UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LES INSTRUMENTS MATHÉMATIQUES HISTORIQUES : POUR UNE PLUS GRANDE UTILISATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

JOANNE BERTRAND

MAI 2012

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

AVANT-PROPOS

La magie des musées existe, mais pour y être sensible, il faut y être exposé. La meilleure façon restera toujours de s'y rendre, mais il faut également qu'une fois sur place, un contact s'établisse. Pour ma part, une visite au musée Stewart alors que je suivais un cours d'histoire des mathématiques avec monsieur Louis Charbonneau, professeur à l'Université du Québec à Montréal, a fait toute la différence.

Avant cette visite, l'histoire et la partie des mathématiques consacrée à la géométrie n'étaient pas du tout ce sur quoi je pensais faire mon mémoire. Je pourrais même dire que c'était des sujets qui ne m'avaient jamais particulièrement attirée. Seule exception : la lecture d'extraits d'un livre de Georges Ifrah[1] lors de mon baccalauréat en enseignement. À l'époque en effet, mes intérêts portaient surtout sur l'algèbre et la numération. Cette visite au musée a tout changé.

Lors de cette visite qui, je dois cependant l'avouer, se faisait dans des conditions idéales, nous avons pu manipuler divers instruments mathématiques historiques. Nous n'étions qu'une dizaine d'étudiants et tous, nous étions sous le charme de cet endroit et des objets qui nous entouraient. La bibliothèque et les livres anciens étaient également très impressionnants. Je ne peux expliquer ce que j'ai ressenti lorsqu'on m'a déposé dans les mains une édition originale d'un livre d'Isaac Newton.

C'est à ce moment que s'est amorcée une réflexion qui m'a amenée à complètement changer le sujet de mon mémoire. Je n'avais que très peu de connaissances en astronomie, la

[1] Le titre du livre est *Histoire universelle des chiffres.*

géométrie n'avait jamais particulièrement éveillé mon intérêt, mais quelque chose s'était produit lors de cette visite.

J'ai alors demandé une rencontre à monsieur Charbonneau. Lors de cette rencontre, je lui ai exposé ce que j'avais envie de faire comme travail et je lui ai demandé s'il acceptait d'être mon directeur de mémoire. Son acceptation a scellé mon choix et je ne le remercierai jamais assez de son soutien exceptionnel tout au long de ce travail.

Je tiens également à remercier pour leur précieuse collaboration monsieur Marc Girard, conservateur au musée maritime de l'Islet-sur-Mer; monsieur Jean-François Jamart, de l'institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM) de Paris-Nord; mesdames Catherine Painchaud, Sylvie Massie et Marie-Ève Bertrand, enseignantes à la polyvalente Lavigne de Lachute et monsieur Pierre-Paul Laguë, directeur à la même polyvalente.

En terminant, je veux aussi remercier Manon Gauthier, assistante à la gestion de programme des études avancées, ainsi que mes collègues de travail et ma famille qui m'ont été d'un soutien précieux.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

Le but principal de ce travail est de fournir des outils concrets aux enseignants afin de favoriser une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Pour ce faire, nous avons réuni plusieurs activités basées sur des instruments mathématiques historiques. Comme nous croyons qu'un des liens les plus évidents entre les mathématiques et notre société est celui existant entre la navigation et l'astronomie et par le fait même, la géométrie, nous nous attardons principalement à plusieurs instruments mathématiques historiques qui, pour la plupart, ont un lien avec l'astronomie et la navigation.

Nous nous attardons également à quelques instruments qui ont un lien moins direct avec l'astronomie et la navigation. Cependant, certains d'entre eux se prêtent facilement à des activités ayant un côté ludique indéniable. Les activités avec la règle et le compas à partir d'extraits de textes anciens de Bion (1723) en sont un bon exemple.

Pour chaque instrument, nous faisons une description, parlons de son origine en le mettant dans son contexte historique autant que faire se peut, et proposons des activités à faire avec des élèves. Les activités proposées, qui sont le cœur de notre travail, sont détaillées de façon assez exhaustive afin que le travail d'adaptation nécessaire pour les réaliser soit minime. Nous pensons réellement que leur réalisation permet d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques d'une façon intéressante et dynamique.

Les activités en lien avec les instruments mathématiques historiques ont cependant été séparées en deux chapitres. Dans le chapitre III, nous avons réuni les activités en lien avec le compas de proportion et le bâton de Jacob. Pour chacune des activités, nous avons mis à la fin une étape intitulée *Tout au long de l'activité*. Dans cette dernière étape, nous avons tenté de préciser une grande quantité de détails ou de questions auxquelles il serait important de porter attention lors du déroulement de chaque activité.

Dans le chapitre IV, nous avons réuni des activités en lien avec le compas et la règle, le bâton de Gerbert, le quadrant, la sphère armillaire, l'astrolabe et le cadran solaire. La seule différence dans ce chapitre, c'est que la dernière étape de chacune des activités, intitulée *Tout au long de l'activité,* n'a pas été développée comme c'est le cas dans le chapitre III.

Mots-clés : astrolabe, bâton de Gerbert, bâton de Jacob, cadran solaire, compas, compas de proportion, enseignement, histoire, historique, instrument, mathématique, quadrant, sphère armillaire

CHAPITRE I

LA PROBLÉMATIQUE

1.1 INTRODUCTION

L'histoire des mathématiques, malheureusement méconnue bien que passionnante, est intrinsèquement liée à l'histoire de l'humanité. Plusieurs découvertes ont été inspirées d'avancées mathématiques et inversement, plusieurs besoins de la société ont eu pour résultat des avancées mathématiques.

Dans certains cas cependant, la société a freiné certaines découvertes. En ce sens, prenons pour exemple celui qui nous vient immédiatement à l'esprit : le géocentrisme. En effet, bien que le géocentrisme repose au départ sur des observations réelles, des observations subséquentes l'ont sérieusement remis en cause. Malheureusement, les croyances religieuses de l'époque, satisfaites que le géocentrisme place la Terre au milieu de l'univers, ont freiné pendant des siècles les avancées qui auraient pu être faites en ce domaine. Il existe cependant l'exemple contraire, car la religion a aussi été à l'origine de certaines avancées mathématiques. La nécessité d'orienter les mosquées vers la Mecque par exemple a accéléré la découverte de plusieurs notions en trigonométrie et en astronomie. Malgré cela, il arrive très rarement que l'on fasse facilement et naturellement le lien entre l'histoire et les mathématiques.

Mais au-delà de tout cela, un autre problème en mathématique est que son étude demande souvent un haut degré d'abstraction et que cela empêche souvent les élèves et les étudiants de réaliser que les mathématiques font partie de notre vie et sont inévitablement liées à l'évolution de la société. En effet, si on n'y prend garde, on peut « faire des mathématiques » pendant des années sans jamais faire de lien avec le concret. De plus, une espèce d'aura mystérieuse entourant les mathématiques crée ce que plusieurs appellent la *mathophobie*. Cette mathophobie empêche bien souvent certaines personnes de s'approprier les mathématiques et les empêche de voir leur côté ludique; le défi intellectuel associé à plusieurs activités mathématiques peut pourtant procurer un plaisir certain.

Il est important ici de souligner que dans Charbonneau (2002a) à la page 23, on nous met en garde contre la perception que le développement des mathématiques n'est dû qu'à des besoins utilitaristes, car le développement de la géométrie chez les grecs est plutôt associé à des besoins intellectuels :

> *Pourtant, chez les grecs, la géométrie a connu un développement remarquable, non pas pour satisfaire des besoins pratiques de la société, mais beaucoup plus pour répondre à des besoins intellectuels. Mais tout de même, on peut toujours dire que pour que les mathématiques progressent dans une société, il faut que celle-ci y voit son profit, que ce profit, malgré la nature du mot lui-même, soit utilitariste ou intellectuel.*

Il faut donc faire attention aux liens entre les mathématiques et les besoins de la société tel que préconisé par le programme de formation de l'école québécoise. Il serait réducteur de dire que l'évolution des mathématiques est strictement liée à des besoins utilitaristes.

Malgré le fait qu'aucune recherche à notre connaissance n'ait démontré hors de tout doute l'impact de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, on admet de plus en plus l'hypothèse que l'histoire des mathématiques peut être un bon moyen pour, non seulement permettre aux élèves et aux étudiants de comprendre le lien entre les mathématiques et notre société, mais aussi leur permettre de mieux appréhender certaines notions en les démystifiant et en les ancrant dans le réel. De plus, prendre connaissance des difficultés rencontrées par les mathématiciens aide également à contrer la perception que si on éprouve des difficultés, c'est que les mathématiques ne sont pas pour nous. Malheureusement, pour le moment, peu de choses concrètes sont faites pour faciliter l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques; nous n'en sommes encore qu'au stade des vœux pieux. Ce qui nous amène à nous poser la question suivante :

> *Au regard du consensus qui semble se dégager sur les avantages d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, pourquoi y a-t-il une si faible utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques?*

Ce travail ne prétend pas répondre à cette question, mais se veut plutôt un outil pour aller réellement de l'avant vers une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques en fournissant des outils concrets aux enseignants. Nous croyons également important de préciser ici que l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques aurait avantage à aller au-delà de la seule histoire des mathématiques. L'histoire, comprise de façon plus générale, permet en effet de situer l'histoire des mathématiques dans un contexte historique plus large qui peut aider encore davantage à comprendre le lien entre les mathématiques et la société en plus d'aider les élèves à développer leur sens personnel du temps historique. En ce sens, nous ferons à l'occasion quelques références historiques plus générales.

1.2 LES TROIS PROBLÈMES RETENUS

Suite à plusieurs lectures, nous avons décidé que dans notre travail, nous nous pencherons sur trois problèmes. Le premier concerne l'attitude des élèves face aux mathématiques, attitude sur laquelle nous sommes convaincus que nous pouvons avoir une influence positive à l'aide de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Le deuxième problème concerne l'absence de liens concrets entre les programmes et le matériel pédagogique en ce qui a trait à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Le troisième et dernier problème sur lequel nous nous pencherons est le peu de liens réellement faits entre l'histoire et les mathématiques. Les deux derniers problèmes sont, à notre avis, les principales entraves à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. En effet, on peut discourir sans fin sur le potentiel de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, mais si personne ne fournit des outils aux enseignants, cela restera théorique. Notre travail s'attardera donc principalement à développer des activités qui permettent une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Nous apporterons un soin particulier à rendre ces activités attrayantes à l'aide d'illustrations, de figures, de tableaux, etc.

1.2.1 Les élèves et les mathématiques

Les mathématiques ont toujours eu un statut particulier dans le cheminement scolaire des élèves. Qui ne se souvient de l'espèce d'aura mystérieuse entourant cette matière qui était pour les uns stimulante, mais pour d'autres terrorisante. La recherche de Gattuso et Lacasse (1986) portant sur les mathophobes[2] et leur possible réinsertion cerne bien le problème. Dans cette recherche, on souligne que dans les collèges publics du Québec, les échecs en mathématiques sont sensiblement plus nombreux que les échecs dans les autres matières scientifiques telles que biologie, physique et chimie. Cet écart semble lié à ce qu'on appelle la mathophobie.

En page 3, Gattuso et Laccasse (1986) nous disent de la mathophobie qu'elle *se manifeste par une angoisse inhibitrice qui paralyse la capacité d'action, et les (les étudiants) conduit à éviter les situations qui réactivent l'angoisse.* La conséquence directe de ceci est que souvent, les étudiants changent leur choix de carrière pour éviter d'avoir à faire des mathématiques. Les taux d'abandon des cours de mathématiques sont également très élevés.

Gattuso et Lacasse (1986) parlent également brièvement d'une recherche de Torkia-Lagacée (1981) portant sur le stade opératoire formel atteint par les étudiants du Cégep. Ils ont cependant choisi de ne pas s'y attarder en disant que de tels résultats *risquent d'alimenter le préjugé populaire associant la réussite en maths et en sciences à la seule intelligence à l'exclusion des autres facteurs* (Y. Blouin)[3]. Gattuso et Lacasse (1986) mentionnent également brièvement la théorie de Piaget pour souligner l'importance de la manipulation, mais ils insistent davantage sur l'affectif. Cependant, comme l'importance et les avantages de

---

[2] Les termes *mathophobe* et *mathophobie*, d'abord apparus dans la littérature spécialisée, sont maintenant acceptés par l'office québécois de la langue française.

[3] Dans la bibliographie de Gattuso et Lacasse (1986), on retrouve la référence à un texte de Y. Blouin *Analyse cognitive-behavoriale des problèmes de mathophobie* en spécifiant qu'il n'a pas été publié. Cette citation en est extraite.

la manipulation sont maintenant biens connus, nous en tiendrons compte dans les chapitres III et IV où nous décrivons les activités choisies.

Pour en revenir à l'affectif, Gattuso et Lacasse (1986) parlent plus longuement de la recherche de Nimier (1976) qui a étudié le vécu affectif des mathématiques des élèves de 15 à 18 ans. *Les résultats de son étude mettent en évidence des angoisses suscitées par les mathématiques : angoisse de dépossession de la personnalité, angoisse de destruction, angoisse de séparation* (Gattuso et Lacasse 1986, p. 11). Cette recherche ayant un aspect psychologique très poussé qui nous éloignerait trop de notre but principal, nous avons choisi de ne pas nous attarder davantage sur celle-ci.

Une autre contribution importante soulignée par Gattuso et Lacasse (1986) est celle de Reyes (1984) qui a *fait une revue extensive de la recherche effectuée jusqu'ici sur le rôle des variables affectives dans l'apprentissage des mathématiques* (p. 19). Suite à cette revue, quatre variables affectives déterminantes ont été mises en évidence : la confiance à apprendre les mathématiques, l'anxiété mathématique, l'attribution du succès et la perception de l'utilité des mathématiques. La dernière variable nous interpelle plus directement et c'est celle qui sera plus particulièrement touchée dans notre travail, sans cependant évacuer complètement les autres variables. En effet, faire des liens avec l'histoire est certes un bon moyen d'agir sur la perception de l'utilité des mathématiques Par exemple, lorsqu'on s'attarde aux difficultés rencontrées par les grands mathématiciens, on peut agir sur la perception qu'ont souvent les élèves que les mathématiques sont « faciles » pour quelques privilégiés. Cela peut leur permettre de comprendre que les avancées mathématiques ont souvent été faites après de longs travaux régulièrement émaillés d'erreurs.

