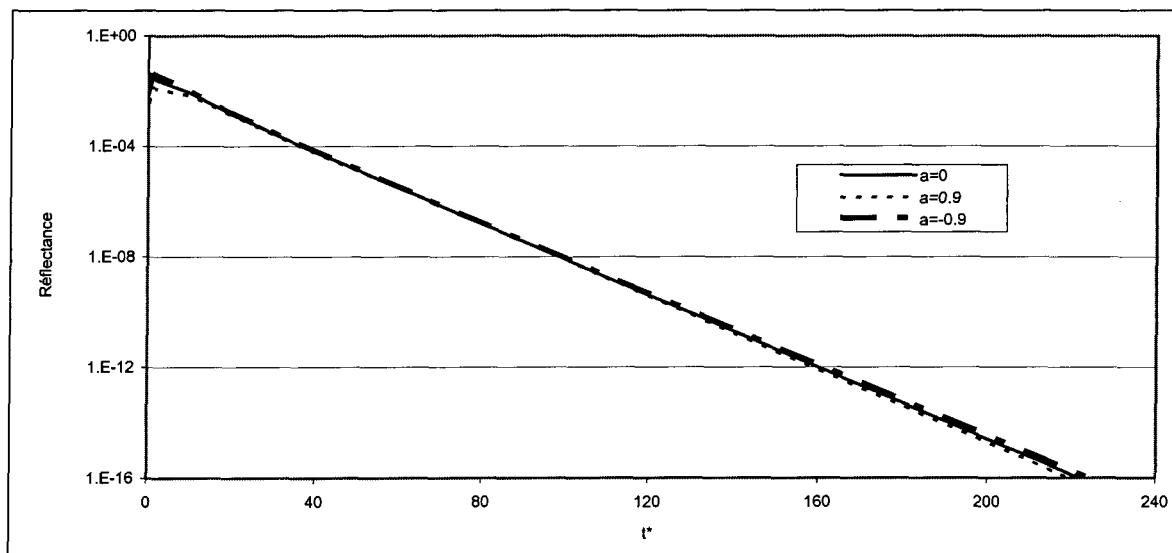


Figure 5.18 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_2=300 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=700 \text{ m}^{-1}$.

préalablement dans le cas de la transmittance. La diffusion favorise la production de la réflectance plus que l'absorption, puisque cette dernière correspond à une perte d'énergie alors que la diffusion n'est en fait qu'une redistribution énergétique mais sans perte, et les photons prennent moins de temps pour émerger à l'extérieur dans le cas où la couche interne est absorbante que dans cas où elle est diffusante. Les photons piégés par diffusion pouvant s'échapper plus tard alors que ceux piégés par absorption ne ressortiront pas. De même, pour différents coefficients de fonction de phase de diffusion, nous constatons que les courbes sont écrasées les unes sur les autres lorsque le coefficient de diffusion est faible, car les différences entre les décrets logarithmiques, pour les différents type de diffusion, sont moins marqués.

En conclusion, le comportement en cas hétérogène suit les mêmes tendances qu'en cas homogène : l'augmentation de la diffusion dans la couche interne a pour effet d'augmenter la production du rayonnement réfléchi et transmis et la signature de sortie s'étire sur le long terme. Cependant, lorsque nous sommes en présence d'une couche absorbante, la production des deux types de rayonnement est défavorisée et nous récupérons moins d'informations au niveau de la signature de sortie.

5.4.5 Variation des épaisseurs des trois couches

Dans cette section, nous faisons varier l'épaisseur de la couche interne au sein du matériau vers l'une ou l'autre frontière, l'épaisseur totale demeurant constante et cela pour différents coefficients de fonction de phase de diffusion. C'est pourquoi nous avons considéré que les deux couches externes (milieu de fond) possèdent les mêmes propriétés optiques précédentes

(coefficient de diffusion et coefficient d'absorption), par contre pour la couche interne (figure 5.10) nous avons choisi le cas où la diffusion est dominante afin de maximiser les contrastes sur la signature au regard des observations précédentes. Les valeurs de ces coefficients sont données par le tableau 5.6 suivant :

$\sigma_1 = \sigma_3$ m^{-1}	$\kappa_1 = \kappa_3$ m^{-1}	σ_2 m^{-1}	κ_2 m^{-1}
700	300	998	2

Tableau 5.6 : Valeurs des coefficients de diffusion et absorption des trois couches.

Pour le déplacement vers la paroi d'incidence (diminution de la couche externe 1), les épaisseurs des trois couches constituant le milieu varient de la façon suivante :

L_1 m	L_2 m	L_3 m
$0.75 \cdot 10^{-3}$	$3.25 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}
$0.5 \cdot 10^{-3}$	$3.5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}
$0.25 \cdot 10^{-3}$	$3.75 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}

Tableau 5.7 : Valeurs des épaisseurs des trois couches composant le milieu.

Pour le déplacement de la couche interne vers la paroi d'émergence (diminution de la couche externe 2), les valeurs des épaisseurs qui ont été prises pour l'étude paramétrique, sont illustrées dans le tableau 5.8 ci-dessous :

L_1 m	L_2 m	L_3 m
10^{-3}	$3.25 \cdot 10^{-3}$	$0.75 \cdot 10^{-3}$
10^{-3}	$3.5 \cdot 10^{-3}$	$0.5 \cdot 10^{-3}$
10^{-3}	$3.75 \cdot 10^{-3}$	$0.25 \cdot 10^{-3}$

Tableau 5.8 : Valeurs des épaisseurs des trois couches composant le milieu.

5.4.5.1 Variation de la transmittance et réflectance en fonction du temps

Nous remarquons que l'amplitude de la transmittance ainsi que de la réflectance augmentent au fur et à mesure que l'épaisseur de la couche interne augmente, et cela est valable pour le déplacement de la couche interne vers l'une ou l'autre frontière (figures 5.19 à 5.22 et annexes : figures IV.1 à IV.4 et V.1 à V.4). Ceci peut être expliqué par le fait que plus l'épaisseur est grande plus la zone de diffusion prédominante (pour un même niveau d'extinction) est grande et plus l'énergie récupérée sous forme de transmittance ou réflectance est grande. Pour différentes fonctions de phase, les allures des courbes de transmittance et de réflectance en fonction du temps (figures 5.23 à 5.26) sont similaires à celles que nous avons eu dans le cas de la variation du coefficient de la diffusion et d'absorption pour le cas multicouches, nous arrivons à avoir un croisement pour les courbes de transmittance et deux croisements pour les courbes de réflectance. Puisque nous travaillons avec un milieu plus diffusant qu'absorbant pour la couche interne, alors les interprétations des courbes pour le cas de la variation de la diffusion (paragraphe 5.4.2) sont valables aussi pour le cas de la variation des épaisseurs de la couche.

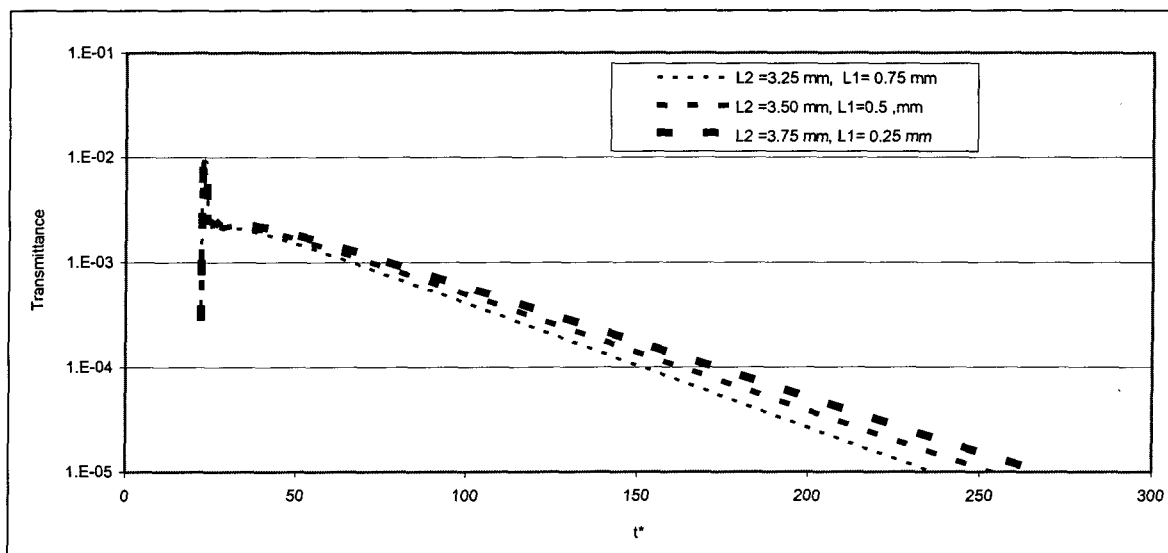


Figure 5.19 : Effet de l'épaisseur des couches sur la transmittance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'incidence), $L_3=1$ mm.

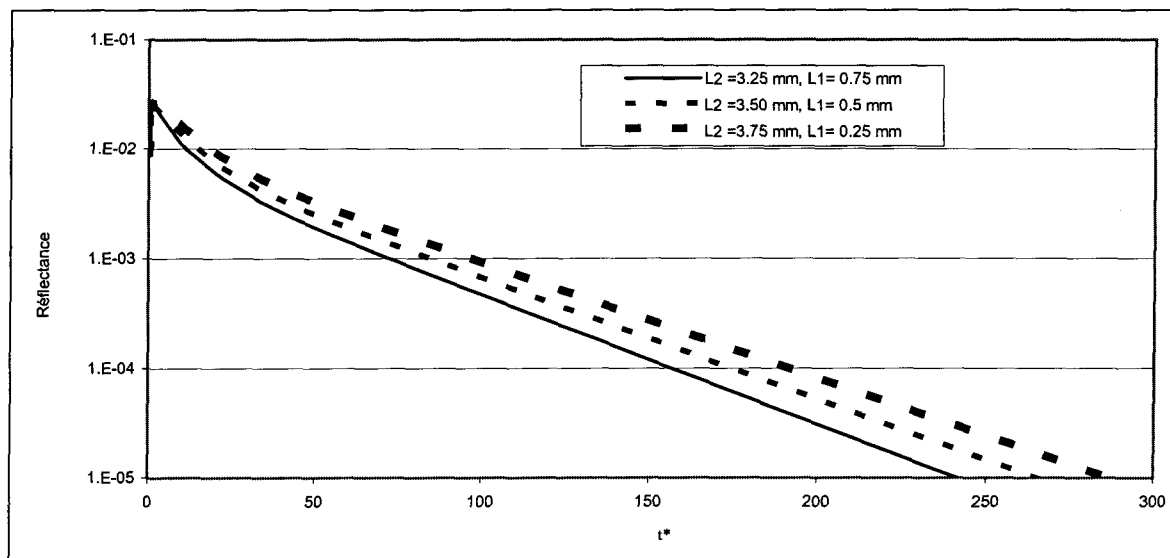


Figure 5.20 : Effet de l'épaisseur des couches sur la réflectance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'incidence), $L_3=1$ mm.

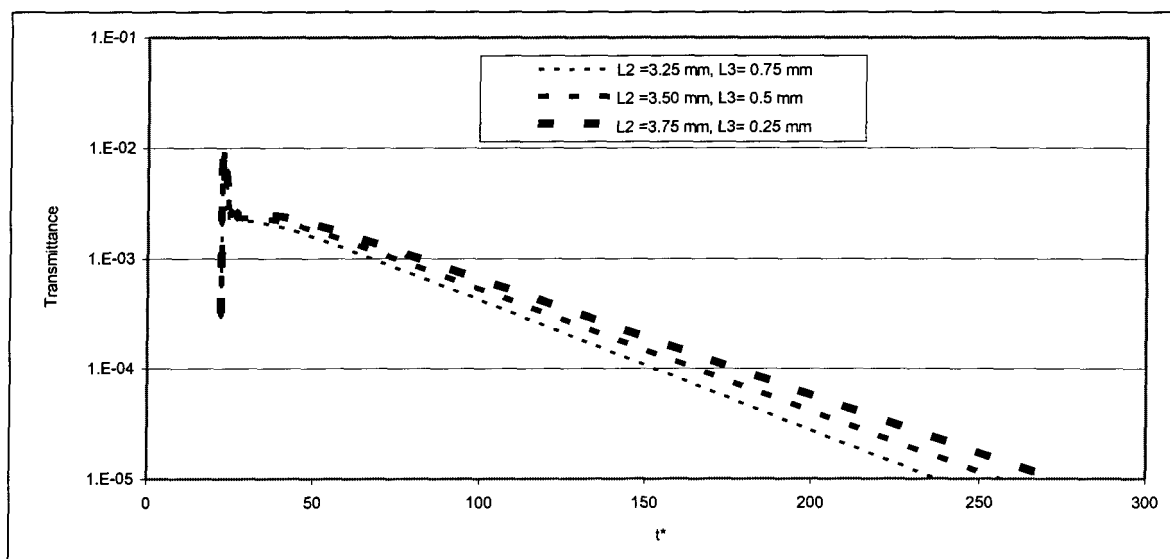


Figure 5.21 : Effet de l'épaisseur des couches sur la transmittance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm.

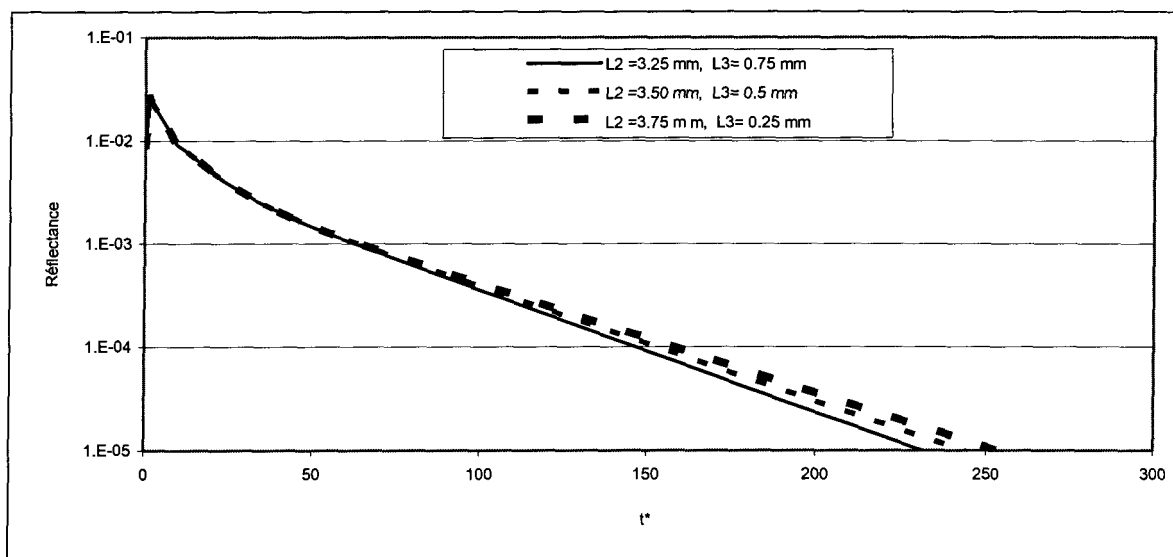


Figure 5.22 : Effet de l'épaisseur des couches sur la réflectance (cas isotrope, déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm.

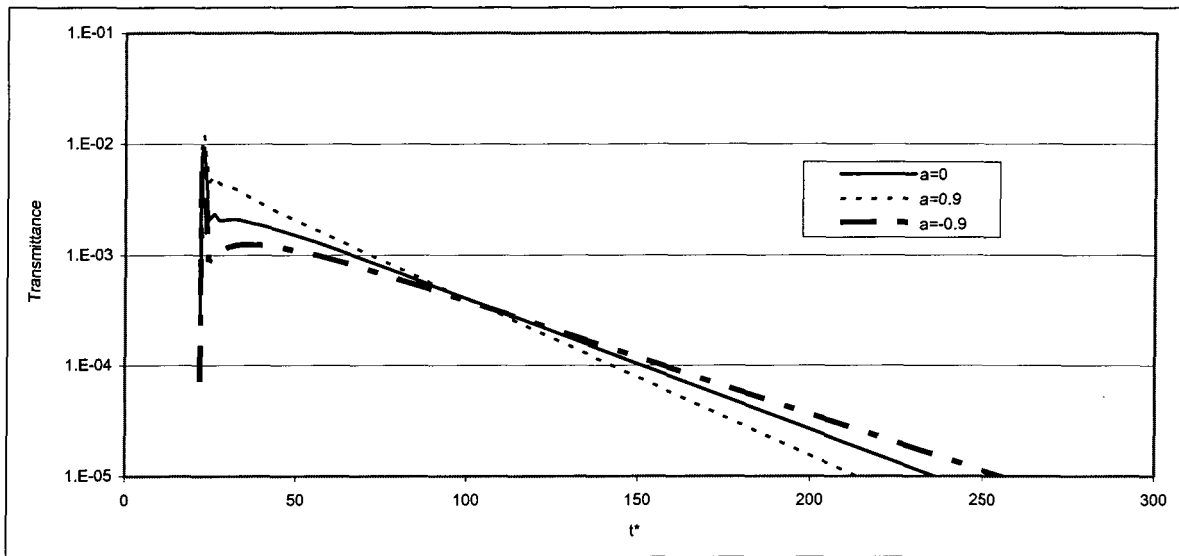


Figure 5.23 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance (déplacement vers la paroi d'incidence), $L_1=0.75$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=1$ mm.

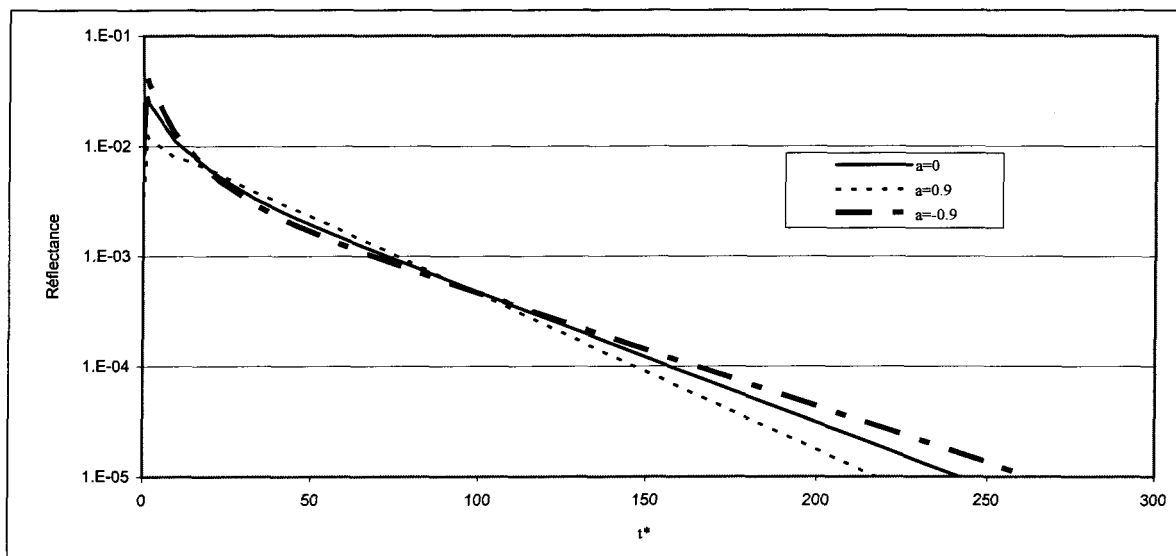


Figure 5.24 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance (déplacement vers la paroi d'incidence), $L_1=0.75$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=1$ mm.

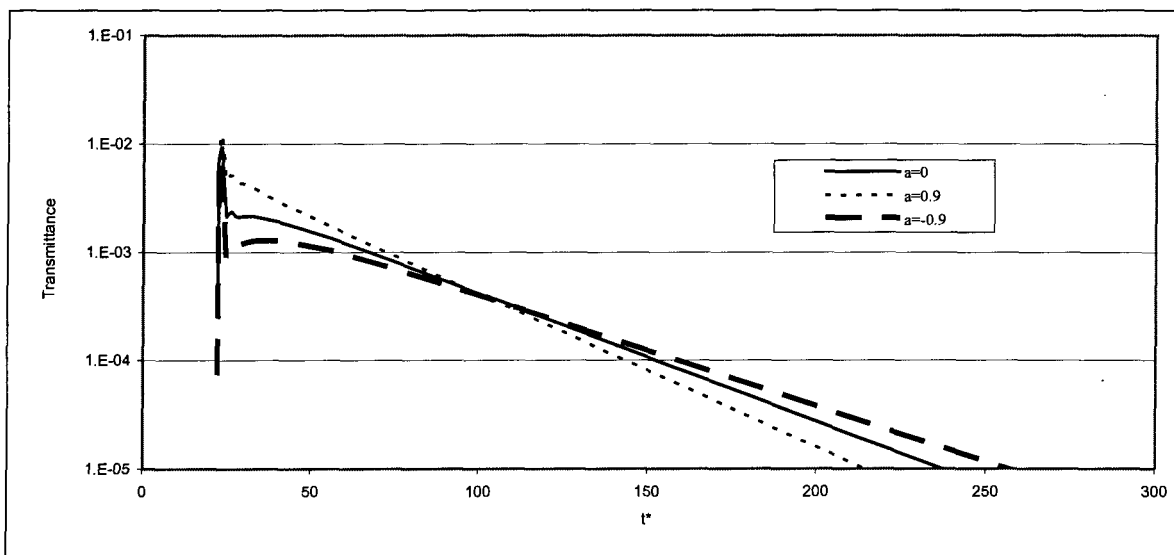


Figure 5.25 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance (déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=0.75$ mm.

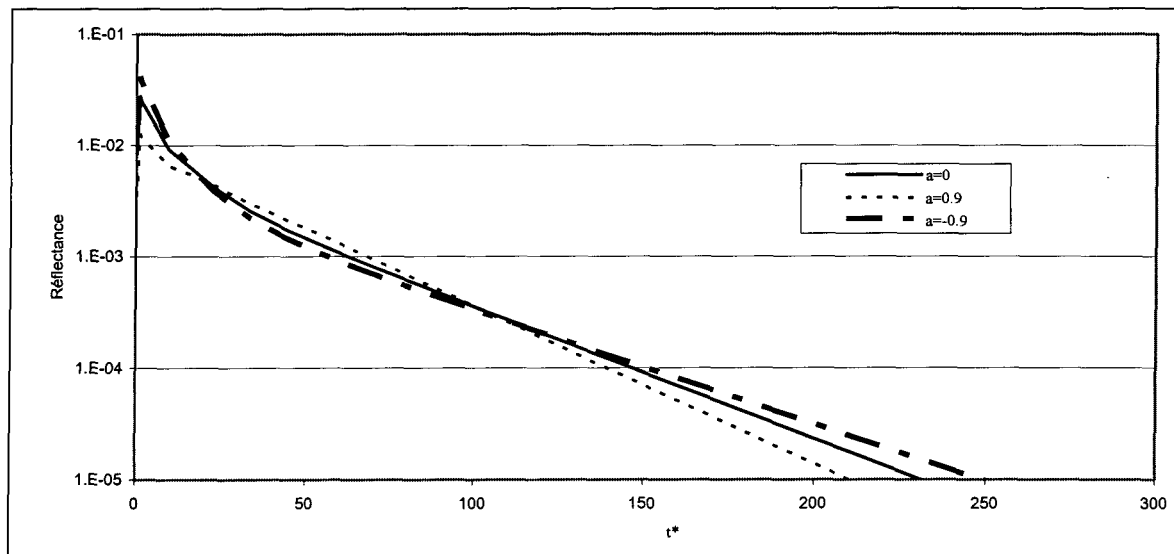


Figure 5.26 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance (déplacement vers la paroi d'émergence), $L_1=1$ mm, $L_2=3.25$ mm, $L_3=0.75$ mm.

