

# Analisi numerica del comportamento a frattura di provini DC(T) monolitici e multistrato

P. Martella, M. Avalle

*Dipartimento di Meccanica – Politecnico di Torino  
Corso Duca degli Abruzzi 24 – 10129 Torino  
e-mail: avalle@polito.it*

**Keywords:** fracture mechanics

## Sommario

In questo lavoro sono riportati i risultati ottenuti da uno studio, attraverso il metodo degli elementi finiti, del comportamento a frattura di provini DC(T) in materiale monolitico e multistrato.

Nella prima parte sono presentati i metodi di calcolo utilizzati per ricavare i parametri fondamentali della meccanica della frattura. Per quanto riguarda i provini in materiale monolitico sono stati realizzati modelli bidimensionali e tridimensionali allo scopo di determinare le soluzioni più opportune da adottare nella costruzione del modello e nell'applicazione dei metodi di calcolo del fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$ . A tal fine è stata effettuata una serie di confronti con quanto previsto dalla relazione riportata nella norma ASTM E-399.

Per quanto riguarda i provini in materiale multistrato sono riportati i risultati ottenuti in termini di fattori  $K_I$  corrispondenti a ciascuno strato di materiale. Questi risultati sono stati messi a confronto con quanto previsto dalla relazione riportata nella norma ASTM E-399. Tale relazione, come noto, assume un valore del fattore  $K_I$  costante su tutto lo spessore del provino, in quanto si riferisce a provini in materiale monolitico.

## Abstract

The fracture behaviour of monolithic and multi-material DC(T) specimens was investigated by finite element numerical simulations. First of all, two-dimensional and three-dimensional models of the monolithic specimen were built. In this way it was possible to find the best solutions for building models and to test the methods used for calculating the stress intensity factor. This test was made by comparing the numerical results with the ASTM E-399 norm.

Thereafter, a model of a three-layered DC(T) specimen was made, whose central layer was of a different material than the outer layers. An analysis of the stress intensity factors in each of the three layers was performed. The results were compared with the ASTM norm, which refers to a monolithic specimen and, therefore, calculates a unique value of the stress intensity factor in the whole specimen. Two different cases were investigated. In the first case the crack advances uniformly. While, in the second case, the crack proceeds only in the outer layers.

## 1. INTRODUZIONE

Il progetto delle valvole cardiache di tipo meccanico richiede che esse provvedano alla regolazione continua del flusso sanguigno per un periodo di tempo tale da superare le aspettative di vita del paziente. Tuttavia la loro integrità strutturale può essere limitata da cedimenti meccanici dovuti alla propagazione subcritica di cricche fino ad una dimensione critica definita dalla tenacità alla frattura  $K_{IC}$  del materiale. Questa propagazione subcritica dovuta alla presenza di tensioni variabili ciclicamente è sicuramente favorita dall'ambiente fisiologico corrosivo nel quale la valvola si trova ad operare. Poiché il cuore umano compie in media 38 milioni di battiti all'anno, queste valvole devono superare una vita a fatica dell'ordine dei  $10^9$  cicli [1,2].

In fase di progetto la valutazione del livello di criticità rispetto alla propagazione di cricche, può essere svolta sulla base della teoria della meccanica della frattura. Questo tipo di approccio richiede di caratterizzare in termini di tenacità alla frattura e di velocità di propagazione subcritica della cricca il comportamento dei materiali costituenti la valvola. In una delle soluzioni costruttive più ricorrenti gli elementi occlusori delle valvole cardiache meccaniche sono costituiti da un guscio portante in carbonio pirolitico e da un'anima in grafite. Per questo tipo di componente multistrato la caratterizzazione del comportamento a frattura avviene attraverso prove sperimentali condotte secondo la normativa ASTM E-399 su provini circolari di forma compatta DC(T) costituiti da uno strato centrale in grafite e da due strati esterni in carbonio pirolitico. La geometria di questi provini, soprattutto per quanto riguarda gli spessori degli strati di materiale, è tale da

riprodurre per quanto possibile le effettive dimensioni utilizzate nella costruzione degli elementi occlusori delle valvole.

Data la particolarità dei provini, analizzarne il comportamento a frattura attraverso un modello numerico può essere necessario per interpretare i risultati delle prove sperimentali.

## 2. CALCOLO DEI PARAMETRI DELLA MECCANICA DELLA FRATTURA

Un punto critico nell'analisi di problemi di meccanica della frattura attraverso il metodo degli elementi finiti è la scelta del metodo di calcolo dei fattori di intensificazione delle tensioni. I metodi di calcolo possono essere sostanzialmente raggruppati in due categorie generali [3]:

- Metodi di calcolo diretti
- Metodi di calcolo indiretti

I metodi di calcolo diretti presuppongono che siano noti i campi degli spostamenti o delle tensioni all'apice del difetto. Questi metodi determinano infatti il fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$  confrontando i risultati ottenuti attraverso l'analisi numerica con le relazioni fornite dalla meccanica della frattura lineare elastica.

I metodi di calcolo indiretti si basano invece su un approccio di tipo energetico mediante il quale si giunge a determinare l'energy release rate  $G$ . Da questa quantità tramite relazioni note si calcolano i fattori di intensificazione delle tensioni.

Nel corso di questo lavoro per i calcoli è stato impiegato il codice commerciale agli elementi finiti ANSYS 5.6. Per il calcolo dei fattori di intensificazione delle tensioni sono stati utilizzati i seguenti metodi [4]:

- Estrapolazione del campo degli spostamenti (algoritmi di calcolo indiretti). Questo metodo è stato applicato utilizzando la procedura denominata KCALC presente nel codice di calcolo ANSYS.
- Valutazione di  $G$  tramite il calcolo dell'integrale  $J$  (algoritmi di calcolo indiretti). Per applicare questo metodo si è scritta una procedura, implementata nel codice di calcolo, denominata INT-J [5].

