

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DU DOCTORAT EN INGÉNIERIE**

**PAR  
MESSAOUD TOUMI**

**ÉTUDE ET ANALYSE DE LA STABILITÉ  
DES CAMIONS CITERNES**

**JUILLET, 2008**

**© MESSAOUD TOUMI, 2008**



### Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

*À ma famille*

## Résumé

Le renversement (l'instabilité) des véhicules lourds est un problème important de sécurité routière dans le monde entier. Plusieurs études ont indiqué qu'une proportion significative des accidents des véhicules lourds comporte le renversement. Malgré le progrès réalisé dans le domaine de la stabilité des véhicules lourds, les accidents dus au renversement des véhicules lourds porteurs ou semi-remorques sont omniprésents. En particulier, le renversement des camions citernes qui sont très dangereux à cause de leur architecture très complexe et surtout s'ils transportent des matières dangereuses (TMD).

Les caractéristiques de la performance dynamique et de la stabilité des camions citernes partiellement remplis sont sensiblement influencées par le mouvement de la charge du liquide dans la citerne. La réponse dynamique et la stabilité des camions citernes partiellement remplis sont étudiées, analysées et caractérisées par le développement d'un modèle analytique de ballonnement du liquide et un modèle numérique basé sur les équations complexes de Navier-Stokes. L'analyse des réponses dynamiques des camions citernes est évaluée sous l'excitation de différentes manoeuvres.

La comparaison entre le modèle analytique et le modèle numérique pour des citernes avec et ou sans chicanes est évaluée en termes de décalage de la charge du liquide (déplacement des coordonnées du centre de masse), les forces et les moments dus à la pression du ballonnement du liquide et la variation des moments d'inertie de masse. Plusieurs manoeuvres tant dans le plan latéral que longitudinal, tels que le mouvement dans une courbe, le changement de voie simple et double et le mouvement de freinage sont considérés. Des conditions critiques de remplissage de la citerne ( $\tau = 50 - 75\%$ )

sont choisies pour analyser cette comparaison entre les deux modèles analytique et numérique.

Un modèle de véhicule complet est développé pour étudier le comportement dynamique dans les deux plans latéral et longitudinal sous l'application des excitations latérales et longitudinales. Ce modèle est comparé et validé par le logiciel Trucksim de renommée mondiale dans le domaine de la dynamique des véhicules. Le modèle analytique du ballonnement du liquide est intégré au modèle du véhicule comme un sous-système (système multicorps). Dans cette recherche les deux modèles de véhicules d'unité et articulé sont analysés. Ceci est pour étudier l'impact du décalage de la charge du liquide sur la réponse dynamique des camions citernes partiellement remplis. Les réponses dynamiques des camions citernes sont comparées à celles des véhicules avec charge fixe équivalente. De cette étude, nous pouvons conclure que le mouvement du ballonnement du liquide dans les citernes peu réduire la stabilité du véhicule dans les deux plans latéral et longitudinal et rendre la conduite des camions citernes difficile et dangereuse.

Les résultats de cette recherche, pourraient nous aider à mieux modéliser ce genre de problème complexe. Ceci nous permettra de répondre à quelques interrogations dans le domaine de la sécurité et la stabilité des véhicules lourds, en particulier pour les camions citernes.

## Abstract

The rollover (instability) of the heavy vehicles is a significant problem of road safety in the world. Several studies indicated that a significant proportion of the accidents of the heavy vehicles comprise the rollover. While the development progress made in the stability of the heavy vehicles field, the accidents caused by heavy vehicles or semi-trailers are present. In particular, rollover of truck tanker, which are very dangerous because of their very complex architecture and especially if they transport dangerous goods (TDG).

The stability and dynamic response characteristics of partially-filled tank vehicles are significantly influenced by the movement of the liquid charge within the tank. The dynamic response and stability characteristics of partially-filled tank vehicles are analyzed and characterized through development of an analytical liquid model, and numerical model (based on the complex Navier Stokes equations) for analysis of the vehicle responses to steady and transient maneuvers inputs. The performance potentials of the comparison between the development analytical and the numerical model for tank with and without orifices baffles are evaluated in terms of the load transfer (mass center coordinates change), the forces and moments caused by the liquid pressure slosh and the mass inertia moment variation. Several maneuvers as steady state turning, single step maneuver, double step maneuver and step braking for critical tank fill conditions ( $\tau = 50 - 75\%$ ) are chosen for this analysis comparison, to demonstrate the accurately assumptions posed to derive the analytical model.

A full three-dimensional vehicle model is developed and validated by Trucksim software to study the dynamic comportment (behavior) in lateral and longitudinal planes

under applications of lateral and longitudinal excitations. The analytical liquid model is integrated into the vehicle model as multi-body system. Both a unit vehicle model and articulated vehicle combination model are considered in this study to investigate the impact of liquid shift on the dynamic response of partially-filled tank vehicles. The dynamic characteristics of tank vehicles are compared with those of the equivalent rigid cargo vehicles to demonstrate the destabilizing effects of the liquid load shift. The dynamic responses of tank vehicles are further investigated in view of variations in vehicle maneuvers fill volume, road condition, and tank configuration. From the study, it is concluded that liquid cargo movement within a tank tends to reduce roll stability limits and yaw stability limits of the vehicle. This research, once carried out could help us better modeling this kind of complex problem. This will answer some interrogations in the field of safety and the stability of the heavy vehicles, in particular the truck-tanker.

## Contributions originales de la thèse

Cette recherche porte sur l'étude et l'analyse de la stabilité des véhicules lourds. Les contributions originales peuvent être citées comme suit:

- Développement d'un modèle analytique du ballonnement du liquide basé sur les équations de Navier-Stokes avec des approximations de nature physique;
- Modélisation numérique complexe du ballonnement du liquide basée sur les équations de Navier-Stokes et l'algorithme de volume de fluide (VOF) pour modéliser la forme de la surface libre.
- Développement d'un modèle analytique et numérique pour la modélisation du ballonnement de liquide pour le cas d'une citerne avec des chicanes à orifices;
- Développement d'un modèle de véhicule tridimensionnel complet pour étudier le comportement dynamique du système complexe véhicule-citerne.
- Le modèle analytique du ballonnement du liquide a été intégré dans le modèle du véhicule d'unité et du véhicule articulé complet en tant qu'un sous-système (Système multi-corps);
- Finalement, les résultats nous permettent de conclure que le modèle analytique du ballonnement du liquide développé pourrait aider les concepteurs à mieux représenter le mouvement du liquide et à diminuer le temps de calcul pour obtenir des résultats aussi fiables qu'un modèle complexe.



Parmi les résultats présentés dans cette thèse, certains ont été publiés dans des revues et des conférences nationales et internationales.

## Publications

- ① M. Toumi, M. Bouazara and M. J. Richard. "Analytical and Numerical Analysis of the Liquid Longitudinal Sloshing Impact on a Partially Filled Tank-Vehicle with and without Baffles". *International Journal of Vehicle System Modeling and Testing*. Submitted February, 2008.
- ② M. Toumi, M. Bouazara and M. J. Richard. "Impact of Liquid Sloshing on the Behavior of Vehicles Carrying Liquid Cargo". *European journal of Mechanical Engineering/Solids*. Submitted September, 2007.
- ③ M. Toumi, M. Bouazara and M. J. Richard. "Study of longitudinal liquid Sloshing for Tank-Vehicles with Baffles". *Canadian society for Mechanical Engineering*. Ottawa, Canada, June, 2008.
- ④ M. Toumi, M. Bouazara and M. J. Richard. "Impact of liquid Sloshing on the Vehicle Tank Design". *ICF: International Conference of Fracture*. Algiers, Algeria, June 1-5, 2008.
- ⑤ M. Toumi, M. Bouazara et M. J. Richard. "Modélisation analytique et numérique du ballonnement du liquide des camions citernes". *CANCAM: Canadian Congress of applied Mechanics*. Ryerson University, Toronto, May, 2007.
- ⑥ M. Toumi, M. Bouazara et M. J. Richard. "Effet du mouvement du fluide sur la stabilité des camions citernes". *Compte rendu du 73e congrès de l'Association Canadienne Française pour l'Avancement des Sciences*. Université du Québec à Chicoutimi, Québec, 9-13 mai 2005).

## Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et ma reconnaissance envers mon directeur de recherche monsieur Mohamed Bouazara, professeur au département des sciences appliquées à l'Université du Québec à Chicoutimi, pour les consultations fructueuses qu'il m'a accordées. Son engagement et son intérêt ont constitué une réelle source de motivation. Ma reconnaissance est acquise pour tout ce que j'ai appris à ses côtés; ce fut une chance et un privilège que de pouvoir travailler sous sa direction.

J'exprime aussi ma reconnaissance à monsieur Marc. J. Richard co-directeur et professeur à l'Université Laval à Québec, pour le soutien qu'il m'a apporté en me faisant part de ses expériences, ses conseils judicieux ont été pour moi une aide précieuse.

Je tiens à remercier les professeurs Marie Isabelle Farinas de l'université du Québec à Chicoutimi et Ahmed Rahem du Centre des Technologie de l'Aluminium à Saguenay d'avoir accepté d'examiner cette thèse.

Monsieur Ramdane Younsi Professeur-chercheur sous-octroi de l'université du Québec à Chicoutimi pour son aide et ces conseils judicieux.

Je tiens à exprimer mes plus sincères sentiments à ma femme, Radhia, pour son support et son encouragement. J'exprime également ma gratitude à mes parents, mes filles Kinda et Wissal, mes frères et soeurs, pour leur patience et leur soutien durant toutes mes études.

MESSAOUD TOUMI

*Université de Québec à Chicoutimi, Saguenay Québec*

*Juillet, 2008*

## Table des Matières

<b>Résumé</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract</b>	<b>vi</b>
<b>Contributions originales de la thèse</b>	<b>viii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>x</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Problématique . . . . .	1
1.2 Objectifs et portée de l'étude . . . . .	7
1.3 Méthodologie et organisation du plan de la thèse . . . . .	8
<b>2. Revue de littérature</b>	<b>11</b>
2.1 Facteurs affectant la stabilité des véhicules lourds . . . . .	11
2.1.1 Effet de la vitesse . . . . .	11
2.1.2 Position du centre de masse . . . . .	13
2.1.3 L'emplacement du point d'articulation . . . . .	15
2.1.4 Distribution de la charge . . . . .	16
2.1.5 Caractéristiques de la suspension et du pneu . . . . .	16
2.1.6 Dimension géométrique du véhicule . . . . .	18
2.2 Ballotement du liquide . . . . .	19
2.2.1 Effet du taux de remplissage . . . . .	23
2.2.2 Amplitude de l'accélération . . . . .	25
2.2.3 Géométrie de la citerne . . . . .	26

<b>3. Développement des modèles analytique et numérique du liquide</b>	<b>28</b>
3.1 Introduction . . . . .	28
3.2 Modélisation analytique du ballonnement du liquide . . . . .	29
3.2.1 Décalage latéral de la charge du liquide . . . . .	30
3.2.2 Décalage longitudinal de la charge du liquide . . . . .	36
3.3 Modélisation numérique du ballonnement du liquide . . . . .	44
3.3.1 Choix des paramètres d'analyse . . . . .	49
3.3.2 Discrétisation de la géométrie . . . . .	52
3.4 Effect du maillage et du pas de temps . . . . .	54
3.5 Effet de la viscosité du liquide . . . . .	56
<b>4. Simulation et validation du modèle analytique vs le modèle numérique</b>	<b>59</b>
4.1 Décalage latéral de la charge du liquide . . . . .	59
4.1.1 Mouvement dans une courbe . . . . .	60
4.1.2 Mouvement de changement de voie simple . . . . .	65
4.1.3 Mouvement de changement de voie double . . . . .	70
4.2 Décalage longitudinal de la charge du liquide . . . . .	75
4.2.1 Cas d'une citerne sans chicanes . . . . .	77
4.2.2 Cas d'une citerne avec des chicanes à orifices . . . . .	81
<b>5. Développement du modèle du véhicule</b>	<b>92</b>
5.1 Introduction . . . . .	92
5.2 Cinématique du véhicule . . . . .	93
5.2.1 Système d'axe . . . . .	94
5.2.2 Cinématique de la masse suspendue . . . . .	103
5.2.3 Cinématique de la masse non suspendue . . . . .	107
5.2.4 Cinématique de la sellette . . . . .	111
5.3 Cinétique du véhicule . . . . .	114
5.3.1 Mouvement linéaire . . . . .	115
5.3.2 Mouvement angulaire . . . . .	118
5.3.3 Modèle de suspension . . . . .	123

5.3.4	Modèle du pneu . . . . .	124
5.4	Validation du modèle de véhicule vs Trucksim . . . . .	135
<b>6.</b>	<b>Analyse dynamique du système complet véhicule-citerne</b>	<b>145</b>
6.1	Introduction . . . . .	145
6.2	Critères d'évaluation de la réponse dynamique . . . . .	149
6.3	Réponse dynamique directionnelle du véhicule . . . . .	150
6.3.1	Cas d'un véhicule d'unité . . . . .	154
6.3.2	Cas d'un véhicule articulé . . . . .	160
<b>7.</b>	<b>Conclusions et Recommandations</b>	<b>166</b>
7.1	Conclusions . . . . .	166
7.2	Recommandations . . . . .	170
	<b>Références</b>	<b>172</b>

## Liste des Figures

1.1	Renversement des camions citernes et les dommages associés. . . . .	6
2.1	Types de camions citernes. . . . .	12
2.2	Vue de face du camion citerne . . . . .	17
2.3	Modèle mécanique complexe équivalant pour un réservoir ellipsoïdal. . .	20
2.4	Modélisation du mouvement du liquide par l'approche du pendule. . . .	21
2.5	Modèle de pendule trammel pour une citerne de section elliptique. . . .	25
3.1	Système d'axe lié à la configuration de la citerne. . . . .	30
3.2	Surface libre du liquide sujet d'une accélération latérale $a_y$ . . . . .	32
3.3	Surface libre du liquide sujet d'une accélération latérale $a_y$ et l'angle de roulis $\phi$ . . . . .	33
3.4	Programmation du décalage latéral du liquide avec Simulink. . . . .	35
3.5	Surface libre du liquide sujet à différentes décélérations $a_x$ et taux de remplissage. . . . .	37
3.6	Citerne avec trois compartiments sujet à une décélération. . . . .	39
3.7	Programmation du décalage longitudinal du liquide avec simulink. . . .	40
3.8	Modèle d'une citerne avec chicanes à orifices sujet à une décélération. .	42
3.9	Représentation de la méthode volume de contrôle "VOF". . . . .	46
3.10	Force et moment dus à la pression du liquide. . . . .	50
3.11	Maillage non structuré appliqué sur la citerne. . . . .	53
3.12	Comparaison entre trois différents pas de temps de simulation. . . . .	55
3.13	Comparaison entre trois différents maillage. . . . .	55
3.14	Effet de la viscosité sur le décalage longitudinal de la charge du liquide $x_L$ . . . . .	57
3.15	Effet de la viscosité sur la force de pression longitudinale $F_x$ . . . . .	58
4.1	Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une ma- noeuvre dans une courbe. . . . .	61

4.2	Déplacement latéral du centre de masse $y_L$ .	62
4.3	Déplacement vertical du centre de masse $z_L$ .	63
4.4	Force de pression latérale $F_y$ .	64
4.5	Moment $M_x$ due à la force de pression par rapport à l'origine du système de référence $O$ .	64
4.6	Variation du moment d'inertie $I_{xx}$ .	65
4.7	Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre de changement de voie simple.	66
4.8	Déplacement latéral du centre de masse $y_L$ .	67
4.9	Déplacement vertical du centre de masse $z_L$ .	67
4.10	Force de pression latérale $F_y$ .	68
4.11	Moment $M_x$ due à la force de pression par rapport à l'origine du système de référence.	69
4.12	Variation du moment d'inertie de roulis $I_{xx}$ .	69
4.13	Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre de changement de voie double.	71
4.14	Déplacement latéral du centre de masse $y_L$ .	72
4.15	Déplacement vertical du centre de masse $z_L$ .	73
4.16	Force de pression latérale $F_y$ .	73
4.17	Moment $M_x$ causé par la force de pression par rapport à l'origine du système de référence.	74
4.18	Variation du moment d'inertie $I_{xx}$ .	74
4.19	Décélération d'impulsion à échelon modifié.	76
4.20	Variation moyenne de la coordonnée longitudinale du centre de masse $\Delta x_L$ .	78
4.21	Variation moyenne de la coordonnée verticale du centre de masse $z_L$ .	78
4.22	Variation de la force de pression longitudinale $F_x$ .	79
4.23	Variation moyenne des moments d'inertie principaux de masses.	80
4.24	Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne avec des chicanes à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.25g$ .	82
4.25	Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne avec des chicanes à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.45g$ .	83

4.26	Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans ( <b>Sans compart</b> ) et avec ( <b>Compart</b> ) des chicanes à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.25g$ .	85
4.27	Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans ( <b>Sans compart</b> ) et avec ( <b>Compart</b> ) des chicanes à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.45g$ .	86
4.28	Configuration de la surface libre sujet à une décélération.	87
4.29	Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.	88
4.29	Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.	89
4.29	Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.	90
4.29	Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.	91
5.1	Camion-citerne de type unité et articulé.	95
5.2	Orientation de la masse suspendue définie par les angles d'Euler.	97
5.3	Orientation de la masse non suspendue définie par les angles d'Euler.	100
5.4	Système de coordonnées.	103
5.5	Modèle mathématique du véhicule.	106
5.6	Cinématique de la masse non suspendue.	108
5.7	Vue de face du modèle du véhicule.	110
5.8	Cinématique de la sellette.	112
5.9	Forces et moments appliqués sur le pneu.	125
5.10	Concept de l'ellipse de friction.	126
5.11	Force et moment du pneu caractérisés par les tables du logiciel Trucksim [1].	127
5.12	Modèle du pneu	129



5.13	Dynamique de la roue . . . . .	133
5.14	Paramètres de comparaison entre le modèle développé et le logiciel Trucksim. . . . .	136
5.15	Comparaison entre le modelé développé et Trucksim pour un véhicule d'unité lors d'un mouvement de changement de voie simple. . . . .	140
5.16	Comparaison entre le modelé développé et Trucksim pour un véhicule d'unité lors d'un mouvement de changement de voie double. . . . .	141
5.17	Comparaison entre le modelé développé et Trucksim pour un véhicule articulé lors d'un mouvement de changement de voie simple. . . . .	143
5.18	Comparaison entre le modelé développé et Trucksim pour un véhicule articulé lors d'un mouvement de changement de voie double. . . . .	144
6.1	Intéraction liquide-véhicule. . . . .	147
6.2	Organigramme de la solution du système. . . . .	148
6.3	Mouvement dans une courbe. . . . .	151
6.4	Angle de direction et la trajectoire désirée. . . . .	152
6.5	Influence de l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-d'unité ( $U = 60 \text{ km/h}$ ). . . . .	155
6.6	Influence combinée de la vitesse et l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-d'unité ( $U = 90 \text{ km/h}$ ). . . . .	157
6.7	Influence combiné de la vitesse et l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-d'unité ( $U = 90 \text{ km/h}$ ). . . . .	159
6.8	Influence de l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-articulé ( $U = 60 \text{ km/h}$ ). . . . .	161
6.9	Influences de la vitesse sur la réponse directionnelle du véhicule-articulé ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ). . . . .	163
6.10	Influence combiné de la vitesse et l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-d'unité ( $U = 90 \text{ km/h}$ ). . . . .	165

## Liste des Tableaux

1.1	Nombre de véhicules lourds impliqués dans des accidents mortels. . . .	2
1.2	Nombre de véhicules lourds transportant des matières dangereuses impliqués dans des accidents mortels. . . . .	3
1.3	Véhicules commerciaux impliqués dans des collisions mortelles par type de véhicule. . . . .	4
3.1	Caractéristiques de trois maillages . . . . .	54
3.2	Paramètres physiques. . . . .	56
4.1	Paramètres de la géométrie de la citerne. . . . .	76
4.2	Paramètres physiques. . . . .	76
5.1	Paramètres du véhicule d'unité. . . . .	137
5.2	Paramètres du véhicule articulé. . . . .	138

## Nomenclature

Pour faciliter la compréhension de différentes variables, voici la nomenclature complète.

### Modèle du liquide

$m_l$	: Masse du liquide.
$p$	: Pression du liquide.
$v$	: Vitesse du liquide.
$F$	: Force externe appliquée sur le liquide.
$a_i$	: Accélération ( $i$ ).
$I_{ii}$	: Moment d'inertie ( $ii$ ).
$I_{ij}$	: Produit d'inertie ( $ij$ ).
$(x_L, y_L, z_L)$	: Coordonnées du centre de masse du liquide.
$(a, b)$	: Demi axes de la citerne de section elliptique.
$r$	: Rayon de la citerne de section circulaire.
$L_c$	: Longueur de la citerne .
$h_i$	: Hauteur de la citerne .
$\Delta U$	: Travail de la force de pression du liquide .
$\Delta V_g$	: Énergie potentielle du liquide .
$\Delta T$	: Énergie cinétique du liquide .
$A_i$	: Section de la portion du liquide $i$ .
$\Delta m_i$	: Masse de la portion du liquide $i$ .
$\Delta x_i$	: Déplacement longitudinal de la portion du liquide $i$ .
$\lambda$	: Facteur de compression du volume.
$\mu$	: Viscosité cinématique du liquide.
$\eta$	: Viscosité dynamique du liquide.
$\tau$	: Taux de remplissage.
$\alpha_q$	: Fraction volumique du fluide $q$ .

## Modèle du véhicule

$\phi_{si}$	: Angle de roulis de la masse suspendue ( $i$ ).
$\theta_{si}$	: Angle de tangage de la masse suspendue ( $i$ ).
$\psi_{si}$	: Angle de lacet de la masse suspendue ( $i$ ).
$\phi_{uj}$	: Angle de roulis de la masse non suspendue ( $j$ ).
$m_{si}$	: Masse suspendue ( $i$ ).
$m_{Li}$	: Masse du liquide ( $i$ ).
$m_{uj}$	: Masse non suspendue ( $j$ ).
$V_{si}$	: Vitesse du centre de masse de la masse suspendue ( $i$ ).
$U_i$	: Vitesse longitudinale de la masse suspendue ( $i$ ).
$V_i$	: Vitesse latérale de la masse suspendue ( $i$ ).
$W_i$	: Vitesse verticale de la masse suspendue ( $i$ ).
$a_{si}$	: Accélération de la masse suspendue ( $i$ ).
$a_{Li}$	: Accélération du liquide par rapport à la masse suspendue ( $i$ ).
$a_{uj}$	: Accélération de la masse non suspendue ( $j$ ).
$\omega_{si}$	: Vitesse angulaire du centre de masse de la masse suspendue ( $i$ ).
$p_i$	: Taux de roulis de la masse suspendue ( $i$ ).
$q_i$	: Taux de tangage de la masse suspendue ( $i$ ).
$r_i$	: Taux de lacet de la masse suspendue ( $i$ ).
$pu_j$	: Taux de roulis de la masse non suspendue ( $j$ ).
$(I_{x_{si}}, I_{y_{si}}, I_{z_{si}})$	: Moments d'inertie principaux de la masse suspendue ( $i$ ).
$(I_{x_{Li}}, I_{y_{Li}}, I_{z_{Li}})$	: Moments d'inertie principaux du liquide ( $i$ ).
$(I_{x_{uj}}, I_{y_{uj}}, I_{z_{uj}})$	: Moments d'inertie principaux de la masse non suspendue ( $j$ ).
$I_{xz_{si}}$	: Produit d'inertie de la masse suspendue ( $i$ ).

$S_i$	:	Distance entre la suspension et la ligne centrale du véhicule ( $i$ ).
$T_i$	:	Distance entre la roue et la ligne centrale du véhicule ( $i$ ).
$d_i$	:	Distance séparant deux pneus en combinaison.
$h_{cg}$	:	Hauteur du centre de masse de la masse suspendue ( $i$ ).
$z_{uj}$	:	Distance entre le centre de masse de l'axe ( $j$ ) et la masse suspendue ( $i$ ).
$L_c$	:	Longueur de la citerne .
$(x_L, y_L, z_L)$	:	Coordonnées du centre de masse du liquide.
$H_{rj}$	:	Hauteur du centre de roulis de l'axe ( $i$ ).
$z_{rj}$	:	Distance entre le centre de roulis et la masse suspendue ( $i$ ).
$x_{uj}$	:	Distance longitudinale entre l'axe ( $j$ ) et la masse suspendue ( $i$ ).
$F_{si}$	:	Force de la suspension ( $i$ ).
$F_{syj}$	:	Force latérale de la suspension appliquée au centre du roulis ( $j$ ).
$F_{wi}$	:	Force du pneu ( $i$ ).
$M_{Ti}$	:	Moment d'alignement du pneu ( $i$ ).
$K_{\phi j}$	:	Moment auxiliaire de roulis de l'axe ( $j$ ).
$\delta$	:	Angle de direction.
$\alpha$	:	Angle de glissement du pneu.
$\lambda$	:	Taux de glissement longitudinal du pneu.
$deg$	:	Degree.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Problématique

Le problème de la stabilité des véhicules a été le sujet de plusieurs études depuis un certain nombre d'années. La croissance de l'industrie du camionnage et les nouvelles conceptions des véhicules lourds, ont ramené de nouvelles questions en ce qui concerne la sûreté et l'analyse des accidents. Cependant, malgré le progrès réalisé dans ce domaine, le problème de l'instabilité est omniprésent. La perte de contrôle des véhicules lourds peut être liée à un certain nombre de facteurs comprenant la vitesse, les conditions de la charge transportée, le volume de trafic et la conception géométrique des routes. Quoique des règlements de trafic et les normes du véhicule aient été mis en application dans un effort de réduire le nombre d'accidents, les statistiques indiquent que le problème des accidents dus au renversement des véhicules lourds porteurs ou semi-remorques sont toujours présents. Selon leurs nombres sur la route et la distance parcourue, les véhicules lourds tracteur remorque, véhicule d'unité, et d'autres pesant plus de  $5000kg$  ont des taux d'accidents mortels plus élevés comparativement aux véhicules de passagers [2]. Les statistiques recueillies par l'étude de l'administration nationale de la sécurité routière (NHTSA, 1996 – 2000) [3] montrent que les véhicules articulés étaient les véhicules les plus impliqués dans des accidents mortels tel qu'illustré par le tableau (1.1).

Tableau 1.1: Nombre de véhicules lourds impliqués dans des accidents mortels.

Configuration du véhicule	1994	1995	1996	1998	1999	2000
Camion d'unité	1405	1346	1377	1420	1483	1519
Camion d'unité plus remorque	192	160	207	210	224	222
Tracteur (Bobtail)	117	135	164	135	130	123
Tracteur plus remorque	2799	2667	2943	3094	3159	3164
Tracteur plus deux remorques	164	176	178	164	151	162
Autres combinaisons	21	31	30	47	36	38
Inconnu	94	113	105	128	50	321
<b>Total</b>	<b>4792</b>	<b>4628</b>	<b>5004</b>	<b>5198</b>	<b>5233</b>	<b>5549</b>

Aux États-Unis, chaque jour, il y a plus de 800,000 expéditions de matériaux dangereux par véhicules terrestres. Dans une période de dix ans (1991 à 2000), les véhicules lourds ont été impliqués dans 48229 accidents mortels, 4.2% étaient des véhicules transportant des matières dangereuses [4]. Le tableau (1.2) représente le nombre des véhicules lourds transportent des matières dangereuses impliqués dans des accidents mortels de 1991 à 2000. Le transport des liquides inflammables représente presque la moitié des ces marchandises dangereuses transportées et l'essence représente 45% du liquide transporté [4]. La différence du volume des accidents, enregistrée entre le transport de la matière dangereuse et non dangereuse peut être en partie expliquée par les caractéristiques des liquides inflammables transportés :

- Dans la majorité des véhicules lourds impliqués dans des accidents mortels, 67% étaient causés par des camions citernes.
- Dans des accidents non mortels, 69% des véhicules lourds transportent de la matière dangereuse (TMD). Par contre, seulement 4% des véhicules lourds transportent d'autres charges.

- Le renversement était la cause dans 12% des accidents impliquant des véhicules lourds transportant de la matière dangereuse.
- Le feu était présent dans 14% des cas d'accidents mortels avec véhicules lourds transportant (TMD) et 4% dans le cas où la matière transportée n'est pas dangereuse.

Tableau 1.2: Nombre de véhicules lourds transportant des matières dangereuses impliqués dans des accidents mortels.

Année	Total	Véhicules transportant de la matières dangereuses	Pourcentage
1991	4404	198	4.5%
1992	4175	202	4.8%
1993	4451	175	3.9%
1994	4795	212	4.4%
1995	4631	180	3.9%
1996	5004	229	4.6%
1997	5130	202	3.9%
1998	5198	222	4.3%
1999	5233	197	3.8%
2000	5549	215	4.1%

Le tableau (1.3) représente un sommaire des statistiques extraites à partir du rapport produit par Transport Canada en 1997 [5]. Le rapport indique clairement que les véhicules lourds occupent presque 30.7% du volume des collisions enregistrées.



Tableau 1.3: Véhicules commerciaux impliqués dans des collisions mortelles par type de véhicule.

Type de véhicule	1992	1993	1994	1995	1996
Autobus	46	37	43	31	39
Camion d'unité	184	212	197	163	167
Tracteur semi remorque	295	343	328	346	294
Véhicules commerciaux	525	592	568	540	500
<b>Total</b>	<b>1032</b>	<b>1191</b>	<b>1142</b>	<b>1073</b>	<b>958</b>

En 2002, la société de l'assurance automobile du Québec a enregistré 38390 accidents corporels de véhicules routiers. Ceci représente une augmentation de 6.9% par rapports à 2001 et 9.7% comparativement à la moyenne des 5 années précédentes. Ces accidents ont généré 54058 victimes, soit 7.8% de plus qu'en 2001. Parmi ces victimes, 703 sont décédées (15.2% de plus), 5448 sont blessées grièvement (7.6% de plus) et 47937 blessées légèrement (7.7% de plus). Les poids lourds et tracteurs routiers ont été impliqués dans 12762 accidents [6]. Une étude développée à l'université du Nouveau Brunswick financée par Transport Canada a abordé plusieurs facteurs liés à la fréquence de l'occurrence des collisions des camions [7]. Dans cette étude, le renversement était l'événement le plus fréquent dans les accidents rapportés. Trente trois (33) sur cinquante cinq (55) accidents analysés pendant l'étude ont fini par le dérapage de véhicule. Dans quinze (15) de ces cas le renversement était le facteur initial. Dans quatre (4) cas c'était un facteur secondaire suivant un impact avec un autre véhicule. Quatorze (14) autres renversements se sont produits, causés par la sortie du véhicule de la route. Dans la majorité des cas de renversement, la vitesse excessive était le facteur de contribution principal pour le renversement de véhicule. En ce qui concerne la courbure horizontale des routes, il est intéressant d'examiner l'effet de la vitesse du véhicule sur le comportement dynamique des camions lourds. Il y a une proportion

élevée d'accidents dans lesquels la vitesse est un facteur significatif. Selon la vitesse du véhicule, plusieurs paramètres dynamiques peuvent également changer d'un véhicule à l'autre.

En conséquence, la valeur de ces paramètres par rapport à la configuration du véhicule, au type de cargaison et aux caractéristiques géométriques de la route peuvent donner plus de connaissance au sujet de la circulation des camions lourds. Les statistiques démontrent qu'une grande proportion des accidents impliqués par les véhicules lourds sont associés au renversement comme facteur primaire causant l'accident [3, 4, 5]. Bien que des concepteurs de route soient préoccupés par la circulation des camions lourds, il reste un certain nombre de défis pour faciliter le trafic des camions citernes. Par exemple, les normes de conception des routes canadiennes sont basées sur la rapidité de conception, le type et l'état du trottoir. Cependant, les différentes configurations de véhicule roulant à la même vitesse peuvent avoir un comportement sensiblement différent sur la route selon leurs poids, dimensions et la charge transportée. Le centre de gravité élevé et le mouvement du liquide dans la cargaison ont placé les camions citernes dans une catégorie à très haut risque sur les chaussées. La conception géométrique des récipients de réservoir (elliptiques, cylindrique etc.), la présence des cloisons dans les diverses configurations, les différents types de suspensions et le taux de remplissage de la citerne ont une grande influence sur la stabilité (renversement) des camions citernes pour des manœuvres qui sont en générales sûres pour des camions avec une charge fixe. Par conséquent, l'exécution des manœuvres et la sûreté des véhicules lourds devraient être aussi bonnes que pour d'autres véhicules. Malheureusement, malgré les progrès réalisés dans ce domaine, ce n'est pas le cas généralement en raison de certaines caractéristiques de conception mentionnées ci-dessus et de mouvement complexe du liquide qui est un facteur dominant pour la stabilité. Les conséquences des accidents sont particulièrement critiques quand elles sont associées aux dommages humains graves et

aux pertes économiques considérables. Si l'accident fait déverser une charge toxique de son récipient, l'environnement dans l'ensemble peut être endommagé et menacé telle que témoigne la figure (1.1).

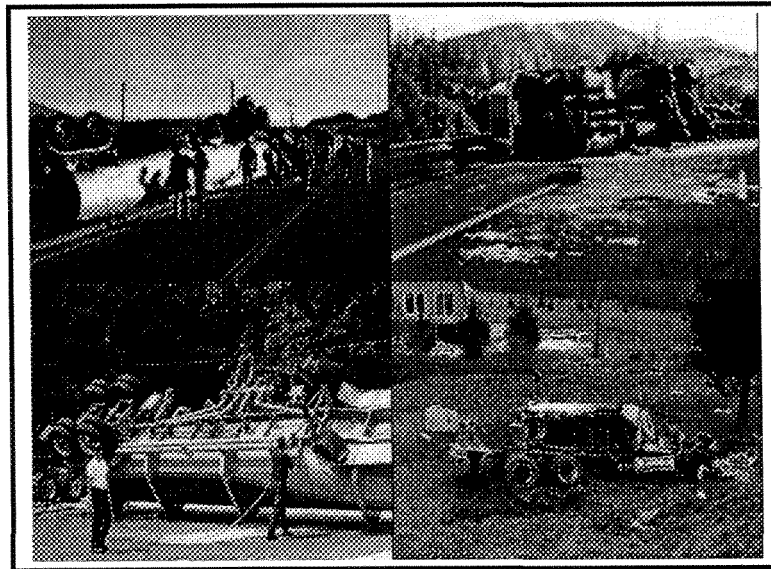


Figure 1.1: Renvoiement des camions citernes et les dommages associés.

Les mouvements propres de la charge du liquide interagissent de façon complexe avec ceux du véhicule et peuvent dégrader la tenue de route et la sécurité. Entre autres, les difficultés de contrôle, l'imprécision de la trajectoire, le risque d'un violent à-coup en fin de freinage qui peut faire avancer le véhicule dans un deuxième temps après l'instant d'arrêt par effet retardateur. Les interactions véhicule-liquide dépendent principalement du taux de remplissage des citernes. Ceci peut éventuellement varier au cours des tournées de livraison et rend donc le comportement peu prévisible par le conducteur. La torsion des châssis plateau de ces véhicules contribue également à une mauvaise sensation du conducteur, à la dégradation des performances et à la diminution de l'efficacité d'un éventuel moyen de correction. Les mouvements propres du liquide interagissent de façon complexe avec ceux du véhicule et peuvent dégrader la tenue de route et la sécurité. Des efforts supplémentaires doivent être consacrés en recherche pour améliorer la stabilité des véhicules lourds. En particulier, les camions citernes

transportant des liquides (des matières inflammables ou des matières dangereuses) en raison de la sûreté sérieuse, du coût et des implications environnementales des accidents de renversement. Donc, la sûreté du transport est une question extrêmement importante pour assurer la croissance continue du transport par camion.

## 1.2 Objectifs et portée de l'étude

Les travaux antérieurs ont été basés sur des hypothèses telles que des conditions de charge fixe ou des modèles approximatifs pour modéliser le mouvement du liquide. Le comportement des camions citernes partiellement remplis, indépendamment des facteurs de conception du véhicule, tels que le poids, les dimensions, les propriétés de la suspension et du pneu, dépend fortement des interactions uniques entre la charge du liquide dans la citerne mobile et le véhicule. Les forces et les moments résultants des manoeuvres de direction et de freinage peuvent causer des variations considérables de la charge. Ces mouvements ont pour résultat une diminution significative de la stabilité. Cette recherche complexe s'inscrit bien dans ce cadre afin d'améliorer la sécurité et la stabilité des camions citernes. Une contribution importante à la littérature devrait mesurer la stabilité des camions dans des conditions de charge différentes, en termes de la répartition de la charge du liquide, avec un modèle complet et simple. Ceci modélise les effets des efforts statiques et dynamiques exercés par le liquide en mouvement dans la citerne sur le véhicule, connu sous l'expression : étude du ballant liquide. Les résultats pourraient être employés non seulement dans la planification et la conception de l'infrastructure de la route, et donnerait également plus de connaissance relative au rapport entre les normes géométriques de conception de la chaussée et de la réponse dynamique des camions citernes. Ceci pourrait être un moyen efficace pour l'amélioration de la sécurité routière et ainsi réduire les accidents mortels.

Notons tout d'abord que, l'étude de la dynamique des véhicules pourrait être

orientée vers d'autres objectifs : le confort, la qualité de service, la compétition, etc.. L'objectif principal de cette recherche est d'analyser les facteurs qui causent l'instabilité des camions citernes. Ceci aura comme résultat de contribuer à établir des normes pour réduire le nombre d'accidents causés par l'instabilité. Pour atteindre cet objectif principal, nous visons les objectifs spécifiques suivants:

- Développer un modèle analytique hybride complet qui modélise les effets des efforts statiques et dynamiques exercés par le liquide en mouvement dans la citerne sur le comportement du véhicule (étude du ballant liquide).
- Combiner le modèle du liquide avec le comportement du reste du véhicule (Modèle Véhicule-Liquide).
- Étudier l'influence des caractéristiques de la route et du véhicule sur la réponse dynamique du système complet (Véhicule-Citerne).
- Analyser et étudier la stabilité et la résistance au renversement.

### **1.3 Méthodologie et organisation du plan de la thèse**

La méthodologie pour aborder cette recherche complexe est répartie sur les six chapitres suivants.

Dans le premier chapitre, l'évaluation détaillée des statistiques d'accidents causés par les véhicules lourds a été étudiée.

Le deuxième chapitre présente une revue de littérature qui sera répartie en deux parties. La première partie, aborde d'une façon générale les facteurs les plus importants qui influencent la stabilité et causent le renversement des véhicules lourds. La deuxième partie, rassemble les études antérieures qui abordent la problématique du ballonnement du liquide dans les camions citernes. Une synthèse des modèles existants

qui modélisent ce genre de problème complexe et non linéaire sera analysée. Cette analyse nous permettra d'éclaircir les difficultés de cette problématique et de proposer la méthodologie appropriée.

Le troisième chapitre sera consacré à la modélisation du ballottement du liquide. La modélisation est basée sur les équations complexes et non linéaires de Navier-Stokes. Un modèle analytique hybride est développé. Ce modèle est développé en imposant certaines hypothèses de nature physique sur les équations de Navier-Stokes. Afin de vérifier la validité de ces hypothèses, le modèle analytique développé est comparé à un modèle numérique complexe. Le modèle numérique est simulé avec le logiciel Fluent réputé dans le domaine de la simulation des écoulements multiphasiques.

Le quatrième chapitre présentera les résultats de la comparaison entre les deux modèles analytique et numérique. Nous nous intéressons principalement au comportement du mouvement du liquide dans la citerne, sujet aux différentes manoeuvres de direction et de freinage. Cette comparaison est en terme de décalage de la charge du liquide soit: les forces et les moments causés par la pression du liquide sur la citerne.

Le cinquième chapitre sera consacré au développement du modèle du véhicule d'unité et articulé. Un modèle tridimensionnel complet est développé. Ce modèle sera comparé et validé avec le logiciel Trucksim. Ce logiciel est de renommé international dans le domaine de la dynamique du véhicule. Le couplage du modèle analytique du liquide développé dans cette étude avec le véhicule sera intégré comme un sous système en se basant sur le principe du multi-corps.

Au sixième chapitre, les résultats de l'analyse du système complet véhicule-liquide sont présentés.

Finalement, les conclusions générales ainsi que les recommandations sur les travaux futurs sont présentées au septième chapitre.

## Chapitre 2

### Revue de littérature

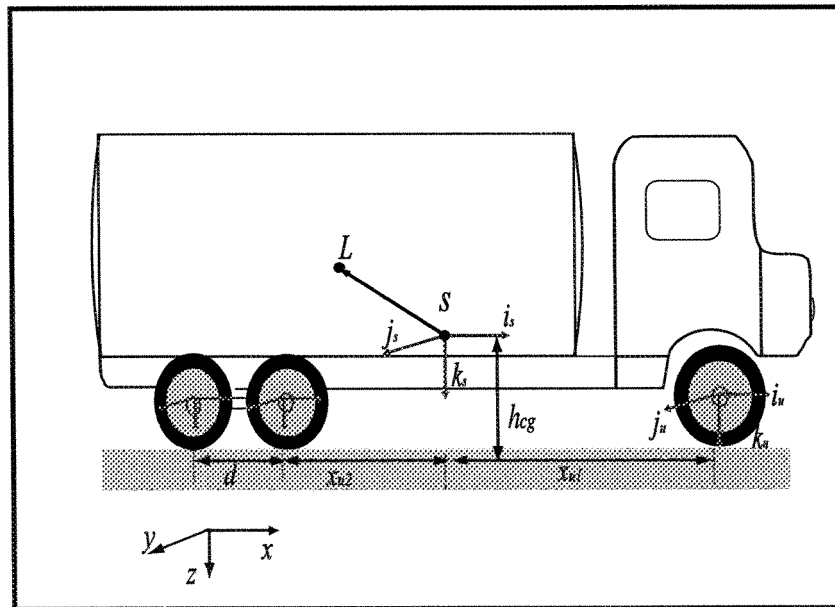
#### 2.1 Facteurs affectant la stabilité des véhicules lourds

Cette section présente une courte description des facteurs les plus importants qui affectent la réponse du comportement dynamique des véhicules lourds en particulier, les véhicules d'unité et articulé représentés par la figure (2.1).

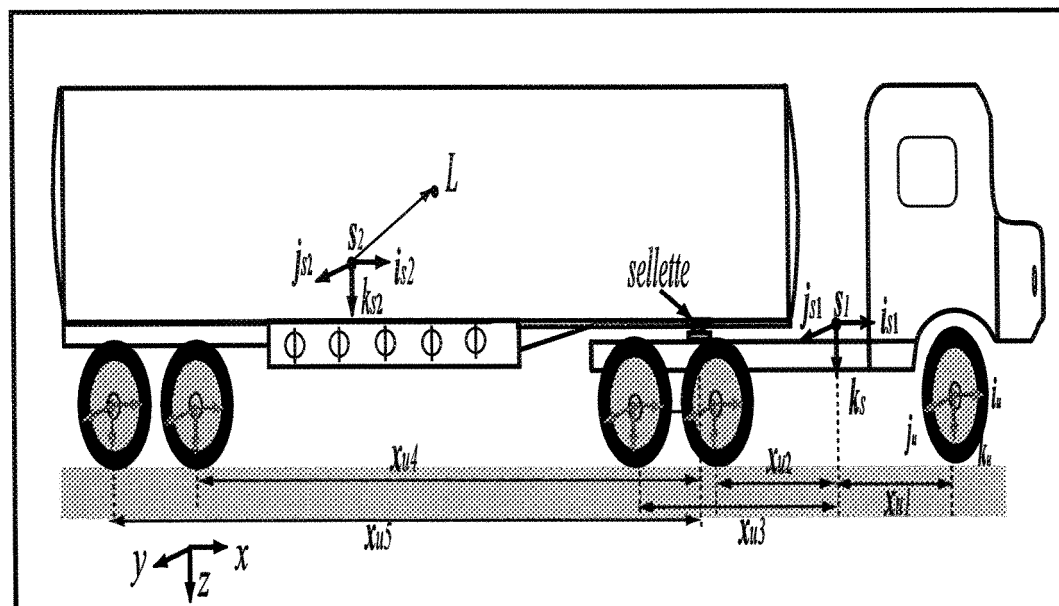
##### 2.1.1 Effet de la vitesse

Le comportement des véhicules est sensiblement influencé par la vitesse. La réponse dynamique des véhicules lourds, telle que l'accélération latérale, pour un angle de direction donné et la performance de freinage, dépend directement de la vitesse. C'est un facteur important pour caractériser le comportement dynamique des véhicules. En outre, la variation de la vitesse est influencée par le poids, les dimensions du véhicule, et l'état de la géométrie de la route. Donc, la manipulation et les caractéristiques de stabilité seront différentes selon le type du véhicule. Le seuil de renversement de la majorité des véhicules touristiques en terme d'accélération latérale est supérieur à  $a_y = 1.5 g$  ( $g$ : accélération de la pesanteur) [8]. Pour les camions légers et les mini fourgonnettes, le seuil se situe entre  $0.8 g$  et  $1.2 g$  [9, 10]. Pour les véhicules lourds, la limite est moins que  $0.5 g$ . Cependant, pour les camions citerne, cette limite est





a) Type unité



b) Type articulé

Figure 2.1: Types de camions citernes.

inférieure. Le seuil dépend de plusieurs facteurs tels que la forme de la citerne et le taux de remplissage. D'ailleurs, en connaissant les amplitudes des accélérations latérales maximales et les vitesses auxquelles elles se produisent, nous pourrions déterminer les limites de la stabilité de renversement. Ceci nous permet de fixer les limites de vitesse pour des réservoirs de sections connues.

### 2.1.2 Position du centre de masse

La position du centre de masse a un effet significatif sur le comportement dynamique des véhicules, car les forces et les moments produits dépendent fortement de la position du centre de masse par rapport aux axes du véhicule. Dans le cas des véhicules lourds l'analyse est plus compliquée lorsqu'on ajoute les combinaisons des remorques. Quand une remorque est attachée à l'unité de remorquage, les forces transmises par le point d'articulation doivent être supportées par le châssis et les pneus du tracteur. Ainsi, le décalage de la sellette produit des forces et des moments supplémentaires. Le transfert dynamique de la charge influence directement la performance du système de freinage [11, 12, 13, 14]. Pour un véhicule ayant son centre de masse plus près de l'axe avant, l'effet d'une force latérale agissant au centre de masse génère une force de réaction plus grande qu'aux roues arrières. Puis, les angles de glissement des roues avants seront plus grands que la réaction des roues arrières, et par conséquent le véhicule tournera autour de l'axe de lacet  $Z$ . Dans ce cas, la force centrifuge opposée à la force latérale contribue à la stabilisation du véhicule lorsque la force latérale cesse d'agir en réduisant les angles de glissement des roues avants. Par contre, si le centre de masse est situé plus près de l'axe arrière, sous l'action d'une force latérale au centre de masse, les forces produites aux roues arrières sont plus grandes qu'aux roues avants; en outre, les angles de glissement seront plus grands aux roues arrières. Dans ce cas, si l'effet de la force latérale est terminée, la force centrifuge créée demeurera dans la même direction que

la force latérale causant l'instabilité du véhicule. La combinaison de ces effets avec la répartition de la charge et la vitesse du véhicule ont une influence significative sur la stabilité latérale des véhicules lourds. En outre, la fixation d'une unité de remorquage au tracteur complique l'analyse de la stabilité latérale des camions lourds, puisque d'autres forces et des moments seront produits au point d'articulation entre le tracteur et la remorque. Dans le cas des véhicules lourds où le centre de masse est plus élevé comparativement aux voitures de tourisme, le seuil de renversement est extrêmement sensible à la hauteur du centre de masse. D'autre part, si le centre de masse n'est pas sur la ligne centrale du véhicule, comme c'est le cas dans les véhicules spécialisés, nous aurons le renversement d'un côté du véhicule. La même condition pourrait se produire pour des véhicules supportant des charges non uniformes, où le transfert de charge produit des forces et des moments affectant le seuil de renversement du véhicule tel que le mouvement du ballonnement du liquide dans les camions citernes. Donc, le centre de masse a une influence primordiale sur la stabilité de roulis et de lacet et son emplacement avant/arrière est un paramètre très important lié à la distribution de la masse du véhicule et à la position de la charge transportée. Il détermine les charges transférées aux roues. Ces charges ont une influence importante sur les forces latérales et longitudinales. Une autre question importante est que l'effet de la hauteur du centre de masse est plus important dans le cas du mouvement du roulis que le mouvement du tangage [15]. C'est principalement à cause que les camions de combinaison sont habituellement beaucoup plus longs et sont moins larges. Les études développées sur cet aspect ont démontré que plus la hauteur du centre de masse est élevée plus la stabilité de roulis diminue et ceci pourrait être nuisible à la stabilité de lacet [16]. D'ailleurs, le transfert de la charge d'un côté à un autre est un facteur considérable qui affecte également la stabilité latérale.

### 2.1.3 L'emplacement du point d'articulation

La sellette est l'un des mécanismes le plus utilisé pour connecter le tracteur et l'unité de remorquage. Par ce mécanisme, les forces et les moments du tracteur sont transmis à la remorque et vice versa. Pour des véhicules avec la sellette plus près du centre de masse du tracteur, le moment du lacet généré quand la remorque pousse le tracteur devient plus petit ; ayant pour résultat une augmentation de la limite de stabilité. La position de la sellette par rapport à l'essieu arrière du tracteur peut également générer différents cas d'instabilité tel que l'anti-tonneau (quand la sellette est placée en avant de la ligne centrale de l'essieu arrière) et le dérapage des roues avants (quand la sellette est déplacée derrière la position normale). La position de la sellette influence également l'effort de direction exigé pour maintenir la stabilité directionnelle [17]. Par exemple, le placement de la sellette plus en avant augmente la limite de stabilité. Cependant, ceci provoque une augmentation de la charge sur les roues avants du tracteur ce qui demande un grand effort du chauffeur pour exécuter une manoeuvre de direction. La hauteur de la sellette affecte également la stabilité statique du roulis. Lors d'une manoeuvre de rotation proche du seuil de renversement, un moment de roulis élevé est transmis à travers la sellette. Dans une telle situation, un jeu libre va se créer entre la connexion de la remorque et la sellette qui représente un angle de l'ordre de 2 à 3 degrés. La hauteur de la sellette détermine l'altitude à laquelle ce jeu libre apparaît. Ainsi, il influence la quantité de mouvement latéral au centre de masse de la remorque [17]. Parmi les facteurs affectant directement la stabilité du véhicule, citons le nombre de points d'articulation et la longueur de la remorque. Le type de raccordement utilisé pour la deuxième remorque qui suit un véhicule de combinaison ne génère pas le même degré de stabilité comparativement aux véhicules conventionnels tracteur semi-remorque.

#### 2.1.4 Distribution de la charge

La charge du véhicule exerce une grande influence sur la stabilité de roulis et de lacet. La combinaison du poids avec l'emplacement du centre de masse détermine l'importance des charges sur chaque roue. En conséquence, les forces produites par les pneus et les caractéristiques de l'interaction pneu-route peuvent déterminer la valeur et l'effet des forces sur chaque roue, ainsi, la réponse dynamique peut être différente en fonction de la répartition des charges sur les axes. Pour cette raison, la manière avec laquelle un véhicule est chargé joue un rôle important dans le comportement dynamique du véhicule. La répartition de la charge à l'intérieur et entre les remorques ainsi que l'emplacement du centre de masse de la charge est un autre aspect qui détermine l'importance des forces d'inertie et des moments produits. Ainsi, la réponse de roulis, de tangage ou de lacet du véhicule varie et dépend de la répartition des charges entre les axes et l'emplacement du centre de masse. En outre, la diversité des mouvements exerce une influence marquante sur le comportement dynamique du véhicule. Par exemple, sur une route de niveau ou sur une pente, le taux d'accélération dans de telles conditions et la pente de la route affectent également le rapport de transfert de la charge entre les axes. Ce rapport, influence d'une façon significative le contrôle et la stabilité du véhicule.