En faisant une comparaison, entre le cas où l'épaisseur de la couche externe 1 est égale à 0.25 m et l'épaisseur la couche externe 2 a la même valeur (figures 5.27, 5.28), nous remarquons que l'amplitude de la transmittance du premier cas ($L_1=0.25$ mm) est presque similaire au deuxième cas ($L_3=0.25$ mm). Par contre, pour la réflectance nous constatons que l'amplitude est plus grande ($L_1=0.25$ mm) que celle du deuxième cas ($L_3=0.25$ mm). Ceci est expliqué par le fait que dans le cas où la couche interne est pratiquement déplacée vers la frontière inférieure et que l'impulsion frappe la plaque supérieure (figure 5.10), l'énergie est largement absorbée par la couche externe 1 par rapport au premier cas (puisque le coefficient d'absorption est assez élevé et égal à 300 m^{-1} et l'épaisseur égale à 1 mm). Ensuite, elle subit une diffusion dans la couche interne, dont le coefficient de diffusion est de l'ordre de 998m^{-1} et une épaisseur de 3.75 mm, ce qui entraîne la diminution de la réflectance. Par contre dans le cas où la couche interne est pratiquement déplacée vers la frontière supérieure, l'énergie issue de l'impulsion laser est premièrement absorbée en quantité plus faible au niveau de la couche externe 1 qui est moins épaisse ($L_1=0.25$ mm), puis diffusée dans la couche interne, (dont le coefficient de diffusion est de l'ordre de 998m^{-1} et une épaisseur de 3.75 mm) ce qui entraîne une augmentation de la fraction de la réflectance issue du retour des photons.

Nous pouvons noter un autre fait marquant sur les figures 5.27 et 5.28, les signatures de la sortie, en transmittance comme en réflectance sont en similitude très rapidement même si l'amplitude est différente pour la réflectance. Notamment, les décréments logarithmiques dans le temps sont similaires. Nous remarquons que dans les cas présentés, les positions de la couche interne sont symétriques ($L_1=1$ mm, $L_3=0.25$ mm est symétrique à $L_3=1$ mm, $L_1=0.25$

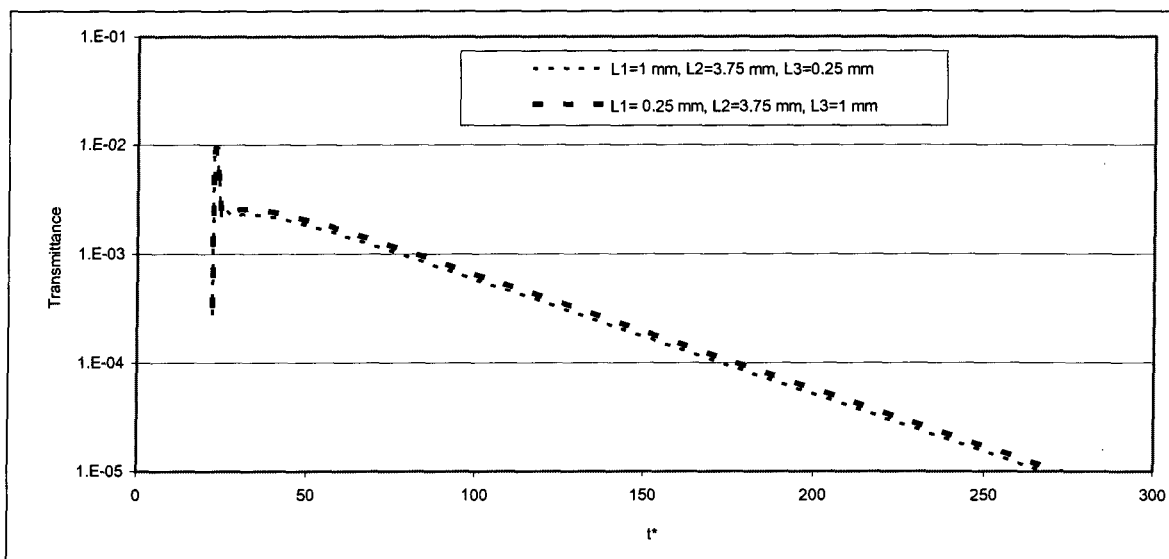


Figure 5.27 : Effet de déplacement de la couche interne sur la transmittance (cas isotrope).

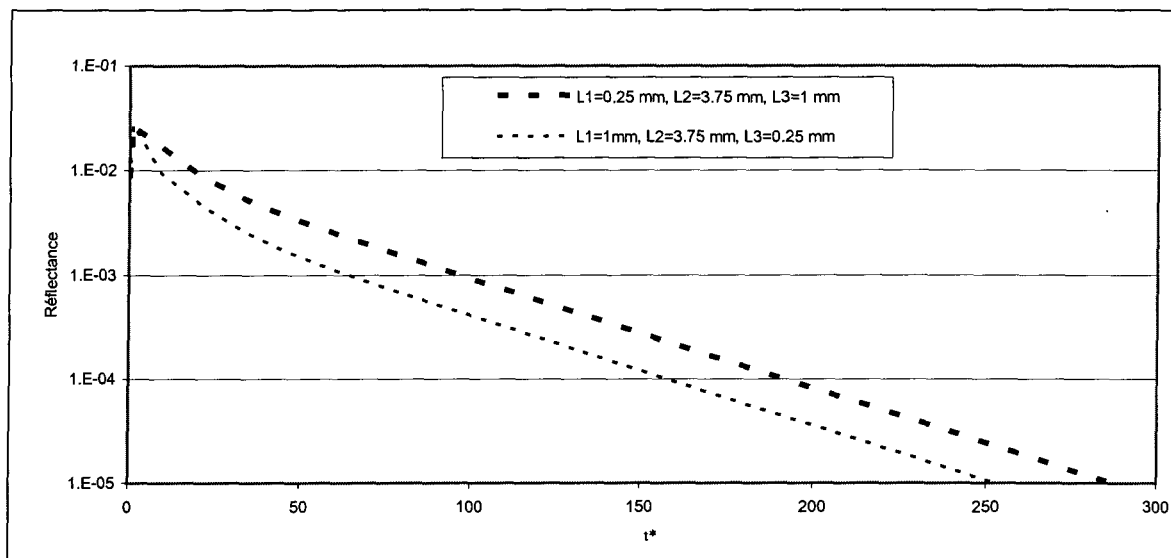


Figure 5.28 : Effet de déplacement de la couche interne sur la réflectance (cas isotrope).

mm). Ce qui sous-tend un comportement temporel quasi identique ou proche pour deux configurations d'inhomogénéité symétriques par rapport à son plan médian. Ce comportement est retrouvé sur toutes les figures (5.19 à 5.26) qui montrent que quelque soit le sens de déplacement (vers la paroi d'incidence ou émergence) de la couche interne, nous retrouvons les mêmes tendances d'évolution pour les signaux de transmittance et de réflectance (seule la figure 5.2 versus 5.22 présente une certaine dissymétrie que nous retrouvons dans la figure 5.28).

En conclusion, le changement de la position de la couche interne vers l'une ou l'autre frontière favorise la production du rayonnement transmis ainsi que réfléchi, et l'énergie récupérée sous forme de réflectance, dans le cas du déplacement vers la paroi d'émergence, à épaisseur égale en inhomogénéité, est plus importante que dans le cas de déplacement vers la paroi d'incidence (il ne s'agit que d'une légère dissymétrie car le comportement à long terme demeure le même). Dans le cas de la transmittance, le système est complètement symétrique. Nous traiterons dans la section suivante le cas appliqué à un système tissulaire humain donné et une anomalie de ce système donnée, pour des propriétés physiologiques et géométriques connues, nous cherchons à déterminer la présence de l'anomalie ainsi que sa position dans la profondeur du système tissulaire.

5.5 Application sur le tissu humain

Nous considérons un système tissulaire humain constitué de trois couches où la couche interne est considérée comme une anomalie, nous supposons que les propriétés physiques de cette dernière sont connues et que les couches saines (couches externes, différentes de celles de la couche interne) possèdent des propriétés similaires (même coefficients d'absorption, de diffusion et d'épaisseur) (figure 5.10) afin de constituer un milieu de fond. La diffusion dans le système tissulaire est de type diffusion progressive afin de se rapprocher des cas physiologiques.

Le tableau suivant illustre les propriétés optiques du système tissulaire :

	σ (m ⁻¹)	κ (m ⁻¹)	L (m)
Couches saines	11000	60	4.10 ⁻³
Couche malade	9000	40	10 ⁻³

Tableau 5.9 : Propriétés optiques du système tissulaire.

Ces propriétés sont choisies afin de se rapprocher des cas réels en absorption κ et en diffusion σ généralement rencontrés dans les tissus biologiques [72]. Les valeurs adoptées pour les couches saines sont plutôt vers le haut de la fourchette en κ et σ caractéristiques des tissus, tandis que celles pour la couche malade sont plutôt vers le bas. Ceci dans le but d'exprimer le contraste généralement observé entre un tissu sain et sa mutation pathologique dans le plupart des cas [73]. Ainsi l'étude de type générique s'inspire au plus près des données cliniques générales. De plus, nous nous plaçons ici dans le cas le plus difficile avec une couche interne qui influence moins les phénomènes optiques que le milieu de fond.

5.5.1 L'effet de la variation de la largeur de l'impulsion

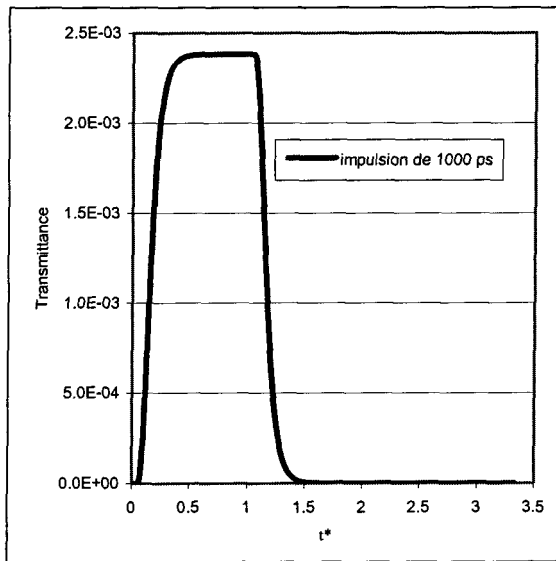
Nous débutons notre étude en analysant l'impact de la variation de la largeur de l'impulsion laser sur le système étudié, et cela dans le but de voir si nous pouvons tirer plus d'information concernant l'état du cas traité. En effet, les tissus biologiques ayant un fort taux d'atténuation, et il faut s'attendre à ce qu'il faille une certaine quantité d'énergie injectée afin d'améliorer le rapport signal sur bruit.

Les valeurs de la largeur de l'impulsion laser sont données par le tableau ci-dessous :

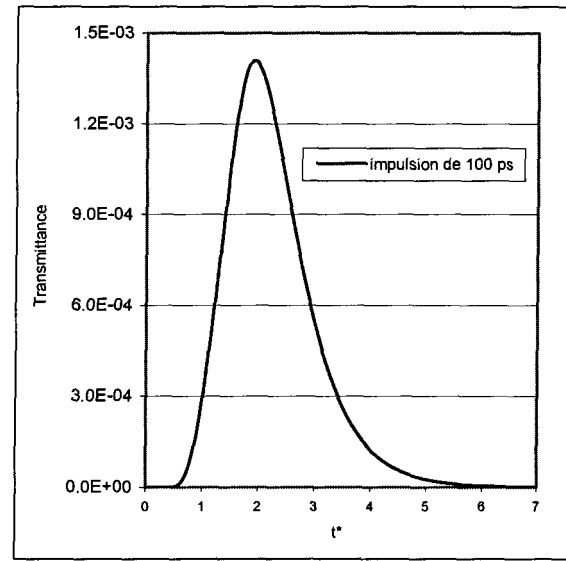
Largeur de l'impulsion laser ps	1	10	100	1000
---------------------------------	---	----	-----	------

Tableau 5.10 : Valeurs de la largeur de l'impulsion laser.

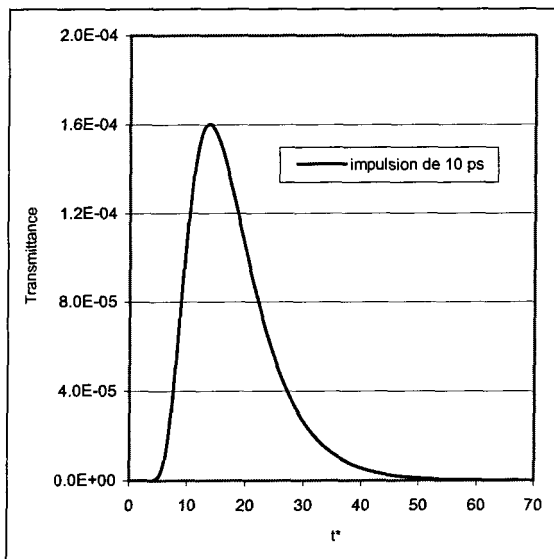
D'après les résultats obtenus à partir des courbes représentant l'évolution temporelle de la transmittance (figure 5.29a, b, c et d) et de la réflectance (figure 5.30a, b c, et d), nous remarquons que plus la largeur de l'impulsion augmente plus l'énergie autant transmise que réfléchi augmente et la sensibilité de l'information concernant le système traité est améliorée. Par contre nous sommes limités par la saturation stationnaire du système, cette dernière est obtenue à partir d'une certaine valeur de l'ordre de quelques 100 ps pour la réflectance et 1000 ps pour la transmittance (la saturation est représentée par le palier où $0.4 \leq t^* \leq 1.2$ pour la réflectance et transmittance, figure 5.29a et 5.30b). Une plus grande énergie transmise améliore le rapport signal/bruit dans le cadre de la mise en œuvre expérimentale et facilite l'aspect technique, notamment sur les exigences en sensibilité des détecteurs.



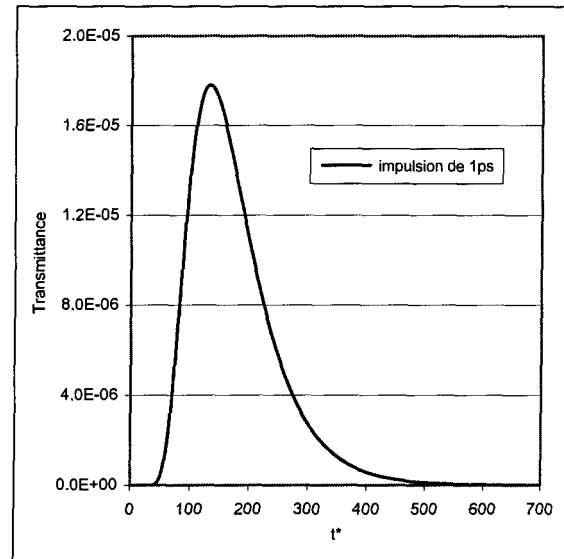
(a)



(b)

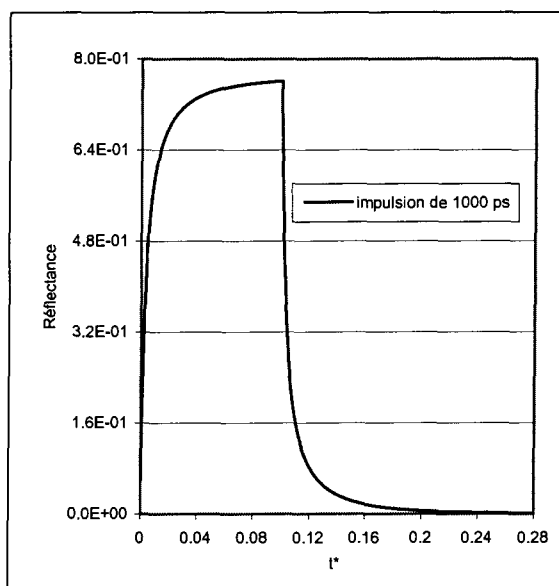


(c)

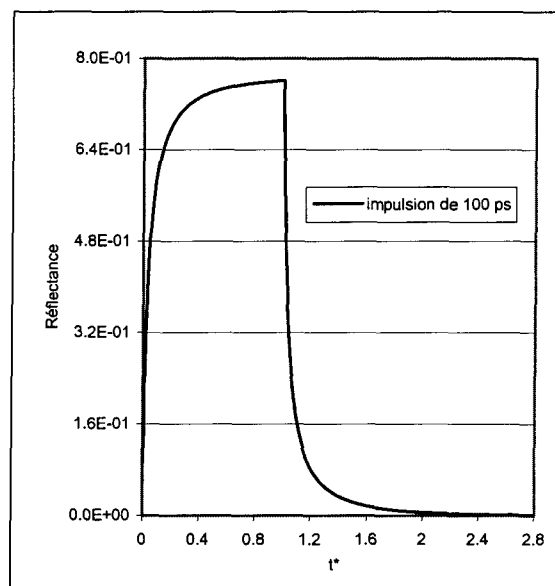


(d)

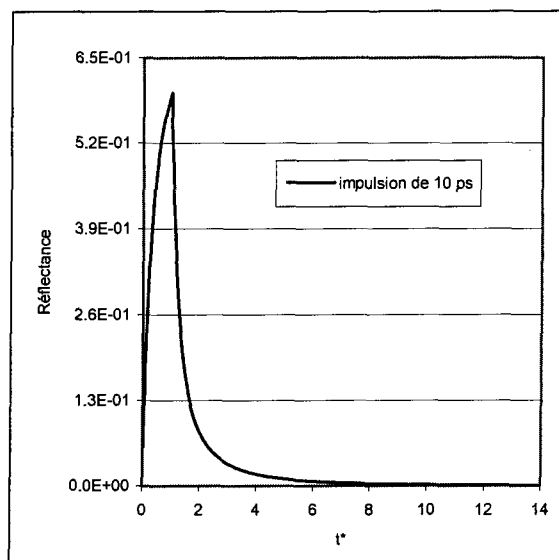
Figure 5.29 : Effet de la largeur de l'impulsion sur la transmittance.



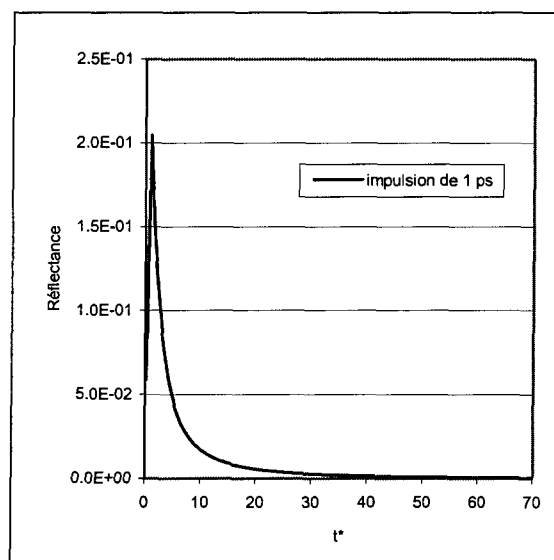
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 5.30 : Effet de la largeur de l'impulsion sur la réflectance.

5.5.2 Les courbes étalons

Le but de cette application consiste à mettre en évidence la présence de l'anomalie, et de localiser sa position, ses propriétés optiques et géométriques étant connues, dans un système tissulaire donné. Pour cela nous procéderons à la configuration d'une courbe étalon qui nous permettra de localiser l'emplacement de la couche malade. Nous reprendrons les valeurs des coefficients de diffusion et d'absorption utilisés précédemment (tableau 5.9) pour les trois couches, et nous ferons varier les épaisseurs des couches saines en fonction de la position de la couche malade (dont l'épaisseur demeurera constante) ainsi que la largeur de l'impulsion laser dans les limites de saturation citées précédemment. Les figures 5.31a, b, c d et e illustrent les différentes positions de l'anomalie dans le système tissulaire utilisé dans le but d'obtenir l'allure de la corrélation entre la position de la couche malade et les réponses en réflectance et transmittance.

Les épaisseurs, en m, des trois couches, pour chacune de ces positions, sont représentées sous forme de tableau ci-dessous :

	Position 0	Position 1	Position 2	Position 3	Position 4
Couche saine 1	2.10^{-3}	10^{-3}	2.10^{-3}	3.10^{-3}	2.10^{-3}
Couche malade	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}
Couche saine 2	2.10^{-3}	3.10^{-3}	2.10^{-3}	10^{-3}	2.10^{-3}

Tableau 5.11 : Valeurs des épaisseurs des trois couches du système tissulaire (figure 5.31).

Les valeurs de la largeur de pulse utilisées sont illustrées par le tableau suivant :

Largeur de l'impulsion laser en ps	1	10	100
---------------------------------------	---	----	-----

Tableau 5.12 : Valeurs de la largeur de l'impulsion laser.

La configuration des courbes étalons se fait en trois étapes :

- la première étape consiste à tracer les courbes de transmittance et réflectance en fonction du temps pour chaque position de la couche malade et pour une largeur de l'impulsion donnée (figures 5.32 à 5.37). Nous remarquons sur les courbes de transmittance et réflectance pour différentes positions de l'anomalie, que la partie décroissante des signaux semble contenir la majorité de l'information ; par contre dans la partie croissante les courbes sont toutes quasiment superposées. Ainsi ce n'est pas la courte durée de l'impulsion qui est l'aspect le plus intéressant du problème mais plutôt la signature sur le long terme. Nous pouvons très bien imaginer un système avec une impulsion longue (toutefois, la saturation du système limite cette voie d'amélioration de la qualité des signaux) afin de maximiser l'énergie emmagasinée, l'enjeu étant de capturer la décroissance du signal après extinction de la source.
- la deuxième étape est caractérisée par la détermination du temps à partir duquel un seuil fixé est franchi à la baisse (dans notre cas ce seuil a pour valeur 10^{-10}), et cela lors de la phase de décroissance des signaux (transmittance ou réflectance) pour chaque position de la couche anomalie et pour une largeur de pulse donnée.

