

OTTIMIZZAZIONE STATICA E DINAMICA DI PIASTRE IRRIGIDITE DA NERVATURE OTTENUTE MEDIANTE PUNZONATRICE

L. Fusano, P.C. Priarone, M. Avalle

Politecnico di Torino, Sede di Alessandria, Viale Teresa Michel 5, 15121 Alessandria

E-mail: lorenzo.fusano@polito.it, paoloclaudio.priarone@polito.it, massimiliano.avalle@polito.it

Sommario

Lo studio descritto in queste pagine è incentrato sull'ottimizzazione di piastre inflesse per le quali la rigidità è incrementata per mezzo di nervature. Una tecnica rivelatasi promettente per ricavare la disposizione ottimale delle nervature è quella di definirne un insieme tecnicamente realizzabile e da questo estrarne un sottoinsieme con le combinazioni più efficienti. Il risultato di tale processo non è tuttavia univoco ed è quindi necessario definire dei criteri di valutazione: obiettivo di questo articolo è mostrare tale tecnica e fornire strumenti per questa ottimizzazione, con particolare attenzione ai metodi di produzione e agli eventuali vincoli tecnologici dovuti alla presenza di discontinuità, fori o altri elementi sulla piastra. Gli esempi numerici allegati descrivono la metodologia e i risultati ottenibili.

Abstract

The study described in these pages focuses on the optimization of plates subjected to bending for which stiffness is raised by a pattern of ribs. A promising technique to obtain optimal rib patterns is to define a set of feasible rib trajectories, and then to select the subset with the most efficient combinations. The result is not unique, and a method to select the optimal patterns is required: the tools to guide this selection process is the main objective of the paper, with particular attention to evaluate the stiffening due to the presence of beads on the plate with a close link with the production system and possible technological constraints which can occur during manufacturing processes, such as minimum rib distance or the presence of discontinuities, holes or other elements of the plate. Given the tool which enforces the ribs cross section, the optimal ribs deployment has to be found. Numerical examples attached show the methodology and obtainable results.

Parole chiave: ottimizzazione piastre, layout nervature, lavorazione lamiera

1. INTRODUZIONE

Questo articolo riguarda l'ottimizzazione strutturale di piastre inflesse la cui rigidità è aumentata per mezzo di nervature, tenendo in considerazione i vincoli tecnologici e di costo relativi a questa lavorazione. Sebbene l'utilizzo di nervature come irrigidimento sia una tecnica ben nota [1-5], la loro progettazione è spesso realizzata mediante regole empiriche o sulla base dell'esperienza.

Le moderne macchine punzonatrici equipaggiate con CNC, in aggiunta alle tradizionali operazioni di formatura, permettono anche di creare, con opportuni utensili, nervature di irrigidimento mediante la realizzazione di una serie di impronte sulla superficie della piastra lungo un percorso qualsiasi (lineare o curvilineo). Il metodo di ottimizzazione presentato è pensato appositamente per questa lavorazione, dal momento che le tecniche attuali non consentono una modellazione efficace dei vincoli tecnologici (minima distanza tra le nervature, sezione imposta dalla geometria dell'utensile, etc.). Un possibile metodo per ottenere un layout ottimale è quello di definire a priori un insieme di nervature che non violino i vincoli presenti e quindi di selezionarne sottoinsiemi contenenti le combinazioni più efficienti. Per fare ciò la piastra viene modellata ad elementi finiti e le nervature vengono simulate

utilizzando elementi di tipo *beam* con equivalenti proprietà di inerzia. Il modello viene parametrizzato in modo tale che ogni nervatura possa essere attivata o disattivata singolarmente, quindi viene eseguita l'analisi ad elementi finiti di tutte le possibili combinazioni. Il metodo [6] può essere indifferentemente applicato a simulazioni sia statiche sia dinamiche.

Il risultato non è univoco e la scelta del layout migliore richiede la definizione di un criterio di ottimalità: è possibile, data una freccia ammissibile (o una rigidità minima richiesta) considerare la minima lunghezza complessiva di nervature da disporre per ottenere tale rigidità o, viceversa, data una lunghezza accettabile per le nervature scegliere quale layout conferirà la massima rigidità alla piastra. È altresì possibile definire altri criteri di scelta su basi diverse: nell'articolo vengono illustrati un criterio basato sull'efficienza delle nervature ed i risultati ottenibili.

La metodologia è stata applicata ad una geometria semplificata e ad un caso reale derivante dalla pratica industriale. I risultati dimostrano come sia possibile definire un layout ottimale di nervature in funzione degli obiettivi prefissati.

2. PROCEDURA DI OTTIMIZZAZIONE

I metodi di ottimizzazione automatica sono molto efficienti quando il *design space* ha il minor numero possibile di vincoli. D'altra parte, quando si ha a che fare con problemi complessi, a volte è difficile definire i vincoli stessi: può per esempio succedere che alcune limitazioni tecnologiche non possano essere modellate appropriatamente dagli attuali solutori (se non con algoritmi eccessivamente complessi), come ad esempio nell'imporre la minima distanza tra due nervature.

Gli utensili che realizzano le nervature (Figura 1) sono dotati di un premi-lamiera che deve operare su una superficie piana: di conseguenza è necessario mantenere una distanza minima tra le nervature. Per la stessa ragione non è possibile creare intersezioni. Un altro punto importante riguarda la forma delle nervature: i metodi di ottimizzazione esistenti permettono di imporre solo alcuni vincoli geometrici, tra cui ad esempio la massima altezza.

