

UN ALGORITMO DI CONTATTO RUOTA-ROTAIA PER L'IMPIEGO IN SISTEMI DI CALCOLO IN TEMPO REALE

A. Gugliotta^a, N. Bosso^a, N. Zampieri^a

^a Politecnico di Torino – Dipartimento di Meccanica,
C.so Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino, e-mail: antonio.gugliotta@polito.it,
nicola.bosso@polito.it, nicolo.zampieri@polito.it

Sommario

Nello studio del comportamento dinamico dei veicoli ferroviari uno degli aspetti di maggiore rilevanza è il problema della determinazione delle forze scambiate al contatto ruota-rotaia. Questo problema è tuttora oggetto di studi che da un lato cercano di ottenere risultati di maggiore accuratezza e dall'altro cercano di ridurre i tempi di calcolo. Il lavoro illustra i risultati ottenuti con l'algoritmo di contatto sviluppato presso il Politecnico di Torino, denominato RTCONTACT; questo codice, che è un'evoluzione dell'algoritmo CONPOL, è il risultato di lunghe attività di ricerca, le versioni precedenti sono state utilizzate in cosimulazione con codici MBS e in ambiente Matlab[®] per simulare il comportamento di veicoli ferroviari. Il codice è stato sviluppato anche basandosi su risultati sperimentali ottenuti da banco prova "Roller-Rig". In questo lavoro si illustrano le principali caratteristiche del codice e si presentano confronti con altri codici numerici, pubblicazioni e normative per i risultati di maggiore interesse per il contatto ruota-rotaia.

Abstract

Determination of contact forces exchanged between wheel and rail is one of the most important topic in railway dynamic behaviour. Recent studies are oriented to improve the existing contact methods in terms of computational efficiency on one side and on the other side to develop more complex and precise representation of the contact problem. This work shows some new results of the contact code developed at Politecnico di Torino identified as RTCONTACT; this code, which is an improvement of CONPOL algorithm, is the result of long term activities, early versions were used in conjunction with MBS codes or in Matlab[®] environment to simulate vehicle behaviour. The code has been improved also using experimental tests performed on a scaled roller-rig. More recently the contact model was improved in order to obtain a higher computational efficiency. This work shows several comparisons of the CONPOL_RT contact code respect commercial codes, standards and benchmark results.

Parole chiave: contatto ruota-rotaia, real-time.

1. INTRODUZIONE

In questa memoria sono illustrati i risultati ottenuti dal modello di contatto RTCONTACT che permette di simulare in tempo reale, sia il contatto ruota – rotaia, che il contatto ruota – rullo e che ha consentito una verifica sperimentale dei risultati per mezzo di un banco a rulli appositamente realizzato presso il Politecnico di Torino [1]. L'algoritmo è un'evoluzione di quello descritto in [2] e rispetto a quest'ultimo sono stati adottati alcuni accorgimenti numerici e di modellazione al fine di ridurre i tempi di calcolo con la possibilità di lavorare in tempo reale senza tuttavia penalizzare i risultati ottenuti in termini di precisione (come si potrà vedere dal confronto con i risultati di altri codici). Nel modello è inoltre possibile considerare il coefficiente di attrito come costante o variabile

in funzione della velocità, tale variazione può essere adottata da modelli presenti in letteratura o è ricavabile per via sperimentale sul banco a rulli (“Roller-Rig” [1]). I risultati sono stati confrontati in una prima fase con quelli ottenuti dal codice Simpack™ 8.903 e con quelli riportati nel “Manchester Contact Benchmark” [3] e in una seconda fase con i risultati riportati nelle normative UIC [4].

La struttura del modulo di contatto è indicata in figura 1 e da questa si può notare che il codice è stato costruito con un approccio modulare in maniera tale da poter sostituire o modificare ciascun modulo separatamente. Il codice Simpack™ 8.903 si interfaccia al modello di contatto, scritto in ambiente Matlab®/Simulink, attraverso l’interfaccia di co-simulazione (Simat) ed il vettore di stato proveniente dal primo viene utilizzato ad ogni istante di tempo dal secondo per il calcolo delle forze di contatto, le quali sono necessarie per risolvere la dinamica del sistema. La cosimulazione appena descritta, viene effettuata in tempo reale all’interno di un sistema modulare dSpace, basato su scheda processore DS1006.

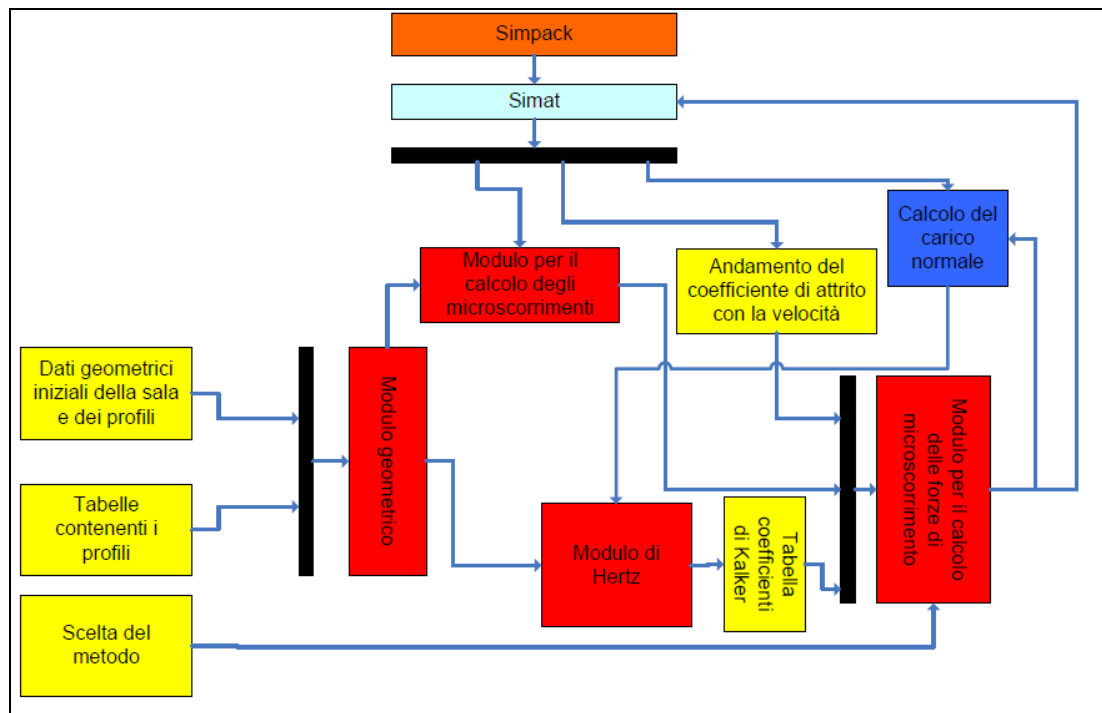


Figura 1: Interfaccia di cosimulazione

Lo scopo del lavoro è quello di descrivere le potenzialità del modello di contatto e di illustrare brevemente le caratteristiche del codice, rimandando per maggiori dettagli a specifiche pubblicazioni. Nelle simulazioni illustrate come esempio, il codice non è stato utilizzato in tempo reale e non è stata necessaria l’interfaccia con il modello multicorpo (il modello studiato è una semplice sala isolata), ciò è sufficiente per gli scopi del lavoro che è limitato alla comparazione dei risultati relativi al contatto ruota-rotaia.