#### 2.1.5 Caractéristiques de la suspension et du pneu

Les propriétés de la suspension sont les facteurs le plus importants pour caractériser le comportement dynamique des véhicules. La suspension joue un rôle important en distribuant les charges dynamiques aux axes et aux pneus et en absorbant les irrégularités de la route [18]. Bien que la rigidité totale du roulis soit importante pour la stabilité du véhicule, sa distribution par rapport aux suspensions a une influence importante sur la stabilité. Cette distribution détermine la façon avec laquelle le transfert latéral de la

charge est distribuée sur les axes. La situation idéale serait que la rigidité du roulis soit distribuée de façon égale sur les suspensions proportionnellement à la charge supportée par les axes. Cependant, en raison de la différence de la rigidité du roulis entre les suspensions avant et arrière, cette situation idéale n'est pas susceptible d'être réalisable dans le cas des véhicules lourds. Comme nous l'avons mentionné précédemment, la distribution de la rigidité du roulis détermine comment la charge sera transférée à partir d'un côté à l'autre. Ainsi, les pneus liés à une suspension plus rigide éprouveront un transfert de charge plus élevé que les pneus associés à une suspension avec une rigidité de roulis inférieure [15]. La hauteur du centre du roulis (voir figure (2.2)) joue également un rôle important dans le seuil de renversement

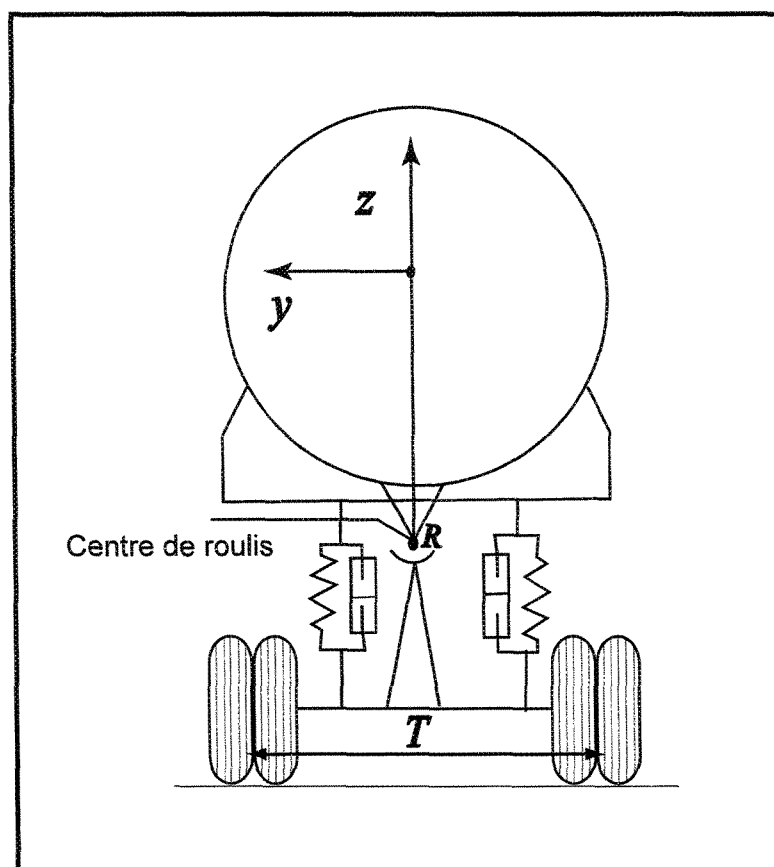


Figure 2.2: Vue de face du camion citerne

Dans une situation de renversement, le véhicule se balance par rapport au centre du roulis qui est typiquement placé sur la ligne centrale du véhicule à une hauteur entre la chaussée et le centre de masse du véhicule. Dans ce cas, les forces latérales sont transférées à partir de la masse non suspendue vers la masse suspendue du véhicule. La réduction de la distance entre le centre du roulis et le centre de la masse du véhicule améliore la stabilité de renversement du véhicule due à la réduction du décalage latéral du centre de masse. Concernant les pneus, le coefficient de dérive et la rigidité verticale sont deux propriétés du pneu qui influencent les forces transmises à la masse suspendue via le centre de roulis. Le niveau de l'amplification arrière d'un véhicule de combinaison due à une entrée d'angle de direction est influencé par la somme des valeurs de coefficient de dérive de tous les axes de la combinaison. De l'autre côté, la rigidité verticale du pneu est une propriété importante qui influence le seuil de renversement d'un véhicule. Un véhicule ayant des pneus avec rigidité verticale faible sera moins stable (roulis) comparativement à un véhicule qui a un pneu avec rigidité verticale élevée [19]. L'utilisation des pneus plus rigides réduira également l'amplification arrière.

### **2.1.6 Dimension géométrique du véhicule**

Il existe plusieurs paramètres géométriques qui influencent le comportement dynamique des véhicules lourds tels que l'emplacement des essieux, la position du point d'articulation et la largeur de voie. Toutes les forces et les moments externes sont appliqués aux pneus et aux points de connexion entre les remorques. Par exemple, l'amplification arrière exprimée par la remorque dans une manœuvre brusque est fortement influencée par l'empâtement de la remorque. Dans ce cas, une augmentation de la longueur entre les axes réduira l'amplification arrière. De l'autre côté, la multiplication de la largeur de voie d'un axe par la charge verticale détermine le niveau

maximum du moment de roulis nécessaire pour éviter le renversement [15]. Par conséquent, sous une manoeuvre donnée, les véhicules avec la même charge mais dans différentes largeurs de voie pourraient générer une réponse dynamique totalement différente. Cependant, en règle générale les véhicules avec des largeurs de voie plus larges génèrent une plus grande stabilité de roulement.

## 2.2 Ballotement du liquide

Dans la dernière décennie le mouvement des liquides dans des récipients rigides a été le sujet de plusieurs études. Le besoin d'évaluation précis des charges en mouvement est exigé pour les véhicules aérospatiaux où les mouvements violents du combustible liquide dans les réservoirs peuvent affecter la structure [20]. Le mouvement du liquide dans les réservoirs a également suscité un intérêt considérable dans l'industrie du transport, y compris les camions citernes sur les routes et aussi dans le transport ferroviaire [21, 22, 23]. Dans des applications maritimes, l'effet du mouvement peut causer la perte de stabilité et des dommages structuraux [24]. Le mouvement du liquide dans un réservoir partiellement rempli est connu pour affecter la réponse directionnelle des véhicules d'une façon défavorable. Ceci peut causer des risques importants à la sûreté routière et à l'environnement, lorsque des marchandises liquides dangereuses sont transportées. Les caractéristiques dynamiques directionnelles et la stabilité de diverses configurations de véhicule avec charge fixe ont été intensivement rapportées dans la littérature. Cependant, peu d'études étaient dédiées aux camions citernes à cause de la complexité des interactions véhicule-liquide. En 1966, Abramson [20] a rassemblé dans un document une bonne partie des travaux effectués dans le passé d'une manière expérimentale et analytique. Il a conclu que le premier mode de la vibration du liquide dans n'importe quel réservoir rempli est le plus dominant. Il a soutenu sa conclusion en comparant la valeur de la masse  $m_2$  qui simule le deuxième mode de vibration à



la masse  $m_1$  qui simule le premier mode de vibration dans le même réservoir ellipsoïdal employé par Rattayya [25] et cité par Abramson [20], telle qu'illustrée par la figure (2.3). Il a également démontré que presque tous les chercheurs dans ce domaine ont préféré ne simuler que les deux premiers modes de vibration du liquide dans un récipient partiellement rempli.

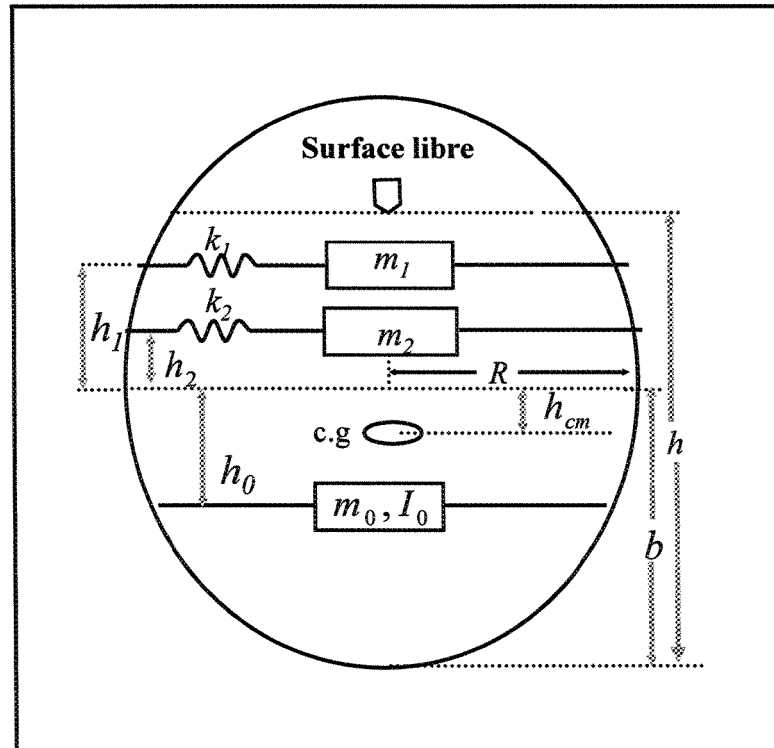


Figure 2.3: Modèle mécanique complexe équivalent pour un réservoir ellipsoïdal.

Plusieurs travaux utilisent le modèle de pendule, représenté par la figure (2.4) pour modéliser le mouvement du liquide. Ce modèle est composé d'une masse ponctuelle qui oscille comme un pendule sans friction soumis à une accélération externe [26, 27]. En 1993, Ranganathan [27] a simulé le mouvement du liquide (sloshing) dans un réservoir cylindrique avec un pendule régulier et une masse fixe. Ranganathan a mentionné que la masse du pendule devrait simuler les effets de ballottement (sloshing) du premier mode de la partie du liquide participant au mouvement. La masse fixe devrait simuler l'inertie et le poids de la partie restante du liquide. Pour obtenir

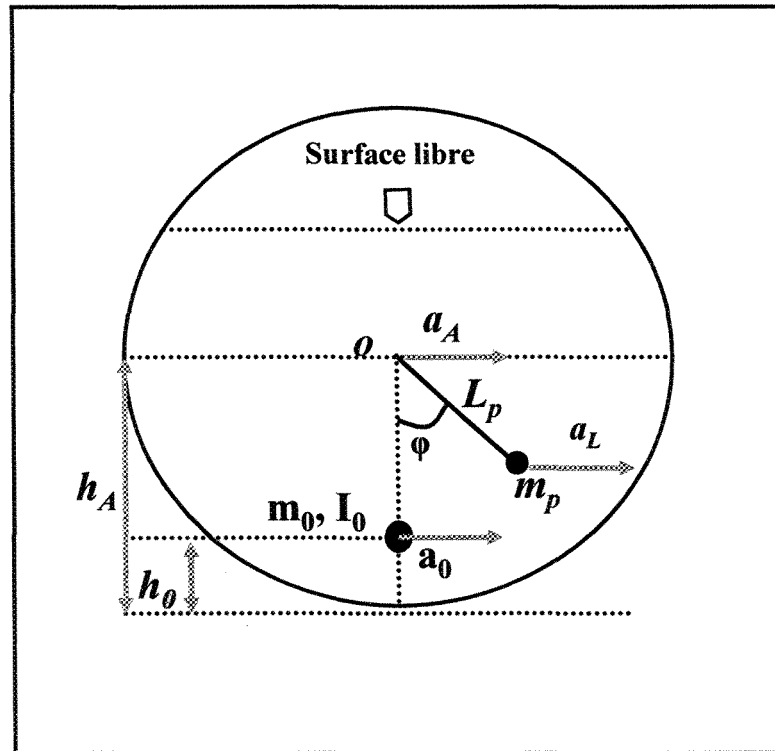


Figure 2.4: Modélisation du mouvement du liquide par l'approche du pendule.

les paramètres du pendule, il a adapté les équations décrivant les effets dynamiques des liquides donnés par Budiansky [28] et les équations qui décrivent l'effet dynamique d'un pendule avec une simple masse. Les limites de la stabilité directionnelle des camions citernes partiellement remplis sont connues pour être sensiblement inférieures à celles des véhicules à charge fixe dues aux interactions dynamiques uniques entre le véhicule et le ballonnement du liquide. Les camions citernes utilisés dans le transport de matière chimiques rencontrent souvent un remplissage partiel dû à la densité variable des produits et des lois régissant les limites des charges sur les essieux. Également, ceux utilisés dans le transport de carburant rencontrent des conditions de remplissage partiel pendant les itinéraires de la livraison. Le mouvement de la charge du liquide augmente de manière significative avec l'augmentation du poids du véhicule et les dimensions. Le ballonnement du liquide couplé à la dynamique du véhicule lourd peut réduire d'une manière significative la stabilité longitudinale et latérale et il génère des

efforts élevés sur la structure de la citerne [29]. La stabilité du camion citerne est généralement faible à cause du mouvement du liquide. Ceci, réduira la valeur du seuil de renversement par rapport aux camions transportant une charge fixe.

La solution simultanée du couplage solide-liquide a été une tâche difficile pour les chercheurs. Plusieurs études ont été réalisées aux cours des dernières années pour expliquer le comportement de ces systèmes couplés. Tout d'abord, l'absence d'un modèle analytique qui modélise le mouvement du liquide a stimulé la recherche afin d'explorer l'effet du ballonnement du liquide dans les récipients en utilisant des expériences empiriques plutôt que des simulations traditionnelles. En 1966, McCarty et al ont étudié les fréquences du ballonnement "slosh" longitudinal dans des réservoirs cylindriques. Par contre, les dimensions des réservoirs étaient réduites en comparaison avec celles utilisées dans le transport des liquides et les extrapolations de ses résultats étaient ainsi limitées [30]. Ensuite, les chercheurs ont développé des modèles simplifiés pour simuler l'effet du ballonnement et l'interaction avec les systèmes de corps rigides. Dans la dernière décennie, peu de modèles ont été développés pour simuler l'effet du ballonnement sur le comportement dynamique des véhicules citernes pour différentes manoeuvres, tel que le mouvement de freinage ou le mouvement dans une courbe. De plus, des manoeuvres de freinage et de rotation et l'évaluation des facteurs de stabilité de renversement des véhicules portant la cargaison liquide doivent également être considérés. Rakheja et al ont proposé un modèle plan de roulis pour étudier le décalage de la charge et la stabilité des camions citernes. Le modèle utilise le moment de roulis pour déterminer le seuil de renversement des camions citernes avec différentes sections: circulaire, elliptique et ovale modifiée [31, 32]. Afin de déterminer l'effet du ballonnement et de prévoir également la stabilité de renversement des véhicules transportant des liquides, des simulations précises doivent être réalisées. Rumold [33] a employé l'algorithme multigrille pour résoudre la discrétisation des équations de Navier-Stokes (2D) pour analyser les interactions du ballonnement du liquide avec le véhicule. Dans

cette étude, un modèle bidimensionnel a été considéré pour résoudre les équations couplées du système solide-liquide.

### 2.2.1 Effet du taux de remplissage

La plupart des études concluent que le taux de remplissage affecte le mouvement dynamique du liquide et ainsi le comportement dynamique de la cargaison liquide de façon significative. Budiansky [28] a analysé le ballotement du liquide dans les canaux circulaires et les réservoirs sphériques partiellement remplis soumis à une accélération latérale de type harmonique de petite amplitude. L'étude a évalué les fréquences naturelles et les modes propres sous l'influence du taux de remplissage en utilisant la théorie d'écoulement potentiel. Il a démontré que la première fréquence naturelle du ballotement augmente avec l'augmentation du niveau du taux de remplissage. L'étude a calculé les forces exercées sur les cloisons du récipient et il a conclu que le taux de remplissage est un facteur de contribution important. L'étude de Budiansky a mené à beaucoup d'analyses sur le principe fondamental des fréquences du ballotement et le comportement du ballotement du liquide dans les citernes partiellement remplies [20, 29, 34]. L'étude a suggéré que la fréquence fondamentale du ballotement du liquide dans les camions citernes partiellement remplis se situe entre 0.5–0.6 Hz. Cette fréquence peut se situer à proximité de la fréquence de l'angle de direction dans le cas d'une manoeuvre ce qui peut causer la résonance et le décalage dynamique excessif de la charge. Bauer [34] a étudié la stabilité des véhicules spatiaux, spécifiquement l'influence de la fréquence naturelle du carburant à l'intérieur du récipient (réservoir). L'étude a modélisé le liquide par un système mécanique équivalent qui est basé sur la théorie potentielle d'écoulement pour étudier le ballotement du liquide à l'intérieur de la citerne cylindrique. L'objectif était d'identifier la meilleure géométrie de la citerne qui augmente la fréquence du ballotement ou qui diminue l'oscillation du liquide à

l'intérieur du réservoir. L'influence de la hauteur du centre de masse du liquide sur les forces hydro dynamiques est en fonction du taux de remplissage. Il a conclu que la deuxième masse modale pourrait être considérable à bas niveau de remplissage. Ranganathan [35] a développé une approche semblable pour modéliser le ballonnement du liquide à l'intérieur d'un réservoir circulaire horizontal partiellement rempli basé sur l'analogie du pendule. Le modèle a été couplé au modèle dynamique du véhicule. Les réponses dynamiques de véhicules citernes remplis à 50 % et à 70 % ont été évaluées sous l'excitation d'une accélération latérale sinusoïdale. La comparaison des réponses avec celles d'un véhicule rigide de cargaison équivalent a indiqué que les réponses moyennes d'un véhicule citerne partiellement rempli sont considérablement plus grandes que celles d'un véhicule avec une charge fixe. La fréquence de réponse s'est avérée près de la fréquence naturelle du liquide indépendamment du taux de remplissage. Dans ce cas, l'angle maximal du pendule s'est approché près de 90 degrés. La formulation du modèle a été modifiée pour expliquer les grands angles sous l'excitation sinusoïdale. Salem [36] a proposé une analogie mécanique du ballonnement du liquide à l'intérieur d'un réservoir de section elliptique comme pendule de trammel assumant de petits angles d'oscillations telle qu'illustrée par la figure (2.5). La fréquence naturelle de l'oscillation est obtenue par analyse linéaire. Celle-ci a été comparée avec les résultats obtenus à partir des logiciels de modélisation numériques tels que LS-DYNA et FLUENT. Les résultats ont indiqué une bonne concordance raisonnable avec les fréquences obtenues à partir de LS-DYNA et de FLUENT. Les résultats obtenus pour un réservoir de section circulaire ont indiqué une bonne concordance avec ceux rapportés par Ranganathan [27], pour des faibles amplitudes d'accélération.

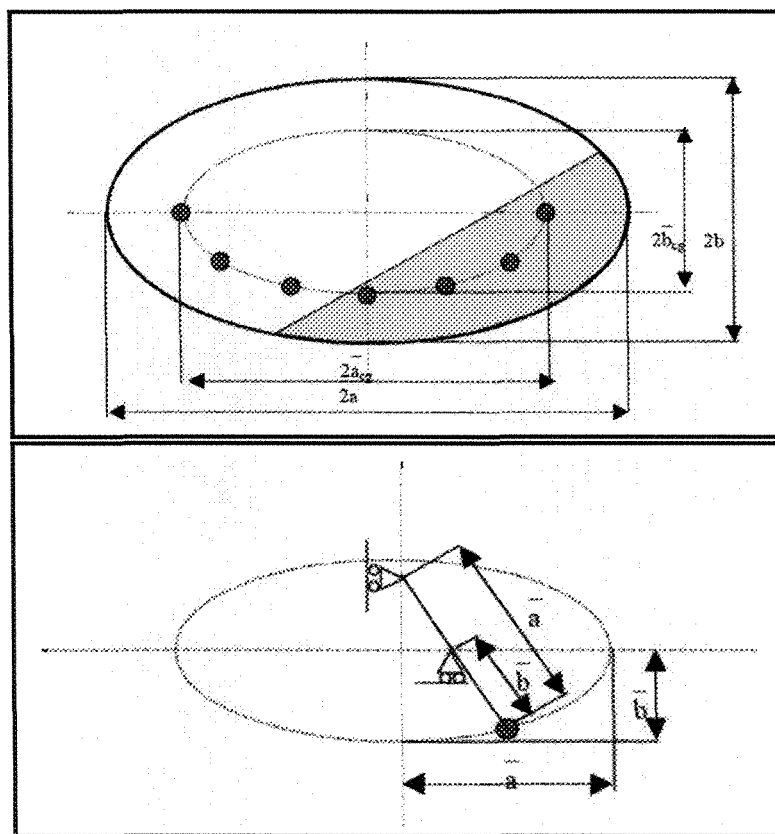


Figure 2.5: Modèle de pendule trammel pour une citerne de section elliptique.

### 2.2.2 Amplitude de l'accélération

L'amplitude du ballonnement du liquide est fortement influencée par l'amplitude de l'accélération longitudinale et latérale du véhicule. En analysant le mouvement de propulsion dans un récipient cylindrique, Bauer [34] a démontré que l'amplitude du moment due aux forces hydrauliques est fonction de l'amplitude d'excitation. L'effet de l'amplitude d'excitation sur la réponse du liquide sur les cloisons du réservoir caractérisée, par les forces et les moments, ont été également étudiés et considérés par la NASA [37] comme des critères de conception des véhicules spatiaux. L'influence directe de l'amplitude de l'accélération latérale sur le seuil de renversement statique des camions citernes de section circulaire, elliptique et ovale modifiée est également étudiée

avec des modèles simplifiés basés sur l'équilibre du moment [31]. Le transfert latéral de la charge du liquide provoqué par une excitation latérale élevée a eu comme conséquence le renversement du véhicule. Des analyses semblables sous des accélérations longitudinales, provoquées lors du freinage, ont indiqué des variations excessives de la charge du liquide vers l'avant qui influencent les distances d'arrêts du véhicule [38]. L'étude du modèle de pendule trammel [36] a indiqué que l'amplitude de l'accélération latérale caractérisée par les forces horizontale, verticale et le moment de roulis influence directement la réponse du mouvement du liquide.

### 2.2.3 Géométrie de la citerne

La fréquence du ballottement et l'amplitude des forces et des moments exercés par le liquide sur la structure de la citerne sont fortement influencés par les dimensions de la géométrie et le design des cloisons de la citerne [34]. Peu de chercheurs ont essayé de développer et analyser des modèles analytiques afin de démontrer l'efficacité des cloisons latérales dans des modèles de récipients horizontaux bidimensionnels de section rectangulaire. Ces modèles sont développés pour illustrer l'influence des cloisons pour atténuer le ballottement du liquide [39, 40]. Dans d'autres cas la citerne était de forme cylindrique verticale ou horizontale [41, 42, 43]. La majorité de ces études ont exploré le rôle des cloisons et les murs de séparation par l'intermédiaire des moyens expérimentaux. L'analyse de différentes citernes de section circulaire et rectangulaire a démontré clairement l'influence de la géométrie sur la fréquence et les moments exercés par le ballottement du liquide sur la structure de la citerne [44, 45]. Ces études concluent que les chicanes (cloisons) ont tendance à réduire le décalage longitudinal de la charge due au ballottement du liquide. L'effet des chicanes sur la distorsion de la surface libre a été étudié en considérant une citerne de section rectangulaire partiellement remplie d'huile sujet à une oscillation forcée. Une technique numérique a été adoptée pour

résoudre les équations du modèle. L'étude a conclu que les chicanes réduisent d'une façon significative le comportement des oscillations du liquide en réduisant la hauteur des vagues. Les résultats ont démontré aussi que les dimensions des chicanes influencent le comportement du ballonnement du liquide. Une augmentation de la hauteur des chicanes diminue la hauteur des vagues, tandis qu'un grand trou dans les chicanes augmente les vagues [40]. L'influence de la géométrie sur le comportement dynamique des camions citernes articulés a été considérée également dans l'étude de Ranganathan [46]. Quatre configurations de citernes de section circulaire, ovale modifiée, carré modifié et elliptique ont été étudiées. La citerne a été intégrée dans un modèle plan du véhicule incluant le mouvement de roulis. Il démontre l'effet de la géométrie sur le décalage de la charge sous l'influence de différentes amplitudes d'accélération latérale, modélisées par impulsion à échelon, en admettant qu'il transporte la même charge. L'étude conclut que la géométrie influence fortement la performance statique du mouvement de roulis du véhicule. La citerne de section ovale modifiée présente une faible performance de stabilité directionnelle. En raison de l'influence significative de la section transversale de la citerne sur le seuil de renversement du véhicule, Kang [32] a optimisé la forme de la citerne afin d'obtenir une géométrie optimale. Il a proposé pour l'optimisation une coupe générique d'une citerne comportant huit secteurs circulaires. Des fonctions objectives basées sur le seuil statique de renversement et le décalage de la charge dans le plan du roulis ont été formulées afin de les minimiser. Ces fonctions sont sujettes aux contraintes imposées au poids de la citerne, au périmètre et au volume de la citerne. L'étude a proposé deux sections transversales optimales, différentes pour des gammes de taux de remplissage de 50 – 70% et de 70 – 90%. Ces sections ont un seuil d'accélération de renversement plus élevé comparativement à celles de sections circulaire, elliptique et ovale modifiée.



## Chapitre 3

# Développement des modèles analytique et numérique du liquide

### 3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'aspect du problème du mouvement du liquide. Le but est de développer un modèle simple et complet, qui modélise fidèlement le mouvement du liquide dans une citerne. Il existe plusieurs configurations dans les quelles le mouvement du liquide peut être modélisé. Les cas typiques sont les mouvements longitudinal et transversal le long d'un chemin droit ou incurvé [47]. Le modèle est obtenu à partir des équations régissant le mouvement du liquide. Les équations qui régissent le mouvement d'un liquide sont connues avec les modèles *Navier* (1823) et *Stokes* (1845). Par contre, les équations de Navier ne peuvent pas être résolues analytiquement. Les modèles théoriques sont dérivés en admettant que l'oscillation est petite [48]. La section suivante fait une brève description mathématique des équations de *Navier-Stokes* régissant l'écoulement d'un liquide. C'est un ensemble d'équations aux dérivées partielles tridimensionnelles non linéaires. La première équation décrit la conservation de la masse.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (3.1)$$

Où  $\rho$  est la densité du liquide et  $v = (v_x, v_y, v_z)$  est la vitesse de l'écoulement dans un système de coordonnées spatiales  $(x, y, z)$ . La conservation de la quantité du mouvement (*deuxième loi de Newton*) nous donne trois équations de plus. Pour un liquide Newtonien visqueux, la conservation de la quantité du mouvement donne l'équation suivante, :

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v \right) = -\nabla p + (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot v) + \mu\nabla^2 v + \mathbf{F} \quad (3.2)$$

Où  $p$  est la pression,  $\lambda$  est le facteur de compression du volume,  $\mu$  la viscosité et  $F = (F_x, F_y, F_z)$  représente le vecteur de la force externe par unité de volume. Les équations (3.1) et (3.2) sont appelées les équations de *Navier-stokes*.

### 3.2 Modélisation analytique du ballonnement du liquide

Comme nous l'avons mentionné précédemment, pour obtenir un modèle analytique, il est nécessaire d'imposer certaines hypothèses de nature physique. Dans cette étude, nous admettons que le liquide est incompressible ( $\lambda = 0$ ) et non visqueux ( $\mu = 0$ ), donc les équations de *Navier-Stokes* deviendront les équations *d'Euler*.

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{F} \quad (3.4)$$

Si la surface libre du liquide se déplace avec une faible vitesse, alors en état d'équilibre ( $v = 0$ ) et nous obtenons l'équation qui représente la forme de la surface libre :

$$0 = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{F} \quad (3.5)$$

Le liquide est modélisé par les déplacements instantanés : longitudinal, vertical et latéral de son centre de masse. Le but est de calculer les coordonnées du centre de masse pour une citerne de section circulaire ou elliptique dans les deux plans longitudinal ( $oxz$ ) et latéral ( $oyz$ ) telle qu'illustrée par la figure (3.1).

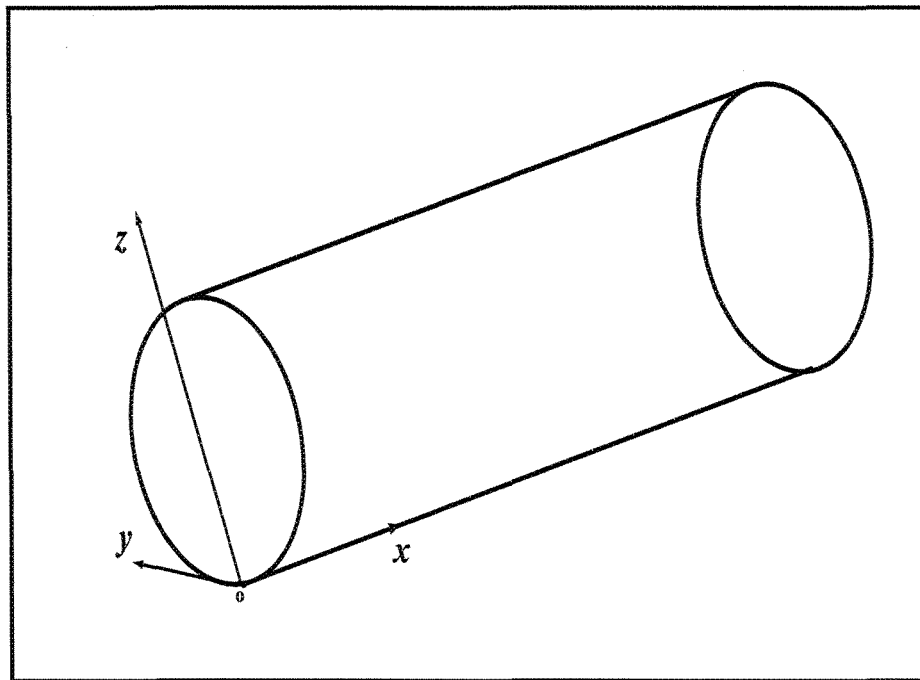


Figure 3.1: Système d'axe lié à la configuration de la citerne.

### 3.2.1 Décalage latéral de la charge du liquide

Nous étudions une coupe de section circulaire ou elliptique dans le plan ( $oyz$ ) et sous l'influence de l'accélération latérale  $a_y$ . Dans ce cas, la configuration devient telle qu'illustrée par la figure (3.2).

Avec la projection de l'équation (3.5) dans le plan ( $oyz$ ) nous obtenons :

$$0 = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) - a_y \quad (3.6)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) - a_z \quad (3.7)$$

Où  $a_y$  est l'accélération latérale,  $a_z = g$  représente l'accélération verticale due à la gravité et  $p$  est la pression statique. Notons que, le champs de l'accélération latérale n'est pas uniforme si le rayon de courbure est dans les dimensions du véhicule [49]. Donc, dans cette étude nous admettons que le rayon de courbure est plus grand que les dimensions du véhicule. À partir de l'équation (3.5) la dérivée totale de la pression sera de la forme suivante:

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) dy + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) dz = -\rho g dz - \rho a_y dy \quad (3.8)$$

Sur la surface libre, la variation de la pression est nulle, alors l'équation de la surface libre devient:

$$dz = -\frac{a_y}{g} dy \rightarrow z = -\frac{a_y}{g} y + z_0 \quad (3.9)$$

Où la constante  $z_0$  (figure (3.2)) représente l'intersection entre l'équation de la surface libre et l'axe vertical  $z$ . L'angle d'inclinaison de la surface libre par rapport à l'horizontale a pour expression:

$$\tan(\gamma) = \frac{a_y}{g}$$

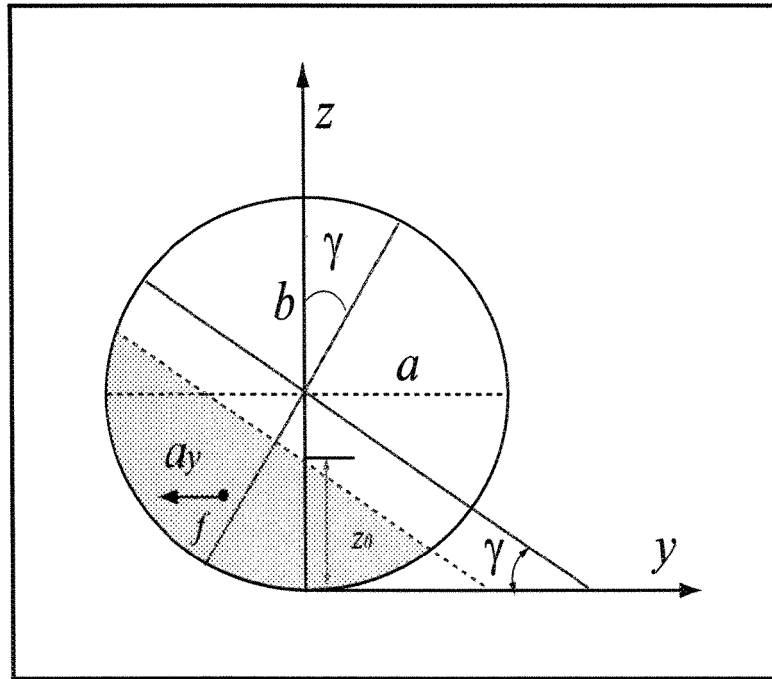


Figure 3.2: Surface libre du liquide sujet d'une accélération latérale  $a_y$ .

Si nous tenons compte du mouvement de roulis, la configuration de la citerne aura la forme illustrée par la figure (3.3) et l'équation de la surface libre aura comme expression:

$$z = -\tan(\sigma)y + z_0 \quad (3.10)$$

Où:

$$\sigma = \phi + \gamma \rightarrow \tan(\sigma) = \left( \frac{\tan(\gamma) + \tan(\phi)}{1 - \tan(\gamma)\tan(\phi)} \right) \quad (3.11)$$

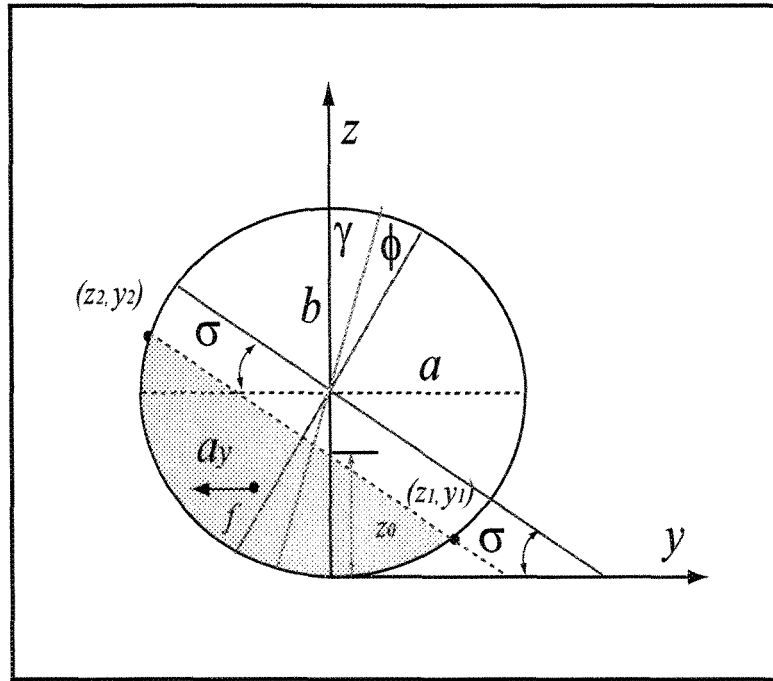


Figure 3.3: Surface libre du liquide sujet d'une accélération latérale  $a_y$  et l'angle de roulis  $\phi$ .

La configuration varie en fonction du taux de remplissage  $\tau$ , de l'accélération latérale  $a_y$  et l'angle de roulis  $\phi$ . Cette variation implique un changement dans les coordonnées du centre de masse et de la matrice d'inertie. Ces derniers, seront calculés en fonction de la géométrie de la citerne.

$$\begin{aligned}
 y_L &= \frac{\int \int \int (y) dx dy dz}{V} & , \quad z_L &= \frac{\int \int \int (z) dx dy dz}{V} \\
 I_{xx} &= \rho \int \int \int (z^2 + y^2) dx dy dz & , \quad I_{xy} &= \rho \int \int \int (xy) dx dy dz \\
 I_{yy} &= \rho \int \int \int (x^2 + z^2) dx dy dz & , \quad I_{xz} &= \rho \int \int \int (xz) dx dy dz \\
 I_{zz} &= \rho \int \int \int (x^2 + y^2) dx dy dz & , \quad I_{yz} &= \rho \int \int \int (yz) dx dy dz \\
 F_i &= m_L a_i & , \quad M_i &= F_i \times r_{cg} , \quad i \equiv (x, y, z)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Les bornes des intégrales sont les suivantes:

$$(\cdot) = \rho \left( \int_0^{L_c} \int_{-y_1}^{y_1} \int_0^{z_1} (\cdot) + \int_0^{L_c} \int_{-y_1}^y \int_{z_1}^{z_2} (\cdot) \right) dx dy dz \quad (3.13)$$

Où  $y$  représente l'équation (3.10) de la surface libre et  $L_c$  est la longueur de la citerne. Les bornes d'intégrales  $(y_1, y_2, z_1, z_2)$  sont les coordonnées des points d'intersections entre l'équation de l'ellipse (ou équation du cercle) et l'équation de la surface libre:

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{(z - b)^2}{b^2} = 1 \quad , \quad z = -\tan(\sigma)y + z_0$$

Ce système d'équations sera solutionné par itérations dans un algorithme avec comme contrainte le volume initial constant. Les entrées de l'algorithme sont le taux de remplissage, l'angle de roulis et l'accélération latérale. Ce système est développé et programmé dans simulink (Matlab) [50] telle qu'illustrée par la figure (3.4).

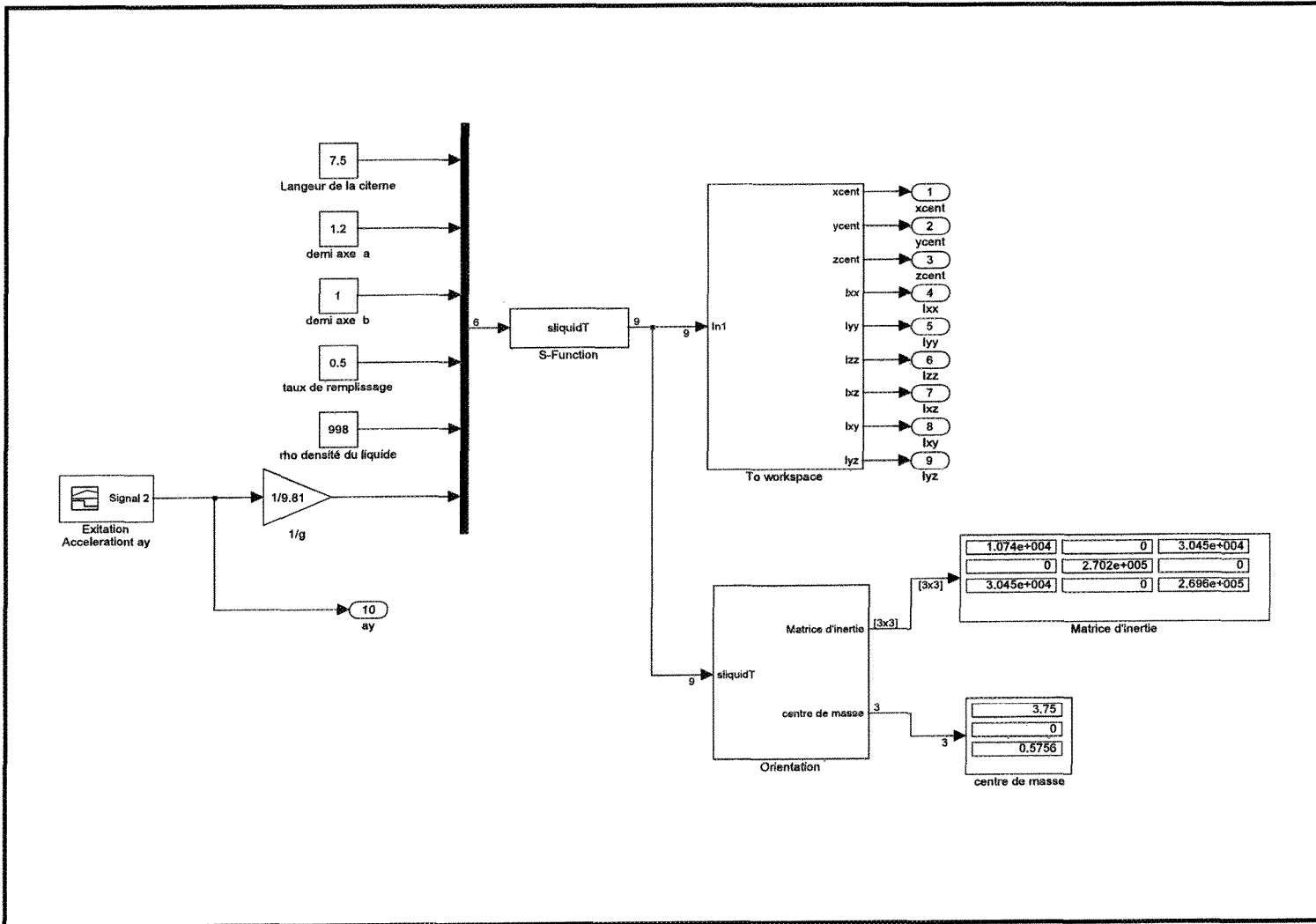


Figure 3.4: Programmation du décalage latéral du liquide avec Simulink.



### 3.2.2 Décalage longitudinal de la charge du liquide

Pour le déplacement longitudinal, nous étudions une coupe rectangulaire dans le plan  $(oxz)$ . L'accélération due au mouvement de tangage est très faible comparativement à la décélération, ce qui nous permet de la négliger. Tout dépend du taux de remplissage et l'accélération longitudinale  $a_x$ , nous étudions plusieurs cas selon la forme de la section et la masse du liquide telle qu'illustrée par la figure (3.5). La configuration varie en fonction du taux de remplissage  $\tau$  et de l'accélération longitudinale  $a_x$ . En utilisant la même méthodologie développée pour le modèle latéral, avec la projection de l'équation (3.5) dans le plan  $(oxz)$  nous obtenons:

$$dz = -\frac{a_x}{g} dx$$

Après l'intégration nous aurons:

$$z = -\frac{a_x}{g}(x - x_1) + z_1 \quad (3.14)$$

Où la constante  $z_1$  (figure 3.5) représente l'intersection entre l'équation de la surface libre et l'axe vertical  $z$ . L'angle d'inclinaison de la surface libre par rapport à l'horizontale a pour expression:

$$\tan(\gamma) = \frac{a_x}{g} \quad (3.15)$$

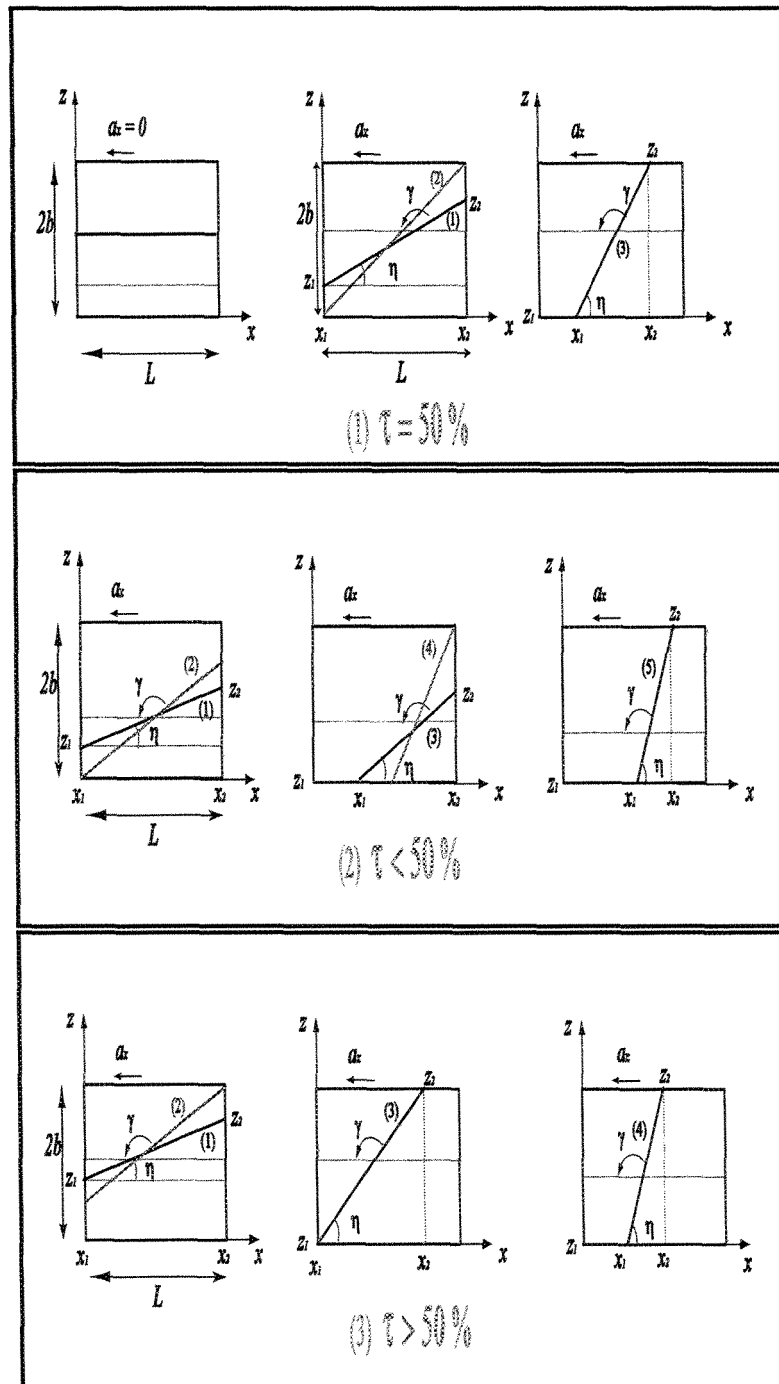


Figure 3.5: Surface libre du liquide sujet à différentes décélérations  $a_x$  et taux de remplissage.

La configuration varie en fonction du taux de remplissage  $\tau$  et l'accélération longitudinale  $a_x$ . Ceci implique une variation dans les coordonnées du centre de masse et les moments d'inertie. Ces derniers seront calculés en fonction de la géométrie de la citerne:

$$\begin{aligned}
x_L &= \frac{\int \int \int (x) dx dy dz}{V} & , & \quad z_L = \frac{\int \int \int (z) dx dy dz}{V} \\
I_{xx} &= \rho \int \int \int (z^2 + y^2) dx dy dz & , & \quad I_{xy} = \rho \int \int \int (xy) dx dy dz \\
I_{yy} &= \rho \int \int \int (x^2 + z^2) dx dy dz & , & \quad I_{xz} = \rho \int \int \int (xz) dx dy dz \\
I_{zz} &= \rho \int \int \int (x^2 + y^2) dx dy dz & , & \quad I_{yz} = \rho \int \int \int (yz) dx dy dz \\
F_i &= m_L a_i & , & \quad M_i = F_i \times r_{cg} \quad , \quad i \equiv (x, y, z)
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Les bornes d'intégrales sont les coordonnées des points d'intersections entre l'équation de la surface libre et l'équation de la géométrie:

$$(\cdot) = \left( \int_{x_1}^{x_2} \int_0^z \int_{-y_0}^{y_0} (\cdot) + \int_{x_2}^L \int_0^{2b} \int_{-y_0}^{y_0} (\cdot) \right) dx dz dy \tag{3.17}$$

Où:

$$y_0 = \frac{a}{b} \sqrt{2bz - z^2} \tag{3.18}$$

L'étude est similaire dans le cas où la citerne est compartimentée telle que représentée par la figure (3.6). Il reste à extrapoler les équations pour chaque compartiment et à calculer le centre de masse global en utilisant le théorème de composition des centres de masses et le théorème des axes parallèles. Ceci nous permet de calculer la matrice d'inertie par rapport au système de référence choisi.

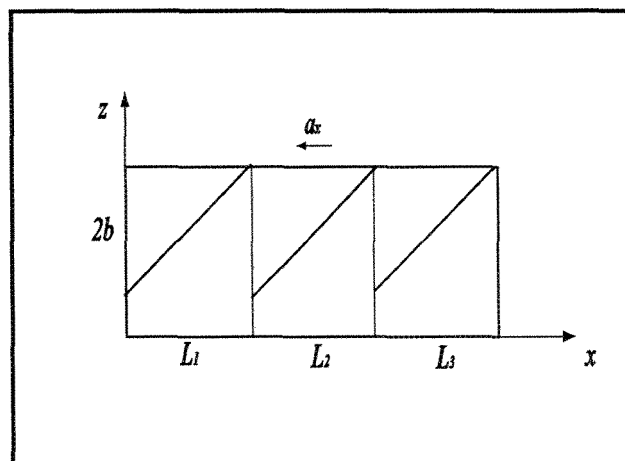


Figure 3.6: Citerne avec trois compartiments sujet à une décélération.

Ce système d'équations sera solutionné par itération dans un algorithme avec comme contrainte le volume initial constant. Les entrées de l'algorithme sont le taux de remplissage, l'angle de roulis et l'accélération longitudinale. Ce système d'équations est développé et programmé dans simulink (Matlab) [50] telle que représentée par la figure (3.7).

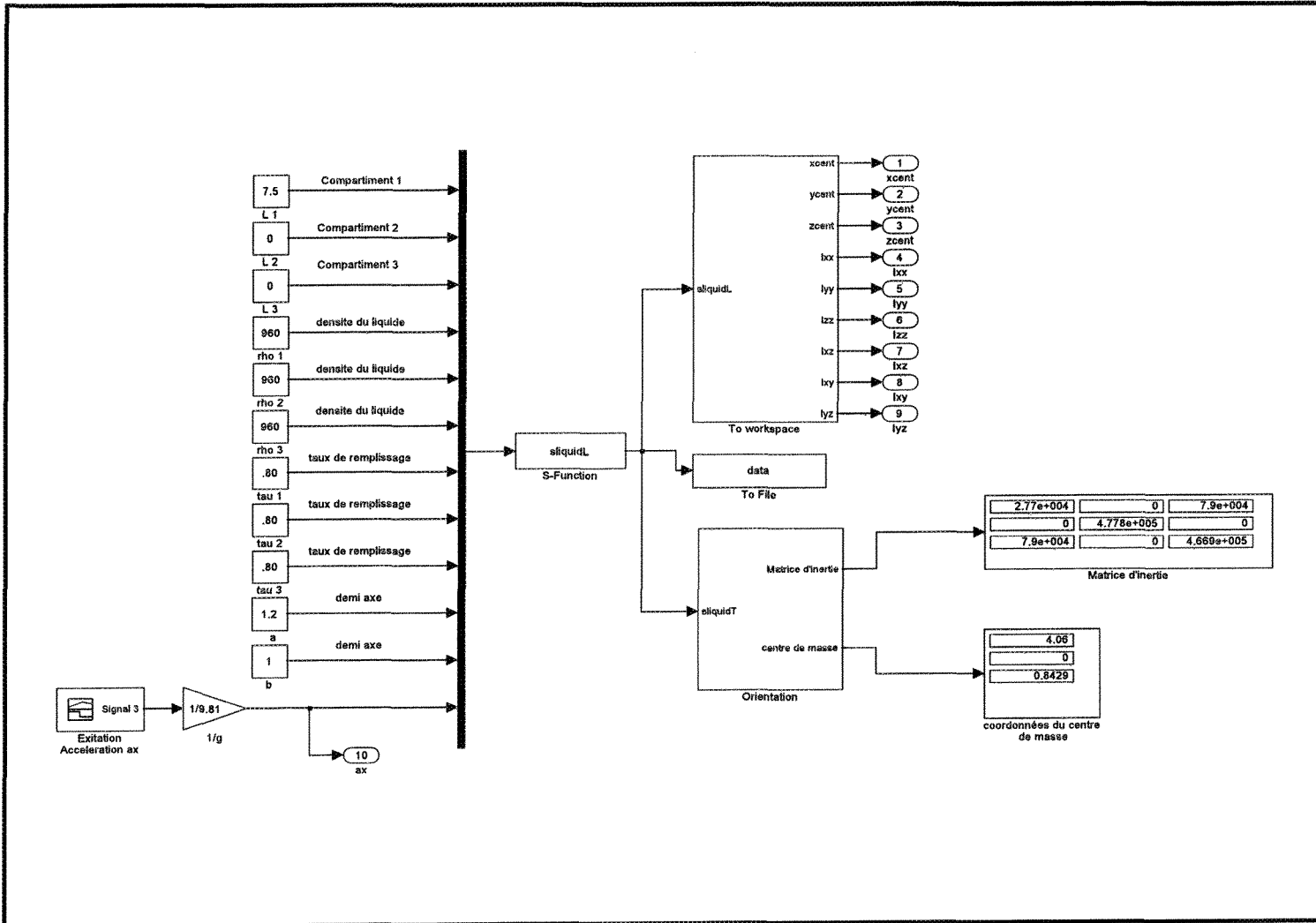


Figure 3.7: Programmation du décalage longitudinal du liquide avec simulink.

### Citerne compartimentée avec des orifices

Pour une citerne compartimentée avec des orifices telle qu'illustrée par la figure (3.8) nous posons certaines hypothèses de nature physique afin de développer le modèle analytique. Dans cette étude, nous supposons que le liquide est incompressible ( $\lambda = 0$ ), non visqueux ( $\mu = 0$ ) et il se déplace uniformément. Nous supposons également que la densité du liquide est constante. Pour développer ce modèle nous utilisons le principe du travail-énergie [51]. L'énoncé de ce principe décrit que le travail effectué par les forces sur le liquide est égal à la somme des variations de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique.