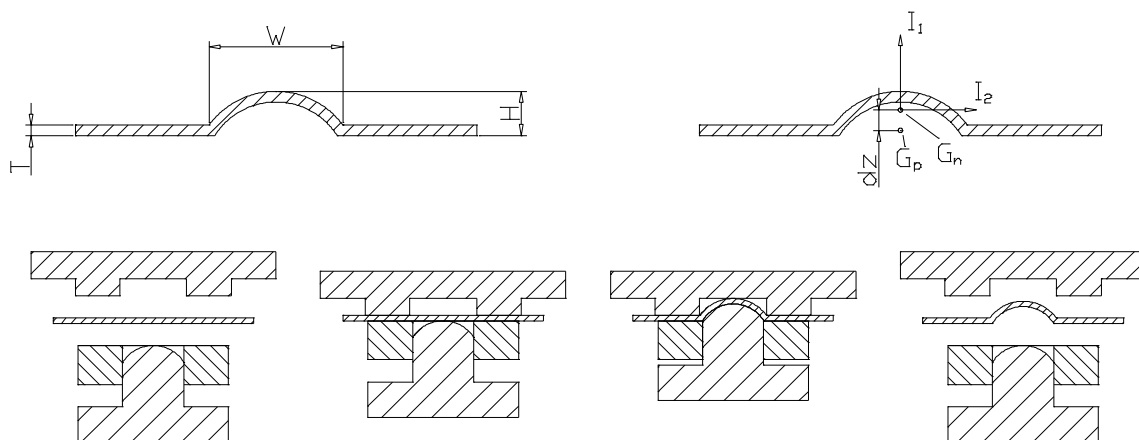


Figura 1: Definizione geometrica di una nervatura e processo di realizzazione

La sezione della nervatura è vincolata dalla forma dell'utensile, mentre la disposizione sulla lastra può essere scelta liberamente. È quindi necessario sviluppare una metodologia che ottimizzi il layout delle nervature e che tenga conto delle eventuali limitazioni.

Una possibile soluzione consiste nell'identificare un insieme di layout realizzabili nella pratica, ad esempio come combinazioni di semplici geometrie: traiettorie lineari, circolari, ellittiche, etc. La procedura di ottimizzazione consiste nello scegliere all'interno di questo insieme: se le nervature dell'insieme sono tutte realizzabili, automaticamente anche il sottoinsieme scelto lo sarà.

Poiché gli utensili che realizzano nervature solitamente operano a velocità di avanzamento costante, si può assumere che la lunghezza complessiva delle nervature sia proporzionale al tempo di lavorazione e conseguentemente al costo. L'obiettivo dell'ottimizzazione è dunque quello di ottenere la rigidità richiesta utilizzando la minore lunghezza di nervature possibile. Perciò è stata sviluppata una procedura che funziona accendendo e spegnendo ogni singola nervatura, valutando quale tra le combinazioni restituisce il risultato ottimale.

Il modello è parametrizzato usando variabili discrete a due livelli corrispondenti all'attivazione e alla disattivazione di ogni singola nervatura: conseguentemente nel primo caso alla nervatura viene assegnato il valore effettivo del modulo elastico del materiale, mentre nel secondo caso tale valore viene posto a zero (in realtà non esattamente zero ma un valore molto piccolo per una condizione imposta dal solutore).

Per eseguire il calcolo di tutte le possibili combinazioni è stato utilizzato il modulo DOE del software Altair HyperStudy v10.0. Il modello ad elementi finiti è stato inserito in un piano fattoriale completo, dove ogni nervatura coincide con un fattore. I due livelli associati ad ogni fattore corrispondono all'attivazione o disattivazione della nervatura, come precedentemente descritto.

La freccia delle piastre con diversi layout di nervature viene confrontata considerando anche la lunghezza complessiva delle nervature: il layout ottimale è quello che soddisfa i requisiti in termini di rigidità utilizzando la minor lunghezza di nervature possibile.

Uno dei punti chiave nella strategia di ottimizzazione proposta è quello della modellazione delle nervature. Al fine di confrontare l'effetto che diversi layout di nervature hanno sulla rigidità di una piastra, sarebbe necessario modellare in dettaglio ogni piastra con ogni layout. Questo naturalmente richiederebbe un carico di lavoro eccessivo perché non può essere automatizzato, quindi è necessario un approccio semplificato. Una volta scelto un utensile sono note le dimensioni delle nervature che verranno realizzate. È quindi possibile ricavarne le proprietà di inerzia e sostituire alla nervatura vera e propria un modello equivalente costituito da un elemento *beam*: è possibile ottenere lo stesso effetto di irrigidimento di una nervatura assegnando opportune proprietà di inerzia alla *beam* equivalente. L'irrigidimento conseguente ad una nervatura si calcola per differenza tra il momento di inerzia di una lastra piana e quello della stessa piastra dotata di nervatura. Il risultato dipende dallo spessore della piastra e dalla geometria della nervatura. A verifica di ciò sono state eseguite analisi FEM su piastre rinforzate: confrontando i modelli con le nervature reali con quelli contenenti le *beam* equivalenti si osserva che la differenza in termini di freccia è minore del 5%, ed è quindi ritenuta accettabile.

Negli esempi allegati sono state studiate alcune applicazioni industriali dove le frecce sono contenute e lo snervamento non è ammesso, quindi i modelli utilizzati per i materiali sono di tipo lineare elastico. *Pre-processing*, *post-processing* e calcolo sono stati effettuati mediante alcuni software della suite Altair HyperWorks 10.0, nella fattispecie HyperMesh per la creazione del modello, HyperView per l'analisi dei risultati e Radioss Linear per la soluzione.

3. OTTIMIZZAZIONE DI PIASTRE RINFORZATE DA NERVATURE

Il metodo proposto è illustrato da due esempi. Il primo consiste in una piastra rettangolare con un carico concentrato al centro, un semplice test per verificare l'efficacia del metodo. Il secondo invece è un'applicazione industriale in grado di mostrare i vantaggi di questo approccio.