Il modello di contatto è basato su un modello bidimensionale, pertanto l’angolo di imbardata della sala non viene considerato nella simulazione e di conseguenza l’unico grado di libertà indipendente è lo spostamento laterale; l’angolo di rollio e lo spostamento verticale risultano essere gradi di libertà dipendenti a causa del vincolo ruota – rotaia, che nel caso in esame è un vincolo di tipo pseudo-elastico (è ammessa una compenetrazione dei profili ma non esattamente correlata all’elasticità di contatto). Dall’analisi dei risultati riportata in questa memoria, si potrà notare che le semplificazioni introdotte non influenzano i risultati in termini geometrici, infatti si ottengono dati perfettamente in linea sia con le normative che con i modelli di contatto tridimensionali. Le semplificazioni hanno consentito di compilare il codice di contatto su un architettura dSpace dove è stato possibile operare in tempo reale con un passo temporale di 10^{-4} secondi per iterazione.

2. DESCRIZIONE DELL'ALGORITMO DI CONTATTO

L'algoritmo di contatto può essere suddiviso in quattro sezioni, come illustrato in figura 1, ciascuna delle quali indipendente:

- Modulo geometrico: in questa fase si considera solamente la geometria della sala e la si posiziona in maniera tale da accoppiare i profili per individuare i punti di contatto e le altre grandezze geometriche di interesse.
- Modulo normale: si calcolano prima le forze di vincolo e successivamente la dimensione e la forma dell'area di contatto e la distribuzione delle pressioni su di essa. Si noti che la forza normale che agisce sul punto di contatto dipende anche dalle forze tangenziali e di conseguenza va determinata per via iterativa, come visibile in figura 1.
- Modulo cinematico: a partire dal moto relativo tra ruota e rotaia si determina, per ciascun grado di libertà (sono tre se si considera un'area di contatto bidimensionale), il valore del microscorrimento.
- Modulo per il calcolo delle forze di microscorrimento: si integrano le pressioni tangenziali sull'area di contatto in maniera tale da determinare le forze di attrito.

La parte che risulta più complessa è ovviamente il modulo geometrico che comporta un elevato carico computazionale e i risultati che fornisce sono di importanza fondamentale per i moduli successivi; si sottolinea che la determinazione del punto di contatto è alla base per il calcolo delle forze di contatto e di conseguenza le approssimazioni che si effettuano in questa fase influiscono sulla precisione dell'intero algoritmo. Il calcolo dell'area di contatto, dei microscorrimenti e delle forze di creepage vengono eseguiti rispettivamente nei moduli denominati in figura 1 come “modulo di Hertz”, “modulo per il calcolo dei microscorrimenti” e “modulo per il calcolo delle forze di microscorrimento”. I primi due non presentano grandi complessità e non richiedono tempi di calcolo importanti poiché al loro interno non è presente alcun processo iterativo e molti dei valori vengono interpolati da tabelle. Il terzo blocco, invece, risulta di maggiore complessità e viene data la possibilità all'utente di scegliere il metodo che ritenga più appropriato per l'analisi. Grazie alla struttura del modello è anche possibile variare i profili della ruota durante la simulazione, rendendo l'algoritmo efficiente per lo studio dell'usura [5].

2.1. Modulo geometrico

Il modulo geometrico è basato su un algoritmo di contatto pseudo-elastico, in cui si consente una compenetrazione predefinita ai profili, definendo il punto di contatto come punto a maggiore compenetrazione. Il modello consente eventualmente di trattare il caso di più punti di contatto e potenzialmente è possibile correlare la compenetrazione con il carico normale. Ciò ovviamente produrrebbe una dinamica verticale ad alta frequenza dovuta all'elevata rigidità di contatto. Per questa ragione, nei calcoli illustrati nel presente lavoro si è impiegata una compenetrazione molto ridotta, in modo tale da ottenere un solo punto di contatto e da poter confrontare i risultati con altri codici che impiegano metodi di contatto rigido.

Questo tipo di configurazione (compenetrazione molto ridotta) risulta inoltre la più efficace per poter operare con tempi di calcolo ridotti. Come già spiegato in precedenza, uno degli aspetti più critici del modello è quello di riuscire a tradurre in un semplice codice numerico l'algoritmo atto ad individuare la posizione dei punti di contatto. Il sistema di riferimento adottato ha origine nel centro del tracciato, in corrispondenza con l'asse della sala, con asse z verso il basso ed asse x diretto nel senso di avanzamento del veicolo.

Il modulo geometrico è costituito da una parte che opera simultaneamente al codice multibody (calcolo in linea) e da una parte che viene eseguita prima di lanciare la simulazione. Quest'ultima corrisponde alla fase di posizionamento e interpolazione dei profili ruota e rotaia definiti per punti tramite tabelle. In questa fase vengono anche definiti i dati geometrici della sala, i quali sono fondamentali per la simulazione. Dopo che la tabella contenente i profili viene impostata, i profili ruota vengono traslati lateralmente e in direzioni opposte di una quantità pari al semiscartamento della sala e verticalmente di una quantità pari al raggio ruota, mentre quelli rotaia oltre a venire traslati lateralmente di una quantità pari al semiscartamento del binario e verticalmente di una quantità pari all'altezza della rotaia vengono ruotati di un angolo pari all'angolo di posa dei binari.

La seconda parte dell'algoritmo (parte "in linea") si occupa, invece, di determinare la posizione dei punti di contatto (algoritmo *Contact*) e di rototraslare la sala (algoritmo *Contactpoint*) in modo tale che i due profili si compenetrino di una quantità molto piccola e dell'ordine di 10^{-12} . In questo modo la compenetrazione è circa zero e si ricade nel caso di contatto rigido. Nella fase iniziale di questa parte di algoritmo, i profili ruota vengono traslati lateralmente di una quantità y . Si noti che i profili vengono soltanto traslati lateralmente poiché in questa sede si vuole solamente testare la precisione del modulo geometrico; nel caso in cui il modulo di contatto lavori in cosimulazione con il codice *Simpack*TM le coordinate della sala sarebbero contenute nel vettore di stato

Traslati i profili ruota, si effettua la troncatura del profilo in modo tale da considerare solamente la porzione di ruota che è contenuta nella proiezione del profilo della rotaia sul piano orizzontale (xy). Successivamente si interpolano i profili di ruota e rotaia e si crea una scala orizzontale y comune, in maniera tale da poter calcolare facilmente la distanza verticale Δz tra i due profili. La procedura per la determinazione della posizione dei punti di contatto è basata sulla minimizzazione discreta dell'interferenza tra i profili di ruota e rotaia e questo metodo è implementato all'interno dell'algoritmo *Contact*. Quest'ultimo opera simultaneamente all'algoritmo *Contactpoint*, il quale si occupa di rototraslare la sala e posizionarla in maniera corretta. Dopo che la sala è in posizione corretta il codice calcola tutte le grandezze geometriche necessarie per i moduli successivi, come mostrato nella [2].