Par exemple, pour le compartiment 1 telle que représentée par la figure (3.8), la variation du travail généré par les forces de pression appliquées au centre de masse du liquide entre la section  $A_1$  et  $A_2$  est obtenue par:

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= - \left[ \int_0^{\Delta x_2} \sum F dx - \int_0^{\Delta x_1} \sum F dx \right] \\
 &= - (F_2 \Delta x_2 - F_1 \Delta x_1) \\
 &= - (P_2 A_2 \Delta x_2 - P_1 A_1 \Delta x_1)
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Avec:  $F_i = P_i A_i$

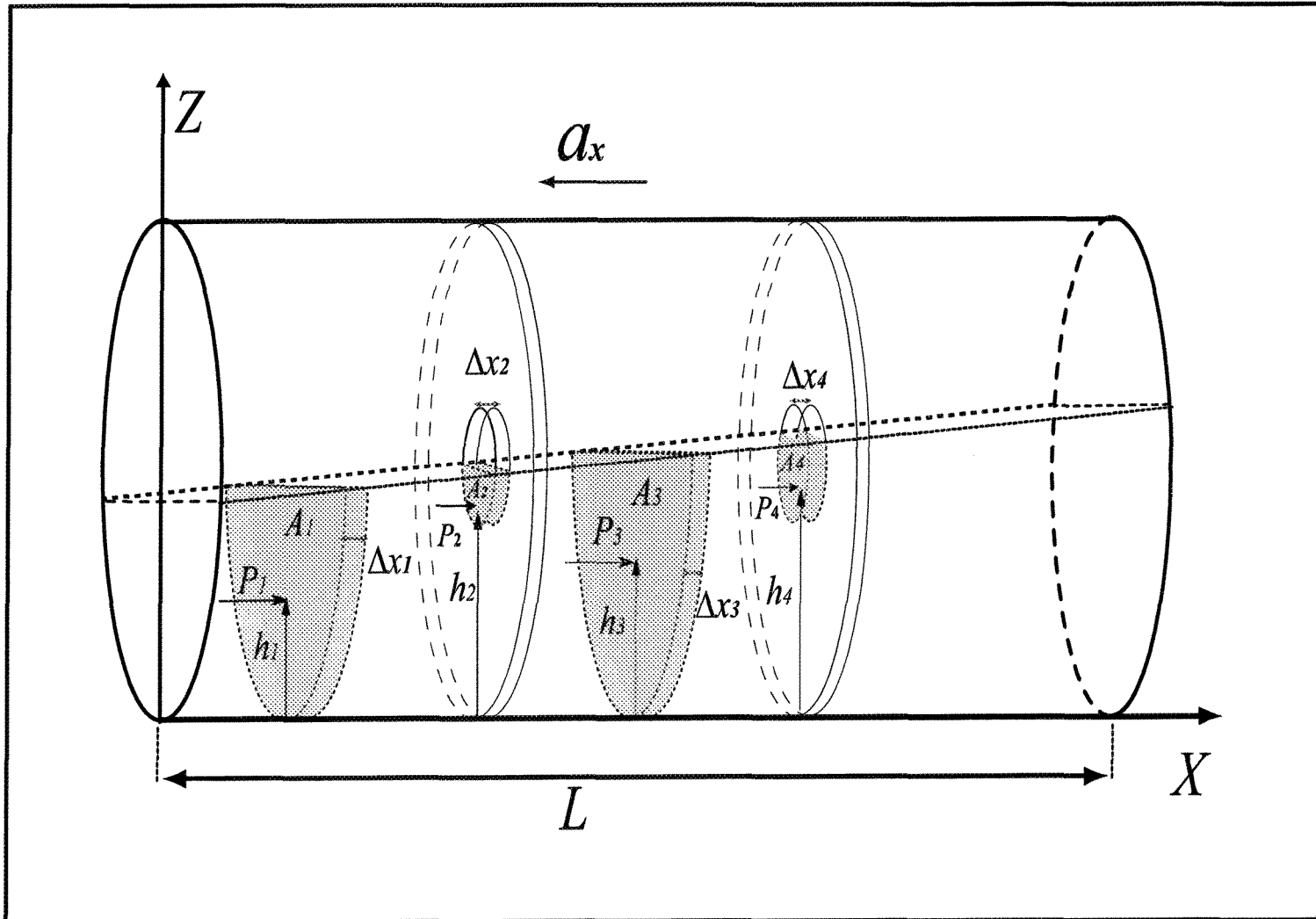


Figure 3.8: Modèle d'une citerne avec chicanes à orifices sujet à une décélération.

La variation de l'énergie potentielle est égale au produit du poids et de la variation de la hauteur du centre de masse du liquide :

$$\Delta W_g = \Delta m_2 g h_2 - \Delta m_1 g h_1 \quad (3.20)$$

Avec:

$$\Delta m_i = \rho A_i \Delta x_i \quad , \quad \Delta x_i = V_i \Delta t$$

Le travail produit par la portion du liquide lorsqu'elle se déplace entre deux positions est égale à la variation de son énergie cinétique :

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{1}{2} \Delta m_2 V_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m_1 V_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho A_2 V_2 \Delta t V_2^2 - \frac{1}{2} \rho A_1 V_1 \Delta t V_1^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Le principe du travail et de l'énergie peut être résumé comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Delta V_g + \Delta T \quad (3.22) \\ -(P_2 A_2 \Delta x_2 - P_1 A_1 \Delta x_1) &= \frac{1}{2} \rho A_2 V_2 \Delta t V_2^2 - \frac{1}{2} \rho A_1 V_1 \Delta t V_1^2 - (P_2 A_2 V_2 \Delta t - P_1 A_1 V_1 \Delta t) \end{aligned}$$

Puisque le liquide est incompressible, donc le flux du liquide est constant :

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_i V_i$$

Après avoir divisé l'équation (3.22) par  $A_i V_i \Delta t$ , l'équation prendra la forme de



l'équation de Bernoulli [52]:

$$P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 \quad (3.23)$$

De la même manière pour le deuxième compartiment nous obtenons l'équation équivalente:

$$P_4 + \rho gh_4 + \frac{1}{2}\rho v_4^2 = P_3 + \rho gh_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 \quad (3.24)$$

Pour calculer la quantité du liquide qui passe d'un compartiment à l'autre, nous devons savoir le taux de remplissage et l'amplitude de la décélération. Ces paramètres représentent l'entrée d'un algorithme qui évalue la forme de la surface libre dans chaque compartiment à l'instant  $t$ . Les points d'intersections entre l'équation de la surface libre et l'équation de la géométrie de la citerne seront connus. Les valeurs de ces coordonnées seront les paramètres d'entrées au deuxième algorithme qui calcule la quantité du liquide qui passe d'un compartiment à l'autre dans un intervalle de temps  $\Delta t$  choisi en employant les équations (3.23) et (3.24). Cette itération continue jusqu'à ce que le temps désiré soit atteint. Les entrées et les sorties de chaque algorithme seront mises à jour à chaque pas de temps  $\Delta t$  choisi.

### 3.3 Modélisation numérique du ballonnement du liquide

Une interface gaz-liquide est appelée souvent sous le nom d'une surface libre. La raison de la désignation "libre" résulte de la grande différence dans les densités du gaz et du liquide. Par exemple, le rapport de densité pour l'eau et l'air est de 1000. La faible densité du gaz signifie que son inertie peut être généralement ignorée comparée à celle du liquide. Dans ce cas, le mouvement du liquide est indépendant, ou libre. La seule influence du gaz est la pression exercée sur la surface du liquide. En d'autres

termes, la surface gazeuse-liquide n'est pas contrainte, mais libre. Plusieurs approches numériques ont été employées pour modéliser le problème multi phases. Voici certaines méthodes:

- Méthode Lagrangienne
- Méthode Eulérienne
- Arbitraire Eulérien Lagrangien (*ALE*): Dans cette formulation la maille en partie se déplace et se déforme parce qu'elle suit le matériel (formulation lagrangienne), alors qu'en même temps le matériel peut également traverser la maille (formulation Eulérienne) [53, 54, 55].
- Méthode du "Volume-of fluid" (*VOF*) développée par Hirt et Nichols [56] : Cette méthode est basée sur le concept d'une fraction du volume de liquide . Dans chaque cellule de maillage (volume de contrôle), il est usuel de maintenir seulement une valeur pour chaque quantité d'écoulement (par exemple, pression, vitesse, température). Selon ce raisonnement, l'utilisation d'une seule quantité, la fraction volumique du liquide en chaque cellule du maillage, est conforme à la résolution des autres quantités d'écoulement. Si nous connaissons la quantité de liquide sur chaque cellule, il est possible de localiser les surfaces, de déterminer les pentes et les courbures extérieures pour chaque cellule donc, nous obtenons la forme de la surface libre liquide-gaz.

Voici une brève discussion des diverses techniques employées pour modéliser numériquement la surface libre. Dans notre étude, nous utilisons la méthode (*VOF*) qui est probablement la technique la plus réussie en raison de sa simplicité et sa robustesse. Les équations sont solutionnées avec le logiciel de volumes finis **Fluent** [57]. La formulation de "volume de contrôle" (*VOF*) se base sur le fait que deux fluides ou plus (ou phases) n'interpénètrent pas. Pour chaque phase additionnelle que nous

ajoutons au modèle, une variable est définie : la fraction de volume de la phase dans la cellule. Sur chaque volume de contrôle, la somme de toutes les fractions de volume est égale à l'unité. Les champs pour toutes les variables et les propriétés sont partagés par les phases et représentent des valeurs de volume moyen, tant que la fraction de volume de chacune des phases est connue à chaque endroit. Ainsi, les variables et les propriétés à n'importe quelle cellule représentent une des phases (liquide ou gaz), ou représentent un mélange des deux phases telle que représentée par la figure (3.9) . Tout dépend des valeurs de la fraction volumique. Si la fraction du volume du fluide  $q$  dans la cellule est nommée comme  $\alpha_q$ , alors les trois conditions suivantes sont possibles:

- $\alpha_q = 0$  : La cellule est vide.
- $\alpha_q = 1$  : La cellule est pleine.
- $0 < \alpha_q < 1$  : Présence de mélange dans la cellule.

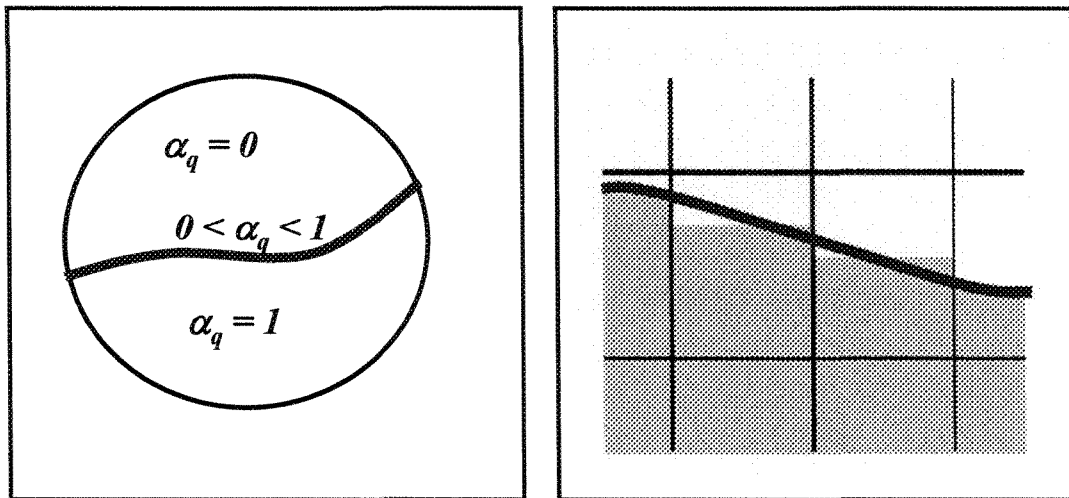


Figure 3.9: Représentation de la méthode volume de contrôle "VOF".

Basé sur la valeur locale de  $\alpha_q$ , les propriétés et les variables appropriées seront assignées à chaque volume de contrôle dans le domaine.

Le cheminement de l'interface entre les phases est accompli par la solution d'une équation de continuité pour la fraction de volume d'une (ou plus) des phases. Pour la phase  $q$ , cette équation aura la forme suivante [57]:

$$\frac{1}{\rho_q} \left( \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right) = S_{\alpha q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (3.25)$$

et  $\dot{m}_{pq}$  est le transfert de masse à partir de la phase  $q$  à la phase  $p$  et  $\dot{m}_{qp}$  est le transfert de masse à partir de la phase  $p$  à la phase  $q$ . Dans notre étude le transfert de masse entre le liquide et l'air est nul.  $S_{\alpha q}$  représente le terme source qui est nul dans cette étude. Donc, l'équation ( 3.25) aura la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q v_q) = 0 \quad (3.26)$$

L'équation de la fraction volumique ne sera pas résolue pour la phase primaire (air). La fraction volumique de l'air sera calculée à partir de la contrainte que la somme des fractions volumiques dans chaque cellule est égale à l'unité :

$$\sum_{q=1}^2 \alpha_q = 1 \quad (3.27)$$

Les propriétés qui apparaissent dans les équations de transport sont déterminées par la présence des phases composées en chaque volume de contrôle. Dans notre système (liquide et air), les phases sont représentées par les indices: 1 pour l'air et 2 pour le liquide.

Le problème transitoire de la surface est résolue par une seule équation de quantité de mouvement dans tout le domaine, et le champ de vitesse résultant est mis en commun

entre les phases.

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v v) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla v + \nabla v^T)] + \rho g + F \quad (3.28)$$

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (3.29)$$

Une limitation de l'approximation du champs partagé est que dans les cas où des grandes différences de vitesse existent entre les phases, l'exactitude des vitesses à calculer près de l'interface peut être compromise. Ce dernier cas n'est pas présent dans notre étude.

L'équation de quantité de mouvement (3.28), dépend des fractions volumiques de toutes les phases par les propriétés  $\rho$  et  $\mu$ . La densité et la viscosité en chaque cellule sont définies par :

$$\rho = \rho_2 \alpha_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (3.30)$$

$$\mu = \mu_2 \alpha_2 + (1 - \alpha_2) \mu_1$$

Où: les indices **2** et **1** représentent respectivement la phase seconde (liquide) et la phase primaire (Air).

L'équation de quantité de mouvement composée (3.28) est résolue conjointement avec l'équation de continuité (3.29), pour dériver l'écoulement transitoire avec la surface libre, en appliquant l'algorithme de correcteur de pression PISO [57] (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) qui est employé pour le couplage de pression-vitesse. Ceci est dans le but de tenir compte des valeurs accrues sur tous les facteurs de sous-relaxation sans perte de stabilité.

### 3.3.1 Choix des paramètres d'analyse

Pour atteindre notre objectif de comparaison entre le modèle analytique et le modèle numérique, nous allons utiliser les mêmes paramètres. Donc, le comportement transitoire du ballonnement du liquide des camions citernes partiellement remplis sera évalué en fonction du décalage de la charge du liquide. Cette évaluation est obtenue en étudiant le déplacement instantané du centre de masse, force et moment due à la pression du liquide et la variation des moments d'inertie. Le logiciel Fluent ne donne pas directement ces données mais il nous permet d'ajouter une sous-routine (User Defined Function) écrite en langage *C* afin de calculer la variation dans le temps de ces quantités.

#### Force et moment dus à la pression du liquide

Les forces résultantes sont dues à la pression exercée et distribuée sur les murs de la citerne. Les forces dues à la viscosité pour un tel liquide avec faible viscosité sont infiniment petites comparativement aux forces de pression. Donc, elles seront négligées. Ces forces de pression seront calculées par intégration numérique sur toutes les cellules du liquide adjacentes au mur de la citerne. Les moments dus aux forces de pression du liquide par rapport au centre du système des coordonnées, illustrés par la figure (3.10) seront calculés de la même manière telle que définie par l'équation (3.31).

$$\begin{aligned}
 Fp_j &= \sum_{i=1}^{liquide} P_{c_i} A_{j_{c_i}} \\
 Mp_j &= \sum_{i=1}^{liquide} r_{c_i} \times Fp_j
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Avec:

$A_{j_{c_i}}$  : Surface de la face de la cellule  $c_i$  dans la direction  $j$ .

$P_{c_i}$  : Pression du centre de la cellule  $c_i$ .

$F_{p_j}$  : Force de pression dans la direction  $j$ .

$M_{p_j}$  : Moment de la force de pression par rapport à l'origine du système de référence  $o$ .

$r_{c_i}$  : Vecteur du centre de masse par rapport à l'origine du système de référence  $o$ .

$j \equiv (x, y, z)$ .

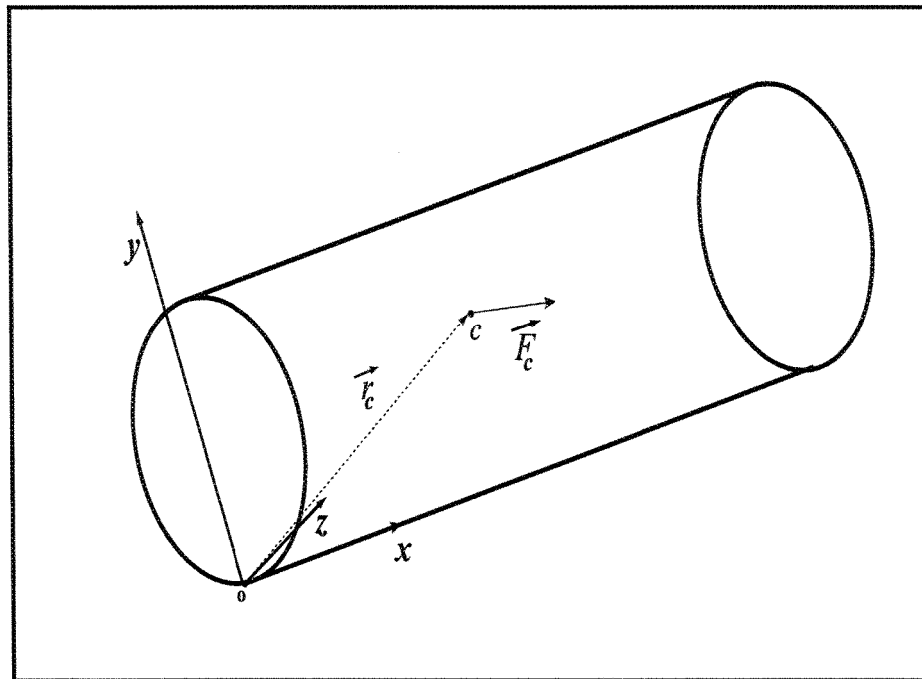


Figure 3.10: Force et moment dus à la pression du liquide.

### Décalage de la charge du liquide

Le déplacement instantané du centre de masse sera calculé par intégration numérique qui couvre le domaine du liquide comme suit:

$$\begin{aligned}
 x_L &= \frac{\sum_{i=1}^{liquide} x_{c_i} V_{c_i}}{V_{liquide}} \\
 y_L &= \frac{\sum_{i=1}^{liquide} y_{c_i} V_{c_i}}{V_{liquide}} \\
 z_L &= \frac{\sum_{i=1}^{liquide} z_{c_i} V_{c_i}}{V_{liquide}}
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

Avec:

$V_{c_i}$  : Volume de la cellule  $i$ .

$(x_{c_i}, y_{c_i}, z_{c_i})$  : Coordonnées de la cellule  $c_i$  par rapport à l'origine du système de référence  $o$ .

### Moments d'inertie

Les moments d'inertie de masse sont calculés par l'intégration numérique de la somme des coordonnées instantanées de la cellule du liquide multiplié par le volume et la densité du liquide telles que exprimées par les expressions suivantes :





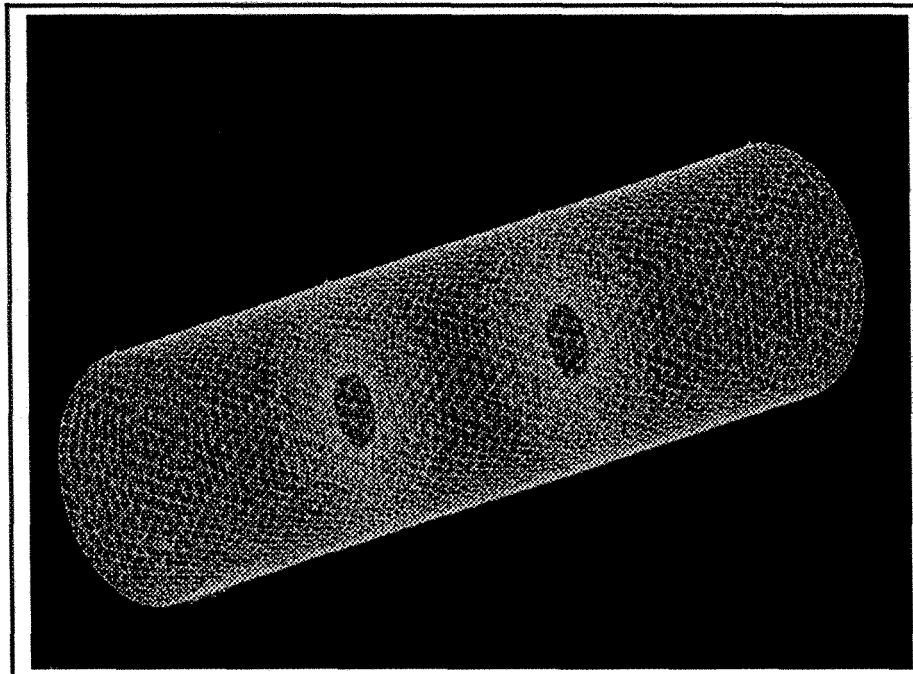
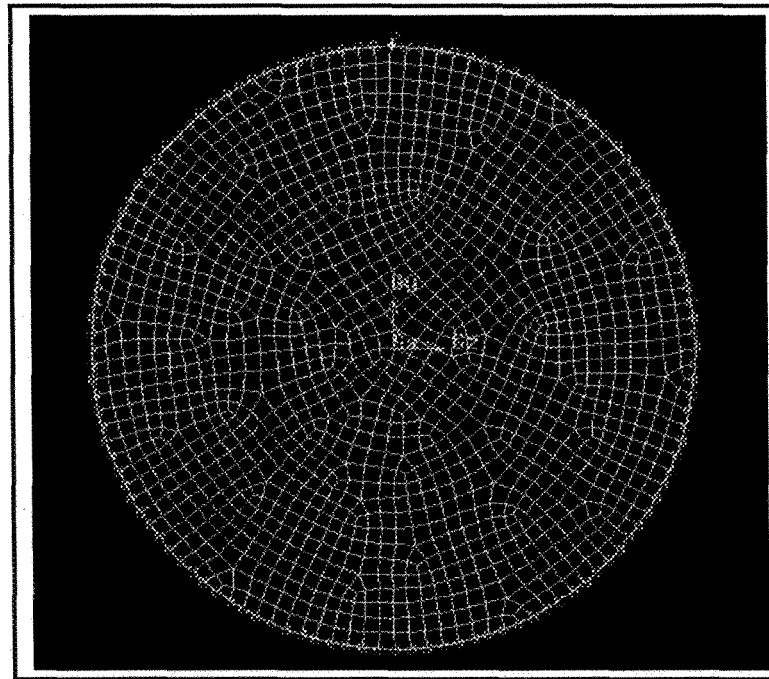


Figure 3.11: Maillage non structuré appliqué sur la citerne.

### 3.4 Effect du maillage et du pas de temps

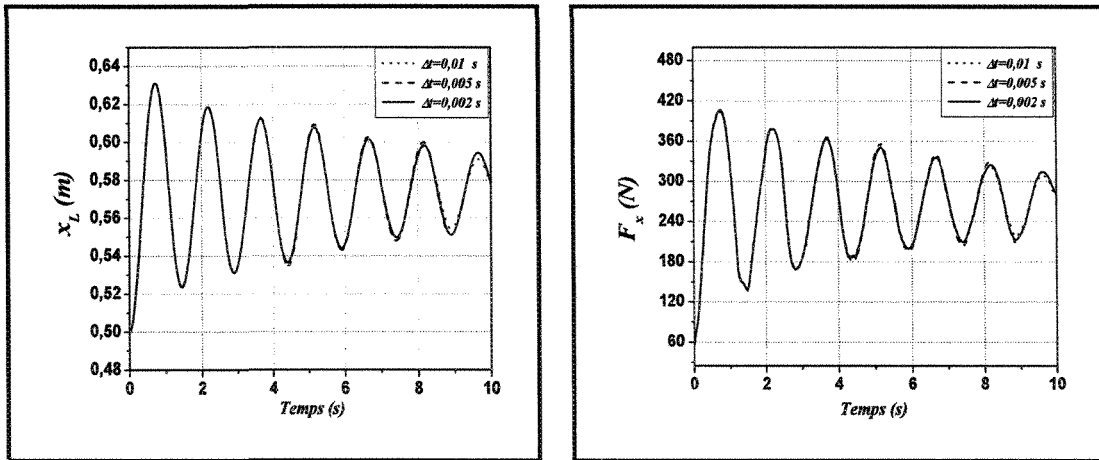
Cette section étudie l'effet du maillage et du pas de temps sur les calculs numériques. Nous avons choisi trois différents maillages pour analyser cet effet pour une citerne de section circulaire partiellement remplie  $\tau = 50\%$  de rayon  $r = 0.3 \text{ m}$  et de longueur d'unité sujet à une excitation de décélération d'impulsion d'échelon  $a_x = 2 \text{ m/s}^2$ . Les détails du nombre de cellules, du nombre de faces et du nombre de noeuds sont représentés par le tableau (3.1). De la même manière, nous avons choisi trois différents pas de temps de simulation  $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ ,  $\Delta t = 0.005 \text{ s}$  et  $\Delta t = 0.002 \text{ s}$ . Nous avons choisi deux paramètres pour analyser l'effet du maillage et du pas de temps. Le déplacement de la coordonnée longitudinale  $x_L$  du centre de masse et la force de pression longitudinale  $F_x$ . Ces deux paramètres sont en accord avec le choix de l'excitation de décélération choisie comme critère de comparaison.

Tableau 3.1: Caractéristiques de trois maillages

Maillage	Nombre de faces	Nombre de cellules	Nombre de noeuds
Maillage 1	13648	4800	5600
Maillage 2	26127	9090	10292
Maillage 3	39925	13825	15444

Les figures (3.12) et (3.13) représentent la comparaison de simulations numériques pour trois cas de maillages différents et trois pas de temps de simulation différents en terme de déplacement longitudinal de la coordonnée du centre de masse du liquide  $x_L$  et de force de pression longitudinale  $F_x$ . Dans le cas du maillage, nous observons que nous avons une petite différence entre le maillage 1 et 2, cependant, nous constatons que le maillage 2 colle parfaitement avec le maillage 3. Ces résultats nous ont permis de conclure que le fait de raffiner le maillage de plus en plus n'influence pas les résultats, par contre il va augmenter le temps de calcul et nous perdons la stabilité de la solution.

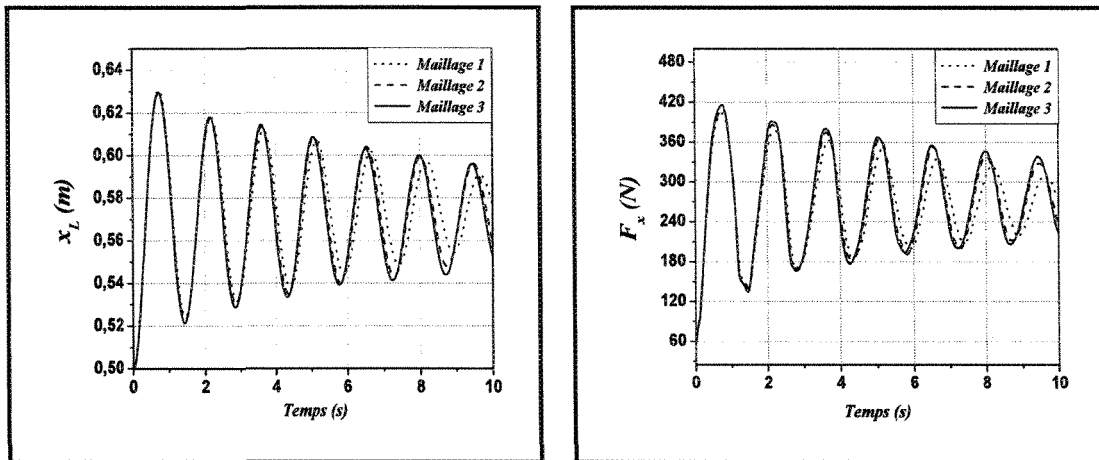
Dans le cas de la comparaison de différents pas de temps de simulation, nous constatons que pour  $\Delta t = 0.005 \text{ s}$  c'est suffisant. D'après cette comparaison, nous concluons qu'un maillage raisonnable et un pas du temps de  $\Delta t = 0.005 \text{ s}$  seront des paramètres de simulation idéals pour toutes les simulations de cette étude.



a) Déplacement longitudinal  $x_L$ .

b) Force de pression longitudinale  $F_x$ .

Figure 3.12: Comparaison entre trois différents pas de temps de simulation.



a) Déplacement longitudinal  $x_L$ .

b) Force de pression longitudinale  $F_x$ .

Figure 3.13: Comparaison entre trois différents maillage.

### 3.5 Effet de la viscosité du liquide

Deux liquides de densité égale et de viscosité différente, tel qu'illustré dans le tableau (3.2), sont choisis pour analyser l'effet de la viscosité sur le ballonnement du liquide. Afin d'analyser cet effet, nous avons modélisé le décalage longitudinal de la charge du liquide dans le cas d'une citerne non compartimentée. Ce cas, génère plus de ballonnement que dans le cas latéral. La citerne est partiellement remplie ( $\tau = 50\%$  et  $\tau = 70\%$ ) de section circulaire de rayon  $r = 1.05m$  et de longueur  $L = 4.5m$  sujet à une décélération d'impulsion d'échelon d'amplitude ( $a_x = 0.25g$  et  $a_x = 0.45g$ ). Le déplacement longitudinal du centre de masse  $\Delta x$  et la force de pression longitudinale  $F_x$  seront les deux paramètres choisis pour analyser l'effet de la viscosité.

Tableau 3.2: Paramètres physiques.

Fluide	Paramètres	Valeurs
Huile domestique (Fuel oil)	densité	$\rho = 960 \text{ kg/m}^3$
	viscosité dynamique	$\eta = 0.048 \text{ kg/m.s}$
Huile de ricin (Castor oil)	densité	$\rho = 960 \text{ kg/m}^3$
	viscosité dynamique	$\eta = 0.985 \text{ kg/m.s}$

Les résultats montrées, par les figures (3.14 et 3.15 ), démontrent que l'effet de la viscosité pour la gamme de variation choisie peut être considéré comme négligeable. Nous pouvons conclure que dans cette recherche un liquide avec faible viscosité tel que l'huile domestique est suffisant pour performer la comparaison entre le modèle analytique et numérique.

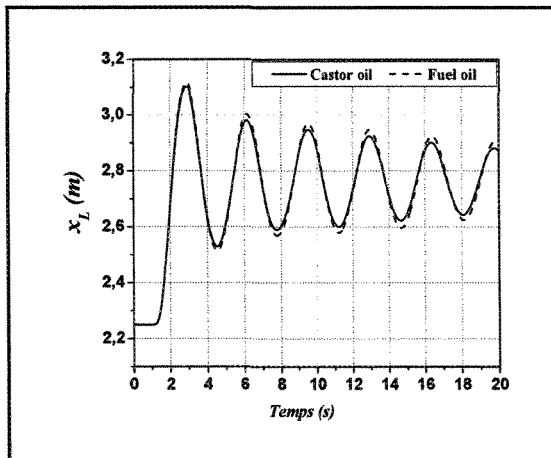
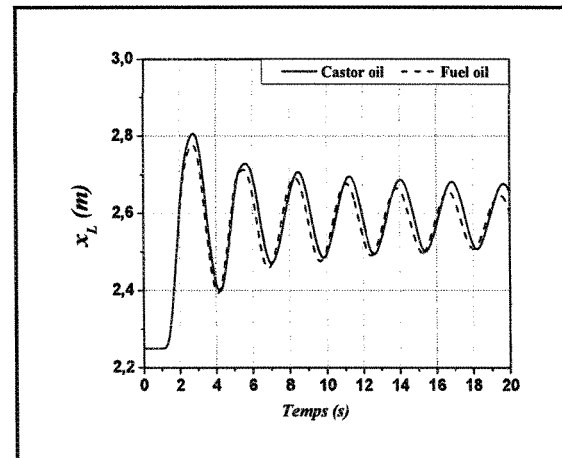
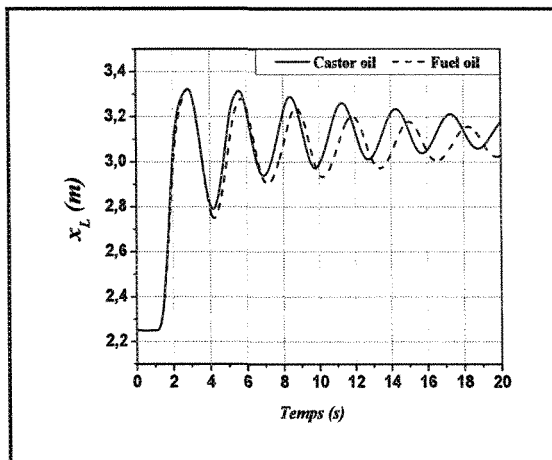
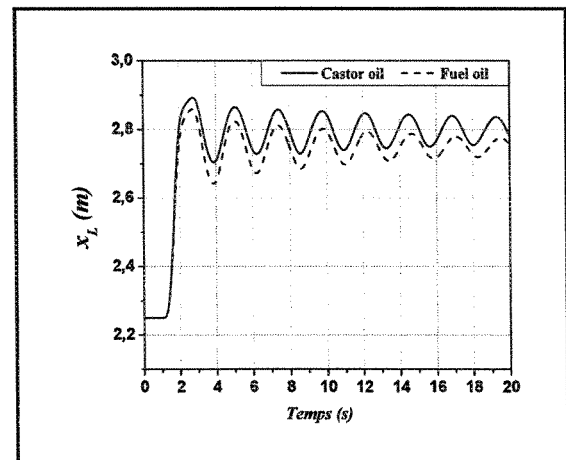
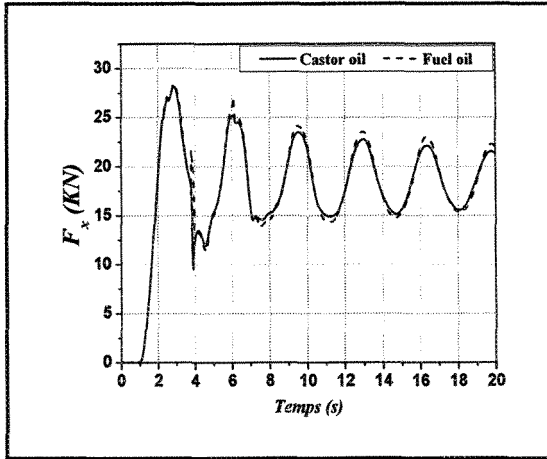
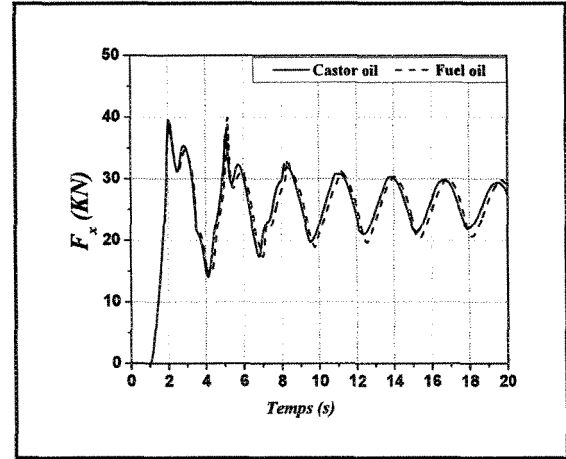
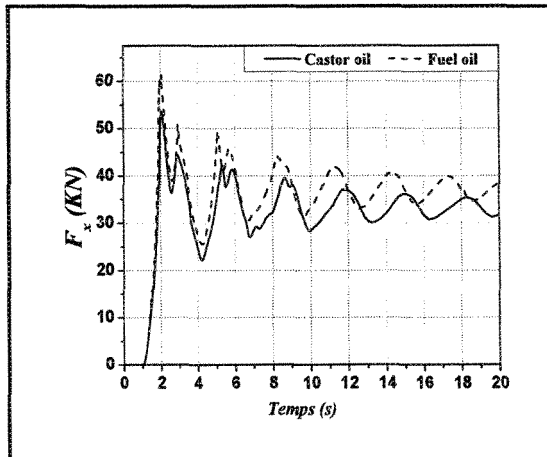
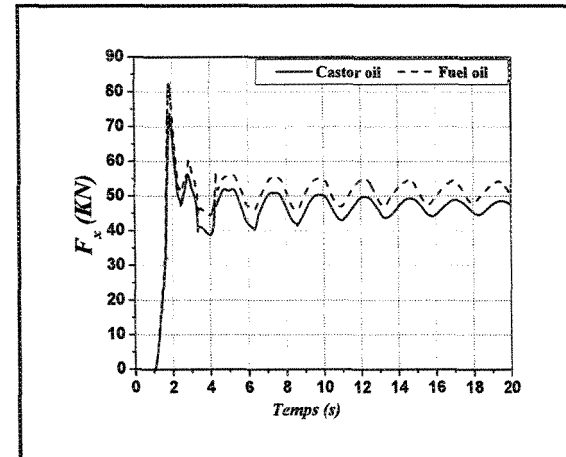
a)  $a_x = 0.25g$  ,  $\tau = 50\%$ b)  $a_x = 0.25g$  ,  $\tau = 70\%$ c)  $a_x = 0.45g$  ,  $\tau = 50\%$ d)  $a_x = 0.45g$  ,  $\tau = 70\%$ 

Figure 3.14: Effet de la viscosité sur le décalage longitudinal de la charge du liquide  $x_L$ .

a)  $a_x = 0.25g$  ,  $\tau = 50\%$ b)  $a_x = 0.25g$  ,  $\tau = 70\%$ c)  $a_x = 0.45g$  ,  $\tau = 50\%$ d)  $a_x = 0.45g$  ,  $\tau = 70\%$ Figure 3.15: Effet de la viscosité sur la force de pression longitudinale  $F_x$ .

## Chapitre 4

# Simulation et validation du modèle analytique vs le modèle numérique

Ce chapitre est consacré à la validation du modèle analytique vs le modèle numérique qui est un modèle complexe et coûteux. Lors du développement du modèle analytique, nous avons imposé certaines hypothèses pour formuler un modèle simple et complet. Dans les sections suivantes, nous allons comparer ces deux modèles en simulant certaines manoeuvres standards dans le domaine des véhicules terrestres.

### 4.1 Décalage latéral de la charge du liquide

Pour comparer entre les deux modèles, nous avons choisi un liquide de faible viscosité pour générer plus d'oscillations dans un cas de remplissage partiel. La citerne partiellement remplie ( $\tau = 50\%$  et  $\tau = 75\%$ ) est de section elliptique de demi axes  $a = 1.2m$ ,  $b = 1m$  et  $L_c = 7.5m$ . Le liquide transporté est de l'huile domestique ( $\rho = 960 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 0.048 \text{ kg/m.s}$ ). La réponse transitoire du ballonnement du liquide est évaluée par le déplacement instantané des coordonnées du centre de masse, des moments d'inertie et la force de pression exercée par le liquide sur les parois de la citerne. Ces paramètres sont calculés par intégration numérique qui couvre le domaine

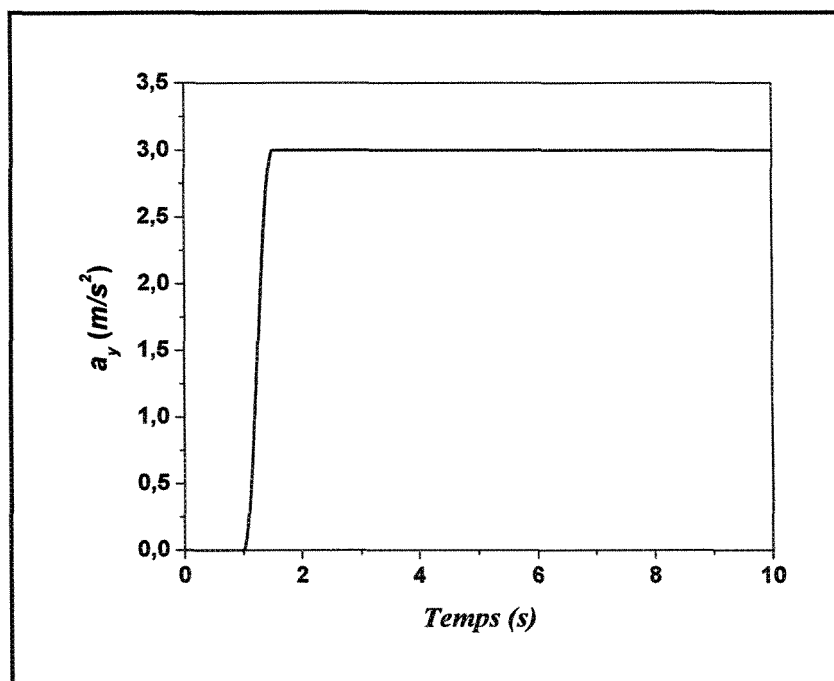


du liquide exprimé par les équations (3.31, 3.32 et 3.33). Ces résultats seront comparés aux résultats du modèle analytique calculés par intégration analytique définie par l'équation (3.12). Pour évaluer la réponse de la stabilité directionnelle, plusieurs manoeuvres peuvent être exécutées telles que la manoeuvre de direction pour négocier une courbe (steady state turning), le changement de voie simple (single lane change manoeuvre) et le changement de voie double (double lane change manoeuvre).

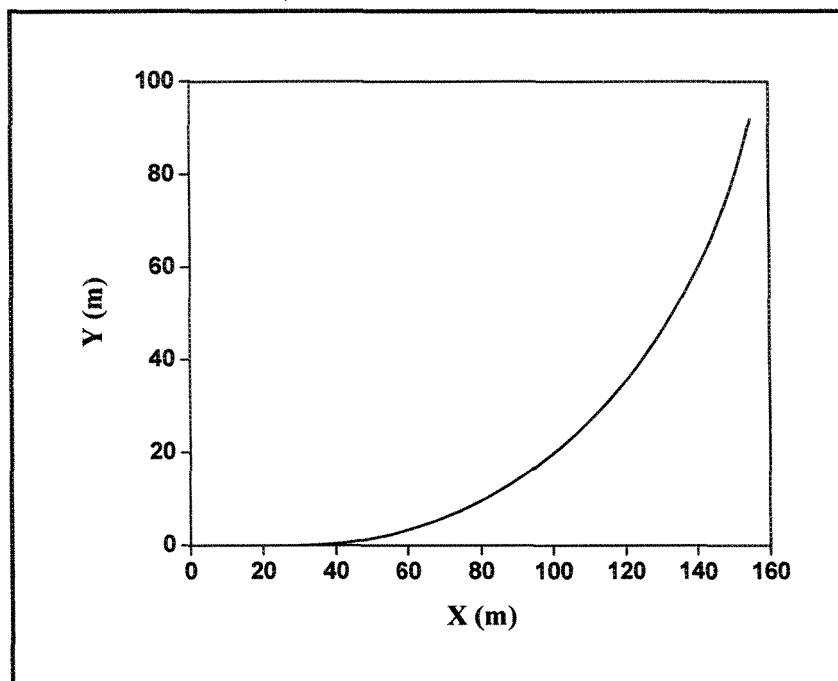
#### 4.1.1 Mouvement dans une courbe

Cette manoeuvre consiste à, une fois la phase transitoire de l'angle de direction est terminée, le véhicule est engagé dans une courbe avec un rayon de courbure constant telle que définie par l'équation (4.1) et illustrée par la figure (4.1).

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_y = 0 & , \quad t \leq t_1 \\ a_y = -\frac{A}{2} \cos(2(t - t_1) + \pi) + t_2 & , \quad t_1 < t \leq t_2 \\ a_y = A & , \quad t > t_2 \\ A = 3 \text{ m/s}^2, t_1 = 1 \text{ s et } t_2 = 1.5 \text{ s} \end{array} \right. \quad (4.1)$$



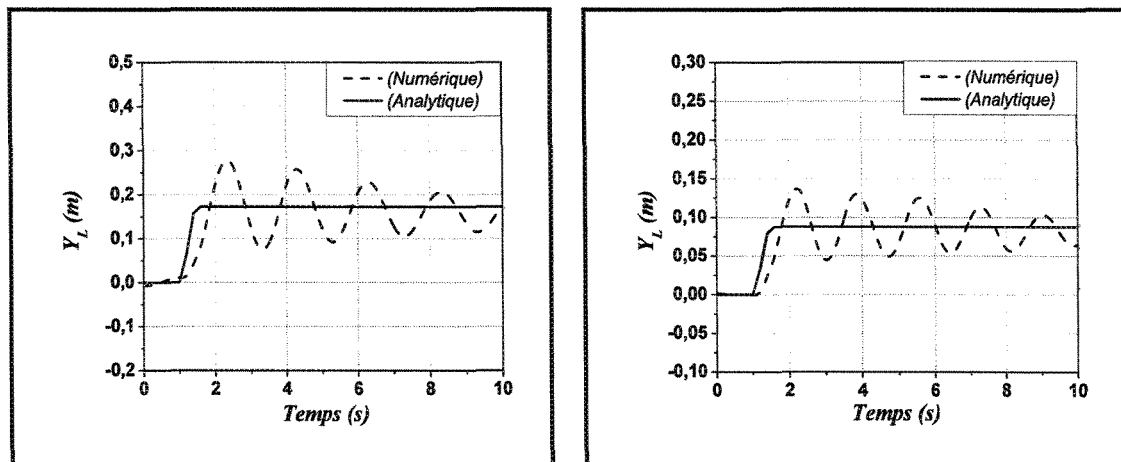
a) Accélération latérale.



b) Distance parcourue.

Figure 4.1: Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre dans une courbe.

Les figures (4.2 et 4.3) représentent le décalage de la charge sous l'influence de l'excitation latérale  $a_y$ . Les résultats montrent une petite variation dans l'amplitude de la coordonnée verticale  $z_L$  comparativement à celle de la coordonnée latérale  $y_L$ . La variation augmente en fonction de l'amplitude de l'accélération latérale. Cette oscillation est due au mouvement du ballonnement du liquide dans le plan lateral qui est infiniment petit par rapport à la longueur de la citerne. Nous avons remarqué également que cette variation diminue lorsqu'on augmente le taux de remplissage. Au début, il y a une petite différence due à l'oscillation de la surface libre, qui a été négligée dans le modèle analytique. Par contre, dès que le liquide atteint le régime établi, la corrélation entre les deux modèles se stabilise.



a)  $\tau = 50\%$

b)  $\tau = 75\%$

Figure 4.2: Déplacement latéral du centre de masse  $y_L$ .

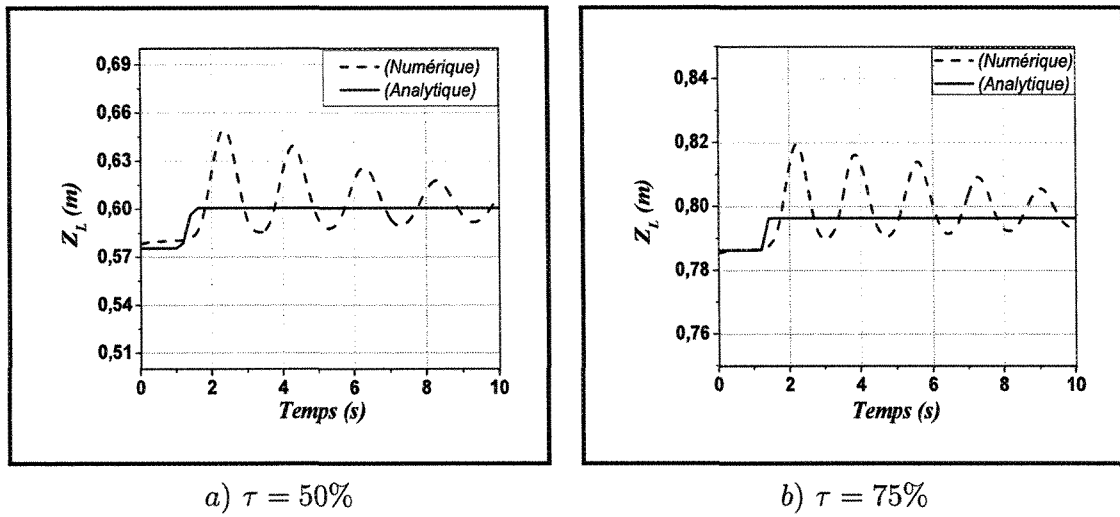
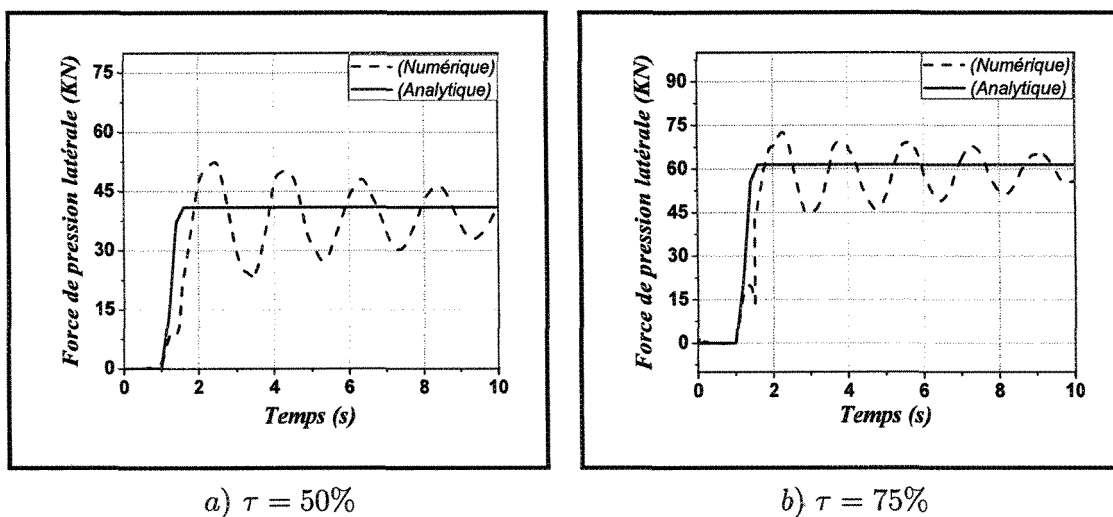
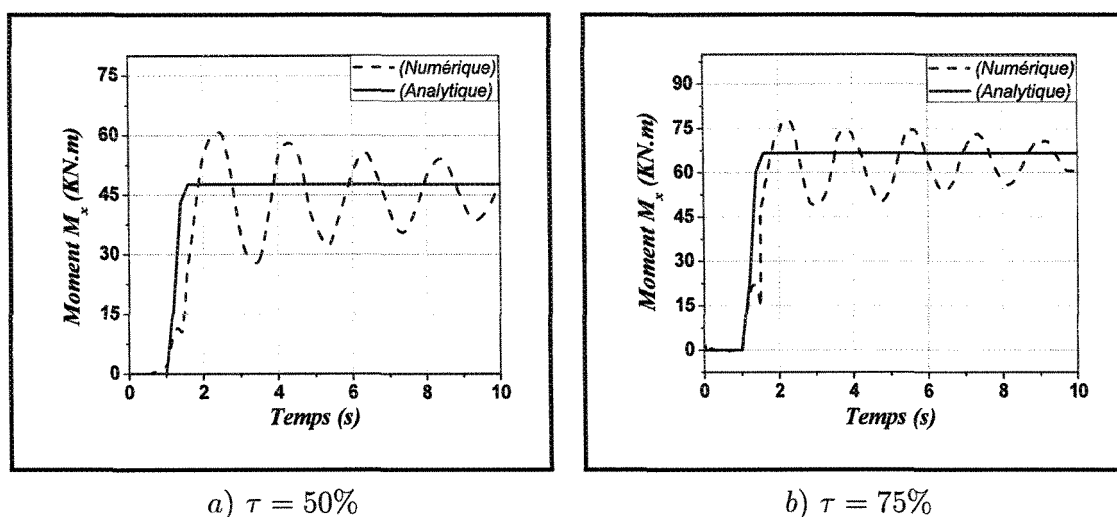
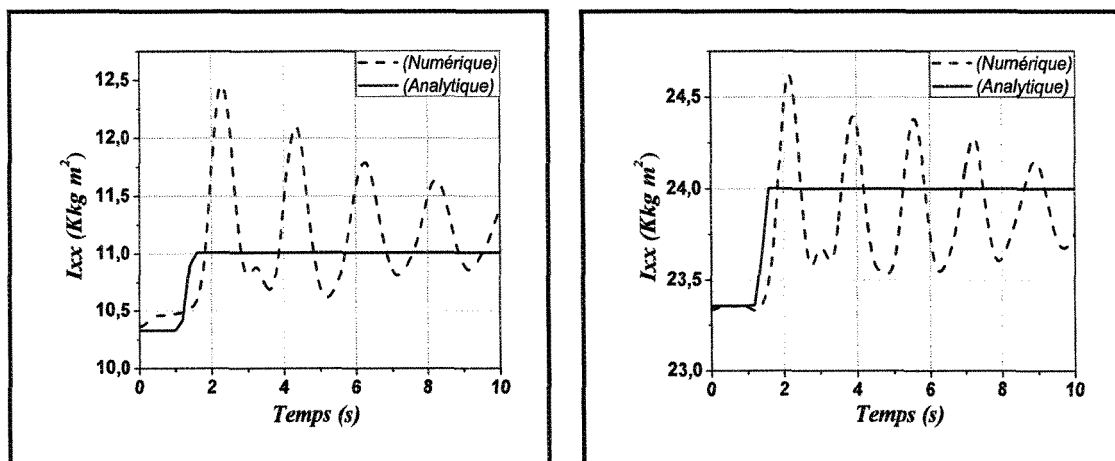


Figure 4.3: Déplacement vertical du centre de masse  $z_L$ .