Il risultato finale di ottimizzazione è un layout di nervature ottenuto da uno più complesso. In entrambi gli esempi riportati, il set completo di nervature contiene intersezioni che come già detto non rispettano i vincoli tecnologici, ma sono usate per considerare un insieme più ampio. Poiché non è possibile sapere a priori se nella soluzione ottimizzata vi saranno o meno intersezioni, è sufficiente eseguire una modifica a posteriori eliminando una piccola parte delle nervature che si intersecano, in modo da rendere tecnologicamente realizzabile il layout. Chiaramente la rigidità della piastra cambierà, ma è stato verificato che le variazioni sono trascurabili.

3.1. Piastra rettangolare appoggiata sui bordi con carico centrale concentrato

In questo primo esempio è descritta l'ottimizzazione del layout delle nervature su una serie di piastre rettangolari, caratterizzate dalle seguenti variabili:

- spessore, 4 valori: $t = 1, 1.2, 1.5$ e 2 mm
- fattore di forma, 4 valori: $1, 1.2, 1.5$ e 2

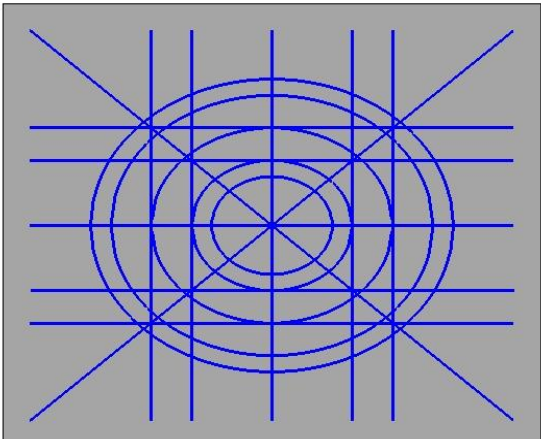
mantenendo l'area costante e pari a 3×10^5 mm². Questo valore è stato scelto in quanto tipico per le applicazioni industriali (piastre motore di apparecchi frigoriferi) per cui è nato questo studio. Il fattore di forma è definito come rapporto tra il lato maggiore e quello minore della piastra: nel presente lavoro saranno riportati per brevità solo i risultati relativi al caso di fattore di forma 1.2 (600 mm × 500 mm), poiché il più comune in questo tipo di applicazioni.

Per quanto riguarda le condizioni al contorno, la piastra viene considerata appoggiata sul bordo esterno (sono quindi permesse le rotazioni) ed è soggetta ad un carico normale concentrato al centro. Naturalmente altre combinazioni di carichi e vincoli sono possibili, e alcuni di essi sono stati studiati [6], ma per brevità non verranno discussi in questa sede. Lo stesso approccio può essere comunque utilizzato in altri casi.

Per ognuna delle 16 combinazioni di spessore e fattore di forma è stata applicata la stessa procedura di ottimizzazione delle nervature: mantenendo costante la sezione delle nervature, ne è stato studiato il posizionamento ideale.

Tabella 1: Codifica dei layout delle nervature

Liv.	T	L	C	R
0				
1				-
2				
3				-



In merito alla disposizione delle nervature, sono state tenute in considerazione le restrizioni dovute alla tecnica di realizzazione: la distanza tra le nervature deve essere superiore ad un certo valore, il raggio di curvatura è limitato e per semplificare la definizione delle traiettorie sono state scelte nervature lineari, longitudinali L o trasversali T, diagonali R, circolari o ellittiche C.

Le possibili traiettorie sono mostrate in Tabella 1, e sono codificate come segue:

- L_n : parallele al lato lungo della piastra (longitudinali)
- T_n : parallele al lato corto della piastra (trasversali)
- R_n : lungo le diagonali
- C_n : ellittiche (circolari quando la piastra è quadrata)

L'indice n è relativo al numero di nervature, da 0 (assenza di nervatura) fino a un massimo di 3 (in alcuni casi solo 2). Non sono stati considerati più livelli perché le nervature sarebbero state troppo ravvicinate ed il numero di combinazioni eccessivo. Inoltre vi è il problema delle intersezioni: essendo di fatto non ammissibili, si deve a posteriori eseguire un'operazione di aggiustamento manuale. In presenza di troppe intersezioni il lavoro sarebbe eccessivo ed ingiustificato.

Tabella 2: Proprietà delle nervature

Spessore, t (mm)	Proprietà di inerzia		
	I_1 (mm ⁴)	I_2 (mm ⁴)	Δz (mm)
1	96.42	70.76	2.625
1.2	103.49	76.41	2.500
1.5	108.44	80.83	2.311
2	104.57	79.26	1.996

Le proprietà di inerzia delle nervature equivalenti sono calcolate con il metodo descritto in precedenza e sono riportate in Tabella 2. Con riferimento alla Figura 1, si hanno $W = 15$ mm e $H = 5$ mm. I_1 e I_2 sono gli incrementi di momento di inerzia dovuti alla nervatura, mentre Δz è la distanza tra il centro di gravità della nervatura G_n e quello della piastra piana G_p .

Al fine di valutare l'irrigidimento apportato dalle nervature i risultati vengono riportati in termini di rigidità adimensionalizzata K_i / K_0 , dove K_i è la rigidità di una piastra con un dato layout di nervature e K_0 è la rigidità della stessa piastra senza nessuna nervatura.