2.2. Modulo di Hertz

Si assume che l'area di contatto sia ellittica in accordo con la teoria di Hertz e quindi si ipotizza che le tensioni tangenziali non alterino la forma dell'area di contatto (ipotesi di quasi – identità) e che le aree di contatto siano non conformi. I dati di partenza per il modulo di Hertz sono le curvature nei punti di contatto che sono state calcolate nel modulo geometrico. Per risolvere il problema di Hertz è necessario, inoltre, conoscere la forza normale agente sull'area di contatto. Il problema è che questa grandezza dipende a sua volta dalle forze laterali di microscorrimento e di conseguenza va determinata per via iterativa. Per la risoluzione del problema Hertziano e determinare la dimensione delle ellissi di contatto è necessario risolvere gli integrali ellittici, che nell'algoritmo sono calcolati per mezzo di tabelle precompilate. La teoria di Hertz in realtà cade in difetto in alcune condizioni di contatto e per esempio nel caso di profili usurati, in cui i profili di ruota e rotaia divengono "conformi", tali problematiche possono essere affrontate con teorie multi-Hertziane [5] o non Hertziane [6],[7] che tuttavia richiedono un modello di contatto completamente elastico e quindi non sono utilizzabili per simulazioni in tempo reale per le ragioni illustrate in precedenza.

2.3. Modulo cinematico

In questo modulo vengono calcolati i microscorrimenti cinematici utilizzando le equazioni riportate in [8] sulla base di un approccio semplificato del primo ordine basato su una modifica della "first order theory" di A. De Pater [7]. I tre microscorrimenti sono i seguenti: longitudinale ξ_x , laterale ζ_y e di spin ϕ_s , come definiti [3].

2.4. Modulo per il calcolo delle forze di contatto

Il calcolo delle forze di contatto è funzione dei microscorrimenti cinematici. Nel metodo proposto possono essere utilizzate diverse teorie per la definizione delle forze tangenziali, come indicato in figura 2. Le teorie attualmente implementate sono: un modello euristico non lineare (validato sperimentalmente mediante prove effettuate sul banco a rulli), il metodo di Polach [9], la teoria semplificata di Kalker (FASTSIM [10]) ed il metodo lineare di Kalker.

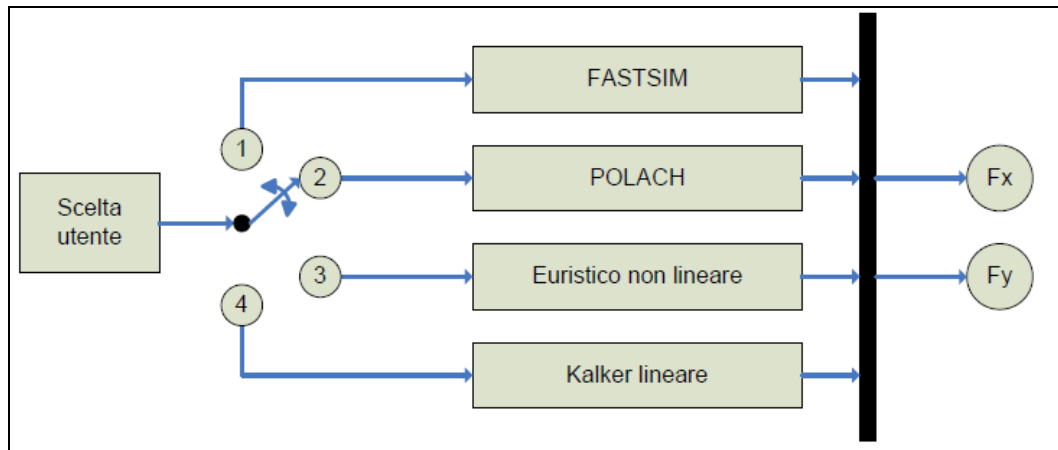


Figura 2: Calcolo delle forze di microscorrimento

3. CONFRONTO CON SIMPACK™

Il codice Simpack™ ha implementato al suo interno un algoritmo di contatto tridimensionale che può essere utilizzato o in linea o in forma tabulare. All'utente viene lasciata l'opportunità di scegliere se nell'analisi debba essere considerato il caso di contatto rigido o elastico oppure quasi – elastico [11]. I gradi di libertà indipendenti della sala sono lo spostamento laterale e l'angolo di imbardata. Questo modello risulta molto più complesso e completo rispetto a quello presentato in questa sede, ma ha il grosso svantaggio di avere tempi di calcolo tali da non permettergli di lavorare in simulazioni in tempo reale. Per il confronto dei risultati si è costruito un modello di sala in ambiente Simpack™, come visibile in figura 3, in cui si sono rispettate le stesse geometrie del modello in ambiente Matlab®. Quest'ultimo punto è fondamentale, infatti una piccola differenza di posizionamento dei profili delle ruote o dei binari tra i due modelli porterebbe a risultati non confrontabili.

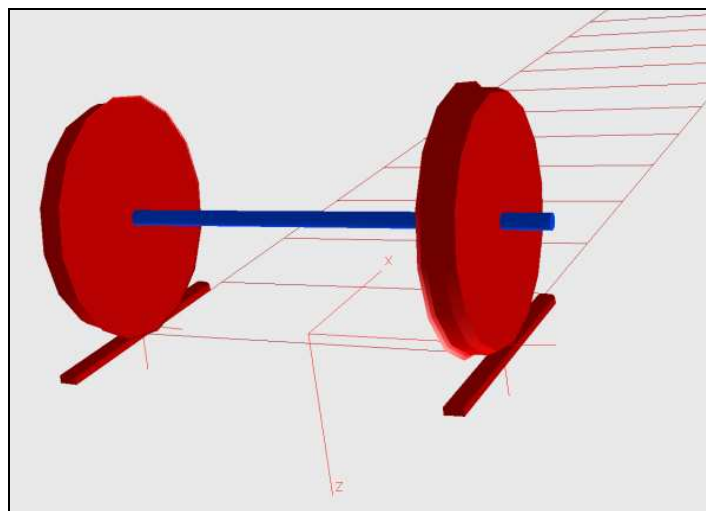


Figura 3: Modello sala in ambiente Simpack™

Come grandezze di confronto si sono scelte le stesse che vengono normalmente riportate nelle normative UIC e che vengono date in funzione dello spostamento laterale della sala. La scelta di confrontare solamente i risultati relativi al modulo geometrico è dovuta al fatto che questa è la parte più complessa dell'algoritmo, constatazione dimostrata dal fatto che a tutt'oggi non esiste una soluzione univoca al problema geometrico. In figura 4 sono riportati gli andamenti della differenza dei raggi di rotolamento delle due ruote, ricavati dal modello in Simpack™ e da quello in Matlab®. Le curve sono state ricavate nel caso di profilo ruota S1002 e rotaia UIC60 con posa di 1/40 e scartamento 1435 mm.