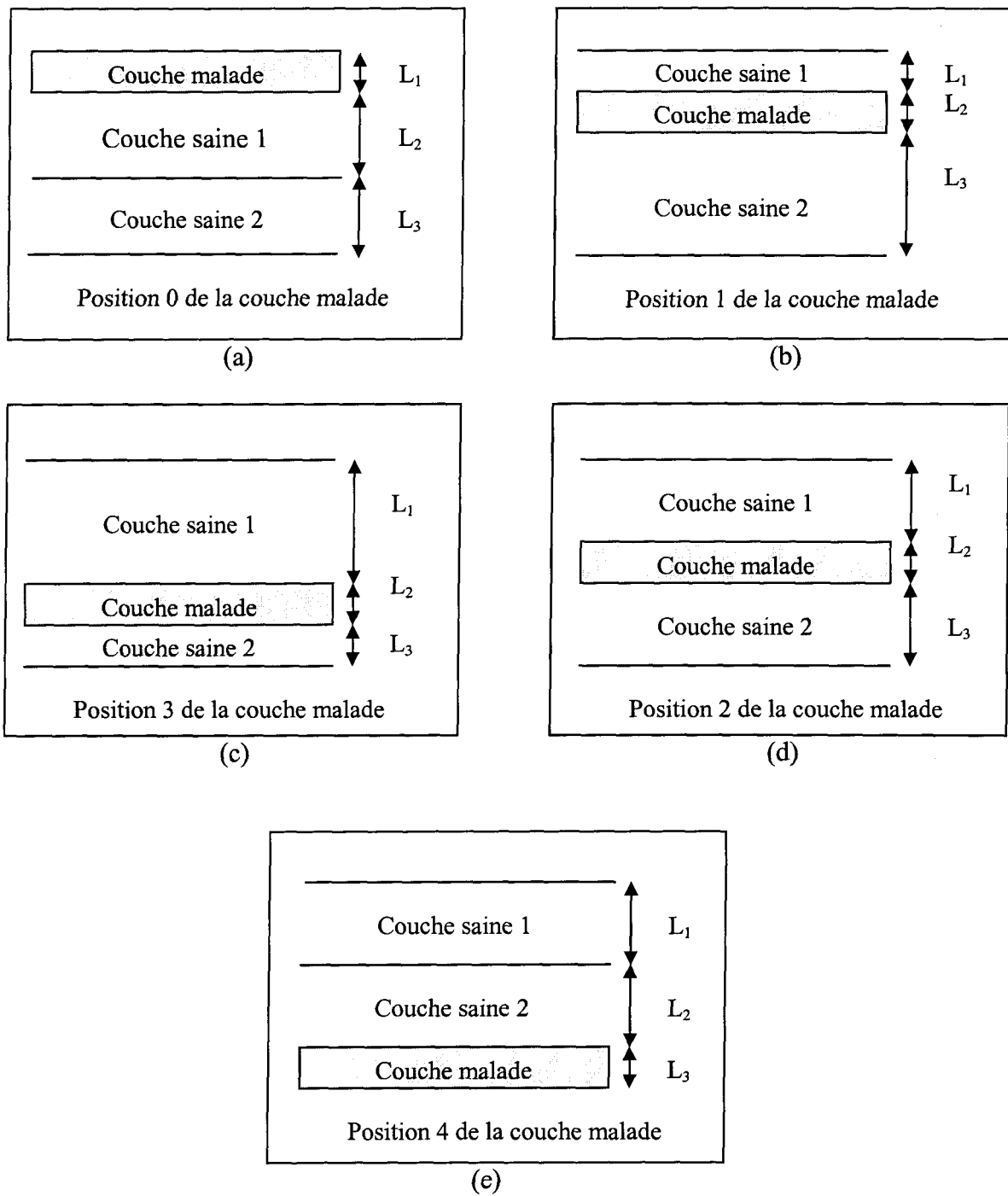


Figure 5.31 : Schématisation des différentes positions de la couche malade.

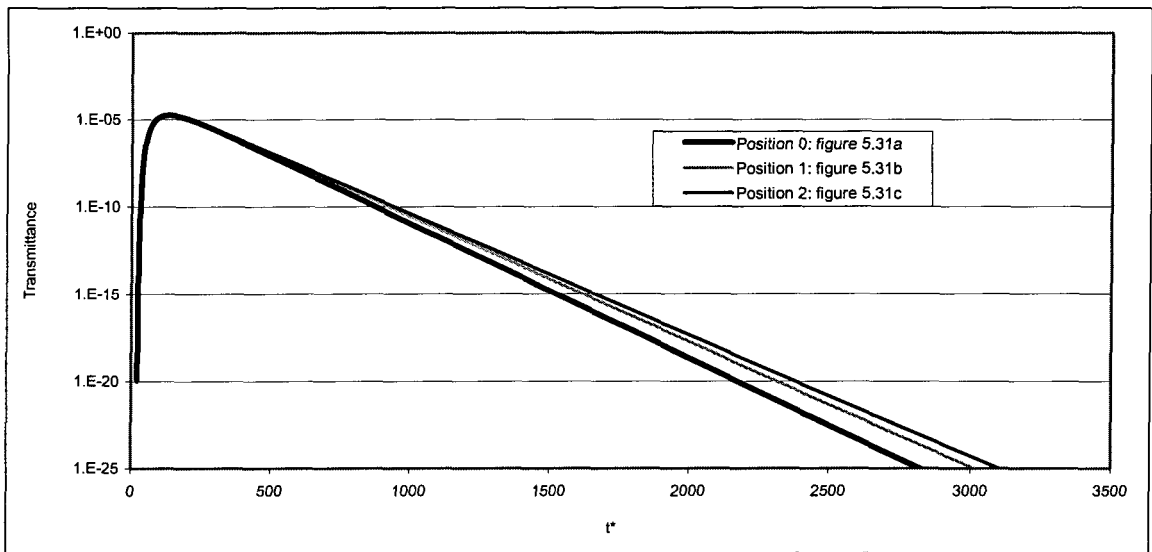


Figure 5.32 : Effet de la position de la couche malade sur la transmittance.
Largeur de l'impulsion égale à 1 ps.

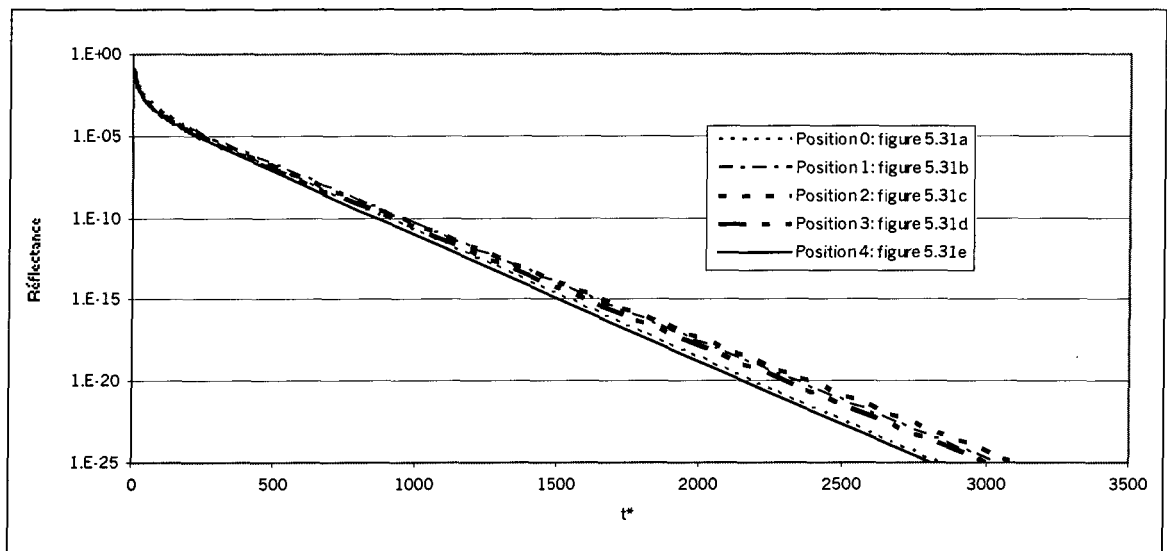


Figure 5.33 : Effet de la position de la couche malade sur la réflectance.
Largeur de l'impulsion égale à 1 ps.

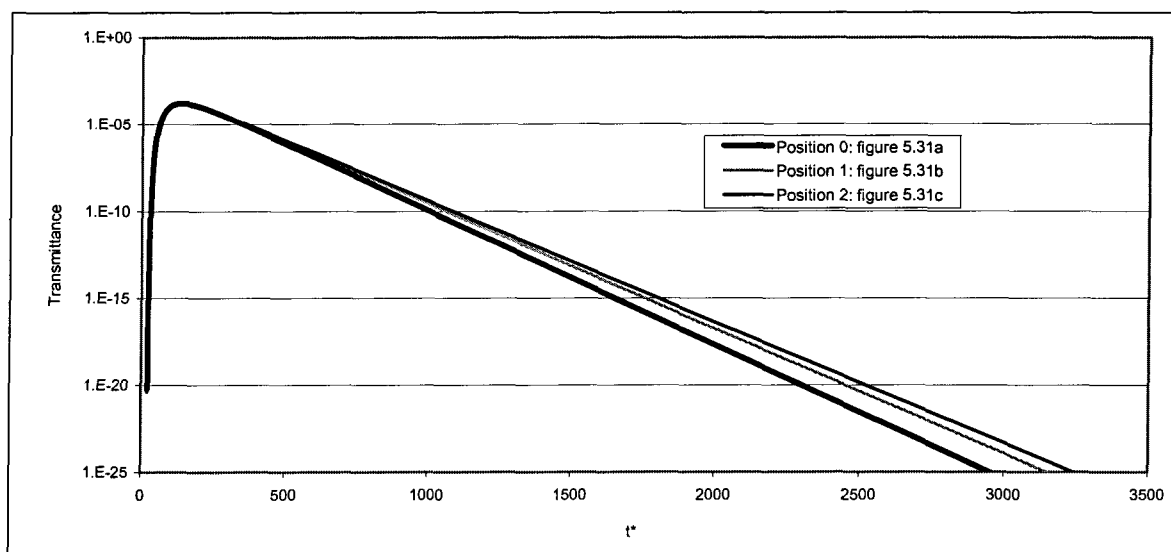


Figure 5.34 : Effet de la position de la couche malade sur la transmittance.
Largeur de l'impulsion = 10 ps.

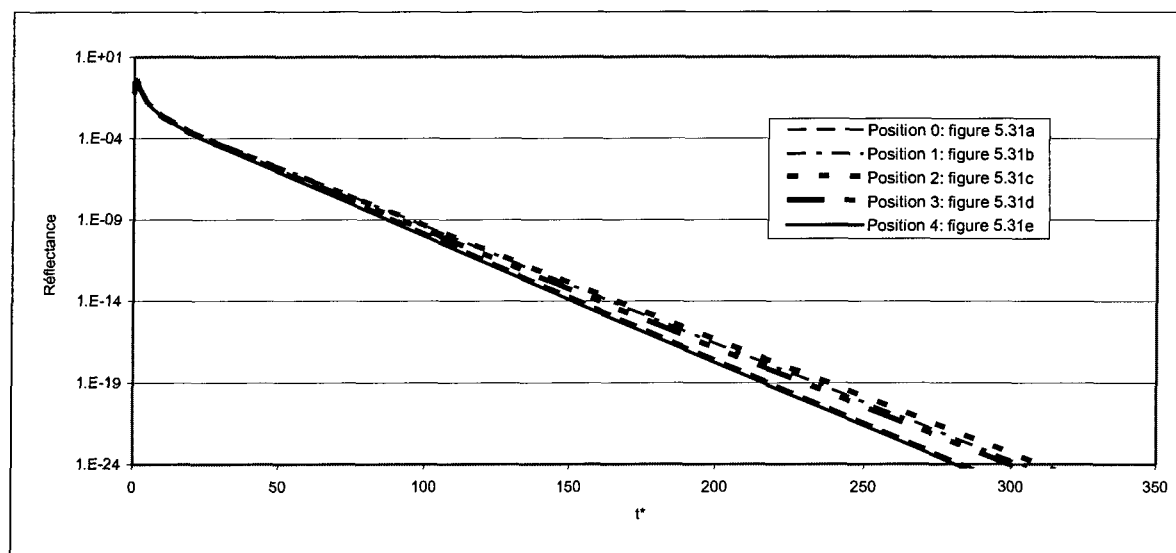


Figure 5.35 : Effet de la position de la couche malade sur la réflectance.
Largeur de l'impulsion = 10 ps.

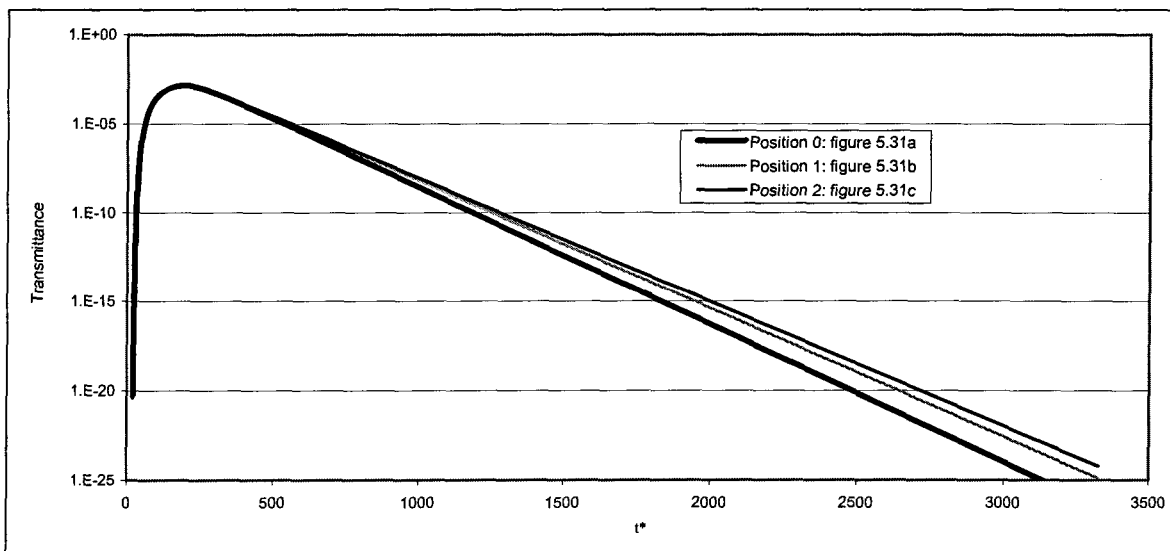


Figure 5.36 : Effet de la position de la couche malade sur la transmittance.
Largeur de l'impulsion = 100 ps.

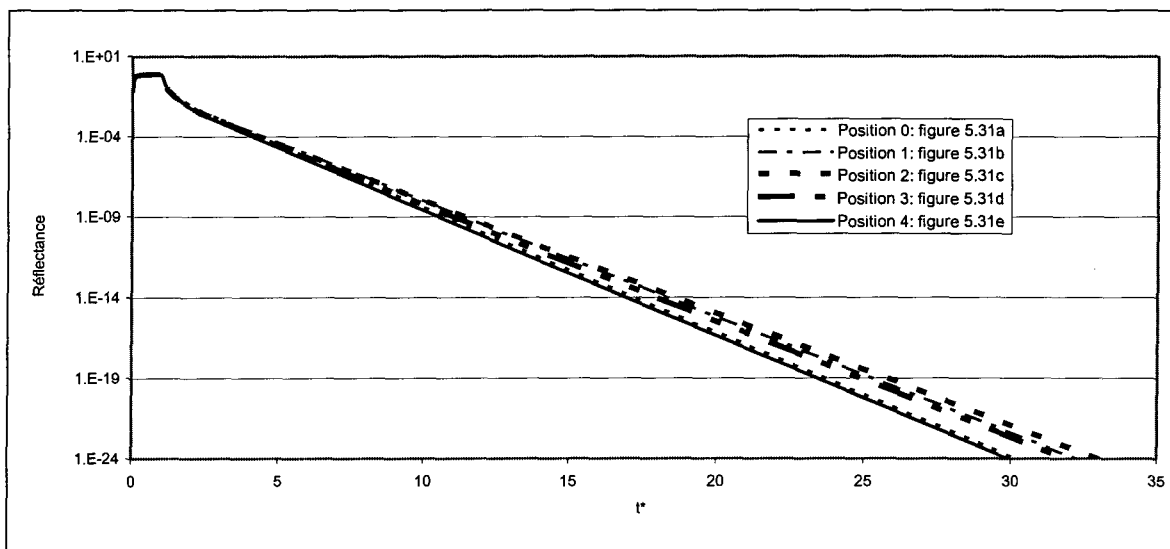


Figure 5.37 : Effet de la position de la couche malade sur la réflectance.
Largeur de l'impulsion = 100 ps.

Le choix du seuil est soumis à deux contraintes : la première est une limite basse qui doit être réaliste même si nous travaillons en valeurs adimensionnées pour les intensités lumineuses. La deuxième est une limite haute afin d'avoir un contraste en temps à peu près visible. D'où l'intérêt d'allonger la durée de pulse au maximum, figures 5.32 à 5.37.

- une fois que le temps est déterminé, pour chaque position de la couche malade et pour une largeur de l'impulsion donnée, il est ramené à un temps de référence choisi (par exemple le cas où la couche malade est affleurante). Ainsi il peut être rattaché à une position de l'anomalie, et de cette façon nous obtenons, pour chaque largeur de l'impulsion, des courbes étalons qui nous permettent de détecter la présence de l'anomalie et de localiser sa position dans la profondeur du système tissulaire (figures 5.38 et 5.39). Nous remarquons que ces courbes sont symétriques pour la transmittance et asymétriques pour la réflectance.

a) Exemple d'utilisation des courbes étalons

Considérons un milieu dont nous connaissons les propriétés physiques du fond et de la couche malade (dans ce qui suit, nous référons au schéma descriptif de la figure 5.40). Le but consiste à déterminer la position de la couche malade à partir de ces courbes étalons sachant que l'épaisseur totale du milieu est donnée.

Tout d'abord, pour une largeur donnée, nous lançons un tir de photons sur le milieu considéré (par exemple 1ps) et nous traçons l'évolution temporelle de la transmittance et de

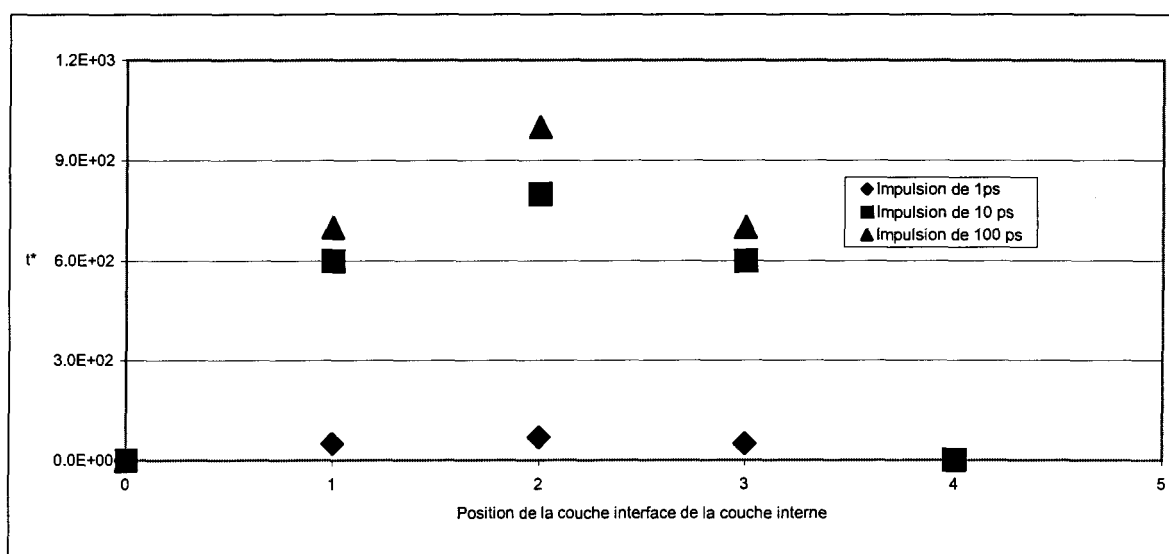


Figure 5.38 : Différentielle de temps en transmittance pour passer sous le seuil de 10^{-10} .

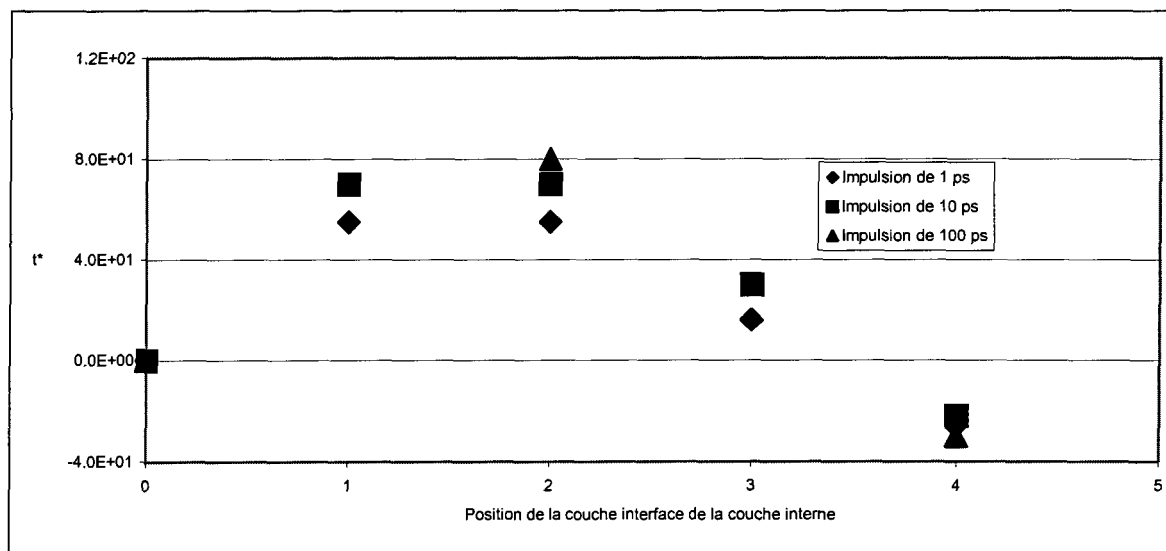


Figure 5.39 : Différentielle de temps en réflectance pour passer sous le seuil de 10^{-10} .

la réflectance correspondante. À partir de la phase de décroissance des signaux, nous déterminons le temps (t_r^* et t_t^*) à partir duquel le seuil de 10^{-10} est franchi à la baisse (transmittance et réflectance). Nous comparons ensuite ce temps à un temps de référence t_0^* (par exemple, couche malade affleurante du système, dont nous connaissons déjà le temps t_0^*). Ceci permet d'entrer aux figures 5.38 et 5.39 (courbes étalons préalablement tracés) que nous avons reproduites qualitativement sur le schéma descriptif de la figure 5.40. Nous remarquons que ses courbes conduisent à une solution double, i.e. deux positions pour une même valeur de t_{r1}^* et t_{t1}^* . Toutefois, l'analyse des résultats en réflectance et en transmittance permet de ne retenir qu'une seule solution, tel qu'illustré à la figure 5.40.