Les figures (4.4, 4.5 et 4.6) illustrent la variation de la force de pression latérale  $F_y$ , le moment  $M_x$  du à la force de pression et le moment d'inertie de roulis  $I_{xx}$  respectivement. Nous constatons clairement que nous avons une très bonne corrélation entre les deux modèles et la différence est petite comparativement au décalage du centre de masse. Une fois que le liquide a atteint le régime établi, la corrélation se stabilise et l'amplitude du décalage pour les deux modèles se rapproche. Les valeurs du modèle analytique sont presque égales à la moyenne des oscillations du modèle numérique.

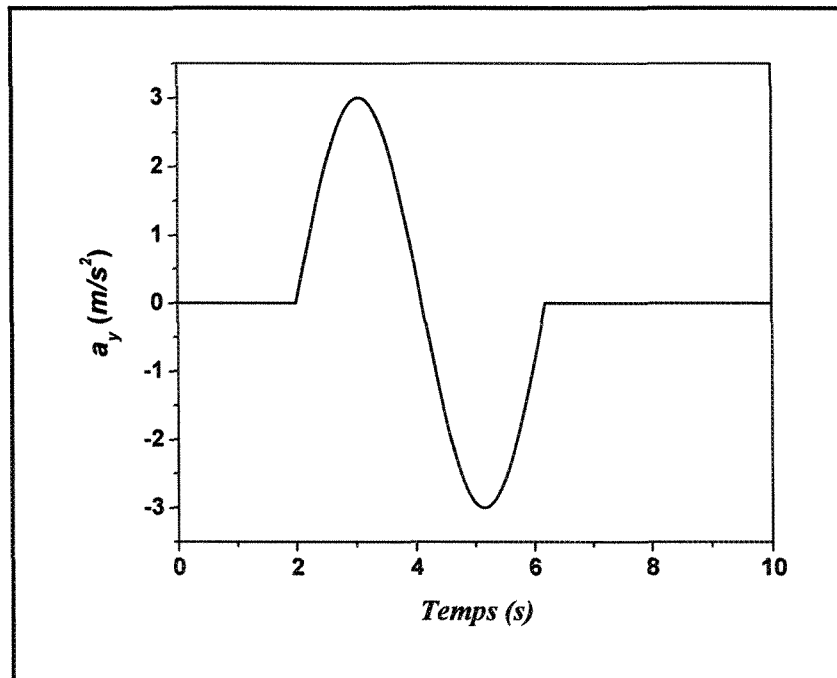
Figure 4.4: Force de pression latérale  $F_y$ .Figure 4.5: Moment  $M_x$  due to the pressure force relative to the origin of the reference system  $O$ .

a)  $\tau = 50\%$ b)  $\tau = 75\%$ Figure 4.6: Variation du moment d'inertie  $I_{xx}$ .

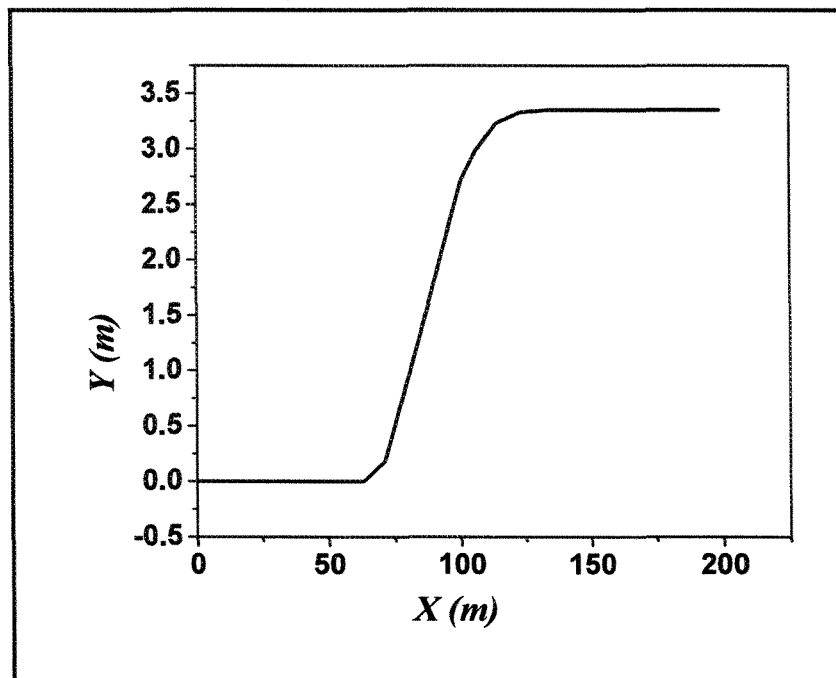
#### 4.1.2 Mouvement de changement de voie simple

La deuxième évaluation consiste en une manoeuvre de changement de voie simple (single lane change manoeuvre), tel que définie par l'équation (4.2). Cette manoeuvre est équivalente à un dépassement. Dans ce cas, le véhicule doit exécuter une manoeuvre de changement de voie simple pour ne pas dévier de son chemin de distance de  $61 \text{ m}$ . L'accélération latérale du centre de masse et la distance parcourue sont représentées par la figure (4.7).

$$\left\{ \begin{array}{l} a_y = 0 \quad , \quad t \leq t_1 \\ a_y = A \sin \left( \frac{2\pi(t - t_1)}{t_2 - t_1} \right) \quad , \quad t_1 < t \leq t_2 \\ a_y = 0 \quad , \quad t > t_2 \\ A = 3 \text{ m/s}^2, t_1 = 2 \text{ s et } t_2 = 6.2 \text{ s} \end{array} \right. \quad (4.2)$$



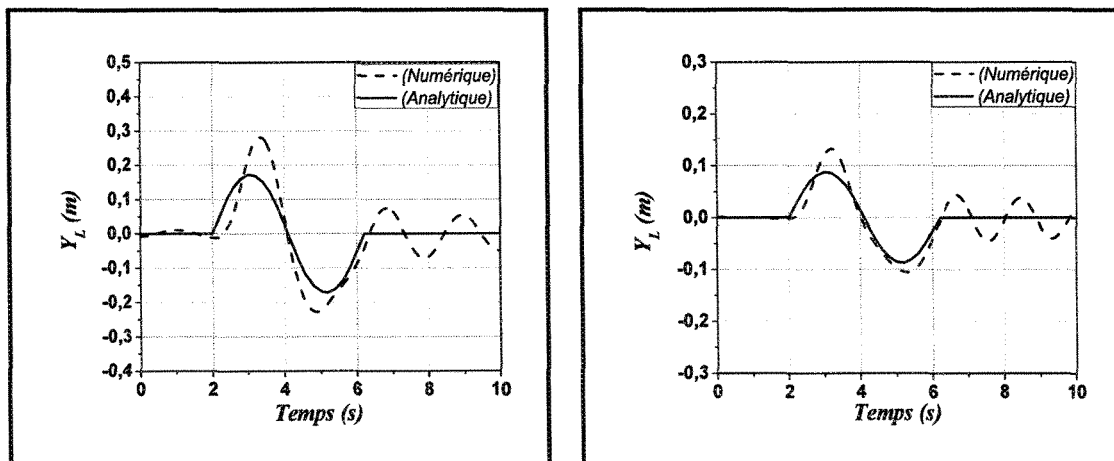
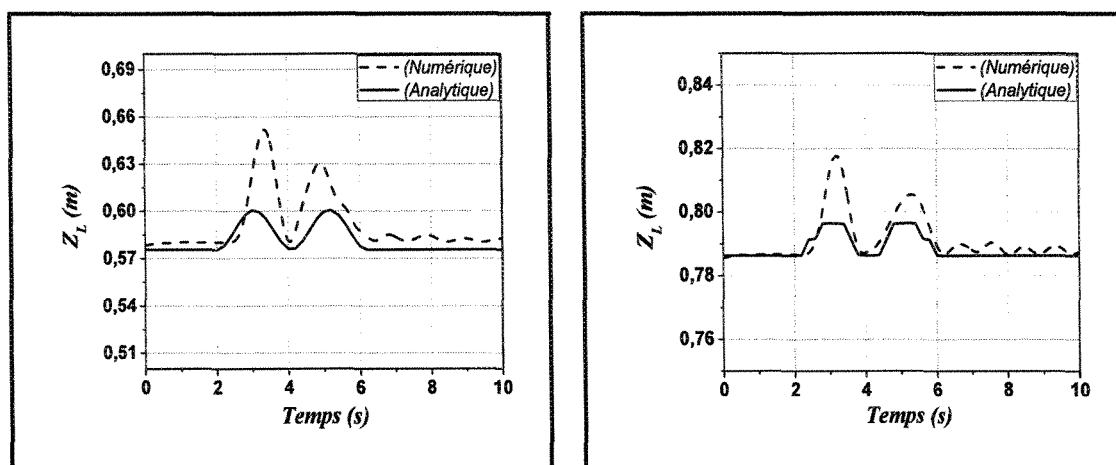
a) Accélération latérale



b) Distance parcourue

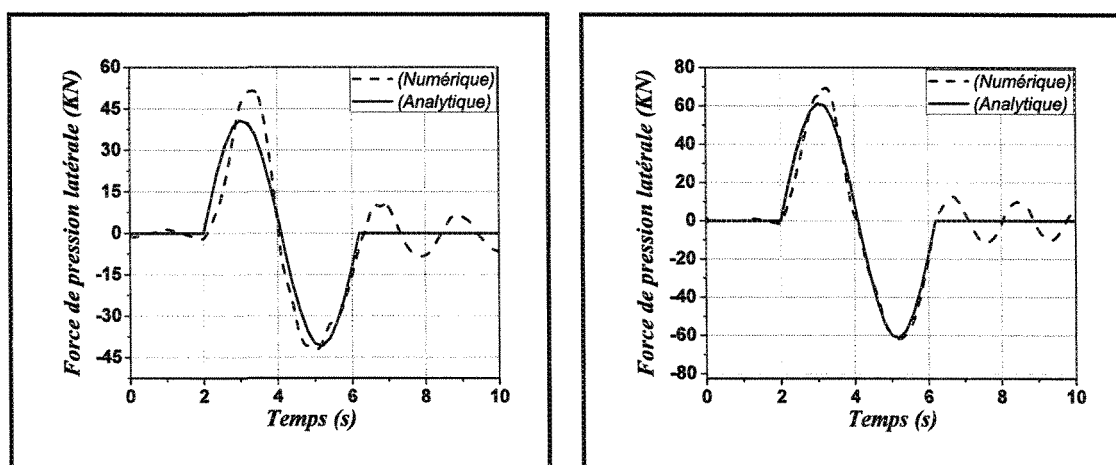
Figure 4.7: Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre de changement de voie simple.

Les résultats de cette simulation représentés par les figures (4.8 et 4.9) démontrent qu'en général, nous avons une bonne concordance entre les deux modèles analytique et numérique. Par contre, l'amplitude est plus grande pour le modèle numérique comparativement au modèle analytique due à l'effet double de la variation de l'accélération latérale (positive-négative).

a)  $\tau = 50\%$ b)  $\tau = 75\%$ Figure 4.8: Déplacement latéral du centre de masse  $y_L$ .a)  $\tau = 50\%$ b)  $\tau = 75\%$ Figure 4.9: Déplacement vertical du centre de masse  $z_L$ .



Les figures (4.10 , 4.11 et 4.12) montrent respectivement la variation de la force de pression latérale  $F_y$ , le moment  $M_x$  dû à la force de pression et le moment d'inertie de roulis  $I_{xx}$  . Nous constatons qu'au début, il y a une petite différence entre les deux modèles. Un petit retard a été également noté dans la réponse du modèle numérique comparé au modèle analytique. Cependant, cette variation diminue lorsqu'on augmente le taux de remplissage. Cette différence entre les deux modèles est due à la phase transitoire et au ballonnement dynamique du liquide. Une fois cette phase transitoire disparue, la corrélation se stabilise et l'amplitude du décalage pour les deux modèles se rapproche et les valeurs du modèle analytique sont presque égales à la moyenne des oscillations du modèle numérique.



a)  $\tau = 50\%$

b)  $\tau = 75\%$

Figure 4.10: Force de pression latérale  $F_y$ .

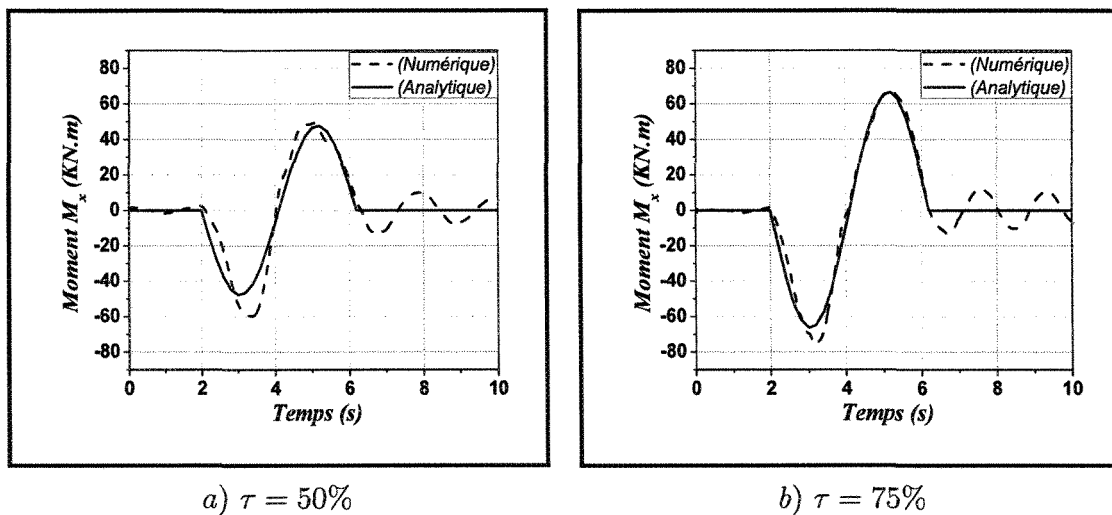


Figure 4.11: Moment  $M_x$  due à la force de pression par rapport à l'origine du système de référence.

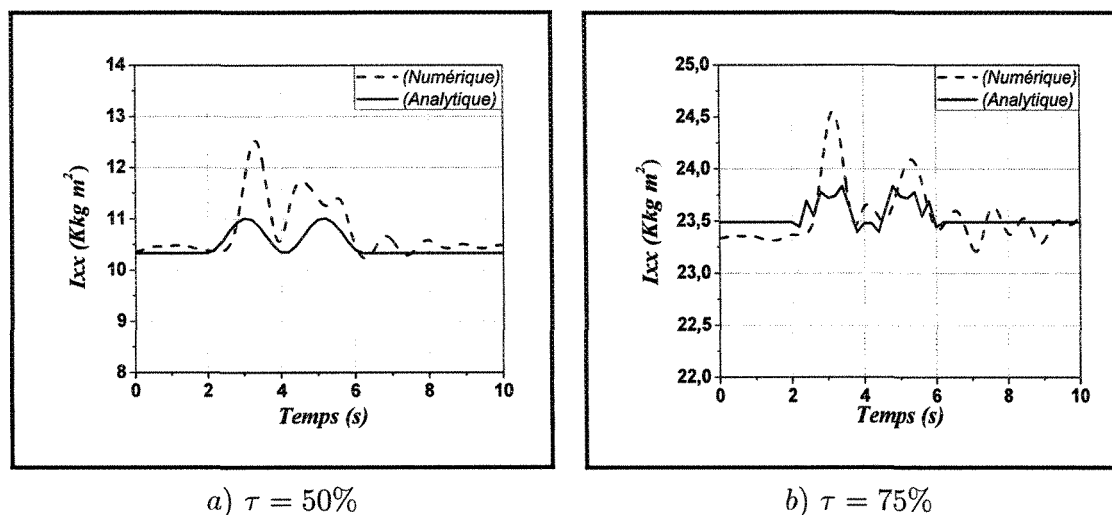
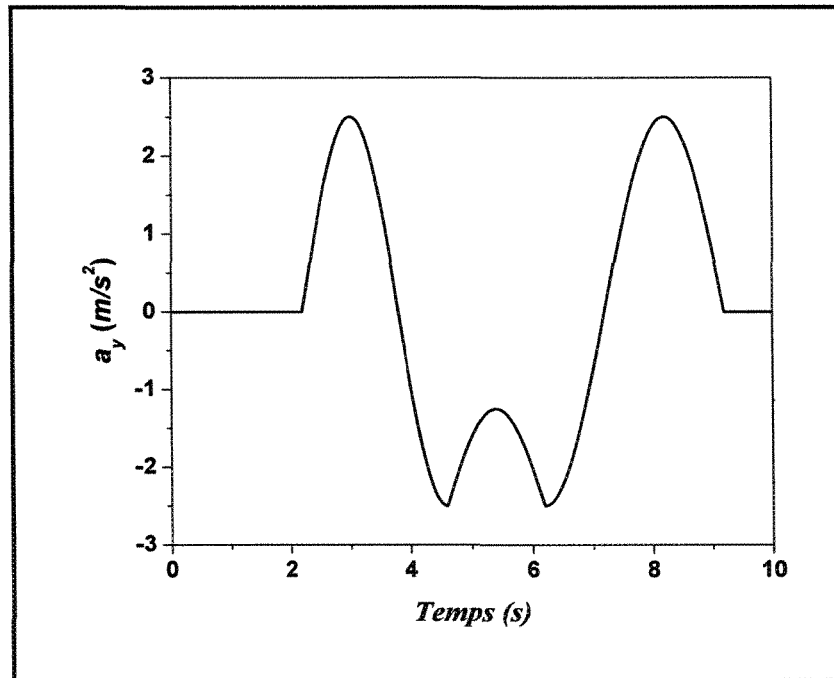


Figure 4.12: Variation du moment d'inertie de roulis  $I_{xx}$ .

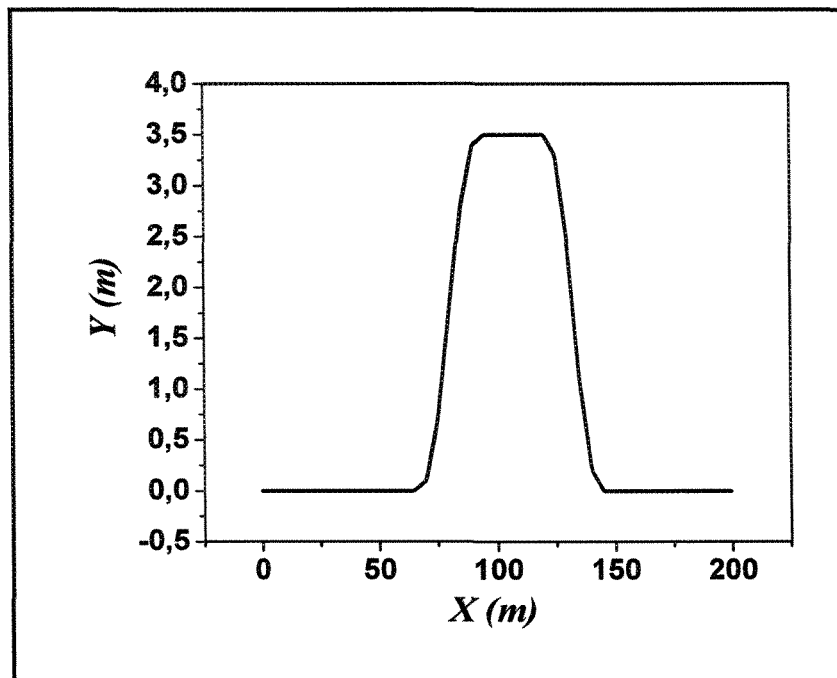
### 4.1.3 Mouvement de changement de voie double

Une manoeuvre de changement de voie double représente un dépassement ou un évitement d'un obstacle tel que définie par l'équation (4.3). L'accélération latérale du centre de masse et la distance parcourue sont représentées par la figure (4.13).

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_y = 0 & , \quad t \leq t_1 \\ a_y = A \sin \left( \frac{2\pi(t - t_1)}{3.2} \right) & , \quad t_1 < t \leq t_2 \\ a_y = \frac{A}{2} \left( \sin \left( \frac{2\pi(t - t_2)}{3.2} \right) - 2 \right) & , \quad t_2 < t \leq t_3 \\ a_y = -A \cos \left( \frac{2\pi(t - t_3)}{4} \right) & , \quad t_3 < t \leq t_4 \\ a_y = 0 & , \quad t > t_4 \\ A = 2.5m/s^2, t_1 = 2.2s, t_2 = 4.6s, t_3 = 6.2s \text{ et } t_4 = 9.2s \end{array} \right. \quad (4.3)$$



a) Accélération latérale



b) Distance parcourue

Figure 4.13: Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre de changement de voie double.

La corrélation est également bonne entre les deux modèles analytique et numérique durant cette manoeuvre telle qu'illustrée par les figures (4.14–4.18). Cependant, le modèle analytique est en retard comparativement au modèle numérique. Nous concluons que ce retard est dû à l'effet double de changement de voie qui génère plus d'oscillations du liquide dans la surface libre du modèle numérique. Cette oscillation prend plus de temps pour se stabiliser. Toutefois, il est moins important dans le cas du taux de remplissage de  $\tau = 75\%$ . En effet, il y a moins d'espace vide dans la citerne, donc, moins d'oscillations. Également, l'amplitude du décalage pour les deux modèles se rapproche et les valeurs du modèle analytique sont presque égales à la moyenne des oscillations.

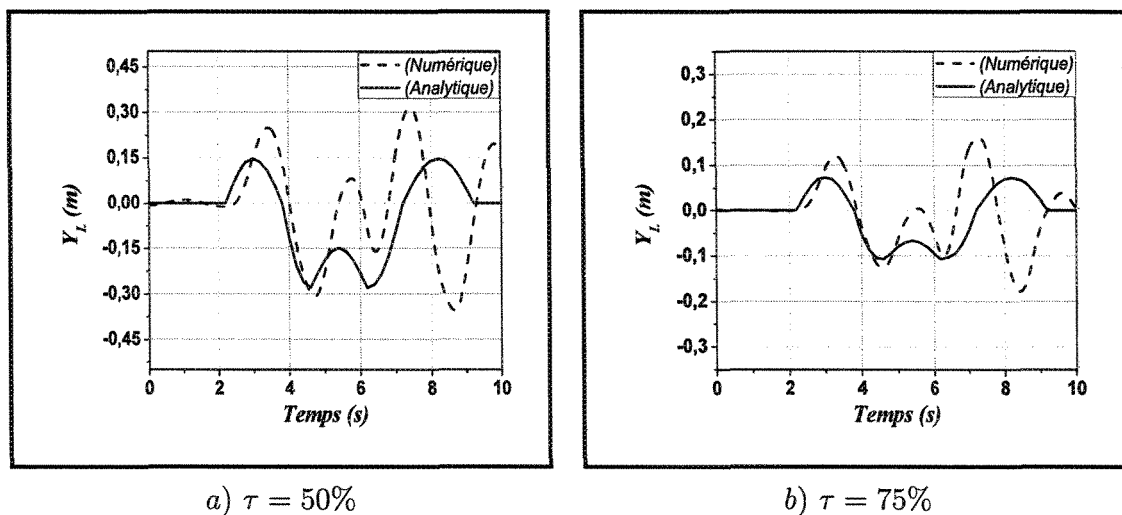
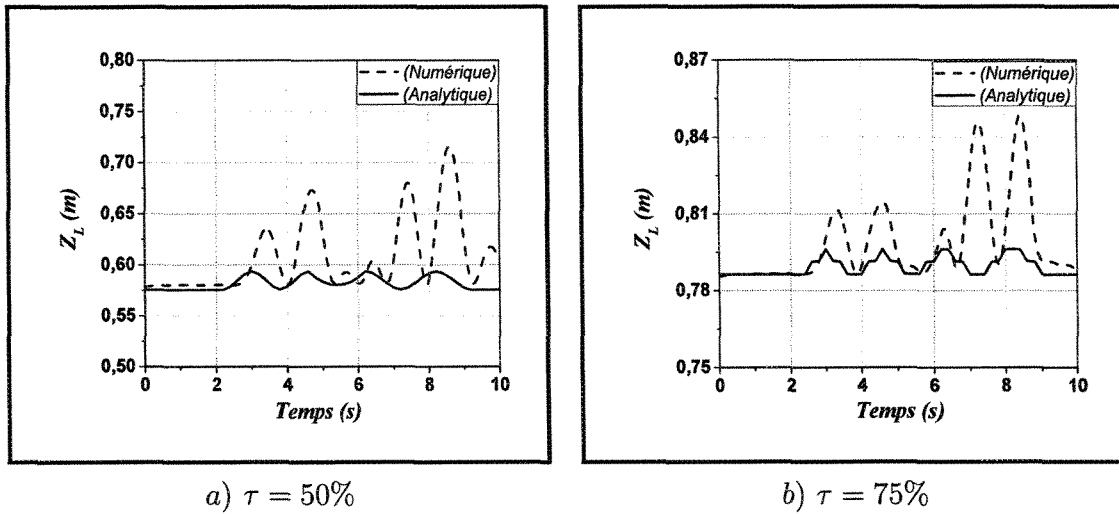
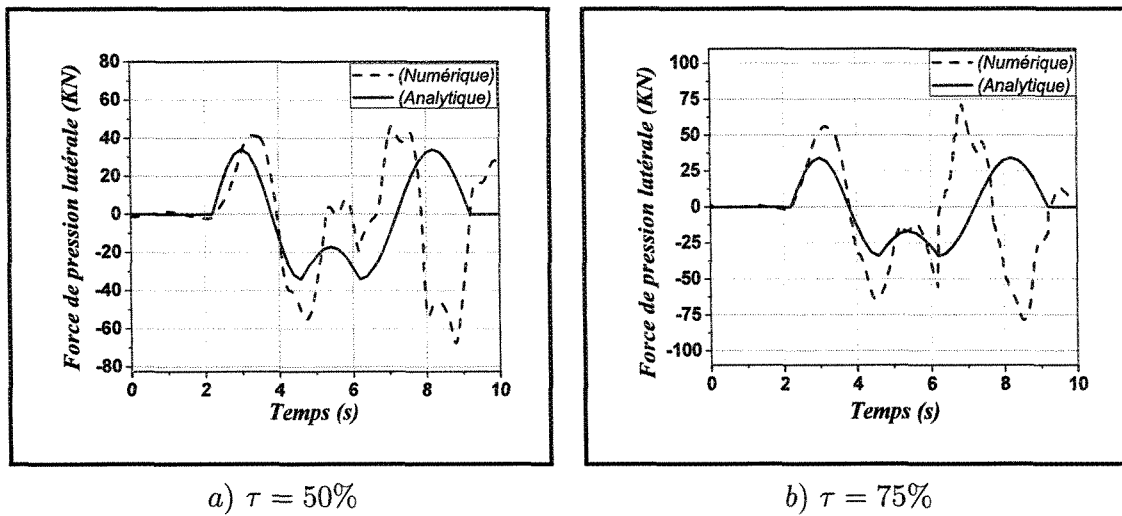


Figure 4.14: Déplacement latéral du centre de masse  $y_L$ .

Figure 4.15: Déplacement vertical du centre de masse  $z_L$ .Figure 4.16: Force de pression latérale  $F_y$ .

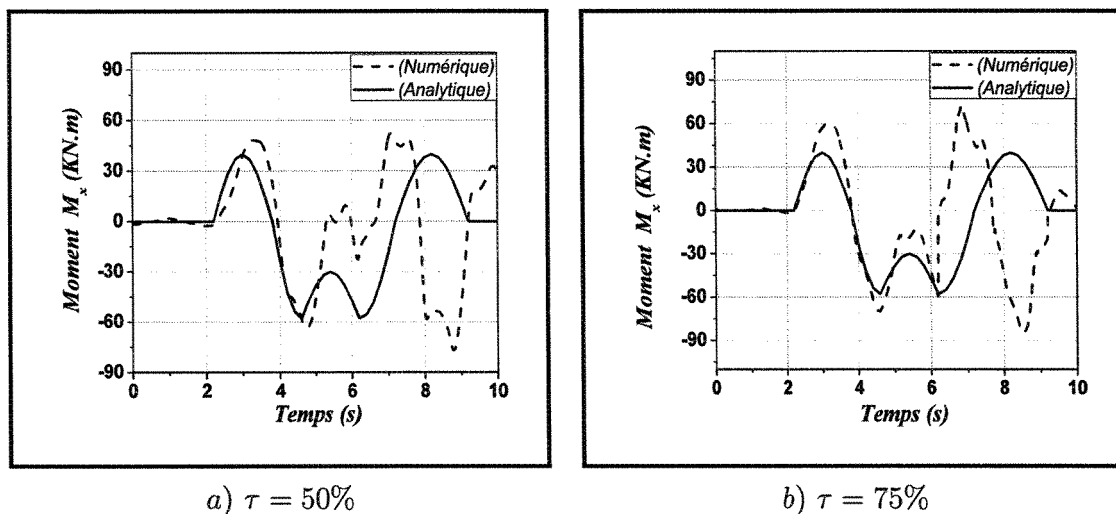


Figure 4.17: Moment  $M_x$  causé par la force de pression par rapport à l'origine du système de référence.

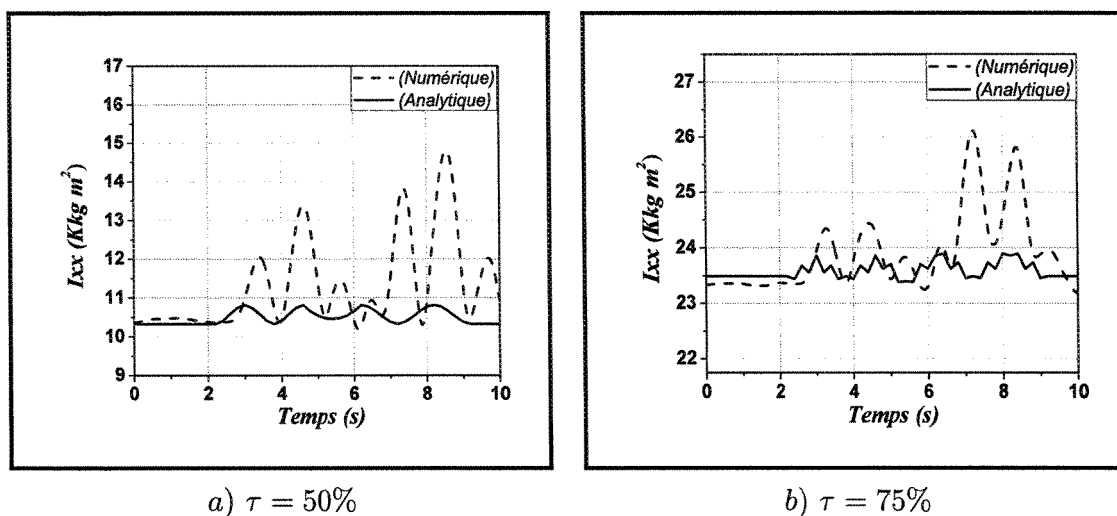


Figure 4.18: Variation du moment d'inertie  $I_{xx}$ .

## 4.2 Décalage longitudinal de la charge du liquide

Dans cette simulation, nous utilisons les mêmes paramètres que les résultats précédents. La réponse transitoire du ballonnement du liquide est évaluée par le déplacement instantané des coordonnées du centre de masse, des moments d'inertie et de la force de pression exercés par le liquide sur les parois de la citerne. Ces paramètres sont évalués en utilisant l'intégration numérique sur le domaine du liquide défini par les équations (3.31), (3.32) et (3.33). Ces résultats seront comparés aux résultats du modèle analytique calculés par l'intégration analytique exprimée par l'équation (3.16). La réponse a été analysée pour deux différentes fonctions à échelons modifiées pour réaliser la variation linéaire de la décélération. Cette fonction est définie par l'équation (4.4) et illustrée par la figure (4.19).

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_x = 0 & , \quad t \leq t_1 \\ a_x = -\frac{A}{2} \cos(2(t - t_1) + \pi) + t_2 & , \quad t_1 < t \leq t_2 \\ a_x = A & , \quad t > t_2 \end{array} \right. \quad (4.4)$$

$$A = 2.5 \text{ m/s}^2 \text{ où } A = 4.5 \text{ m/s}^2, t_1 = 1 \text{ s et } t_2 = 1.5 \text{ s}$$

Nous avons choisi deux conditions critiques de remplissage partiel 50% et 70% pour une citerne de section circulaire, qui correspondent aux volumes du liquide de 7.8 et 10.9  $m^3$ . Les dimensions géométriques de la citerne et les propriétés physiques du liquide et de l'air sont récapitulées dans les tableaux (4.1 et 4.2).



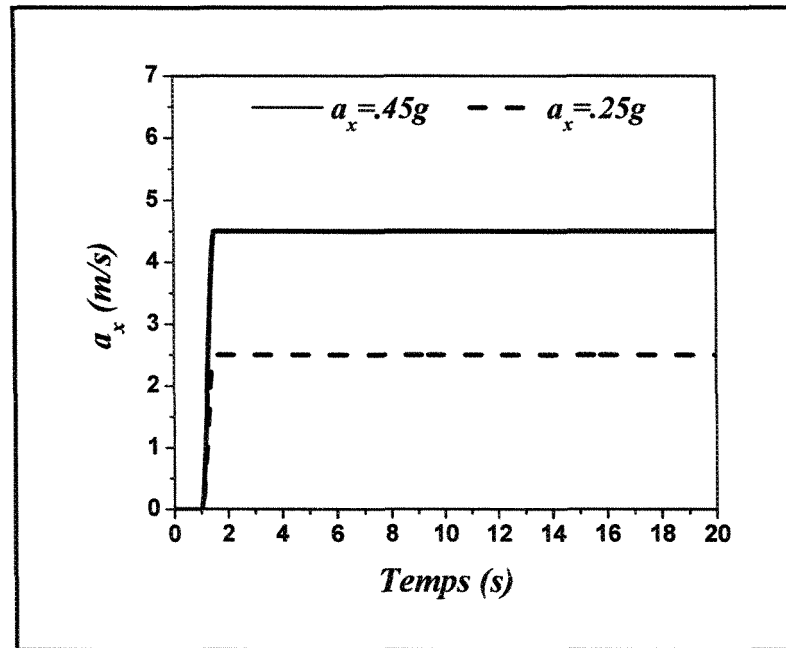


Figure 4.19: Décélération d'impulsion à échelon modifié.

Tableau 4.1: Paramètres de la géométrie de la citerne.

Paramètres	Symbole	Valeur
Longueur du compartiment	$L_1$	1.5 m
	$L_2$	1.5 m
	$L_3$	1.5 m
Diamètre de la citerne	$d$	2.1 m
Diamètre de l'orifice, égal à 30% du diamètre de la citerne	$d_0$	0.61 m

Tableau 4.2: Paramètres physiques.

Fluide	Paramètres	Valeur
Huile domestique	densité	$\rho = 960kg/m^3$
	viscosité dynamique	$\eta = 0.048kg/m.s$
Air	densité	$\rho = 1.225kg/m^3$
	viscosité dynamique	$\eta = 1.7894e^{-05}kg/m.s$

### 4.2.1 Cas d'une citerne sans chicanes

La comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans chicane sera en terme des valeurs moyennes des paramètres définis par les équations (3.31, 3.32 et 3.33) pour le modèle numérique et l'équation (3.16) pour le modèle analytique. Les figures (4.20, 4.21 et 4.22) montrent clairement que nous avons une bonne corrélation entre les deux modèles. Telles qu'illustrées par les figures (4.20 et 4.21), pour un taux de remplissage de  $\tau = 50\%$  ou de  $\tau = 70\%$  et pour deux amplitude de décélération  $a_x = 0.25g$  et  $a_x = 0.45g$ , nous remarquons que nous avons une augmentation de la valeur moyenne du décalage des coordonnées du centre de masse longitudinal  $\Delta x_{Lmoy}$  et vertical  $z_{Lmoy}$ . Telles que montrés par les figures (4.20, 4.21 et 4.22), l'augmentation est plus significative dans le cas du taux de remplissage de  $\tau = 50\%$  où  $\Delta x_{Lmoy} = 0.3355m$ ,  $z_{Lmoy} = 0.118m$  et  $Fx_{moy} = 17.24kN$  comparativement au taux de remplissage de  $70\%$  où  $\Delta x_{Lmoy} = 0.1845m$ ,  $z_{Lmoy} = 0.066m$  et  $Fx_{moy} = 24.05kN$ . D'autre part, nous observons que pour le taux de remplissage de  $70\%$ , nous avons une augmentation de la force de pression de  $20\%$ . Cette augmentation est due à la quantité du liquide. À partir des résultats représentés par les figures (4.20, 4.21 et 4.22) qui représentent le cas d'une décélération d'amplitude constante  $a_x = 0.25g$  où  $0.45g$ , nous remarquons que nous avons une augmentation de la valeur moyenne de la coordonnée du centre de masse longitudinal  $\Delta x_{Lmoy}$  et la force de pression longitudinale moyenne  $Fx_{moy}$ . Cependant, cette augmentation est plus significative pour une décélération de  $a_x = 0.45g$  où  $\Delta x_{Lmoy} = 0,31036m$ ,  $z_{Lmoy} = -0,08917$  et  $Fx_{moy} = 24.05kN$  comparée à la décélération de  $a_x = 0.25g$ . Par contre, la valeur moyenne de la coordonnée verticale  $z_{Lmoy}$  est réduite.

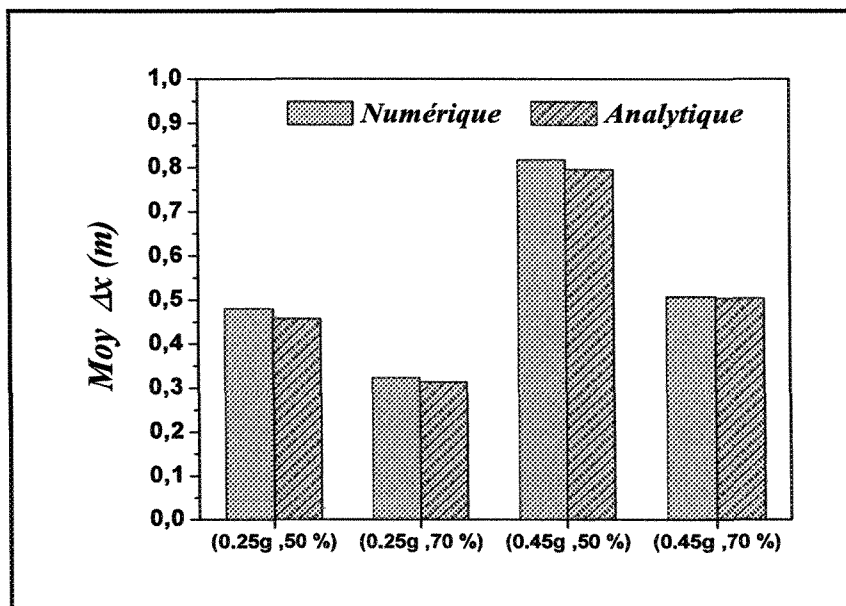


Figure 4.20: Variation moyenne de la coordonnée longitudinale du centre de masse  $\Delta x_L$ .

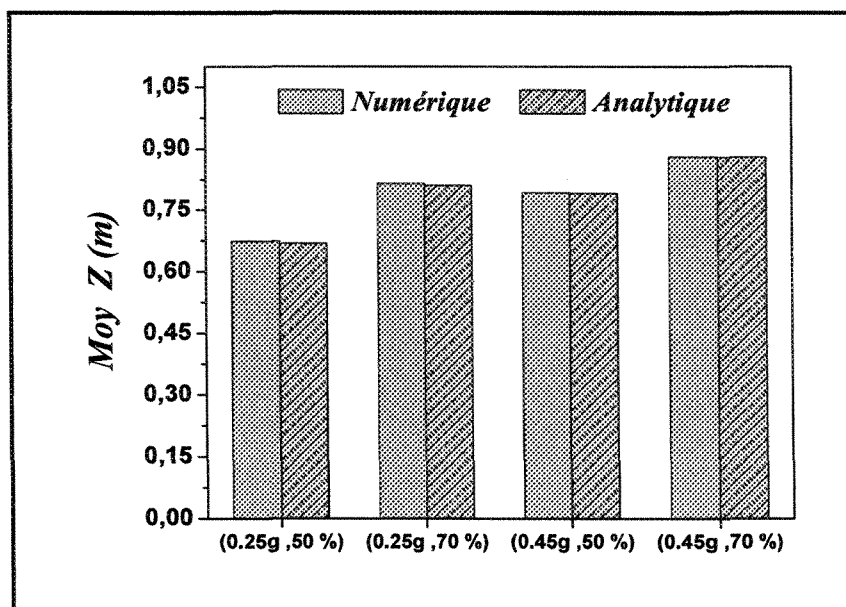


Figure 4.21: Variation moyenne de la coordonnée verticale du centre de masse  $z_L$ .

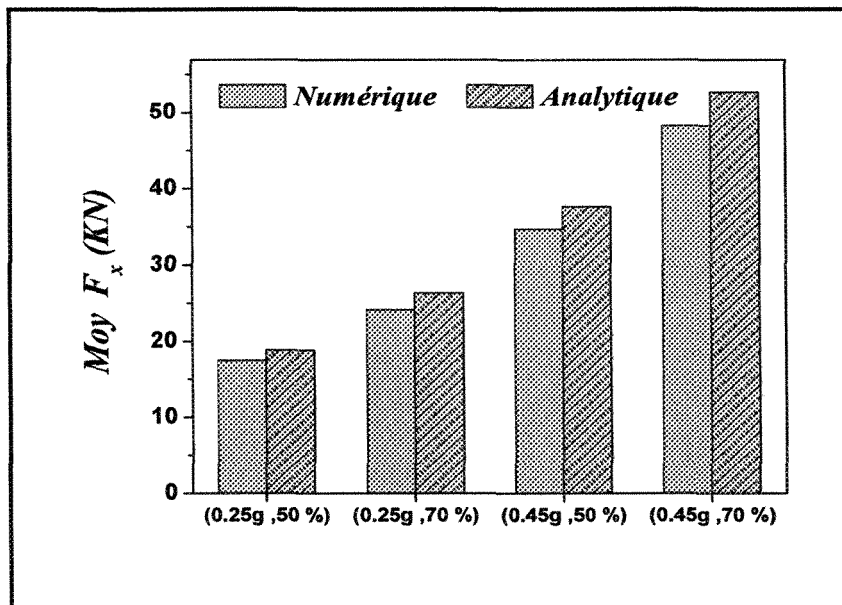


Figure 4.22: Variation de la force de pression longitudinale  $F_x$ .

La figure (4.23) illustre respectivement la variation des moments d'inertie de roulis  $I_{xx}$ , de tangage  $I_{yy}$  et de lacet  $I_{zz}$ . Nous concluons, que l'augmentation suit la trajectoire de l'excitation pour le taux de remplissage de 50% à 70%, ainsi elle suit l'augmentation de l'amplitude de la décélération de  $a_x = 0.25g$  à  $0.45g$ . Cependant, l'augmentation est plus significative dans le cas du taux de remplissage 70% dû à la relation mathématique linéaire entre le moment d'inertie et la masse du liquide ( $m_{70\%} > m_{50\%}$ ). Dans l'ensemble, nous avons une bonne corrélation entre les deux modèles analytique et numérique.

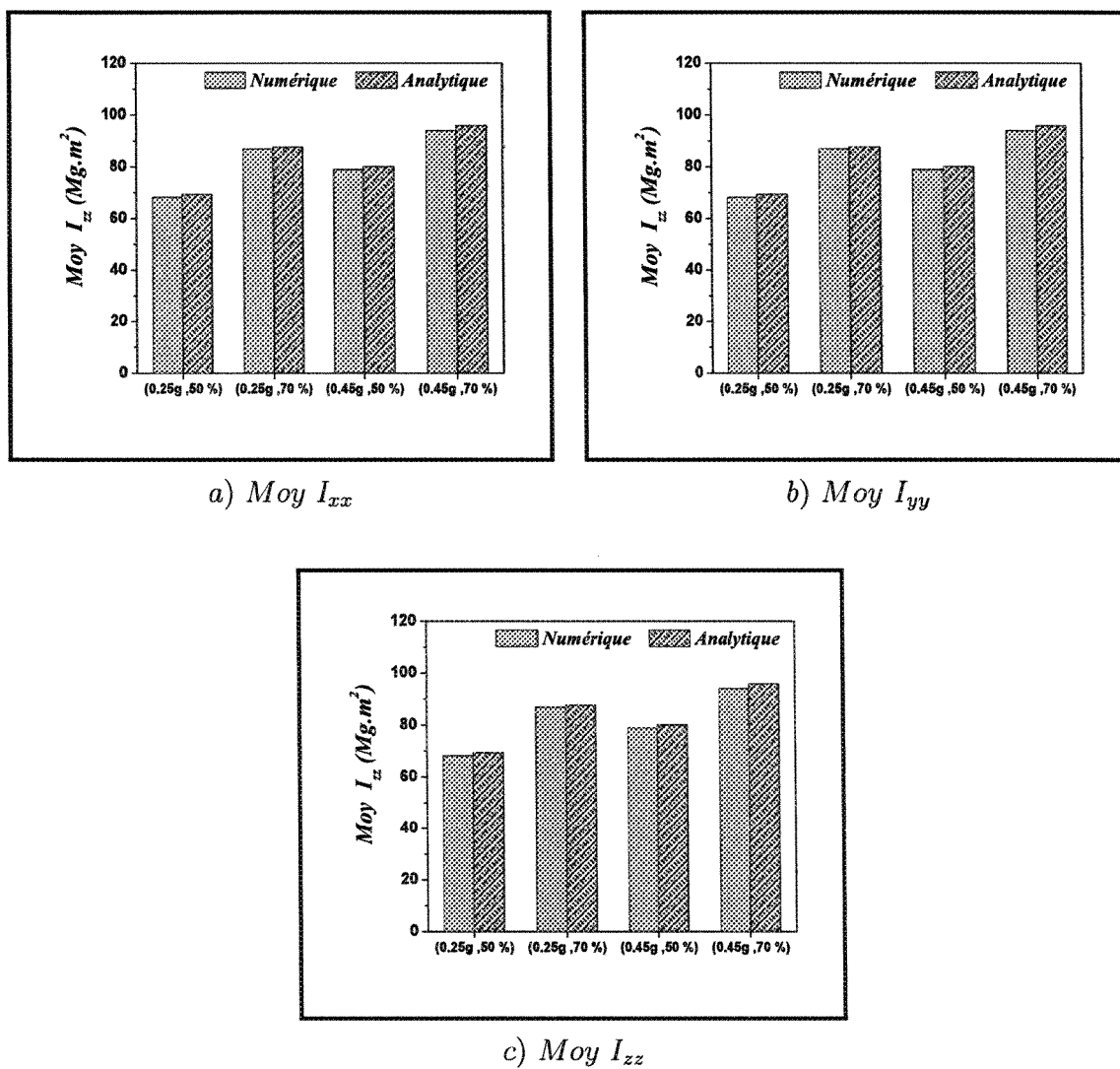


Figure 4.23: Variation moyenne des moments d'inertie principaux de masses.

#### 4.2.2 Cas d'une citerne avec des chicanes à orifices

Dans cette section nous étudions la comparaison entre le modèle analytique et numérique dans le cas d'une citerne avec chicanes à orifices. La citerne est partiellement remplie ( $\tau = 50\%$  et  $\tau = 70\%$ ). Elle est excitée avec deux différentes amplitudes d'impulsions à échelons en terme de décélérations ( $0.25g$  et  $0.45g$ ). De la même façon telle que discutée précédemment; la comparaison sera en terme du décalage de la charge du liquide, de la force de pression et la variation de la matrice d'inertie du liquide. Cette comparaison est illustrée par les figures (4.24 et 4.25). Nous notons, clairement que l'oscillation est atténuée comparativement aux citernes sans chicane étudiées dans la section précédente. Les résultats montrent que pour un taux de remplissage de 70%, nous avons une bonne corrélation entre le modèle analytique et numérique. Au début, nous avons une petite différence en faveur du modèle analytique qui sous-estime la réponse. Cette différence est due au fait que le modèle analytique ne prend pas en compte la phase transitoire. Par contre, cette phase est prise en considération par le modèle numérique. Une fois la phase transitoire terminée après environ deux secondes, les valeurs se stabilisent et les deux modèles se rapprochent de manière presque identique. Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour le taux de remplissage de 50% représenté à la figure (4.25). Par contre, la différence est plus grande durant la phase transitoire. Cette différence peut être expliquée par le fait que nous avons plus de volume vide dans la citerne pour le taux de 50%. Ceci, laisse plus d'espace pour les oscillations et augmente le ballonnement du liquide et ainsi prolonge la durée de la phase transitoire. Après environ six secondes, cette phase est terminée et nous avons une bonne similitude entre les deux modèles.

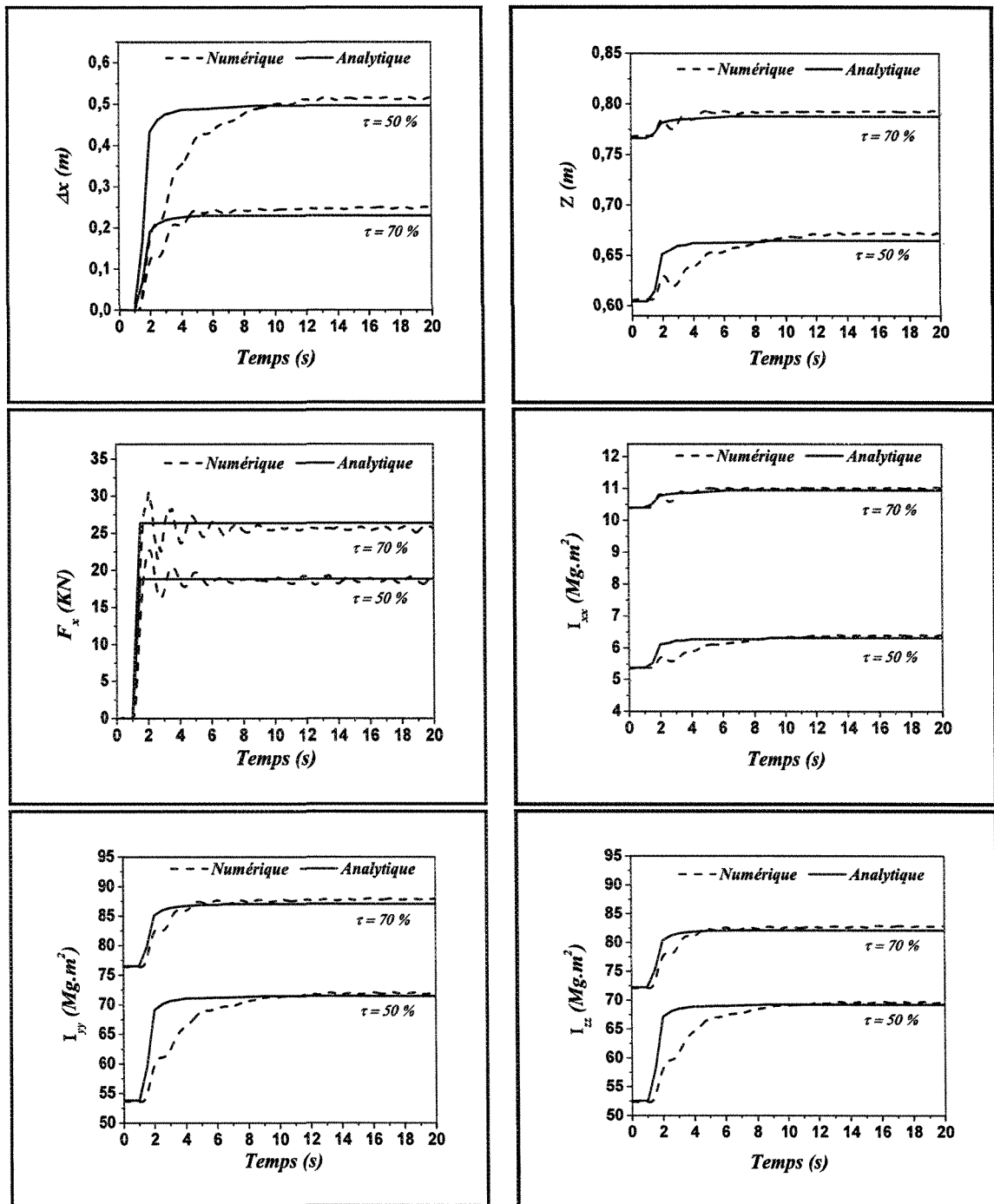


Figure 4.24: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne avec des chicanes à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude  $a_x = 0.25g$ .