## 3. MODELLI NUMERICI

Sono stati considerati due differenti tipi di provini. Un provino DC(T) monolitico costituito interamente da carbonio pirolitico ed un provino DC(T) composito costituito da uno strato centrale in grafite e due strati esterni in carbonio pirolitico. I disegni dei provini sono riportati in fig. (1) e fig. (2).

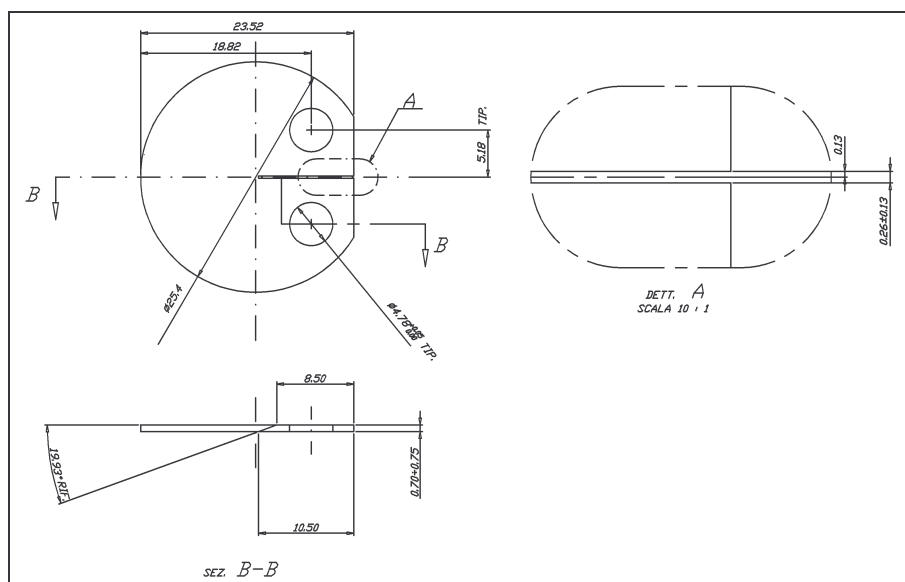


Fig. 1 Provino monolitico

Nel caso di provino DC(T) monolitico sono stati realizzati un modello bidimensionale ed un modello tridimensionale. In entrambi i casi è stata simulata la presenza di una cricca sottoposta a sollecitazione di apertura secondo il modo I ed è stato calcolato il fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$  utilizzando le metodologie citate nel paragrafo precedente. È importante sottolineare che, nel corso di questo lavoro, sono state considerate esclusivamente cricche appartenenti al piano di simmetria del provino passante per l'intaglio. Pertanto, è stato possibile realizzare il modello di metà provino.

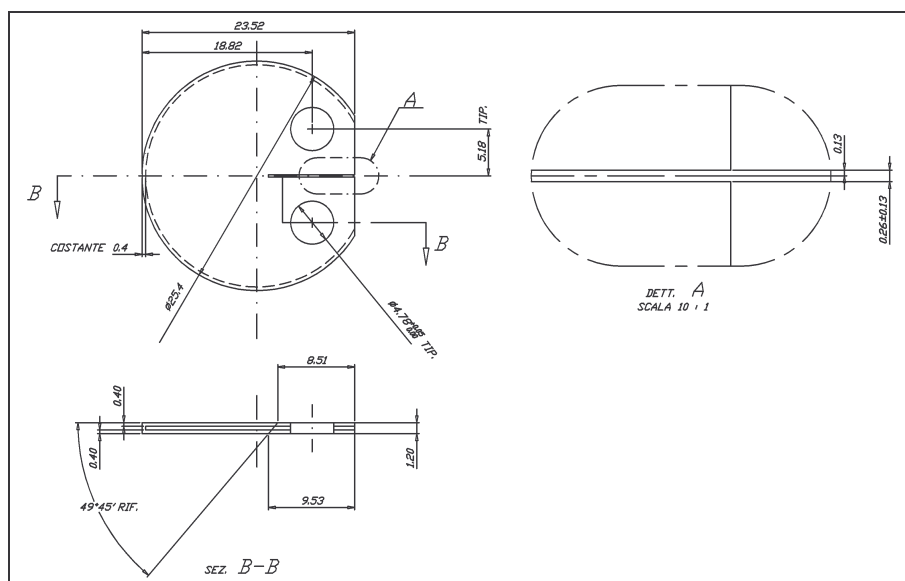


Fig. 2 Provino composito

I risultati ottenuti dalle simulazioni in termini di fattore  $K_I$  sono stati confrontati con quanto previsto dalla relazione fornita dalla normativa ASTM E-399 [6,7], utilizzata nelle prove sperimentali di meccanica della frattura, di seguito riportata:

$$K_I = \frac{P}{BW^{1/2}} f(a/W) \quad (1)$$

dove:  $a$  è la lunghezza di cricca,  $W$  è la dimensione caratteristica del provino,  $P$  il carico applicato,  $B$  lo spessore del provino. Nel caso di provino DC(T) si ha:

$$f(a/W) = \left( 2 + \frac{a}{W} \right) \left[ 0,76 + 4,8 \frac{a}{W} - 11,58 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 11,43 \left( \frac{a}{W} \right)^3 - 4,08 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right] / \left( 1 - \frac{a}{W} \right)^{3/2} \quad (2)$$

Nell'analisi dei provini in materiale monolitico l'obiettivo è stato di individuare le soluzioni più opportune da adottare nella costruzione dei modelli e nel calcolo del fattore di intensificazione. In particolare sono stati studiati i problemi connessi alla simulazione della presenza della cricca, all'applicazione del carico ed alla scelta del numero degli elementi da utilizzare.