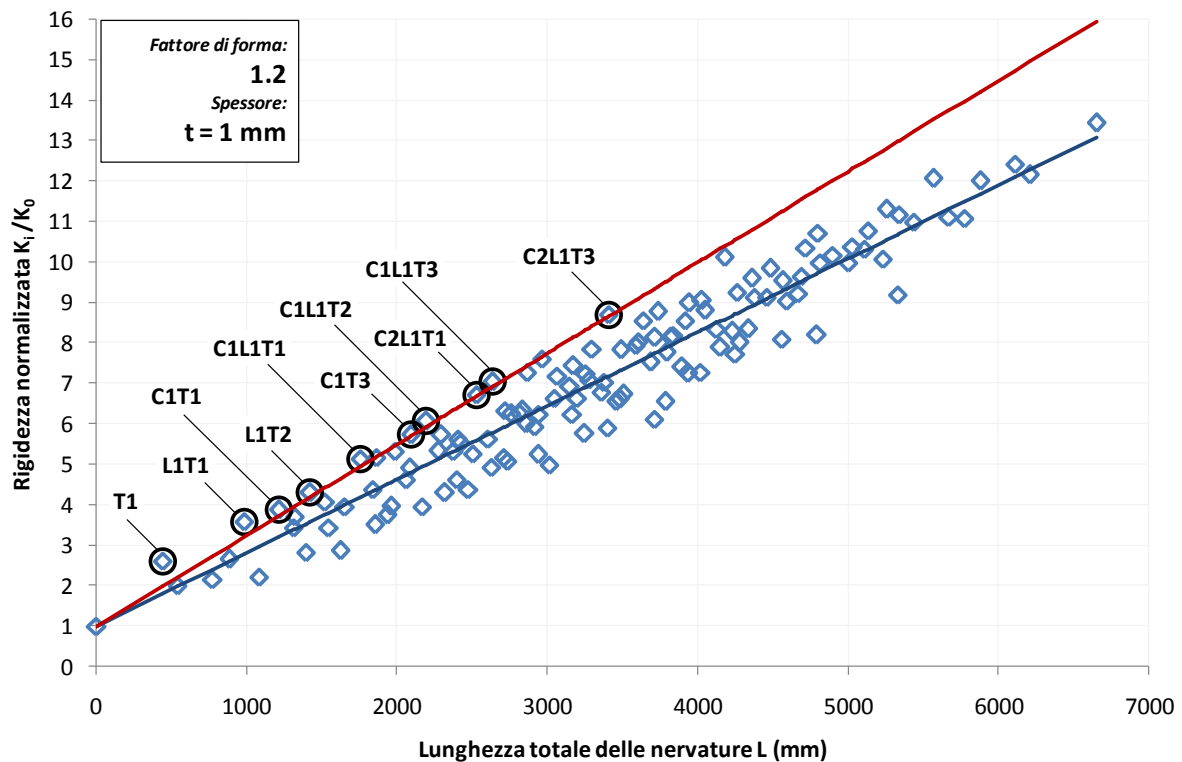


Figura 2: Risultati di calcolo e scelta dei layout migliori

In Figura 2 si può osservare come i risultati si attestino intorno ad una linea retta, ciascuno di essi rappresentabile mediante l'espressione:

$$K_i = (K_0 + \gamma L) + e_i \quad (1)$$

dove:

- γ è la pendenza della retta di regressione
- L è la lunghezza totale delle nervature per ogni layout
- e_i è distanza dalla retta di regressione, diversa per ogni layout

In forma adimensionalizzata la (1) diventa:

$$\frac{K_i}{K_0} = \left(1 + \frac{\gamma}{K_0} L \right) + \varepsilon_i \quad (2)$$

In altre parole, il valore della rigidità di una qualsiasi piastra nervata può essere pensato come quello della piastra senza nervature sommato ad un contributo proporzionale alla lunghezza totale delle nervature e ad un secondo termine funzione del singolo layout.

Come si può notare in Figura 2, ci sono alcune soluzioni con valori di K_i / K_0 molto diversi tra loro pur avendo lunghezze simili: questo indica la maggiore efficienza di alcuni layout rispetto ad altri. Tanto più un punto è al di sopra della linea di regressione, tanto maggiore è la sua efficienza. Poiché la scelta della soluzione ottimale non è ovvia è necessario definire un criterio di selezione.

Un possibile metodo è illustrato sempre in Figura 2: una linea retta passante per il punto $K_i / K_0 = 1$ e con pendenza maggiore rispetto alla retta di interpolazione identifica un certo numero di punti al di

sopra di essa. Per estrarre il numero desiderato di soluzioni è sufficiente variare la pendenza della retta: in questo caso è stato deciso di estrarre dieci risultati per ciascuno spessore.