Gattuso et Lacasse (1986) parlent également beaucoup de Colette (1978) qui mentionne trois facteurs importants qui interviennent dans la formation et le développement des attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques : le milieu familial, le professeur et l'école. Si nous nous attardons sur certains résultats de la recherche de Gattuso et Lacasse (1986), il est clair que les étudiants ont une perception plutôt négative des enseignants de mathématiques. En effet, bien que les étudiants mentionnent que les enseignants maîtrisent leur matière, ils les perçoivent comme étant indifférents, fermés et peu ouverts à aider les étudiants. Ils les disent très intellectuels, rationnels, froids, pressés et peu enclin à l'échange avec les étudiants. Malgré le fait qu'il est délicat de prendre pour acquis des perceptions aussi répandues soient-elles, les activités que nous proposons aux chapitres III et IV supposent systématiquement un échange entre l'enseignant et les élèves, ce qui pourrait avoir pour effet de travailler positivement sur ces perceptions.

Pour notre part cependant, ce qui nous a le plus intéressés est ce qui est le cœur de la recherche. Cette recherche consiste en une série d'ateliers sur la phobie des mathématiques auxquels 15 étudiants ont participé. Ces étudiants ont été choisis après une pré-entrevue avec un psychologue. Ces étudiants ont clairement identifié leur insécurité face aux mathématiques et se sont reconnus à la lecture du profil suivant (Gattuso et Lacasse, 1986, pages 38 et 39):

- *Vous avez besoin de vous réconcilier avec les maths;*
- *Vous avez horreur des chiffres et des maths;*
- *Vous vous sentez insécure avec les mathématiques;*
- *Vous les avez évitées le long de votre cheminement scolaire;*
- *Vous avez une attitude négative allant du désintérêt à la peur;*
- *Vous avez le sentiment d'être inadéquat, incompétent en maths;*
- *Vous voulez réinsérer (sic) le circuit des cours de maths;*
- *Vous voulez faire un choix de programme où les maths sont nécessaires;*
- *Vous êtes inscrit présentement à des cours de maths;*
- *Vous êtes absent des cours;*
- *Vous avez de la difficulté;*
- *Vous abandonnez en début de session;*
- *Vous échouez;*
- *Vous gardez vos cours de maths pour la fin du D.E.C.*

Par la suite, tout au long des ateliers, les chercheurs ont recensé des énoncés faits par 15 étudiants dans leur journal de bord ou lors d'entrevues. Certains énoncés ont également été recensés par les animateurs (les deux chercheurs et un psychologue) lors des ateliers. Ces énoncés ont été classés dans ce que les auteurs appellent des dimensions. Parmi plus de 500 énoncés, les auteurs ont marqué d'un astérisque ceux provenant de trois sources ou plus (auteurs ou étudiants); ils sont au nombre de 41. Parmi ces 41 énoncés, certains nous ont paru particulièrement intéressants et nous les avons mis en caractères gras. Voici donc les 41 énoncés classés chacun dans une des 21 dimensions déterminées par les auteurs :

Réactions à une situation

- *On a identifié des actions physiques pour remédier à une réaction physique au stress;*
- *Pendant les ateliers, les mathophobes réagissent de façon très positive;*
- *La première réaction à une situation problématique peut être le découragement.*

Résolutions de problèmes, réactions initiales

- *La nervosité et la panique s'installent très rapidement quand on est sans ressource devant un problème;*
- ***Certaines activités bien choisies peuvent déclencher de l'intérêt qui se traduit par un effort soutenu;***
- *Il faut poursuivre le travail malgré le vague et l'insécurité.*

Travail de l'étudiant

- *Les étudiants sont en mesure d'expliquer leur travail ou leur démarche;*
- *Les calculs (brouillons) reflètent le style d'activité de l'étudiant.*

Acquisition de l'étudiant

- ***Les étudiants voient la nécessité d'une représentation ou d'un modèle concret;***
- *C'est normal de ne pas comprendre tout de suite, mais malgré le découragement initial, il faut essayer, il faut commencer;*
- ***L'apprentissage comporte des aspects physiques qu'il faut contrôler;***
- ***Les professeurs doivent privilégier des moments de synthèse pour renforcer les acquisitions des étudiants;***
- *Les étudiants découvrent qu'ils ont à leur disposition plusieurs ressources.*

Vécu des étudiants (émotions) (ateliers)

- *Le groupe fonctionne très bien : beaucoup de motivation et d'échanges;*
- *Les étudiants aiment bien l'atmosphère de travail;*
- *Les étudiants expriment leurs réactions positives face à certains acquis;*
- *Les étudiants font état de leurs difficultés et les relient au stress.*

Attentes, attitudes, besoins (ateliers)

- *Les étudiants auraient aimé découvrir pourquoi ils n'aiment pas les mathématiques;*
- *Les étudiants font état de leurs difficultés;*
- *Les étudiants ont besoin de s'exprimer sur leur vécu mathématique;*
- *On reproche aux professeurs de ne pas avoir montré à l'étudiant qu'on peut comprendre un problème et y trouver un certain plaisir.*

Renforcement (ateliers)

- ***Les étudiants expriment de la fierté et du plaisir à la suite d'une expérience réussie.***

Math – élève

- ***La géométrie n'est pas mon fort;***
- *Les étudiants tentent d'identifier le moment où les difficultés ont commencé;*
- *Les étudiants relient maths-raisonnement ou gymnastique mentale.*

Math – parents

- *Les étudiants reconnaissent l'influence des parents en rapport avec leur relation avec les mathématiques.*

Communication prof – étudiant

- ***Les étudiants expriment le besoin que le professeur favorise la communication entre eux dès le début du cours;***

- *Le rôle du professeur est d'animer et de favoriser l'apprentissage et non seulement de transmettre un contenu*[4]*;*
- *Certains étudiants se sentent dominés par le professeur, d'autres sont plus autonomes.*

Communication étudiant – étudiant

- *Il y a des problèmes qu'on peut aborder et auxquels on peut répondre en groupe;*
- *Il faut trouver une formule qui permette aux professeurs et aux étudiants de faire connaissance rapidement aux débuts des cours;*
- *Au besoin, il faut aller chercher de l'aide chez les autres;*
- ***L'explication d'un autre étudiant peut être profitable;***
- ***Des étudiants sont soulagés de voir qu'ils ne sont pas seuls à avoir des difficultés;***
- ***Le travail en groupe est encourageant, soutenant, stimulant;***
- *Le travail en groupe comporte ses difficultés.*

Clichés, idées fausses

- *Les professeurs de maths n'ont pas ce côté humain ou sociable des gens ordinaires.*

Transfert scolaire

- *Les étudiants énoncent ce qu'ils transposent dans leurs cours;*
- *Par rapport aux examens, on retient l'idée qu'il faut se mettre en condition, se réchauffer, s'appuyer aux « clôtures »;*
- *Les contraintes des examens, en particulier le temps, créent un état de stress spécial.*

Habiletés intellectuelles

- *Apprendre des maths, c'est apprendre une « habileté » : il faut de la pratique.*

---

[4] Nous nous questionnons cependant sur les dangers de créer un déséquilibre dans le rôle d'un enseignant en le confinant dans un rôle de simple animateur ce qui est assez réducteur. Bien que certaines activités demandent effectivement de jouer aussi ce rôle, il nous paraît illusoire de vouloir évacuer le rôle premier d'un enseignant qui est de transmettre des connaissances. À notre avis, les dérives de l'actuelle réforme de l'éducation doivent nous mettre en garde contre un tel danger.

Dans notre travail, nous ne ciblons pas le problème de la mathophobie en particulier, car nous nous attardons davantage aux deux autres problèmes retenus dont nous parlons en 1.2.2 et 1.2.3. Toutefois, nous trouvions important de mieux comprendre les liens entre les élèves et les mathématiques afin de bien choisir et développer nos activités. En effet, dans le développement de nos activités, nous avons gardé en tête de façon plus particulière les énoncés en caractères gras afin de nous guider vers des activités qui tiennent compte des difficultés des étudiants tout en visant notre but principal qui est de faciliter l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

Soulignons également quelques conclusions et hypothèses de Gattuso et Lacasse :

- *L'apprentissage des mathématiques suppose et met en jeu de fortes dimensions affectives;*
- *Le travail d'équipe est parfois difficile à mettre en application, mais est d'un apport positif sous plusieurs aspects dans l'apprentissage des mathématiques;*
- *Les échanges entre les étudiants et les enseignants sont générateurs d'effets positifs sur l'apprentissage des mathématiques;*
- *L'étudiant doit voir les mathématiques comme quelque chose qui fait partie de son propre univers;*
- *La forme des activités doit être attrayante, souple et susceptible d'éveiller la curiosité;*
- *Il ne faut pas négliger l'aspect physique de l'apprentissage.*

En terminant, nous ne pouvons passer sous silence ce qui est mentionné par Gattuso et Lacasse (1986) à la page 150 :

> *De plus, les objections fusent : « Et les programmes! Et le temps! Et le nombre d'étudiants...! ». Elles ne sont pas sans fondements. [...] L'enseignant devra pouvoir trouver dans son milieu des appuis (ressources matérielles et humaines) qui lui permettront de développer de nouvelles formes d'activités pédagogiques. [...]Et nous pouvons croire qu'il devra éventuellement y avoir des répercussions sur les horaires, le milieu physique, sans oublier la tâche de l'enseignant.*

En effet, c'est un aspect très important lorsqu'on veut passer de la théorie d'une recherche présentant un intérêt certain, quelle qu'elle soit, à la pratique dans un « vrai » milieu. C'est en ce sens que nous parlons à 1.2.2 du peu de liens concrets faits entre les programmes et le matériel pédagogique en ce qui a trait à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

En résumé

Voici donc ce que nous retenons de cette section et qui nous guidera dans l'élaboration des activités des chapitres III et IV qui sont le cœur de notre travail :

- Gattuso et Lacasse (1986) mentionnent brièvement la théorie de Piaget pour souligner l'importance de la manipulation;
- Gattuso et Lacasse (1986) insistent davantage sur l'affectif;
- Quatre variables affectives déterminantes ont été mises en évidence par Reyes (1984): la confiance à apprendre les mathématiques, l'anxiété mathématique, l'attribution du succès et la perception de l'utilité des mathématiques;
- Certains énoncés recensés par Gattuso et Lacasse (1986) sont particulièrement intéressants :
    - Certaines activités bien choisies peuvent déclencher de l'intérêt qui se traduit par un effort soutenu;
    - Les étudiants voient la nécessité d'une représentation ou d'un modèle concret;
    - L'apprentissage comporte des aspects physiques qu'il faut contrôler;
    - Les professeurs doivent privilégier des moments de synthèse pour renforcer les acquisitions des étudiants;
    - Les étudiants expriment de la fierté et du plaisir à la suite d'une expérience réussie;
    - Les étudiants expriment le besoin que le professeur favorise la communication entre eux dès le début du cours;
    - L'explication d'un autre étudiant peut être profitable;

- Des étudiants sont soulagés de voir qu'ils ne sont pas seuls à avoir des difficultés;
- Le travail en groupe est encourageant, soutenant, stimulant;

➢ Quelques conclusions et hypothèses de Gattuso et Lacasse (1986) sont également intéressantes :

- L'apprentissage des mathématiques suppose et met en jeu de fortes dimensions affectives;
- Le travail d'équipe est parfois difficile à mettre en application, mais est d'un apport positif sous plusieurs aspects dans l'apprentissage des mathématiques;
- Les échanges entre les étudiants et les enseignants sont générateurs d'effets positifs sur l'apprentissage des mathématiques;
- L'étudiant doit voir les mathématiques comme quelque chose qui fait partie de son propre univers;
- La forme des activités doit être attrayante, souple et susceptible d'éveiller la curiosité;
- Il ne faut pas négliger l'aspect physique de l'apprentissage.

1.2.2 Les programmes, le matériel pédagogique et l'histoire

Depuis l'arrivée des nouveaux programmes, la volonté d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques semble être davantage présente. Le lien à faire entre les mathématiques et l'histoire[5] est mentionné clairement. Entre autres, dans le programme du primaire nous pouvons lire :

> *L'évolution de la mathématique, de la science et de la technologie est le reflet d'une dynamique inhérente à chacune d'elles. Elle est aussi le reflet d'une pression externe exercée sur elles par la société pour qu'une réponse soit trouvée à certains de ses besoins. Pour comprendre cette évolution, il convient de replacer les développements de la mathématique, les découvertes scientifiques et les réalisations technologiques dans leur contexte historique, social, économique et culturel.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2006a, p.122*

---

[5] Dans les programmes, on parle cependant presqu'exclusivement de l'histoire ayant un lien direct ou presque direct avec les mathématiques.

Les nouveaux programmes du secondaire parlent également de l'histoire des mathématiques. On peut y lire entre autres :

> *Par ailleurs, le développement de la mathématique étant étroitement lié à l'évolution de l'humanité, son enseignement doit intégrer la dimension historique. Les élèves pourront ainsi mieux en saisir le sens et l'utilité. Ils découvriront comment sa transformation au fil du temps et la création de certains instruments sont directement ou indirectement liées à des besoins ressentis dans les sociétés.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2006b, page 232*

> *La mathématique fait partie intégrante de notre vie quotidienne et de notre héritage culturel. Les échanges entre la mathématique et les autres domaines du savoir, aussi bien qu'entre les champs mathématiques eux-mêmes, sont une source d'enrichissement et permettent de mieux saisir la portée de cette discipline. Il est donc indispensable que l'élève acquière une culture mathématique afin de comprendre les différents rôles qu'elle joue, de s'engager dans des activités qui y font appel, de suivre son évolution à travers le temps, de découvrir les besoins qu'elle a permis de combler et de connaître les chercheurs passionnés qui ont contribué à son essor.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2007, page 2*

Mais il faut maintenant faire plus qu'en parler. Malheureusement, il n'existe pratiquement aucun matériel concret qui facilite réellement l'utilisation de l'histoire lors de l'enseignement de notions mathématiques. En effet, dans les manuels que nous avons regardés, seule une brève présentation d'un scientifique qui a un lien avec la notion enseignée est faite ou une anecdote amusante est contée, mais cela va très rarement plus loin. Dans Visions[6] par exemple, il y a des *Chroniques du passé* qui présentent souvent un mathématicien. Cependant, les seules informations données consistent en une très brève biographie du mathématicien en question ainsi que quelques détails sur son apport aux mathématiques. Ces informations sont malheureusement rarement mises dans un contexte historique plus large et le lien avec les activités proposées est généralement très superficiel. On peut donc dire que c'est un début, mais ce n'est pas suffisant.