Per costruire i modelli sono state adottate due differenti strategie. La zona all'apice della cricca è stata modellata realizzando un reticolo molto fitto di elementi quadrilateri. Tale scelta è dovuta al fatto che in questa zona il gradiente delle tensioni è particolarmente elevato, pertanto l'addensamento degli elementi si è reso necessario per riuscire a determinare con un sufficiente grado di precisione l'andamento del campo tensionale. Inoltre l'impiego di elementi quadrilateri ha permesso la costruzione di un reticolo di nodi molto regolare attorno all'apice della cricca. Tale reticolo è stato sfruttato per applicare le tecniche di calcolo del fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$  descritte nel paragrafo precedente. Per costruire la restante parte del modello sono stati impiegati elementi triangolari. Si è scelto di impiegare questo tipo di elementi in quanto permettono di modellare con maggiore facilità geometrie con profili curvi, come quelli del provino DC(T) in esame. Per simulare la presenza della cricca i nodi appartenenti al piano di simmetria sono stati vincolati in direzione ortogonale a tale piano a partire dall'apice della cricca fino al fondo del provino. L'applicazione del carico è avvenuta mediante delle forze nodali concentrate. In tutti i casi nella costruzione dei modelli numerici non sono stati utilizzati gli elementi singolari: questa scelta è dovuta alle difficoltà incontrate nell'impiegare questo tipo di elemento nel caso di cricche di lunghezze diverse negli strati di un provino DC(T) composito. Per quanto riguarda le caratteristiche dei materiali, i valori assunti sono riportati nella tab. (1) [1,2,8].

Materiale	Modulo di Young (GPa)	Coefficiente di Poisson	Resistenza a rottura (MPa)	Tenacità alla frattura (MPa m <sup>1/2</sup> )
Carbonio pirolitico	31	0,25	300-400	0,9-1,2
Grafite	11	0,25	70-90	1,2-1,5

Tab. 1 Caratteristiche materiali [1,2,8]

### 3.1 Modello bidimensionale monolitico

Mantenendo costante il valore del carico applicato (10 N/mm) e variando la lunghezza di cricca, è stata eseguita una serie di analisi allo scopo di calcolare il fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$ . Per il calcolo è stata adottata l'ipotesi di stato di deformazione piana. Nella figura (3) i risultati numerici sono confrontati con quanto previsto dall'eq. (1) fornita dalla normativa ASTM E-399. Valori teorici e valori numerici sono molto vicini: per il metodo KCALC la differenza è di circa il 4,5% mentre per il metodo INT-J la differenza è di circa 1,5%. Questo dimostra la validità delle soluzioni adottate per la costruzione del modello e per il calcolo del fattore  $K_I$ .

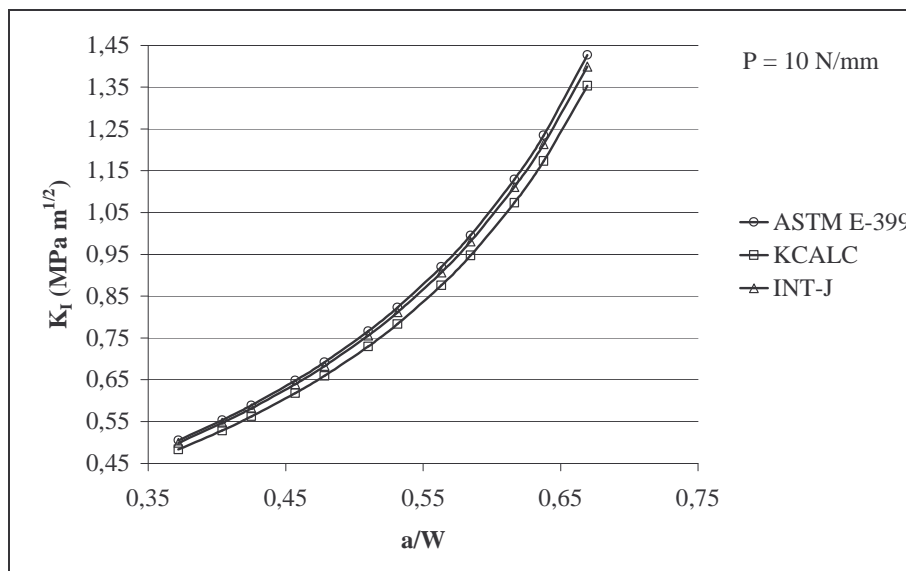


Fig. 3 Confronto con ASTM

Un secondo studio, realizzato attraverso il modello bidimensionale, ha riguardato la sensibilità dei metodi di calcolo del fattore  $K_I$  alla variazione del numero di elementi utilizzati per realizzare il modello. Sono state pertanto effettuate differenti analisi variando il numero di elementi. Nella figura (4) sono riportati i risultati ottenuti. In entrambi i casi i valori numerici calcolati convergono verso il valore teorico all'aumentare del numero di elementi. Il metodo KCALC risulta più sensibile rispetto al metodo INT-J al numero di elementi utilizzati. In entrambi i casi, a partire da un certo numero di elementi in poi, il miglioramento che si ottiene nei risultati all'aumentare del numero di elementi diventa molto limitato.