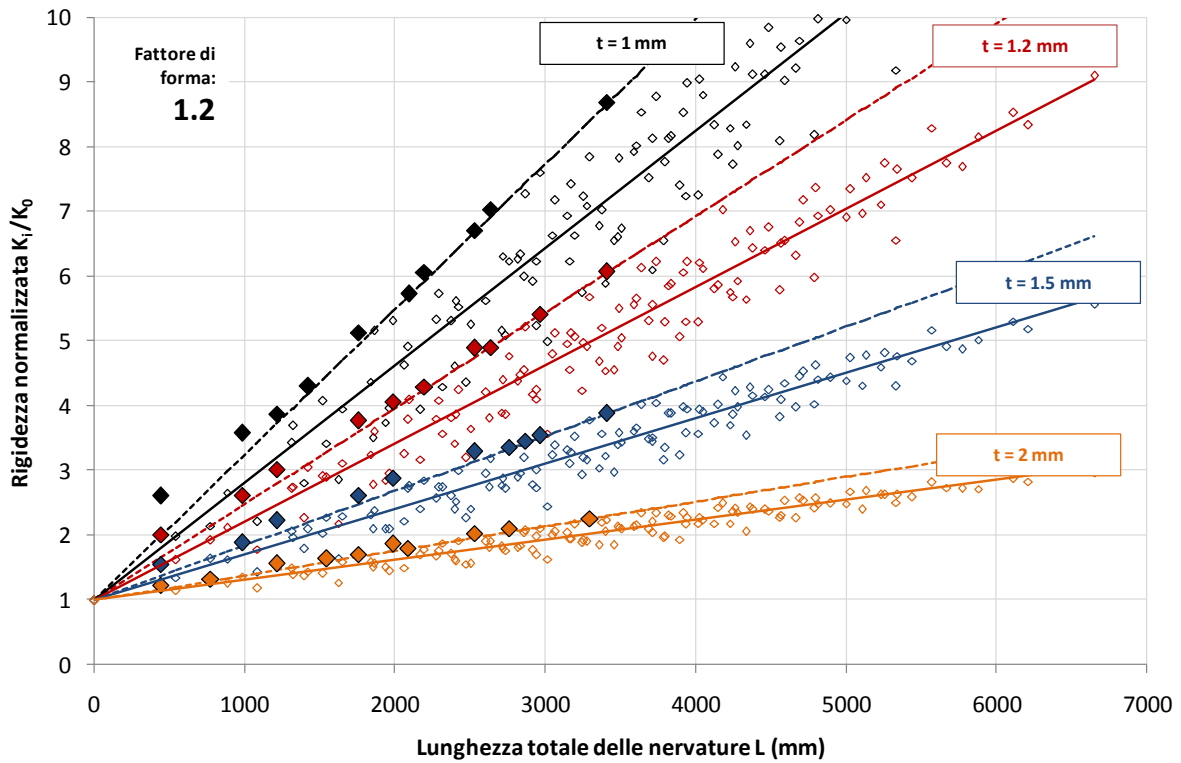


Figura 3: Selezione dei risultati migliori al variare dello spessore

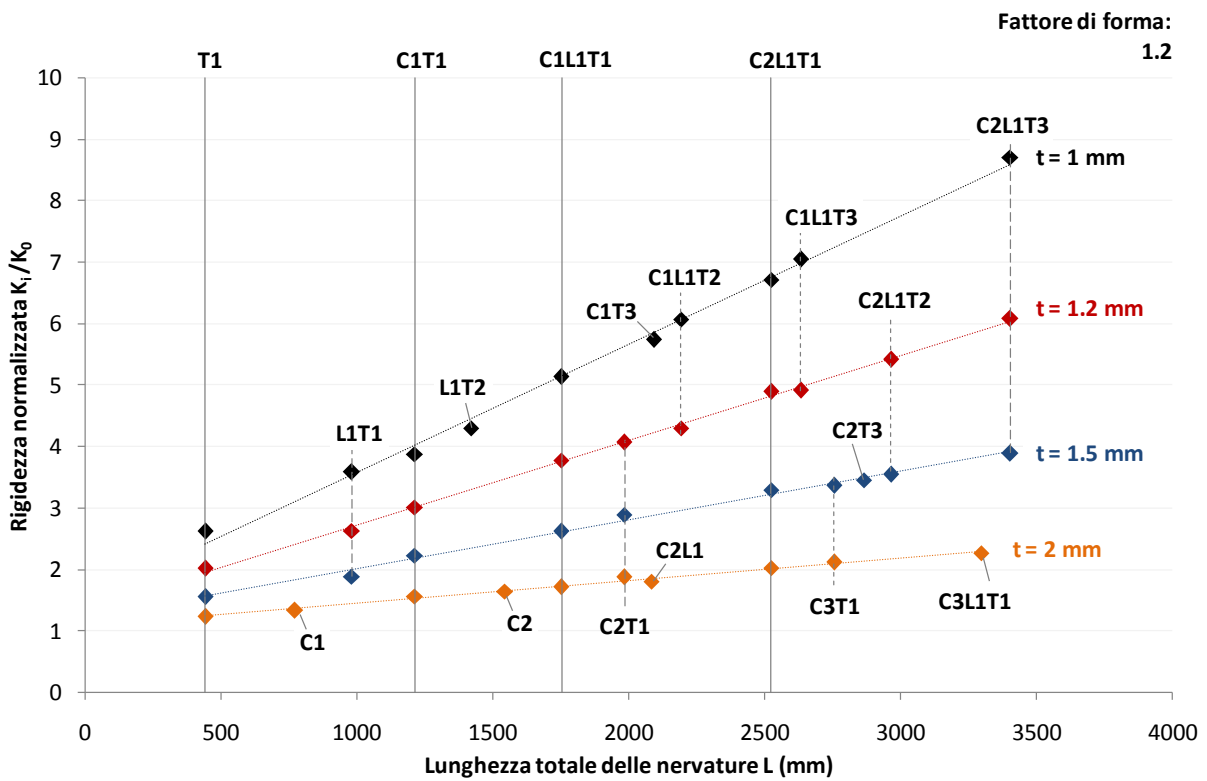


Figura 4: Risultati migliori al variare dello spessore

In Figura 3 è riportato un confronto dei risultati tra piastre con stessa forma ma spessori diversi: è interessante osservare come la dispersione dei risultati sia maggiore per piastre con spessore minore. In questi casi le nervature sono più importanti e la scelta della soluzione migliore è più critica. Infine, in Figura 4 sono confrontati i 10 migliori risultati per ogni spessore.

Mediante questo grafico, che diventa un utile ausilio alla progettazione, e sulla base della minima rigidità richiesta o della massima lunghezza complessiva di nervature ammissibili è facilmente identificabile il layout ottimale. È importante osservare come, per la medesima geometria e spessori diversi, si ottengano in molti casi gli stessi layout (Figura 4). Risultati analoghi sono stati trovati per gli altri fattori di forma studiati.