---

[6] Nous avons regardé plusieurs manuels de la collection Visions : Ledoux et al. 2007, Brosseau et al. 2009, Hamel et al. 2009, Boivin et al. 2009a et Boivin et al. 2009b.

Nous avons également lu attentivement Simard (1996) qui a fait une recherche assez élaborée sur le recours à l'histoire dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral au Québec, et qui est arrivée aux mêmes conclusions. S'étant basée sur les diverses façons identifiées par Lefebvre (1993) d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques (mention de noms et de dates ; narration d'anecdotes, présentation de faits ou de développements historiques, présentation de microbiographies ; utilisation de l'histoire comme instrument pédagogique ; activités interdisciplinaires ; mégaprojets), elle a constaté que les trois derniers types d'usage sont presque inexistants dans l'enseignement au Québec.

Simard (1996) a analysé de façon détaillée neuf manuels pour savoir quelle place était allouée à l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. À la page 61, elle dresse un tableau du résultat de son analyse des volumes. Au vu de ce tableau, qui est reproduit à la page suivante, il est facile de comprendre sa conclusion :

> *Par cette analyse, nous constatons qu'il n'y a, à toutes fins pratiques, que les deux premiers types d'usage de l'histoire qui sont utilisés dans les manuels de calcul. Ces deux types sont : la mention de noms et de dates puis la narration d'anecdotes, la présentation de faits ou de développements historiques et la présentation de microbiographies.*
>
> *Simard, 1996, page 106*

Tableau 1.1
Résultat de l'analyse des manuels – Simard (1991), p. 61

Volumes (par auteur)	Noms et dates	Anecdotes et microbiographies	Comme instrument pédagogique	Introduction historique générale	Nombre de mathématiciens nommés dans le manuel	Nombre de noms de mathématiciens dans l'index	Nombre de noms de mathématiciens associés à un concept	Mention des sources historiques
Anton (math 103)	14[7]	23	1	Oui	16	12	6	4
Beaudoin & Laforest (math 103)	0	11	0	Non	12	11	0	2
Beaudoin & Laforest (math 203)	7	3	0	Non	11	5	1	0
Charron & Parent (math 103)	2	0	0	Non	2	0	2	0
Charron & Parent (math 203)	16	1	1	Non	17	16	3	0
Ouellet (math 103)	38	11	1	Oui	37	37	8	0
Ouellet (math 203)	14	3	0	Non	15	15	13	0
Ouellet (math 303)	16	1	0	Non	13	13	15	0
Reid (math 103)	3	8	0	Non	21	10	3	1

[7] Les nombres réfèrent au nombre d'occurrences dans les manuels.

De plus, outre l'analyse détaillée des manuels, il y a un autre volet à la recherche de Simard. Par le biais d'un questionnaire, elle a demandé à 167 enseignants de calcul différentiel et intégral des cégeps publics francophones du Québec quelle était la place de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Les réponses à plusieurs des questions qu'elle a posées nous intéressent particulièrement. Mais pour cette section, nous ne retenons qu'une seule question : *Les manuels ou les notes de cours que vous utilisez dans votre enseignement ont-ils recours à l'histoire ?* (Simard, 1996, page 74).

À cette question, 58 enseignants ont répondu *Jamais*, 94 ont répondu *Parfois* et 15 ont répondu *Souvent*. Les réponses à cette question viennent appuyer la conclusion dont nous faisons mention en 1.2.2, car les enseignants, dans les commentaires associés à cette question, confirment que les recours à l'histoire dans les manuels sont peu nombreux et succincts. Il est également important de savoir que sur les 167 enseignants interrogés, seuls 8 d'entre eux n'utilisent pas de manuel.

Nous tenons également à mentionner qu'après avoir regardé quelques manuels, mais avant d'avoir lu Simard, nous avons rencontré trois enseignantes du secondaire[8] afin d'échanger avec elles, de façon informelle, sur leur opinion de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Leurs remarques confirment ce que nos observations et les conclusions de Simard (1996) nous apprennent : dans les manuels, l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques est très majoritairement restreinte à la mention de noms et de dates ainsi qu'à la narration d'anecdotes ou de microbiographies.

Cela confirme donc qu'aucun matériel concret ayant pour but d'aider les enseignants à utiliser l'histoire dans leur enseignement n'est disponible facilement, encore moins si on a l'intention d'aller plus loin que la mention de noms et de dates, ou que la narration d'anecdotes ou de microbiographies. Cette absence de matériel, associée à la tâche de plus en

---

[8] Ces enseignantes donnaient surtout des cours au deuxième cycle du secondaire quoique l'une d'entre elles donnait également des cours au premier cycle. De plus, à elles trois, elles enseignaient les trois différentes *séquences* du deuxième cycle du secondaire.

plus lourde des enseignants, a pour effet que l'histoire des mathématiques n'est que ceci : quelques lignes dans les programmes ou dans les manuels.

Suite à de nombreuses lectures et recherches, les seules activités utilisant l'histoire dans l'enseignement des mathématiques que nous avons trouvées sont majoritairement le fait de personnes isolées ayant publié un article, écrit un mémoire, une thèse ou encore, qui se sont réunies pour faire un projet particulier. Pour que l'histoire soit réellement utilisée dans l'enseignement des mathématiques, il faudra éventuellement que du matériel pédagogique largement diffusé propose, en lien avec les programmes, des activités bâties en fonction de cet objectif.

Dans notre travail, nous ciblons particulièrement ce problème. En réunissant plusieurs activités utilisant l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, nous pensons que nous fournissons un outil intéressant aux enseignants. Dans cette optique, nous avons choisi de favoriser l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques par le biais des instruments mathématiques historiques. C'est le grand potentiel pédagogique de ces instruments qui a guidé notre choix. Ce choix est expliqué un peu plus longuement en 2.2.

En résumé, on peut dire que la plupart des manuels font un usage restreint de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques et qu'il est très difficile de trouver du matériel pédagogique pour aider les enseignants à faire une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

1.2.3 L'histoire et les mathématiques

Ce n'est pas d'hier que l'on parle de l'intérêt de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Dans Fauvel (1991), on mentionne plusieurs extraits datant de plusieurs années et même décennies :

> *That portraits of great mathematicians should be frequently be hung in the mathematical classroom, and that reference to their lives and investigations should be frequently be made by the teacher in his lessons, some explanation being given of the effects of mathematical discoveries on the progress of civilization.*
>
> *Mathematical Association Committee, 1919*

A knowledge of the arguments and dissensions between great mathematicians might induce healthy skepticism and discussion in the classroom and lead to a firmer grasp of principles. [...]It is important to convey to the pupils the knowledge that much of what is taught today as a finished product was the result of centuries of groping or of spirited controversy.

Ministry of Education, 1958

Reference to the historical background of some of the topics witch are being studied can both help to explain their importance and also add interest and depth to the A-level course.

Crockcroft Report, 1982

Pourquoi alors y a-t-il si peu de liens entre l'histoire et les mathématiques? Même si nous laissons de côté pour le moment l'histoire qui n'est pas celle des mathématiques, pourquoi fait-on si peu de liens entre les mathématiques et l'histoire des mathématiques ?

En 1.2.2, nous avons déjà pu constater que la plupart des manuels font un usage restreint de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques et qu'il est très difficile de trouver du matériel pédagogique pour aider les enseignants à faire une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Pour aller plus loin, nous nous sommes cette fois encore penchés sur la recherche de Simard (1996).

En effet, comme nous l'avons déjà mentionné, y a un autre volet à la recherche de Simard. Par le biais d'un questionnaire, elle a demandé à 167 enseignants de calcul différentiel et intégral des cégeps publics francophones du Québec quelle était la place de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. En 1.2.2, nous avons déjà regardé une des questions de ce questionnaire; regardons maintenant quelques autres questions ainsi que les réponses à celles-ci :

- À la question *Quelle est la place de l'histoire du calcul différentiel et intégral dans votre enseignement ?* (Simard, 1996, page 74), 36 enseignants ont répondu *Inexistante*, 117 ont répondu *Occasionnelle* et 14 ont répondu *Fréquente* ;

- À la question *Pour quelle(s) raison(s) n'utilisez-vous pas l'histoire du calcul différentiel et intégral dans votre enseignement ?* (Simard, 1996, page 75)[9], 26 enseignants ont répondu *Par manque de temps*, 4 ont répondu *Par manque d'intérêt* et 15 ont répondu *Par manque de connaissances* ;[10]

- À la question *Lorsque vous faites référence à l'histoire dans votre enseignement, quel(s) type(s) d'usage en faites-vous ?* (Simard, 1996, page 76), 77 enseignants ont répondu *Mention de noms et de dates*, 70 ont répondu *Narration d'anecdotes et de microbiographies* et 64 ont répondu *Instrument pédagogique*.

À la lumière des réponses à ces questions, on constate tout d'abord que très peu d'enseignants ont recours fréquemment à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. En second lieu, on constate également que deux raisons majeures rendent difficile une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques : le manque de temps et le manque de connaissance en histoire des mathématiques.

En ce qui a trait à la dernière question, Simard fait remarquer que la notion d'utilisation de l'histoire en tant qu'instrument pédagogique n'était pas définie assez clairement dans le questionnaire. Il est donc difficile de savoir en quoi exactement les enseignants qui ont répondu à ce questionnaire utilisaient l'histoire en tant qu'instrument pédagogique. Il est toutefois intéressant de voir que l'utilisation de l'histoire faite par les enseignants lors de l'enseignement des mathématiques semble aller un peu plus loin que dans les manuels.

Un dernier aspect intéressant à aborder dans cette section est la sous-utilisation des musées et des collections d'instruments mathématiques historiques. Le musée Stewart possède une belle collection d'instruments mathématiques historiques, mais peu de musées au Québec peuvent en dire autant. De plus, lorsque certains instruments historiques sont exposés, il arrive parfois que l'information qu'on y accole soit tellement concise qu'elle ne suscite que peu d'intérêt.

---

[9] On remarque ici que la question ne vise que l'histoire du calcul différentiel et intégral.

[10] Bien que seuls 36 enseignants aient déclaré ne pas avoir recours à l'histoire dans leur enseignement, certains d'entre eux ont donné plus d'une raison. C'est pourquoi le total de réponses est de 45.

Nous pouvons donner pour exemple le traitement fait aux quelques instruments exposés au Cosmodôme. Parmi les quatre instruments exposés (astrolabe astronomique arabe, astrolabe maritime portugais, bâton de Jacob et quartier de Davis), on peut voir ce magnifique bâton de Jacob. Malheureusement, il est tellement mal éclairé que l'on n'arrive pas à distinguer les inscriptions sur la flèche et la fiche descriptive ne comporte que le nom *Bâton de Jacob*, la date de son origine et une courte phrase spécifiant que cet instrument était utilisé pour la navigation. Il est impossible, pour quelqu'un ayant peu de connaissances dans le domaine, de savoir comment et pourquoi on utilisait cet instrument.

De plus, même les musées ayant de belles collections ne sont que rarement visités pour ces objets. Une exposition sur les pirates qui s'est tenue au musée Pointe-à-Callières du 20 mai 2009 au 10 janvier 2010 a cependant rencontré un beau succès et quelques instruments prêtés par le musée Stewart s'y sont vus mis à l'honneur. Malheureusement, ces événements sont trop rares. De plus, malgré l'intérêt de cette exposition temporaire, les descriptions accolées à chacun des instruments étaient assez sommaires et la dimension mathématique complètement évacuée.

1.2.4 En résumé

Dans ce travail, nous nous attardons donc sur les trois problèmes suivants :

- Les attitudes de plusieurs élèves face aux mathématiques sont souvent négatives. Dans l'élaboration d'activités, nous devons prendre en compte cet aspect;

- Même si un pas en avant a été fait en introduisant l'histoire des mathématiques dans les programmes, cela reste très théorique et aucun matériel ayant pour but d'aider les enseignants à utiliser l'histoire des mathématiques dans leur enseignement n'est disponible facilement. Les activités des chapitres III et IV ont pour but de combler quelque peu cette lacune;

- Les liens entre l'histoire et les mathématiques ne se font pas facilement ou naturellement. Les enseignants manquent de temps et de connaissances en histoire des mathématiques, et les musées ainsi que les collections d'instruments mathématiques historiques sont sous-utilisés.

CHAPITRE II

LA RECHERCHE DE SOLUTIONS

Dans ce chapitre, nous parlons de ce sur quoi nous nous sommes penchés pour apporter des éléments de solution en vue d'atteindre notre principal objectif qui est de favoriser une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Nous avons décidé de travailler à affaiblir les principales entraves à une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Ces entraves sont à notre avis :

- l'absence de liens concrets entre les programmes et le matériel pédagogique et en conséquence le manque d'outils proposés aux enseignants;
- le peu de liens réellement faits entre l'histoire et les mathématiques, car les liens qui sont faits sont peu fréquents et d'un niveau assez restreint.

Plus précisément, voici donc de quoi nous parlons dans ce chapitre :

- les objectifs de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques;
- le choix des instruments mathématiques historiques;
- le choix des activités;
- le milieu de l'éducation.