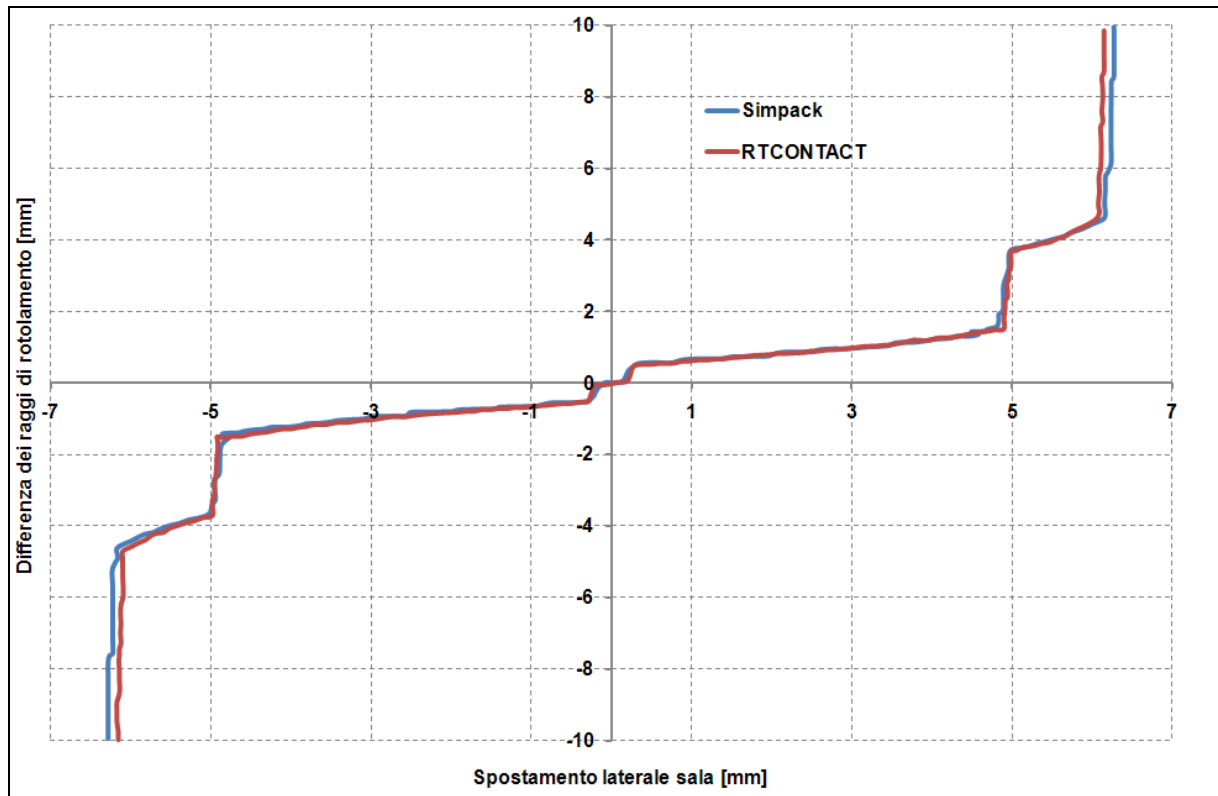


Figura 4: Differenza dei raggi di rotolamento

In figura 5 si riporta invece, l'andamento della somma delle tangenti degli angoli di contatto di ruota destra e sinistra, ricavati dal modello in Simpack™ e da quello in Matlab®. Gli angoli di contatto di ruota e rotaia dovrebbero coincidere, ma a causa di errori numerici questi differiscono di una piccola quantità e per questo motivo nel grafico si riporta il loro valor medio.

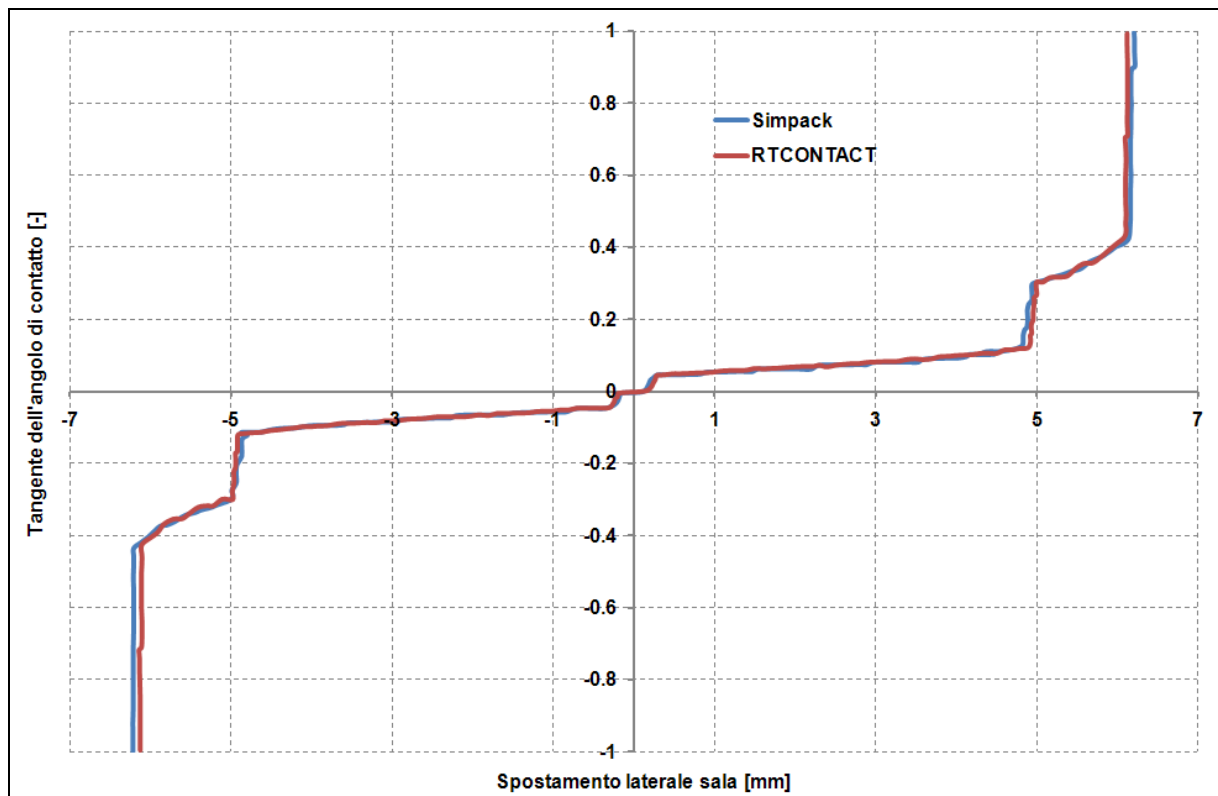


Figura 5: Tangente dell'angolo di contatto

Analizzando i grafici appena riportati si può notare che il modello presentato in questa sede, nonostante presenti alcune grosse semplificazioni, fornisce risultati in linea con quelli del modulo geometrico presente all'interno di Simpack™. Un'ulteriore conferma della coerenza tra i due modelli si può avere dalla figura 6, nella quale si riporta la posizione del punto di contatto della ruota destra al netto del semiscartamento della sala.