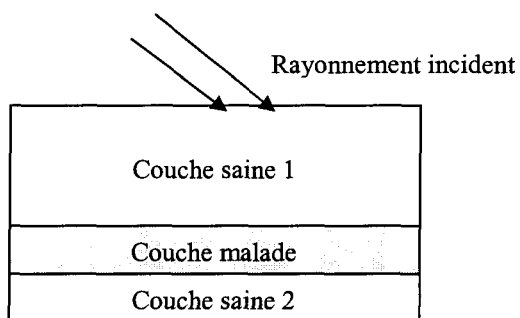
Ce protocole peut être mis en relation avec les méthodes de mesures différentielles [14] où la mesure entre deux états (un état de référence connu et un état perturbé en terme de propriétés optiques à déterminer) est reliée à la différence entre ces deux états au travers d'un Jacobien, discrétisation de la dérivée de Fréchet correspondante, permettant de relier la sensibilité des mesures aux variations causales (problème inverse) des paramètres optiques inconnus. Le cadre de notre étude étant exploratoire avec des outils de problème direct, la grandeur clef n'est plus une matrice Jacobienne de grande dimension mais la détermination de l'évolution d'un seul paramètre de mesure (temps de passage des signaux sous le seuil donné) pour la variation d'un seul paramètre du problème (position de la couche malade) et donc, la courbe étalon qui en résulte. Cette simplification sur le nombre de paramètres à étudier est nécessaire compte tenu que, hors du cadre de résolution inverse

complet, nous ne pouvons pas manipuler une matrice Jacobienne correspondant à un grand nombre d'inconnues et de points de mesures mais nous travaillons avec son équivalent, voire sa simplification monodimensionnelle (un point de mesure; le seuil, pour une inconnue; la position) et il nous semble intéressant de faire ce parallèle avec ces méthodes inverses complètes dites de perturbation [19].

Figure 5.40 : SCHÉMA ILLUSTRATIF DE LA DÉTERMINATION DE LA POSITION DE LA COUCHE MALADE.

- les propriétés physiques et optiques sont connues.

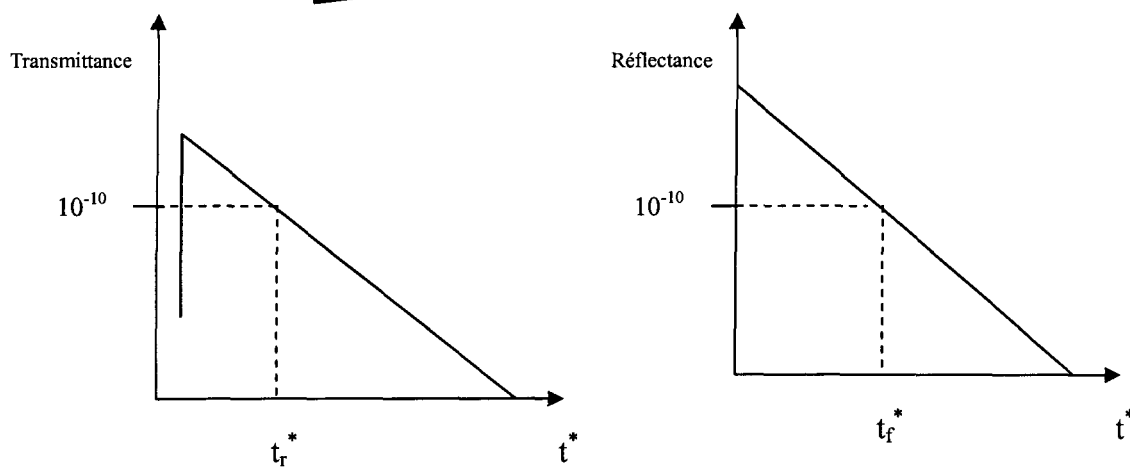
- la position de la couche malade est inconnue.

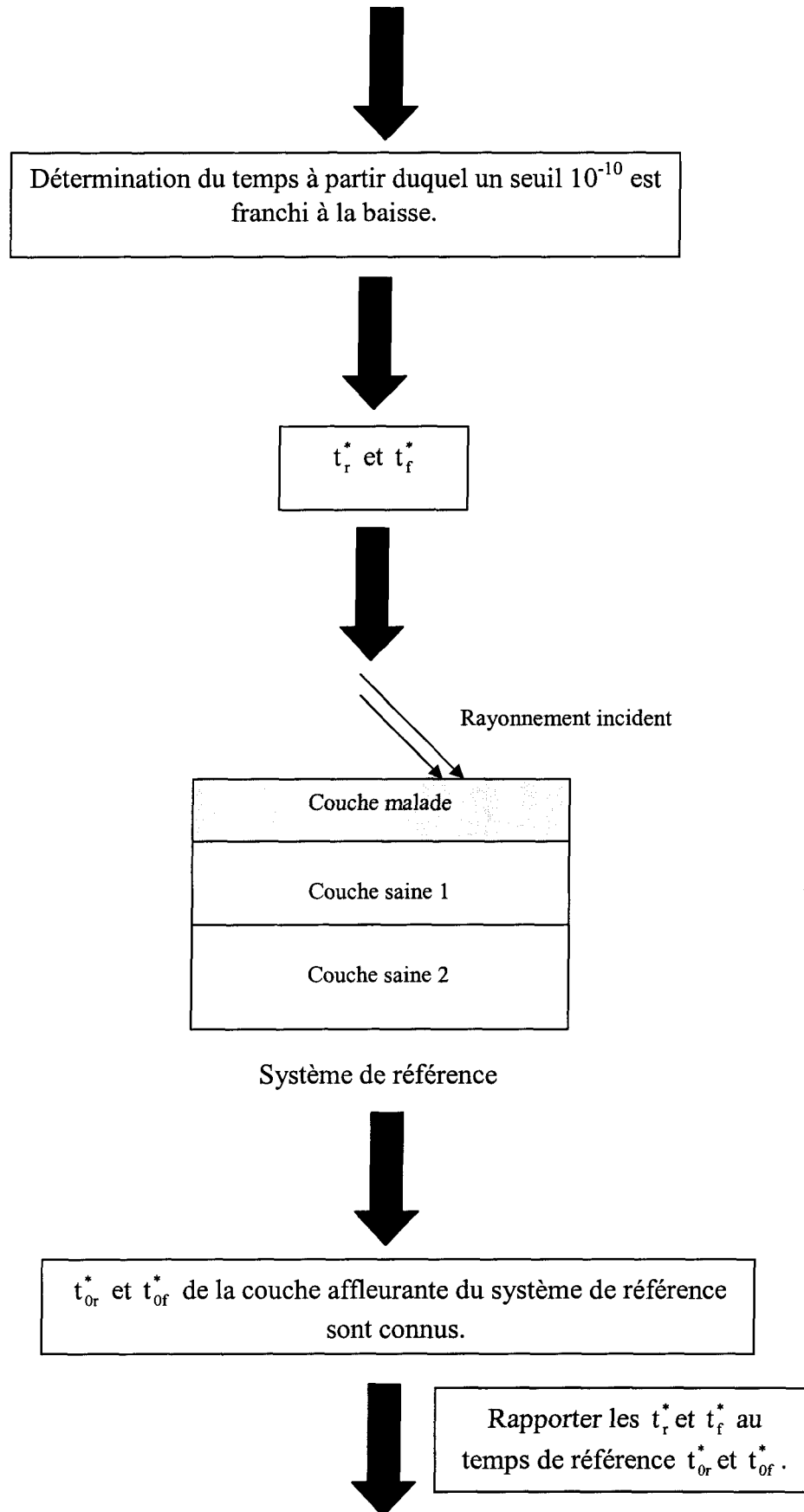


Cas à traiter

Tir des photons

Evolution temporelle de la transmittance et de la réflectance pour une largeur de pulse donnée.





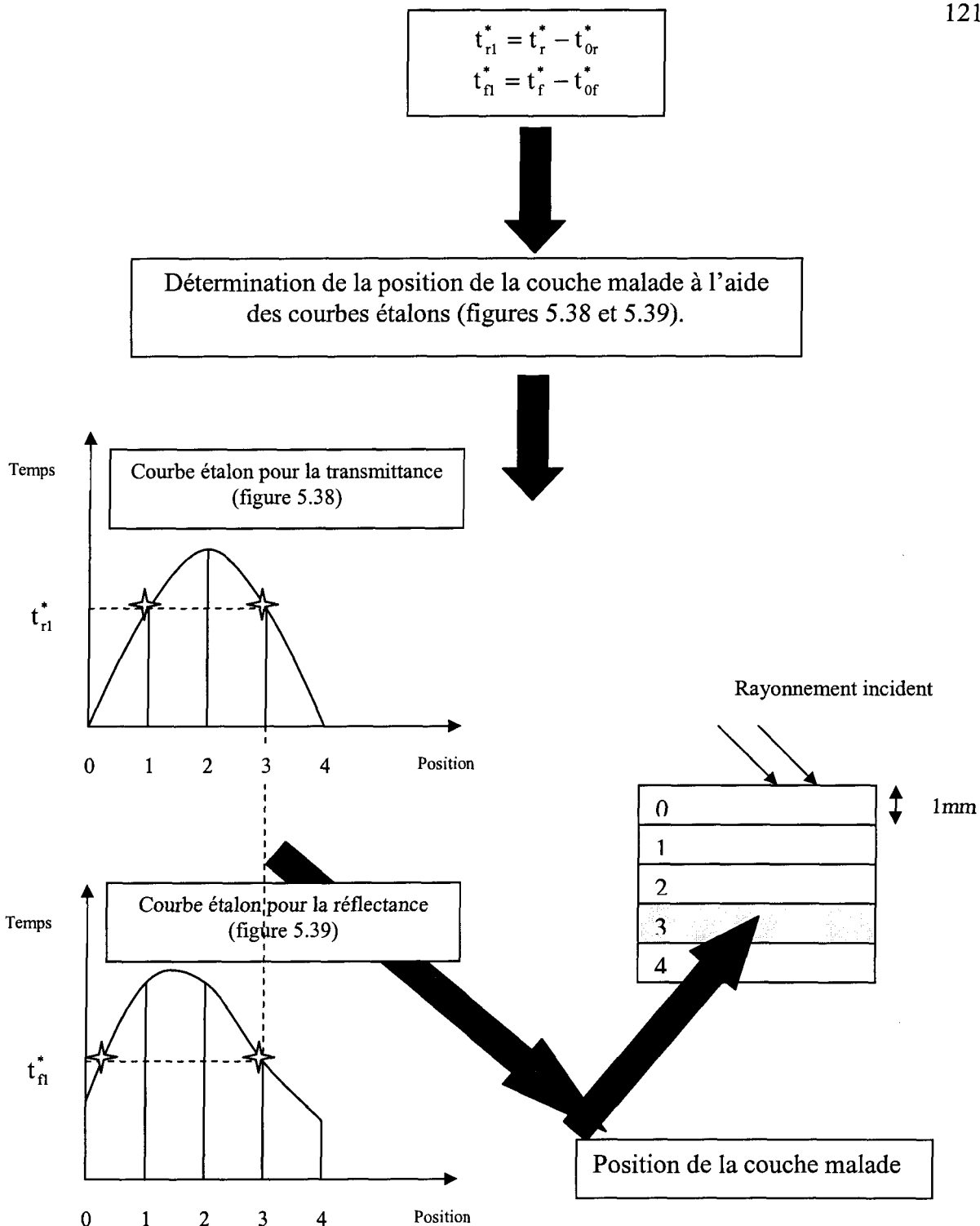


Figure 5.40 : Schéma illustratif de la détermination de la position de la couche malade.

CONCLUSIONS

Dans ce travail, l'équation de transfert radiatif transitoire unidimensionnelle a été résolue en utilisant la méthode des ordonnées discrètes (MOD) couplée avec la méthode d'advection parabolique monotonique décentrée (PPA). Ceci a permis de traiter la propagation des ondes radiatives sans génération d'oscillations et aussi d'obtenir des résultats plus précis. Le déplacement d'une impulsion créneau laser dans un milieu semi-transparent est certainement le cas le plus difficile à traiter parmi les problèmes radiatifs instationnaires.

L'étude faite sur le cas homogène a permis de distinguer quatre familles de signatures optiques, les signaux de transmittance sont qualitativement déterminés par β et ω qui pilotent l'extinction de l'impulsion primaire et l'enrichissement du milieu par diffusion qui crée la signature. Ce classement systématique des grands types de signaux n'est pas remis en question par le type de diffusion (rétrograde ou progressive) qui étire plus au moins dans le temps la persistance de la signature.

L'étude paramétrique a pour but de reproduire le comportement d'un milieu hétérogène diffusant/absorbant (mais non émettant) irradié par une impulsion laser. Elle nous a permis également de constater que l'évolution temporelle du signal transitoire de sortie a des tendances similaires au cas homogène et varie en fonction des propriétés optiques des

couches constituant le milieu : L'augmentation de la diffusion dans la couche interne a pour effet d'augmenter la production du rayonnement réfléchi et transmis et la signature de sortie s'étire sur le long terme. Cependant, lorsque nous sommes en présence d'une couche absorbante, la production des deux types de rayonnement est défavorisée et nous récupérons moins d'informations au niveau de la signature de sortie. Ceci peut s'avérer une source importante d'information sur le milieu considéré.

Le changement de la position de la couche interne vers l'une ou l'autre frontière favorise la production du rayonnement transmis ainsi que réfléchi ; l'évolution est surtout marquée au travers des décrets logarithmiques du signal lors du déplacement de la couche interne vers l'une des frontières. L'énergie récupérée sous forme de réflectance, dans le cas du déplacement vers la paroi d'émergence, à épaisseur égale en inhomogénéité, est plus importante que dans le cas de déplacement vers la paroi d'incidence. Cependant dans le cas de la transmittance, le système est complètement symétrique.

L'application sur le système tissulaire humain dont les propriétés physiques sont connues, nous a laissé conclure que nous sommes en mesure de tirer plus de renseignements sur l'intérieur du système tissulaire en employant des impulsions larges plutôt que courtes, cependant nous sommes limités par la saturation stationnaire du matériau. En effet, même si des impulsions courtes ne sont pas souhaitables pour des problèmes de lecture à cause de la faiblesse du signal au niveau des détecteurs, l'aspect transitoire demeure la partie porteuse d'information du signal. La mise en évidence de l'anomalie, pour tous les autres paramètres physiques et géométriques fixés, dans la profondeur du système tissulaire est réalisable en utilisant des courbes étalons. Celles-ci

peuvent être avantageusement rattachées aux dérivées partielles de Fréchet sur un système complet à retrouver à partir d'une démarche de problème inverse. En effet, elles sont l'équivalent monodimensionnel (un paramètre – la position – pour un point de mesure - une propriété sur le signal lumineux collecté) de l'analyse de perturbation entre deux états, l'un de référence et l'autre à déterminer, d'un système sur un grand nombre de paramètres pour un ensemble de points de mesure sur les deux signaux correspondant, cette analyse de perturbation permettant de remonter du différentiel entre les deux signaux au différentiel entre les deux états. Ceci permet en dernier lieu de déterminer l'état inconnu par rapport à l'état de référence pour l'ensemble de paramètres à retrouver. Ces paramètres correspondent à la cartographie interne du milieu en terme de propriétés optiques. Il s'agit d'un système à un grand nombre d'inconnues nécessitant un traitement inverse intégré. Le cadre de notre étude étant une démarche exploratoire avec des outils directs, nous nous bornons à fixer tous les paramètres sauf un (la position) afin de réduire le nombre d'inconnues. À partir de là, ces courbes étalon permettant de remonter à la position de la couche malade à partir d'un état de référence peuvent être vues comme l'intégration de cette dérivée de Fréchet par rapport à un seul paramètre inconnu sur un chemin particulier correspondant, dans l'espace physique au déplacement de la couche malade. Ainsi, malgré l'apparente différence du type de problème abordé dans son protocole (définition d'un seul paramètre à rechercher pour réduire le nombre d'inconnues) et dans son cadre (outils directs pour une analyse exploratoire) nous sommes particulièrement proches dans le principe des vastes problèmes inverses permettant d'appréhender de façon systématique un grand nombre de paramètres, mais éclairés sous un angle différent.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P.J Kirkpatrick `` Use of near-infrared spectroscopy in the adult``, Philos Trans Roy Soc London Ser B: Biol Sci 1997, Vol. 352, pp. 701-5.
- [2] Pascal Massin, Graham Duguid, Ali Erginay, Belkacem Haouchine and Alain Gaudric ``Optical coherence tomography for evaluating diabetic macular edema before and after``, Elsevier Science Inc, 2003, Vol. 135, pp. 169-177.
- [3] H. Amir Gandjbakhche ``Diffuse optical imaging and spectroscopy, in vivo``, C. R. Acad. Sci. Paris, 2001, t. 2, Série IV, pp. 1073–1089.
- [4] Jeremy C. Hebden, SR. Arridge and David T. Delpy ``Optical imaging in medicine: I. Experiment techniques``, Phys. Med. Biol., 1997, Vol. 42, pp. 825-840.
- [5] Valentina Quaresima, Marco Ferrari, Marco C. P. Van Der Sluijs, Jan Menssen and Willy N. J. M. Colier ``Lateral frontal cortex oxygenation changes during translation and

language switching revealed by non-invasive near-infrared multi-point measurements'',
Brain Research Bulletin, 2002, Vol. 59, No.3, pp. 235-234.

[6] Gabriele Gratton, Monica Fabiani, Paul M. Corballis, Donald C. Hood, R. Marsha, Goodman-Wood, Joy Hirsch, Karl Kim, David Friedman, and Enrico Gratton ``Fast and Localized Event-Related Optical Signals (EROS) in the Human Occipital Cortex: Comparisons with the Visual Evoked Potential and fMRI'', *Neuroimage*, 1997, Vol.6, pp.168-180.

[7] Stuart Jon Spechler ``Screening and surveillance for complications related to gastroesophageal reflux disease'', *Am J. Med.*, 2001, Vol. 111, No. 8A, pp. 130S-136S.

[8] Ik-Kyung Jang, Brett E. Bouma, Dong-Heon Kang, Seung-Jing Park, Seong-Wook Park, Ki-Bae Seung, Kyu-Bo Choi, Milen Shishkov, Kelly Schlendorf, Eugene Pomeransteve, Stuart L.Houser, Thomas Aretz and Guillormo J. Tearney ``Visuatlization of coronary atherosclerotic plaques in patients using optical coherence tomography : comparaison with intravascular ultrasound'', *Journal of the American college of cardiology, Korea*, 2002, Vol.39, No.4.

[9] J. Bruce, Tromberg, Olivier Coquoz, Joshua B. Fishkin, Tuan Pham, Eric Anderson, John Butler, Mitchell Cahn, Jeffrey D. Gross and Vasanth Venugopalan "Non-invasive measurements of breast tissue optical properties using frequency-domain photon migration", *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B*, 1997, Vol. 352, pp. 661-6.

[10] Narumi Hirose, Yasushi Sakamoto, Hiroo Katayama, Syouko Tonnaka and Kazuyuki Yano "In vivo investigation of progressive alterations in rat mammary gland tumors by near-infrared spectroscopy", *Japan, Analytical Biochemistry*, 2002, Vol. 305, pp. 156-165.

[11] K. Michielsen, H. De Raedt, J. Przeslawski and N. Garcia "Computer simulation of time-resolved optical imaging of objects hidden in turbid media", *Physics Reports*, 1998, Vol. 304; pp. 89-144.

[12] J. Feng, K. Okamoto, D. Tsuru, H. Madarame and M. Fumizawa "Visualisation of 3D gas density distribution using optical tomography", *Chemical Engineering Journal*, 2002, Vol. 86, pp. 243-250.

[13] S.R. Arridge, M. Schweiger "A gradient-based optimisation scheme for optical tomography", *Opt express*, 1998, Vol.2, No.6, pp. 213-26.

- [14] S.R. Arridge, J. C. Hebden "Optical imaging in medicine : II. Modelign and reconstitution", *Phys Med Biol*, 1997, Vol. 42, pp. 841-53.
- [15] M. V. Kalibanov, T.R. Lucas and R.M. Frank "Afast and accurate imaging algorithm in optical/diffusion tomography", *Inverse problems*, UK, 1997, Vol. 13, pp. 1341-1361.
- [16] M. Sakami, K. Mitra, and P.-F. Hsu "Analysis of light-pulse transport through two-dimensional scattering and absorbing media", *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2002, Vol. 73, pp. 169 –179.
- [17] Sakami M., Mitra K. and Hsu "Transient radiative transfer in anisotropically scattering media using monotonicity-preserving schemes", *ASME Int. ME Cong. & Expo.*, Orlando, FL, novembre 2000.
- [18] Sunil Kumar and Kunal Mitra "Hyperbolic models for biomedical imaging by short pulse laser", *Advances in Heat and Mass Transfer in Biotechnology ASME*, 1995, HTD-Vol. 322/ BED-Vol. 32.

- [19] Andreas H. Hielsher, Alexander D. Klose and Kenneth M.Hanson ``Gradient-based iterative image reconstitution scheme for time-resolved optical tomography``, IEEE Transactions on medical imaging, March 1999, Vol. 18, No.3.
- [20] Avraham Y. Bluestone, Gassan Abdoulaev, Christoph H. Schmitz, Randall L. Berbour and Andreas H. Hielsher ``Three-dimensional optical tomography of hemodynamics in the human head``, Optics express 272, 2001, Vol. 9, No.6.
- [21] Sunil Kumar, Kunal Mitra and Yukio Yamada ``Hyperbolic damped –wave models for transient light-pulse propagation in scattering media``, Applied Optics, 1996, Vol. 35, No. 19.
- [22] Alexander D. Klose and Andreas H. Hielscher ``Iterative reconstitution scheme for optical tomography based on the equation of radiative transfer``, Medical Physics, 1999, Vol. 26, No. 8.
- [23] Alexander D. Klose, Uwe Netz, Jurgen Beuthan and Andreas H. Hielscher ``Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer. Part1: forward model``, Journal of quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 2002, Vol. 72, pp. 691-731.

[24] Mitra K., Kumar S., *Applied Optics*, 1991, Vol. 38, No.1, P. 188-196.