2.1 LES OBJECTIFS DE L'UTILISATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Les élèves sont curieux et ils apprennent davantage si on sait susciter et maintenir leur intérêt. Pour certains, les mathématiques portent en elles-mêmes une source d'intérêt en plus d'avoir un côté ludique indéniable. Pour d'autres, qui sont moins sensibles à ce côté ludique, le côté abstrait des mathématiques les empêche souvent de progresser dans leurs apprentissages. C'est pour eux surtout que l'histoire des mathématiques peut être utile. Cette histoire leur permet de comprendre que des exemples d'utilisation concrète des notions mathématiques nous ont de tous temps entourés et cela démystifie cette science qui a contribué grandement au développement de notre société. Cependant, dans Charbonneau (2002a) à la page 27, il est dit :

> *Pour que le processus évolutif des mathématiques soit perçu par les élèves comme un long processus, pour que l'histoire influence l'élève, pour que les mathématiques soient perçues par ce dernier comme évoluant au rythme des sociétés dans lesquelles elles s'insèrent, un préalable doit être respecté : l'enfant doit développer un sens personnel du temps historique.*

Mais à quel âge un élève peut-il réellement s'approprier le concept de *temps historique*? À la page 70 de son livre, Johnson (1979) a décomposé ce concept complexe en six aspects distincts :

1. *L'habileté à reculer, donc à s'abstraire du présent. Nommons cette habileté le recul;*

2. *L'habileté à situer un événement, un phénomène, un personnage par rapport à ce qui l'a précédé et à ce qui l'a suivi. Nommons cette habileté la chronologie;*

3. *L'habileté à voir ce qui ne nous est plus présenté que sous formes de traces et de documents. Nommons cette habileté l'évocation;*

4. *L'habileté à identifier les changements qui se sont opérés depuis l'origine du monde. Nommons cette habilité le changement;*

5. *L'habileté à relier les événements du passé entre eux par une ligne de causalité probable. Nommons ces relations l'évolution;*

6. *L'habileté à percevoir la continuité et la permanence que l'on retrouve à travers l'aventure humaine. Nommons cette perception la durée.*

Dans son article à la page 28, Charbonneau (2002a) spécifie que *les six aspects ne peuvent être abordés de front à n'importe quel moment de la carrière scolaire d'un élève.* Il suggère donc de se concentrer sur l'*évocation* et le *changement* au primaire, car il est facile d'intéresser les élèves de cet âge par des récits historiques. Pour ce faire, il est particulièrement pertinent d'utiliser des objets et des images du passé. Soulignons ici que selon Johnson (1979), il y aurait vers 11 ans un seuil dans le développement du concept de temps historique.

Toujours à la page 28 de l'article de Charbonneau (2002a), ce dernier suggère de se concentrer sur la *chronologie* et la *construction de lignes du temps*[11] au premier cycle du secondaire et de passer aux aspects d'*évolution* et de *durée* vers la fin du secondaire.

Bien que celui-ci soit en quelque sorte un objectif « préalable » que nous traitons plutôt comme un objectif « parallèle », nous venons d'identifier un premier objectif à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques : développer le concept de temps historique chez les élèves. Pour ce faire, à la page 29, Charbonneau (2002a) insiste sur l'intérêt d'*évoquer une époque.* Il mentionne qu'*évoquer une époque, une période, signifie lui associer des images, de la musique, des édifices, etc.*

Dans notre travail, nous essayons donc de faire quelques liens avec l'histoire plus générale. Que ce soit avec l'évolution des autres sciences, de la société, des religions, beaucoup de liens avec d'autres aspects historiques peuvent être faits et susciter beaucoup d'intérêt. Par exemple, nous parlons dans ce travail des liens entre les mathématiques d'une part, et la navigation et l'astronomie d'autre part. Soulignons cependant qu'il ne s'agit pas du but

---

[11] Pour plus d'efficacité, les élèves doivent construire eux-mêmes les lignes du temps.

principal de notre travail. Une association avec un professeur d'histoire permettrait sûrement d'enrichir cet aspect.

En terminant, il nous paraît intéressant de donner ici une liste des « artefacts » qu'il est possible d'utiliser pour éventuellement enrichir les activités utilisant l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Cette liste est tirée de Charbonneau (2002a) à la page 33 :

Aide-mémoire des « artefacts »
présents au quotidien

i. *Portrait(s) (attention à l'authenticité);*
ii. *Texte de l'époque (mathématique si possible, pas une réédition en caractères modernes), à montrer simplement;*
iii. *Façon(s) de s'habiller (mode, selon le climat, selon le niveau social, selon le type d'activités);*
iv. *Architecture de l'époque (autant que possible des édifices connus)*
v. *Musique (utiliser le net, etc.);*
vi. *Vocabulaire dont l'histoire est associée à ce thème;*
vii. *Lien avec l'histoire du Canada;*
viii. *Personnages d'histoires d'enfants;*
ix. *Films historiques (attention à l'authenticité);*
x. *Les enfants des écoles d'alors;*
xi. *Autres, selon les intérêts de l'enseignant (théâtre, sports, jeux, jeux d'enfants, jeux de cartes, etc.).*

2.1.1 Les objectifs retenus

Dans cette section, nous parlons bien sûr des objectifs retenus, mais nous abordons également les diverses façons d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Pour ce faire, nous avons regardé plus particulièrement les articles de trois auteurs : Fauvel (1991), Lefebvre (1993) et Charbonneau (2002a).

2.1.1.1 Le choix des objectifs

Dans l'introduction à ce chapitre, nous avons déjà identifié un premier objectif que nous avons qualifié de « parallèle » :

- développer le concept de temps historique chez les élèves.

Si on regarde maintenant l'article de Fauvel (1991) à la page 4, on voit qu'il énumère 15 raisons d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques :

1. Aide à accroître la motivation à apprendre ;
2. Donne un aspect humain aux mathématiques ;
3. Le développement historique aide à établir l'ordre de présentation des sujets dans le programme ;
4. La façon dont les concepts ont été développés peut aider à la compréhension des élèves ;
5. Change les perceptions des élèves par rapport aux mathématiques ;
6. En comparant les méthodes anciennes aux modernes, on valorise les méthodes modernes ;
7. Aide à développer une approche multidisciplinaire ;
8. Donne l'opportunité de faire de la recherche ;
9. Les obstacles du passé aident à comprendre les difficultés présentes des élèves ;
10. Les élèves sont réconfortés lorsqu'ils s'aperçoivent qu'ils ne sont pas les seuls à avoir de la difficulté ;
11. Encourage les plus rapides à voir plus loin ;
12. Aide à expliquer le rôle des mathématiques dans la société ;
13. Rend les mathématiques moins effrayantes ;
14. Explorer l'histoire peut aider à garder de l'intérêt et de l'enthousiasme envers les mathématiques ;
15. Donne des opportunités de travail interdisciplinaire avec d'autres enseignants ou d'autres sujets.

Dans notre travail, nous avons choisi de cibler quelques-uns de ces objectifs et nous en avons fait une liste. Dans cette liste, nous avons mis en caractère gras les objectifs qui sont ciblés de façon encore plus particulière :

- **Aide à accroître la motivation à apprendre ;**
- **Donne un aspect humain aux mathématiques ;**
- La façon dont les concepts ont été développés peut aider à la compréhension des élèves ;
- **Change les perceptions des élèves par rapport aux mathématiques ;**
- Aide à développer une approche multidisciplinaire ;
- **Les élèves sont réconfortés lorsqu'ils s'aperçoivent qu'ils ne sont pas les seuls à avoir de la difficulté ;**
- Encourage les plus rapides à voir plus loin ;
- **Aide à expliquer le rôle des mathématiques dans la société ;**
- Rend les mathématiques moins effrayantes ;
- **Explorer l'histoire peut aider à garder de l'intérêt et de l'enthousiasme envers les mathématiques ;**
- Donne des opportunités de travail interdisciplinaire avec d'autres enseignants ou d'autres sujets.

En effet, en lien avec notre choix de travailler sur les instruments mathématiques historiques et notre section 1.2.1 sur les élèves et les mathématiques, nous croyons que les activités que nous développons dans les chapitres III et IV sont particulièrement intéressantes pour travailler les objectifs choisis.

Cependant, en ce qui concerne les objectifs *Aide à développer une approche multidisciplinaire* et *Donne des opportunités de travail interdisciplinaire avec d'autres enseignants ou d'autres sujets*, nous tenons à préciser que nous les avons conservés, car même si les aspects multidisciplinaire ou interdisciplinaire ne sont pas spécifiquement développés, ils sont sous-jacents dans un bon nombre des activités des chapitres III et IV. De plus, nous croyons que ces activités constituent une très bonne base pour un enseignant désirant développer davantage ces deux objectifs.

2.1.1.2 Les façons d'utiliser l'histoire

Toujours dans Fauvel (1991) mais cette fois à la page 5, on retrouve une énumération comportant 12 façons d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques :

1. Mentionner des anecdotes mathématiques historiques ;
2. Apporter une introduction historique aux concepts qui sont nouveaux pour les élèves ;
3. Encourager les élèves à comprendre les problèmes historiques pour lesquels le concept qu'ils apprennent est la solution ;
4. Donner des cours d'histoire des mathématiques ;
5. Utiliser des textes historiques pour des problèmes en classe ou en devoir ;
6. Diriger une activité théâtrale illustrant des interactions mathématiques ;
7. Encourager la création d'affiches et d'autres projets à thèmes historiques ;
8. Monter des projets sur une activité mathématique locale du passé ;
9. Utiliser des exemples critiques du passé pour illustrer des méthodes et des techniques ;
10. Explorer de mauvaises conceptions, des erreurs ou des alternatives du passé pour aider à comprendre et à résoudre les difficultés des élèves d'aujourd'hui ;
11. Proposer une approche pédagogique d'un sujet en harmonie avec son développement historique ;
12. Ordonner et structurer les sujets mathématiques du programme en tenant compte des informations historiques.

Pour sa part, Lefebvre (1993) a plutôt fait une classification de diverses façons d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Cette classification est faite selon *un ordre croissant quant à l'ampleur du rôle de l'histoire en classe de mathématiques* (Lefebvre, 1993, page 27) :

1. *Mention de noms et de dates ;*

2. *Narration d'anecdotes, présentation de faits ou de développements historiques, présentation de microbiographies ;*
3. *Utilisation de l'histoire comme instrument pédagogique ;*
4. *Activités interdisciplinaires ;*
5. *Mégaprojets.*

De ces deux auteurs, nous retenons surtout la classification de Lefebvre (1993). Encore une fois, nous avons fait une liste des façons d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques que nous avons retenues et avons mis en caractère gras celles qui sont ciblées de façon encore plus particulière :

- **Mention de noms et de dates ;**
- **Narration d'anecdotes, présentation de faits ou de développements historiques, présentation de microbiographies ;**
- **Utilisation de l'histoire comme instrument pédagogique ;**
- Activités interdisciplinaires ;
- **Mégaprojets.**

À cette liste, nous ajoutons quelques éléments tirés de Fauvel (1991) à la page 5 :

- **Apporter une introduction historique aux concepts qui sont nouveaux pour les élèves ;**
- Encourager les élèves à comprendre les problèmes historiques pour lesquels le concept qu'ils apprennent est la solution ;
- **Utiliser des textes historiques pour des problèmes en classe ou en devoir ;**
- Explorer de mauvaises conceptions, des erreurs ou des alternatives du passé pour aider à comprendre et à résoudre les difficultés des élèves d'aujourd'hui ;
- Proposer une approche pédagogique d'un sujet en harmonie avec son développement historique.

Encore une fois en lien avec notre choix de travailler sur les instruments mathématiques historiques et notre section 1.2.1 sur les élèves et les mathématiques, nous croyons que les façons d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques que nous avons retenues s'insèrent particulièrement bien dans le développement des activités des chapitres III et IV.

2.1.1.3 Charbonneau (2002a)

Dans Charbonneau (2002a), nous avons retenus plusieurs extraits qui nous ont parus particulièrement pertinents et sont venus nous conforter dans notre sélection des objectifs et des façons d'utiliser l'histoire des mathématiques :

> *En évoquant l'histoire générale, l'enseignant peut placer les élèves en situation de sentir que les savoirs mathématiques sont le fruit d'un long travail de mathématiciens passionnés par leur discipline.*
>
> *Charbonneau (2002a), page 21*

> *Les aléas de l'élève lui apparaîtront sans doute plus naturels s'il sait, par exemple, qu'à certaines époques aucun écolier ne savait multiplier.*
>
> *Charbonneau (2002a), page 22*

> *L'histoire doit être vue comme un outil pour faire en sorte que les mathématiques soient perçues comme une activité humaine qui a évolué, a connu des périodes de latences, a rencontré des difficultés.*
>
> *Charbonneau (2002a), page 24*

> *Aborder les mathématiques en les replongeant dans un contexte historique peut aider les élèves à percevoir les mathématiques non pas comme un produit fini et éternellement figé mais bien comme le fruit d'une évolution.*
>
> *Charbonneau (2002a), page 27*

> *Pour faire en sorte que les élèves prennent réellement conscience que les savoirs mathématiques sont le fruit d'un long travail qui s'étend sur des siècles, il faut que les activités à saveur historique que nous leur présentons s'accrochent à des représentations et des évocations de la période concernée par l'activité.*
>
> *Charbonneau (2002a), page 34*

2.1.2 Les pièges à éviter

Nous tenons à faire une brève mention des pièges à éviter lors de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Dans Simard (1996) à la page 6, il est mentionné que déjà en 1893, Heppel avait présenté trois conditions relativement à l'utilisation de l'histoire :

- *L'histoire des mathématiques devrait être une auxiliaire dans l'enseignement des mathématiques et lui être subordonnée ;*
- *L'histoire ne devrait être utilisée que si elle est d'une aide véritable pour l'élève ;*
- *L'histoire des mathématiques ne doit pas être matière à examen.*

Plus de 100 ans plus tard, les mêmes mises en garde semblent s'appliquer. Dans Lefebvre (1993), il est fait mention des contre-indications suivantes en lien avec l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques :

- *Ne pas viser à enseigner l'histoire des mathématiques pour elle-même au secondaire ou au collégial, mais toujours en vue d'une activité d'apprentissage mathématique et en l'y intégrant ;*
- *Ne pas croire que le recours à l'histoire est une recette pédagogique miraculeuse.*

À ces deux contre-indications s'ajoutent les deux suivantes qui sont également intéressantes :

- *Ne pas recourir à l'histoire dans l'enseignement si on s'y sent poussé sans que cela nous agrée ;*
- *Ne pas sous-estimer le travail à effectuer pour maîtriser les outils de la discipline historique afin de ne pas dénaturer l'histoire.*

Nous avons gardé à l'esprit ces « pièges à éviter » lors de l'élaboration des activités des chapitres III et IV.