3.2. Applicazione industriale

Il secondo esempio proposto riguarda l'ottimizzazione della piastra motore di un banco frigorifero industriale, la cui funzione è quella di supportare gli elementi dell'impianto di refrigerazione. La piastra è realizzata in acciaio zincato e nella versione attuale ha spessore pari a 1.5 mm. La piastra (Figura 5) è dotata, in corrispondenza di ciascun bordo, di quattro piegature che hanno una funzione di irrigidimento. In questo caso l'obiettivo dell'ottimizzazione è stato quello di valutare la possibilità di eliminare le operazioni di piegatura, sostituendole con irrigidimenti mediante nervature, al fine di semplificare il processo produttivo riducendo le operazioni e le macchine utensili necessarie.

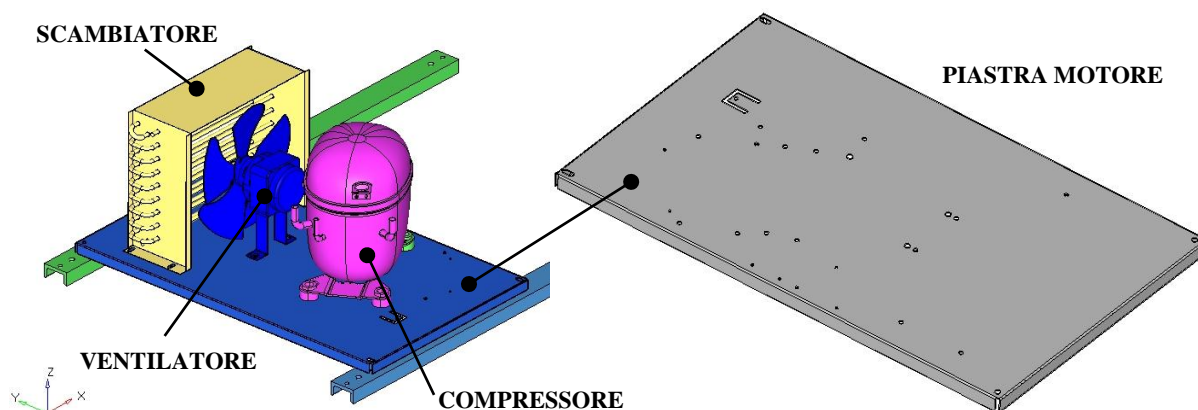


Figura 5: Piastra motore di un banco frigorifero industriale e principali componenti

I vincoli rappresentano la condizione di appoggio sui profilati con sezione a C visibili in Figura 5, mentre i carichi coincidono con le masse dei principali componenti sorretti dalla piastra. In Figura 6 (a) si può osservare la deformata statica della piastra originale che presenta una freccia pari a 2.4 mm circa, mentre in Figura 6 (b) è riportata l'analisi statica della piastra piana priva di pieghe. In questo caso la freccia è di circa 11 mm.

Sono stati messi a confronto due tipi di nervatura di dimensioni diverse, di seguito identificati con le lettere A e B e di cui si riportano in Tabella 3 le caratteristiche (cfr. Figura 1). Lo spessore della piastra è stato mantenuto al valore $t = 1.5$ mm.

Tabella 3: Proprietà delle nervature

Sezione	W (mm)	H (mm)	I_1 (mm ⁴)	I_2 (mm ⁴)	Δz (mm)
A	7	3	46.03	52.70	1.969
B	15	5	108.44	80.83	2.311

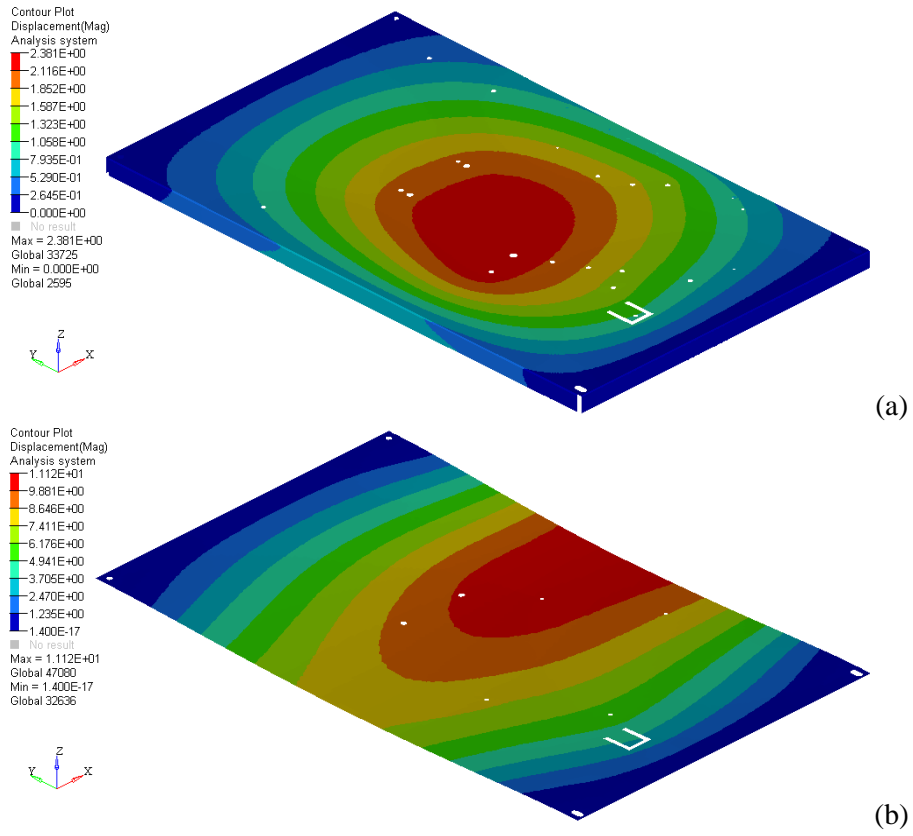


Figura 6: Campo di spostamenti della piastra originale (a) e priva di pieghe (b)