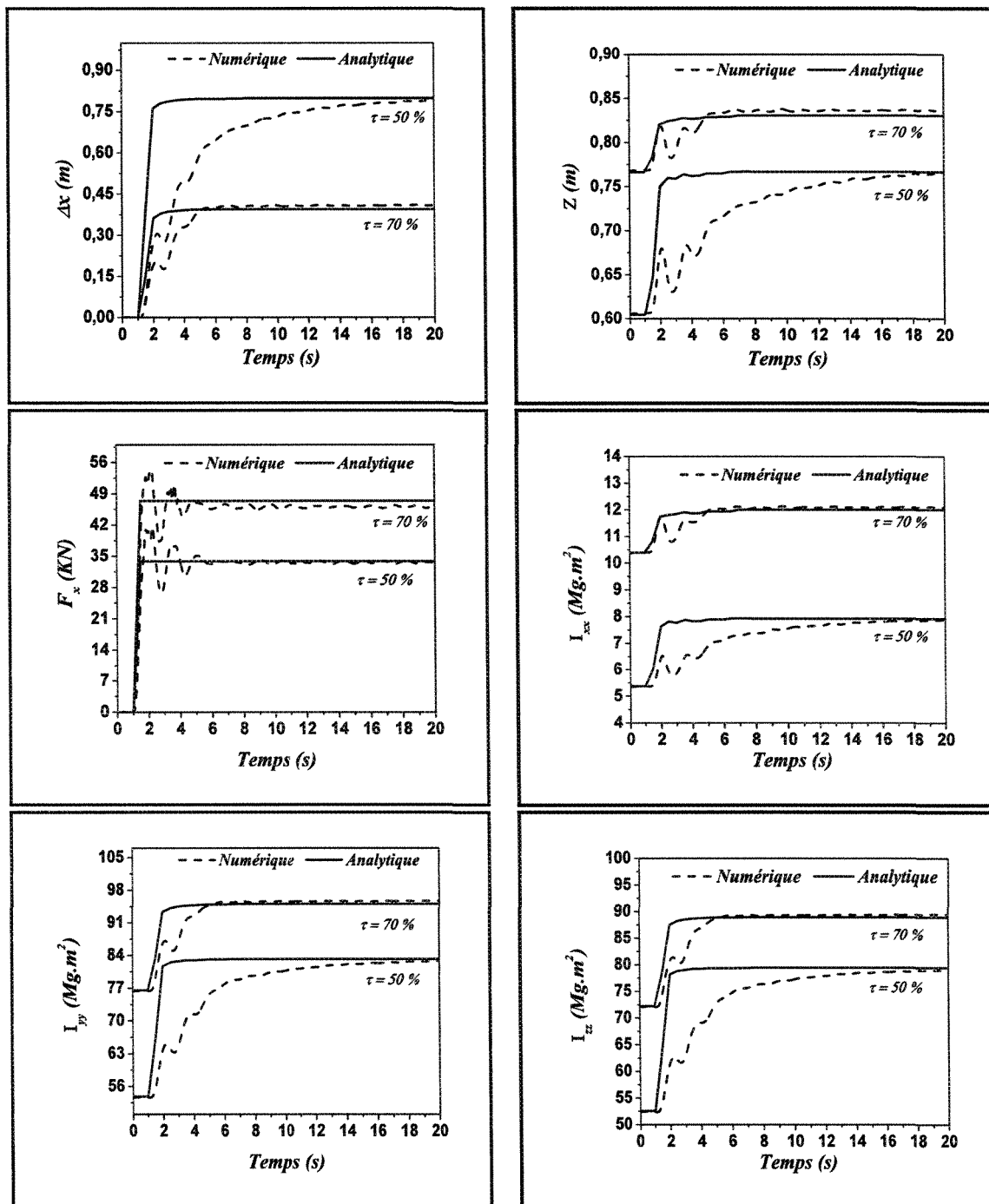


Figure 4.25: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne avec des chicane à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude  $a_x = 0.45g$ .



Afin de compléter la comparaison entre les deux modèles pour les deux cas avec et sans chicane à orifices, nous avons choisi la comparaison en terme de valeurs moyennes. Les mêmes paramètres cités précédemment seront sélectionnés pour cette analyse. Les figures (4.26 et 4.27) représentent la comparaison entre les deux modèles dans les deux cas avec et sans chicanes à orifices. Nous remarquons clairement que l'effet des chicanes à orifices est significatif pour diminuer l'amplitude de l'oscillation. Pour les deux cas de décélération d'amplitude de  $a_x = 0.25g$  et de  $a_x = 0.45g$ . Cette diminution est de l'ordre de 10% pour le déplacement longitudinal de la coordonnée du centre de masse  $\Delta x_{Lmoy}$  dans le cas du taux de remplissage de 50% et elle augmente jusqu'à 30% dans le cas du taux de remplissage de 70%. Les différences sont minimales, pour la coordonnée verticale du centre de masse  $z_{Lmoy}$ , la force de pression longitudinale  $Fx_{moy}$  et les moments d'inertie ( $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  et  $I_{zz}$ ). Elles sont de l'ordre de 5% pour les deux taux de remplissage 50% et 70%.

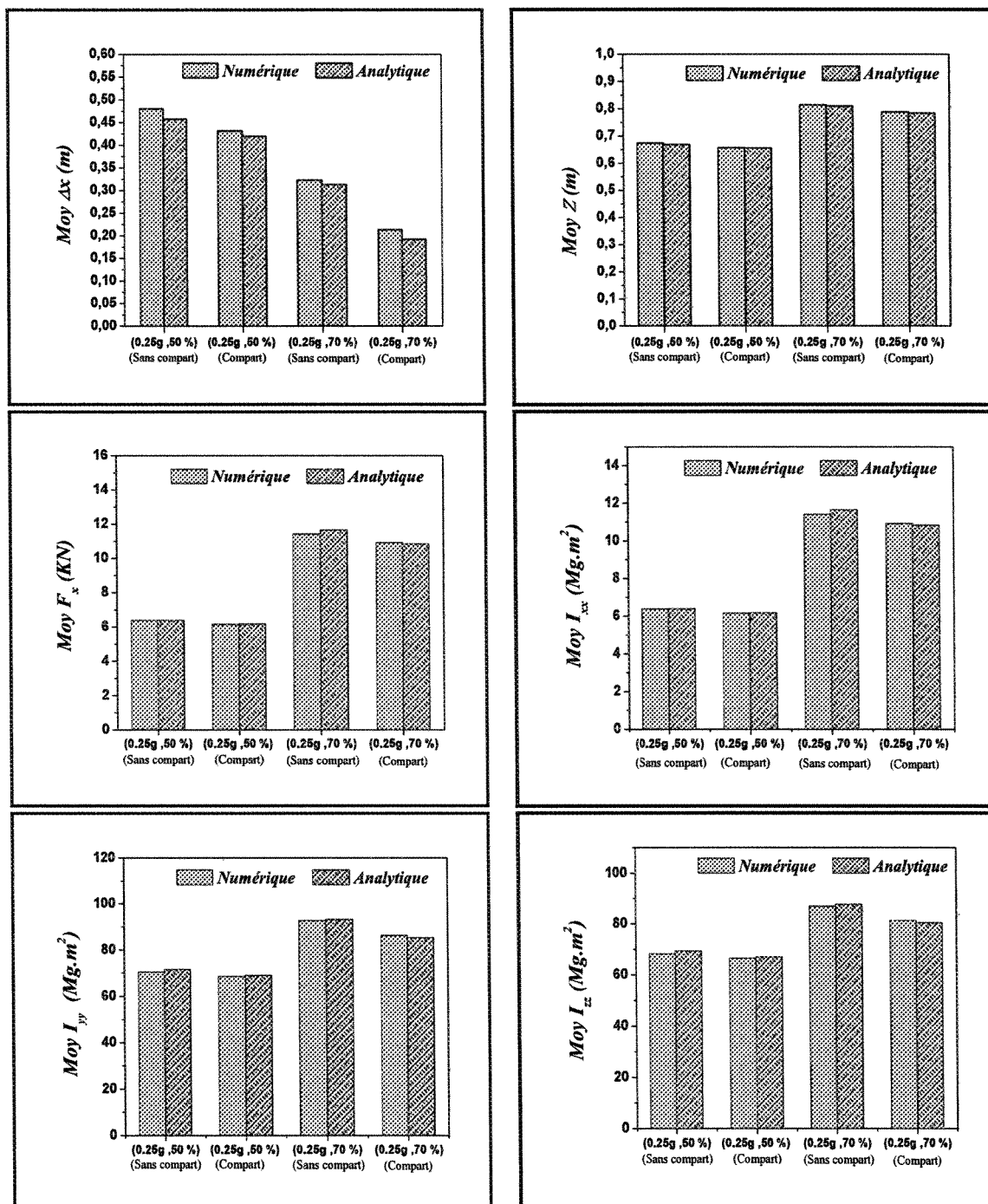


Figure 4.26: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans (**Sans compart**) et avec (**Compart**) des chicane à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude  $a_x = 0.25g$ .

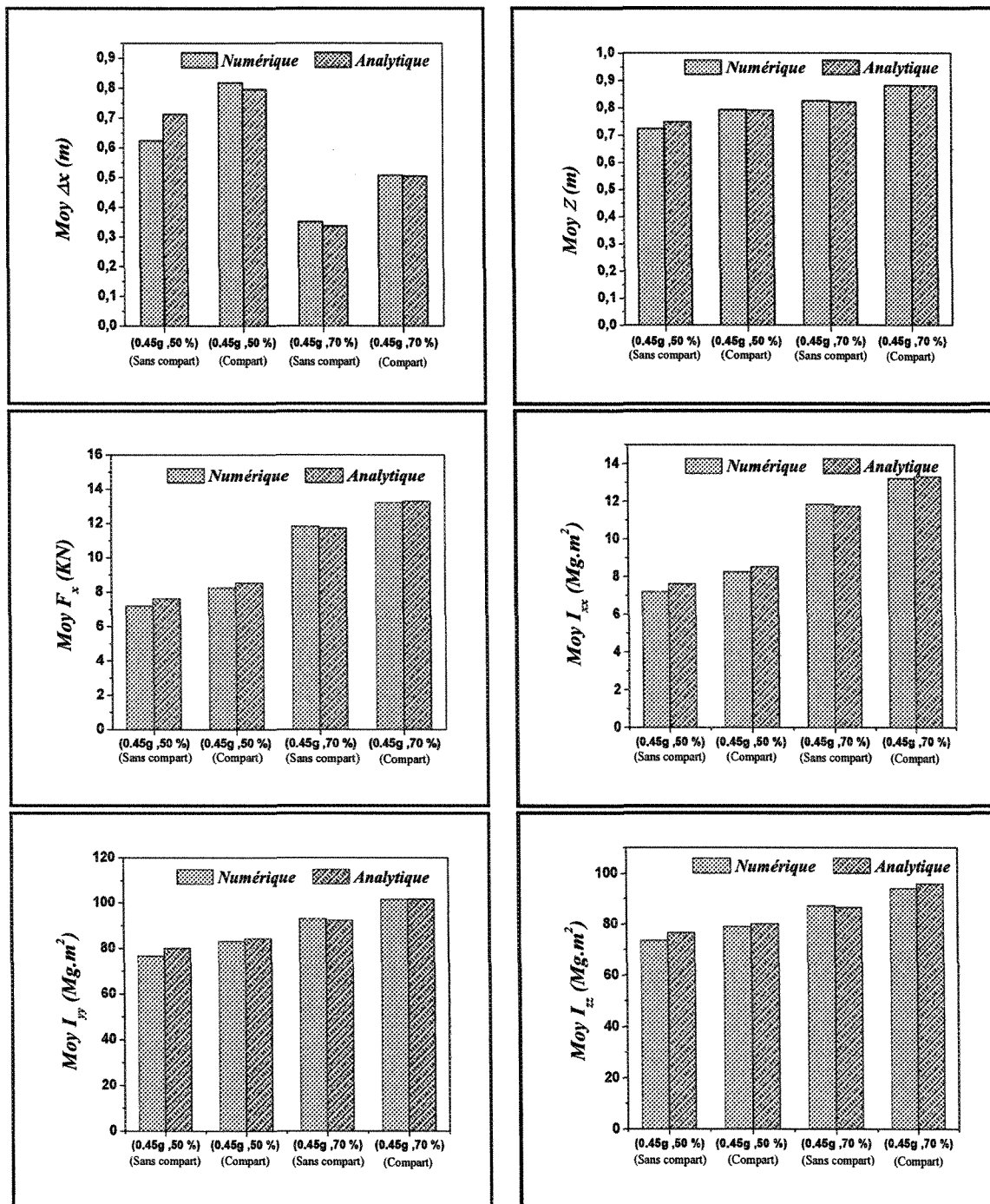
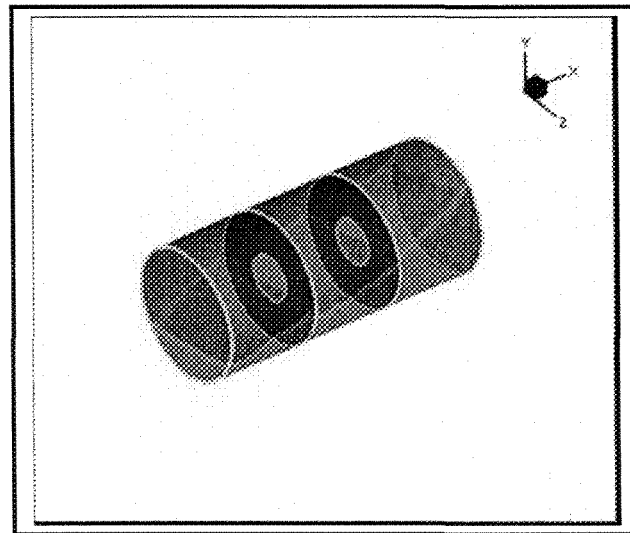
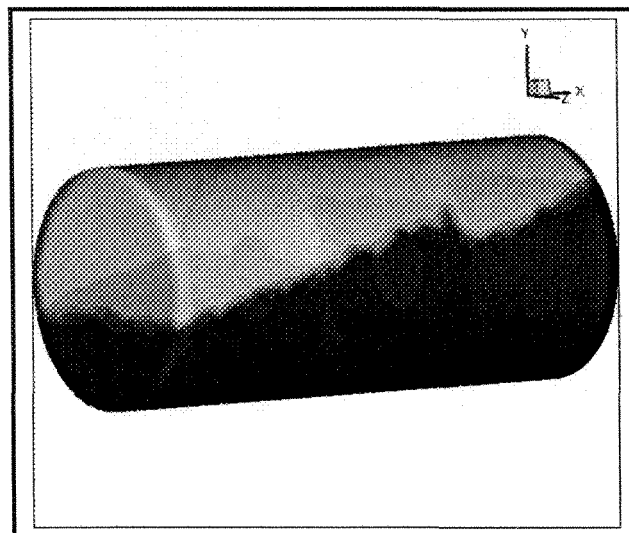


Figure 4.27: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans (**Sans compart**) et avec (**Compart**) des chicanes à orifices partiellement remplie(50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude  $a_x = 0.45g$ .

Finalement, afin de mettre en valeur cette analyse, nous avons comparé la forme de la surface libre entre les deux modèles analytique et numérique telles qu'illustrées par les figures (4.28 et 4.29 ). La comparaison montre qu'au début du mouvement nous avons une petite différence due à la phase transitoire. Cependant, une fois cette phase disparue, nous obtenons une bonne corrélation.

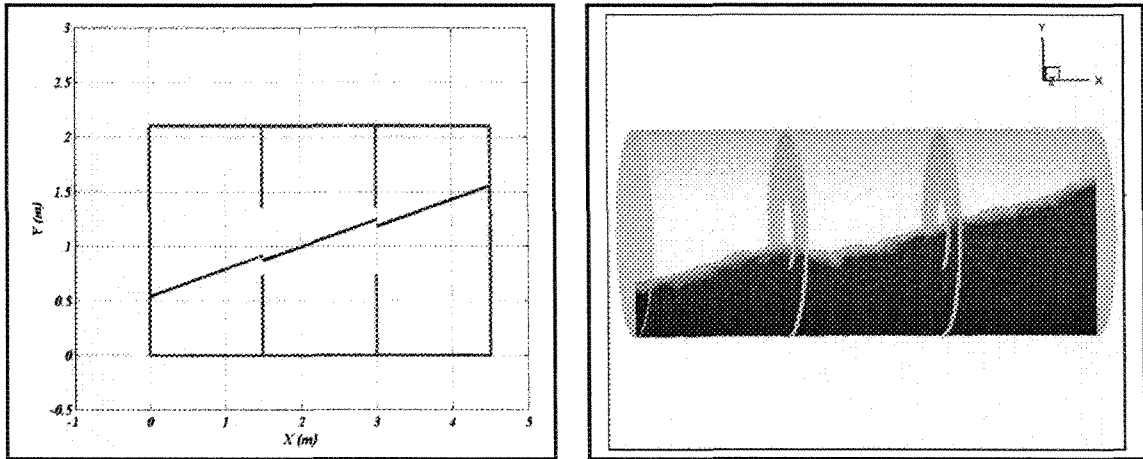


a)

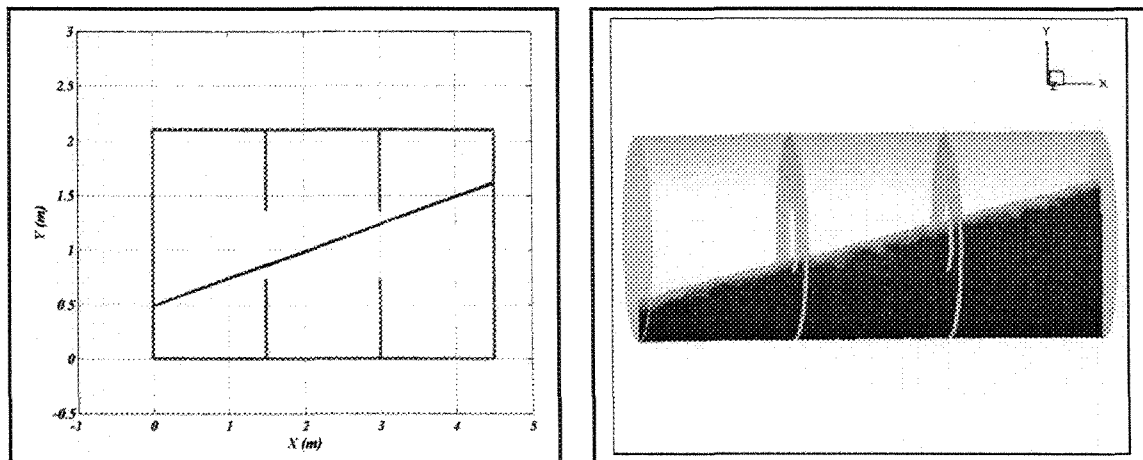


b)

Figure 4.28: Configuration de la surface libre sujet à une décélération.

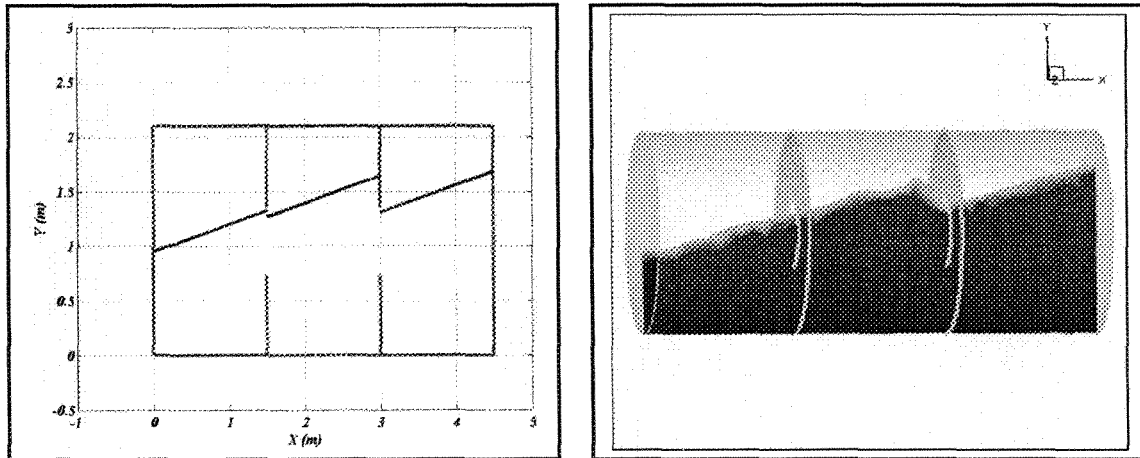


a)  $a_x = 0.25g$ ,  $t=2s$ ,  $\tau = 50\%$

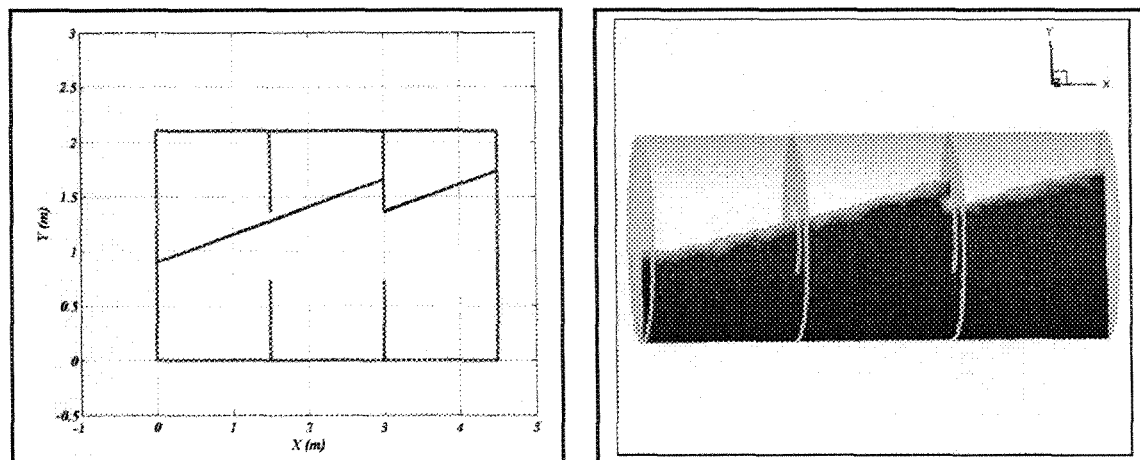


b)  $a_x = 0.25g$ ,  $t=10s$ ,  $\tau = 50\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.

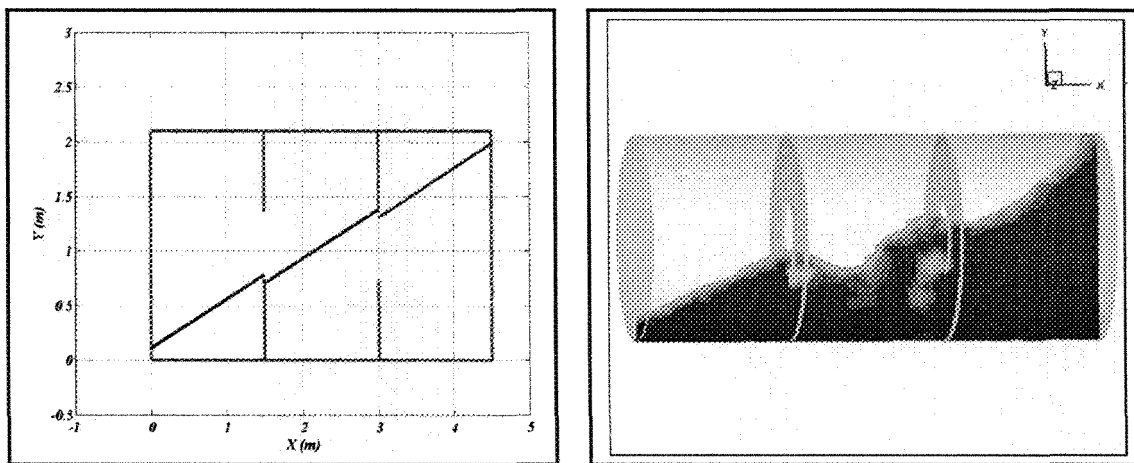


a)  $a_x = 0.25g$ ,  $t=2s$ ,  $\tau = 70\%$

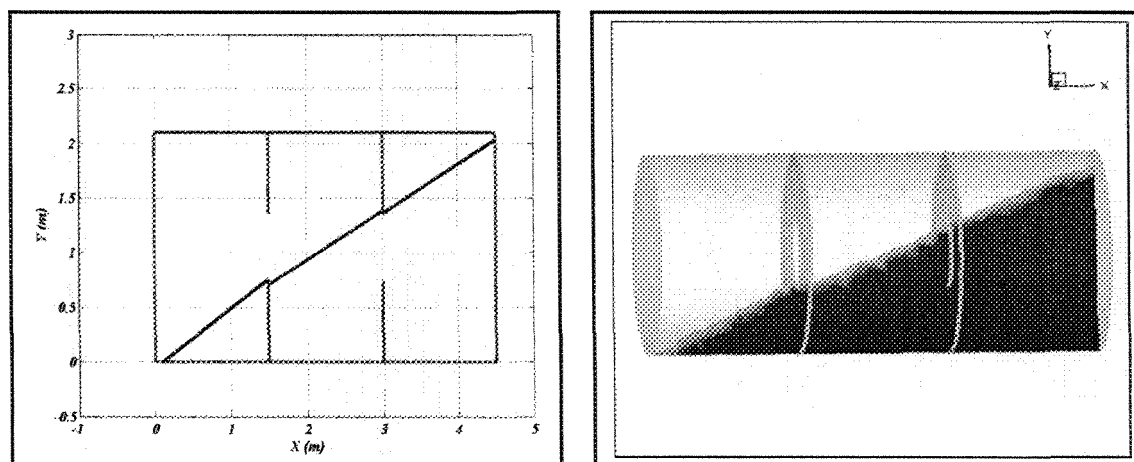


b)  $a_x = 0.25g$ ,  $t=10s$ ,  $\tau = 70\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.

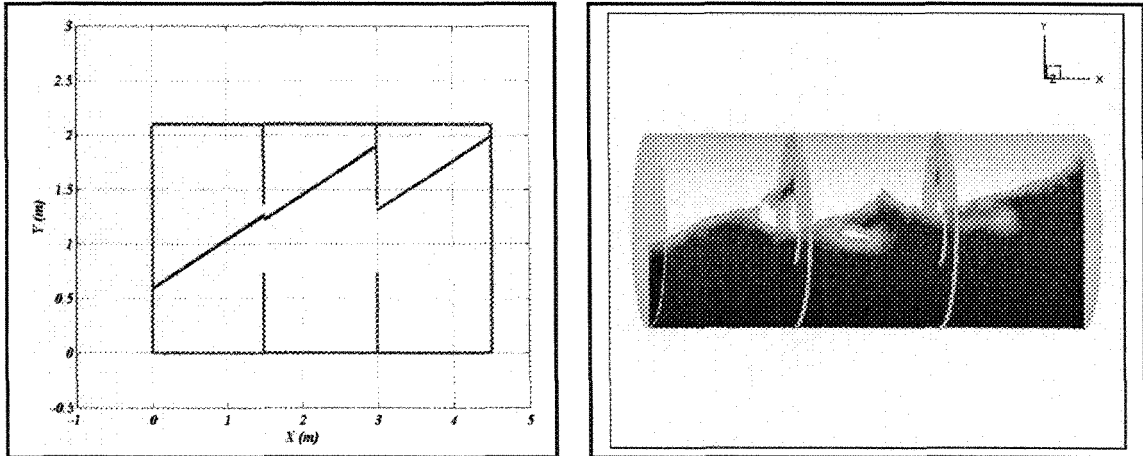


a)  $a_x = 0.45g$ ,  $t=2s$ ,  $\tau = 50\%$

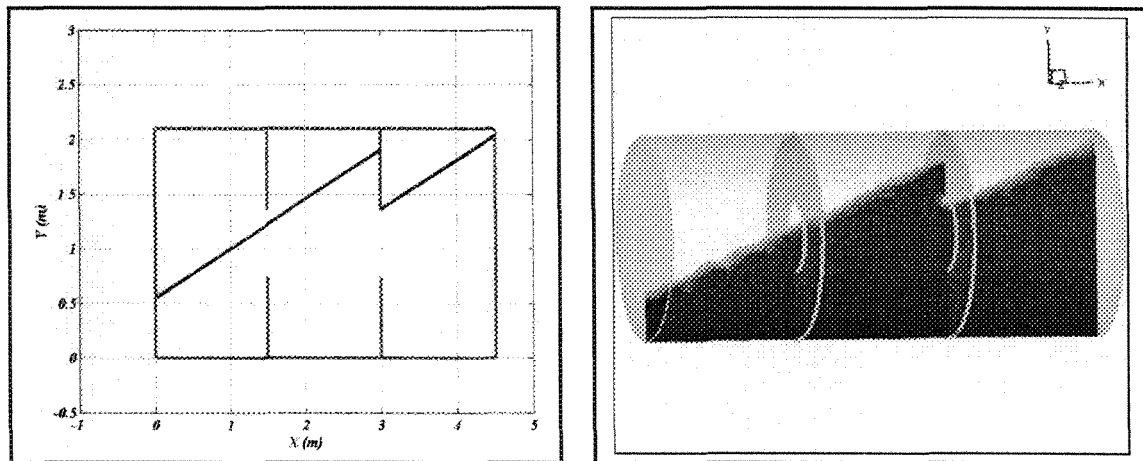


b)  $a_x = 0.45g$ ,  $t=10s$ ,  $\tau = 50\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.



a)  $a_x = 0.45g$ ,  $t=2s$ ,  $\tau = 70\%$



b)  $a_x = 0.45g$ ,  $t=10s$ ,  $\tau = 70\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.



## Chapitre 5

# Développement du modèle du véhicule

### 5.1 Introduction

Des modèles numériques ont été développés pour modéliser le ballonnement du liquide couplé avec la structure de la citerne. Ces derniers sont capables de déterminer le comportement du couplage, seulement pour des conditions spécifiques sous l'action des accélérations périodiques. La dynamique du véhicule n'a pas été prise en considération tel que l'effet du système de suspension, l'effet du pneu et l'état de la route. En ce qui concerne le véhicule lui-même, différents modèles de tracteurs et de semi-remorques simples ont été développés dans la littérature pour étudier le comportement dynamique des véhicules lourds lors de différentes manoeuvres. Ellis [59] a développé un modèle simple tracteur-semi-remorque de type bicycle avec quatre degrés de liberté où le transfert de charge est modélisé par un degré de liberté additionnel (mouvement de roulis). Hyun [60] a adopté un modèle de véhicule de quatorze degrés de liberté pour développer une prédiction de la commande active de renversement des véhicules lourds. Tandis que, divers modèles solide-liquide ont été développés pour déterminer le comportement dynamique des véhicules transportant des liquides, peu de modèles ont été développés pour tenir compte du système du véhicule et de ses sous-systèmes : les éléments de suspension et du pneu. Les modèles adoptés pour le système de véhicule sont tous des modèles simplifiés. Dans cette étude, le développement d'un modèle complet

est nécessaire, puisque le véhicule se compose de différents sous-systèmes et l'effet de ces sous-systèmes doit être considéré. Un des logiciels réputé dans la modélisation du comportement du véhicule a été développé à l'université du Michigan [61, 62]. Le logiciel se spécialise en créant trois sous logiciels basés sur AutoSim [63]. Ces logiciels sont: Carsim pour les voitures touristiques, Trucksim pour les véhicules lourds et BikeSim pour la moto. Cependant, le logiciel Trucksim des véhicules lourds n'inclut pas les effets du mouvement d'une charge mobile. Ils sont faciles à employer si nous nous intéressons à des véhicules conventionnels. Par contre, ils offrent moins de modèles de conception peu usuelle qui pourraient être utilisés dans un projet de recherche. Un autre inconvénient avec ces outils est qu'ils ont un environnement fermé. Donc, nous considérons qu'il est utile de travailler avec des modèles faits sur mesure. Ces derniers, nous fournissent plus de détails sur le modèle et son comportement dynamique.

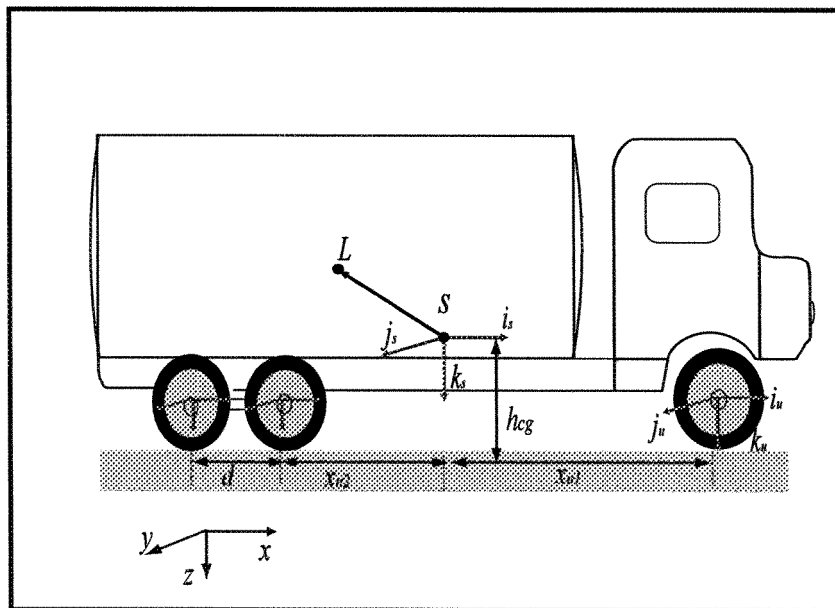
## 5.2 Cinématique du véhicule

Pour développer le modèle du véhicule, il existe plusieurs méthodes qui pourraient être exploitées pour dériver les équations du mouvement telles que la méthode de Lagrange, Newton et les travaux virtuels. L'approche alternative souvent citée dans les publications pour les modèles dynamiques des véhicules est d'utiliser des modèles simples avec un temps de calcul raisonnable. Dans cette étude, nous allons développer notre modèle en se basant sur le modèle simplifié de Ervin [62]. Ceci, sans aucune approximation mathématique et en ajoutant la complexité du mouvement du liquide à l'intérieur de la citerne. La dérivation des équations est obtenue à l'aide du logiciel du calcul mathématique Maple [64]. Le développement des équations est basé sur la formulation mécanique de Newton et la conservation de la quantité de mouvement linéaire et angulaire d'un corps plein.

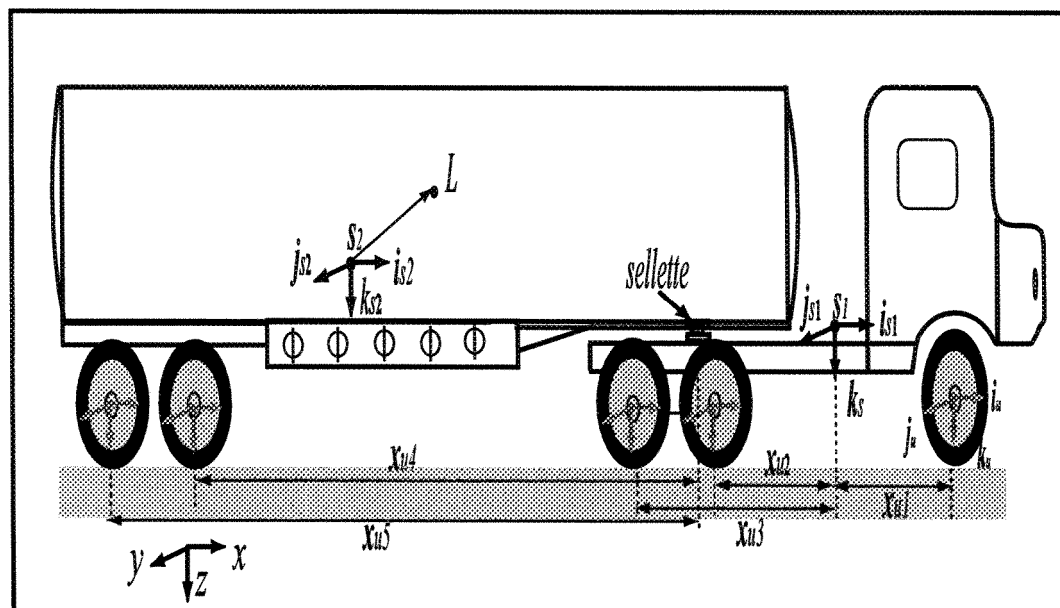
### 5.2.1 Système d'axe

Le grand nombre de degrés de liberté des mouvements de translation et de rotation requis pour représenter un véhicule articulé exclut l'utilisation d'un seul système du même rang. En fait, les équations du mouvement peuvent être écrites plus facilement si plusieurs systèmes sont employés. Le but de cette section est d'identifier l'orientation des divers systèmes d'axes, et d'identifier les variables de transformation utilisées qui relient les vecteurs unitaires dans les divers systèmes. Les systèmes à décrire sont le système d'axe inertiel, le système d'axe du corps fixé à la masse suspendue et le système d'axe fixé à la masse non suspendue. Les lois de Newton sont valides seulement pour une accélération mesurée à partir d'un système d'axe inertiel  $[x_n, y_n, z_n]$ . L'orientation des coordonnées est exprimée en accord avec le standard (SAE) "Society of Automotive Engineers" , où l'axe  $x$  s'oriente vers l'avant, l'axe  $y$  s'oriente vers la droite et l'axe  $z$  s'oriente vers le bas. Dans notre modèle, chaque masse suspendue est traitée comme un corps rigide avec six degrés de liberté nommés, longitudinal, latéral, vertical, roulis, tangage et lacet. Pour la masse non suspendue on assigne deux degrés de liberté nommés, le mouvement de roulis et le mouvement vertical par rapport à la masse suspendue où elle est attachée. Les équations sont formulées de sorte qu'il n'y aura aucune limitation pour le nombre de masses suspendues et de masses non suspendues. Toutes les équations sont développées sans aucune simplification mathématique avec le logiciel de calcul symbolique Maple [64].

Trois systèmes d'axes sont utilisés pour le développement des équations de mouvement. Le premier est fixé au système inertiel  $[x_n, y_n, z_n]$ , le deuxième est fixé à chaque masse suspendue  $[x_s, y_s, z_s]$  et le troisième est fixé à chaque masse non suspendue  $[x_u, y_u, z_u]$ . La figure (5.1) montre les systèmes d'axes fixés au véhicule d'unité et articulé respectivement.



a) Type unité



b) Type articulé

Figure 5.1: Camion-citerne de type unité et articulé.

### Système d'axe fixé à la masse suspendue

Les trois mouvements de rotation de la masse suspendue sont exprimés par les trois angles d'Euler: lacet  $\psi_s$  (autour l'axe  $z$ ), tangage  $\theta_s$  (autour l'axe  $y$ ) et roulis  $\phi_s$  (autour l'axe  $x$ ) telle qu'illustrée par la figure (5.2).

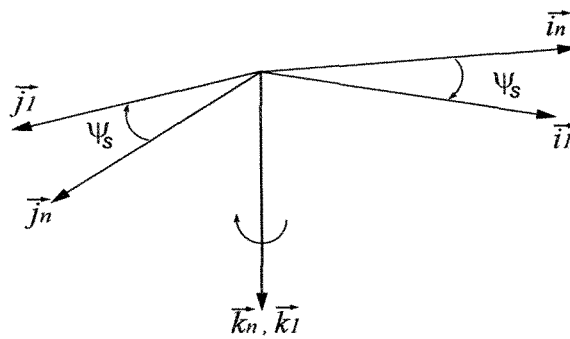
La matrice de transformation entre le système inertiel et le système fixé à la masse suspendue est définie respectivement par les trois mouvements successifs de rotation : lacet, tangage et roulis.

- **Lacet  $\psi_s$  :**

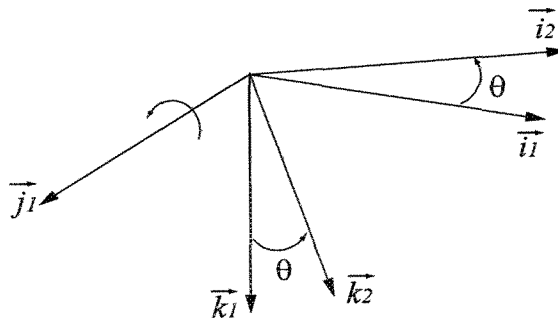
$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_n & j_n & k_n \end{pmatrix}^T &= \lambda_{\psi_s} \begin{pmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \end{pmatrix}^T \\ \lambda_{\psi_s} &= \begin{pmatrix} \cos \psi_s & -\sin \psi_s & 0 \\ \sin \psi_s & \cos \psi_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.1)$$

- **Tangage  $\theta_s$  :**

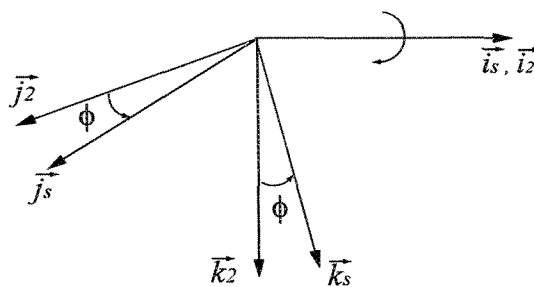
$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \end{pmatrix}^T &= \lambda_{\theta_s} \begin{pmatrix} i_2 & j_2 & k_2 \end{pmatrix}^T \\ \lambda_{\theta_s} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_s & 0 & \sin \theta_s \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_s & 0 & \cos \theta_s \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.2)$$



a) Lacet  $w_{sz} = \dot{\psi}_s k_n$



b) Tangage  $w_{sy} = \dot{\theta}_s j_1$



c) Roulis  $w_{sx} = \dot{\phi}_s i_s$

Figure 5.2: Orientation de la masse suspendue définie par les angles d'Euler.

- Roulis  $\phi_s$  :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_2 & j_2 & k_2 \end{pmatrix}^T &= \lambda_{\phi_s} \begin{pmatrix} i_s & j_s & k_s \end{pmatrix}^T \\ \lambda_{\phi_s} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_s & -\sin \phi_s \\ 0 & -\sin \phi_s & \cos \phi_s \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Dans ce cas, la matrice de transformation qui relie le système inertiel et le système fixé à la masse suspendue peut être obtenue par la combinaison des trois matrices comme suit:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_n & j_n & k_n \end{pmatrix}^T &= R_s^n \begin{pmatrix} i_s & j_s & k_s \end{pmatrix}^T \\ R_s^n &= [\lambda_{\psi_s}] [\lambda_{\theta_s}] [\lambda_{\phi_s}] \end{aligned} \quad (5.4)$$

Où:

$$R_s^n = \begin{bmatrix} C\psi_s C\theta_s & -S\psi_s C\phi_s + C\psi_s S\theta_s S\phi_s & S\psi_s S\phi_s + C\psi_s S\theta_s C\phi_s \\ S\psi_s C\theta_s & C\psi_s C\phi_s + S\psi_s S\theta_s S\phi_s & -C\psi_s S\phi_s + S\psi_s S\theta_s C\phi_s \\ -S\theta_s & C\theta_s S\phi_s & C\theta_s C\phi_s \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

et:

$$\begin{pmatrix} i_s & j_s & k_s \end{pmatrix}^T = [R_s^n]^{-1} \begin{pmatrix} i_n & j_n & k_n \end{pmatrix}^T \quad (5.6)$$

Avec les indices ( $C \equiv \cos$ ,  $S \equiv \sin$ ).

### Vitesse linéaire et angulaire de la masse suspendue

Les équations de mouvement pour chaque masse suspendue sont développées et écrites dans le système attaché à la masse suspendue en terme de vitesse linéaires  $[U_s, V_s, W_s]$  et angulaires  $[p_s, q_s, r_s]$  du centre de masse de la masse suspendue. Dans le but de calculer les angles d'Euler, nous avons besoin de trouver la relation qui relie les vitesses linéaire et angulaire dans les deux systèmes.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{pmatrix}^T = R_s^n \begin{pmatrix} U_s & V_s & W_s \end{pmatrix}^T \quad (5.7)$$

$$p_s i_s + q_s j_s + r_s k_s = \dot{\phi}_s i_s + \dot{\theta}_s j_2 + \dot{\psi}_s k_n \quad (5.8)$$

En introduisant les matrices de transformation entre les deux systèmes, la relation entre les vitesses angulaires peut être calculée par les équations suivantes:

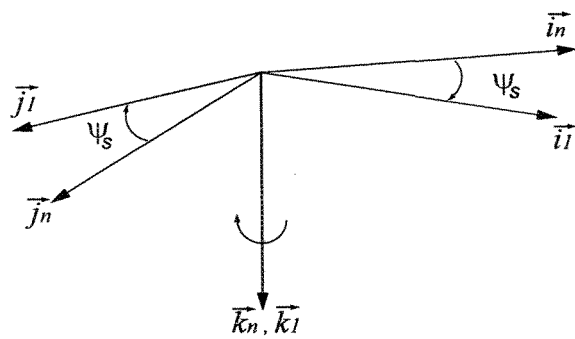
$$\begin{aligned} \dot{\phi}_s &= p_s + \frac{\sin \theta_s \sin \phi_s}{\cos \theta_s} q_s + \frac{\sin \theta_s \cos \phi_s}{\cos \theta_s} r_s \\ \dot{\theta}_s &= \cos \phi_s q_s - \sin \phi_s r_s \\ \dot{\psi}_s &= \frac{\sin \phi_s}{\cos \theta_s} q_s + \frac{\cos \phi_s}{\cos \theta_s} r_s \end{aligned} \quad (5.9)$$

### Système d'axe fixé à la masse non suspendue

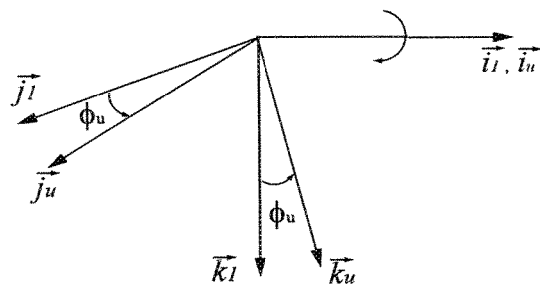
Comme nous l'avons mentionné précédemment, deux mouvements sont assignés pour chaque masse non suspendue qui sont le mouvement de roulis et le mouvement vertical par rapport à la masse suspendue. Il reste à noter que le mouvement de tangage de la masse non suspendue (essieu) est infiniment petit ce qui nous permet de le négliger [61]. L'orientation de la masse suspendue par rapport au système d'axe inertiel est définie par deux mouvements de rotation : mouvement de lacet  $\psi_s$  et de roulis  $\phi_u$  de



l'axe telle qu'illustrée par la figure (5.3).



a) Lacet



b) Roulis

Figure 5.3: Orientation de la masse non suspendue définie par les angles d'Euler.

La matrice de transformation entre le système attaché à la masse non suspendue et le système inertiel est exprimée par:

- **Lacet**  $\psi_s$  :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_n & j_n & k_n \end{pmatrix}^T &= \lambda_{\psi_s} \begin{pmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \end{pmatrix}^T \\ \lambda_{\psi_s} &= \begin{pmatrix} \cos \psi_s & -\sin \psi_s & 0 \\ \sin \psi_s & \cos \psi_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.10)$$

- **Roulis**  $\phi_u$  :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_u & j_u & k_u \end{pmatrix}^T &= \lambda_{\phi_u} \begin{pmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \end{pmatrix}^T \\ \lambda_{\phi_u} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_u & -\sin \phi_u \\ 0 & -\sin \phi_u & \cos \phi_u \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Donc, la matrice de transformation qui relie le système attaché à la masse non suspendue (essieu) et le système inertiel peut être obtenue par la combinaison des deux transformations (5.10 et 5.11) ci-dessus:

$$\begin{pmatrix} i_u & j_u & k_u \end{pmatrix}^T = [\lambda_{\phi_u}][\lambda_{\psi_s}] \begin{pmatrix} i_n & j_n & k_n \end{pmatrix}^T \quad (5.12)$$

La vitesse angulaire de la masse non suspendue est définie par la relation suivante:

$$w_u = p_u i_u + r_s k_s \quad (5.13)$$

En introduisant les matrices de transformation entre le système inertiel et le système fixé à la masse non suspendue, la vitesse angulaire pourrait être exprimée en fonction des angles d'Euler comme suit:

$$p_u = \dot{\phi}_u \quad (5.14)$$

D'un autre coté, les forces d'excitations de la route sont en contact avec la masse non suspendue. Ces forces seront transférées à la masse suspendue via le système de suspension. Donc, nous aurons besoin de calculer également la matrice de transformation entre les deux systèmes fixés à la masse suspendue et non suspendue.

$$\begin{pmatrix} i_u & j_u & k_u \end{pmatrix}^T = [\lambda_{\phi_u}] [\lambda_{\theta_s}] [\lambda_{\phi_s}] \begin{pmatrix} i_s & j_s & k_s \end{pmatrix}^T \quad (5.15)$$

Où:

$$R_s^u = [\lambda_{\phi_u}] [\lambda_{\theta_s}] [\lambda_{\phi_s}] \quad (5.16)$$

$$R_s^u = \begin{bmatrix} C\theta_s & S\theta_s S\phi_s & S\theta_s C\phi_s \\ -S\theta_s S\phi_u & C\phi_s C\phi_u + S\phi_s S\phi_u C\theta_s & -C\phi_u S\phi_s + S\phi_u C\phi_s C\theta_s \\ C\phi_u S\theta_s & -S\phi_u C\phi_s + C\phi_u S\phi_s C\theta_s & S\phi_u S\phi_s + C\phi_u C\phi_s C\theta_s \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

### 5.2.2 Cinématique de la masse suspendue

Pour la dérivation des équations du mouvement du véhicule il est nécessaire de calculer l'expression de l'accélération d'un point arbitraire sur le véhicule. Notons  $O_f$  le système d'axe fixé à la piste (inertiel) et  $O_b$  le système d'axe du corps en translation avec une vitesse  $v_s$  et en rotation avec une vitesse angulaire  $w_s$  telle que représentée par la figure (5.4). Pour un vecteur donné  $q$ , nous obtenons l'expression suivante [65]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_f q = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_b q + w_s \times q \quad (5.18)$$

Les indices  $f$  et  $b$  sont pour indiquer que la dérivée est par rapport au système inertiel et au système du corps concerné respectivement.

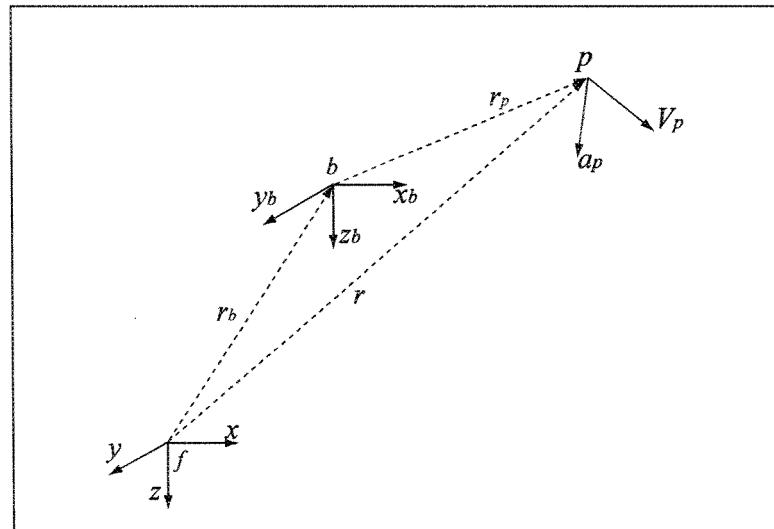


Figure 5.4: Système de coordonnées.