2.1.3 En résumé

Nous avons fait une liste des objectifs que nous avons choisi de cibler et avons mis en caractère gras les objectifs qui sont ciblés de façon encore plus particulière :

- **Aide à accroître la motivation à apprendre ;**
- **Donne un aspect humain aux mathématiques ;**
- La façon dont les concepts ont été développés peut aider à la compréhension des élèves ;
- **Change les perceptions des élèves par rapport aux mathématiques ;**
- Aide à développer une approche multidisciplinaire ;
- **Les élèves sont réconfortés lorsqu'ils s'aperçoivent qu'ils ne sont pas les seuls à avoir de la difficulté ;**
- Encourage les plus rapides à voir plus loin ;
- **Aide à expliquer le rôle des mathématiques dans la société ;**
- Rend les mathématiques moins effrayantes ;
- **Explorer l'histoire peut aider à garder de l'intérêt et de l'enthousiasme envers les mathématiques ;**
- Donne des opportunités de travail interdisciplinaire avec d'autres enseignants ou d'autres sujets.

À ces objectifs tirés de Fauvel (1991), nous ajoutons un objectif « parallèle » tiré cette fois de Charbonneau (2002a) :

- le développement de la notion de temps historique.

Pour ce dernier objectif, nous soulignons cependant qu'il faut garder à l'esprit la suggestion de Charbonneau (2002a) et se concentrer sur l'*évocation* et le *changement* au primaire, sur la *chronologie* et la *construction de lignes du temps*[12] au premier cycle du secondaire et de passer aux aspects d'*évolution* et de *durée* vers la fin du secondaire.

En ce qui a trait aux façons d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, voici ce que nous avons retenu :

- **Mention de noms et de dates ;**
- **Narration d'anecdotes, présentation de faits ou de développements historiques, présentation de microbiographies ;**
- **Utilisation de l'histoire comme instrument pédagogique ;**
- Activités interdisciplinaires ;
- **Mégaprojets ;**
- **Apporter une introduction historique aux concepts qui sont nouveaux pour les élèves ;**
- Encourager les élèves à comprendre les problèmes historiques pour lesquels le concept qu'ils apprennent est la solution ;
- **Utiliser des textes historiques pour des problèmes en classe ou en devoir ;**
- Explorer de mauvaises conceptions, des erreurs ou des alternatives du passé pour aider à comprendre et à résoudre les difficultés des élèves d'aujourd'hui ;
- Proposer une approche pédagogique d'un sujet en harmonie avec son développement historique.

De plus, lors de l'élaboration des activités des chapitres III et IV, nous avons gardé à l'esprit quelques pièges à éviter que nous avons mentionnés en 2.1.2.

---

[12] Pour plus d'efficacité, les élèves doivent construire eux-mêmes les lignes du temps.

2.2 LE CHOIX DES INSTRUMENTS MATHEMATIQUES HISTORIQUES

2.2.1 Pourquoi des instruments ?

Les instruments mathématiques et leur histoire ont un potentiel pédagogique indéniable. Tout d'abord, utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques par le biais d'instruments mathématiques historiques permet, à notre avis, de *donner un aspect humain aux mathématiques,* car il est facile de faire des liens avec l'histoire. En parlant de leur utilisation, entre autres, on fait facilement voir aux élèves les liens avec certains besoins de l'époque. De plus, si l'on regarde les objectifs que nous avons retenus en 2.1.1.1, on s'aperçoit que les instruments mathématiques historiques sont particulièrement intéressants pour tenter d'atteindre ces objectifs.

Nous croyons également que la manipulation est une bonne façon de rejoindre plusieurs élèves. Pour chaque instrument, à l'exception de la règle et du compas, une des activités consiste à construire l'instrument, ce qui nous paraît particulièrement intéressant. Un extrait à la page 1 du programme du deuxième cycle du secondaire (Gouvernement du Québec, 2007), va dans ce sens : *Néanmoins, son enseignement au secondaire est plus efficace lorsqu'il prend appui sur des objets concrets ou sur des situations tirées de la réalité.*

En ce qui a trait aux façons d'utiliser l'histoire que nous avons ciblées en 2.1.1.2, elles s'appliquent particulièrement bien à des activités en lien avec des instruments mathématiques historiques. En effet, il est très facile, entre autres, de faire mention de noms et de dates, de narrer des anecdotes, de présenter des microbiographies ou encore de présenter des faits historiques. Encore mieux, certaines activités s'apparentent d'assez près à des mégaprojets (construction d'une sphère armillaire par exemple) et peuvent facilement déboucher sur une éventuelle collaboration entre des enseignants de diverses matières. Finalement, les activités avec la règle et le compas sont de bons exemples d'une utilisation de textes historiques.

En terminant, si on se réfère à ce que nous avons retenu en 1.2.1, nous croyons qu'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques par le biais des instruments est une bonne façon d'influencer positivement les attitudes des élèves face aux mathématiques.

2.2.2 Le choix des instruments

Parmi la multitude d'instruments mathématiques historiques, il a fallu faire des choix. Ces choix ont été inspirés à l'origine par des instruments faisant partie de la collection du musée Stewart à Montréal. Par la suite, la beauté de l'astrolabe et la magie de la sphère armillaire nous ont dirigés vers des instruments ayant un lien avec l'astronomie et la navigation. Il faut dire également que l'intérêt suscité par l'histoire se rattachant à de tels instruments est très grand et les liens entre les mathématiques et la société sont évidents lorsqu'on met en parallèle les instruments mathématiques historiques, l'astronomie et la navigation.

Cependant, d'autres instruments davantage reliés à la mesure ont également retenu notre intérêt. C'est le cas du compas et de la règle que nous avons retenus principalement après avoir lu Bion (1723), car des activités utilisant des extraits de textes historiques nous sont immédiatement venues à l'esprit. Le compas de proportion est également un instrument permettant des activités fort intéressantes.

Nous avouons humblement que le choix des instruments s'est fait de façon très subjective, mais nous croyons sincèrement que cela importe peu. Peu importe les instruments choisis, à partir du moment où l'on doit les construire et les utiliser, cela permet une utilisation très enrichissante de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

2.3 LE CHOIX DES ACTIVITES

Dans notre travail, nous avons donc décidé de réunir[13] des activités qui seront des outils pour les enseignants qui auraient le désir d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, mais qui n'ont ni le temps, ni les facilités pour les créer ou chercher eux-mêmes. À l'exception de la règle et du compas, une des activités pour chacun des instruments consiste à construire cet instrument et au moins une autre est basée sur son utilisation. Il est

---

[13] Nous utilisons ici le terme réunir, car bien que plusieurs activités aient été créées spécialement pour ce travail, plusieurs autres sont inspirées d'activités créées par d'autres. Dans ce dernier cas, des adaptations ont été apportées. La quantité et l'importance de ces adaptations sont très variables selon les cas. Lorsque pertinent, nous avons bien sûr mis les références nécessaires.

important de noter que les activités décrites aux chapitres III et IV peuvent être originales ou inspirées d'activités déjà existantes. Dans ce dernier cas, il peut y avoir eu adaptation à des degrés divers.

Le nombre d'activités varie d'un instrument à l'autre. Nous avons pris comme point de départ d'avoir au moins deux activités par instruments : une consistant à le construire et l'autre à l'utiliser. Cependant, il a parfois fallu ajouter des activités préalables (exemple : les activités de projection stéréographique pour l'astrolabe). D'autre fois, il était plus facile de décomposer certaines activités (exemple : la construction de cinq compas de proportion pour chacune des cinq lignes choisies). Parlons aussi des activités, fort nombreuses, avec les extraits de Bion (1723) qui nous paraissaient toutes pertinentes, surtout si on voulait par la suite utiliser les différents usages du compas pour d'autres activités plus complexes. Finalement, certaines activités ont aussi été ajoutées tout simplement pour enrichir ce travail.

Spécifions également qu'une fiche a été faite pour chacun des instruments afin qu'il soit possible d'avoir un aperçu en un clin d'œil des principales informations s'y rattachant.

2.3.1 Les critères retenus pour les activités

Suite à nos lectures, voici certains critères que nous avons retenus pour l'élaboration de nos activités :

- *Influence positivement les attitudes des élèves face aux mathématiques ;*
- *Permet la manipulation ;*
- *Utilise l'histoire ;*
- *A des liens avec les programmes ;*
- *Complète – clé en main.*

Nous ne répéterons pas ici tout ce que nous avons déjà mentionné en 2.1, mais nous gardons toujours à l'esprit, lors de l'élaboration des activités, les objectifs retenus, les façons d'utiliser l'histoire retenues, ainsi que les pièges à éviter dans l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

Pour éviter que ce travail ne soit inutile et ne serve qu'à recueillir la poussière, nous devons être très précis afin qu'une personne désirant l'utiliser n'ait que peu d'adaptations à faire. C'est pour cette raison que les activités élaborées dans ce travail sont explicites. Si nous voulons que l'histoire des mathématiques prenne la place qu'elle devrait avoir dans l'enseignement des mathématiques, il faut proposer des outils concrets, faciles d'utilisation et demandant un investissement de temps de préparation minimal : bref, une formule « clé-en-main ».

2.3.2 La construction des instruments

Lors de la construction d'un instrument, le lien avec l'histoire de cet instrument est facile à faire. On peut en effet facilement faire le lien avec les constructeurs de l'époque, les besoins ayant conduit à l'invention de cet instrument, son utilisation, et finalement, on peut tout naturellement parler de l'histoire générale de l'époque de cet instrument.

Autre élément très intéressant, la construction d'un instrument suppose la compréhension d'une multitude de notions mathématiques. La construction de l'astrolabe ou du bâton de Jacob en sont de très bons exemples.

Par la suite, les activités en lien avec l'utilisation de l'instrument que les élèves viennent de construire concrétisent le tout et permettent une manipulation intéressante pour les élèves.

2.4 ÉDUCATION

Dans cette section, nous nous attardons sur certaines particularités du milieu de l'éducation. Nous parlons de la clientèle cible, des objectifs en lien avec le milieu de l'éducation et des programmes. Nous parlons également des limitations dont il faut nécessairement tenir compte si on veut espérer utiliser l'histoire des mathématiques dans l'enseignement de cette matière.

2.4.1 Clientèle cible

Les activités s'adressent à des élèves du secondaire ou de la fin du primaire. En effet, les liens intéressants à faire avec l'histoire de la navigation et l'astronomie permettent de rejoindre un vaste public. Ce sont surtout les activités proposées qui sont de niveaux différents. Bien que ces activités soient conçues surtout pour le secondaire, certaines d'entre elles peuvent être vécues par des élèves de la fin du primaire même si certaines adaptations peuvent être nécessaires. Certains instruments, le bâton de Gerbert par exemple, se prêtent à des activités plus simples, alors que d'autres, comme l'astrolabe, donnent lieu à des activités plus complexes.

Il faudra cependant, compte tenu des nouveaux programmes, rencontrer des enseignants pour cibler plus précisément le niveau de chaque activité. Après une rencontre faite avec trois enseignantes du secondaire au cours de l'année scolaire 2009-2010, nous sommes arrivés à la conclusion qu'il était difficile de cibler précisément le degré auquel s'adressent les activités. Comme l'implantation de la réforme en était à sa première année en secondaire V, les enseignantes en étaient encore à l'appropriation du programme et des nouveaux manuels. Nous avons essayé, malgré tout, de donner une idée du niveau de chaque activité, mais nous nous sommes contentés d'indiquer pour chaque activité *fin du primaire*, *début du secondaire* ou *fin du secondaire*. Il est cependant important de noter que souvent, une même activité peut être vécue à des niveaux différents selon la façon dont on la présente.

2.4.2 Le programme du primaire

En ce qui a trait à la place de l'histoire dans le programme de formation de l'école québécoise du primaire, outre quelques allusions, rien de vraiment concret n'est explicitement associé au lien entre l'histoire et les mathématiques. On insiste bien davantage sur le lien à faire avec le développement de la science et la technologie. À la page 122 du programme (Gouvernement du Québec, 2006a), on donne une liste des apprentissages communs au domaine des mathématiques, de la science et de la technologie :

- *Recourir au raisonnement inductif et déductif;*
- *Établir des liens entre les connaissances acquises dans chacune des disciplines du domaine et les connaissances liées aux autres disciplines;*
- *Concevoir les connaissances comme des outils à utiliser dans la vie de tous les jours;*

- *Analyser les données provenant d'observations ou d'une situation-problème et utiliser des stratégies appropriées permettant d'atteindre un résultat ou de trouver une solution qu'il sera possible par la suite d'expliquer, de vérifier, d'interpréter et de généraliser;*
- *Apprécier l'importance de la mathématique, de la science et de la technologie dans l'histoire de l'humanité;*
- *Porter un jugement critique au regard des répercussions de la mathématique, de la science et de la technologie sur l'individu, la société et l'environnement.*

On peut voir que le cinquième picot parle d'apprécier l'importance des mathématiques dans l'histoire de l'humanité. Cependant, un énoncé aussi vague prête peu à l'intégration réelle de l'histoire des mathématiques lors de l'enseignement de notions mathématiques.