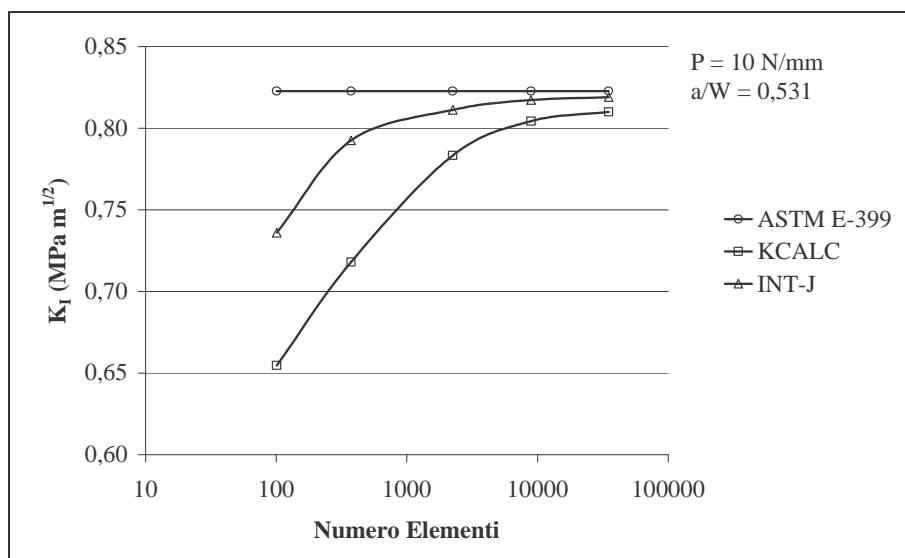


Fig. 4 Confronto al variare del numero di elementi

Infine è stato eseguito uno studio sulla sensibilità dei metodi di calcolo KCALC e INT-J alla distanza dall'apice della cricca a cui sono stati scelti i nodi utilizzati per loro applicazione. Il metodo di calcolo KCALC è stato applicato considerando terne di nodi a differenti distanze dall'apice della cricca, aventi le seguenti caratteristiche: il primo nodo fisso e situato all'apice della cricca, il secondo ed il terzo nodo situati

rispettivamente ad una distanza  $r/2$  e  $r$  dall'apice della cricca. Il metodo di calcolo INT-J è stato applicato considerando differenti percorsi attorno alla cricca costituiti da lati situati tutti a distanza  $r$  dall'apice della cricca stessa. I risultati ottenuti al variare di  $r$  sono riportati in fig. (5). Il metodo KCALC risulta essere molto più sensibile alla distanza dall'apice della cricca rispetto al metodo INT-J, il quale non risente praticamente di questa influenza.

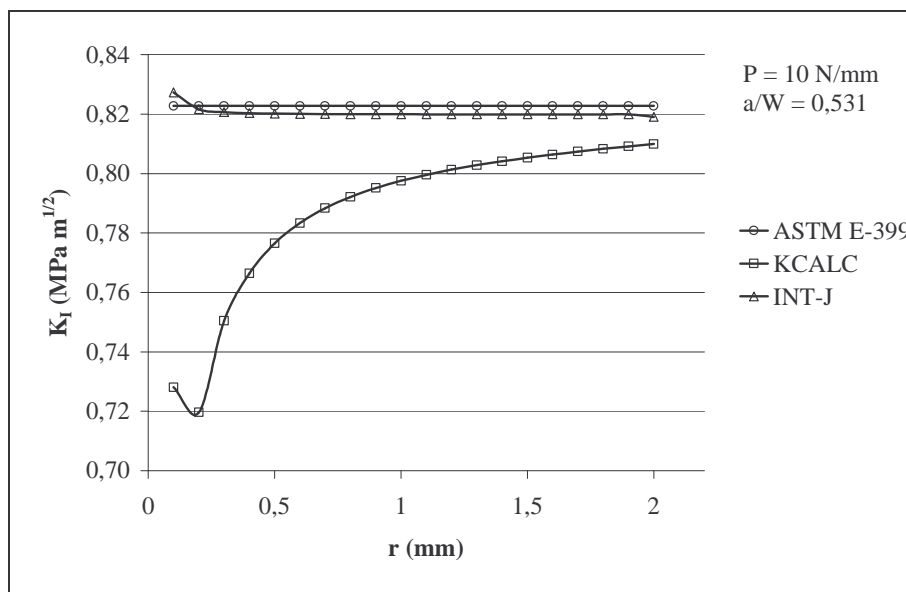


Fig. 5 Confronto al variare della distanza

### 3.2 Modello tridimensionale monolitico

Nella costruzione del modello tridimensionale sono state utilizzate soluzioni analoghe a quelle adottate per la realizzazione del modello bidimensionale. In questo caso la cricca possiede una dimensione anche lungo lo spessore del provino, pertanto è stato necessario fare riferimento ad un fronte di cricca. Per rientrare nelle condizioni previste dalla normativa ASTM E-399 si è scelto di simulare esclusivamente fronti di cricca rettilinei e ortogonali alla superficie laterale del provino.