[25] Hsu P. F., *Comptes rendus de la National Heat Transfer Conf.* 2000, Pittsburgh, No.12078.

[26] Tan Z. M., and Hsu ``An integral formulation of transient radiative transfer``, *J. Heat Transfer*, 2000.

[27] Wu C. Y. J, *Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 2000, Vol. 64, No.5, pp.537-548.

[28] Sawetprawichkul, A. Hsu, P.-F, and K. Mitra ``A Monte Carlo study of the transient radiative transfer within the one-dimensional multilayered slab``, *ASME Int. ME Cong. & Expo.*, Orlando, FL, novembre 2000.

[29] Fleck J. A. ``The calculation of nonlinear radiation transport by a Monte Carlo Method``, *Academic Press*, New York and London, 1963, Vol.1, pp. 43-65.

[30] M. Sakami, A. Charette and V. Le Dez `` Application of the discrete ordinates method to combined conductive and radiative heat transfer in a two dimensional complex geometry``, JQSRT, 1996.

[31] M. Sakami and A. Charette ``Application of a modified discrete ordinates method to two-dimensional enclosures of irregular geometry``, Journal of quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 2000, Vol. 64, pp. 275-298.

[32] Mitra K., and Churnside J. H. ``Transient radiative transfer equation applied to oceanographic lidar``, Applied Optics, 1999, Vol.38, No.6, pp. 889-895.

[33] Wendroff B. ``An unconditionally stable, finite differnec method for solving transport problems``, Los Alamos Scientific Laboratory Report, LAMS-2199, 1958.

[34] Isil Ayranci and Nevin Selçuk ``MOL solution of DOM transient radiative transfer in 3-D scattering media``, Eurotherm 73 on Computational Thermal Radiation in Participing Media, Belgium, 2003.

[35] Harten A. ``High resolution schemes for hyperbolic conservation laws``, J. Comput. Phys., 1983, Vol. 49, pp.357-393.

[36] Collela P., and Woodward ``The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamical simulations``, J. Comput. Phys., 1984, Vol. 54, pp.174-201.

[37] Stone J. M. and D. Mihalas ``Upwind monotonic interpolation methods for the solution of the time dependent radiative transfer equation``, J. Comput. Phys., 1992, Vol.100, No. 2, pp. 402-408.

[38] H. C. Hottel and A. F. Sarofim ``Radiative transfer``, Mc Graw-Hill, New York, 1967.

[39] H. P. Tan, B. Maestre and M. Lallemand ``Transient and steady state combined heat transfer in semi-transparent materials subjected to a pulse or a step irradiation``, J.Heat Transfer, 1991, Vol.113, No.1, pp.166-173.

[40] M. Modest ``Radiative heat transfer``, Ed. Mc Graw-Hill, Inc, 1993.

[41] D. Lemonnier ``Méthodes de résolution de l'équation de transfert``, Ecole de printemps de rayonnement thermique organisée par C. N. R. S et la S. F. T, 1996.

[42] S. Chandrasekhar ``Radiative transfer``, Dover Publications, New York, 1960.

[43] K. D. Lathrop and B.G Carlson ``Discrete ordinates angular quadrature of the neutron transport equation``, Technical Report LA-3186, Los Alamos Scientific Laboratory, 1965.

[44] K. D. Lathrop ``Use of the discrete ordinates methods for the solution of neutron transport equations``, Nucl. Sci. Eng., 1966, Vol.24, pp. 381-388.

[45] K. D. Lathrop ``Ray effects in discrete ordinates equations``, Nucl. Sci. Eng., 1968, Vol.32, pp. 357-369.

[46] B. G. Carlson and K. D. Lathrop ``Transport theory``, In H. Greenspan, C. N. Kelber, and D. Okrent, editors, Computing methods in reactor physics. Gordon and Breach, 1968.

[47] K. D. Lathrop ``Spatial differencing of the transport equation``, J. Comp. Phys.,1969, Vol.4, No.4, pp.475-498.

[48] K. D. Lathrop ``Remedies for ray effects``, Nucl. Sci. Eng., 1971, Vol.45, pp.255-268.

[49] W. A. Fiveland ``A discrete ordinates method for predicting radiative heat transfer in axisymmetric enclosures``, ASME paper, 82-HTD-20, 1982.

[50] W. A. Fiveland ``Discrete ordinates solutions of the radiation transport equation for rectangular enclosures``, J. Heat Transfer, 1984, Vol. 106, pp.699-706.

[51] J. S. Truelove ``Discrete ordinates solutions of the radiation transport equation``, J. Heat Transfer, 1987, Vol. 190, pp.1048-1051.

[52] J. S. Truelove ``Three dimensional radiation in absorbing-emitting-scattering media using the discrete ordinates approximation``, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 1988, Vol. 39, No.1, pp.27-31.

[53] A. Yucel and L. Williams ``Azimuthally dependent radiative transfer in cylindrical geometry``, In A. M. Smith and T. F. Smith, editors, Fundamentals and Applied Radiative Heat Transfer, 1987, pp.29-37.

[54] A. Jamalludin and P. J. Smith ``Predicting radiative transfer in rectangular enclosures using the discrete ordinates method``, Combust. Sci. and Tech., 1988, Vol.59, pp.321-340.

[55] A. Jamalludin and P. J. Smith ``Predicting radiative transfer in rectangular enclosures using the discrete ordinates method``, Combust. Sci. and Tech., 1988, Vol.62, pp.173-186.

[56] J. R. Tsai, M. N. Ozisik, and F. Santarelli ``Radiation in spherical symmetry with anisotropic scattering and variable properties'', J. Quant. Spectrosc. Radiat. Heat Transfer 1988, Vol. 39, No. 1, pp.27-31.

[57] J. R. Tsai. And M. N. Ozisik ``Radiation in cylindrical symmetry with anisotropic scattering and variable properties'', Int. J. Heat Mass Transfer, 1990, Vol.33, No.12, pp.2651-2658.

[58] A. Yucel, S. Acharya, and M. L. Williams ``Natural convection and radiation in a square enclosure'', Numerical Heat Transfer, 1989, Part A, Vol.15, pp.261-278.

[59] S. W. Baek and T. Y. Kim ``The conductive and radiative heat transfer in rectangular enclosure using the discrete ordinates method'', In Proceeding of the Ninth International Heat Transfer Conference, 1990, Vol.6, pp.433-438.

[60] N. EL Wakil ``Études des transferts de chaleur par convection, convection et rayonnement couplés dans le milieu semi-transparent fluides ou poreux, Élaboration de modèles de simulation en géométrie bidimensionnelle'', Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1991.

[61] J. Muller ``Contribution à l'étude des transferts thermiques couplés dans les enceintes contenant des gaz de combustion``, Thèse de doctorat, Université de Reims-Champagne, 1994.

[62] R. Vaillon ``Étude de l'interaction rayonnement-chimie dans un plasma réactif d'hydrogène-hélium à l'aide de la méthode des ordonnées discrètes en coordonnées curvilignes``, Thèse de doctorat, Université de Poitiers, France, 1996.

[63] C. P. Thurgood ``A critical evaluation of the discrete ordinates method using Hart and TN quadrature``, Thèse de doctorat, Université de Queen, Dept de Génie Chimique, Kingston, Canada, 1992.

[64] P. R. Woodward and P. Colella , Lecture Notes in Physics, 1981, Vol. 141, pp.434.

[65] P. R. Woodward and P. Colella, J. Comput. Phys., 1984, Vol.54, pp.115-173.

[66] S. K. Godunov, Mat. Sb., 1959, Vol.47, pp.271.

[67] S. K. Godunov, A. V. Zabrodin and G. P. Prokopov, U.S.S.R. Computational Math. And Math. Phys., 1961, Vol. 1, pp.1187.

[68] P. Collela ``A direct eulerian MUSCL scheme for gas dynamics``, SIAM J. Sci. Statist. Comput.

[69] B. Van Leer, J. Comput. Phys., 1979, Vol. 23, pp. 101.

[70] B. Van Leer and P. R. Woodward, Preceedings TICOM Conference, Austin, Texas, 1979.

[71] D. T. Delpy, M. Cope, P. Van Der Zee, S. Arridge, Sausan Wray and J. Wyatt ``Estimation of optical pathlength through tissue from direct time of flight measurement``, Phys. Med. Biol., 1988, Vol. 33, N^o. 12, pp. 1433-1442.

[72] Jan S. Dam, Peter E. Andersen, Torben Dalgaard and Paul Erik Fabricius ``Determination of tissu optical properties from diffuse réflectance profiles by multivariate calibration``, Applied Optics, 1998, Vol. 37, N^o. 4.

[73] W. F. Cheong, S. A. Prahl and A. J. Welch ``A review of the optical properties of biological tissue``, IEEE J. Quantum Electron, 1990, Vol. 26, pp. 2166-2185.

ANNEXES

I. Programme en Fortran

**Programme principal pour la résolution de l'ETR instationnaire en utilisant
la méthode des ordonnées discrètes.**

C Fichiers concernés : Param.txt --> Fichier maître des entrées

PROGRAM transient

Déclaration des variables

IMPLICIT NONE

C Déclaration des variables noms des fichiers I/O

CHARACTER fichi8*20 ! Variable de flag

CHARACTER fichi22*20 ! Variable de flag

INTEGER m1,m2,m3,m4

PARAMETER (m1=1002)

PARAMETER (m2=20000)

PARAMETER (m3=82)

PARAMETER (m4=164)

C Etiquette 1 : Format de lecture des noms de fichiers I/O

C Etiquette 103 : Format d'écriture fichier

C Etiquette 305 : Format d'écriture écran

C Etiquette 37 : Format d'écriture des tests sur les moments

1 FORMAT (A20)

103 FORMAT(4X,E15.6,3(3X,E15.6))

305 FORMAT(F7.2,' Mx_itr=',I2,' crit=',E8.2,I4,2X,E8.2,' T=| ,E13.6,'R=',E13.6,I5)

! I2 : entier sur 2 caractères

C ! F7.2 : 7 positions dont 2 après le point

37 FORMAT (6(F9.5,1X)) ! affichage des tests sur les moments liés à la subroutine C

d'interpolation PPM

COMMON/zone2/eta1,eta2, epsilo

Eléments du problème physique

C alin, alin1 : argument des P_n et P_{n1} . = xsi_quad(k)

C alin2 : argument du polynôme de Legendre P_{n2}

C amplit : amplitude laser (normalisée le plus souvent)

C Ci(j) : tableau des coefficients du polynôme de Legendre($j=0, \dots, N_j$) pour

C les $i=4$ couches

C cspeed : vitesse du rayonnement dans le milieu

C cutoff : largeur du pulse laser

C epsilon1 et epsilon2 : émissivités des deux parois

C kapi : coeff. absorption ($i=1, \dots, 3$)

C lm1 : entier permettant de tester les parties entières

C Nj : ordre des polynômes de Legendre

C phase_i (kip, k) : fonctions de phase de directions quadratiques xsi_quad (kip),

- C xsi_quad (k). _i dépendant de la couche.
- C phase1 (i, k) : fonction de phase du rayonnement collimaté (k=1,..., Kquad)
(i=1,...,Lspace+1)
- C phase1_i(k) : fonction de phase dont une direction quadratique est 1 et l'autre
- C xsi_quad (k) (k=1,..., Kquad). _i dépendant de de la couche
- C Pn(j), Pn1(j) : polynômes d'argument alin et alin1 = xsi_quad(k)
- C Pn2(j) : polynôme d'argument alin2=1 (j=0,...,210)
- C poiphs(i, kip, k) : fonction de phase pondérée par les poids des directions
secondaires d'indice kip (kip=1,...,Kquad; k=1,...,Kquad)variant dans l'espace selon C
i=1,...,Lspace+1
- C ref_indx : index de réfraction
- C sigmi : coeff. de diffusion (i=1,...,3)
- C sommationi : test sur les moments pour fixer la quadrature (i=rien,1,...,5)
- C somden(k) et somden1 : stockage la somme pondérée de la phase ?? (k=1,...,Kquad)
- C somf : variable de sommation de Legendre pondérée par les C(j)
- C somfl : variable de sommation de Legendre pondérée par les C(j) dans le cas
particulier ou l une des 2 directions de quadrature vaut 1
- C tau_ti : position des tranches dans les frontières (i=1,...,2)
- C xlengh : épaisseur de l échantillon

INTEGER N, lm1

REAL*8 alin, alin1, alin2, epsilon1, epsilon2, kap1, kap2, kap3,

```

|   ref_indx, sigm1, sigm2, sigm3, tau_t1, tau_t2, xlengh
REAL*8  cutoff, amplit, cspeed
REAL*8  somdif, somdif1 , somf, somf1, sommation5
|   Sommation, sommation1, sommation2, sommation3, sommation4,

REAL*8  C1(0:220), C2(0:220), C3(0:220),
|   phase_1(m4,m4), phase_2(m4,m4), phase_3(m4,m4),
|   phase1_1(m4), phase1_2(m4), phase1_3(m4), phase1(m1,m4),
|   Pn(0:220), Pn1(0:220), Pn2(0:220),poiphs(m1,m4,m4)
REAL*8  somden(m4), somden1(m4)

```

Eléments de discrétisation

C ara : variable de convergence vers In

C arb1 : variable de convergence de Inm2 aux limites

C arrêt : critère de convergence pour achever la boucle d itération implicite

C beta(i) : bêta de la couche au point spatial i

C cprop(k) : CFL*cos directeur, (k=1,...,Kquad)

C crnbr : CFL = c Delta t / Delta x

C deep(i) : atténuation de Beer-Lambert (i=1,...,Lspace+1)

C deno1 : dénominateur d avancement en temps = 1+thick(i). Tient compte

C de l implication de l absorption puits

- C det : pas temporel = $dex / cspeed * cmbr$
- C dex : pas spatial = $xlengh / Lspace$
- C eptl0, lter0 : bornes pour 1 opération de convergence implicite
- C eptl, lter : bornes pour 1 opération de convergence de Inm2 vers les C.L.
- C hpxc : > 0 lorsque pulse est passe dans le matériau
- C $hpxc = htxc - cutoff * cspeed$
- C htxc : ≥ 0 lorsque pulse passant dans le matériau
- C $htxc = time(l) * cspeed - space(i)$
- C hterm1 : balise d existence du pulse. 1 lorsque $htxc \geq 0$
- C hterm2 : balise de fin de pulse. 1 lorsque $hpxc > 0$
- C In(i,k) : Intensité ($i=1, \dots, Lspace+1; k=1, \dots, Kquad$)
- C Inj(i,k) : Intensité auxiliaire pour convergence ($i=1, \dots, Lspace; k=1, \dots, Kquad$)
- C Inm2(i,k) : $I_n - 1/2$, obtenu par le schéma ($i=1, \dots, Lspace+1; k=1, \dots, Kquad$)
- C Inpa : stocke l'élément de différenciation
- C Iron : source calculée par quadrature ($i=1, \dots, Lspace+1; k=1, \dots, Kquad$)
- C itmin : nombre d'itération à ne pas dépasser pour la convergence implicite
- C Kquad : nombre d'ordonnées dans la quadrature
- C lperiod : point de collecte de la réflectance
- C Lpos : position sur les mailles de collecte de la transmittance
- C Lspace : nombre mailles
- C Ltime : nombre de pas de temps
- C omega(i) : albédo de la couche au point spatial i

- C poids_quad(j) : poids respectifs aux directions angulaires xsi_quad(j)
- C reflec_flux(i) : stocke la réflectance au point i
- C réflexion : stocke la réflectance au point lperiod
- C somme, sommec, : somme intégrale de quadrature
- C sourl : stock le terme source
- C step_l(i) : $\text{amplit}*(\text{hterm1}-\text{hterm2})*\text{deep}(i)$. amplitude de la marche lumineuse
en déplacement. ($i=1,\dots,L\text{space}+1$).
- C thick(i) : épaisseur caractéristique de l avancement en temps ($=\text{det}*\text{beta}(i)*\text{cspeed}$)
($i=1,\dots,L\text{space}+1$)
- C time(k) : tableau de temps ($k=0,\dots,L\text{time}$)
- C transm_flux(i) : transmission totale ($i=1,\dots,L\text{space}+1$)
- C transmission : transmission
- C space(i) : distance par rapport à la surface d incidence
- C xsi_quad(j) : directions de quadrature ($j=1,\dots,K\text{quad}$)

INTEGER itmin, Kquad, lperiod, Lpos, Lspace, Ltime, lter, lter0

REAL*8 ara, arb1, arrêt, crita, crnbr,deno1, det, dex, umc, unmc,

| htxc, hpxc, hterm1, hterm2, eptl, eptl0,

| Inpa, reflexion, somme, somme0, sommec, sourl, transmission, somme1

REAL*8 beta(m1), deep(m1), In(0:m1,m3), Inj(0:m1,m3), Iron(m1,m3),

| Inm2(0:m1,m3), omega(0:m1), poids_quad(m4), time(0:m2), transm_flux(m1),

| reflec_flux(m1), space(m1), step_l(m1), thick(m1), xsi_quad(0:m4), cprop(m4)

```

INTEGER i,j,l,k, kip, kk

REAL*8 pi

REAL*8 Iright,eta2,eta1,epsilo

REAL*8 Ilfd(0:m1),Irgd(0:m1)

REAL*8 xmu_quad(m4)

REAL*8 C(0:220)

```

***Lecture des entrées paramétriques du problème à partir du fichier dI ***

```

OPEN (9,file='Param.txt',form='formatted',status='OLD')

```

- C Quadrature de Gauss. Kquad quadratures. xsi_quad(j) sont les cosinus directeurs
- C poids_quad(j) le poids respectif.

```

WRITE(*,*) 'Lecture des quadratures de Gauss.....'

DO WHILE(fichi8.NE.'>GAUSS<') ! Cherche le Flag >GAUSS<

  READ (9,1) fichi8

ENDDO

READ (9,*) Kquad

```

*** Test de compatibilité avec les stockages des quadratures ***

```
IF((2*Kquad).GT.m4) STOP 'Débordement de tableau pour la | quadrature | (m4 <
2Kquad)'
```

```
DO j=1,Kquad
```

```
  READ (9,*) xxi_quad(j), poids_quad(j)
```

```
ENDDO
```

```
WRITE(*,*) 'Lecture des coefficients de Legendre pour la fonction de phase.....'
```

```
DO WHILE(fichi22.NE.'>PHASE<') ! Cherche le Flag >PHASE<
```

```
  READ (9,1) fichi22
```

```
ENDDO
```

```
READ(9,*) Nj
```

```
DO j=0,Nj
```

```
  READ(9,*) C1(j)
```

```
ENDDO
```

```
DO j=0,Nj
```

```
  READ(9,*) C2(j)
```

```
ENDDO
```

```
DO j=0,Nj
```

```
  READ(9,*) C3(j)
```

```
ENDDO
```

- C Lecture de l'épaisseur de l'échantillon x_{length} , des émissivités des parois ϵ_1 et
- C ϵ_2 et de l'indice de réfraction ref_indx


```
WRITE(*,*) 'Lecture des paramètres physiques et numériques.....'  
  
DO WHILE(fichi22.NE.'>EPAISSEUR<')  
    READ (9,1) fichi22  
  
ENDDO  
  
READ(9,*) xlengh  
  
DO WHILE(fichi22.NE.'>EMISSIVITE1<')  
    READ (9,1) fichi22  
  
ENDDO  
  
READ(9,*) epsilon1  
  
DO WHILE(fichi22.NE.'>EMISSIVITE2<')  
    READ (9,1) fichi22  
  
ENDDO  
  
READ(9,*) epsilon2  
  
DO WHILE(fichi22.NE.'>INDICE<')  
    READ (9,1) fichi22  
  
ENDDO  
  
READ(9,*) ref_indx
```

- C Lecture du nombre de pas de temps Ltime, nombre de maille Lspace, point de collecte
- C de la transmittance Lpos, CFL crnbr, largeur du pulse laser cutoff et amplitude de
- C la nappe : amplit

```
DO WHILE(fichi22.NE.'>TEMPS<')
  READ (9,1) fichi22
ENDDO
READ(9,*) Ltime
DO WHILE(fichi22.NE.'>ESPACE<')
  READ (9,1) fichi22
ENDDO
READ(9,*) Lspace
DO WHILE(fichi22.NE.'>COLLECTRANS<')
  READ (9,1) fichi22
ENDDO
READ(9,*) Lpos
DO WHILE(fichi22.NE.'>CFL<')
  READ (9,1) fichi22
ENDDO
READ(9,*) crnbr
DO WHILE(fichi22.NE.'>CUTOFF<')
  READ (9,1) fichi22
ENDDO
READ(9,*) cutoff
DO WHILE(fichi22.NE.'>AMPLIT<')
```

```

    READ (9,1) fichi22

ENDDO

READ(9,*) amplit

IF(Ltime.GT.m2) STOP 'Débordement de tableau pour le temps (m2 < Ltime)'

IF((Lspace+1).GT.m1) STOP 'Débordement de tableau pour l espace
|   (m1 < Lspace + 1)'

***Lecture du critère de convergence arrêt et du nombre d'itérations maximum de la
      boucle implicite itmin***

DO WHILE(fichi22.NE.'>ARRET<')

    READ (9,1) fichi22

ENDDO

READ(9,*) arrêt

DO WHILE(fichi22.NE.'>ITMIN<')

    READ (9,1) fichi22

ENDDO

READ(9,*) itmin

***Lecture des tau_t, frontières entre les strates***

DO WHILE(fichi22.NE.'>TAUT<')

```

```
READ (9,1) fichi22
```

```
ENDDO
```

```
READ(9,*) tau_t1
```

```
READ(9,*) tau_t2
```

***Lecture des coefficients d absorption kap et de diffusion sigm pour les différentes

strates***

```
DO WHILE(fichi22.NE.'>KAPPA<')
```

```
READ (9,1) fichi22
```

```
ENDDO
```

```
READ(9,*) kap1
```

```
READ(9,*) kap2
```

```
READ(9,*) kap3
```

```
DO WHILE(fichi22.NE.'>SIGMA<')
```

```
READ (9,1) fichi22
```

```
ENDDO
```

```
READ(9,*) sigm1
```

```
READ(9,*) sigm2
```

```
READ(9,*) sigm3
```

***Lecture de la position de collecte de la réflectance ***

```
DO WHILE(fichi22.NE.'>COLLECREFL<')
```

```
  READ (9,1) fichi22
```

```
ENDDO
```

```
READ(9,*) lperiod
```

```
WRITE(*,*) 'Fin de lecture des paramètres d'entrée du problème.'
```

```
CLOSE(9)
```

```
*****Reconstruction des grandeurs physiques et numériques*****
```

```
WRITE(*,*) 'Mise en forme des paramètres physiques et numériques..'
```

```
***Définition de la vitesse de la lumière dans le milieu cspeed ***
```

```
cspeed = 2.998d08/ref_indx
```

```
pi = 4.d00*ATAN(1.d00)
```