Dans le programme du primaire, il y a quelques passages intéressants, mais cela reste peu concret :

> *Sur un autre plan, l'introduction d'une dimension historique dans l'enseignement de la mathématique constitue une excellente façon d'en rehausser le niveau culturel.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2006a, page 125*

> *Il (l'élève) lie quelques éléments de l'histoire de la mathématique à certaines notions vues en classe.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2006a, page 129*

> *Grâce à son contact avec l'histoire de la mathématique, il établit des liens entre des besoins des sociétés et l'évolution de la mathématique ou de la technologie.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2006a, page 129*

Pour ce qui est des activités dont il est question dans ce travail, c'est principalement le troisième cycle du primaire qui peut être le plus efficacement visé. Cependant, quelques activités faites avec la règle et le compas peuvent être amenées au deuxième cycle.

Plus précisément, nous avons relevé dans le programme quelques savoirs essentiels qui peuvent être abordés par le biais des différentes activités proposées aux chapitres III et IV :

- *Construction de lignes parallèles;*
- *Construction de lignes perpendiculaires;*
- *Description de triangles : scalène, isocèle, équilatéral, rectangle;*
- *Mesures d'angles en degrés à l'aide d'un rapporteur d'angles;*
- *Étude du cercle : rayon, diamètre, circonférence, angle au centre;*
- *Unités conventionnelles (km, m, dm, cm, mm);*
- *Unités conventionnelles (m^2, dm^2, cm^2), relations entre les unités de mesure;*
- *Unités conventionnelles (m^3, dm^3, cm^3), relations entre les unités de mesure;*
- *Unités non-conventionnelles;*
- *Degré;*
- *Systèmes de mesure (aspect historique);*
- *Unités de mesure : évolution selon les besoins (ex. : mesures agraires, astronomie, mesure uniforme et précision); instruments (approche rudimentaire pour mesurer le temps, sablier, horloge);*
- *Symboles (origine, évolution, besoin) : km, m, dm, cm, mm;*
- *Symboles (origine, évolution, besoin) : h, min, s;*
- *Utiliser internet pour la recherche de récits historiques en rapport avec les concepts étudiés;*
- *Consulter des sites internet à caractère mathématique, des lexiques et des bases de données;*
- *Participer à des sites interactifs en mathématique.*

2.4.3 Le programme du premier cycle du secondaire

Dans le programme de formation de l'école québécoise du premier cycle du secondaire, on peut faire les mêmes remarques que pour le programme du primaire. On parle de l'histoire des mathématiques, mais toujours rien de vraiment concret n'est associé à cette histoire. Comme pour le primaire, on insiste beaucoup sur le lien à faire avec le développement de la science et de la technologie. À la page 228 du programme (Gouvernement du Québec, 2006b), on donne également une liste des apprentissages communs au domaine des mathématiques, de la science et de la technologie :

- *Saisir et transmettre clairement l'information au moyen des langages mathématique, scientifique et technologique;*
- *Recourir à différents types d'arguments et de raisonnements;*
- *Structurer ses démarches et procéder avec rigueur;*
- *Développer des stratégies et mettre en œuvre sa créativité dans la recherche de solutions;*
- *Exercer son jugement critique au regard des répercussions de la mathématique, de la science et de la technologie sur l'individu, la société et l'environnement;*
- *Analyser les données provenant de différentes situations-problèmes ou sources d'observation;*
- *Penser et agir efficacement en utilisant au quotidien les connaissances mathématiques, scientifiques et technologiques.*

Le 5e picot parle d'exercer son jugement critique au regard des répercussions de la mathématique, de la science et de la technologie sur l'individu, la société et l'environnement. Cet énoncé est encore plus vague que celui du primaire et incite peu à creuser l'histoire des mathématiques.

Lors de la présentation du domaine, à la page 225 du programme (Gouvernement du Québec 2006b), on trouve cependant une belle citation :

> *Elles (la mathématique, la science et la technologie) plongent leurs racines dans la préhistoire et ont évolué notamment grâce aux réalisations des civilisations babylonienne, égyptienne, grecque et arabe. Elles ont accompagné l'édification de merveilles architecturales, balisé les trajectoires des grandes découvertes et pavé la voie à l'exploration de l'univers.*

De même, à la page 232 :

> *Par ailleurs, le développement de la mathématique étant étroitement lié à l'évolution de l'humanité, son enseignement doit intégrer la dimension historique. Les élèves pourront*

ainsi mieux en saisir le sens et l'utilité. Ils découvriront comment sa transformation au fil du temps et la création de certains instruments sont directement ou indirectement liées à des besoins ressentis dans les sociétés.

Et finalement, à la page 235 : « *Dans le cas de l'histoire, la mathématique aide à apprécier la portée de la ligne du temps et, réciproquement, l'histoire contribue à la compréhension de l'évolution des grands concepts mathématiques.* »

Mais au-delà de ces citations, peu de suggestions sont données aux enseignants pour faciliter l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Un seul autre élément vaut peut-être la peine d'être mentionné. Sous le titre de *Repères culturels*, à la page 260, on retrouve quelques lignes (six pour être précise) dans lesquelles on nomme les noms de trois mathématiciens : Euclide, Thalès et Ératosthène.

Concernant les activités, plusieurs d'entre elles peuvent être faites au premier cycle du secondaire. En effet, plusieurs notions mathématiques enseignées à ce cycle pourraient être efficacement abordées par le biais des activités liées au compas et à la règle. De plus, plusieurs des activités liées aux autres instruments font appel à des notions qui sont vues dans ce cycle :

- *Triangles, quadrilatères et polygones réguliers convexes*
  - *Segments et droites remarquables : bissectrice, médiatrice, médiane, hauteur;*
- *Triangles, quadrilatères et polygones réguliers convexes*
  - *Base, hauteur;*
- *Cercle, disque et secteur*
  - *Rayon, diamètre, corde, arc;*
- *Cercle, disque et secteur*
  - *Angle au centre;*
- *Mesure*
  - *Angle et arc en degré;*
- *Mesure*
  - *Choix de l'unité de mesure pour les longueurs ou les aires;*

- *Mesure*
  - *Relations entre les unités de longueur du SI;*
- *Angles*
  - *Complémentaires, supplémentaires;*
- *Angles*
  - *Créés par deux droites sécantes : opposés par le sommet, adjacents;*
- *Angles*
  - *Créés par une droite sécante à deux autres droites : alternes-internes, alternes-externes, correspondants;*
- *Constructions géométriques;*
- *Transformations géométriques*
  - *Translation, rotation, réflexion;*
- *Recherche de mesures manquantes*
  - *Angles : mesures manquantes dans différents contextes;*
- *Recherche de mesures manquantes*
  - *Longueurs : circonférence d'un cercle et longueur d'un arc;*
- *Figures isométriques et semblables.*

2.4.4 Le programme du deuxième cycle du secondaire

Avant de commencer, et bien que nous n'en tenons pas compte dans notre travail, il peut cependant être utile de savoir qu'à partir de secondaire IV (Gouvernement du Québec, 2007, page 2), les élèves ont le choix de trois séquences:

- Culture, société et technique
  - *Séquence qui prépare plus particulièrement l'élève à poursuivre ses études dans le domaine des arts, de la communication ou des sciences humaines et sociales;*
- Technico-sciences
  - *Séquence qui favorise l'exploration de différentes sphères de formation, mais elle vise particulièrement à rendre l'élève apte à s'engager efficacement dans des*

domaines techniques liés à l'alimentation, la biologie, la physique, l'administration, les arts et la communication graphique;

- Sciences naturelles
  - *L'élève qui choisit cette séquence acquiert des stratégies et une formation intellectuelle qui lui permettent tout particulièrement de poursuivre ses études en sciences de la nature ou de s'orienter éventuellement vers la recherche.*

Dans le programme de formation de l'école québécoise du deuxième cycle du secondaire, on peut faire encore une fois les mêmes remarques. On parle de l'histoire des mathématiques, mais toujours rien de vraiment concret n'est associé à cette histoire. Cependant, plusieurs extraits sont intéressants :

> *Il est donc indispensable que l'élève acquière une culture mathématique afin de comprendre les différents rôles qu'elle joue, de s'engager dans des activités qui y font appel, de suivre son évolution à travers le temps, de découvrir les besoins qu'elle a permis de combler et de connaître les chercheurs qui ont contribué à son essor.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2007, page 2*

> *Par exemple, le fait de situer les concepts et processus mathématiques à l'époque où ils ont été développés et de cerner les besoins qu'ils ont pu combler l'amène à prendre conscience des réalités sociales de différentes époques et à saisir la dimension humaine de la construction des savoirs mathématiques.*
>
> *Gouvernement du Québec, 2007, page 10*

> *Dans les activités associées à l'histoire de la mathématique, l'élève pourra remarquer que des concepts et des processus sont souvent attribués à un mathématicien en particulier alors qu'ils sont en réalité le fruit du travail de plusieurs mathématiciens, hommes et femmes, de différentes époques (ex. relation de Pythagore déjà connue à l'époque des Babyloniens).*
>
> *Gouvernement du Québec, 2007, page 63*

Mais encore une fois, au-delà de ces citations, peu de suggestions sont données aux enseignants pour faciliter l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

Cette fois cependant, toujours sous le titre *Repères culturels*, on retrouve plusieurs informations intéressantes. Ces informations sont contenues aux pages 63 à 65, 80 à 82, 97 à 99 et 111 à 113. Elles sont insuffisantes, mais leur nombre est quand même beaucoup plus important que dans les deux autres programmes (primaire et premier cycle du secondaire).

Si nous parlons maintenant des activités, c'est au deuxième cycle du secondaire qu'on peut les maximiser. Pratiquement toutes les activités peuvent être utilisées d'une façon ou d'une autre à ce cycle. De plus, certaines activités plus complexes, par exemple celles avec l'astrolabe ou la sphère armillaire, ne peuvent être réellement réalisées qu'à ce cycle. Au deuxième cycle du secondaire, les notions suivantes prennent beaucoup de place :

- *Relations dans le triangle ;*
- *Sinus;*
- *Cosinus;*
- *Tangente;*
- *Loi des sinus;*
- *Loi des cosinus;*
- *Formule de Héron ;*
- *Cercle trigonométrique.*

2.4.5 Les limitations

Dans cette section, il est question de certaines limitations en lien avec le milieu de l'éducation dans la réalisation des activités. Ces limitations sont le coût, l'implication demandée aux enseignants et les conditions de la classe.

2.4.5.1 Le coût

À la base, dans le milieu scolaire, il y a très peu de budget pour l'achat de matériel nécessaire pour faire des activités pédagogiques. C'est pourquoi nous avons essayé de trouver une façon de faire les activités proposées au meilleur coût possible.

De plus, il y a également très peu de budget pour les activités étudiantes (projet d'envergure, visite au musée, etc.). Dans la plupart des milieux, seule une contribution des parents et le bénévolat des enseignants permettent la tenue de telles activités.

2.4.5.2 L'implication demandée aux enseignants

Toute mise sur pied de nouvelles activités pédagogiques demande un investissement de temps important de la part des enseignants déjà très surchargés. De plus, l'actuelle réforme semble ne pas permettre aux enseignants de dégager beaucoup de temps pour leur permettre de s'intéresser à des activités demandant un surplus de tâche. La nouvelle réalité dans le milieu de l'éducation est très peu propice aux innovations. Tout le personnel est débordé par des tâches administratives, des réunions, des évaluations interminables et des formations obligatoires pas toujours pertinentes. Les enseignants n'ont plus de temps pour exercer leur autonomie professionnelle et créer du matériel pédagogique lorsqu'ils ont « une bonne idée ».

Tout cela confirme la nécessité de proposer des activités complètes et demandant un minimum d'investissement de temps supplémentaire. C'est pourquoi nous avons essayé de donner le plus de détails possibles afin de faciliter la réalisation des activités proposées. Malgré cela, l'implication des enseignants reste importante.

2.4.5.3 Les conditions de la classe

Lors de l'élaboration des activités, nous avons essayé de tenir compte du contexte de la classe. En effet, plus de 30 à 35 élèves, n'ayant pas tous le même intérêt et la même motivation pour les mathématiques, cela constitue un public éclectique. Nous croyons cependant que les activités proposées sont susceptibles de rejoindre un grand nombre d'élèves. Il faut également tenir compte de l'espace physique quelquefois restreint.

CHAPITRE III

LES INSTRUMENTS (ACTIVITÉS AVEC QUESTIONNEMENT DÉTAILLÉ)

C'est dans ce chapitre, ainsi que dans le chapitre IV, que nous nous attardons sur chacun des instruments choisis. En effet, pour chacun d'entre eux, nous parlons de son origine et de son contexte historique, le décrivons, parlons de son utilisation, et finalement, nous proposons plusieurs activités qui peuvent être vécues par des élèves de différents niveaux.

Dans ce chapitre, nous avons cependant ajouté pour chacune des activités une étape intitulée *Tout au long de l'activité*. Dans cette dernière étape, nous avons tenté de préciser une grande quantité de détails ou de questions auxquelles il serait important de porter attention lors du déroulement de chaque activité. Ces détails et ces questions permettent, à notre avis, de bien utiliser toute la richesse des activités reliées aux instruments mathématiques historiques et font ressortir davantage le lien avec les notions mathématiques s'y rapportant.