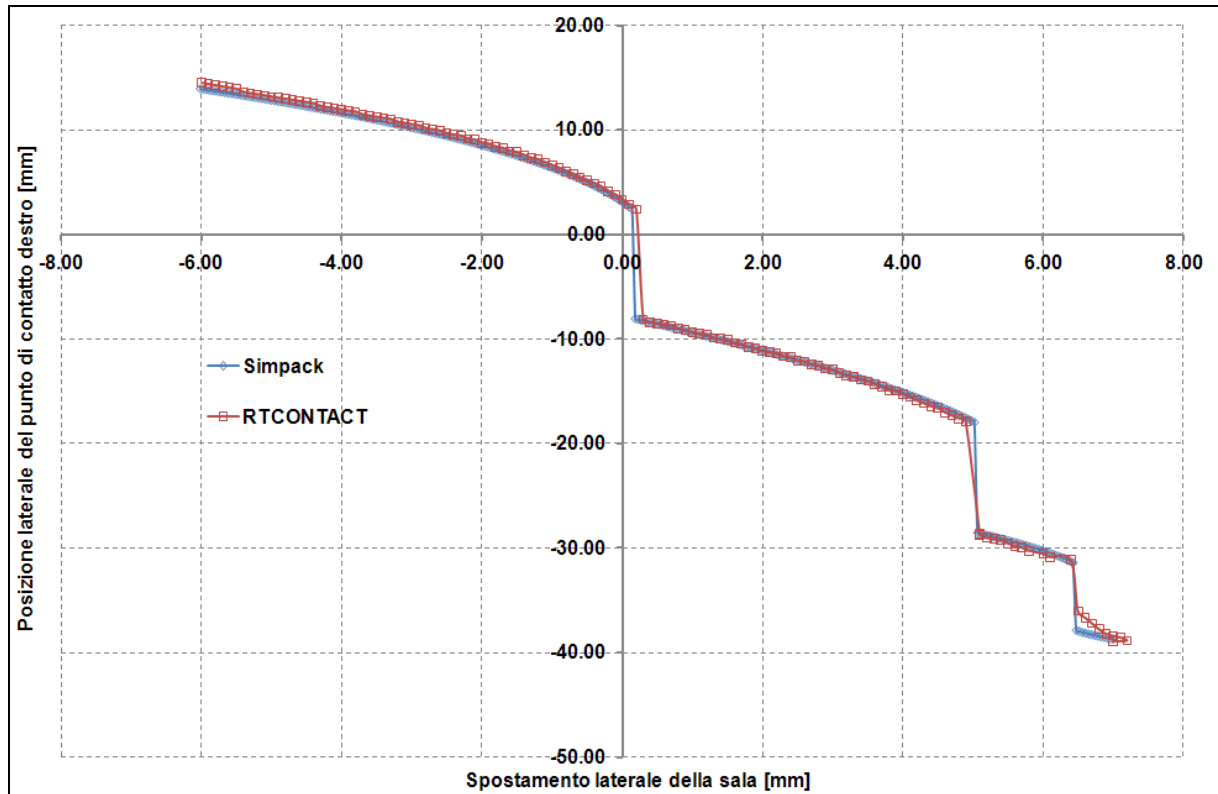


Figura 6: Posizione laterale del punto di contatto sulla ruota destra

4. CONFRONTO CON IL “MANCHESTER CONTACT BENCHMARK”

Un confronto ulteriore dei risultati del modello può essere fatto con il “Manchester Contact Benchmark” [3], che confronta i risultati ottenuti da diversi codici commerciali ed universitari. Come nel paragrafo precedente le grandezze verranno tutte riportate in funzione dello spostamento laterale della sala. In figura 7 si riporta l’angolo di contatto della ruota destra; la curva relativa all’algoritmo CONPOL e quella relativa all’algoritmo RTCONTACT presentano alcune piccole differenze, causate dalle modifiche apportate su quest’ultimo. Nella parte decrescente della funzione la prima presenta andamento più irregolare e un valore di picco più elevato.

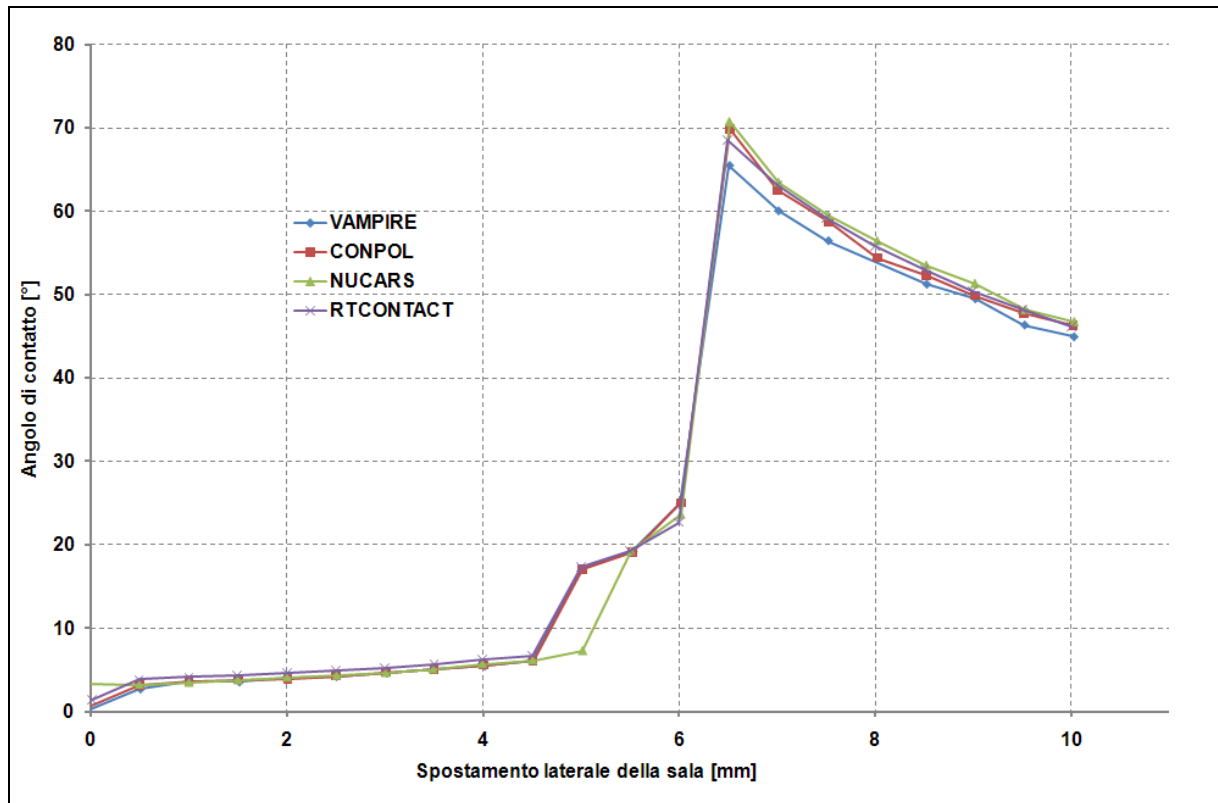


Figura 7: Angolo di contatto ruota destra

Grazie ai dati reperibili nella [3] è anche possibile effettuare un confronto dei microscorrimenti di spin longitudinale (figura 9) e laterale (figura 10); il microscorrimento laterale non è stato riportato per spostamenti laterali della sala inferiori a 4.5 mm perchè in questa zona il suo valore è semplicemente uguale al valore dell'angolo di imbardata.