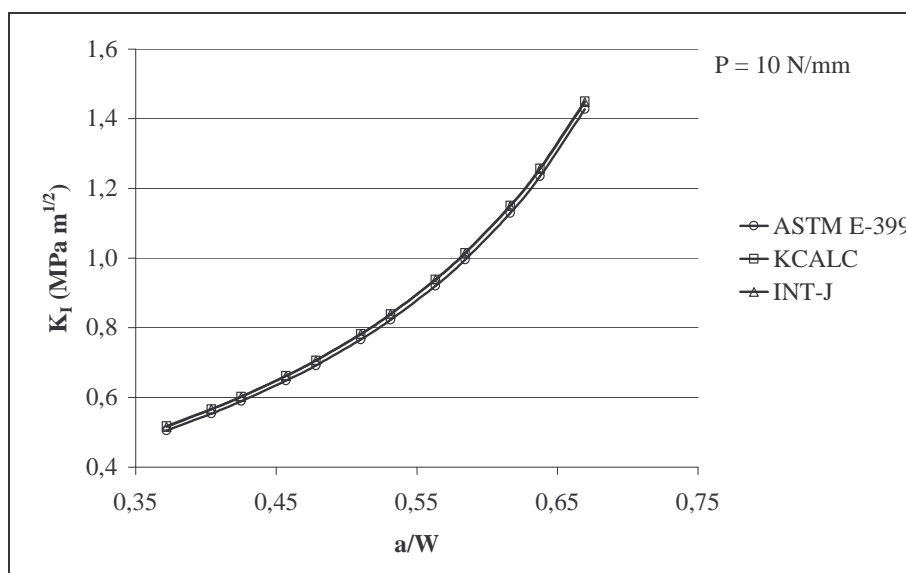


Fig. 6 Confronto con ASTM

Mantenendo costante il valore del carico applicato (10 N/mm) e variando la lunghezza di cricca, è stata eseguita una serie di analisi allo scopo di calcolare il fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$ . Per il calcolo sono stati utilizzati nodi appartenenti alla sezione media del provino ed è stata adottata l'ipotesi di stato di deformazione piana. Nella figura (6) i risultati ottenuti sono confrontati con quanto previsto dall'eq. (1). Valori

teorici e valori numerici sono molto vicini, per entrambi i metodi la differenza si mantiene sempre inferiore al 2,5%.

#### 4. MODELLO TRIDIMENSIONALE COMPOSITO

È stato realizzato il modello agli elementi finiti di un provino composito costituito da tre strati: uno strato centrale in grafite e due strati esterni in carbonio pirolitico. Ogni strato di materiale ha uno spessore pari a 0,4 mm, per uno spessore totale del provino di 1,2 mm. Nella costruzione del modello, come rappresentato in fig.(7) sono state utilizzate cinque file di elementi nello spessore di carbonio pirolitico e due file di elementi nello spessore di grafite.

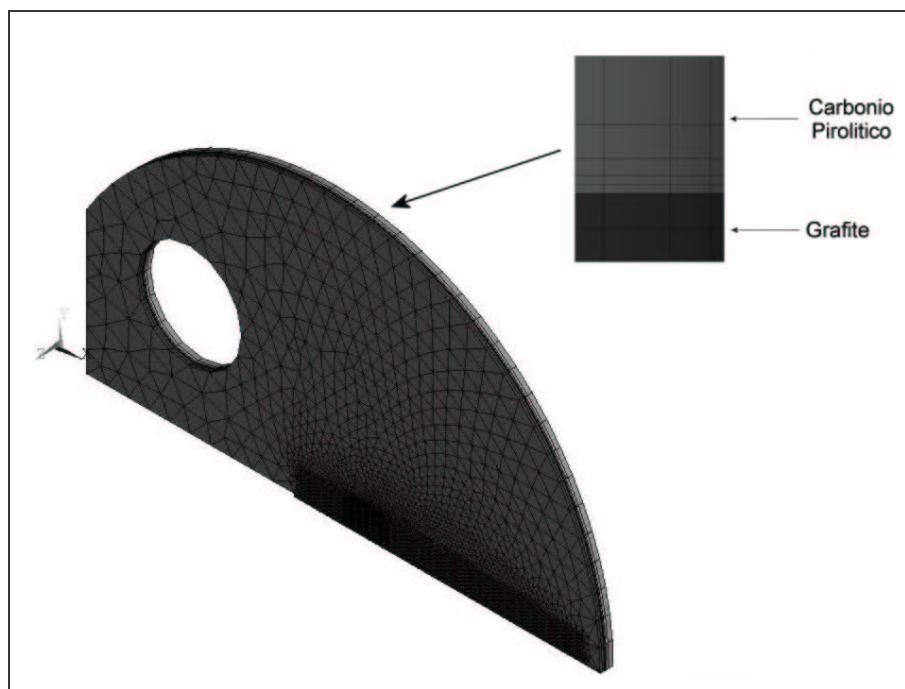


Fig. 7 Modello tridimensionale composito

Sono state effettuate due differenti serie di simulazioni allo scopo di calcolare il fattore di intensificazione  $K_I$  negli strati di carbonio pirolitico e grafite. La prima serie di simulazioni (caso 1) è stata condotta aumentando la lunghezza di cricca in maniera uniforme nei tre strati di materiale e mantenendo costante la sollecitazione applicata, pari a 10 N/mm. I risultati, calcolati in corrispondenza della sezione media di ogni strato di materiale utilizzando l'ipotesi di stato di deformazione piana, sono riportati in tab. (2) e tab. (3) ed in fig. (8) e fig.(9). Essi sono stati confrontati con quanto previsto dalla relazione fornita dalla norma ASTM E-399 valida per provini monolitici. Come noto, tale relazione assume un valore di  $K_I$  costante su tutto lo spessore del provino. Il valore di  $K_I$  negli strati di carbonio pirolitico è sempre più elevato di quello che si ha nello strato di grafite ed è anche più elevato di quello calcolato tramite la relazione data dalla norma ASTM. Inoltre il valore di  $K_I$  nello strato di grafite è minore di quello calcolato attraverso la relazione ASTM.