Lors de l'élaboration des activités, en plus de tenir compte de ce que nous avons mentionné dans les chapitres I et II, nous croyons qu'il faut également garder en tête quelques autres éléments importants :

- *Les enseignants ne sont pas des experts dans la manipulation des instruments; il faut donc être explicite;*
- *Même s'il est important de laisser les élèves se questionner quelque peu (il ne faut pas brûler les « punchs »), l'enseignant doit avoir toute l'information rapidement; à charge pour lui de décider du rythme auquel il donne les informations;*

- *Il est important que les activités de construction d'un instrument soient suivies d'au moins une activité utilisant cet instrument.*

3.1 LE COMPAS DE PROPORTION

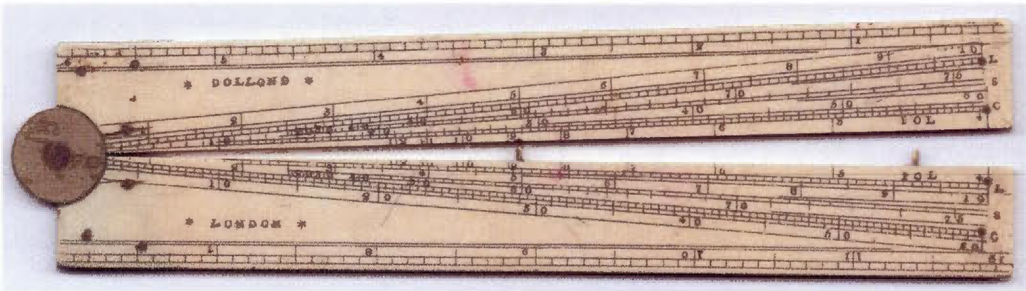


Figure 3.1 : Compas de proportion
Source : voir appendice A

3.1.1 Origine et contexte historique

L'origine du compas de proportion remonterait au XVI^e^ siècle et on attribue généralement son invention à Galilée (1564-1642) qui le décrit en 1606 dans un traité publié à Padoue : *Operazioni del compasso geometrico e militare*. Cependant, certaines parties du compas de proportion tel que décrit par Galilée auraient possiblement été imaginées par d'autres, mais il semble raisonnable de penser que c'est réellement Galilée qui a complété le compas de proportion tel qu'il a été en usage jusqu'à sa disparition progressive au début du XIX^e^ siècle, en raison principalement *du succès grandissant de la règle à calcul* (Savoysky 2002, page 1).

Au XVI^e^ siècle, la diversité des systèmes de mesures (voir 4.1.1) et des rapports entre les différentes unités utilisées rendaient les calculs ardus. Le compas de proportion permettait d'effectuer des opérations sans devoir tenir compte de l'expression numérique d'une grandeur; ce qui était grandement apprécié. À la page 2 de son article, Savoysky (2002) précise ceci :

> *Le principe du compas de proportion, ainsi que de divers autres instruments apparentés, repose donc sur l'analogie entre des propriétés arithmétiques et des*

propriétés géométriques élémentaires : on substitue ainsi au calcul de grandeurs numériques avec ses longues séquences opératoires, le relevé quasi immédiat de grandeurs figurées, généralement des segments.

Dans Hébert (2004), on fait état de la grande diffusion du compas de proportion dans le monde. Sa popularité est très grande et de nombreux ouvrages sont consacrés exclusivement à cet instrument. Parmi ces ouvrages, on peut citer entre autres Bion (1723), Ozanam (1688) et Henrion (1618).

Notons également que le compas de proportion est aussi parfois appelé *secteur*. Ce terme vient de *sector* qui est le mot utilisé en anglais pour désigner cet instrument.

En terminant, il est intéressant de mentionner qu'à cette époque, plus exactement en 1608, Champlain fondait la ville de Québec. De nos jours, on peut voir à Québec une statue de Champlain (voir figures 3.2 et 3.3).

Figure 3.2 : Statue de Champlain à Québec
Source : voir appendice A

Figure 3.3 : Samuel de Champlain
Source : voir appendice A

Il est surtout intéressant de voir à quel point la ville de Québec a changé…

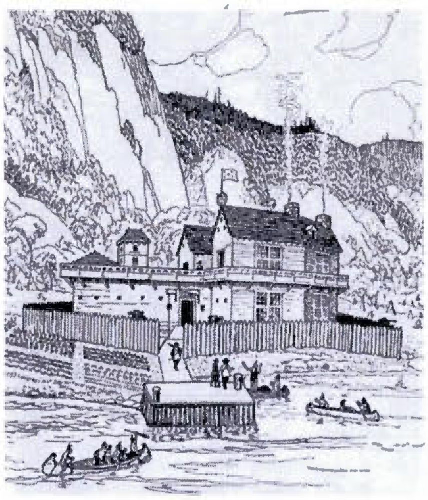


Figure 3.4 : Fondation de Québec en 1608
Source : voir appendice A

Figure 3.5 : Québec en 1690
Source : voir appendice A

3.1.2 Description

En ce qui a trait à la description mathématique de ce qu'est un compas de proportion, on trouve dans Hébert (2004) à la page 321 cette citation de D'Alembert (1717-1783) :

> *Le compas de proportion est fondé sur la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide, où il est démontré que les triangles semblables ont leurs côtés homologues proportionnels.*

De façon plus précise, dans Savoysky (2002) aux pages 2 et 3, on explique clairement le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables, principe qui est à la base du compas de proportion. La figure 3.6 à la page suivante résume assez bien le tout.

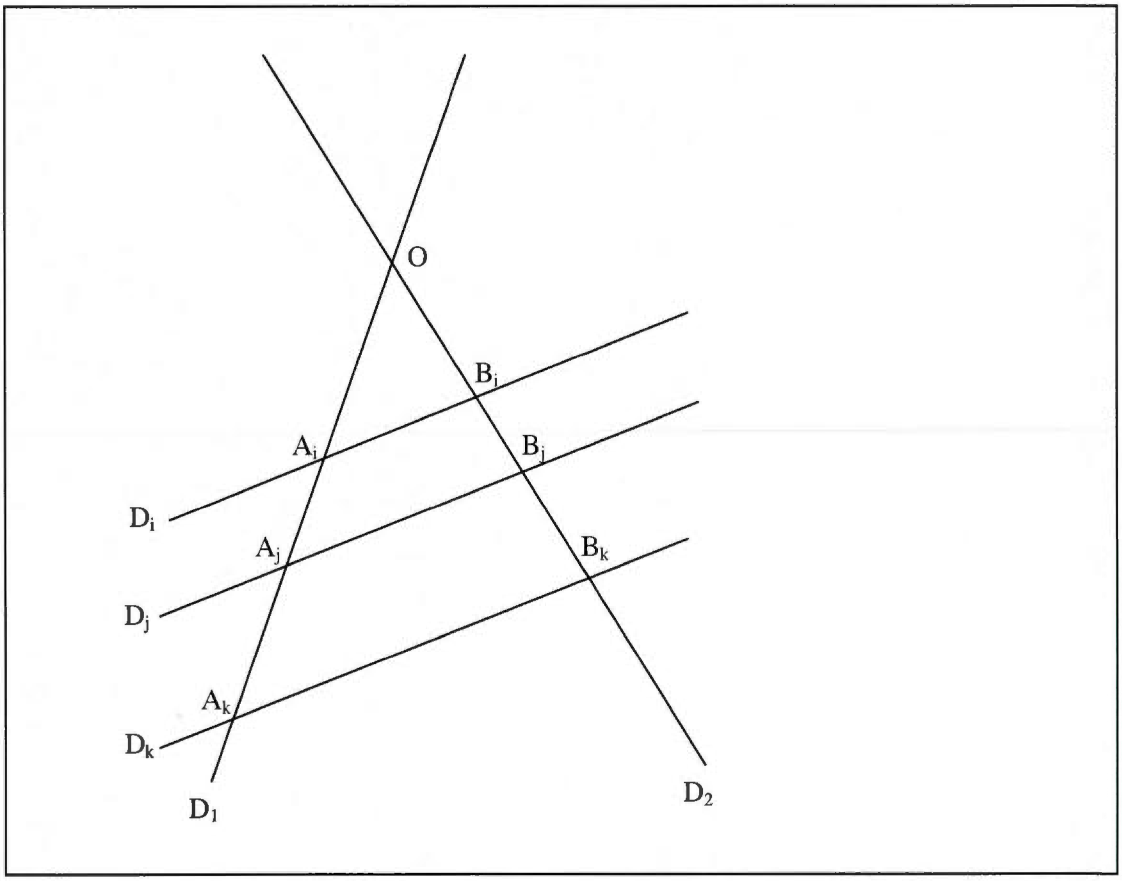


Figure 3.6 : Compas de proportion – description mathématique – 1

Dans la figure 3.6 ci-dessus, on peut voir que :

- Les droites D_1 et D_2 sont sécantes en O;
- Les droites D_i, D_j et D_k sont parallèles;
- Les droites D_i, D_j et D_k coupent D_1 aux points A_i, A_j et A_k;
- Les droites D_i, D_j et D_k coupent D_2 aux points B_i, B_j et B_k.

Par conséquent, les triangles OA_iB_i, OA_jB_j et OA_kB_k étant semblables, leurs côtés homologues sont donc proportionnels[14]. Cela veut donc dire que :

$$\frac{OA_i}{OA_j} = \frac{OB_i}{OB_j} = \frac{A_iB_i}{A_jB_j}$$

$$\frac{OA_i}{OA_k} = \frac{OB_i}{OB_k} = \frac{A_iB_i}{A_kB_k}$$

$$\frac{OA_j}{OA_k} = \frac{OB_j}{OB_k} = \frac{A_jB_j}{A_kB_k}$$

Il est important de préciser que dans le cas du compas de proportion, on utilise non seulement des triangles semblables, mais ceux-ci sont aussi isocèles ce qui fait que dans la figure 3.6, OA_i devrait être égal à OB_i, OA_j devrait être égal à OB_j et OA_k devrait être égal à OB_k ce qui donne ce que l'on retrouve à la figure 3.7 ci-dessous :

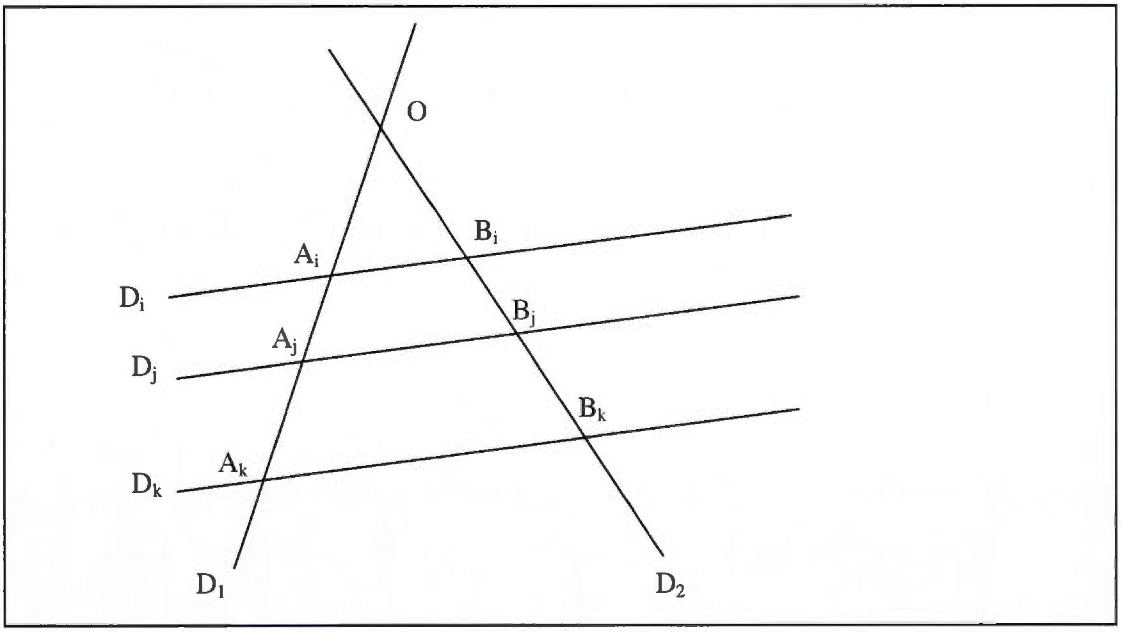


Figure 3.7 : Compas de proportion – description mathématique – 2

[14] Savoysky (2002) précise que ce théorème est un des cinq théorèmes de géométrie attribués à Thalès de Milet.

Finalement, il est également important de bien visualiser ce qui représente chacune des parties du compas de proportion. Par exemple, les droites D_1 et D_2 représentent chacune une des branches du compas de proportion et O (rappelons que les droites D_1 et D_2 sont sécantes en O) représente l'endroit où se retrouve la charnière, là où s'alignent les échelles.

Pour ce qui est de la description physique, Hébert (2004) précise que le compas de proportion est généralement fait en laiton, parfois en bois de buis pour les grands ou même en ivoire pour les petits. D'autres auteurs, dont Daumas (1953), mentionnent plutôt le cuivre comme matériau courant lors de la fabrication du compas de proportion.

Le compas de proportion mesure un demi à deux pieds de long et comporte une charnière plate lui permettant de s'ouvrir complètement. Il est important de noter que l'axe de rotation des branches correspond au point où s'alignent toutes les échelles. Le respect de cette dernière spécification est essentiel. Les échelles sont gravées sur chaque branche du compas symétriquement par rapport à la ligne d'ouverture. Plus les graduations sont précises, plus les résultats obtenus sont satisfaisants.

Les usages du compas de proportion étant très nombreux, nous nous attardons à ceux qui ont été déclarés comme étant les plus utiles et les plus généraux par Ozanam (1688) :

AU

LECTEUR.

LES Vſages du Compas de Proportion étant dans un tres-grand nombre, je me ſuis propoſé de vous donner ſeulement icy. Mon cher Lecteur, *ceux qui m'ont ſemblé les plus utiles & les plus generaux, afin que par leur moyen vous puiſſiez facilement trouver les autres de vous-même, ſur tout quand vous aurez bien compris les démonſtrations de ceux que je pretens enſeigner icy le plus briévement qu'il me ſera poſſible.*

Figure 3.8 : Extrait du livre de Jacques Ozanam (1688), p. 3

Voici donc les lignes du compas de proportion retenues par Ozanam (1688):

- ligne des parties égales (ou lignes des lignes), qui est habituellement divisée sur la longueur du compas en 200 parties égales et sert, à l'aide d'un compas à pointe sèche, à tous les calculs de proportions;
- ligne des plans, qui est habituellement graduée de 1 à 64 et permet de déterminer la longueur du côté d'un plan qui a une aire x fois plus grande ou plus petite qu'un autre plan semblable;
- ligne des polygones, qui permet de déterminer la longueur des côtés d'un certain nombre de polygones réguliers inscrits dans un même cercle;
- ligne des cordes, qui permet de déterminer la longueur d'une corde et qui sert à mesurer un angle sur le papier ou bien à reporter des angles observés;
- ligne des solides, qui est habituellement graduée de 1 à 64 et permet de déterminer la longueur des côtés d'un solide ayant un volume x fois plus grand ou plus petit qu'un autre solide semblable.