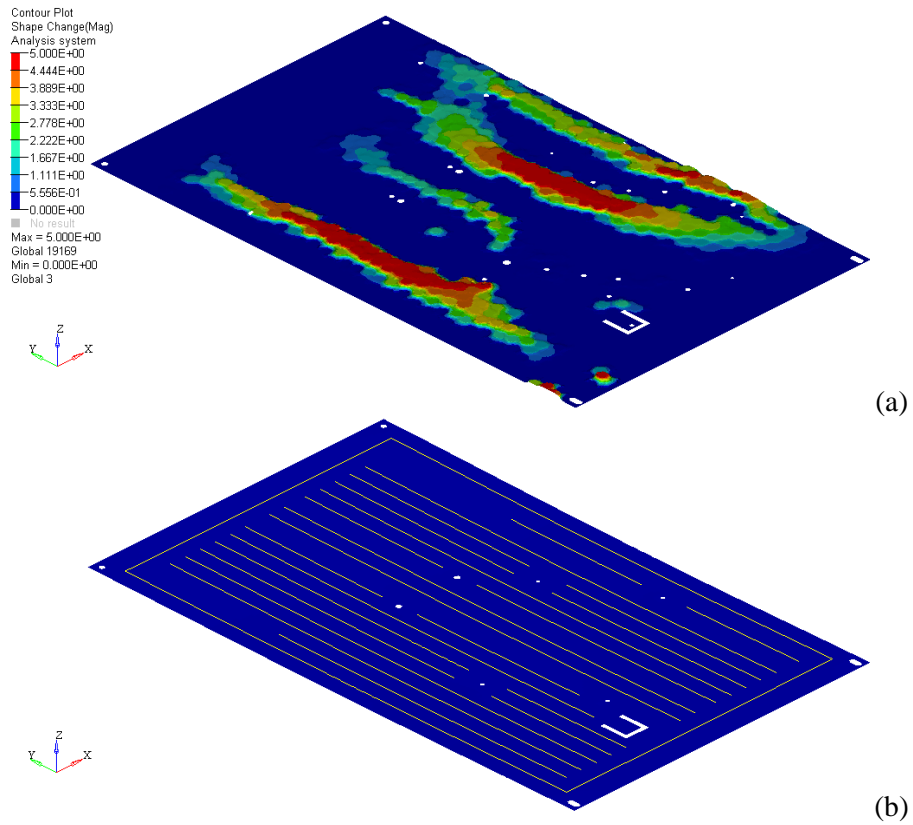


Figura 7: Risultati dell'ottimizzazione automatica (a) ed insieme di partenza di nervature (b)

Il primo passo per l'ottimizzazione è stato quello di definire l'insieme di nervature iniziale; per fare ciò è stato eseguito uno studio di ottimizzazione preliminare mediante uno strumento automatico (*topography optimization*, incluso nel solutore Altair OptiStruct). Il risultato, riportato in Figura 7 (a), mostra, come prevedibile, la maggiore efficacia delle nervature allineate al lato maggiore (direzione longitudinale) della piastra. In Figura 7 (b) è riportato l'insieme di partenza contenente tutte le nervature previste: in base alle indicazioni delle analisi preliminari è stato disposto un elevato numero di nervature (il massimo realizzabile in funzione del vincolo costruttivo), in direzione longitudinale. Complessivamente sono state previste fino a circa 9.5 m di nervature.

Prima di applicare il metodo di ottimizzazione è stata effettuata un'analisi statica sulla piastra con tutte le nervature al fine di stimare la massima rigidezza teoricamente ottenibile: in questo caso la freccia è pari a 3.4 mm per le nervature con sezione A e 2.2 mm con la sezione B. Se ne deduce che è praticamente impossibile ottenere una rigidezza pari a quella della piastra originale provvista di piegature con nervature del tipo B. Per limitare la lunghezza complessiva delle nervature da disporre sulla piastra è stato scelto di imporre un limite sulla freccia pari a 7 mm, valore giudicato accettabile nel rispetto della funzionalità del componente. I risultati dell'ottimizzazione sono riportati nel grafico in Figura 8.