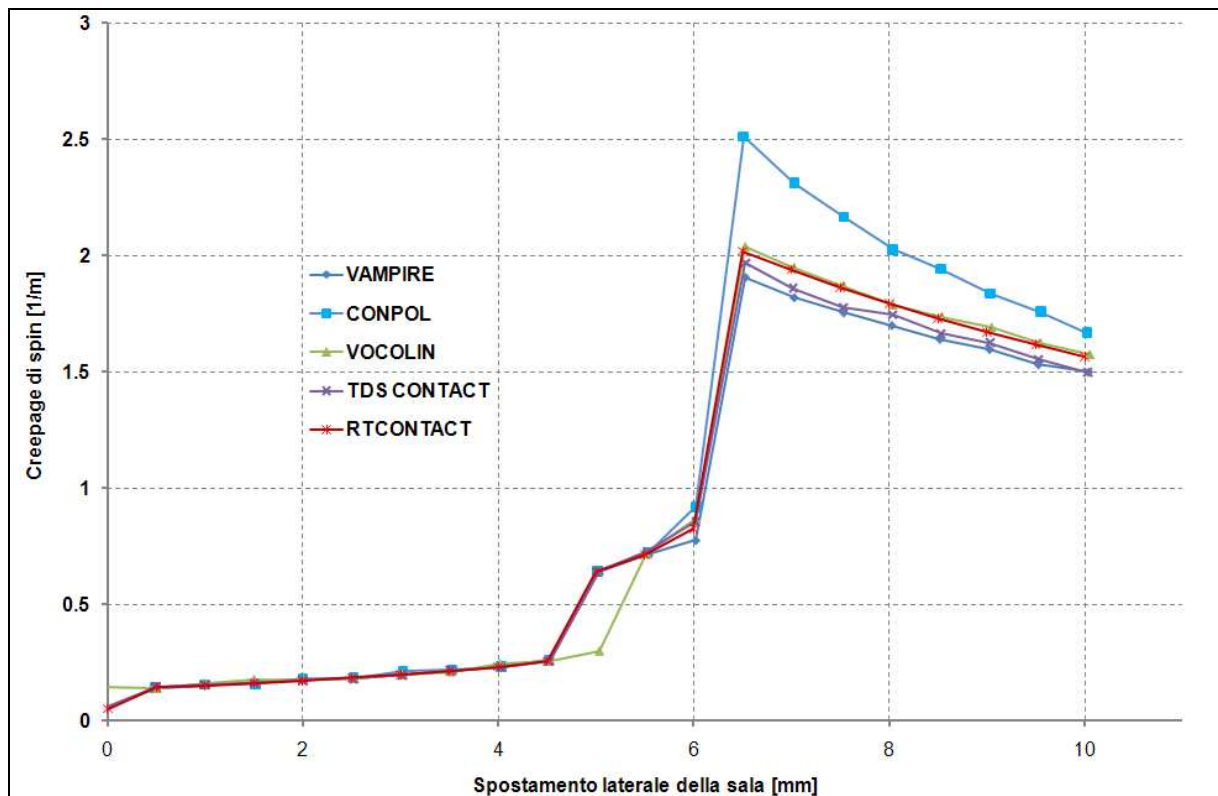


Figura 8: Microscorrimento di spin ruota destra

Per il calcolo del microscorrimento longitudinale è necessario disporre dell'angolo e della velocità di imbardata che possono essere facilmente calcolati da considerazioni cinematiche. Per quanto detto il modello di contatto è bidimensionale, ma per il calcolo dei microscorrimenti si considera il modello tridimensionale.