La vitesse du point  $p$  située sur le véhicule par rapport au système inertiel sera calculée par l'expression ci-dessous:

$$v_p = v_s + \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_f r_p \quad (5.19)$$

Donc, en remplaçant l'équation (5.18) dans l'équation (5.19) nous aurons:

$$v_p = v_s + \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)_b r_p + w_s \times r_p = v_s + \dot{r}_p + w_s \times r_p \quad (5.20)$$

L'accélération du point  $p$  sera calculée en dérivant l'équation (5.20) par rapport au temps:

$$\begin{aligned} a_p &= \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)_f v_p \\ &= \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)_b (v_s + \dot{r}_p + w_s \times r_p) + w_s \times (v_s + \dot{r}_p + w_s \times r_p) \\ &= \dot{v}_s + w_s \times v_s + \dot{w}_s \times r_p + w_s \times (w_s \times r_p) + 2w_s \times \dot{r}_p + \ddot{r}_p \end{aligned} \quad (5.21)$$

Puisque le centre de masse de la masse suspendue coïncide avec l'origine du système des coordonnées fixé à la masse suspendue, l'accélération du centre de masse de la masse suspendue est obtenue en remplaçant ( $r_p \equiv 0$ ) dans l'équation (5.21).

$$\begin{aligned} a_s &= \dot{v}_s + w_s \times v_s \\ \begin{pmatrix} a_{sx} \\ a_{sy} \\ a_{sz} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{d}{dt}U + qW - rV \\ \frac{d}{dt}V + rU - pW \\ \frac{d}{dt}W + pV - qU \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Dans cette étude, nous admettons que la charge du liquide représentée par le centre de masse est en mouvement comme un point matériel distant d'un vecteur  $r_L = [x_L, y_L, z_L]^T$  du centre de masse de la masse suspendue et avec la même vitesse angulaire  $[p_s, q_s, r_s]^T$  que la masse suspendue du véhicule telle que représentée par la figure (5.5). Donc, l'accélération du centre de masse du liquide peut être obtenue en

remplaçant ( $r_p \equiv r_L$ ) dans l'équation (5.21). De plus, dans cette étude l'interaction entre le véhicule et le liquide sera modélisé comme un système multi-corps en utilisant un pas de temps  $\Delta t$  petit. Les coordonnées du vecteur  $r_L$  seront mises à jour à chaque pas de temps ce qui nous permet de négliger la vitesse relative et l'accélération relative par rapport au système d'axe fixé à la masse suspendue.

$$a_L = \dot{v}_s + w_s \times v_s + \dot{w}_s \times r_L + w_s \times (w_s \times r_L) \quad (5.23)$$

$$\begin{pmatrix} a_{Lx} \\ a_{Ly} \\ a_{Lz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt}U + \left(\frac{d}{dt}q\right) z_L - \left(\frac{d}{dt}r\right) y_L + q(W + py_L - qx_L) - r(V + rx_L - pz_L) \\ \frac{d}{dt}V + \left(\frac{d}{dt}r\right) x_L - \left(\frac{d}{dt}p\right) z_L + r(U + qz_L - ry_L) - p(W + py_L - qx_L) \\ \frac{d}{dt}W + \left(\frac{d}{dt}p\right) y_L - \left(\frac{d}{dt}q\right) x_L + p(V + rx_L - pz_L) - q(U + qz_L - ry_L) \end{pmatrix}$$

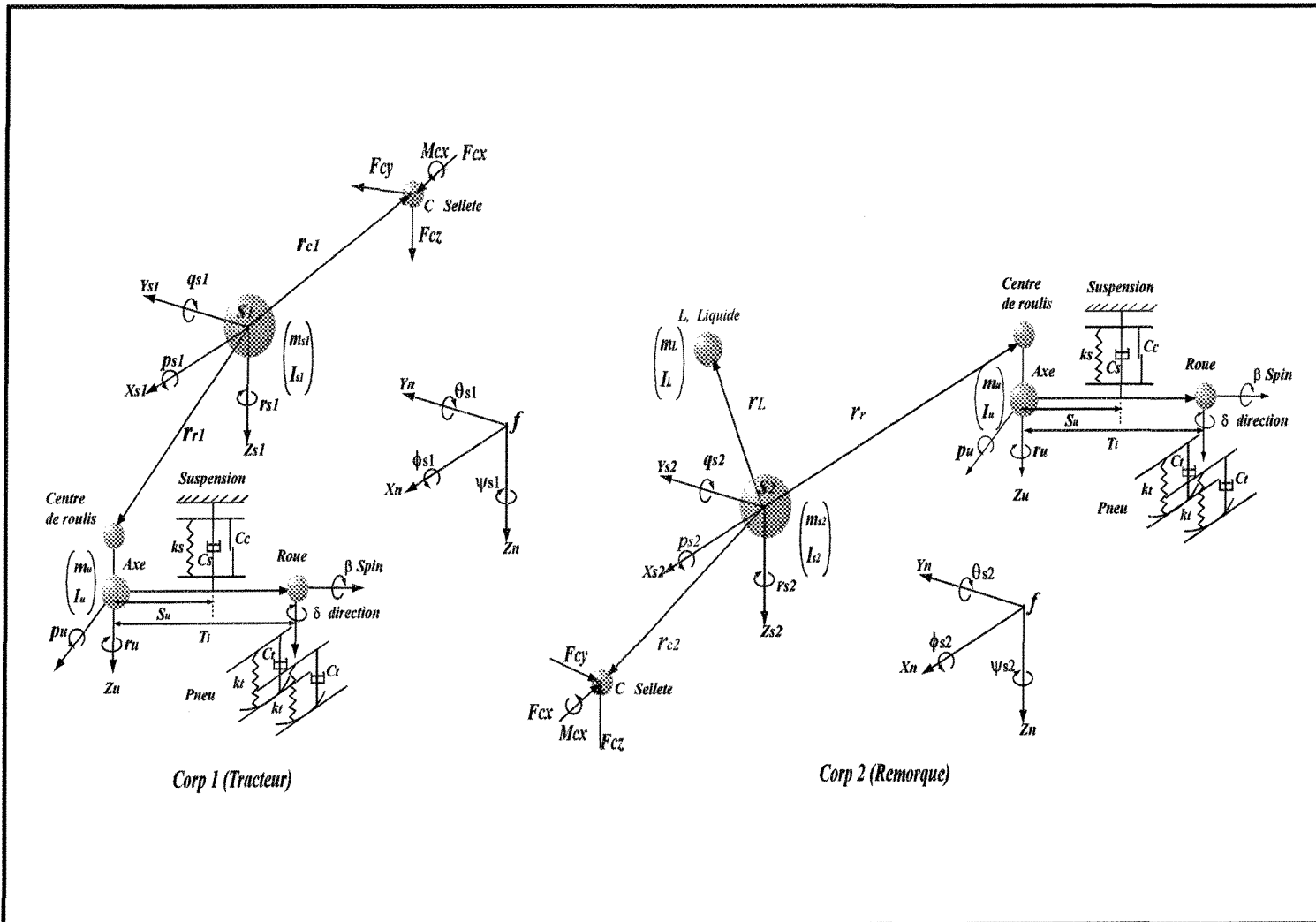


Figure 5.5: Modèle mathématique du véhicule.

### 5.2.3 Cinématique de la masse non suspendue

La position de la masse non suspendue est localisée relativement à la masse suspendue où elle est attachée telle qu'illustrée par les figures (5.5 et 5.6).

$$(r_u)_f = r_f + r_r + r_{ru} \quad (5.24)$$

Où:

- $r_f$  : représente la position du centre de masse suspendue par rapport au système inertiel.
- $r_r = (x_r, 0, z_r)_s$  : représente la position du centre de roulis par rapport au système fixé à la masse suspendue.
- $r_{ru} = (0, 0, z_u)_u$  : représente la position du centre de roulis par rapport au système fixé à la masse non suspendue.

La vitesse sera calculée en dérivant l'équation (5.24) par rapport au temps:

$$\begin{aligned} V_u &= V_s + w_s \times r_r + \dot{r}_r + w_u \times r_{ru} + \dot{r}_{ru} \\ &= (V_s + w_s \times r_r)_s + (w_u \times r_{ru} + \dot{r}_{ru})_u \end{aligned} \quad (5.25)$$

L'accélération sera calculée en dérivant l'équation (5.25) par rapport au temps :

$$\begin{aligned} a_u &= (a_s + \dot{w}_s \times r_r + w_s \times (w_s \times r_r))_s + \\ &(\dot{w}_u \times r_{ru} + w_u \times (w_u \times r_{ru}) + 2w_u \times \dot{r}_{ru} + \dot{w}_u \times r_{ru} + \ddot{r}_{ru})_u \end{aligned} \quad (5.26)$$

Où les indices ( $s$ ) et ( $u$ ) indiquent les systèmes attachés respectivement à la masse suspendue et à la masse non suspendue.



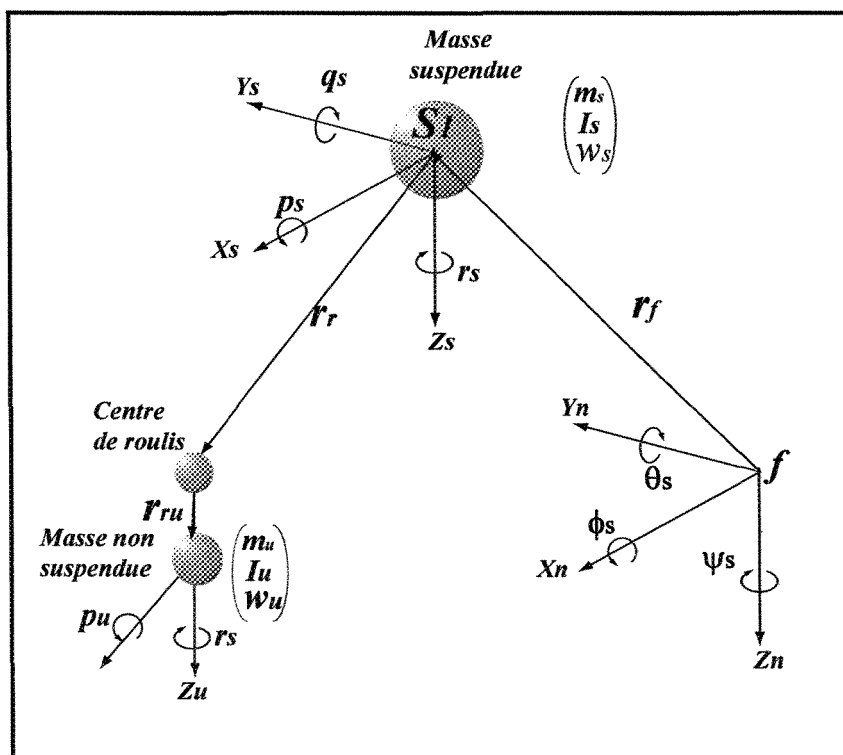


Figure 5.6: Cinématique de la masse non suspendue.

Avec  $w_s = [p_s, q_s, r_s]^T$  est la vitesse angulaire de la masse suspendue et  $w_u = [p_u, 0, r_s]^T$  est la vitesse angulaire de la masse non suspendue.

Telle que décrit par la figure(5.7), les forces de la suspension transmises vers la masse suspendue pour chaque axe  $i$  sont exprimées comme suit:

$$F_{supi} = \begin{pmatrix} F_{sxi1} + F_{sxi2} \\ F_{syi} \\ F_{szi1} + F_{szi2} \end{pmatrix}_{ui} \quad (5.27)$$

Où:

- $F_{szi1}$  et  $F_{szi2}$  sont respectivement les forces de suspension verticales du coté droit et gauche.
- $F_{syi}$  est la force latérale interne appliquée au centre de roulis de chaque axe  $i$ . Cette force est due aux forces latérales appliquées aux pneus.
- $F_{sxi1}$  et  $F_{sxi2}$  sont respectivement les forces de suspension longitudinales du coté droit et gauche.

Les forces de suspension peuvent être définies dans les systèmes attachés à la masse suspendue  $Si$  en utilisant la matrice de transformation qui relie la masse non suspendue et la masse suspendue (équation 5.17).

$$F_{supi} = \begin{pmatrix} R_{ui}^{si} \begin{pmatrix} F_{sxi1} + F_{sxi2} \\ F_{syi} \\ F_{szi1} + F_{szi2} \end{pmatrix}_{ui} \end{pmatrix}_{si} \quad (5.28)$$

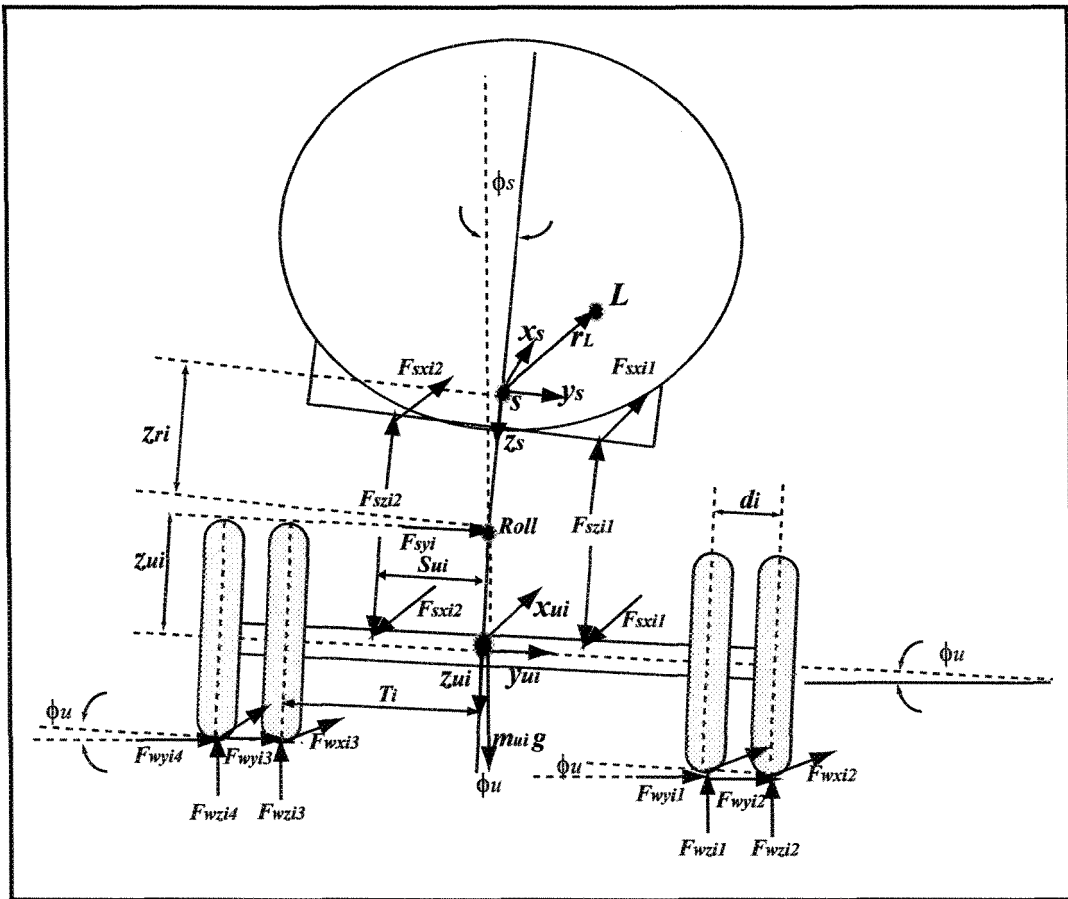


Figure 5.7: Vue de face du modèle du véhicule.

Les forces internes seront éliminées en fonction des équations dynamiques du mouvement de chaque axe  $i$ , telle qu'illustrée par la figure (5.7).

$$\begin{aligned}
 F_{ysi} &= -(m_{ui}a_{ui}) \cdot j_{ui} + \left( \sum_{j=1}^4 F_{wyi} \right) \cos \phi_{ui} \\
 &\quad - \left( \sum_{j=1}^4 F_{wzi} \right) \sin \phi_{ui} + m_{ui}g \sin \phi_{ui} \quad (5.29)
 \end{aligned}$$

$$F_{xsi1} + F_{xsi2} = -(m_{ui}a_{ui}) \cdot i_{ui} + \sum_{j=1}^4 F_{wxi} \quad (5.30)$$

### 5.2.4 Cinématique de la sellette

Le mouvement des masses suspendues du tracteur et la remorque sont liés dû au couplage du point d'articulation de la sellette. Plusieurs études supposent la sellette rigide dans le cas du mouvement de translation. Ceci nous permet de la considérer comme un point. Avec cette hypothèse, le nombre de degrés de liberté sera réduit. Alors, nous pourrions calculer l'expression de la vitesse et de l'accélération de la remorque en fonction de la vitesse et l'accélération du tracteur [62]. Dans le cas où la sellette n'est pas assez rigide, nous pourrions la modéliser comme un assemblage d'un ressort et un amortisseur en parallèle [61]. Cependant, la sellette réagit en torsion dans le cas du mouvement de roulis. De la figure (5.8), la vitesse et l'accélération du point C seront calculées par rapport aux deux systèmes attachés aux masses suspendues du tracteur et de la remorque comme suit:

$$\begin{aligned} V_c &= V_{s1} + V_{c/s1} \\ &= V_{s2} + V_{c/s2} \end{aligned} \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned} a_c &= a_{s1} + a_{c/s1} \\ &= a_{s2} + a_{c/s2} \end{aligned}$$

Avec:

$$r_{c/s1} = x_{c1}i_{s1} + z_{c1}k_{s1}$$

$$r_{c/s2} = x_{c2}i_{s2} + z_{c2}k_{s2}$$

D'où:

$$V_{c/s1} = w_{s1} \times r_{c/s1}$$

$$V_{c/s2} = w_{s2} \times r_{c/s2}$$

$$a_{c/s1} = \dot{w}_{s1} \times r_{c/s1} + w_{s1} \times (w_{s1} \times r_{c/s1})$$

$$a_{c/s2} = \dot{w}_{s2} \times r_{c/s2} + w_{s2} \times (w_{s2} \times r_{c/s2}) \quad (5.32)$$

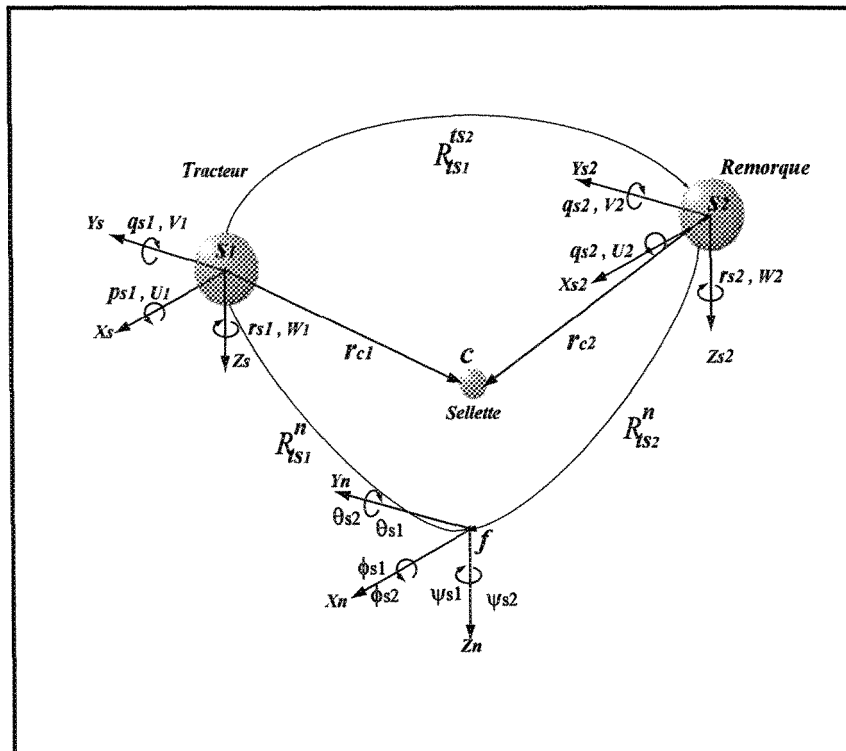


Figure 5.8: Cinématique de la sellette.

En introduisant les expressions de l'équation (5.32) dans l'équation (5.31), nous aurons :

$$\begin{aligned}
 V_c &= \left( \left( \begin{array}{c} U_1 + qz_{c1} \\ V_1 + r_1x_{c1} - p_1z_{c1} \\ W_1 - q_1x_{c1} \end{array} \right)_{s1} \right)_{s2} \\
 &= \left( \begin{array}{c} U_2 + qz_{c2} \\ V_2 + r_2x_{c2} - p_2z_{c2} \\ W_2 - q_2x_{c2} \end{array} \right)_{s2}
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

$$\begin{aligned}
 a_c &= \left( \left( \begin{array}{c} \frac{d}{dt}U_1 + \left(\frac{d}{dt}q_1\right)z_{c1} + q_1(W_1 - q_1x_{c1}) - r_1(V_1 + r_1x_{c1} - p_1z_{c1}) \\ \frac{d}{dt}V_1 + \left(\frac{d}{dt}r_1\right)x_{c1} - \left(\frac{d}{dt}p_1\right)z_{c1} + r_1(U_1 + q_1z_{c1}) - p_1(W_1 - q_1x_{c1}) \\ \frac{d}{dt}W_1 - \left(\frac{d}{dt}q_1\right)x_{c1} + p_1(V_1 + r_1x_{c1} - p_1z_{c1}) - q_1(U_1 + q_1z_{c1}) \end{array} \right)_{s1} \right)_{s2} \\
 &= \left( \begin{array}{c} \frac{d}{dt}U_2 + \left(\frac{d}{dt}q_2\right)z_{c2} + q_2(W_2 - q_2x_{c2}) - r_2(V_2 + r_2x_{c2} - p_2z_{c2}) \\ \frac{d}{dt}V_2 + \left(\frac{d}{dt}r_2\right)x_{c2} - \left(\frac{d}{dt}p_2\right)z_{c2} + r_2(U_2 + q_2z_{c2}) - p_2(W_2 - q_2x_{c2}) \\ \frac{d}{dt}W_2 - \left(\frac{d}{dt}q_2\right)x_{c2} + p_2(V_2 + r_2x_{c2} - p_2z_{c2}) - q_2(U_2 + q_2z_{c2}) \end{array} \right)_{s2}
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

La matrice de transformation  $R_{s1}^{s2}$  entre le système fixé à la masse suspendue de la remorque ( $s2$ ) et le système fixé à la masse suspendue du tracteur ( $s1$ ) sera calculée en passant par le système inertiel comme suit:

$$R_{s1}^{s2} = R_n^{s2} \cdot R_{s1}^n$$

La solution simultanée des deux équations (5.33 et 5.34) donne finalement l'expression de la vitesse et de l'accélération de la remorque en fonction de la vitesse et de l'accélération du tracteur.

Le déplacement angulaire relatif à l'angle de roulis entre le tracteur et la remorque sera utile pour calculer la contrainte de la sellette pour le mouvement de roulis (moment de roulis):

$$\begin{aligned} M_{cs1} &= k_{xc} (\phi_{s1} - \phi_{s2}) i_{s1} \\ M_{cs2} &= -R_{s1}^{s2} (k_{xc} (\phi_s - \phi_{s2}) i_{s1}) \end{aligned} \quad (5.35)$$

### 5.3 Cinétique du véhicule

Cette section est consacrée à la définition des variables avec certaines manipulations algébriques choisies pour les équations du mouvement. Tous les paramètres de la cinétique seront développés pour un véhicule articulé. Les mêmes paramètres seront appliqués dans le cas d'un véhicule d'unité. Le diagramme du corps libre illustré par la figure (5.7) introduit les forces et les moments externes et internes appliqués sur chaque sous système du véhicule. Pour obtenir l'équation du mouvement linéaire et angulaire, il est important de modéliser le corps rigide comme un ensemble de points

matériels.

### 5.3.1 Mouvement linéaire

L'application des lois de Newton donne finalement les équations du mouvement linéaire du tracteur et de la remorque.

$$\sum F_i = m_i a_i \quad (5.36)$$

En introduisant dans l'équation (5.36) les équations des accélérations de la masse suspendue et du liquide ( 5.22 et 5.24) ainsi que les équations des forces de suspension (5.29 et 5.30), nous obtenons finalement les équations de mouvement de translation représentées par les équations différentielles de 2<sup>e</sup> ordre de la masse suspendue  $S_i$ :

**Équation de mouvement longitudinal :**

$$\begin{aligned} (m_{si} a_{si} + m_{Li} a_{Li}) \cdot i_{si} &= \cos \theta_{si} \sum_{j=1}^k (F_{sxj1} + F_{sxj2}) - \sin \phi_{uj} \sin \theta_{si} \sum_{j=1}^k F_{syj} \\ &+ \cos \phi_{uj} \sin \theta_{si} \sum_{j=1}^k (F_{szj1} + F_{szj2}) \\ &- \sin \theta_{si} (m_{si} + m_{Li}) g \\ &+ \sum (forces\ de\ contrainte) \cdot i_{si} \end{aligned} \quad (5.37)$$



Équation de mouvement latéral :

$$\begin{aligned}
(m_{si}a_{si} + m_{Li}a_{Li}).j_{si} &= (\cos \phi_{uj} \cos \phi_{si} + \sin \phi_{uj} \cos \theta_{si} \sin \phi_{si}) \sum_{j=1}^k F_{syj} \\
&+ \sin \phi_{uj} \cos \phi_{si} \sum_{j=1}^k (F_{szj1} + F_{szj2}) \\
&- \cos \phi_{uj} \cos \theta_{si} \sin \phi_{si} \sum_{j=1}^k (F_{szj1} + F_{szj2}) \\
&+ \sin \theta_{si} \sin \phi_{si} \sum_{j=1}^k (F_{sxj1} + F_{sxj2}) \\
&+ \cos \theta_{si} \sin \phi_{si} (m_{si} + m_{Li}) g \\
&+ \sum (forces\ de\ contrainte) .j_{si} \quad (5.38)
\end{aligned}$$

Équation de mouvement vertical :

$$\begin{aligned}
(m_{si}a_{si} + m_{Li}a_{Li}).k_{si} &= (-\cos \phi_{uj} \sin \phi_{si} + \sin \phi_{uj} \cos \theta_{si} \cos \phi_{si}) \sum_{j=1}^k F_{syj} \\
&- \sin \phi_{uj} \sin \phi_{si} \sum_{j=1}^k (F_{szj1} + F_{szj2}) \\
&- \cos \phi_{uj} \cos \theta_{si} \cos \phi_{si} \sum_{j=1}^k (F_{szj1} + F_{szj2}) \\
&+ \sin \theta_{si} \cos \phi_{si} \sum_{j=1}^k (F_{sxj1} + F_{sxj2}) \\
&+ \cos \theta_{si} \cos \phi_{si} (m_{si} + m_{Li}) g \\
&+ \sum (forces\ de\ contrainte) .k_{si} \quad (5.39)
\end{aligned}$$

Avec:

- $i = 1$  : masse suspendue du tracteur.
- $i = 2$  : masse suspendue de la remorque.
- $j$  : numéro d'axe.
- $k$  : le nombre des axes où  $k = 3$  pour le tracteur et  $k = 2$  pour la remorque.
- $L$  : liquide.
- $s_i$  : masse suspendue  $i$ .

Dans cette étude les forces de contrainte dues à la sellette seront éliminées en utilisant les équations de la cinématique de la sellette (5.33 et 5.34) développées précédemment. Il est à noter, que toutes ces équations de mouvement sont programmées dans le logiciel Maple d'une façon systématique. Donc, pour obtenir les équations de mouvement dans le cas d'un véhicule d'unité, il suffit seulement de remplacer les indices ( $i = 1$ ,  $k = 3$ ).

L'équation du mouvement vertical de la masse suspendue de chaque axe  $i$  est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 (m_{ui}a_{ui}) \cdot k_{ui} &= - \left( \sum_{j=1}^k F_{wzij} \right) \cos \phi_{ui} - \left( \sum_{j=1}^k F_{wyij} \right) \sin \phi_{ui} \\
 &\quad + m_{ui}g \cos \phi_{ui} + F_{szi1} + F_{szi2}
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

Avec:

- $i$  : numéro d'axe.
- $j$  : le nombre des pneus dans chaque axe.
- $k$  :  $k = 2$  pour l'axe avant du tracteur et  $k = 4$  pour les autres axes.

### 5.3.2 Mouvement angulaire

Pour obtenir l'équation du mouvement angulaire, il est important de modéliser le corps rigide comme un système de points matériels  $p$  avec des masses  $m_p$ . Selon l'équation de Newton, le moment angulaire par rapport au système inertiel est donné par l'expression suivante :

$$M_s = \sum_p M_p = \sum_p r_p \times m_p \ddot{r}_p \quad (5.41)$$

En substituant l'équation (5.21) dans (5.41) nous obtenons:

$$M_s = \sum_p m_p r_p \times [\dot{v}_s + w_s \times v_s + \dot{w}_s \times r_p + w_s \times (w_s \times r_p)] \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} M_s = & \sum_p m_p r_p \times [\dot{v}_s + w_s \times v_s] + \sum_p m_p r_p \times [\dot{w}_s \times r_p] \\ & \sum_p m_p r_p \times [w_s \times (w_s \times r_p)] \end{aligned} \quad (5.43)$$

Le premier terme de l'équation (5.43) peut être simplifié:

$$\sum_p m_p r_p \times [\dot{v}_s + w_s \times v_s] = m_s r_s \times [\dot{v}_s + w_s \times v_s]$$

Le deuxième et le troisième terme de l'équation (5.43) peuvent être simplifiés également [65]:

$$\begin{aligned}\sum_p m_p r_p \times [\dot{w}_s \times r_p] &= I_s \dot{w}_s \\ \sum_p m_p r_p \times [w_s \times (w_s \times r_p)] &= w_s \times I_s w_s\end{aligned}$$

Donc, l'équation (5.42) prendra la forme suivante:

$$M_s = m_s r_s \times [\dot{v}_s + w_s \times v_s] + I_s \dot{w}_s + w_s \times I_s w_s \quad (5.44)$$

Puisque le centre de masse suspendue coïncide avec l'origine du système d'axe du corps ( $r_s \equiv 0$ ), l'expression du mouvement angulaire (5.44) peut être formulée comme suit:

$$\begin{aligned}M_s &= I_s \dot{w}_s + w_s \times I_s w_s \\ &= \begin{pmatrix} -r_s q_s I_{ys} - \left(\frac{d}{dt} r_s\right) I_{xzs} + \left(\frac{d}{dt} p_s\right) I_{xs} - p_s q_s I_{xzs} + r_s q_s I_{zs} \\ \left(\frac{d}{dt} q_s\right) I_{ys} + (p_s)^2 I_{xzs} - (r_s)^2 I_{xzs} - p_s r_s I_{zs} + p_s r_s I_{xs} \\ \left(\frac{d}{dt} r_s\right) I_{zs} + p_s q_s I_{ys} + r_s q_s I_{xzs} - p_s q_s I_{xs} - \left(\frac{d}{dt} p_s\right) I_{xzs} \end{pmatrix} \quad (5.45)\end{aligned}$$

La matrice d'inertie  $I_{si}$  est exprimée dans le système  $si$  comme suit:

$$\begin{aligned}
 I_{si} &= \sum_{s_i} (r_p^2 \mathbf{1} - r_p r_p^T) m_p \\
 &= \begin{pmatrix} \sum_{s_i} (y_p^2 + z_p^2) m_p & -\sum_{s_i} (x_p y_p) m_p & -\sum_{s_i} (x_p z_p) m_p \\ -\sum_{s_i} (x_p z_p) m_p & \sum_{s_i} (x_p^2 + z_p^2) m_p & -\sum_{s_i} (y_p z_p) m_p \\ -\sum_{s_i} (z_p x_p) m_p & -\sum_{s_i} (z_p y_p) m_p & \sum_{s_i} (x_p^2 + y_p^2) m_p \end{pmatrix} \quad (5.46)
 \end{aligned}$$

Puisque les corps du tracteur et la remorque pourrait être modélisés comme des corps contenus; donc, toutes les expressions mathématiques peuvent être exprimées par des intégrales ( $f$ ) au lieu d'une sommation ( $\sum$ ).

Les moments appliqués sur la masse suspendue due à la charge du liquide et les forces de la suspension exprimées dans le système d'axe fixé à la masse suspendue sont calculés comme suit:

**Moment dû à la charge du liquide :**

$$M_{Li} = \begin{pmatrix} x_{Li} \\ y_{Li} \\ z_{Li} \end{pmatrix} \times \left[ \begin{pmatrix} m_{Li}(a_{Li}) \cdot i_{si} \\ m_{Li}(a_{Li}) \cdot j_{si} \\ m_{Li}(a_{Li}) \cdot k_{si} \end{pmatrix} + [\lambda_{\theta_{si}} \lambda_{\phi_{si}}]^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{Li}g \end{pmatrix} \right] \quad (5.47)$$

**Moment dû aux forces de suspension :**

$$\begin{aligned}
 M_{susp_i} = & \sum_{j=1}^k \left[ \begin{pmatrix} x_{uj} \\ s_{uj} \\ z_{rj} \end{pmatrix} \times R_{uj}^{si} \begin{pmatrix} F_{sxj1} + F_{sxj2} \\ 0 \\ F_{szj1} + F_{szj2} \end{pmatrix} \right] \\
 & + \sum_{j=1}^k \left[ \begin{pmatrix} x_{uj} \\ 0 \\ z_{rj} \end{pmatrix} \times R_{uj}^{si} \begin{pmatrix} 0 \\ F_{syj} \\ 0 \end{pmatrix} + k_{\phi_i} (\phi_{si} - \phi_{uj}) \right] \quad (5.48)
 \end{aligned}$$

En remplaçant dans l'équation (5.45), les expressions des moments dus à la charge du liquide (5.47), les moments de la suspension (5.48) et les moments dus à la contrainte de la sellette (5.35), nous obtenons finalement les équations du mouvement angulaire de la masse suspendue ( $si$ ) sous forme d'équation différentielle de 2<sup>e</sup> ordre :

**Mouvement angulaire de roulis :**

$$\begin{aligned}
 (I_{x_{si}} + I_{x_{Li}}) \left( \frac{d}{dt} p_s \right) = & -r_s q_s (I_{z_{si}} + I_{z_{Li}} - I_{y_{si}} - I_{y_{Li}}) \\
 & + \left( p_s q_s + \left( \frac{d}{dt} r_s \right) \right) (I_{xz_{si}} + I_{xz_{Li}}) \\
 & + (y_{Li} \cos \theta_{si} \cos \phi_{si} - z_{Li} \cos \theta_{si} \sin \phi_{si}) m_{Li} g \\
 & + y_{Li} (a_{Li})_z - z_{Li} (a_{Li})_y + \sum_{j=1}^k (k_{\phi_i} (\phi_{si} - \phi_{uj})) \\
 & + (M_{csi} + M_{susp_i}) \cdot \dot{i}_{si} \quad (5.49)
 \end{aligned}$$

Mouvement angulaire de tangage :

$$\begin{aligned}
 (I_{y_{si}} + I_{y_{Li}}) \left( \frac{d}{dt} q_s \right) &= - (p_s^2 - r_s^2) (I_{xz_{si}} + I_{xz_{Li}}) + (M_{csi} + M_{supi}) \cdot j_{si} \\
 &+ p_s r_s (I_{z_{si}} + I_{z_{Li}} - I_{x_{si}} - I_{x_{Li}}) \\
 &- (z_{Li} \sin \theta_{si} + x_{Li} \cos \theta_{si} \cos \phi_{si}) m_{Li} g \\
 &+ z_{Li} (a_{Li})_x - x_{Li} (a_{Li})_z
 \end{aligned} \tag{5.50}$$

Mouvement angulaire de lacet :

$$\begin{aligned}
 \left( I_{z_{si}} + I_{z_{Li}} + \sum_{j=1}^k I_{z_{uj}} \right) \left( \frac{d}{dt} r_s \right) &= - p_s q_s (I_{y_{si}} + I_{y_{Li}} - I_{x_{si}} - I_{x_{Li}}) \\
 &- \left( r_s q_s - \left( \frac{d}{dt} p_s \right) \right) (I_{xz_{si}} + I_{xz_{Li}}) \\
 &+ (y_{Li} \sin \theta_{si} + x_{Li} \cos \theta_{si} \sin \phi_{si}) m_{Li} g \\
 &+ x_{Li} (a_{Li})_y - y_{Li} (a_{Li})_x + \sum_{j=1}^k M_{Tj} \\
 &+ (M_{csi} + M_{supi}) \cdot k_{si}
 \end{aligned} \tag{5.51}$$

Avec:

- $i = 1$  : masse suspendue du tracteur.
- $i = 2$  : masse suspendue de la remorque.
- $j$  : numéro d'axe.
- $k$  : le nombre des axes,  $k = 3$  pour le tracteur et  $k = 2$  pour la remorque.
- $L$  : liquide.

- $s$  : masse suspendue.
- $M_{csi}$  : moment dû à la contrainte de la sellette.
- $M_{supi}$  : moment dû au système de suspension.

L'équation du mouvement de roulis de la masse suspendue de chaque axe  $i$  est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 I_{xx_{ui}} p_{ui} &= (F_{sz_{i1}} - F_{sz_{i1}}) s_{ui} - z_{ui} F_{syi} \\
 &\quad - \sum_{j=1}^k (F_{wy_{ij}}) (h_{ri} \cos(\phi_{ui}) - z_{ui}) \\
 &\quad + (F_{wz_{i1}} - F_{sz_{i3}}) T_i + (F_{wz_{i2}} - F_{sz_{i4}}) (T_i + d_i) \\
 &\quad + k_{\phi_i} (\phi_{si} - \phi_{ui})
 \end{aligned} \tag{5.52}$$

Avec:

- $i$  : l'axe.
- $j$  : le nombre des pneus dans chaque axe.
- $k$  :  $k = 2$  pour l'axe avant du tracteur et  $k = 4$  pour les autres axes.

### 5.3.3 Modèle de suspension

Les forces externes appliquées sur le véhicule sont générées principalement par les forces de contact entre la roue et le sol. Ces forces, sont transmises à la masse suspendue à travers le système de suspension du véhicule. Afin de simplifier le modèle, nous modélisons la suspension avec un ressort linéaire et un amortisseur assemblés en parallèle.



La force verticale appliquée sur le véhicule à travers le système de suspension est égale à la somme de la force en équilibre statique plus la force d'excitation.

$$F_{si} = K_{uj}e_{uj} + C_{uj}\dot{e}_{uj} + F_{statique} \quad (5.53)$$

Où les  $e_{uj}$  sont les deflexions de suspension calculées en fonction de la géométrie du véhicule.

$$\begin{aligned} e_{uj} &= z_s + (-\sin \phi_{uj} \cos \phi_{si} + \cos \phi_{uj} \cos \theta_{si} \sin \phi_{si}) s_{uj} - (\cos \phi_{uj} \sin \theta_{si}) x_{uj} \\ \dot{e}_{uj} &= \frac{d}{dt} e_{uj} \end{aligned} \quad (5.54)$$

Avec:

- $i = 1$  : pour la masse suspendue du tracteur.
- $i = 2$  : pour la masse suspendue de la remorque.
- $j$  : l'axe ( $j = 1, 2, 3$  pour le tracteur et  $j = 4, 5$  pour la remorque).

### 5.3.4 Modèle du pneu

Le pneu est un élément essentiel dans un véhicule. Il représente le contact entre la roue et le sol. Les forces et les moments transmis au véhicule par les pneus dus à l'interaction roue-sol sont complexes et non linéaires. Ces forces et moments dépendent principalement des forces normales, de décalage longitudinal et latéral de la charge, du taux de glissement longitudinal (*slip ratio*)  $\lambda$  et les angles de glissement (*slip angle*)  $\alpha$  telle qu'illustrée par la figure (5.9). Il existe plusieurs modèles de pneu. La majorité des

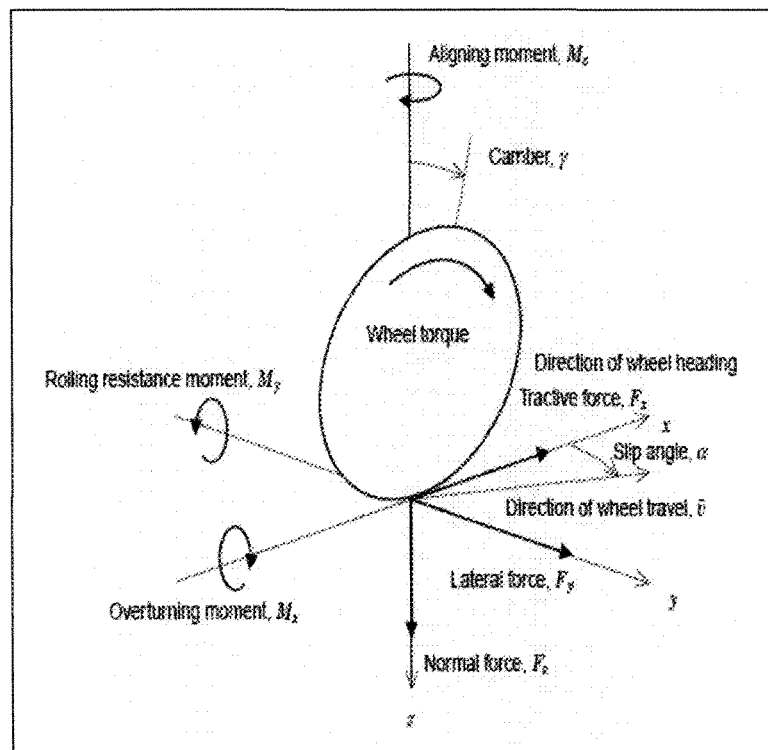


Figure 5.9: Forces et moments appliqués sur le pneu.

études ont employé des modèles linéaires ou des modèles basés sur des tableaux issus des tests expérimentaux. Ceci est pour caractériser les forces et les moments en fonction de la vitesse du véhicule, force normale, taux de glissement longitudinal et l'angle de glissement [19, 62, 66, 67, 68]. Ces modèles ont une meilleure prédiction de la force de traction de contact. Cependant, leurs données sont spécifiques pour chaque type de pneu ce qui réduit leur utilisation universelle. Il existe d'autres modèles numériques en passant par différents modèles analytiques [69, 70, 71]. Le choix du modèle du pneu influence le calcul des efforts au niveau de l'interface roue-sol. Les données issues de ces modèles sont importantes lorsqu'on veut procéder à une modélisation dynamique d'un véhicule.

Dans cette étude les efforts des pneus sont modélisés avec le modèle appelé cercle de glissement (slip circle model) [19, 72]. Ce dernier, est étroitement lié au modèle d'ellipse de friction illustré par la figure (5.10) [19].

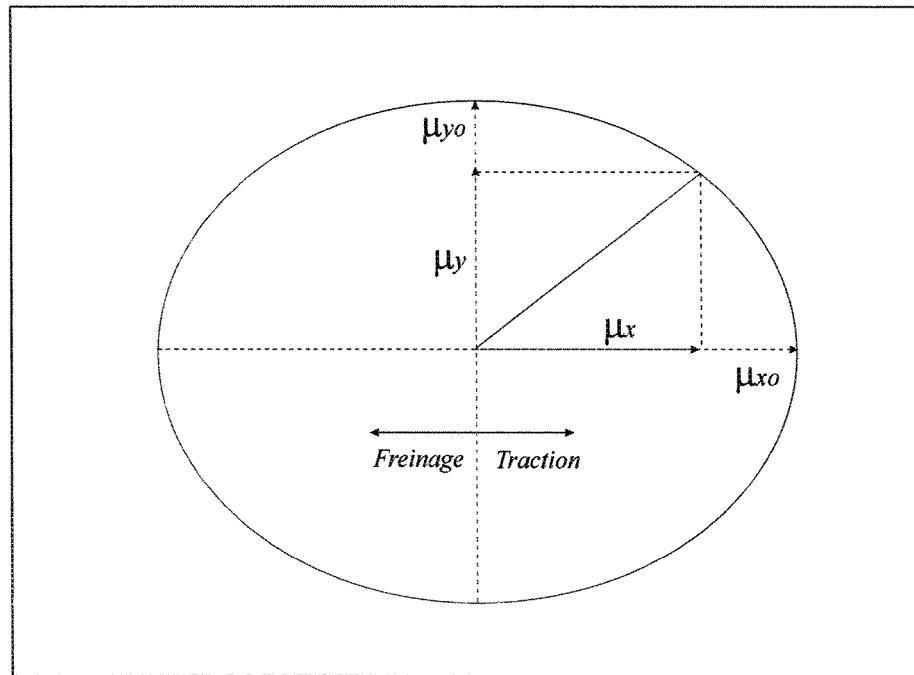


Figure 5.10: Concept de l'ellipse de friction.

Avec ce modèle, il est possible d'obtenir les forces latérale et longitudinale dans le cas de mouvements combinés, en se basant seulement sur les données de mesure de mouvements séparés freinage/traction seulement et cas de direction seulement telles qu'illustrée par la figure (5.11).

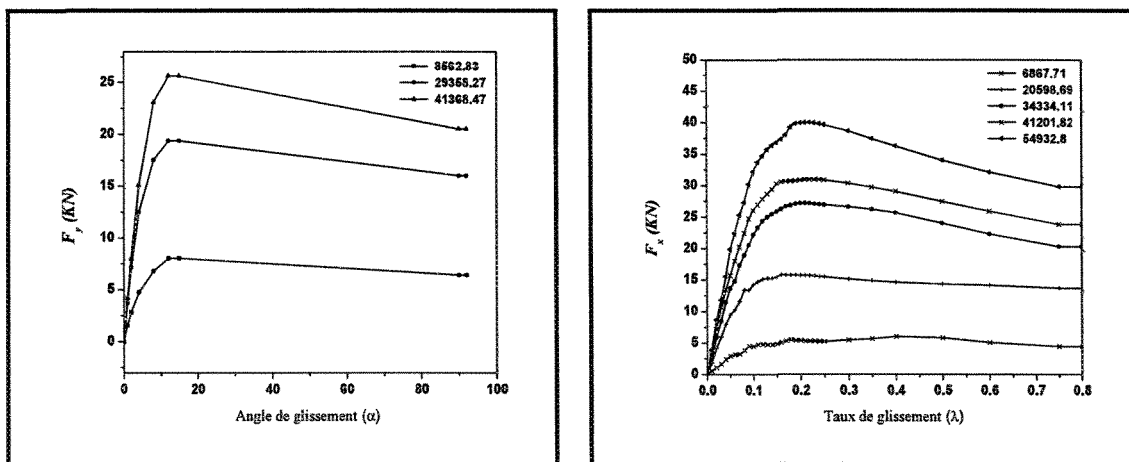
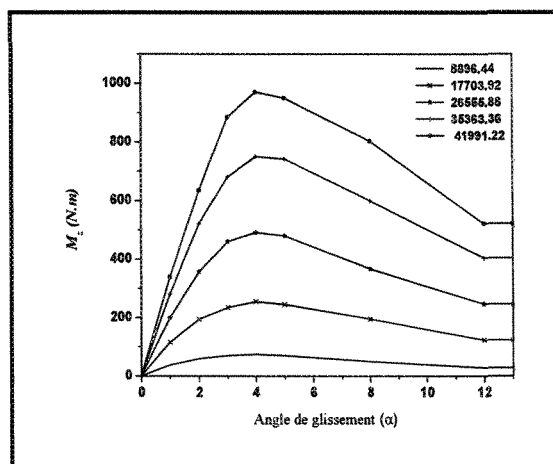
a) Force latérale du pneu.  $F_y$ b) Force longitudinale du pneu.  $F_x$ c) Moment d'alignement du pneu.  $M_T$ 

Figure 5.11: Force et moment du pneu caractérisés par les tables du logiciel Trucksim [1].

Le calcul des efforts repose sur le calcul du coefficient de frottement  $\mu_x$  et  $\mu_y$ . Le calcul de ces coefficients dépend du taux de glissement longitudinal  $\lambda$  et de l'angle de glissement  $\alpha$ .

Le taux de glissement longitudinal et l'angle de glissement du pneu sont calculés par la formule suivante :

**Freinage (décélération) :**

$$\lambda = \frac{r_w \omega_w - U_p}{U_p} \quad (5.55)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{V_{axe}}{U_p} - \delta$$

**Traction (accélération) :**

$$\lambda = \frac{r_w \omega_w - U_p}{r_w \omega_w} \quad (5.56)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{V_{axe}}{U_p} - \delta$$

Où  $r_w$  est le rayon de la roue et  $\omega_w$  la vitesse de rotation de la roue.  $V_{axe}$  est la vitesse de translation latérale de l'axe et  $U_p$  est la vitesse longitudinale du pneu telle que représentée par la figure (5.12).

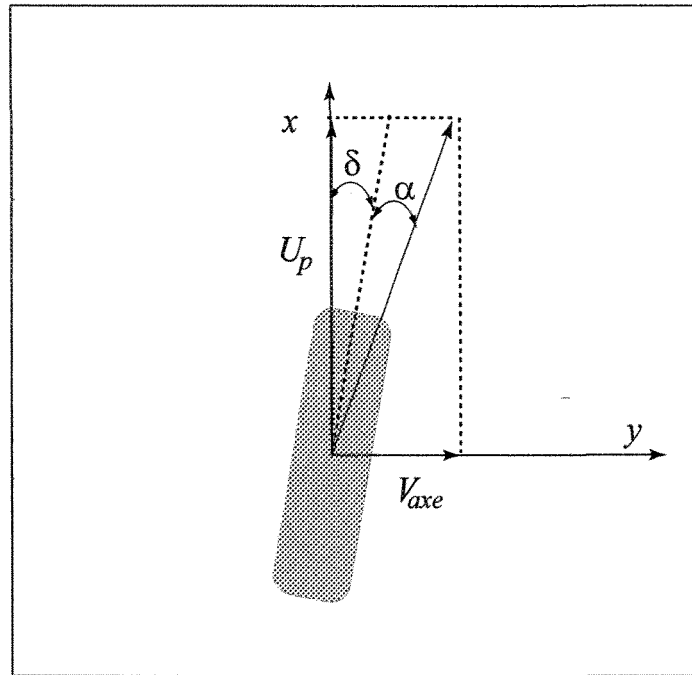


Figure 5.12: Modèle du pneu

Ces derniers, seront calculés à partir de la vitesse du centre de masse du véhicule.

$$V_{axe_j} = \cos \phi_{si} (V_{si} + r_{si} x_{uj} - p_{si} z_{rj}) - \cos \phi_{uj} p_{uj} H_{uj} \quad (5.57)$$

$$U_{pj1} = U_{si} + T_j r_{si}$$

$$U_{pj2} = U_{si} + (T_j + d_j/2) r_{si}$$

$$U_{pj3} = U_{si} - T_j r_{si}$$

$$U_{pj4} = U_{si} - (T_j + d_j/2) r_{si} \quad (5.58)$$

$U_{si}$  : Vitesse longitudinale de la masse suspendue  $si$ .

$V_{si}$  : Vitesse latérale de la masse suspendue  $si$ .

$r_{si}$  : Taux de lacet de la masse suspendue  $si$ .

$p_{si}$  : Taux de roulis de la masse suspendue  $si$ .

$d_j$  : Distance qui sépare les deux pneus.

$T_j$  : Distance entre le centre de masse de l'axe  $j$  et le centre des deux pneus.

$x_{uj}$  : Distance longitudinale entre le centre de masse de l'axe  $j$  et le centre de la masse suspendue  $s_i$ .

$z_{rj}$  : Distance verticale entre le centre de roulis de l'axe  $j$  et le centre de la masse suspendue  $s_i$ .

$H_{uj}$  : Distance verticale entre le centre de roulis de l'axe  $j$  et la route.

### Charge verticale du pneu

Dans cette étude le pneu est modélisé comme un ressort linéaire. Donc, la force verticale est en fonction de la constante du ressort.

$$F_{wzij} = Kt_{ij}\Delta_{ij} \quad (5.59)$$

Les deflexions des pneus seront calculées à partir de la géométrie du véhicule comme suit:

$$\Delta_{j1} = \Delta_{01} + z_{si} - z_{uj0} + z_{uj}(1 - \cos \phi_{uj}) - z_{rj} - \sin \theta_{si} x_{uj} + \cos \theta_{si} \cos \phi_{si} z_{rj} + \sin \phi_{uj} T_j + z_{uj} \cos \phi_{uj} \quad (5.60)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{j2} &= \Delta_{j1} + d_j \cos \phi_{uj} \\ \Delta_{j3} &= \Delta_{j1} - T_j \cos \phi_{uj} \\ \Delta_{j4} &= \Delta_{j1} - (T_j + d_j) \cos \phi_{uj} \end{aligned} \quad (5.61)$$

Avec:

- $\Delta_{01}$  : Déflexion initiale due à la charge statique.
- $z_{si}$  : Déplacement vertical de la masse suspendue  $si$ .
- $z_{uj}$  : Distance verticale entre le centre de roulis et le centre de l'axe  $j$ .
- $z_{uj0}$  : Distance verticale initial entre le centre de roulis et le centre de l'axe  $j$ .
- $z_{rj}$  : Distance verticale entre le centre de roulis et le centre de masse de la masse suspendue  $si$ .