C Pas spatial dex = épaisseur du milieu xlengh / nombre de

C mailles Lspace

```
dex = xlengh/float(Lspace)
```

C Pas temporel det = pas spatial dex / vitesse cspeed * CFL crnbr

```
det = crnbr*dex/cspeed
```

```
umc = det*cspeed/dex
```

```
unmc = 1.-umc
```

```
***Dédoublément de la quadrature pour l' isotropisation de l'intégrale***
```

```
DO j = Kquad+1,2*Kquad
```

```
  xsi_quad(j) = -xsi_quad(j-Kquad)
```

```
  poids_quad(j) = poids_quad(j-Kquad)
```

```
ENDDO
```

```
Kquad=2*Kquad
```

```
***Construction du polynôme de Legendre***
```

```
alin2 = 1.0
```

```
Pn2(0) = 1.0
```

```
Pn2(1) = alin2
```

```
DO j=2,210
```

```
  Pn2(j)= ((2.*float(j-1)+1.)*alin2*Pn2(j-1)-float(j-1)*Pn2(j-2))/float(j)
```

```
ENDDO
```

```
DO k=1,Kquad  ! ouverture de la boucle sur k
```

```
  alin = xs_i_quad(k)
```

```

Pn(0) = 1.0

Pn(1) = alin

DO j=2,210

  Pn(j)=((2.*float(j-1)+1.)*alin *Pn(j-1)-float(j-1)*Pn(j-2)) /float(j)

ENDDO

DO kip=1,Kquad ! ouverture de la boucle sur kip

  alin1 = xsi_quad(kip)

  Pn1(0) = 1.0

  Pn1(1) = alin1

  DO j=2,210

    Pn1(j)= ((2.*float(j-1)+1.)*alin1*Pn1(j-1)-float(j-1)*Pn1(j-2)) /float(j)

  ENDDO

  somf = 0.

  DO j=0,Nj

    somf = somf+C1(j)*Pn(j)*Pn1(j)

  ENDDO

  phase_1(kip,k) = somf

  somf = 0.

  DO j=0,Nj

    somf = somf+C2(j)*Pn(j)*Pn1(j)

  ENDDO

  phase_2(kip,k) = somf

```

```
somf = 0.
```

```
DO j=0,Nj
```

```
  somf = somf+C3(j)*Pn(j)*Pn1(j)
```

```
ENDDO
```

```
phase_3(kip,k) = somf
```

```
ENDDO ! fermeture de la seconde boucle sur kip
```

C Construction d'une autre fonction de phase phase1(k) pour la direction quadratique1

C (polynôme Pn2) et alin = xsi_quad(k) (polynôme Pn)

```
somf1 = 0.
```

```
DO j=0,Nj
```

```
  somf1 = somf1+C1(j)*Pn(j)*Pn2(j)
```

```
ENDDO
```

```
phase1_1(k) = somf1
```

```
somf1 = 0.
```

```
DO j=0, Nj
```

```
  somf1 = somf1+C2(j)*Pn(j)*Pn2(j)
```

```
ENDDO
```

```
phase1_2(k) = somf1
```

```
somf1 = 0.
```

```
DO j=0,Nj
```



```

    somf1 = somf1+C3(j)*Pn(j)*Pn2(j)

ENDDO

phase1_3(k) = somf1

ENDDO  ! fermeture de la boucle sur k

***Test sur les moments fixant les quadratures***

sommation = 0.0

sommation1= 0.0

sommation2= 0.0

sommation3= 0.0

sommation4= 0.0

sommation5= 0.0

DO kip=1,Kquad

    sommation = sommation+2.*pi*poids_quad(kip)/(4.*pi)

    IF (xsi_quad(kip).gt.0.) THEN

        sommation1 =sommation1+2.*pi*poids_quad(kip)*xsi_quad(kip)

        sommation2 =sommation2+2.*pi*poids_quad(kip)*xsi_quad(kip)**2.

        sommation3 =sommation3+2.*pi*poids_quad(kip)*xsi_quad(kip)**3.

        sommation4 =sommation4+2.*pi*poids_quad(kip)*xsi_quad(kip)**4.

        sommation5 =sommation5+2.*pi*poids_quad(kip)*xsi_quad(kip)**5.

    ENDIF

```

```

ENDDO

WRITE(*,*)

WRITE (*,*)'-----'

WRITE (*,*)' moments satisfied??'

WRITE (*,37) sommation,sommation1/pi,sommation2/(2.*pi/3.),
*      sommation3/(pi/2.),sommation4/(2.*pi/5.),sommation5/(pi/3.)

WRITE (*,*)'-----'

```

- C Stockage du temps en tableau. Grille et vitesse uniforme. det est le pas de temps
- C tenant compte du CFL

```

DO k=0,Ltime

  time(k) = float(k)*det

ENDDO

```

***Calcul de la position et paramètres optiques de chaque maille**

```

DO i=1,Lspace+1

  space(i) = (float(i)-0.5)*dex

  IF (space(i).lt.tau_t1) then

    beta(i)= kap1+sigm1

    omega(i) = sigm1/beta(i)

```

```

DO k=1,Kquad,1

  DO kip=1,Kquad,1

    poiphs(i,kip,k) = poids_quad(kip)*phase_1(kip,k)

    phase1(i,k) = phase1_1(k)

  ENDDO

ENDDO

deep(i) = dexp(-(kap1+sigm1)*space(i))

ELSE

  IF (space(i).lt.tau_t2.and.space(i).ge.tau_t1) then

    beta(i)= kap2+sigm2

    omega(i) = sigm2/beta(i)

    DO k=1,Kquad,1

      DO kip=1,Kquad,1

        poiphs(i,kip,k) = poids_quad(kip)*phase_2(kip,k)

        phase1(i,k) = phase1_2(k)

      ENDDO

    ENDDO

    deep(i) = dexp(-(kap1+sigm1)*tau_t1)      *
|      dexp(-(kap2+sigm2)*(space(i)-tau_t1))

  ELSE

    beta(i)= kap3+sigm3

    omega(i) = sigm3/beta(i)

```

```

DO k=1,Kquad,1
  DO kip=1,Kquad,1
    poiphs(i,kip,k) = poids_quad(kip)*phase_3(kip,k)
    phase1(i,k) = phase1_3(k)
  ENDDO
ENDDO

deep(i) = dexp(-(kap1+sigm1)*tau_t1) *
|      dexp(-(kap2+sigm2)*(tau_t2-tau_t1)) *
|      dexp(-(kap3+sigm3)*(space(i)-tau_t2))

ENDIF
ENDIF

thick(i) = det*beta(i)*cspeed

ENDDO

WRITE(*,*) 'Fin de reconstruction des paramètres'

```

*****Conditions aux limites et initiales*****

```

DO k=1,Kquad
  IF (xsi_quad(k).gt.0.) then
    Inm2(1,k) = 0.0
  ELSE
    Inm2(Lspace+1,k) = 0.
  
```

```

ENDIF
ENDDO
DO i=1,Lspace+1
  DO k=1,Kquad
    In(i,k)=0.
  ENDDO
ENDDO

```

Boucle itérative dans le temps

C Ouverture des fichiers résultats de la transmittance et de la réflectance dans le temps

```
OPEN (7,file='Transmittance.txt',| form='formatted',status='unknown')
```

```
OPEN (4,file='Réflectance.txt',form='formatted',status='unknown')
```

```
CALL STARTCLOCK
```

```
WRITE (*,*) 'Itération.....'
```

```
DO l=1,Ltime ! boucle l d iteration dans le temps
```

```
  DO i=1,Lspace+1 ! boucle i d iteration dans l'espace
```

C Définition du créneau laser. Train de longueur $c \text{speed} * \text{cutoff}$ dans le matériau

C htxc : distance du front montant ou intérieur au pulse lorsque ≥ 0

C hpxc : distance du front arrière au pulse lorsque > 0

C step_1(i) amplitude au point i

```

htxc = time(1)*cspeed-space(i)
hpzc = htxc - cutoff*cspeed
IF (htxc.ge.0.) THEN
  hterm1 = 1.
ELSE
  hterm1 = 0.
ENDIF
IF (hpzc.gt.0.) THEN
  hterm2 = 1.
ELSE
  hterm2 = 0.
ENDIF
step_1(i) = amplit*(hterm1-hterm2)
step_1(i) = deep(i)*step_1(i)
DO k=1,Kquad
  sommec = epsilon1*step_1(i)*phase1(i,k)
  Iron(i,k) = omega(i)*sommec/(4.*pi)
ENDDO
ENDDO ! fin de la boucle d'espace sur i
eptl0=1.

```

```

lter0=0

DO WHILE (eptl0.ge.arret.and.lter0.lt.itmin)

  lter0=lter0+1

  eptl0=0.

  DO k=1, Kquad

    cprop(k) = umc*xsi_quad(k)

    DO i=1,Lspace

      Inpa=In(i,k)-cpop(k)*(Inm2(i+1,k)-Inm2(i,k))

      sour1 = thick(i)*Iron(i,k)

      deno1 = 1.+thick(i)

      ara = (Inpa+sour1)/deno1

      IF (dabs(ara).gt.0.0) THEN

        eptl0=dmax1(eptl0,dabs(Inj(i,k)-ara)/ara)

      endif

      Inj(i,k) = ara

    ENDDO

  ENDDO

DO k=1,Kquad

  DO i=1,Lspace

    somme=0.

    DO kip=1,Kquad

      somme=somme+poiphs(i,kip,k)*Inj(i,kip)

```

```

        ENDDO

        sommec = epsilon1*step_l(i)*phase1(i,k)/(2.*pi)

        Iron(i,k) = omega(i)*(somme+sommec)/2.

    ENDDO

ENDDO

ENDDO ! fin du dowhile

***Mise à jour des In(i,k) ***

DO i=1,Lspace
    DO k=1,Kquad
        In(i,k)=Inj(i,k)
    ENDDO
ENDDO

eptl = 1.
lter = 0
DO WHILE (eptl.ge.arret.and.lter.lt.itmin)
    lter=lter+1
    eptl=0.
    DO k=1,Kquad
        CALL scheme(k,l,In,Lspace,Ltime,Inm2,time,cspeed,umc,xsi_quad)
    IF (xsi_quad(k).gt.0.) THEN

```



```

somme = 0.

DO kk = 1, Kquad
  IF (xsi_quad(kk).lt.0.) THEN
    somme=somme+dabs(xsi_quad(kk))*Inm2(1,kk)*poids_quad(kk)
  ENDIF
ENDDO

arb1 = (1.-epsilon1)*somme
IF (dabs(arb1).gt.0.0) THEN
  eptl=dmax1(eptl,dabs(Inm2(1,k)-arb1)/arb1)
ENDIF

Inm2(1,k) = 2.*arb1

ELSE

somme0 = 0.

DO kk = 1,Kquad
  IF (xsi_quad(kk).gt.0.) THEN
    somme0=somme0+xsi_quad(kk)*Inm2(Lspace+1,kk)*poids_quad(kk)
  ENDIF
ENDDO

arb1 = (1.-epsilon2)*somme0/pi
IF (dabs(arb1).gt.0.) THEN
  eptl=dmax1(eptl,dabs(Inm2(Lspace+1,k)-arb1)/arb1)
ENDIF

```

```

      Inm2(Lspace+1,k) = 2.*arb1
    ENDIF
  ENDDO
ENDDO

```

*****Edition*****

- C Transm_flux(i) stocke la transmission totale sur la couche i et transmission de la
- C valeur émergeant du matériau
- C reflc_flux(i) stocke la réflexion et réflexion prise au point particulier lperiod

```

DO i=1,Lspace+1
  somme = 0.
  DO kip=1,Kquad
    IF (xsi_quad(kip).gt.0.) THEN
      somme=somme+poids_quad(kip)*xsi_quad(kip)*Inm2(i,kip)
    ENDIF
  ENDDO
  transm_flux(i)=2.*pi*somme+epsilon1*step_1(i)
ENDDO

transmission = transm_flux(Lpos)/(amplit)

```

```
IF (abs(transmission).lt.1.0d-99) THEN
    transmission = 0.
ENDIF

WRITE (7,103) time(l)*1.d12, transmission

DO i=1,Lspace+1
    somme1 = 0
    DO kip=1,Kquad
        IF (xsi_quad(kip).lt.0.) THEN
            somme1=somme1+poids_quad(kip)*xsi_quad(kip)*Inm2(i,kip)
        ENDIF
    ENDDO
    reflc_flux(i)=2.*pi*somme1-(1.-epsilon1)*step_1(i)
ENDDO

reflexion = dabs(reflec_flux(lperiod))/(amplit)

IF (abs(reflexion).lt.1.0d-99) THEN
    reflexion = 0.0
ENDIF

WRITE (4,103) time(l)*1.d12, reflexion

lm1 = 1/20
lm1 = lm1*20

IF (lm1.eq.1) THEN
```

```
WRITE (*,305) time(l)*1.d12,lter0,eptl0,lter,eptl,transm_flux(Lpos),reflec_flux(1)

ENDIF

eptl0=1.

lter0=0

eptl = 1.

lter = 0

ENDDO ! fin boucle temporel sur l

WRITE (*,*) 'Fin de la résolution'

CLOSE (7) ! clôture écriture de transmittance

CLOSE (4) ! clôture écriture de réflectance

CALL WALLCLOCK

WRITE (*,*) '----- End Program -----'

END
```

Subroutine scheme

```
SUBROUTINE scheme (k,l,In,Lspace,Ltime,Inm2,time,cspeed,umc,xmu_quad)

INTEGER m1,m2,m3,m4

PARAMETER (m1=1002)

PARAMETER (m2=3002)

PARAMETER (m3=82)

PARAMETER (m4=164)
```

```

INTEGER i,l,Lspace,Ltime,k
REAL*8 In(0:m1,m3),Inm2(0:m1,m3)
REAL *8 time(0:m2),xmu_quad(0:m4)
REAL *8 Ilfd(0:m1),Irgd(0:m1),Idemi(0:m1)
REAL *8 Inkm2,ajm1,deljm1,slope02,delm1
REAL *8 Iright,umc,unmc,cspeed
CALL Indemi(l,In,Idemi,Lspace,Ltime,Inm2,k,xmu_quad)
DO i=0, Lspace
  CALL ppm (i,l,In,Iright,umc,unmc,Inm2,Idemi,Lspace,k,xmu_quad)
  Inm2(i+1,k) = Iright
ENDDO
RETURN
END

```

Subroutine Indemi

```
SUBROUTINE Indemi(l,In,Idemi,Lspace,Ltime,Inm2,k,xmu_quad)
```

- C Inkp0 : borne inférieure des mailles
- C Inkp1 : borne supérieure des mailles
- C Inkp2 : borne supérieure de la maille suivante
- C Inkm1 : borne inférieure de la maille précédente
- C ajp2 : différence autour de la maille suivante

- C ajp1 : différence autour de la maille
 C ajp0 : différence autour de la maille précédente

```

INTEGER m1,m2,m3,m4

PARAMETER (m1=1002)

PARAMETER (m2=3002)

PARAMETER (m3=82)

PARAMETER (m4=164)

INTEGER i,l,Lspace,Ltime,k

REAL*8 In(0:m1,m3),Idemi(0:m1),Inm2(0:m1,m3)

REAL *8 unmc,Inkp0,Inkp1,Inkm1,xmu_quad(0:m4)

REAL *8 ajp0,ajp1,ajp2,deljp0,deljp1

REAL *8 slop11,slop12,slop21,slop22,delp0,delp1

REAL *8 slop02,Inkp2

REAL *8 Inkm2,ajm1,deljm1,slope02,delm1

DO i = 0,Lspace

  IF (i.eq.0) THEN

    Inkp0 = Inm2(1,k)

  ELSE

    Inkp0 = In(i,k)

  ENDIF

```

```
IF (i.lt.Lspace) THEN
  Inkp1 = In(i+1,k)
ELSE
  Inkp1 = Inm2(Lspace+1,k)
ENDIF

IF (i.lt.Lspace-1) THEN
  Inkp2 = In(i+2,k)
ELSE
  Inkp2 = Inm2(Lspace+1,k)
ENDIF

IF (i.le.1) THEN
  Inkm1 = Inm2(1,k)
ELSE
  Inkm1 = In(i-1,k)
ENDIF

ajp2 =(Inkp2-Inkp1)/2.
ajp1 =(Inkp1-Inkp0)/2.
ajp0 =(Inkp0-Inkm1)/2.

IF (ajp0*ajp1.gt.0.) THEN
  deljp0 = ajp1+ajp0
  slop12 = dmin1(dabs(deljp0),4.*dabs(ajp1),4.*dabs(ajp0))
  delp0 = slop12*deljp0/dabs(deljp0)
```

```
ELSE
    delp0 = 0.
ENDIF
IF (ajp1*ajp2.gt.0.) THEN
    deljp1 = ajp2+ajp1
    slop22 = dmin1(dabs(deljp1),4.*dabs(ajp2),4.*dabs(ajp1))
    delp1 = slop22*deljp1/dabs(deljp1)
ELSE
    delp1 = 0.
ENDIF
Idemi(i) = (Inkp0+Inkp1)/2.-delp1/6.+delp0/6.
ENDDO
RETURN
END
```

Subroutine PPM

```
SUBROUTINE ppm(i,l,In,Iright,umc,unmc,Inm2,Idemi,Lspace,k,xmu_quad)
INTEGER m1,m2,m3,m4
PARAMETER (m1=1002)
PARAMETER (m2=3002)
PARAMETER (m3=82)
```



```

PARAMETER (m4=164)

COMMON/zone2/eta1,eta2,epsilo

INTEGER i,l,Lspace,k

REAL *8 In(0:m1,m3),Inm2(0:m1,m3),Idemi(0:m1),Iright

REAL *8 unmc,Inkp0,Inkp1,Inkm1,umc,umc0,xmu_quad(0:m4)

REAL *8 Irg,Ilf,aj1,aj2,aj3,arl,ajp1,ajp2,Ilf1,Irg1

REAL *8 xtest1,xtest2,xtest3,xnum1,xden1,etaj,eta1,petit,epsilo

REAL *8 quant1,xminim,Inkp2,Inkm2,eta,aone,azer,eta2

IF (i.eq.0) THEN

    Inkp0 = Inm2(1,k)

ELSE

    Inkp0 = In(i,k)

ENDIF

IF (i.lt.Lspace) THEN

    Inkp1 = In(i+1,k)

ELSE

    Inkp1 = Inm2(Lspace+1,k)

ENDIF

IF (xmu_quad(k).gt.0.) THEN

    umc0 = umc*xmu_quad(k)

    Irg = Idemi(i)

```

```
IF (i.gt.1) THEN
  Ilf = Idemi(i-1)
ELSE
  Ilf = Inm2(1,k)
ENDIF

CALL discon(Ilf,Irg,Inkp0)

ELSE

  umc0 = umc*dabs(xmu_quad(k))

  Ilf = Idemi(i)

  IF (i.lt.Lspace) THEN

    Irg = Idemi(i+1)

  ELSE

    Irg = In(Lspace,k)

  ENDIF

  CALL discon(Ilf,Irg,Inkp1)

ENDIF

Ilfe = Ilf*(1.-eta)+eta*Ilf1

Irge = Irg*(1.-eta)+eta*Irg1

IF (xmu_quad(k).gt.0.) THEN

  unmc = 1.-umc0

  Iright = Irg+umc0*(Inkp0-Irg)+umc0*unmc*(2.*Inkp0-Irg-Ilf)

ELSE
```

```
unmc = 1.-umc0  
Iright = Ilf+umc0*(Inkp1-Ilf)+umc0*unmc*(2.*Inkp1-Irg-Ilf)  
ENDIF  
RETURN  
END
```

Subroutine Discon

```
SUBROUTINE discon(Ilf,Irg,Inkp0)  
REAL *8 unmc,Inkp0,Inkp1,Inkm1,umc  
REAL *8 Irg,Ilf,aj1,aj2,aj3,arl,ajp1,ajp2  
aj1 = Irg-Inkp0  
aj2 = Inkp0-Ilf  
aj3 = (Ilf+Irg)/2.  
arl = Irg-Ilf  
ajp1 = aj1*aj2  
ajp2 = arl*(Inkp0-aj3)  
IF (ajp1.le.0.) THEN  
  Ilf = Inkp0  
  Irg = Inkp0  
ELSE  
  IF (ajp2.gt.arl*arl/6.) THEN  
    Ilf = 3.*Inkp0-2.*Irg
```

```
ELSE
  IF (ajp2.lt.-arl*arl/6.) THEN
    Irg = 3.*Inkp0-2.*Ilf
  ENDIF
ENDIF
ENDIF
RETURN
END
```

Subroutine STARTCLOCK

```
SUBROUTINE STARTCLOCK
CHARACTER*24 GREETING
INTEGER TIME, INITIAL, LAST
COMMON /MYCLOCK/ INITIAL, LAST
INITIAL = TIME()
LAST = INITIAL
CALL FDATE( GREETING )
WRITE (*,*) GREETING
RETURN
END
```

Subroutine WALLCLOCK

```
SUBROUTINE WALLCLOCK
INTEGER TIME, NEW, INITIAL, LAST, Cputime
COMMON /MYCLOCK/ INITIAL, LAST
NEW = TIME()
WRITE (*,*) '      _____'
WRITE (*,10)
& 'Since the beginning:'
& , NEW - INITIAL, ' s',
& ' Since Last Call:'
& , NEW - LAST, ' s'
cputime = NEW - LAS
LAST = NEW
10 FORMAT (A,I7,A,4x,A,I3,A)
END
```

II. Variation du coefficient de diffusion

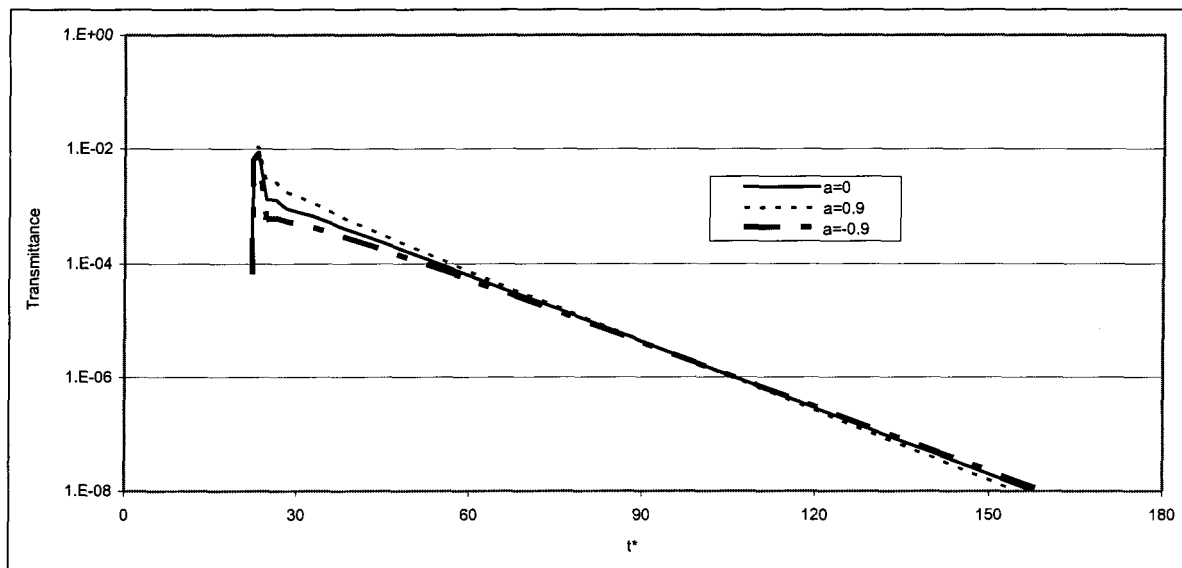


Figure II.1 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_3=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=300 \text{ m}^{-1}$.