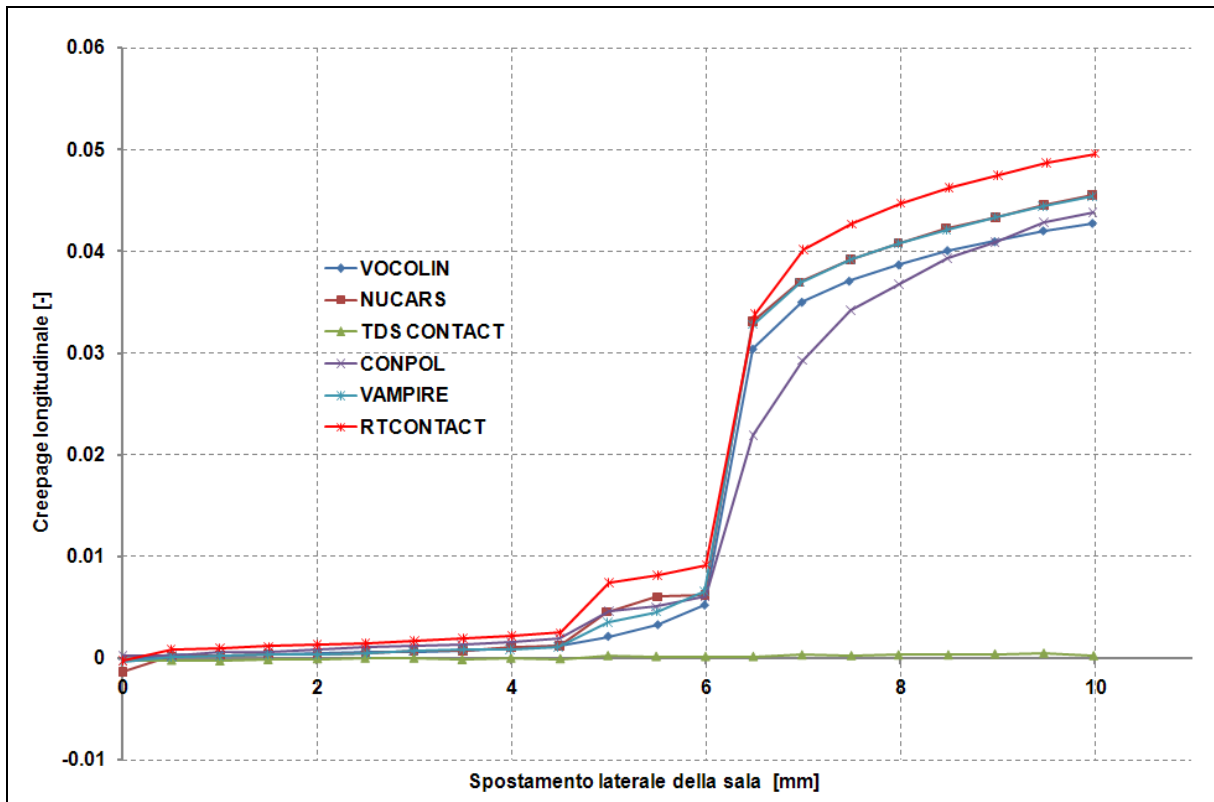


Figura 9: Microscorrimento longitudinale ruota sinistra

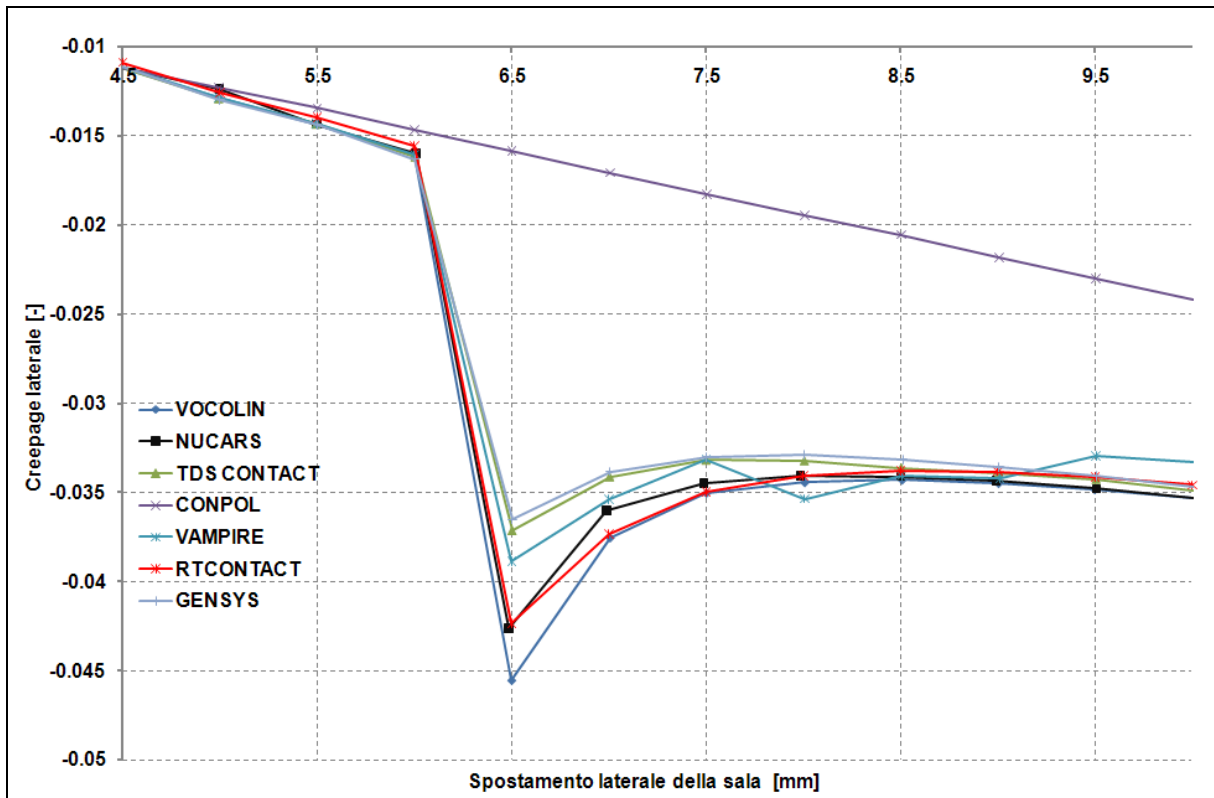


Figura 10: Microscorrimento laterale ruota destra

Dai grafici riportati in questo paragrafo si può notare che il nuovo codice di calcolo presentato in questa memoria si allinea con i risultati ottenuti con gli altri codici a differenza dell’algoritmo CONPOL. Questo risultato è stato ottenuto ricalcolando i microscorrimenti senza ricorrere all’ipotesi semplificative della “*first order theory*” di De Pater. I risultati riportati in questa sezione dimostrano che anche utilizzando l’ipotesi semplificativa di contatto bidimensionale è possibile calcolare i microscorrimenti con un buon grado di approssimazione. Il grande vantaggio dell’algoritmo RTCONTACT è la velocità di calcolo, che gli permette di funzionare in simulazioni real-time.

5. CONFRONTO CON LE NORMATIVE UIC

In questa sezione si confrontano i risultati ottenuti dal modulo geometrico con quelli reperibili in letteratura dalla normativa UIC [4]. Il documento riporta le grandezze geometriche caratteristiche del contatto, ricavate per via sperimentale, in funzione dello spostamento laterale della sala. Al suo interno vengono riportate le funzioni interpolanti per quattro tipologie di profili ruota e una tipologia di profili rotaia; i profili contemplati non si riferiscono a profili reali, ma a profili appositamente studiati per consentire un confronto con codici di contatto. Le funzioni che definiscono i profili sono definite a tratti e non possono essere direttamente introdotte all’interno del codice; per questo motivo tali formule vengono utilizzate per generare delle tabelle contenenti i profili. Il sistema di riferimento di questi ultimi è riferito al centro del tracciato e la normativa definisce i profili rotaia già posati, perciò nella fase iniziale dell’algoritmo di contatto non è necessario ruotare i profili dell’angolo di posa; vengono anche forniti tutti i dati geometrici relativi al tracciato e che sono indispensabili per posizionare correttamente i profili. Nella normativa, come risultati di confronto, vengono inseriti la differenza dei raggi di rotolamento e la somma delle tangenti dell’angolo di contatto destro e sinistro; entrambe le grandezze sono riportate in funzione dello spostamento laterale della sala. L’andamento di queste ultime, essendo funzione della posizione relativa dei profili ruota e rotaia, può essere utilizzato per verificare i risultati del modulo geometrico; se i risultati di questo modulo e quelli delle normative coincidono significa che l’algoritmo implementato è in grado di determinare la posizione dei punti di contatto in maniera corretta. In questo lavoro si riporta il confronto con le normative nel caso di contatto tra il profilo ruota RUI519-A e il profilo rotaia SUIC519-A. In figura 11 si riporta la differenza dei raggi di rotolamento in funzione dello spostamento laterale della sala.