Afin de calculer les forces combinées, un vecteur de glissement dimensionnel total d'amplitude  $\gamma$  et de direction  $\beta$  est défini [73]:

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{\lambda^2 + (\sin(\alpha))^2} \\ \tan(\beta) &= \frac{\sin(\alpha)}{\lambda} \end{aligned} \quad (5.62)$$



Les coefficients de frottement entre le pneu et le sol dans le cas des forces combinées prendront la forme ci-dessous:

$$\mu(\gamma, \beta) = \mu_x(\gamma) (\cos(\beta))^2 + \mu_y(\gamma) (\sin(\beta))^2 \quad (5.63)$$

$$\mu_x(\gamma, \beta) = \mu(\gamma, \beta) \cos(\beta)$$

$$\mu_y(\gamma, \beta) = \mu(\gamma, \beta) \sin(\beta)$$

Finalement, les forces longitudinale et latérale dans le cas de mouvement combinés seront calculées:

$$F_x(\gamma, \beta) = \mu_x(\gamma, \beta) F_z \quad (5.64)$$

$$F_y(\gamma, \beta) = \mu_y(\gamma, \beta) F_z$$

### Force de freinage

La force de freinage est calculée en prenant en considération les forces et les moments développés dans la roue plus le mouvement de rotation (spin) de la roue telle que montrée par la figure (5.13). Les accélérations de rotation (spin) des roues  $\ddot{\omega}_{wi}$  sont calculées à partir du mouvement de rotation des roues comme suit [74] :

$$I_{wi}\ddot{\omega}_{wi} = T_d - (T_{bi} + M_{ri} + F_{xi}r_w) \quad (5.65)$$

$$T_d = T_e \eta_{diff} \eta_{trans} \varepsilon$$

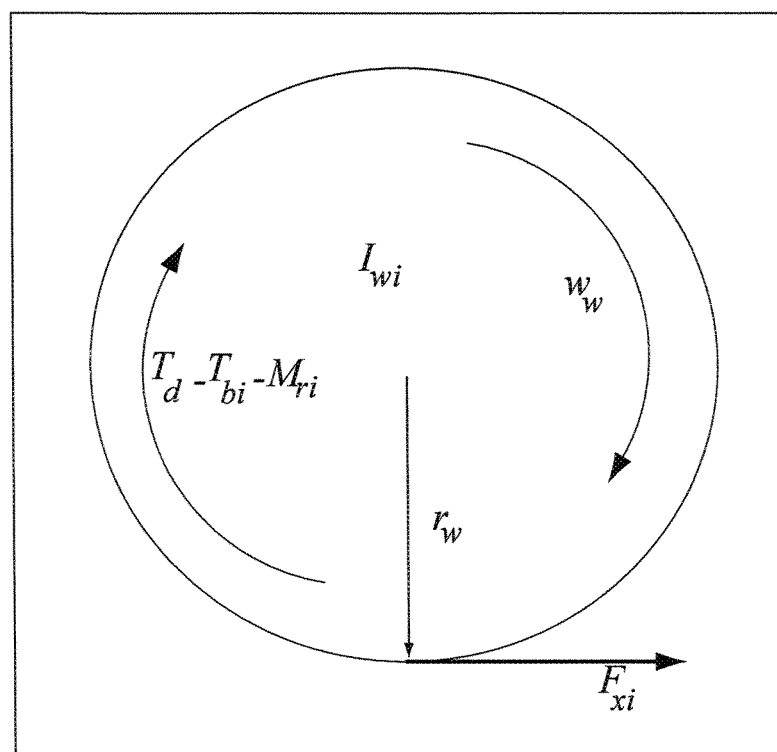


Figure 5.13: Dynamique de la roue

Avec:

$T_d$  : Couple d'entraînement de la roue.

$T_e$  : Couple du moteur.

$T_{bi}$  : Couple de freinage de la roue.

$T_{wi}$  : Moment d'inertie de rotation de la roue.

$\eta_{trans}$  : Rapport de transmission (transmission ratio).

$\eta_{diff}$  : Rapport de différentiel (différentiel ratio).

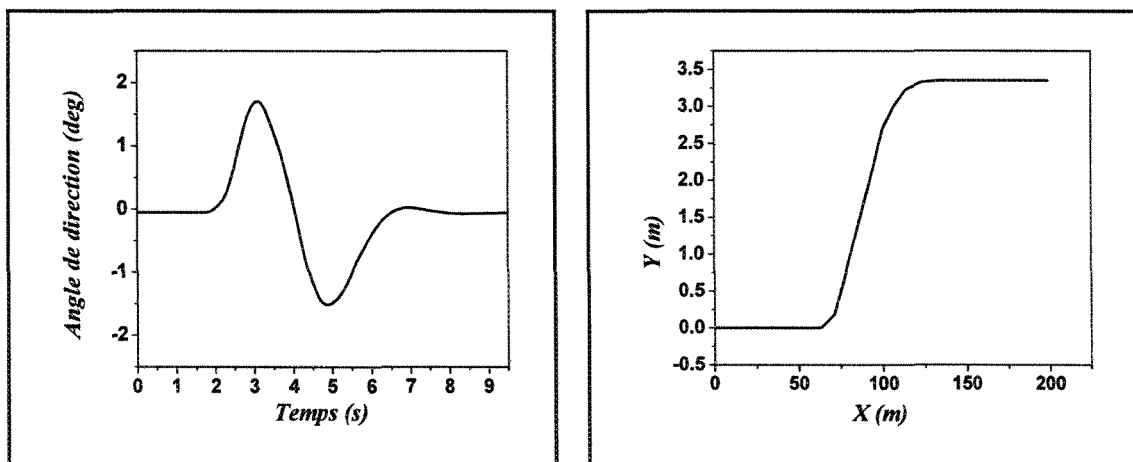
$\varepsilon$  : Fonction de couple (la fraction du couple du  
moteur appliqué à la roue spécifique).

$F_{xi}$  : Effort longitudinal appliqué au pneu.

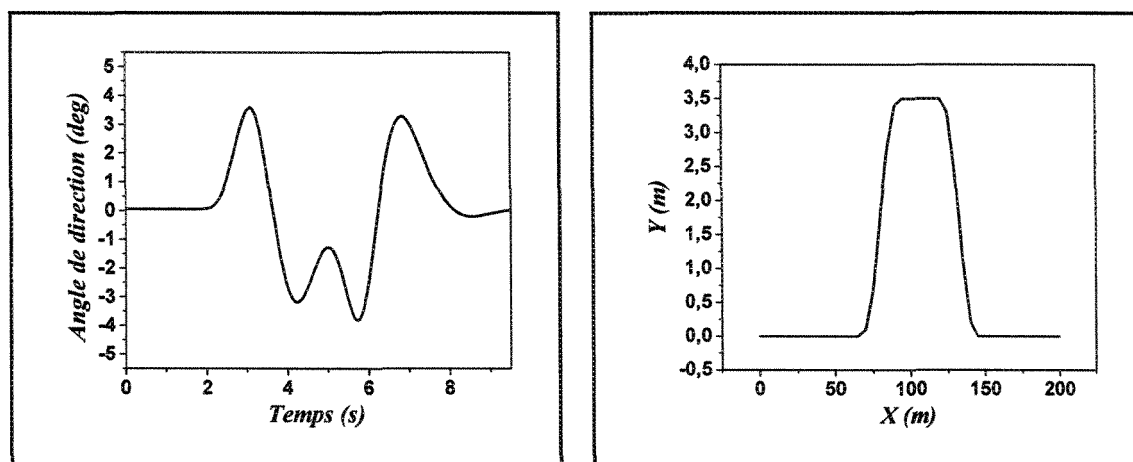
$M_{ri}$  : Moment de la résistance du pneu.

## 5.4 Validation du modèle de véhicule vs Trucksim

Le logiciel Trucksim développé par le centre de transport de l'université Michigan (*UMTRI*) est spécialisé dans la simulation de véhicules lourds [1, 63, 75]. Ce centre a développé également le logiciel Carsim pour les véhicules touristiques et BikeSim pour la moto. Trucksim est utilisé pour représenter et étudier la dynamique des véhicules dans un environnement informatique. Il s'agit d'un logiciel de renommée mondiale dans ce domaine. Il est possible d'analyser un très grand nombre de configurations de véhicules puisque le logiciel est, en quelque sorte, une librairie de modèles existants dans l'industrie du transport. Par contre, Trucksim permet seulement d'ajouter un chargement qui est considéré comme étant fixe sur la semi-remorque. Cette particularité ne permet pas d'étudier le comportement dynamique du ballonnement du liquide dans les camions citernes. La librairie de Trucksim possède aussi un bon nombre de manoeuvres et de trajectoires prédéfinies qui va nous permettre de valider le comportement du modèle du véhicule développé. Pour des manoeuvres difficiles telles que le mouvement dans une courbe, changement de voie simple et double. Il est à noter que dans l'environnement de Trucksim, les manoeuvres sont des trajectoires prédéfinies, c'est à dire l'excitation est représentée par un vecteur de déplacement. Cependant, dans le modèle développé, l'excitation est définie par l'angle de direction ou couple de freinage comme paramètre d'entrée. À partir du vecteur de sortie, on enregistre la réponse de l'angle de direction. Cette réponse est le paramètre d'entrée pour notre modèle qui traite la même configuration que ce soit pour un véhicule d'unité ou articulé tel que définis par les tableaux (5.1 et 5.2) [75]. Deux manoeuvres de changement de voie simple et double avec une vitesse constante  $v = 70\text{km/h}$  ont été choisies pour comparer les deux modèles. La figure (5.14) présente la trajectoire et l'angle de direction des deux manoeuvres enregistrés à partir de Trucksim [75].



a) Manoeuvre de changement de voie simple et la trajectoire désirée.



b) Manoeuvre de changement de voie double et la trajectoire désirée.

Figure 5.14: Paramètres de comparaison entre le modèle développé et le logiciel Truck-sim.

Tableau 5.1: Paramètres du véhicule d'unité.

Paramètres	Symboles	Valeurs
Masse suspendue	$m_s$	4457 kg
Moment d'inertie de roulis	$I_{xs}$	2287 kg.m <sup>2</sup>
Moment d'inertie de tangage	$I_{ys}$	35408 kg.m <sup>2</sup>
Moment d'inertie de lacet	$I_{zs}$	34823 kg.m <sup>2</sup>
Hauteur du (CM) de la masse suspendue	$z_{cg}$	1.173 m
Distance entre le centre de masse et l'axe avant	$x_{u1}$	1.135 m
Distance entre le centre de masse et l'axe arrière 1	$x_{u2}$	3.252 m
Distance entre le centre de masse et l'axe arrière 2	$x_{u3}$	4.522 m

Masse non suspendue.

Paramètres	Axe 1	Axe 2	Axe 3
$m_{su}$ (kg)	527	1007	973
$I_{xu}$ (kg.m <sup>2</sup> )	612	579	584
$I_{zu}$ (kg.m <sup>2</sup> )	612	579	584
$K_\phi$ (kg.m <sup>2</sup> /rad)	432	3389.54	3389.54
$2T_i$ (m)	2.022	2.06	2.06
$2S_i$ (m)	0.828	1.029	1.031
$d_i$ (m)	0	0.31	0.31
$H_{ri}$ (m)	0.553	0.686	0.704

Tableau 5.2: Paramètres du véhicule articulé.

Paramètres	Tracteur ( $s_1$ )	Remorque ( $s_2$ )
Masse suspendue ( $kg$ )	6308	2800
Moment d'inertie de roulis ( $kg.m^2$ )	6879	2400
Moment d'inertie de tangage ( $kg.m^2$ )	21711	40000
Moment d'inertie de lacet ( $kg.m^2$ )	19665	40000
Produit d'inertie $I_{xz}$ ( $kg.m^2$ )	130	—
Hauteur du ( $CM$ ) de la masse suspendue ( $m$ )	1.02	1.7
Distance entre le ( $CM_1$ ) et la sellette	4.601	—
Distance entre le ( $CM_2$ ) et la sellette	—	5.5
Distance entre le ( $CM_1$ ) et l'axe 1 du tracteur	1.384	—
Distance entre le ( $CM_1$ ) et l'axe 2 du tracteur	3.242	—
Distance entre le ( $CM_1$ ) et l'axe 3 du tracteur	4.522	—
Distance entre le ( $CM_2$ ) et l'axe 4 de la remorque	—	3.9
Distance entre le ( $CM_2$ ) et l'axe 5 de la remorque	—	5.2

## Masse non suspendue.

Paramètres	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
$m_{us}$ ( $kg$ )	527	1007	973	735	735
$I_{xu}$ ( $kg.m^2$ )	612	579	584	586	593
$I_{zu}$ ( $kg.m^2$ )	612	579	584	586	593
$K_\phi$ ( $kg.m^2/deg$ )	1186.3	1581.8	119.8	1468.2	1468.2
$2T_i$ ( $m$ )	2.022	2.06	2.06	2.06	2.06
$2S_i$ ( $m$ )	0.828	1.029	1.031	1.118	1.118
$d_i$ ( $m$ )	0	0.31	0.31	0.31	0.31
$H_{ri}$ ( $m$ )	0.553	0.686	0.704	0.717	0.676

Les figures (5.15 et 5.16) représentent la comparaison de simulations entre le modèle du véhicule d'unité développé et le logiciel Trucksim. La réponse directionnelle du véhicule est évaluée avec deux mouvements difficiles soit: changement de voie simple et double. Cette comparaison est caractérisée en terme de l'angle roulis, l'accélération latérale du centre de masse et la trajectoire parcourue du centre de masse. La simulation montre que nous avons obtenu une bonne corrélation entre les deux modèles. Nous enregistrons une petite différence pour la trajectoire du centre de masse. Cette différence est due à l'erreur d'angle de direction enregistré à partir de Trucksim. De plus dans le logiciel Trucksim l'excitation est en boucle fermée (trajectoire prédéfinie).



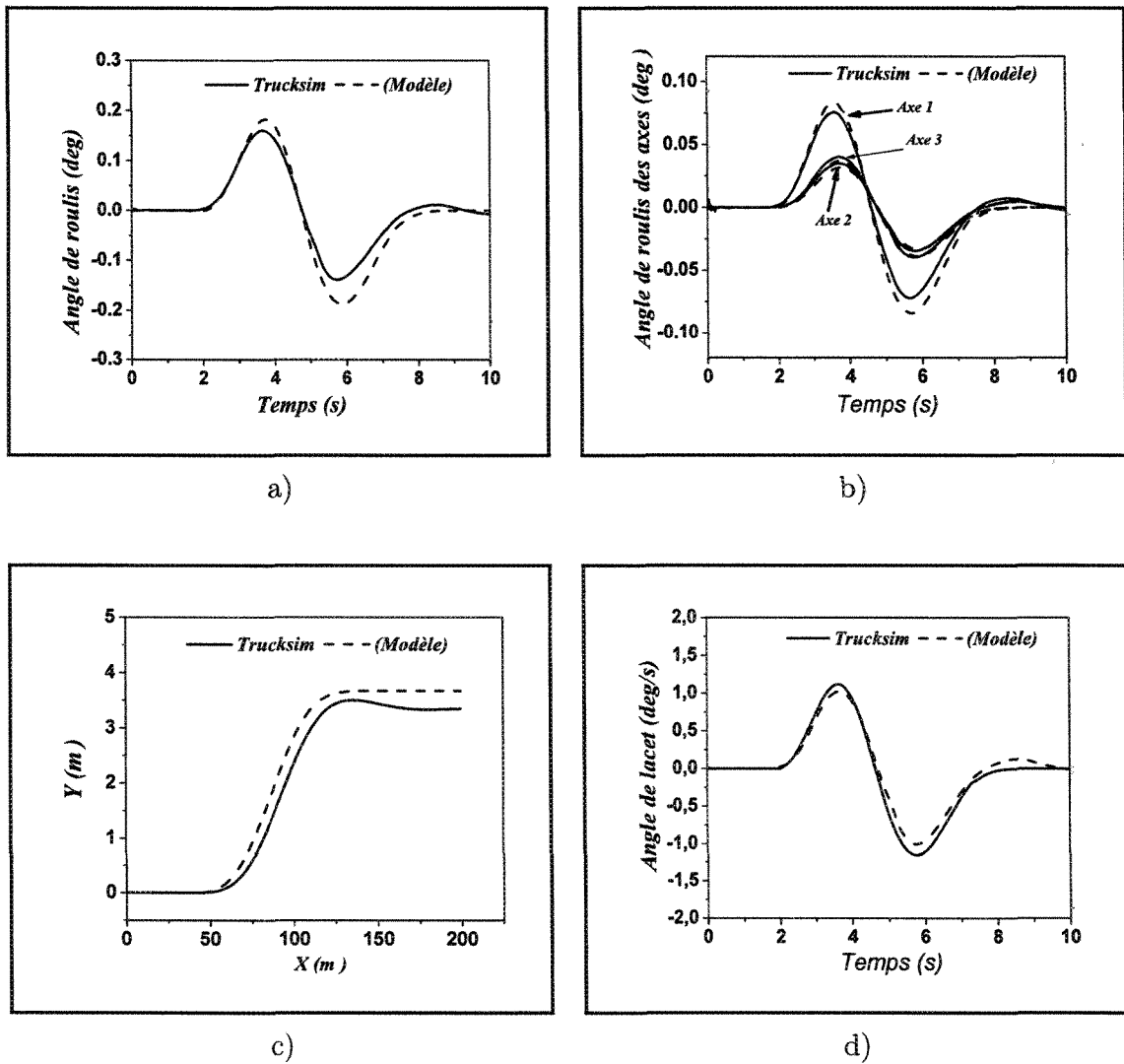


Figure 5.15: Comparaison entre le modelé développé et Trucksim pour un véhicule d'unité lors d'un mouvement de changement de voie simple.

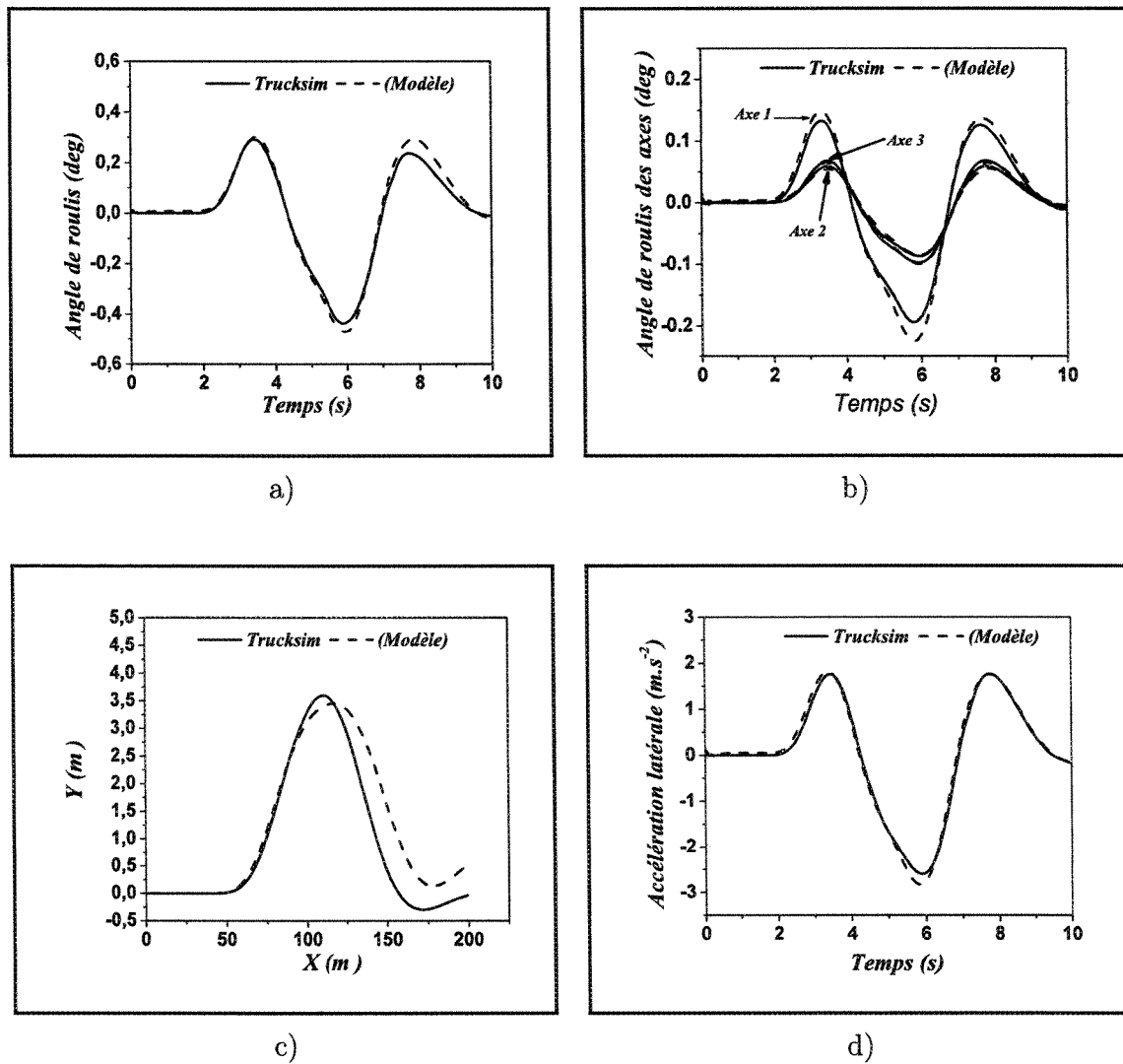


Figure 5.16: Comparaison entre le modelé développé et Trucksim pour un véhicule d'unité lors d'un mouvement de changement de voie double.

Dans le cas d'un véhicule articulé l'analyse est plus compliquée. Cette difficulté est due à l'ajout du point d'articulation où il y a des moments et des forces supplémentaires entre le tracteur et la remorque. Les figures (5.17 et 5.18) représentent la comparaison entre les deux modèles pour les mêmes mouvements difficiles tels que, changement de voie simple et double. Une bonne corrélation globale a été observée. Cependant, nous remarquons que notre modèle sous estime la réponse. Cette différence a été observée dans la réponse de lacet. Une différence dans la réponse de roulis en faveur du logiciel Trucksim a été enregistrée. Cette différence est expliquée par l'hypothèse que nous avons considéré la sellette comme corps rigide. Par contre, dans Trucksim elle est modélisée par une combinaison ressort-amortisseur. Cette technique est basée sur le principe de multi-corps ou la connexion entre les sous systèmes est de type ressort-amortisseur. Cette augmentation dans la réponse de lacet influence la trajectoire du véhicule telle qu'illustrée par les figures (5.17 et 5.18). Ceci est dû à l'erreur d'angle de direction enregistré à partir du vecteur de sortie de Trucksim. Finalement, cette différence n'influence pas la très bonne corrélation entre les deux modèles.

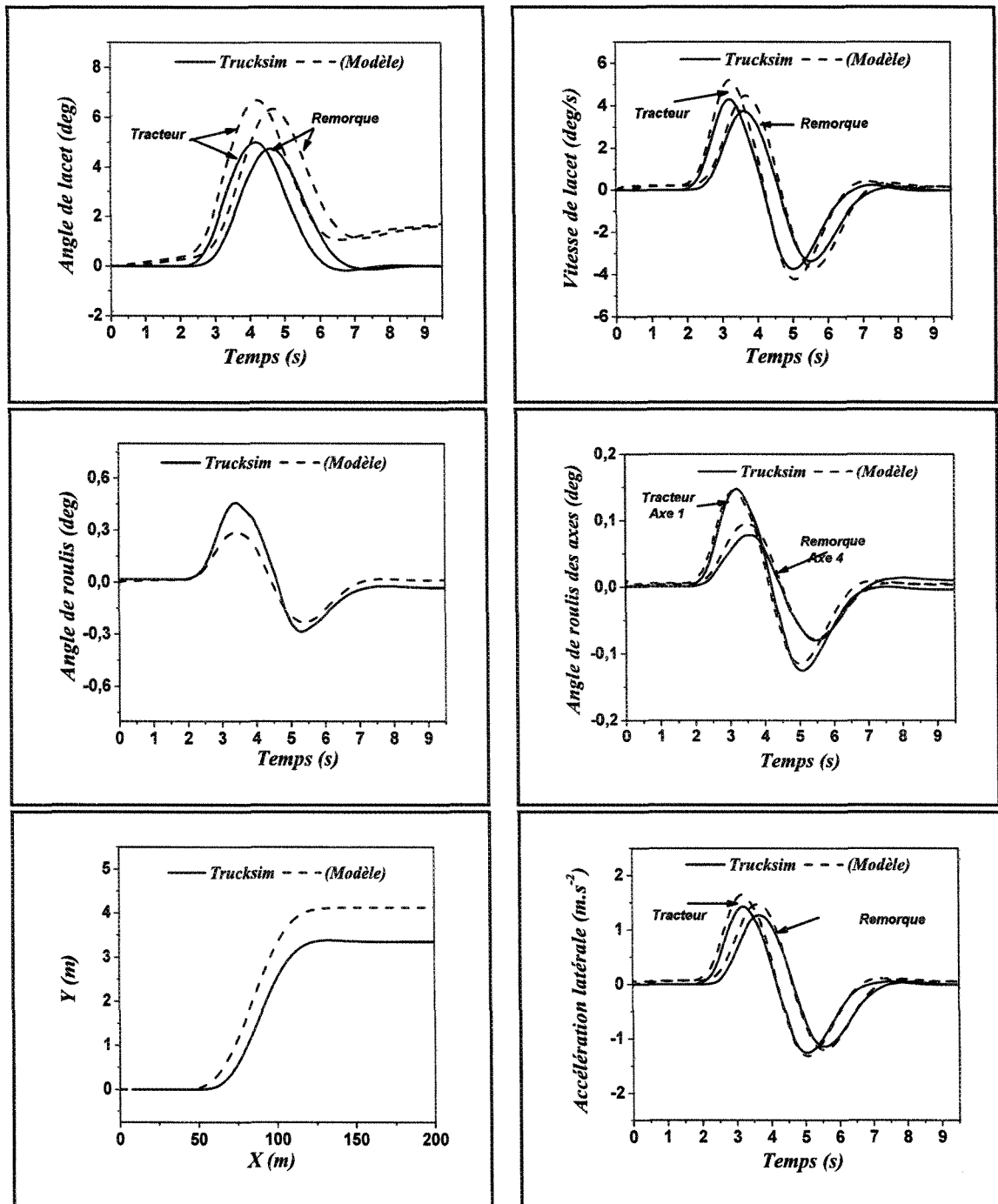


Figure 5.17: Comparaison entre le modèle développé et Trucksim pour un véhicule articulé lors d'un mouvement de changement de voie simple.

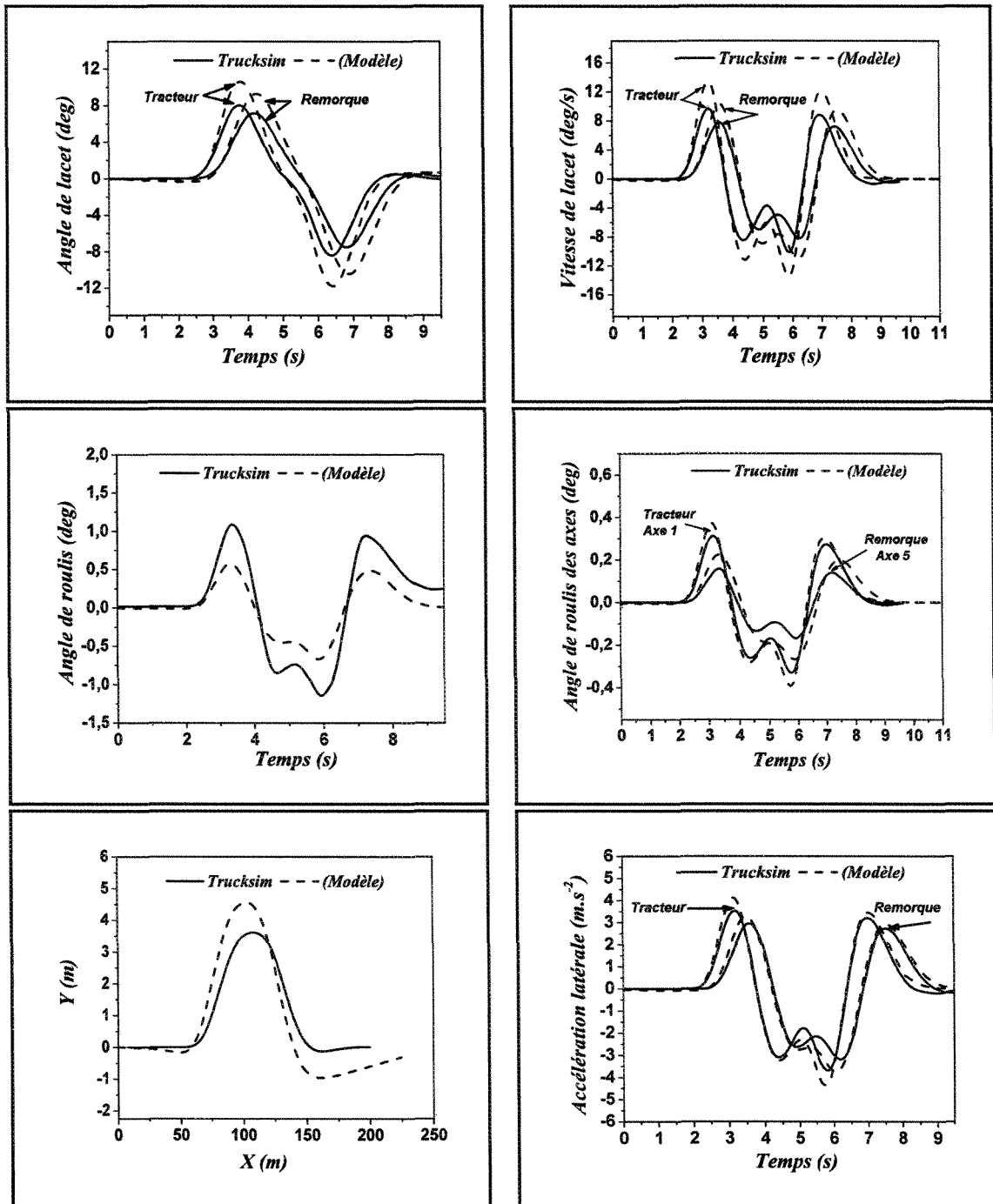


Figure 5.18: Comparaison entre le modelé développé et Trucksim pour un véhicule articulé lors d'un mouvement de changement de voie double.

## Chapitre 6

# Analyse dynamique du système complet véhicule-citerne

### 6.1 Introduction

La stabilité et la réponse dynamique des camions citernes partiellement remplis sont fortement influencées par le mouvement de la charge du liquide dans la citerne. Ce phénomène est associé au décalage de la charge qui peut causer l'instabilité et/ou la perte de contrôle directionnelle du véhicule. Lors des manoeuvres directionnelles ou de freinage, le transfert de la charge dans les directions longitudinale, latérale, et verticale est affecté par la force de freinage, l'angle de direction et la vitesse du véhicule. La majorité des études traitent seulement cet effet dans le cas d'un véhicule transportant une charge fixe. Cependant, peu d'études analysent le mouvement du ballonnement du liquide dans la citerne. Un des objectifs de ce travail est d'étudier en profondeur cet aspect, en l'occurrence l'étude de l'effet du comportement dynamique du liquide sur le véhicule. Comme nous l'avons mentionné dans les chapitres précédents, le système est composé de plusieurs sous-systèmes couplés et programmés dans simulink/matlab. Les équations du mouvement doivent être résolues simultanément telle que représenté à la figure (6.1). L'approche est très commode puisque n'importe quelle modification dans la configuration du véhicule pourrait être actionnée d'une manière simple dans

l'interface simulink. La procédure pour résoudre les équations couplées du liquide et du véhicule est présentée à la figure (6.2). Afin de montrer comment ces sous-systèmes sont reliés, nous admettons qu'à l'instant  $t$ , les paramètres d'entrées à un sous-système sont connus. Le choix d'un ordre est donc artificiel basé sur la considération de l'algorithme. Le modèle du liquide est le premier à être appliqué. A l'instant  $t$  nous admettons également que nous connaissons les sorties du modèle du véhicule (les accélérations) qui seront les entrées du modèle du liquide. Dans ce cas les paramètres de sortie du modèle du liquide seront utilisés comme les entrées du modèle du véhicule à un retard  $\Delta t$  très petit. Ces sorties sont les coordonnées du centre de la masse du liquide et la variation de la matrice d'inertie. Ces itérations continuent jusqu'à ce que le temps désiré soit atteint. L'équation de contrainte sera soit d'appliquer un couple de freinage afin d'étudier le décalage de la charge vers l'avant, soit un angle de direction afin d'étudier la stabilité et la résistance au renversement. Dans cette étude, nous traitons seulement la stabilité directionnelle. L'excitation sera représentée par un angle de direction lors des manoeuvres directionnelles.

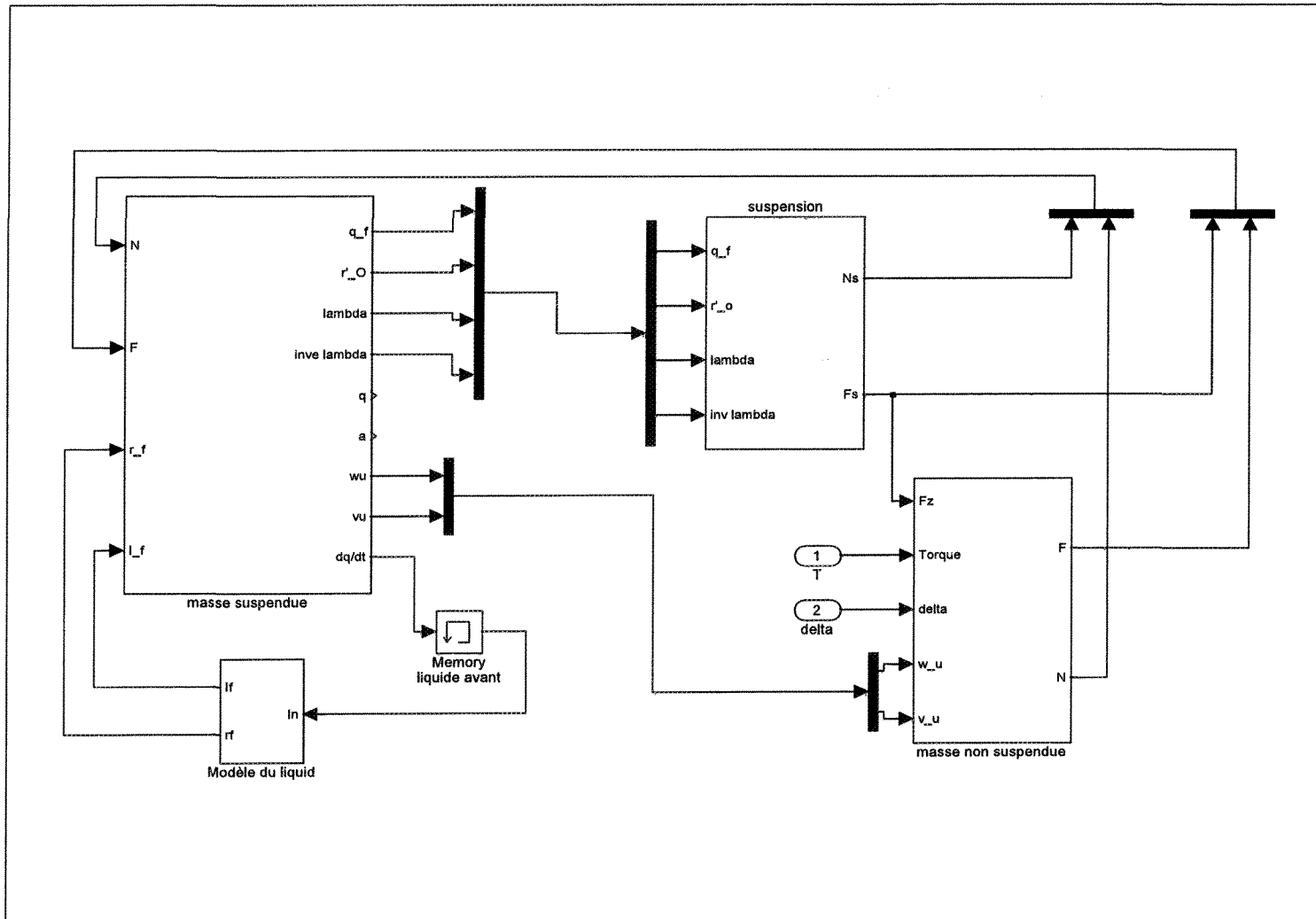


Figure 6.1: Intéraction liquide-véhicule.



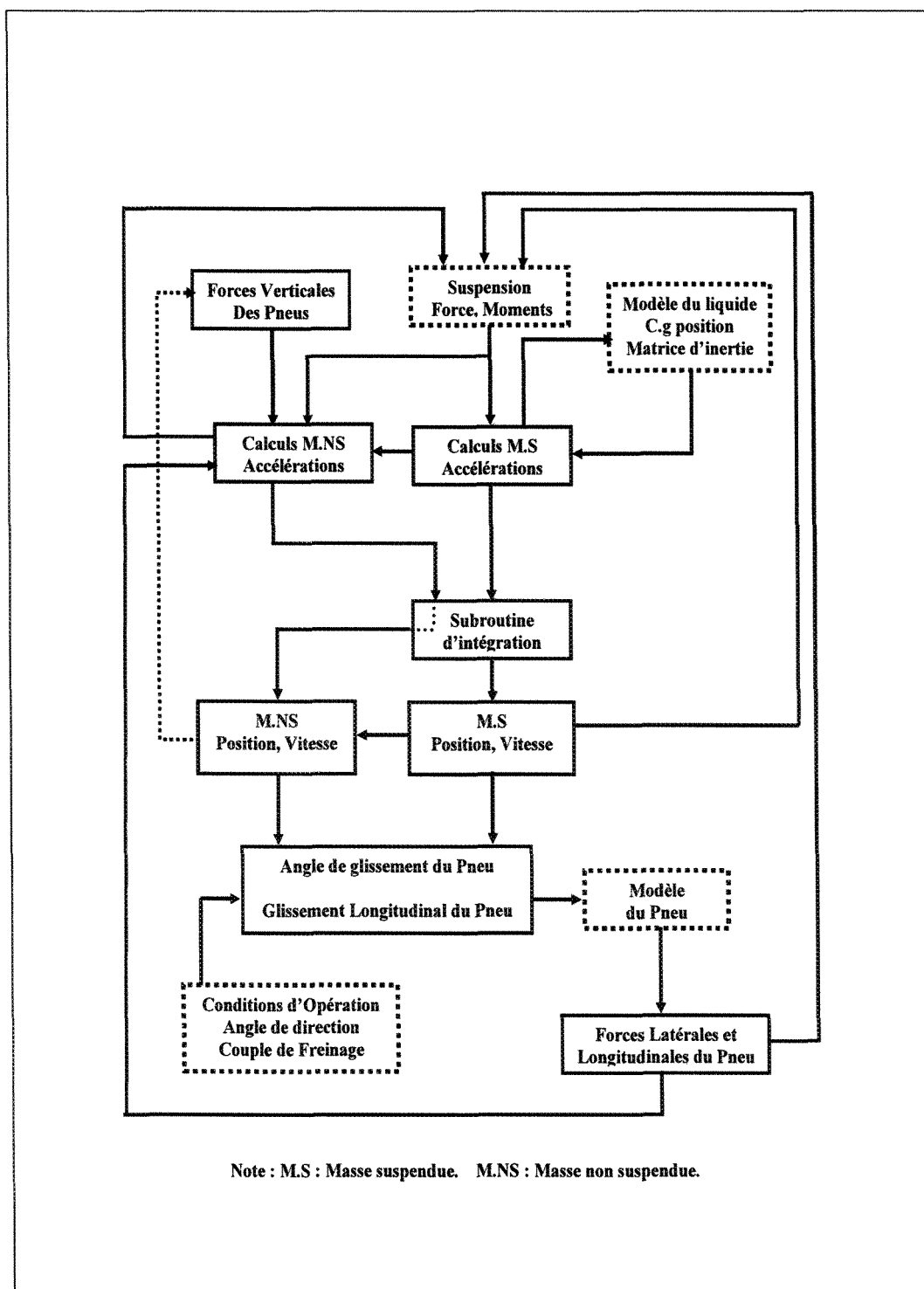


Figure 6.2: Organigramme de la solution du système.

## 6.2 Critères d'évaluation de la réponse dynamique

Les camions citernes rencontrent souvent des conditions de remplissage partiel lors de la livraison du liquide transporté. Un autre cas de remplissage partiel est dû à la densité du liquide qui est variable tels que les produits chimiques. Avec les règlements régissant les limites des charges sur les essieux et la période du dégel au Québec, cette situation est souvent rencontrée. Tel que décrit dans les chapitres précédents, nous utilisons les mêmes taux de remplissage partiel (50% et 70%). Ces taux sont choisis pour simuler et comparer entre un véhicule-citerne et un véhicule transportant une charge fixe équivalente. L'évaluation de la réponse dynamique des véhicules est fréquemment évaluée en termes de déplacement, vitesse et accélération. Un autre facteur important pour mesurer la performance de roulis (stabilité directionnelle) qui est connu par le coefficient de transfert de la charge latérale (*LTR*) est étudié [59, 60, 62, 76]. Ce facteur est très utile pour évaluer le pourcentage de décalage de la charge. Il est défini comme le rapport instantané en valeur absolue de la différence de la charge entre le côté droit des roues et gauche ainsi que la charge totale supportée par les axes. Il faut noter que l'axe avant produit une réponse de roulis élevée. Donc, il est exclu du calcul de ce coefficient.

$$LTR = \sum_{j=1}^k \frac{|F_{zrj} - F_{zlj}|}{F_{zrj} + F_{zlj}} \quad (6.1)$$

Avec:  $k$  le nombre d'axe.

### 6.3 Réponse dynamique directionnelle du véhicule

La performance de la stabilité directionnelle du véhicule d'unité et articulé sera évaluée lors de différentes manoeuvres directionnelles. Ces manoeuvres sont représentées par une boucle ouverte pour le mouvement dans une courbe et à boucle fermée pour le mouvement de changement de voie simple ou double. Ces mouvements sont illustrées par les figures (6.3 et 6.4).

Pour une citerne de section circulaire, la théorie de Budiansky [28] reporte que la fréquence naturelle du ballonnement du liquide pour les taux de remplissage 40 %, 60 % et 80 % sont respectivement égales à 0.55  $Hz$ , 0.6  $Hz$  et 0.72  $Hz$ . Wink a suggéré que la fréquence maximale de l'angle de direction ne doit pas dépassé 0.3  $Hz$  pour le mouvement de changement de voie simple et 0.26  $Hz$  pour le mouvement de changement de voie double [9]. Donc, une fréquence qui dépasse ces limites peut causée la résonance du ballonnement du liquide. Dans ce cas, l'hypothèse que la vitesse de la surface libre est nulle imposée lors de développement du modèle analytique sera plus valide. Pour une vitesse de 90  $km/h$ , nous avons choisi un angle de direction maximum de (1.5  $deg$ ) pour les deux mouvements telle qu'illustrée par la figure (6.4).

La stabilité directionnelle sera évaluée en fonction du coefficient de décalage de la charge latérale ( $LTR$ ), l'angle de roulis et l'accélération latérale de la masse suspendue. Ces paramètres affectent directement la stabilité directionnelle.

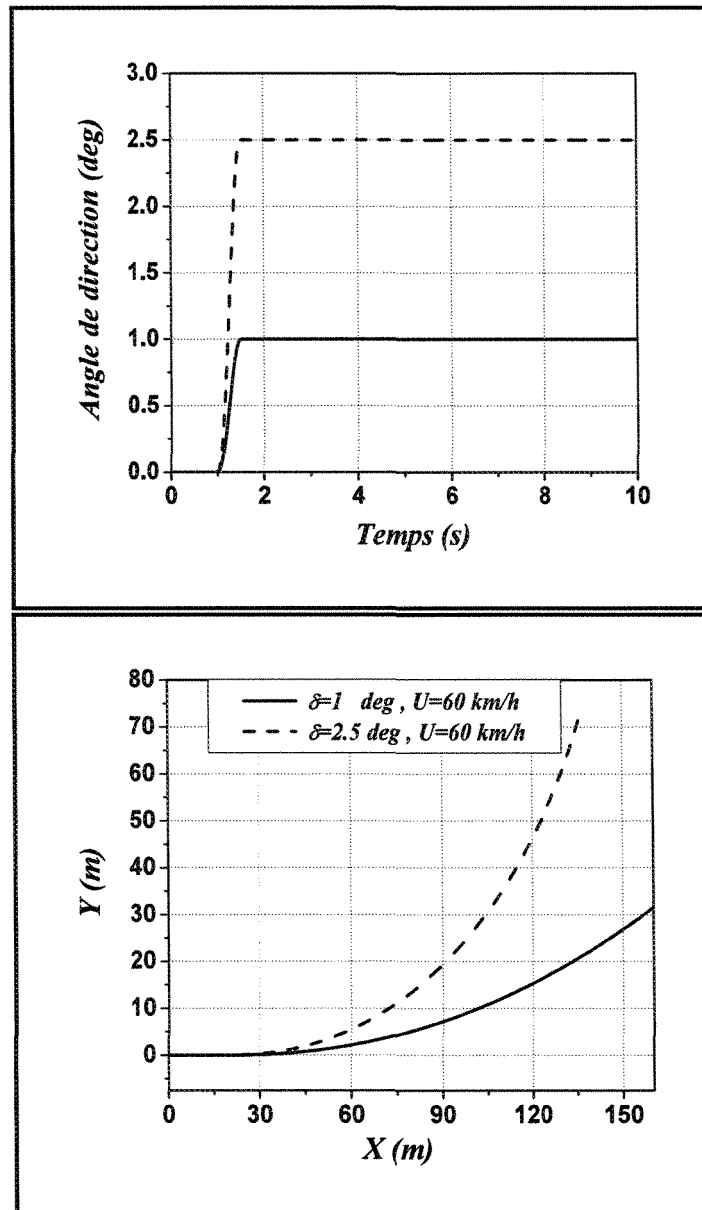
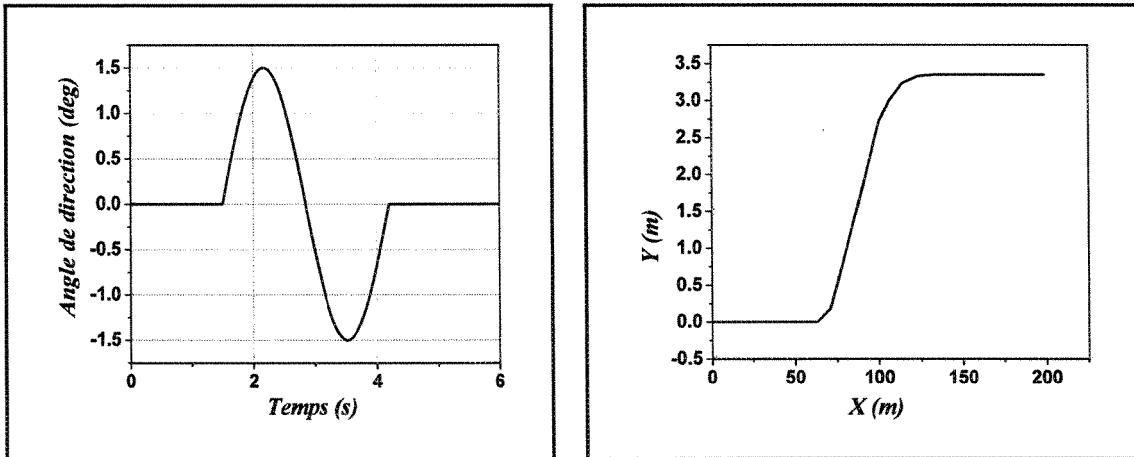
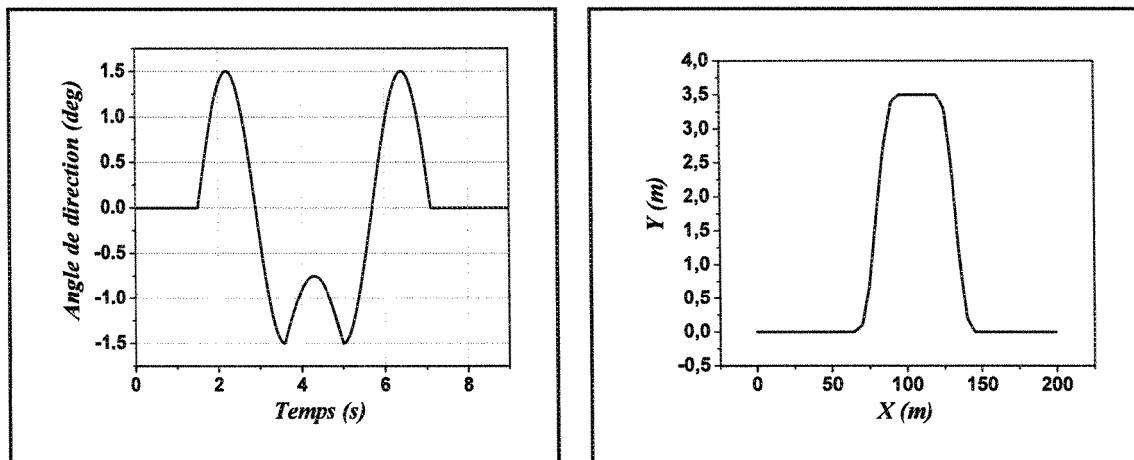


Figure 6.3: Mouvement dans une courbe.



a) Manoeuvre de changement de voie simple



b) Manoeuvre de changement de voie double.

Figure 6.4: Angle de direction et la trajectoire désirée.

Afin d'étudier l'effet de la hauteur du centre de masse, nous avons utilisé la même masse pour les deux cas du taux de remplissage. Nous avons varié seulement la densité du liquide. Deux liquides sont retenus en l'occurrence, l'huile domestique avec une densité  $960 \text{ kg.m}^{-3}$  pour un taux de remplissage de 70% et l'acide industriel de densité de  $1344 \text{ kg.m}^{-3}$  pour un taux de remplissage de 50%. La citerne est de section circulaire de diamètre  $2.1 \text{ m}$  et de longueur de  $4.5 \text{ m}$  pour le cas du véhicule d'unité et de longueur de  $12.2 \text{ m}$  pour le cas du véhicule articulé. Les autres paramètres des véhicules sont les mêmes tels que présentés dans les tableaux (5.1 et 5.2).