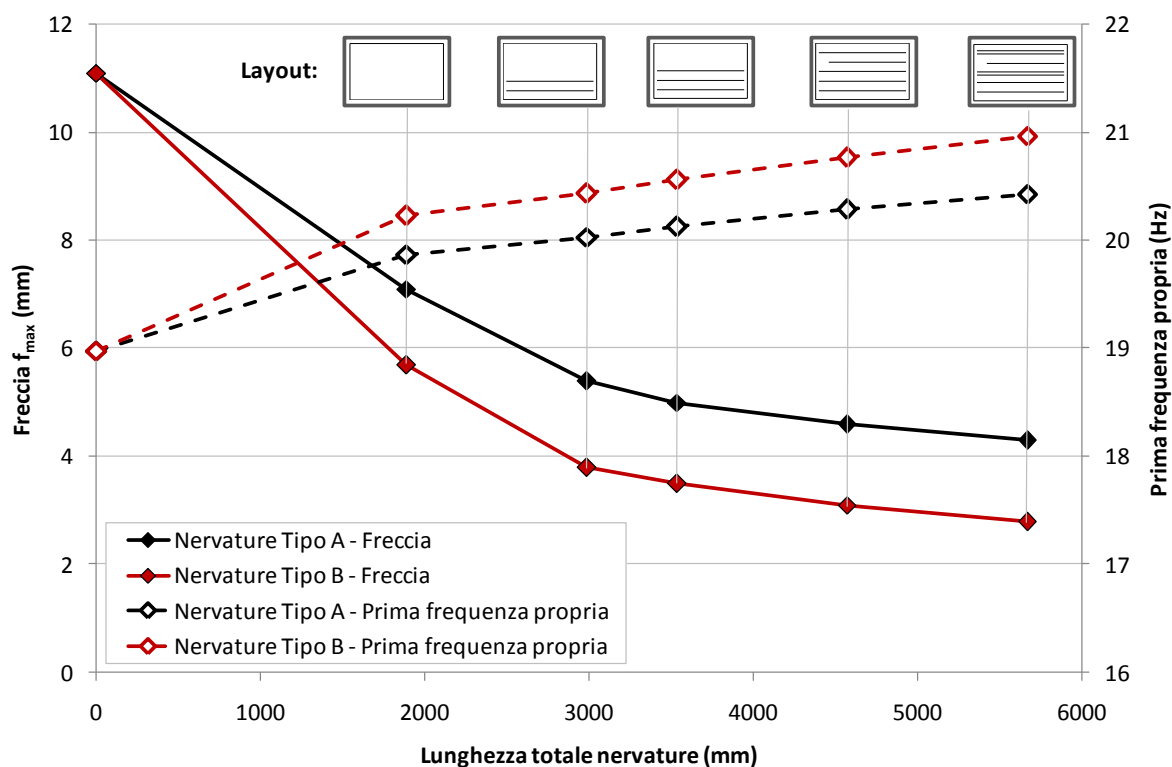


Figura 8: Risultati dell'ottimizzazione della piastra motore

Le linee continue, riferite all'asse di sinistra, riportano la freccia delle piastre con nervature disposte secondo i layout indicati in alto. Si può osservare come in questo caso si abbia una tendenza asintotica delle curve ottenute, ad indicare che l'efficienza delle nervature diminuisce con l'aumentare della loro lunghezza complessiva.

Analoghe considerazioni possono essere effettuate sull'analisi modale delle piastre con nervature: le linee tratteggiate, riferite all'asse di destra, riportano l'andamento delle frequenze corrispondenti alla prima forma modale con i diversi layout, e si può osservare un seppur lieve incremento di tali valori con il crescere della lunghezza delle nervature. Non visibile nel grafico, è da segnalare che la prima forma modale della piastra priva di nervature è di tipo flessionale, mentre in tutti gli altri casi riportati il primo modo è di svergolamento. Il relativamente scarso incremento della prima frequenza modale a fronte di un più cospicuo aumento di rigidezza statica può essere legato al fatto che le nervature longitudinali sono poco efficaci nel caso di moti di svergolamento. Nel caso in cui l'obiettivo fosse

stato quello di aumentare la prima frequenza modale della piastra, il metodo sarebbe stato comunque applicabile e verosimilmente avrebbe portato a risultati diversi.

4. CONCLUSIONI

È stata presentata una metodologia per la definizione del layout ottimale di nervature in presenza di restrizioni tecnologiche. La presenza di tali restrizioni complica o rende difficile la definizione del problema secondo le classiche tecniche di ottimizzazione. Inoltre nella pratica industriale si preferiscono le soluzioni con forme più semplici e più facilmente realizzabili.

A differenza dai metodi di ottimizzazione che calcolano automaticamente la disposizione delle nervature, in questo caso essa è assunta a priori tra quelle realizzabili rispettando le restrizioni sulla minima distanza tra due nervature pur trascurando quelle imposte dall'impossibilità di realizzare intersezioni. Il layout che rispetta i vincoli in termini di rigidità minimizzando al contempo la lunghezza complessiva delle nervature è la soluzione del problema. Eventuali intersezioni, se presenti nella soluzione, potranno essere eliminate in una fase successiva interrompendo alcune nervature.

Il metodo proposto ed illustrato mediante un semplice esempio è stato applicato anche ad un componente industriale. In entrambi i casi è stata dimostrata la funzionalità della procedura. La sua capacità di operare anche in presenza di numerosi vincoli tecnologici e la possibilità di modellarne alcuni non previsti dagli attuali ottimizzatori automatici la rende un utile strumento per il progettista che opera in questo campo.

Inoltre, laddove i vincoli siano molto numerosi e quindi la possibilità di disporre nervature sia molto limitata, è possibile che questo metodo sia più veloce rispetto ad uno automatico. Chiaramente il metodo, essendo basato sull'effettuare una scelta all'interno di layout predeterminati, non garantisce di restituire la soluzione ottimale in assoluto, ma senz'altro fornisce buoni risultati per scopi pratici.

BIBLIOGRAFIA

- [1] R.J. Yang, C.J. Chen, C.H. Lee, *Bead pattern optimization*, Structural Optimization, 12, 217-221 (1996).
- [2] M. Zhou, N. Pagaldipti, H.L. Thomas, Y.K. Shyy, *An integrated approach to topology, sizing, and shape optimization*, Structural and multidisciplinary optimization, 26, 308-317 (2004).
- [3] J.H. Luo, H.C. Gea, *Optimal bead orientation of 3D shell/plate structures*, Finite Elements in Analysis and Design, 31, 55-71 (1998).
- [4] Y.C. Lam, S. Santhikumar, *Automated rib location and optimization for plate structures*, Structural and multidisciplinary optimization, 25, 35-45 (2003).
- [5] M.Y. Park, Y. Park, Y.S. Park, *Raising natural frequencies of a structure via surface-grooving technique*, Structural and multidisciplinary optimization, 34, 491-505 (2007).
- [6] L. Fusano, P.C. Priarone, M. Avalle, A.M. De Filippi, *Sheet metal plate design: a structured approach to product optimization in the presence of technological constraints*, the International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pubblicato online, <http://dx.doi.org/10.1007/s00170-011-3174-0> (2011).