Nella seconda serie di simulazioni (caso 2), la lunghezza di cricca nello strato centrale di grafite è stata mantenuta costante ad un valore del rapporto  $a/W$  pari a 0,425. Si è invece fatto variare la lunghezza di cricca in entrambi gli strati di carbonio pirolitico mantenendo costante la sollecitazione applicata di 10 N/mm. Si è scelto questo tipo di analisi in quanto nelle prove sperimentali su questo tipo di provino si è osservato che le cricche propagano prevalentemente negli strati di carbonio pirolitico ma non nello strato di grafite [8,9]. I risultati, calcolati in corrispondenza della sezione media di ogni strato di materiale utilizzando l'ipotesi di stato di deformazione piana, sono riportati in tab. (4) e tab. (5) ed in fig. (10) e fig. (11). All'aumentare della lunghezza di cricca negli strati di carbonio pirolitico, il carico si trasferisce progressivamente allo strato centrale di grafite causando un aumento del fattore  $K_I$  in questo strato ed una diminuzione dello stesso negli strati di carbonio pirolitico. Nel caso in cui la cricca negli strati di carbonio pirolitico preceda di circa 0,8 mm quella nello strato di grafite, tutti e tre gli strati presentano circa lo stesso valore del fattore  $K_I$ .

	ASTM E-399	Carbonio pirolitico	Grafite
a/W	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )
0,425	0,589	0,776	0,275
0,436	0,608	0,801	0,284
0,446	0,628	0,827	0,293
0,457	0,648	0,853	0,302
0,468	0,670	0,882	0,312
0,478	0,692	0,911	0,323
0,489	0,716	0,943	0,334
0,499	0,740	0,975	0,345
0,510	0,766	1,009	0,357
0,521	0,794	1,046	0,370
0,531	0,823	1,084	0,384

Tab. 2 Caso 1 (KCALC)

	ASTM E-399	Carbonio pirolitico	Grafite
a/W	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )
0,425	0,589	0,772	0,272
0,436	0,608	0,797	0,281
0,446	0,628	0,822	0,290
0,457	0,648	0,849	0,299
0,468	0,670	0,877	0,309
0,478	0,692	0,906	0,320
0,489	0,716	0,937	0,331
0,499	0,740	0,970	0,342
0,510	0,766	1,004	0,354
0,521	0,794	1,040	0,367
0,531	0,823	1,078	0,380

Tab. 3 Caso 1 (INT-J)

	Carbonio pirolitico		Grafite
a/W	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	a/W	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )
0,425	0,776	0,425	0,275
0,436	0,655	0,425	0,332
0,446	0,537	0,425	0,367
0,457	0,476	0,425	0,391
0,468	0,429	0,425	0,407
0,478	0,387	0,425	0,418
0,489	0,352	0,425	0,427
0,499	0,321	0,425	0,433
0,510	0,295	0,425	0,437
0,521	0,271	0,425	0,440
0,531	0,250	0,425	0,443

Tab. 4 Caso 2 (KCALC)

	Carbonio pirolitico		Grafite
a/W	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	a/W	$K_I$ (MPa m <sup>1/2</sup> )
0,425	0,772	0,425	0,272
0,436	0,650	0,425	0,328
0,446	0,530	0,425	0,361
0,457	0,471	0,425	0,385
0,468	0,421	0,425	0,401
0,478	0,379	0,425	0,413
0,489	0,346	0,425	0,421
0,499	0,315	0,425	0,427
0,510	0,292	0,425	0,432
0,521	0,264	0,425	0,435
0,531	0,246	0,425	0,438

Tab. 5 Caso 2 (INT-J)

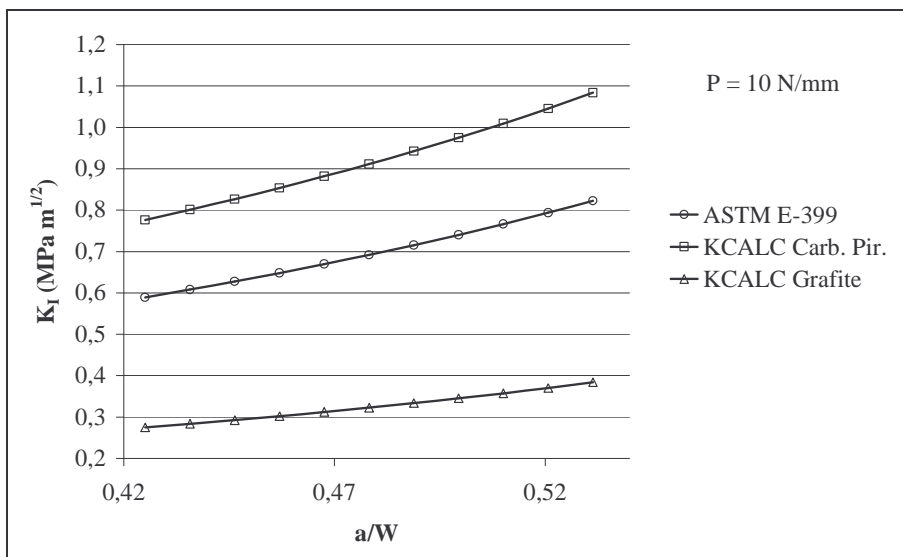


Fig. 8 Caso 1 (KCALC)