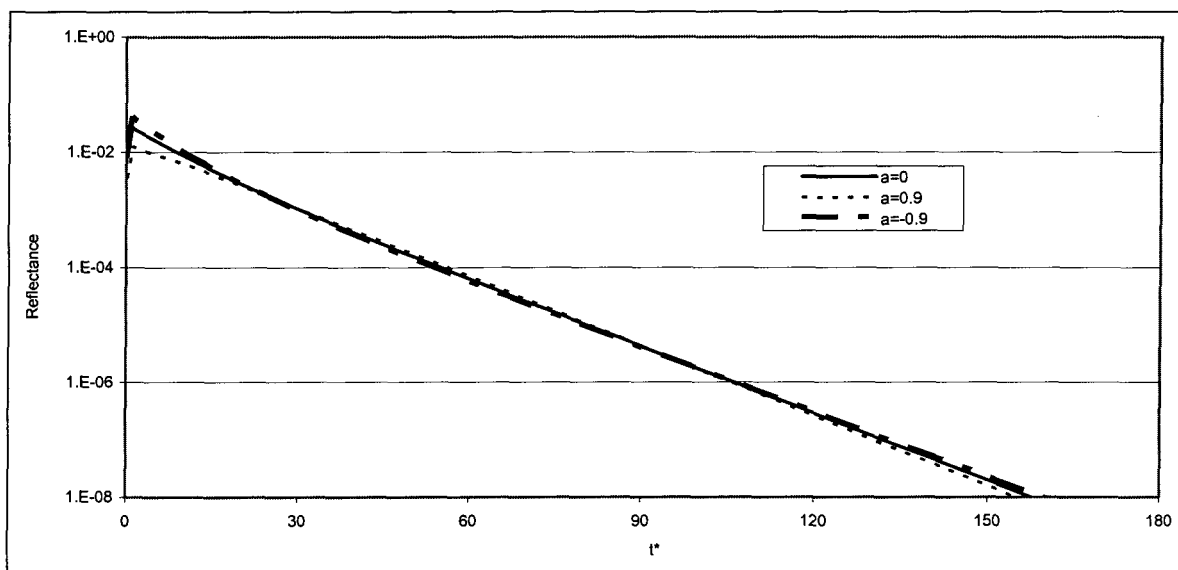


Figure II.2 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_3=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=300 \text{ m}^{-1}$.

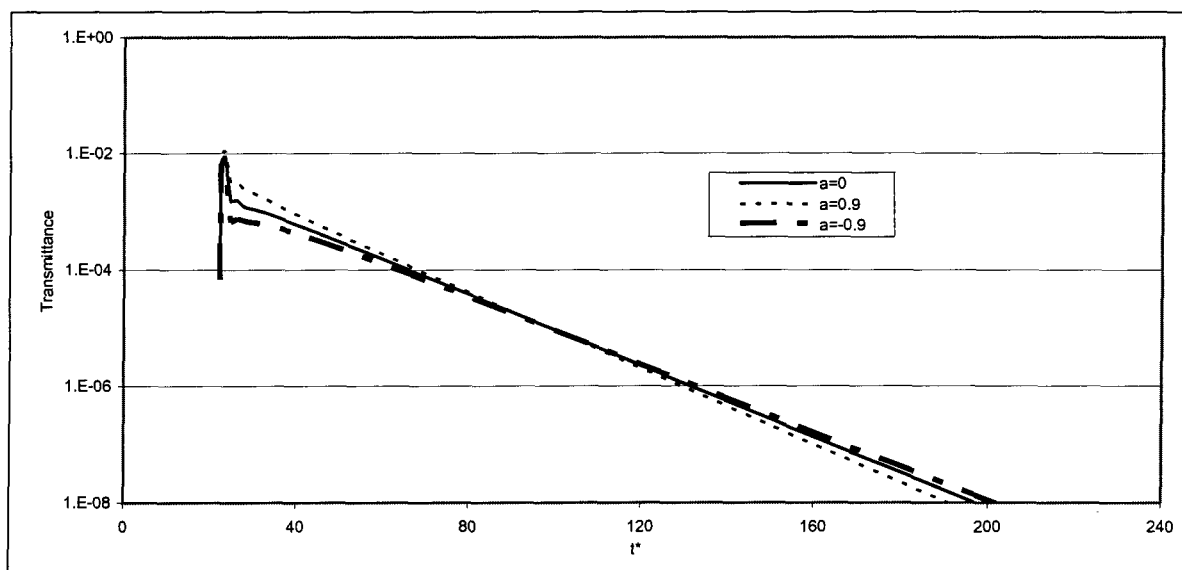


Figure II.3 : L'effet de la fonction de phase sur la transmittance.

$$\sigma_1=700 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_1=300 \text{ m}^{-1}.$$

$$\sigma_3=800 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_2=200 \text{ m}^{-1}.$$

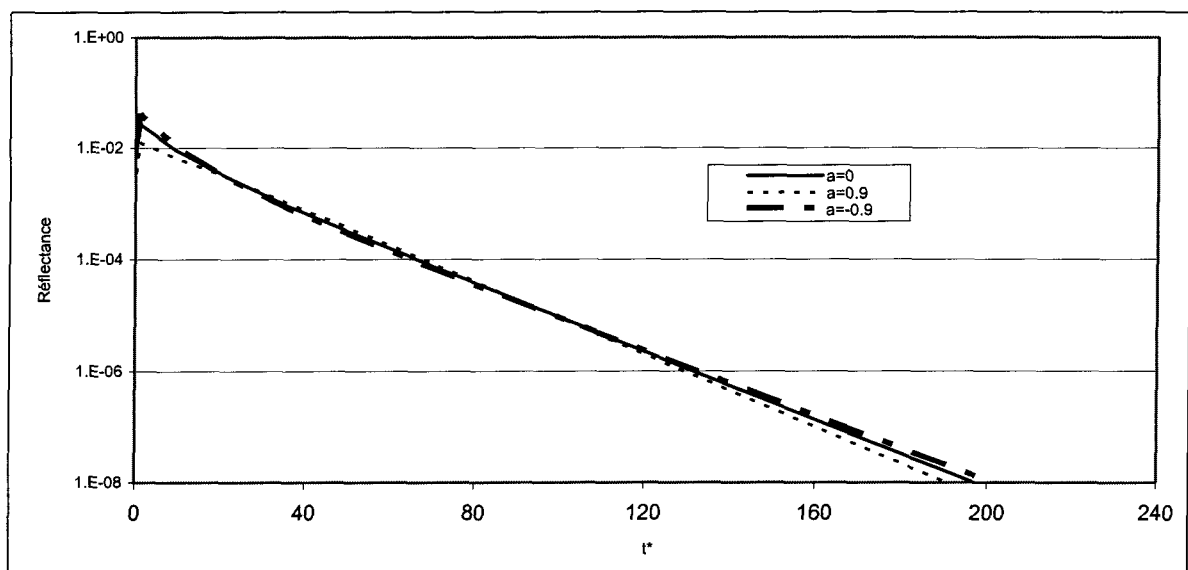


Figure II.4 : L'effet de la fonction de phase sur la réflectance.

$$\sigma_1=700 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_1=300 \text{ m}^{-1}.$$

$$\sigma_3=800 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_2=200 \text{ m}^{-1}.$$

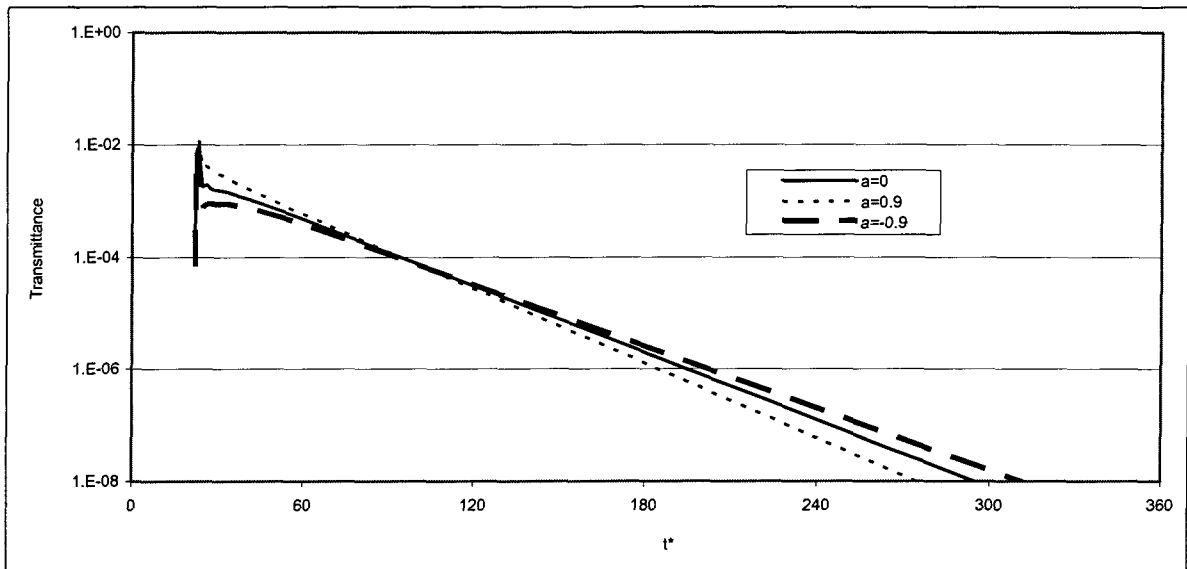


Figure II.5 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_3=920 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=80 \text{ m}^{-1}$.

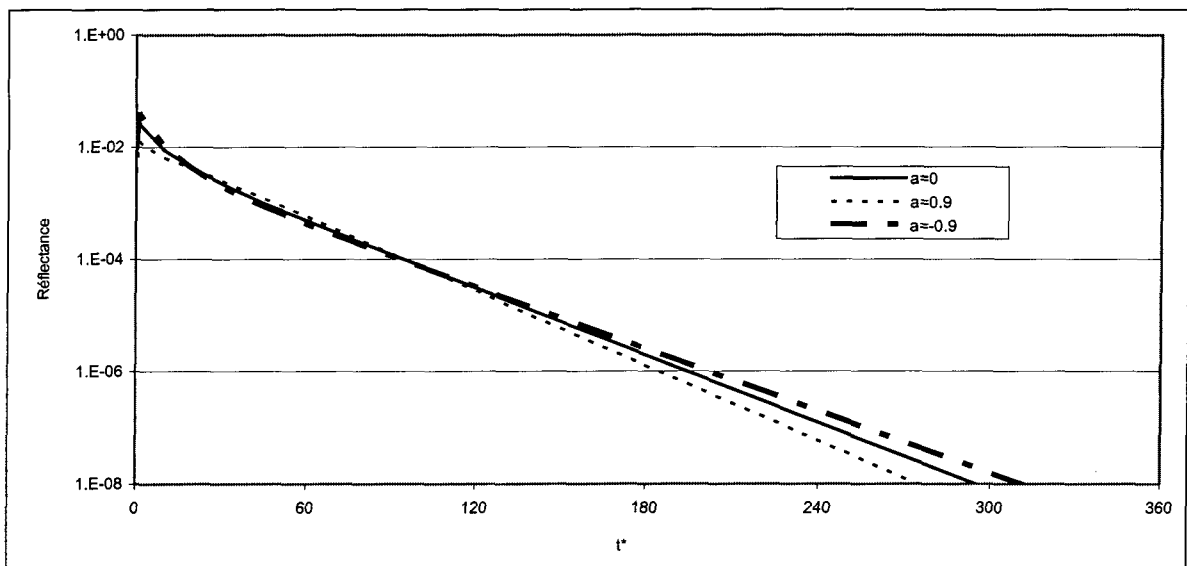


Figure II.6 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_3=920 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=80 \text{ m}^{-1}$.

III. Variation du coefficient d'absorption

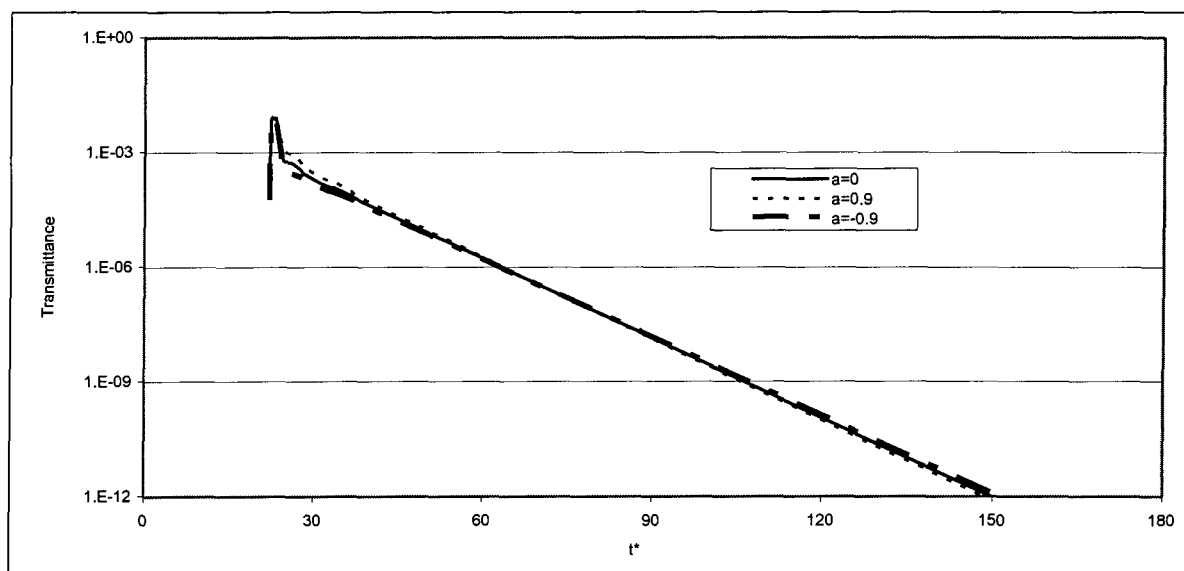


Figure III.1 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.

$$\sigma_1=700 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_1=300 \text{ m}^{-1}.$$

$$\sigma_2=200 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_2=800 \text{ m}^{-1}.$$

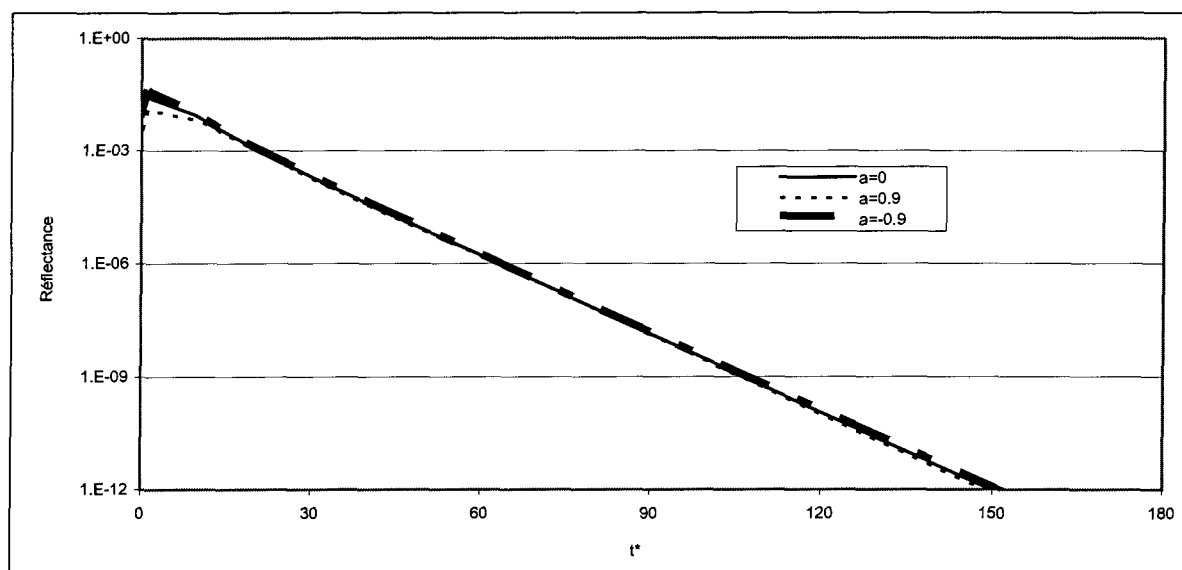


Figure III.2 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.

$$\sigma_1=700 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_1=300 \text{ m}^{-1}.$$

$$\sigma_2=200 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_2=800 \text{ m}^{-1}.$$

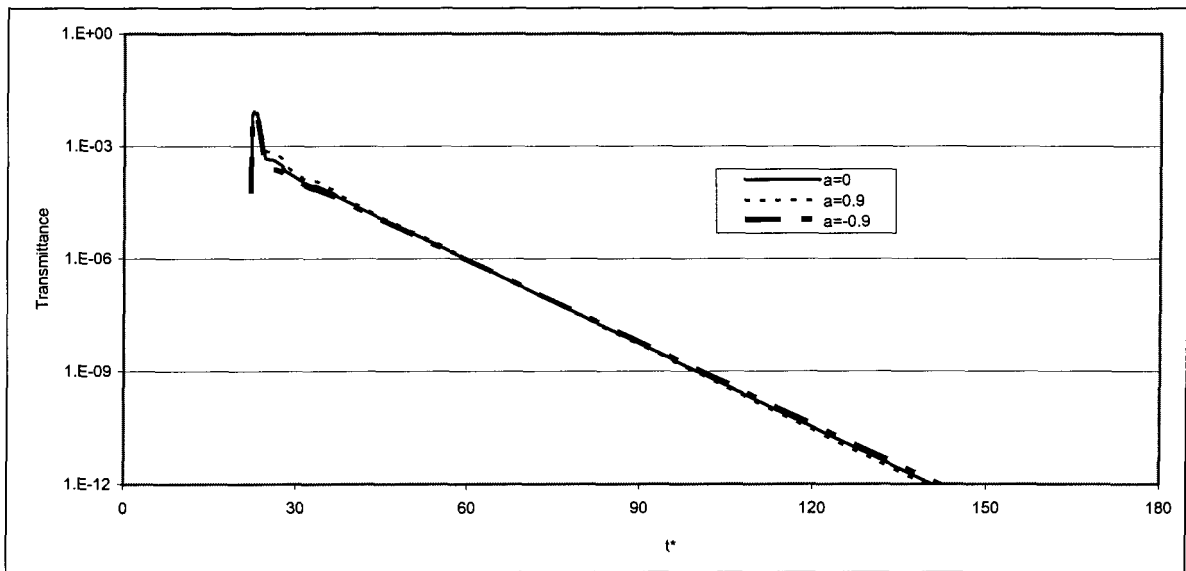


Figure III.3 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_2=20 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=980 \text{ m}^{-1}$.

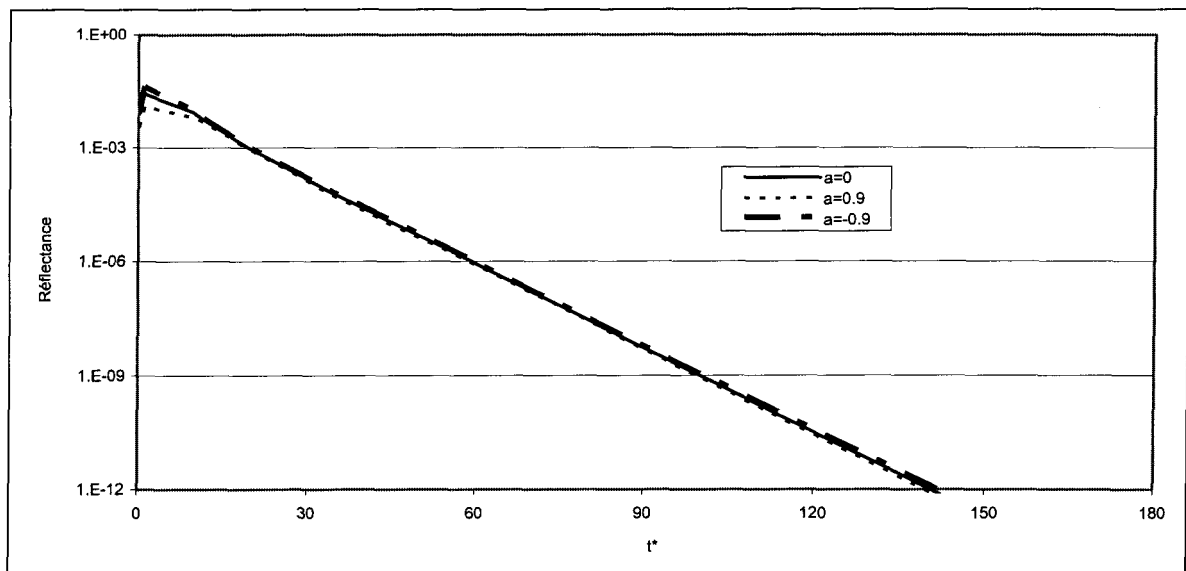


Figure III.4 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $\sigma_1=700 \text{ m}^{-1}$ et $k_1=300 \text{ m}^{-1}$.
 $\sigma_2=20 \text{ m}^{-1}$ et $k_2=980 \text{ m}^{-1}$.