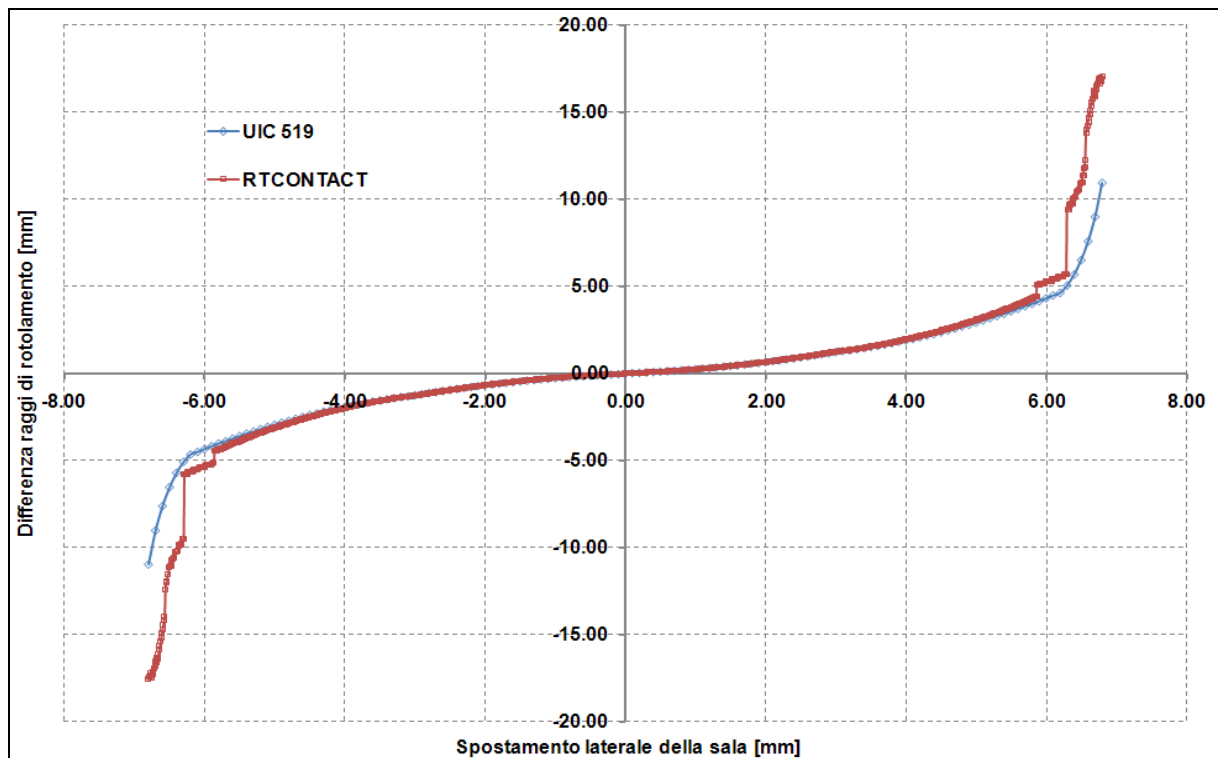


Figura 11: Differenza dei raggi di rotolamento

Dalla figura 11 si può notare che le due curve sono sovrapposte per piccoli spostamenti laterali della sala, mentre si scostano per spostamenti maggiori ai 6 mm. Questa differenza è causata dal fatto che nelle normative UIC viene trascurato l'angolo di rollio della sala, mentre nel modulo geometrico, qui presentato, questo grado di libertà viene considerato. Quanto detto è confermato dall'andamento delle due curve, infatti la curva relativa all'algoritmo RTCONTACT per spostamenti laterali della sala maggiori a 6 mm presenta una differenza dei raggi di rotolamento destro e sinistro maggiore rispetto alla curva riportata nella normativa.

6. CONCLUSIONI

Il modello di contatto qui presentato rispecchia i risultati sia di Simpack™ che del “Manchester Contact Benchmark” e dunque può essere considerato un modello attendibile per il calcolo delle forze di contatto ruota – rotaia. Un'ulteriore conferma della validità dell'algoritmo di contatto è il confronto con la normativa UIC. Nel lavoro non sono illustrati gli andamenti delle forze di contatto il cui valore dipende sostanzialmente dal metodo impiegato per il calcolo delle forze tangenziali e dai microscorrimenti. Avendo ottenuto un buon accordo sui microscorrimenti si può asserire che non ci saranno sostanziali differenze sulle forze di contatto, a parità di metodo impiegato. Il fatto di considerare il semplice caso di contatto pseudo-elastico e bidimensionale non ha comportato una limitazione per la precisione, ma consente di ottenere una notevole riduzione dei tempi di calcolo. Il punto di forza di questo modello è proprio l'efficienza computazionale (10000 iterazioni al secondo su Hardware dSpace), che lo rende adatto ad essere impiegato in simulazioni in tempo reale (RT) senza ausilio di tabelle precompilate per risolvere il problema geometrico e quindi consentendo l'effettuazione di simulazioni di usura dei profili in tempo reale. Il modello presenta infatti il vantaggio di poter funzionare con profili usurati quindi risulta possibile valutare il fenomeno dell'usura durante la simulazione; tramite un modello di usura si valuta il consumo di materiale sul profilo, e quest'ultimo viene quindi aggiornato per l'istante successivo.

La possibilità di lavorare in tempo reale fa sì che il modello sia di estrema attualità e lo rende adatto per studiare diversi aspetti inerenti la dinamica ferroviaria. Questi possono essere suddivisi in tre ambiti che vengono di seguito elencati:

- Sistemi diagnostici montati a bordo veicolo: si registrano con sensori montati a bordo le grandezze determinanti per la dinamica del veicolo e si confrontano tali valori, in maniera continua, con quelli calcolati dalla simulazione. In questo modo si può capire se il comportamento dinamico del veicolo è corretto o se sia necessario l'intervento dei sistemi di sicurezza.
- Sistemi hardware in the loop: si utilizzano i dati provenienti dalla simulazione dinamica per riprodurre le stesse condizioni di carico su un componente di cui si vuole, per esempio, effettuare una prova di fatica. Gli stessi sistemi HIL possono essere utilizzati per testare un componente prima della sua messa in opera.
- Simulazione dell'usura: grazie ai dati provenienti dalla simulazione in tempo reale è possibile calcolare l'usura del profilo delle ruote in qualsiasi istante di tempo ed è inoltre possibile valutare il danneggiamento localizzato del profilo [13]. In questo caso occorre che il codice sia in grado di aggiornare i profili ogni qualvolta vi sia stata usura localizzata.

BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Bosso, A. Gugliotta, A. Somà, M. Spiriyagin, “Methodology for the determination of wheel – roller friction coefficient on 1/5 scaled test rig”, 8th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, Firenze, Italy, September (2009).
- [2] N. Bosso, A. Gugliotta, A. Somà, M. Spiriyagin, “Adhesion force estimation on 1/5 test rig”, Multibody Dynamics 2009, Eccomas Thematic Conference, Warsaw, Poland (2009).
- [3] P. Shackleton, S. Iwnicki, “Comparison of wheel-rail contact codes for railway vehicle simulation: an introduction to the Manchester Contact Benchmark and initial results”, *Vehicle System Dynamics*, 46:1, 129-149 (2008).

- [4] UIC 519, “Method for determining the equivalent conicity”, December, 2004.
- [5] J.P. Pascal, G. Sauvage, “The available methods to calculate the wheel/rail forces in non hertzian contact patches and rail damaging”, *Vehicle System Dynamics*, 22, 263-275 (1993).
- [6] K. Knothe, R. Wille, B. Zastra, “Advanced Contact Mechanics – Road and Rail”, *Vehicle System Dynamics*, 35, 361-407 (2001).
- [7] J.J. Kalker, J. Piotrowski, “Some new results in rolling contact”, *Vehicle System Dynamics*, 18, 223-242 (1989).
- [8] N. Bosso, A. Gugliotta, A. Somà, “Dynamic behaviour of a Railway Wheelset on a Roller Rig versus Tangent Track”, *Shock and Vibration*, 11, 467-492 (2004).
- [9] O. Polach, “A Fast Wheel-Rail Forces Calculation Computer Code”, *Vehicle System Dynamics*, Supplement 33, 728-739 (1999).
- [10] J.J. Kalker, “A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact”, *Vehicle System Dynamics*, 11, 1-13 (1982).
- [11] G. Schupp, H. Netter, L. Mauer, M. Gretzschel, “Multi-body system simulation of railway vehicles with Simpack™”, *Vehicle System Dynamics*, 31, 101-109 (1999).
- [12] N. Bosso, A. Gugliotta, A. Somà, A. Abeidi, “Numerical simulation of wear in railway wheel profiles”, in Proc. of the ASME, 8th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis (ESDA), Torino, Italy (2006).