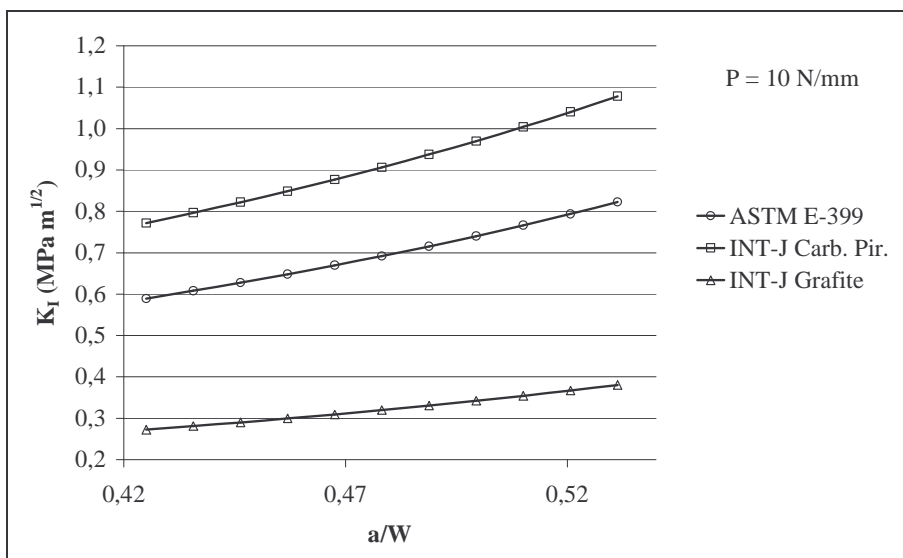


Fig. 9 Caso 1 (INT-J)



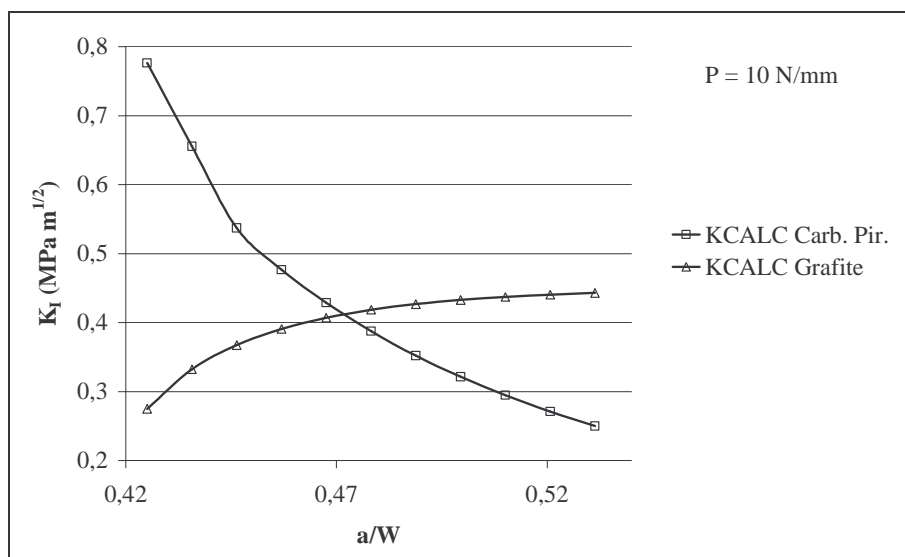


Fig. 10 Caso 2 (KCALC)

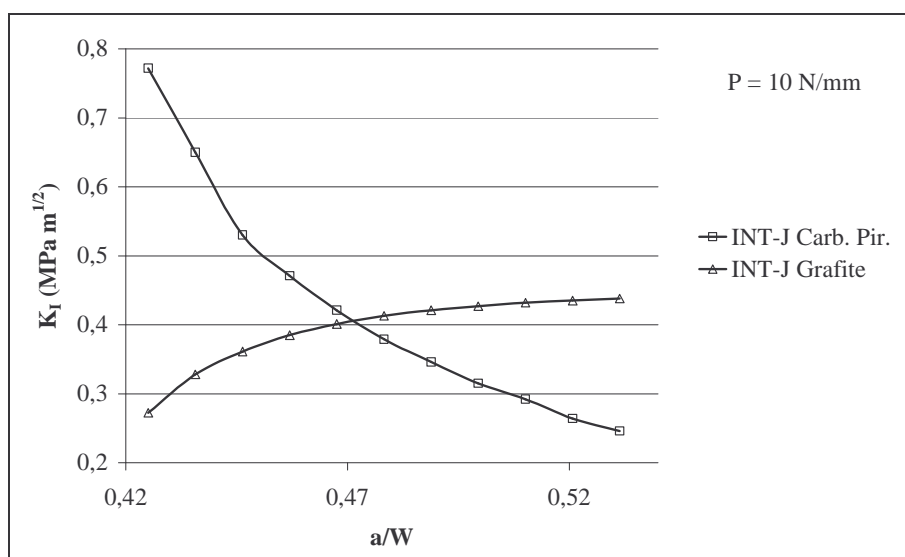


Fig. 11 Caso 2 (INT-J)

Da un ulteriore esame dei risultati relativi alla seconda serie di simulazioni si osserva che all'aumentare della lunghezza di cricca negli strati di carbonio pirolitico il fattore di intensificazione delle tensioni ad essi relativo diminuisce progressivamente. Tale diminuzione è maggiore quando la cricca ha appena iniziato a propagarsi nel carbonio pirolitico. Da un certo punto in poi, il fattore di intensificazione delle tensioni nello strato di carbonio pirolitico diminuisce in maniera sempre meno accentuata al propagarsi della cricca.

Nello strato centrale di grafite il fattore di intensificazione delle tensioni aumenta all'aumentare della lunghezza di cricca negli strati di carbonio pirolitico. Tuttavia tale aumento diventa progressivamente minore al crescere della dimensione di cricca nel carbonio pirolitico.

Dati i valori di tenacità alla frattura del carbonio pirolitico e della grafite, queste considerazioni possono spiegare il comportamento che si è osservato in molte prove sperimentali, nelle quali la cricca propaga esclusivamente negli strati di carbonio pirolitico e non nella grafite [8,9]. Infatti la propagazione di cricca nel carbonio pirolitico comporta un aumento del fattore di intensificazione delle tensioni nello strato di grafite ma senza raggiungere un valore tale da portare a propagazione di cricca anche in questo strato.