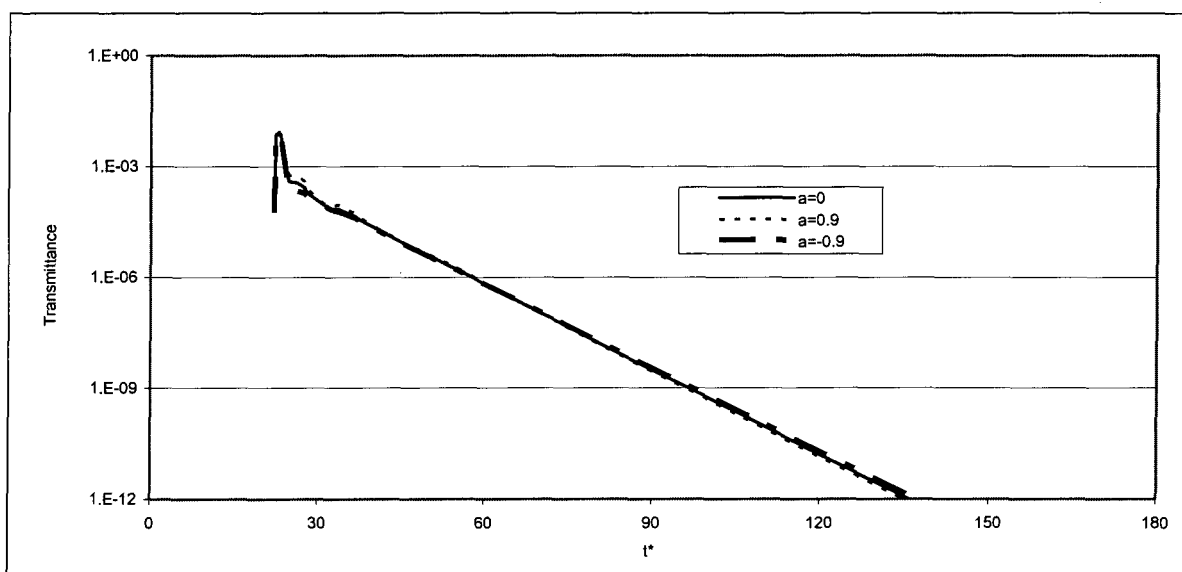


Figure III.5 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.

$$\sigma_1=700 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_1=300 \text{ m}^{-1}.$$

$$\sigma_2=2 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_2=998 \text{ m}^{-1}.$$

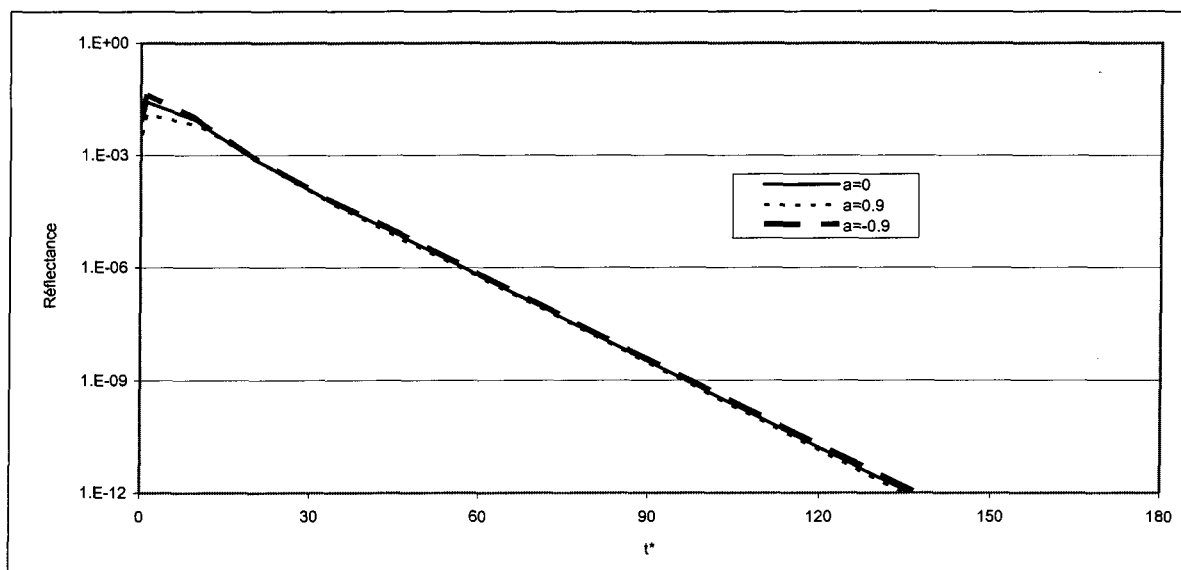


Figure III.6 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.

$$\sigma_1=700 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_1=300 \text{ m}^{-1}.$$

$$\sigma_2=2 \text{ m}^{-1} \text{ et } k_2=998 \text{ m}^{-1}.$$

IV. Déplacement de la couche interne vers la paroi d'incidence

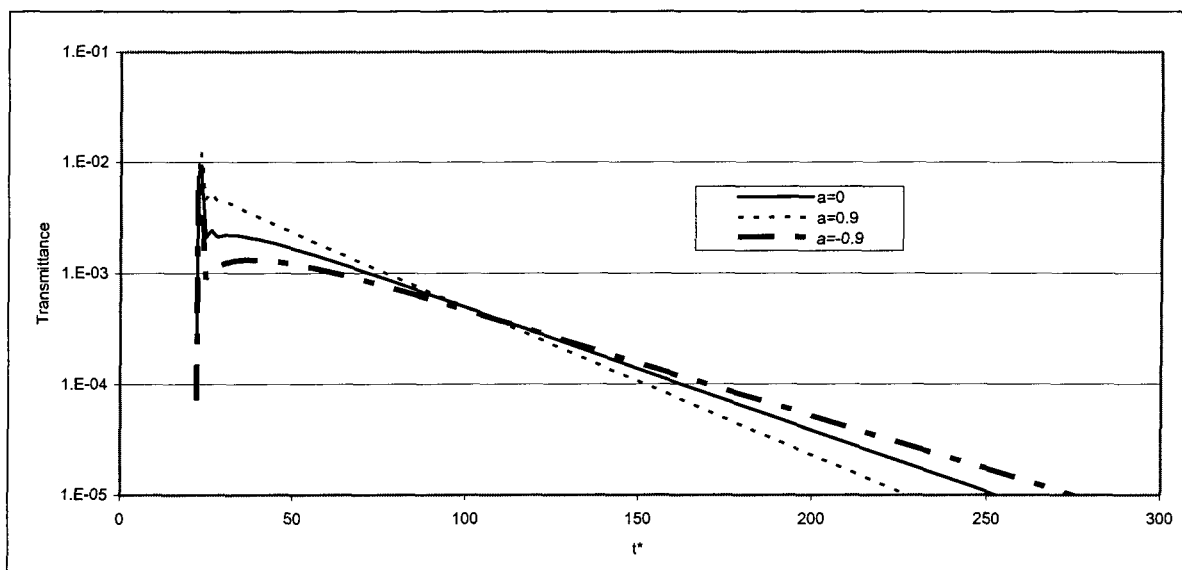


Figure IV.1 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $L_1=0.5$ mm, $L_2=3.5$ mm, $L_3=1$ mm.

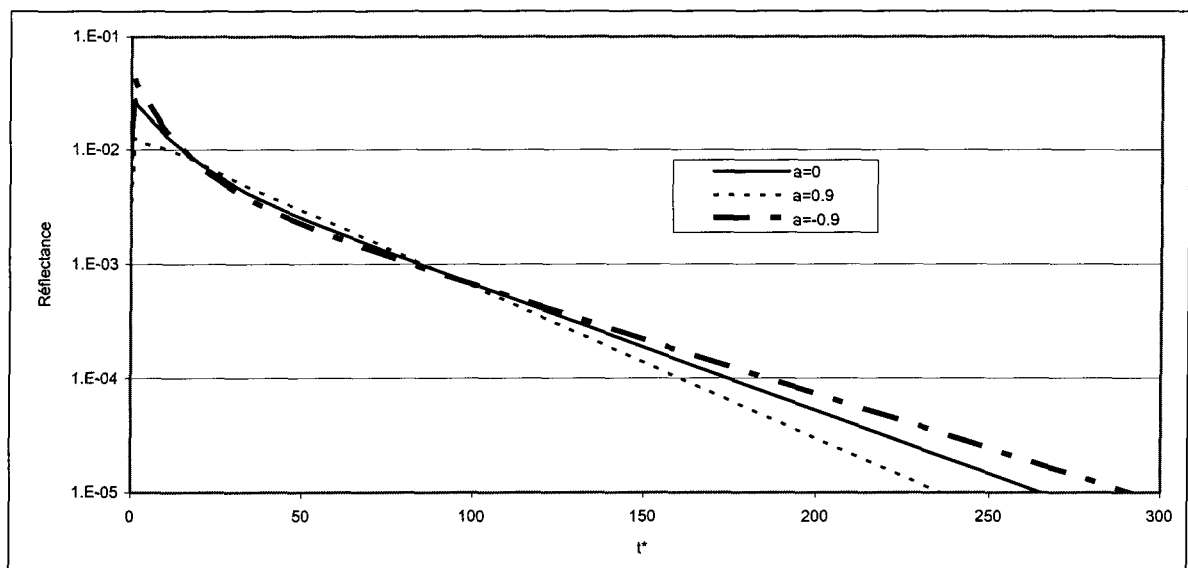


Figure IV.2 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $L_1=0.5$ mm, $L_2=3.5$ mm, $L_3=1$ mm.

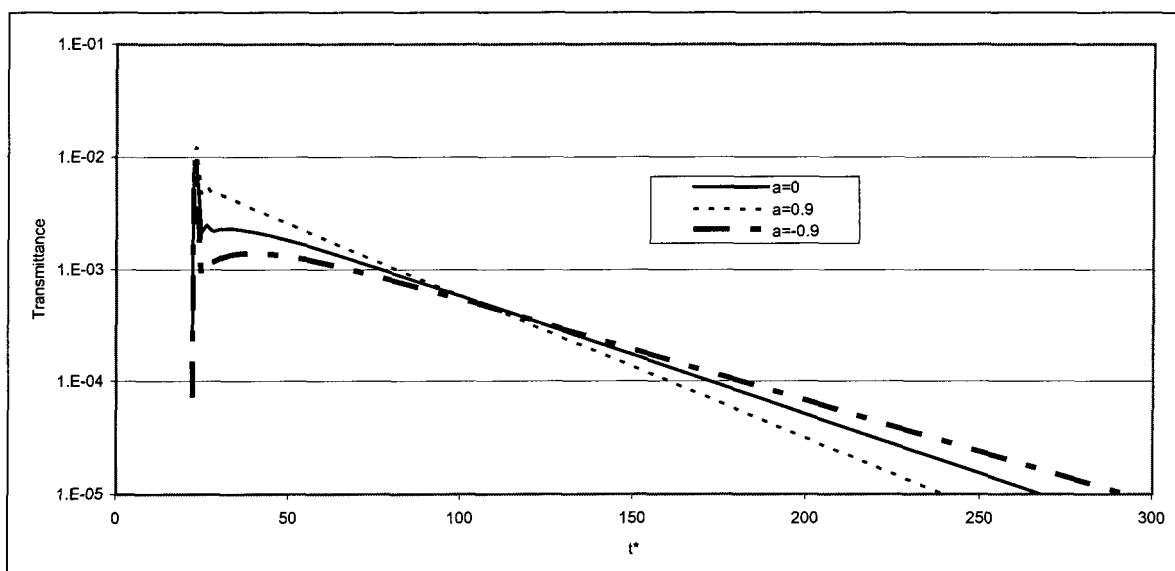


Figure IV.3 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $L_1=0.25$ mm, $L_2=3.75$ mm, $L_3=1$ mm.

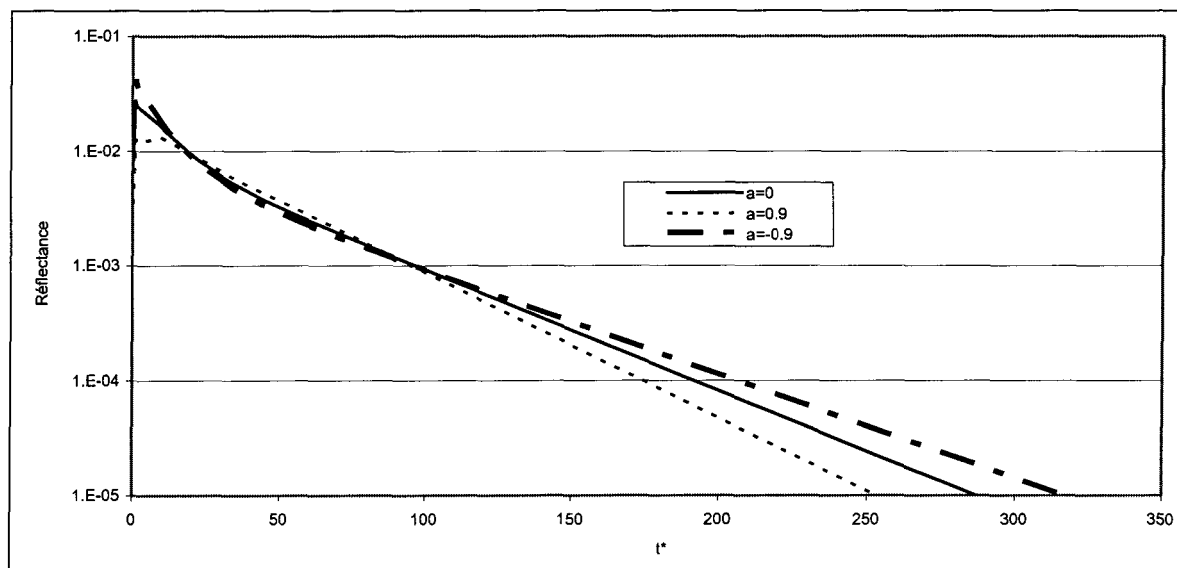


Figure IV.4 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $L_1=0.25$ mm, $L_2=3.75$ mm, $L_3=1$ mm.

V. Déplacement de la couche interne vers la paroi d'émergence

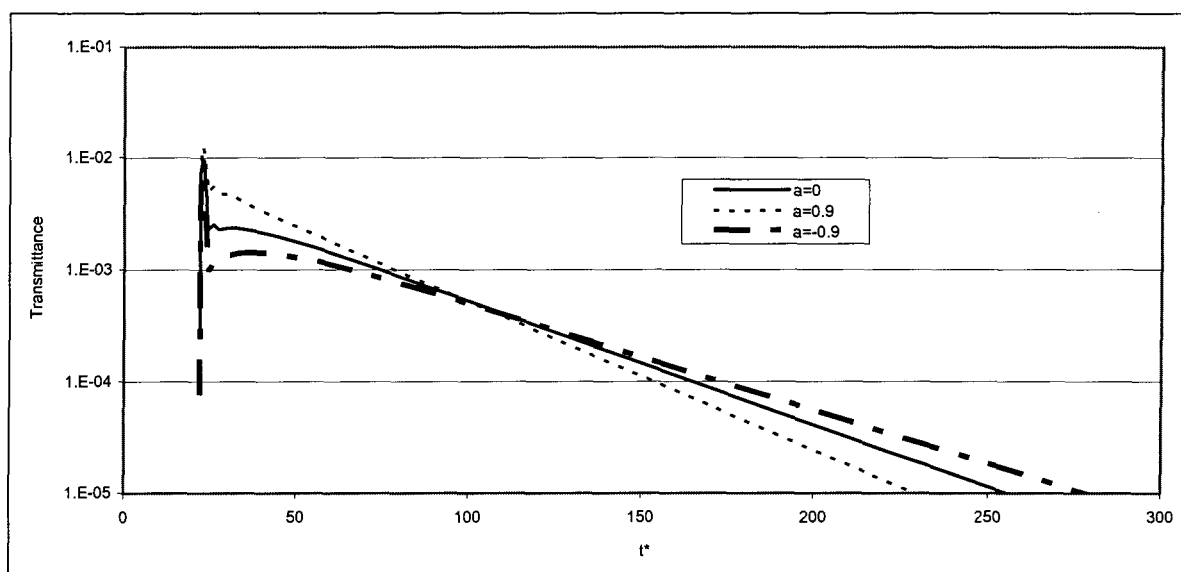


Figure V.1 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $L_1=1$ mm, $L_2=3.5$ mm, $L_3=0.5$ mm.

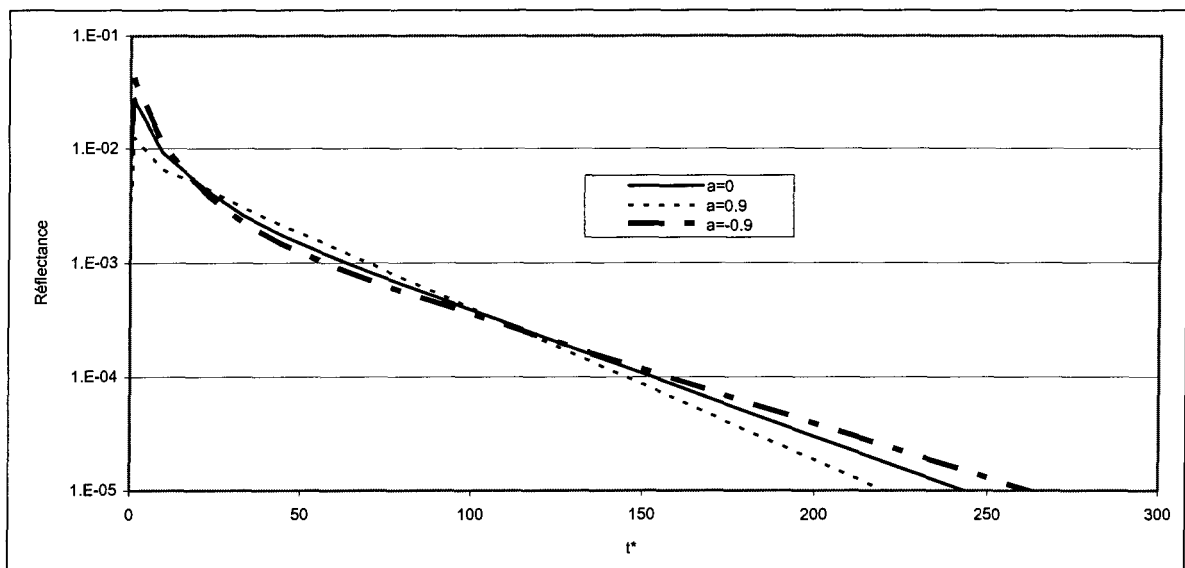


Figure V.2 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $L_1=1$ mm, $L_2=3.5$ mm, $L_3=0.5$ mm.

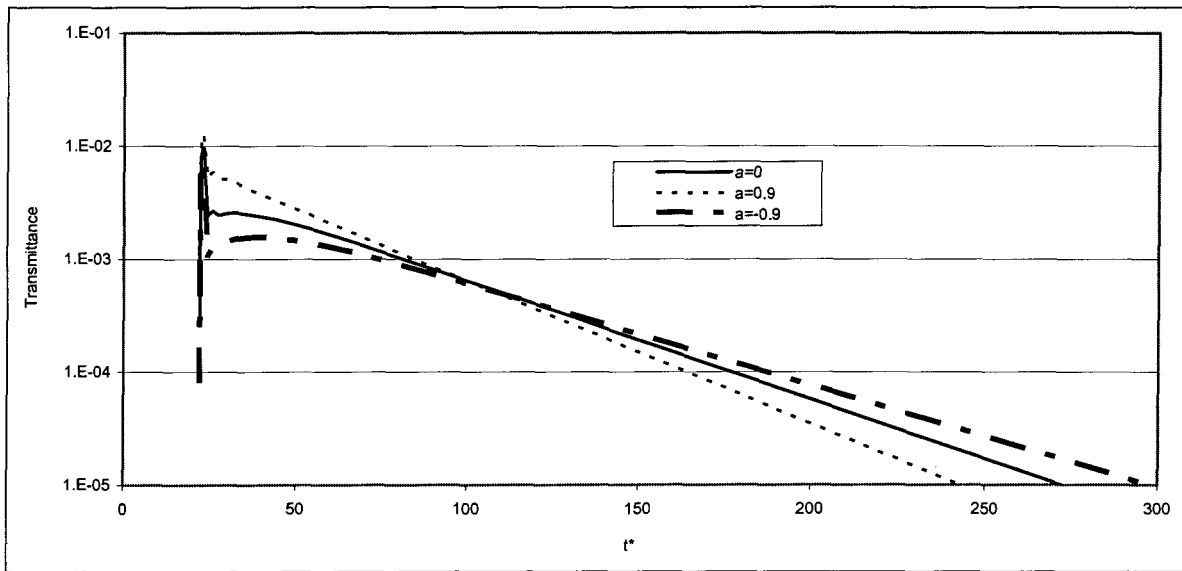


Figure V.3 : Effet de la fonction de phase sur la transmittance.
 $L_1=1$ mm, $L_2=3.75$ mm, $L_3=0.25$ mm.

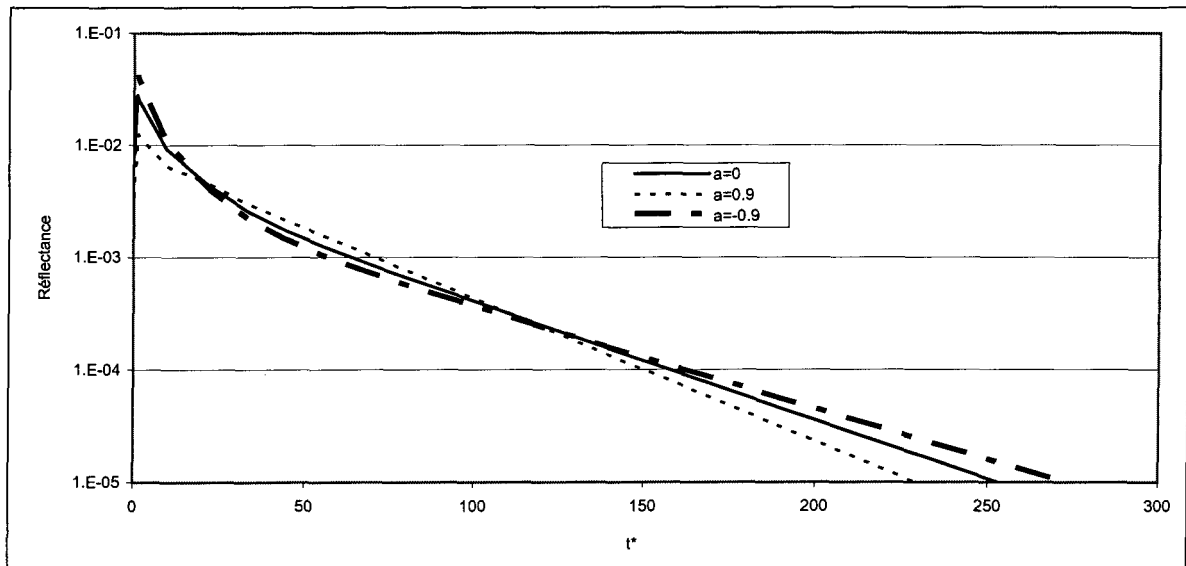


Figure V.4 : Effet de la fonction de phase sur la réflectance.
 $L_1=1$ mm, $L_2=3.75$ mm, $L_3=0.25$ mm.