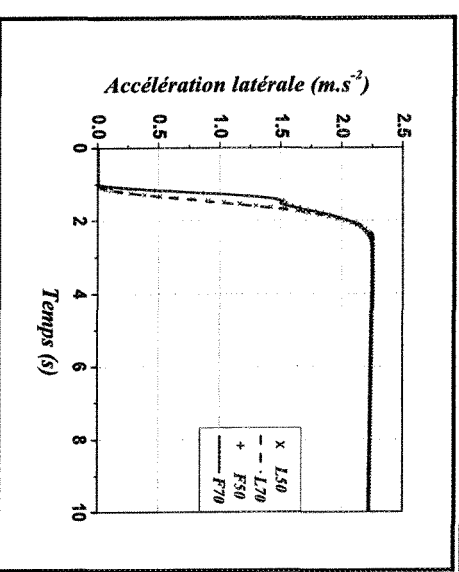
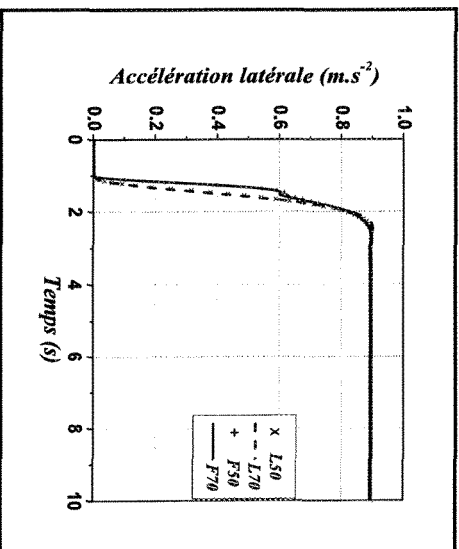
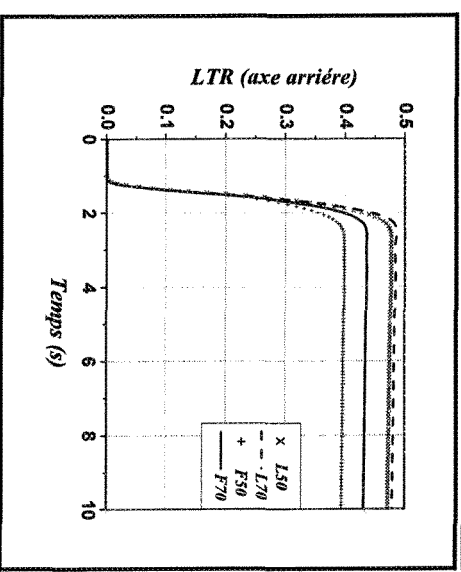
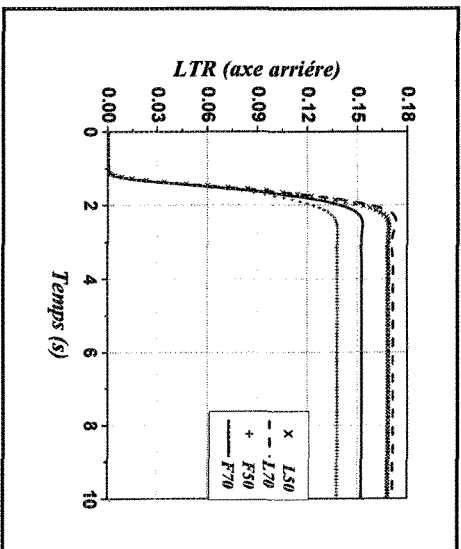
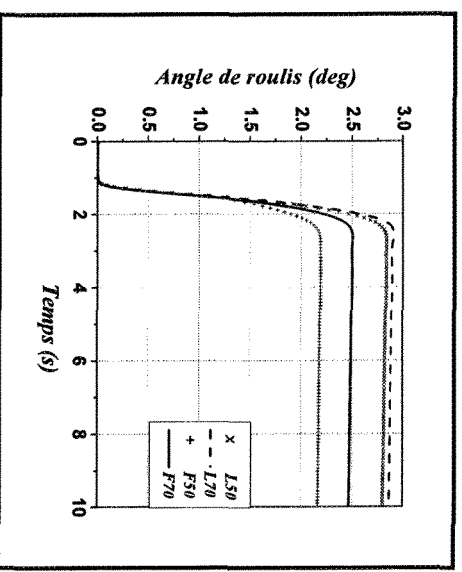
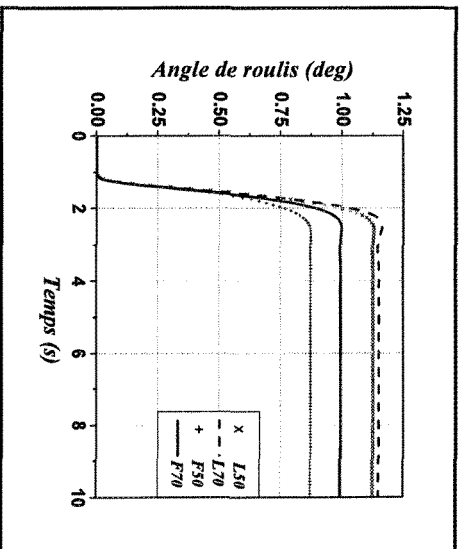
Pour simplifier la notation dans les graphiques de comparaison, nous avons introduits les indices suivants.

- L50 : Charge du liquide à 50 % du taux de remplissage.
- F50 : Charge fixe équivalente à 50 % du taux de remplissage.
- L70 : Charge du liquide à 70 % du taux de remplissage.
- F70 : Charge fixe équivalente à 70 % du taux de remplissage.
- L50, U60: Charge du liquide à 50 % du taux de remplissage avec une vitesse  $U = 60 \text{ km/h}$ .
- F50, U60: Charge fixe équivalente à 50 % du taux de remplissage avec une vitesse  $U = 60 \text{ km/h}$ .
- L70, U90: Charge du liquide à 70 % du taux de remplissage avec une vitesse  $U = 90 \text{ km/h}$ .
- F70, U90: Charge fixe équivalente à 70 % du taux de remplissage avec une vitesse  $U = 90 \text{ km/h}$ .

### 6.3.1 Cas d'un véhicule d'unité

#### Mouvement dans une courbe

La figure (6.5) illustre la comparaison entre un véhicule d'unité transportant une charge liquide (**CL**) et un véhicule d'unité transportant une charge fixe équivalente (**CF**). Le véhicule est sujet à une excitation d'impulsion à échelon ( $\delta = 1 \text{ deg}$  et  $\delta = 2.5 \text{ deg}$ ) avec une vitesse constante ( $U = 60 \text{ km/h}$ ). Nous observons qu'à faible angle de direction ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ), la différence entre les deux taux de remplissage dans le cas du véhicule CF est faible. Cependant, nous enregistrons une différence du décalage de la charge en faveur du liquide indépendamment du taux de remplissage. D'une façon générale, la réponse reste assez faible due aux conditions d'excitations faibles. Dans le cas de l'angle de direction de ( $\delta = 2,5 \text{ deg}$ ) avec la même vitesse, nous observons une augmentation de décalage de la charge. Cette augmentation atteint 10% dans le cas du taux de remplissage de 50% et 5% dans le cas du taux de remplissage de 70% en faveur du cas CL par rapport au cas CF. L'accélération latérale reste indépendante de la nature de la charge. Elle passe de  $a_y = 0.8m.s^{-2}$  dans le cas de l'angle de direction de ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ) à  $2.25m.s^{-2}$  dans le cas de l'angle de direction de ( $\delta = 2.5 \text{ deg}$ ).



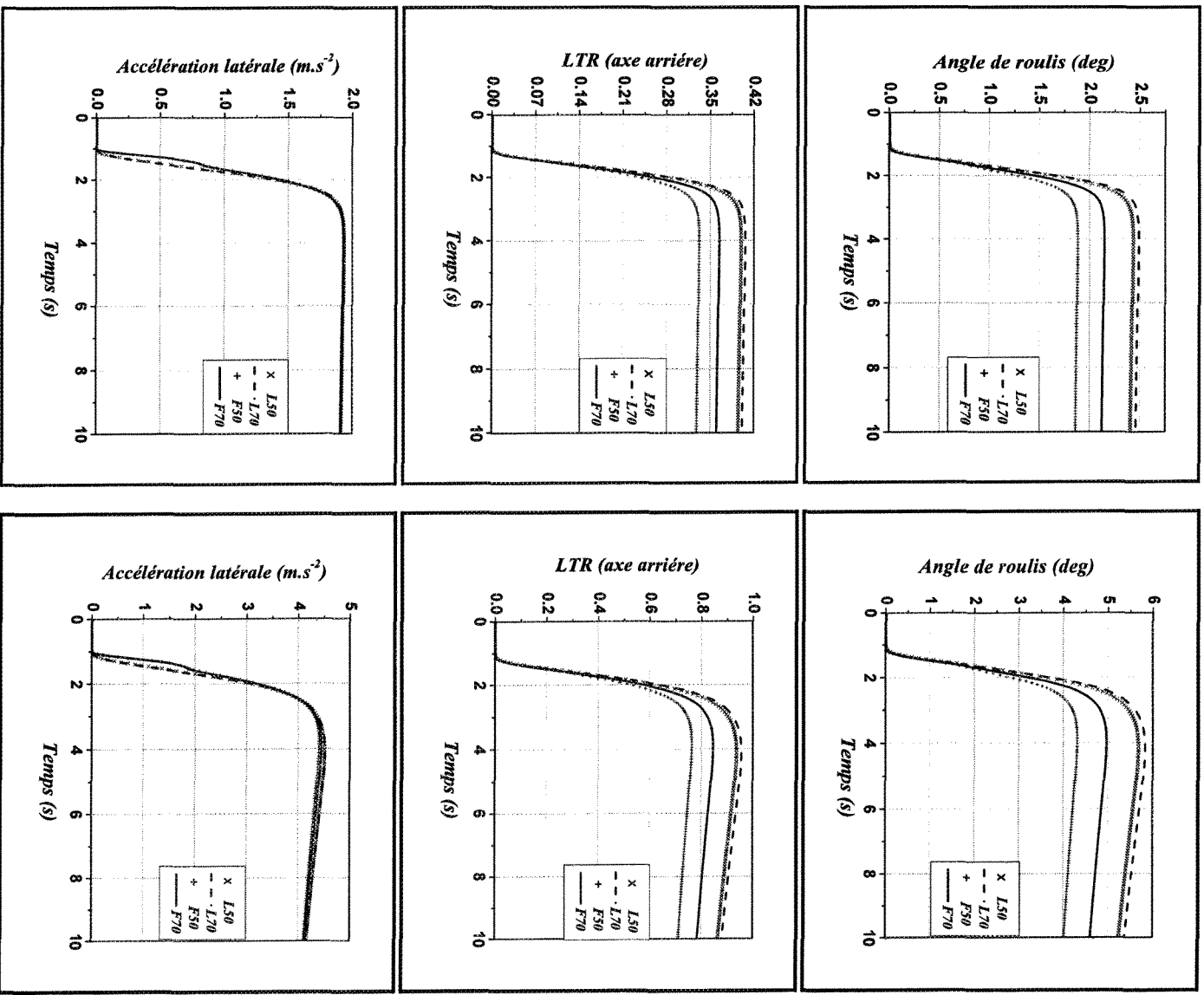
( $\delta = 1 \text{ deg}$ )

( $\delta = 2.5 \text{ deg}$ )

Figure 6.5: Influence de l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule d'unité ( $U = 60 \text{ km/h}$ ).



Pour approfondir l'étude de la limite de stabilité, nous avons augmenté l'angle de direction en utilisant une vitesse d'amplitude constante  $90 \text{ km/h}$  telle qu'illustrée par la figure (6.6). Nous observons que la différence du décalage du cas CL par rapport au cas CF est de l'ordre de 10% dans le cas de l'angle de direction de ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ) et de 30% pour un taux de remplissage de 50% avec un angle de direction de ( $\delta = 2.25 \text{ deg}$ ). Cependant, ce décalage est réduit jusqu'à 20% dans le cas du taux de remplissage de 70%. Après plusieurs simulations, nous avons conclu que pour les deux cas de remplissage avec une vitesse constante de  $90 \text{ km/h}$ , l'angle de direction maximum est ( $\delta = 2.25 \text{ deg}$ ). Dans cette condition le coefficient du décalage du cas CL est presque égal à  $LTR = 0.95$  et l'accélération latérale est égale à  $a_y = 4.5 \text{ m.s}^{-2}$ . Dans ce cas, si nous dépassons cet angle max les roues se souleveront et peuvent causés le renversement. Cependant pour le cas CF, le coefficient du décalage lateral est environ  $LTR = 0.7$ .



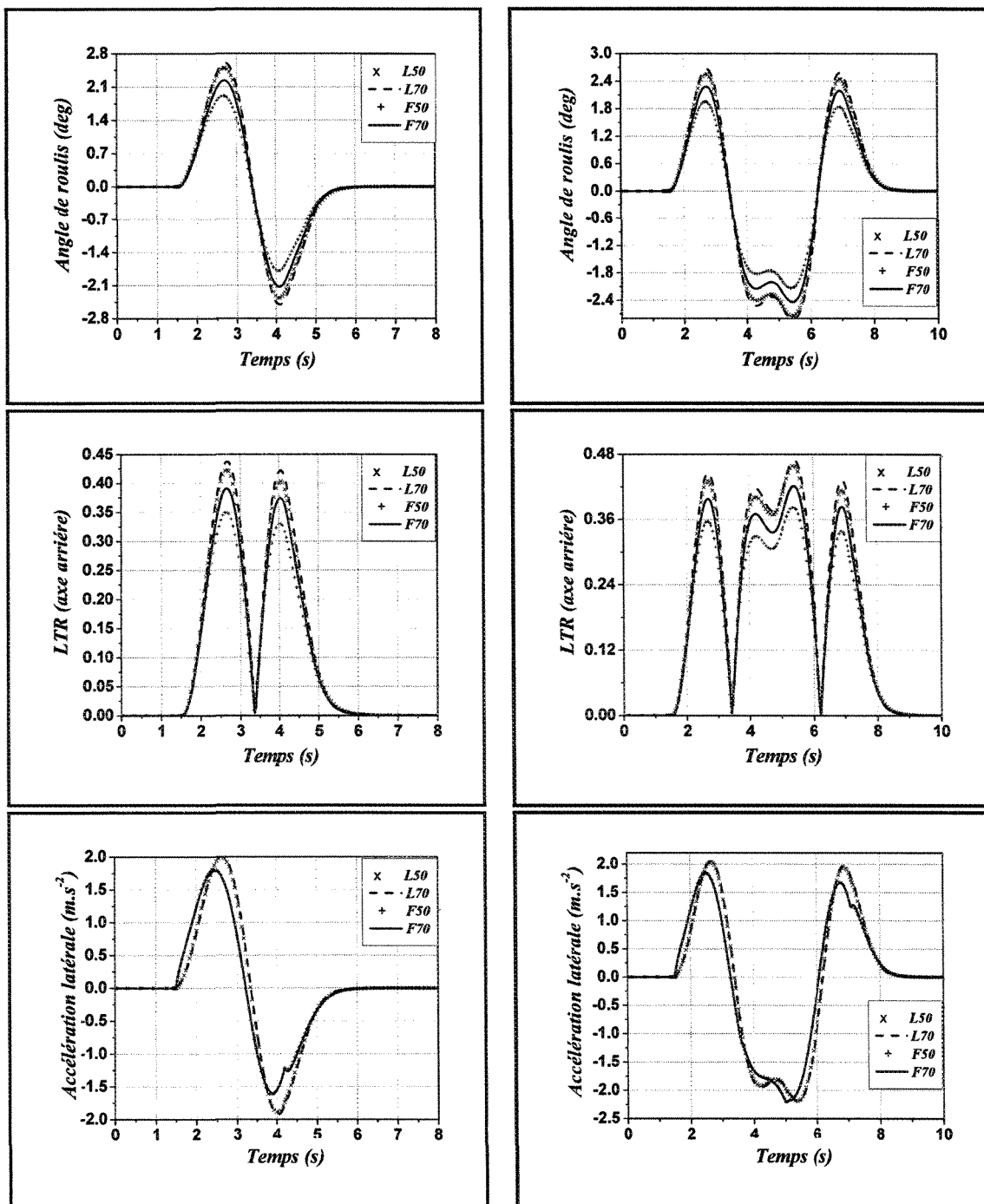
( $\delta = 1 \text{ deg}$ )

( $\delta = 2.25 \text{ deg}$ )

Figure 6.6: Influence combinée de la vitesse et l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-d'unité ( $U = 90 \text{ km/h}$ ).

### Mouvement de changement de voie simple et double

La figure (6.7) représente la comparaison entre le véhicule CL et un véhicule CF lors des manoeuvres de changement de voie simple et double avec une vitesse d'amplitude constante ( $90 \text{ km/h}$ ). Les mêmes paramètres utilisés précédemment sont considérés pour cette comparaison. Lors du mouvement de changement de voie simple (figure 6.7-(a) ), nous observons que nous avons approximativement 10% de différence de décalage de la charge entre le cas CL et le cas CF pour un taux de remplissage de 50%. Cependant, il est seulement de l'ordre de 5% pour le taux de remplissage de 70%. Nous remarquons également que nous avons les mêmes résultats lors de changement de voie double (figure 6.7-(b) ). Pour l'angle de roulis la différence est faible. Une différence de l'accélération latérale de l'ordre de  $0.5 \text{ m.s}^{-2}$  a été enregistrée en faveur du véhicule CL pour les deux cas de manoeuvres, changement de voie simple ou double.



(a) changement de voie simple.

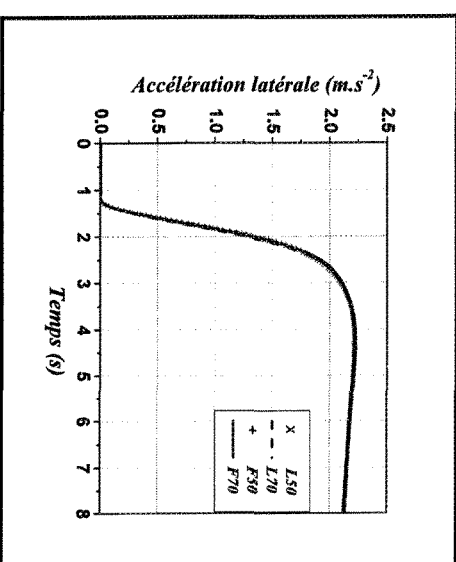
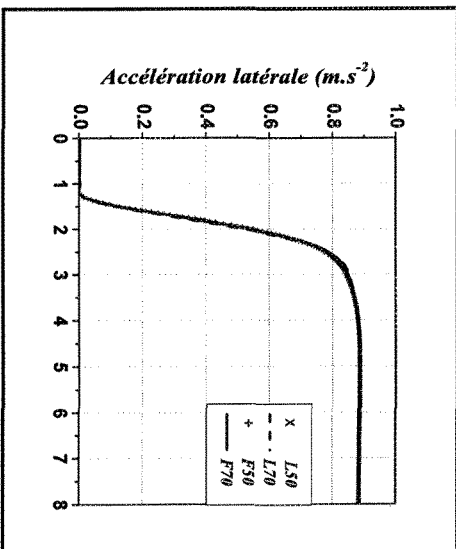
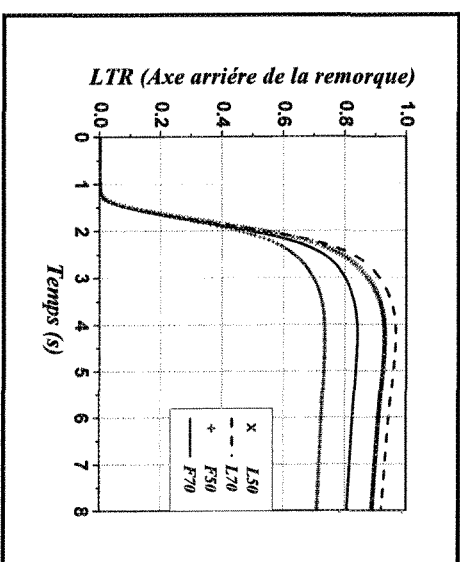
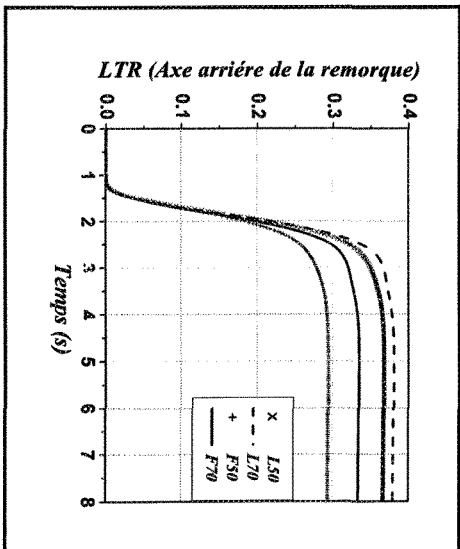
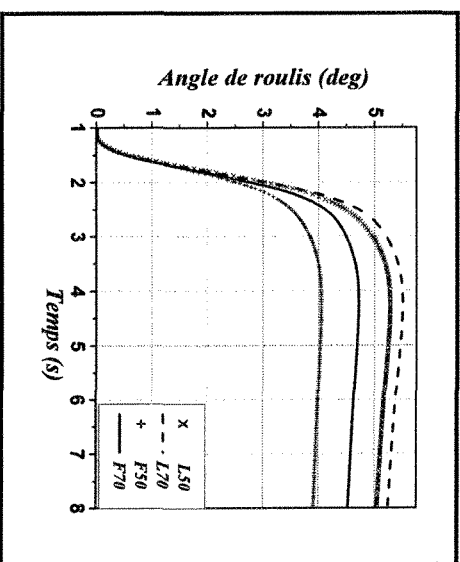
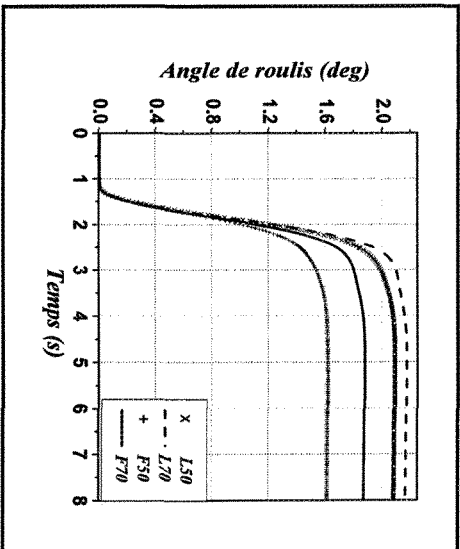
(b) changement de voie double.

Figure 6.7: Influence combiné de la vitesse et l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-d'unité ( $U = 90 \text{ km/h}$ ).

### 6.3.2 Cas d'un véhicule articulé

#### Mouvement dans une courbe

Les paramètres considérés pour cette comparaison sont : le coefficient du décalage de la charge ( $LTR$ ), l'angle de roulis et l'accélération latérale de la remorque-citerne. La figure (6.8) illustre la comparaison entre le véhicule articulé CL et un véhicule articulé CF. Le véhicule est sujet à une excitation d'impulsion à échelon ( $\delta = 1 \text{ deg}$  et  $\delta = 2.5 \text{ deg}$ ) avec une vitesse d'amplitude constante ( $60 \text{ km/h}$ ). Pour un angle de direction ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ) nous remarquons que pour toutes les courbes, la différence du décalage entre les cas CL et CF est plus significative pour un taux de remplissage de 50% que pour un taux de 70%. Cette différence est due à l'espace vide dans le cas du taux de remplissage de 50% car cet espace favorise le ballonnement du liquide. D'une façon générale, la réponse reste assez faible due aux conditions d'excitations faibles. Dans le cas de l'angle de direction de ( $\delta = 2,5 \text{ deg}$ ) avec la même vitesse constante, nous observons une augmentation de la différence du décalage entre les cas CL et CF. L'augmentation de la différence atteint 20% dans le cas du taux de remplissage de 50% et 10% dans le cas du taux de remplissage de 70% en faveur du cas CL comparé au cas CF. Dans ces conditions nous enregistrons que le coefficient du décalage du cas CL est égal à  $LTR = 0.95$ , l'accélération latérale est égale à  $a_y = 2.25 \text{ m.s}^{-2}$  et l'angle de roulis est de l'ordre de ( $\phi = 5.5 \text{ deg}$ ). Donc, nous sommes à la limite de la stabilité.



$(\delta = 1 \text{ deg})$

$(\delta = 2.5 \text{ deg})$

Figure 6.8: Influence de l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-articulé ( $U = 60 \text{ km/h}$ ).

La figure (6.9) représente l'effet de la vitesse pour un angle de direction constant ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ). Deux vitesses de  $60 \text{ km/h}$  et  $90 \text{ km/h}$  sont choisies pour la comparaison. Nous observons que la différence du décalage entre le cas CL et le cas CF est plus significative pour la vitesse de  $90 \text{ km/h}$  que pour la vitesse de  $60 \text{ km/h}$ . Cette augmentation de vitesse  $\Delta U = 30 \text{ km/h}$  cause une augmentation de décalage de la charge latérale de l'ordre de 50 % pour le cas CL et 40 % pour le cas CF. Nous concluons qu'avec un angle de direction ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ) et une vitesse constante de  $90 \text{ km/h}$  le coefficient du décalage est approximativement égal à  $LTR = 0.9$  pour le cas CL. Dans une telle situation, si nous dépassons cette valeur maximale de l'angle de direction ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ), le renversement sera inévitable. Cependant, pour le véhicule CF le coefficient est environ  $LTR = 0.7$ .

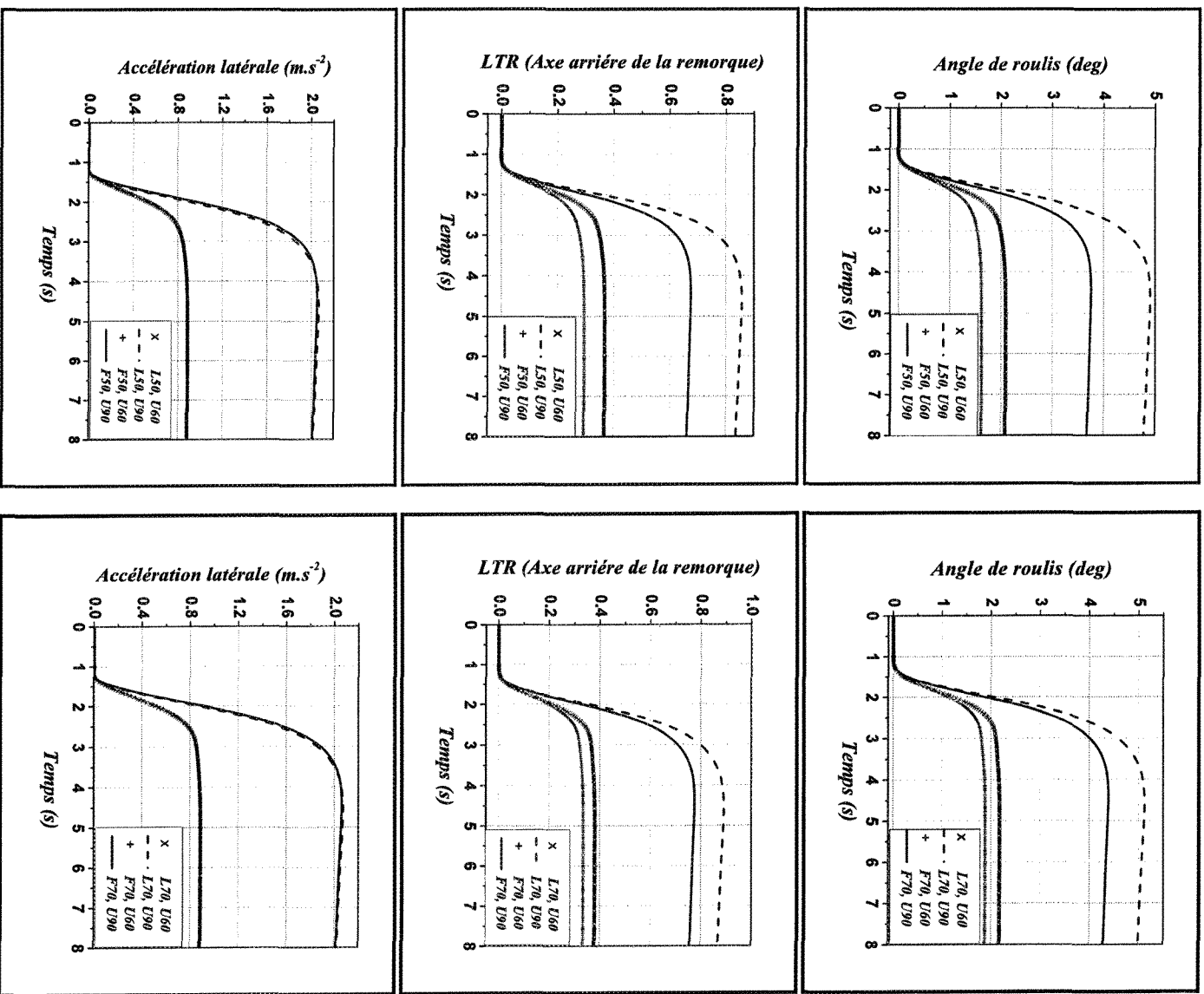


Figure 6.9: Influences de la vitesse sur la réponse directionnelle du véhicule-articulé ( $\delta = 1 \text{ deg}$ ).

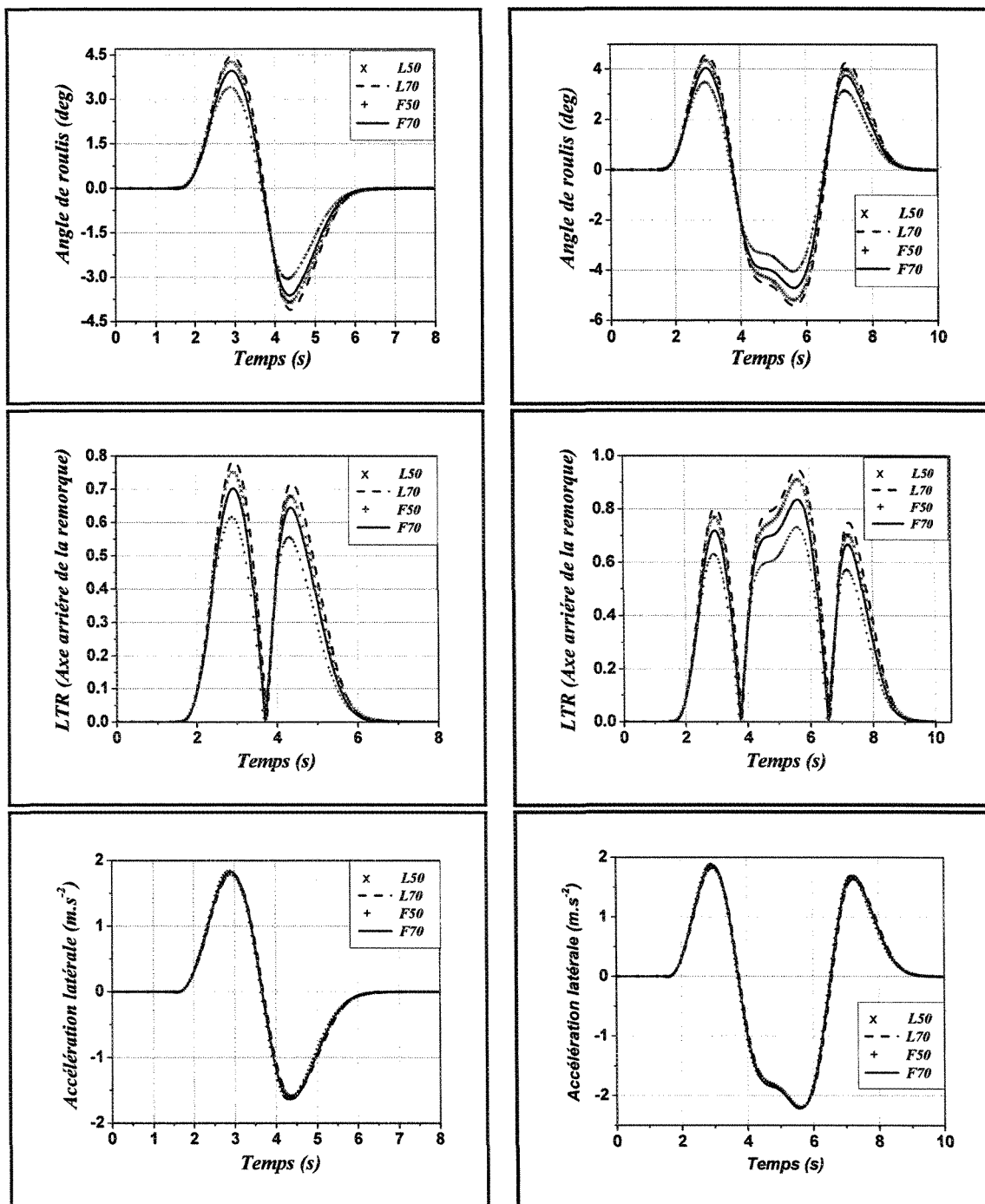


### Mouvement de changement de voie simple et double

La figure (6.10) illustre la comparaison entre le véhicule articulé CL et un véhicule articulé CF lors des manoeuvres de changement de voie simple et double avec une vitesse d'amplitude constante de 90 *km/h*. Pour les deux manoeuvres, nous observons que nous avons approximativement 5% de différence du décalage de la charge entre le cas CL et le cas CF pour un taux de remplissage de 70 %. Cette différence augmente jusqu'à 15% dans le cas du taux de remplissage de 50 %. Cependant, le décalage de la charge est plus significatif comparativement aux mêmes conditions dans le cas du véhicule d'unité. Le décalage de la charge est de l'ordre de 80 % pour le cas CL et 70 % pour le cas CF lors du mouvement de changement de voie simple telle que montré par la figure (6.10-(a)). Ce décalage augmente davantage lors du mouvement de changement de voie double illustré par la figure (6.10-(b)). Il est de l'ordre de 95 % pour le cas CL et de l'ordre de 80 % pour le cas CF. Dans ces conditions nous concluons que le mouvement pourrait être considéré comme dangereux pour les véhicules citernes articulés. Cependant, dans le cas d'un camion citerne d'unité et dans les mêmes conditions, nous avons conclu que le décalage égale presque la moitié en terme de pourcentage.

Aussi nous avons enregistré une différence moyenne de décalage de la charge latérale de l'ordre de 15% à 20% entre le véhicule CL et le véhicule CF.

Finalement, par ces résultats nous concluons que les véhicules citernes articulés sont moins stables comparativement aux véhicules citernes d'unités.



(a) Changement de voie simple.

(b) Changement de voie double.

Figure 6.10: Influence combiné de la vitesse et l'angle de direction sur la réponse directionnelle du véhicule-d'unité ( $U = 90 \text{ km/h}$ ).

## Chapitre 7

# Conclusions et Recommandations

### 7.1 Conclusions

La stabilité des camions-citernes est un problème important pour la sécurité de la population en raison du taux élevé de renversement, du coût et des implications environnementales des accidents. Malgré le progrès et le développement réalisé dans le domaine de la dynamique des véhicules, le problème de l'instabilité des camions-citernes est omniprésent. La sûreté du transport routier est une question extrêmement importante pour soutenir la croissance de l'industrie du camionnage. Ceci est plus important pour les camion-citernes dû aux interactions complexes entre la charge mobile du liquide et le véhicule.

Afin de mieux comprendre les causes des renversements, dans cette recherche nous avons développé un modèle analytique hybride complet liquide-véhicule. Ce dernier, modélise les effets des efforts statiques et dynamiques exercés par le liquide en mouvement dans la citerne sur le comportement du véhicule (étude du ballonnement liquide). De plus, nous avons contribué avec plusieurs cas d'études cités ci-dessous:

- Développement d'un modèle analytique hybride qui modélise le ballonnement du liquide dans la citerne.

- Développement d'un modèle analytiques qui modélise le ballonnement longitudinal dans une citerne sans et avec des chicanes à orifices.
- Validation du modèle analytique pour différentes conditions de manoeuvre comparé à un modèle numérique complexe.
- Développement d'un modèle de véhicule tridimensionnel complet en modélisant tous les sous-systèmes (masse suspendue, masse non-suspendue, système de suspension et le pneu) pour les deux cas : véhicule d'unité et articulé.
- Validation dynamique du modèle analytique du véhicule avec le logiciel Trucksim.
- Étude du couplage du modèle analytique du liquide avec le modèle du véhicule.
- Étude de la stabilité directionnelle du modèle complet véhicule-citerne (cas d'un véhicule d'unité ou articulé)

Les conclusions principales tirées de cette recherche sont récapitulées ci-dessous : Dans le modèle analytique du ballonnement du liquide développé, la modélisation est basée sur les équations complexes et non linéaires de Navier-Stokes. Ce modèle est obtenu en imposant quelques hypothèses de nature physique sur les équations de Navier- Stokes. Afin de vérifier la validité de ces hypothèses, un modèle numérique complexe est formulé. Celui-ci est comparé au modèle analytique. Le modèle numérique est simulé avec le logiciel Fluent. Les paramètres de comparaison sont le décalage de la charge du liquide, la variation de la matrice d'inertie et les forces et les moments causés par la pression du liquide sur les parois de la citerne. Cette comparaison est effectuée pour des conditions critiques de taux remplissage partiels. La comparaison est divisée en deux parties. La première partie, étudie le décalage latéral de la charge du liquide dans le plan latéral pour une citerne de section elliptique partiellement remplis (50% et 75%). Nous avons simulé des mouvements difficiles

tels que, le mouvement dans une courbe, changement de voie simple et changement de voie double. Une bonne corrélation a été observée par le modèle développé. Une petite différence a été enregistrée surtout dans la phase transitoire et au calcul itératif dans le modèle analytique pour modéliser la forme de la surface libre. Cette phase est négligée dans le modèle analytique. Une fois la phase transitoire complétée, la corrélation entre les deux modèles se stabilise.

Dans la deuxième partie, le décalage longitudinal de la charge du liquide a été étudié et analysé pour une citerne sans et avec chicanes à orifices de section circulaire partiellement remplis (50% et 70%). De plus, nous avons développé un modèle pour étudier les citernes avec et sans chicanes, car dans la plupart des cas les citernes sont divisées en plusieurs compartiments et dans certains cas avec des orifices pour permettre le passage du liquide d'un compartiment à l'autre. Le modèle analytique dans les deux cas avec et sans chicanes est comparé au modèle numérique. Deux fonctions de décélération d'entrée d'impulsion à échelon modifiée d'amplitude modérée ( $2.5m/s^2$ ) et excessive ( $4.5m/s^2$ ) ont été choisies. Nous avons obtenu une très bonne corrélation entre les deux modèles. Dans le cas d'une citerne sans chicanes, nous avons observé que la phase transitoire est plus longue due à la longueur de la citerne (plus d'espace). Cependant, dans certain cas le modèle analytique sous estime la réponse. Une fois cette phase transitoire disparaît, nous avons une bonne concordance entre les deux modèles.

Nous avons remarqué aussi que les amplitudes et la phase transitoire sont plus importantes pour le taux de remplissage 50% que pour 75% dans le cas du décalage lateral et que pour 70% dans le cas du décalage longitudinal. Car, nous avons moins de volume du liquide dans la citerne. Donc, plus d'espace pour les oscillations.

Dans la deuxième partie de cette recherche nous avons développé un modèle du véhicule d'unité et articulé. Un modèle de corps rigides tridimensionnel complet sans aucune simplification est développé. Le couplage du modèle analytique du liquide développé avec le véhicule est intégré comme un sous-système en se basant sur le principe multi-corps. Le modèle est comparé au logiciel Trucksim. Nous avons choisi la stabilité directionnelle qui est liée directement au problème de renversement comme mouvement de validation. Une bonne corrélation entre les deux modèles a été observée. La petite différence est due plus au choix de conception des sous-systèmes du véhicule par exemple (sellette rigide ou non) que pour la formulation des équations dynamiques.

Dans la dernière partie nous avons procédé à l'analyse du système complet véhicule-citerne. La réponse dynamique a été comparée au modèle du véhicule avec charge fixe équivalente. L'analyse des résultats de cette comparaison montrent clairement que les forces et les moments résultants du ballonnement du liquide génèrent un décalage considérable comparé à celle d'une charge rigide. Le décalage dynamique de la charge du liquide affecte la stabilité directionnelle d'une façon défavorable et peuvent poser un risque à la sécurité sur les routes et à l'environnement lorsque des marchandises dangereuses sont transportées. Ce décalage est plus prononcé dans le cas d'un véhicule articulé plutôt que dans le cas d'un véhicule d'unité.

## 7.2 Recommandations

Les résultats originaux de cette recherche correspondent aux objectifs cités au début du projet et suggèrent d'autres aspects d'études.

Le travail actuel de recherche simule un modèle analytique pour évaluer et étudier le décalage latéral et longitudinal de la charge du liquide dans une citerne partiellement remplie. Cependant, le modèle ne traite pas les deux aspects des mouvements de direction et de freinage combinés en même temps. Donc, un modèle tridimensionnel en se basant sur la procédure et la méthodologie développées dans cette recherche est souhaité.

En effet, afin de valider le modèle analytique et les simulations, un modèle expérimental est souhaitable. Ce modèle peut être réalisé par la fabrication d'une petite citerne. Cette citerne peut être instrumentée à l'aide d'un accéléromètre dans le laboratoire ou être installée dans un camion pour des mouvements réels. Tous les mouvements peuvent être enregistrés et comparés aux modèles analytique et numérique.

Des études peuvent également être effectuées pour explorer le dispositif anti-ballotement. Par exemple, si on remplace le volume vide occupé par le l'air par un gaz spécifique pour appliquer plus de pression sur le liquide. Ceci permet de réduire au minimum le mouvement de la surface libre du liquide.

Une méthodologie alternative similaire peut être développée pour étudier d'autres formes que circulaire et elliptique. La conception de la citerne devrait être analysée et approfondie pour examiner l'effet des forces et les moments dynamiques

sur la structure de la citerne. Autrement dit, une analyse structurale complète est souhaitée en incluant l'étude de plusieurs matériaux et alliages.

Enfin, pour faciliter l'utilisation du modèle développé dans cette étude, nous suggérons de développer une interface informatique du modèle complet véhicule-citerne.



## Références

- [1] M.W. Sayers and S.M. Riley. Modeling assumptions for realistic multibody simulations of the yaw and roll behavior of heavy trucks. *SAE paper*, (960173), 1996.
- [2] National Highway Traffic Safety Administration 1998. Traffic safety facts. washington, dc: Us department of transportation. *DOT-HS-808-806*, 1997.
- [3] A.Matteson and all. 2002 trucks involved in fatal accidents factbook. *Center for National Truck and Bus Statistics. The University of Michigan Transportation Research Institute*, 2004.
- [4] 1991-2000 Trucks Involved in Fatal Accidents (TIFA). Center for national truck and bus statistics. *The University of Michigan.*, Transportation Research Institute.
- [5] Statistiques sur les collisions de la route au canada. *Transport Canada 1997*.
- [6] SAAQ Québec. Bilan des taxis, des autobus et des camions et tracteurs routiers. *Dossier statistique*, 2002.
- [7] E. D.Hildebrand and all. Development and intermediate findings of a level *iii*. heavy-truck collision study. *Transportation Research Record. Transportation Research Board of the National Academies*, Volume 1595/ 1997, 39-45.
- [8] J.P.Chrstos. An evaluation of static rollover propensity measures. Technical report, National Highway Traffic Safety Administration, Vehicle Research and Test Center, EastLiberty, Ohio, 1991.
- [9] R.D.Ervin C.B.Winkler, D.F.Blower and R.M.Chalasanani. Rollover of heavy commercial vehicles. Technical report, Society of Automotive Engineers, UMTRI 1999.
- [10] M.El-Gindy and J.H.F.Woodrooffe. Study of rollover threshold and directional stability of log hauling trucks. Technical Report TR-VDL-002/ NRCC No. 31274, National Research Council Canada, 1990.

- [11] T.Kaneko and I.Kageyama. A study on the braking stability of articulated heavy vehicles. *JSAE Review*, 24(2):157–164, April 2003.
- [12] K.Matsuda M.Harada and K.Sakata. A study on the brake characteristics for full air brake system of heavy duty vehicles. *JSAE Review*, 18(2):189–189, April 1997.
- [13] A.Stefanopoulou M.Druzhinina and L.Moklegaard. Adaptive continuously variable compression braking control for heavy-duty vehicles. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 124(3):406, Sep 2002.
- [14] J. Y. Wong C. P. Lam, R. R. Guntur. Evaluation of the braking performance of a tractor-semitrailer equipped with two different types of anti-lock systems. *SAE*, (791046), 1979.
- [15] T.D.Gillespie. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. 1992.
- [16] J.T.Bedard. Vehicule rollover threshold evaluation: An assessment of computer simulation models. vehicle weights and dimensions study. Technical Report 12, Roads and Transportation Association of Canada, 1986.
- [17] C.B.Winkler P.S.Fancher, R.D.Ervin and T.D.Gillespie. A factbook of the mechanical properties of the components for single-unit and articulated heavy trucks. Phase I Final Report 154, The University of Michigan Transportation Research Institute, 1986.
- [18] M. Dong L. Xu, L. Dai and B. Setiawan. Influence of liquid slosh on ride quality of liquid cargo tank vehicles. *Proceedings of the I MECH E Part D Journal of Automobile Engineering*, (D7):675–684, February 2004.
- [19] H.B. Pacejka. *Tire and Vehicle Dynamics*. 2 edition, December 2005.
- [20] H. N. Abramson. The dynamic behaviour of liquids in moving containers. *NASA*, SP-106, 1966.
- [21] A.P. Reverberi B. Fabiano, F. Currò and R. Pastorino . Dangerous good transportation by road: from risk analysis to emergency planning. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 18(4-6):403–413, July-November 2005.
- [22] L.A.Botkin. Safe highway transportation of bulk liquids. *SAE paper No 700872*.

- [23] V.B.Satish P.L.Christopher and S.T.Waller. Optimizing the design of railway tank cars to minimize accident-caused releases. *Computers, Operations Research*, 34(5):1266–1286, May 2007.
- [24] D.P.Brutzman. A virtual world for an autonomous underwater vehicle. *Naval Postgraduate School Monterey, California.*, PhD in computer Science, 1994.
- [25] J.V.Rattayya. sloshing of liquid in axisymmetric ellipsoidal tanks. *AIAA, 2nd Aerospace Science Meeting*, paper No 65-114, 1965.
- [26] J.Abedi S.Celebi S.Aliabadi, A.Johnson and H. Akyildiz. Comparison of finite element and pendulum models for simulation of sloshing. *Computers and Fluids*, vol 32:535–545, 05-2003.
- [27] R.Ranganathan and al. Analysis of fluid in partially filled tanks and their impact on the directional response of tank vehicles. *SAE*, paper 932942, 1993.
- [28] B.Budiansky. Sloshing of liquids in circular canals and spherical tanks. *Journal of the Aerospace Sciences*, V27, No 3, pp 161-173, 1960.
- [29] H.F.Bauer. Dynamic behaviour of an elastic separating wall in vehicle containers. *International journal of vehicle design*, Part 1, 1981.
- [30] J.L.McCarty and D.G.Stephens. Investigation of the natural frequencies of fluid in spherical and cylindrical tanks. *NASA*, TN D-252, 1966.
- [31] S.Rakheja and R.Ranganathan. Estimation of the rollover threshold of heavy vehicles carrying liquid cargo. *Heavy vehicle system*, pages 97–98, 1993.
- [32] S.Rakheja X.Kang and I.Stiharu. Effects of tank shape on the roll dynamic response of a partly filled tank vehicle. *Vehicle system dynamics*, vol 35(2):75–102, 2000.
- [33] W.Rumold. Modeling and simulation of vehicles carrying liquid cargo. *Multibody system dynamics*, 5:351–374, 2001.
- [34] H.F.Bauer. Fluid oscillations in the containers of a space vehicle and their influence upon stability. *NASA*, 1964.
- [35] R.Ranganathan and al. Development of a roll dynamics model of a liquid tank vehicle. *Transactions of the CSME*, 21(4):357–369, 1997.

- [36] M.I.Salem. *Rollover Stability of Partially Filled Heavy-Duty Elliptical Tankers Using Trammel Pendulums to Simulate Fluid Sloshing*. Phd, West Virginia University, 2000.
- [37] NASA/SP-8009. Propellant slosh loads, nasa space vehicle design criteria (structures). Technical report, NASA (Washington, DC, United States), August 1968.
- [38] R.Ranganathan and al. Dirctional response of a b-train vehicle combination carrying liquid cargo. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and control*, 115.
- [39] S.Sankar G.Popov and T.S.Sankar. Dynamics of liquid sloshing in baffled and compartmented road containers. *Journal of Fluids and Structures*, 7(7):803–821, 1993.
- [40] T.W.Sheu and S.M.Lee. Large amplitude sloshing in an oil tanker with baffle plat drilled holes. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 10:45–60, April 1998.
- [41] A.K. Bassam Abu-Hijleh. Optimized use of baffles for reduced natural convection heat transfer from a horizontal cylinder. *International Journal of Thermal Sciences*, 42(11):1061–1071, November 2003.
- [42] S. K. Bhattacharyya K. C. Biswal and P. K. Sinha. Dynamic response analysis of a liquid-filled cylindrical tank with annular baffle. *Journal of Sound and Vibration*, 274(1):13–37, July 2004.
- [43] K. C. Biswal. S. K. Bhattacharyya and P. K. Sinha. Free vibration analysis of liquid filled tank with baffles. *Journal of Sound and Vibration*, 259(1):177–192, January 2003.
- [44] H.F.Bauer. Dynamic behaviour of an elastic separating. *International journal design*, vol 2:1–34, 1981.
- [45] H.F.Bauer. On the destabilizing effect of liquids in various vehicles. *Vehicle system dynamics*, vol 2:227–260, 1972.
- [46] R.Ranganathan and al. Rollover threshold of partially filled tank vehicles with arbitrary tank geometry. *Proc Instn Mech Engrs, Part D : Journal of Automotive Engineering*, 207, 1993.

- [47] M.Grundelius. Methods for control of liquid slosh. *Department of Automatic Control Lund Institute of Technology Box 118 SE22100 LUND Sweden*, PhD thesis 2001.
- [48] J.B.Frandsen. Numerical predictions of tuned liquid tank structural systems. *Journal of Fluids and Structures*, 20, Issue 3, Pages 309-329, April 2005.
- [49] G.popov. Dynamic of sloshing in road container. *Dessertation, Concordia University:PHD*, 1991.
- [50] Matlab 6.5. <http://www.mathworks.com/>.
- [51] W.Fowler A.M. Bedford. *Engineering Mechanics: Dynamics*. 2007.
- [52] D.F.Young B.R.Munson and T.H.Okiishi. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. Jhon Wiley and Sons, 5 edition, February 2005.
- [53] F.N. van de Vosse R. van Loon, P.D. Anderson and S.J. Sherwin. Comparison of various fluid-structure interaction methods for deformable bodies. *Computers and Structures*, 85(11-14):833–843, June-July 2007.
- [54] J. W. van der Vegt and H. van der Ven. Space-time discontinuous galerkin finite element method with dynamic grid motion for inviscid compressible flows. *I. General Formulation. Journal of Computational Physics*, 182(2):546–585, November 2002.
- [55] C.Grandmont P.Geuzaine and C.Farhat. Design and analysis of ale schemes with provable second-order time-accuracy for inviscid and viscous flow simulations. *Journal of Computational Physics*, 191(1):206–227, 10 October 2003.
- [56] C.W.Hirt and B.D.Nichols. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.*, 39(1):201–225, January 1981.
- [57] Fluent 6.5. *Documentation Fluent*.
- [58] Gambit 2.2. *Documentation gambit*.
- [59] J. Ellis. Vehicle handling dynamics. *Mechanical Engineering Publicantions*, London 1994.
- [60] H.Dongyoon. Predictive modeling and active control of rollover in heavy vehicles. *PhD., Texas University*, 2001.

- [61] C.B. Winkler J.E. Bernard and P.S. Fancher. A computer based mathematical method for predicting the directional response of truck and tractor-trailers. Technical report, Highway Safety Research Institute. University of Michigan, june 1973.
- [62] A. Ann R. D. Ervin, Y. Guy. The influence of weights and dimensions on the stability and control of heavy-duty trucks in canada. volume iii -appendices. final report. Vehicle Weights and Dimensions Study 2, University of Michigan. Transportation Research Institute, 1986.
- [63] M. Sayers. Symbolic computer methods to automatically formulate vehicle simulations codes. *PhD thesis. The university of Michigan*, 1990.
- [64] Maple 9. <http://www.maplesoft.com/>.
- [65] Kraige Meriam. *Engineering Mechanics*, volume 2. 5th edition edition, 2002.
- [66] H.Pacejka and E.Bakker. The magic formula tyre model. *Proc. 1st Int Colloq on tyre models for vehicle dynamics analysis*, pages 1–18, 1991.
- [67] J. Y. Wong. *Theory of Ground Vehicles*. Jhon Wiley and Sons, 3 edition, March 2001.
- [68] U. Kiencke and L. Nielsen. Automotive control system. *Springer*, 2000.
- [69] F.Ben Amar. The magic formula tyre model. *Modèle de comportement des véhicules tout terrain pour la planification physico-géométrique des trajectoires*, Thèse de doctorat, mécanique, robotique, université Pierre et Marie Curie, 1994.
- [70] J.Svendenius and M.Gafvert. A semi-empirical dynamic tire model for combined-slip forces. *Vehicle System Dynamics*, 44(2):189–208, February 2006. Special Issue:7th International Symposium on Advanced Vehicle Control 23-27 August 2004 HAN University, Arnhem, The Netherlands.
- [71] M.Gafvert, J.Svendenius, and J.Andreasson. Implementation and application of a semi-empirical tire-model in multi-body simulation of vehicle handling. In *Proceedings of the 8th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, Taipei, Taiwan, August 2006.
- [72] W.Pelz D.Schuring and M.G. Pottinger. A model for combined tire cornering and braking forces. *SAE paper*, (960180), 1996.

- [73] M.Sanfridson M. Gafvert and V.Claesson. Truck model for yaw dynamics control. Technical report, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Sweden, September 2000.
- [74] D.Syndey D. Terry and G.Roberts. Simon a new vehicle simulation model for vehicle design and safety research. *SAE*, Engineering Dynamics Corp, 2001-01-0503.
- [75] Truckism 6. <http://www.carsim.com/>.
- [76] Y.Ying R.Raganathan and J.B Miles. Development of a mechanical analogy model to predict the dynamic behavior of liquids in partially filled tank vehicles. *SAE*, paper 942307, 1994.

# VITAE

Adresse Permanente: Département des sciences  
appliquées, 555 boulevard de  
l'université ,G7H 2B1 Saguenay,  
Québec, Canada

This thesis was typeset <sup>1</sup> with L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X by Messaoud Toumi.

---

<sup>1</sup>L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X document preparation system was developed by Leslie Lamport as a special version of Donald Knuth's T<sub>E</sub>X program for computer typesetting. T<sub>E</sub>X is a trademark of the American Mathematical Society. The L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X macro package for The University of Québec at Chicoutimi, Saguenay, Québec, Canada thesis format was written by Messaoud Toumi.