Tuttavia tale comportamento non è stato universalmente riscontrato. In alcuni lavori in letteratura [8] è stata osservata la propagazione della cricca anche nello strato centrale in grafite. Sulla base dello studio fin qui svolto si potrebbe spiegare questo comportamento ipotizzando la presenza di un difetto iniziale nella grafite di lunghezza maggiore rispetto a quella nel carbonio pirolitico. Questo fattore non è purtroppo verificabile dall'esame dei risultati di letteratura e probabilmente sarebbe difficilmente osservabile.

Inoltre non è dato conoscere con precisione le effettive dimensioni e tipologia del difetto iniziale nelle prove riportate sui lavori esaminati in letteratura [8].

Un altro fattore da prendere in considerazione è legato al fatto che si è osservato sperimentalmente che le cricche si propagano anche in direzione non ortogonale al carico e questo potrebbe comportare un aumento della sollecitazione nella grafite a scapito del carbonio pirolitico. Infine è anche stato riportato in [8] che la grafite potrebbe presentare valori di tenacità alla frattura molto più bassi di quelli normalmente misurati tali da giustificare il cedimento non previsto dello strato di grafite.

È importante sottolineare che le condizioni sperimentali di prova, in particolare le modalità di esecuzione del danneggiamento iniziale, le condizioni di precricatura e le modalità effettive di applicazione del carico potrebbero influenzare in maniera decisa lo stato tensionale negli strati di materiale e condizionare notevolmente la propagazione della cricca negli strati.

## 5. CONCLUSIONI

Sono stati presentati alcuni risultati relativi al calcolo dei fattori di intensificazione delle tensioni in provini DC(T) ASTM E-399 in materiale multistrato. La conoscenza di tali parametri è importante per lo studio dei componenti in carbonio pirolitico/grafite. Tale materiale multistrato è attualmente utilizzato nella costruzione di protesi valvolari cardiache meccaniche.

Per validare il modello sono dapprima stati eseguiti dei confronti tra i risultati previsti dalla suddetta norma ASTM e quelli ottenuti con il metodo impiegato, su provini monolitici in stato di deformazione piana. Il confronto è risultato ampiamente positivo, con scostamenti di qualche punto percentuale, per cui si ritiene di poter estendere il metodo impiegato anche al provino multistrato laminato.

Il risultato più interessante che si è potuto osservare riguarda il fatto che nello strato esterno di carbonio pirolitico il fattore di intensificazione delle tensioni è maggiore di quello dello strato cuore di grafite. Questo spiegherebbe perché nelle prove sperimentali [8, 9] si ha prevalentemente propagazione nel carbonio pirolitico.

Esaminando ulteriormente i risultati della simulazione del provino multistrato si osserva inoltre che, al crescere della dimensione della cricca nel carbonio pirolitico, si ha un aumento del fattore di intensificazione delle tensioni nella grafite ma tale aumento è sempre sensibilmente minore con l'aumentare della dimensione della cricca nel carbonio pirolitico. Per questo motivo la propagazione di cricca si avrebbe interamente negli strati di carbonio pirolitico e non nella grafite, e questo è ciò che si è osservato in molte prove sperimentali effettuate su tale componente [8,9].

Tuttavia tale comportamento non è stato universalmente osservato. In alcuni lavori di letteratura [8] è stata spesso osservata la propagazione anche nello strato di grafite. Questo comportamento non è spiegabile semplicemente dal modello numerico qui riportato e richiederebbe ulteriori indagini. Infatti le condizioni sperimentali di prova (modalità di esecuzione del danneggiamento iniziale, modalità effettiva di applicazione del carico, ecc.) potrebbero condizionare fortemente lo stato di tensione negli strati e le modalità effettive di propagazione della cricca negli strati.

## Bibliografia

- [1] R.O. Ritchie, R.H. Dauskardt, Yu Weikang, "Cyclic fatigue-crack propagation, stress-corrosion, and fracture-toughness behavior in pyrolytic carbon-coated graphite for prosthetic heart valve applications", *Journal of Biomedical Materials Research* **24**, 189-206 (1990).
- [2] R.O. Ritchie, R.H. Dauskardt, J.K. Takemoto, A.M. Brendzel, "Cyclic fatigue and fracture in pyrolytic carbon-coated graphite mechanical heart-valve prostheses: Role of small cracks in life prediction", *Journal of Biomedical Materials Research*, **28**, 791-804 (1994).
- [3] T.L. Anderson, *Fracture mechanics: fundamentals and applications*, 2 ed., C.R.C. Press, Boca Raton [etc.], (1995).
- [4] J.S. Solecki, *ANSYS Revision 4.4 Tutorial: fracture Mechanics*, Swanson Analysis System, Houston, (1989).
- [5] R. H. Dodds, "Finite Element Evaluation of J Parameters in 3D", *International Journal of Fracture* **33**, R7-R15 (1987).
- [6] ASTM E-399 – 90, *Standard Test Method for Plane-Strain fracture toughness of Metallic Materials*, (1997).
- [7] J.C. Newman Jr, "Stress-intensity factors and crack-opening displacements of round compact specimens", *International Journal of Fracture* **17**, 567-578 (1981).
- [8] C. B. Gilpin, A.D. Haulbold, J. L. Ely, "Fatigue Crack Growth and Fracture of Pyrolytic Carbon Composites", *Bioceramics* **6**, 219-223 (1993).
- [9] P. Martella, *Analisi numerica e sperimentale del comportamento a frattura di componenti in carbonio pirolitico*, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino, II Facoltà di Ingegneria, Vercelli, (2000).