D'autres lignes existent telles la ligne des tangentes, la ligne des métaux ou encore la ligne du calibre des pièces, mais nous avons choisi de ne pas les retenir dans notre travail. Nous tenons cependant à souligner que selon Daumas (1953), en plus des cinq lignes sélectionnées par Ozanam, on retrouvait également, sur la majorité des compas de proportion, la ligne des métaux.

3.1.3 Utilisation[15]

Le compas de proportion peut être utilisé pour calculer, mesurer et dessiner. Bref, il est utile pour résoudre plusieurs problèmes de géométrie tant sur papier que sur le terrain. À partir de la fin du XVI^e siècle ou au début du XVII^e siècle, les arpenteurs, les navigateurs, les militaires et les ingénieurs avaient un compas de proportion dans leur étui de mathématique. De façon générale, les principaux usages du compas de proportion sont les suivants :

---

[15] Le site suivant est intéressant en ce qui a trait aux nombreux usages du compas de proportion : http://portail.atilf.fr/cgi-bin/getobject_?a.22:83:5./var/artfla/encyclopedie/textdata/IMAGE//

- Il sert à connaître les proportions entre des quantités de même espèce;
- Il permet le calcul de la longitude;
- Si on le place sur un support et qu'on lui ajoute des pinnules ainsi qu'un fil à plomb; il sert à mesurer des hauteurs, des profondeurs, des distances;
- Il sert à mesurer des angles et faire des calculs trigonométriques, ce qui est utile lors de triangulation ou lors de la construction d'un cadran solaire;
- Il sert en architecture, car les rapports et les proportions en sont des points fondamentaux.

Pour notre part, le choix que nous avons fait d'un compas de proportion en carton écarte certaines utilisations, dont entre autres la suivante, qu'il est cependant très intéressant de souligner :

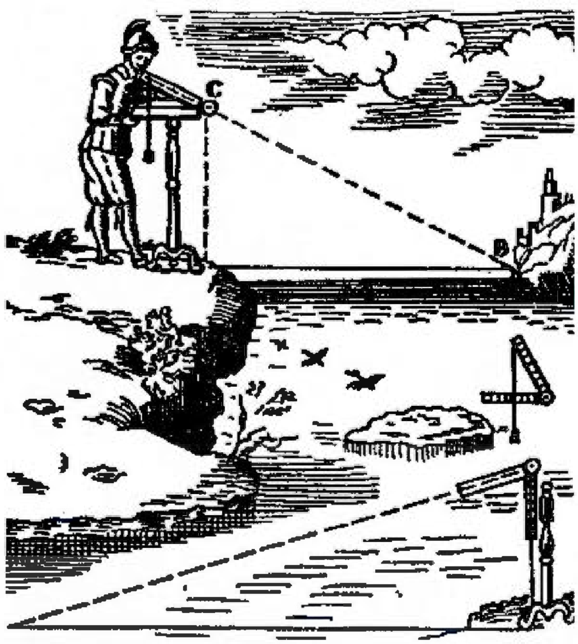


Figure 3.9 : Compas de proportion – utilisation
Source : voir appendice A

Dans la figure 3.9, on peut voir une utilisation d'un compas de proportion qui a été muni d'un fil à plomb et fort probablement de pinnules (invisibles sur l'illustration). On peut très bien voir que l'utilisateur s'en sert pour mesurer une distance inaccessible.

3.1.4 Activités

Les activités 1 à 5 (3.1.4.1 à 3.1.4.5) sont des variantes d'une même activité consistant à construire un compas de proportion. En effet, afin de faciliter à la fois la construction et l'utilisation de l'instrument construit par les élèves de façon artisanale, chaque compas construit ne comportera qu'une seule ligne. Rappelons que pour ces activités, notre choix s'est porté sur la construction d'un compas de proportion en carton. Ce choix a pour principal avantage d'être très peu coûteux. La construction est également facile et rapide. En ce qui a trait au principal inconvénient, nous concédons que la précision n'est pas aussi grande que nous l'aurions aimé.

Malgré cela, le choix de fabriquer un compas de proportion avec des matériaux plus semblables aux matériaux d'origine a été écarté surtout en raison de la complexité et du coût beaucoup plus grand que pour un compas en carton. De plus, nous considérons que les activités choisies permettent déjà une très bonne compréhension du fonctionnement de l'instrument et de certaines notions mathématiques s'y rapportant.

En ce qui concerne les activités 6 à 10 (3.1.4.6 à 3.1.4.10)[16], ce sont diverses activités nécessitant l'utilisation des compas de proportion construits par les élèves. Certaines activités possibles ont cependant été écartées, particulièrement celles qui auraient nécessité un compas de proportion plus élaboré.

3.1.4.1 Activité 1 : Construction d'un compas de proportion (ligne des parties égales)

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un compas de proportion comportant la ligne des parties égales. Cette activité est très intéressante, car elle est attrayante et permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. Comme les coûts sont très peu élevés, chaque élève peut construire son compas de proportion. Cette activité s'adresse surtout aux élèves de la fin du primaire ou du début du secondaire.

---

[16] Plusieurs autres activités en lien avec l'utilisation des compas de proportion construits aux activités 1 à 5 sont disponibles dans Ozanam (1688) aux pages 17 à 70.

Matériel nécessaire (pour un compas de proportion)

Un morceau de carton de 10 cm par 42 cm (Le bristol 3 plis est un bon choix).

Outils nécessaires

Une règle;

Une paire de ciseaux;

Un crayon à pointe fine.

Avant l'activité

En se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Parler des différentes lignes possibles et expliquer que le compas de proportion qu'ils construisent lors de cette activité ne comporte qu'une ligne : la ligne des parties égales. Leur mentionner que la ligne des parties égales, sur la majorité des compas de proportion d'une grandeur analogue à celui qu'ils construisent, comporte 200 divisions. Ce choix est aussi le nôtre.

Il est à notre avis important de faire suivre cette activité par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 6 en 3.1.4.6.

Étape 1

Pliez en deux le carton dans le sens de la longueur

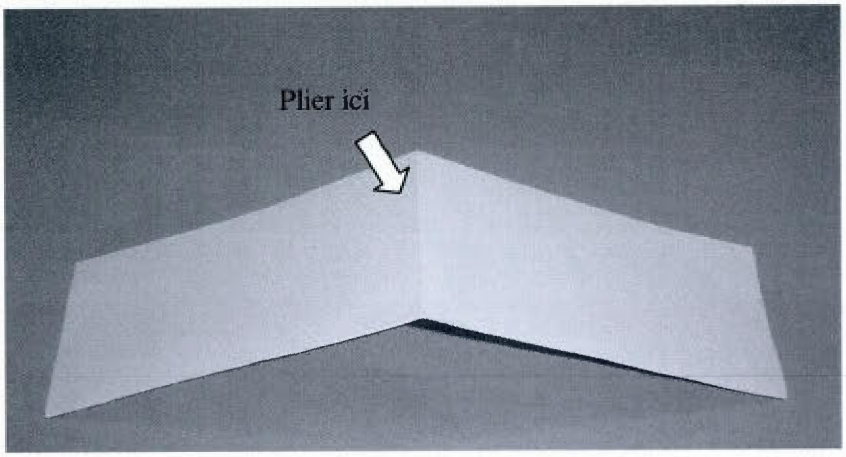


Figure 3.10 : Construction du compas de proportion – étape 1

Étape 2

Pliez en deux le carton dans le sens de la largeur

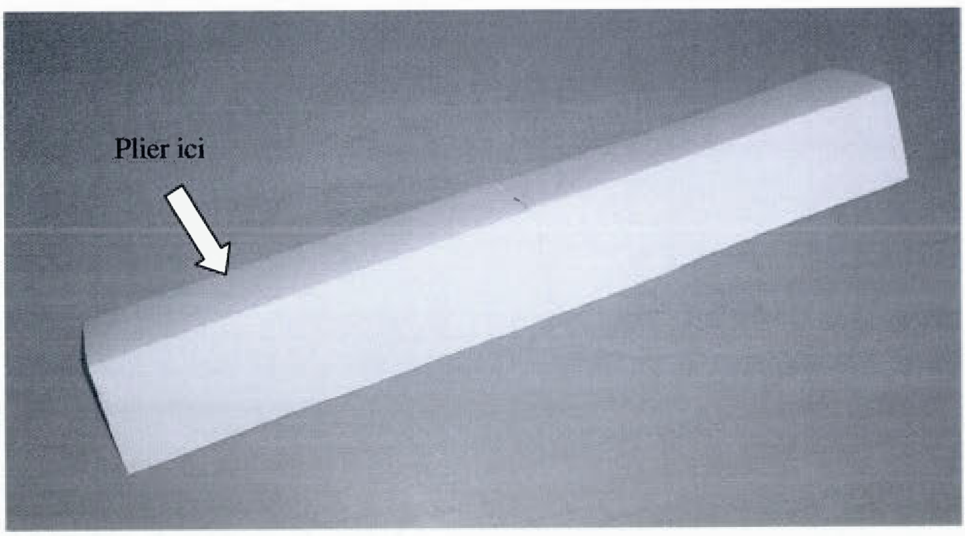


Figure 3.11 : Construction du compas de proportion – étape 2

Étape 3

Coupez en deux (jusqu'au milieu seulement) en suivant la pliure faite à l'étape 1. Le milieu est déterminé par la pliure faite à l'étape 2.

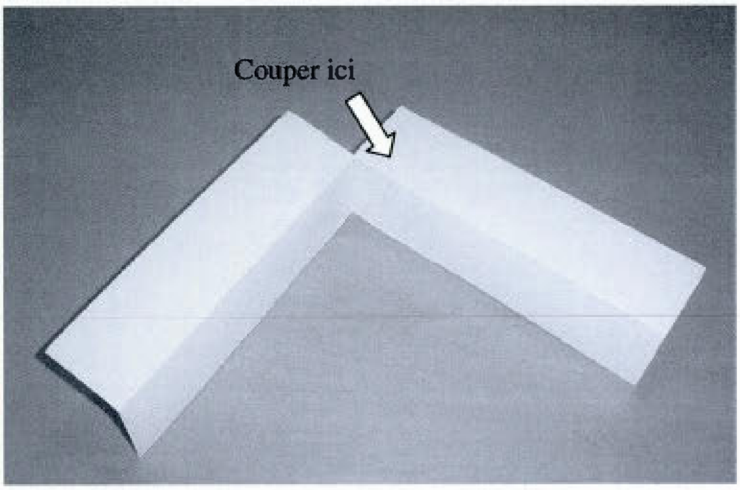


Figure 3.12 : Construction du compas de proportion – étape 3

Étape 4

À l'aide d'une règle graduée en centimètres, faites des graduations de 0 à 200 (la graduation 200 est située à 20 cm du 0) le long de la pliure faite à l'étape 2, sur le côté où la coupure a été faite à l'étape 3. Le 0 est sur la coupure et le 200 est près de l'extrémité.

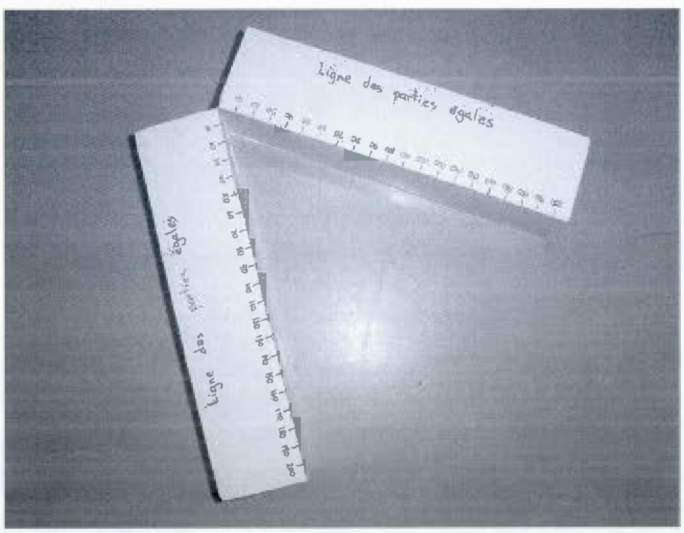


Figure 3.13 : Compas de proportion – ligne des parties égales

Étape 5: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Avant l'étape 1, après avoir remis le matériel, il peut être intéressant de discuter avec les élèves afin de voir s'ils peuvent déterminer de quelle façon on peut faire un compas de proportion avec ce matériel. Si le temps le permet, on peut même les laisser essayer, en prévoyant bien sûr des cartons supplémentaires.

Après l'étape 3, discuter avec les élèves pour déterminer quelle est l'étape la plus délicate jusqu'à maintenant. Certains d'entre eux auront possiblement eu de la difficulté à exécuter correctement et du premier coup les pliures des étapes 1 et 2. Il se peut également qu'à l'étape 3, certains élèves aient découpé trop loin ou pas assez selon le cas. On peut alors échanger sur le fait que les pliures multiples ou les coupures imprécises fragilisent le compas de proportion et le rendent moins stable, et parler de l'impact de ce manque de stabilité sur la précision des mesures qui seront faites avec le compas de proportion.

Il est également important de voir si les élèves voient l'importance de la précision de la coupure en lien avec l'endroit où s'alignent les échelles. En effet, si la coupure qui est faite à l'étape 3 n'arrive pas exactement à l'endroit déterminé par la pliure faite à l'étape 2, le sommet O ne sera pas au bon endroit, ce qui aura un impact certain sur la précision des mesures. Par exemple, si la coupure est faite trop longue, le sommet O n'est pas à l'endroit adéquat, c'est-à-dire au même endroit que les graduations 0 des échelles sur chacune des branches du compas de proportion, car les deux branches du compas de proportion en carton s'écartent. Voir à cet effet la figure 3.14 à la page suivante :

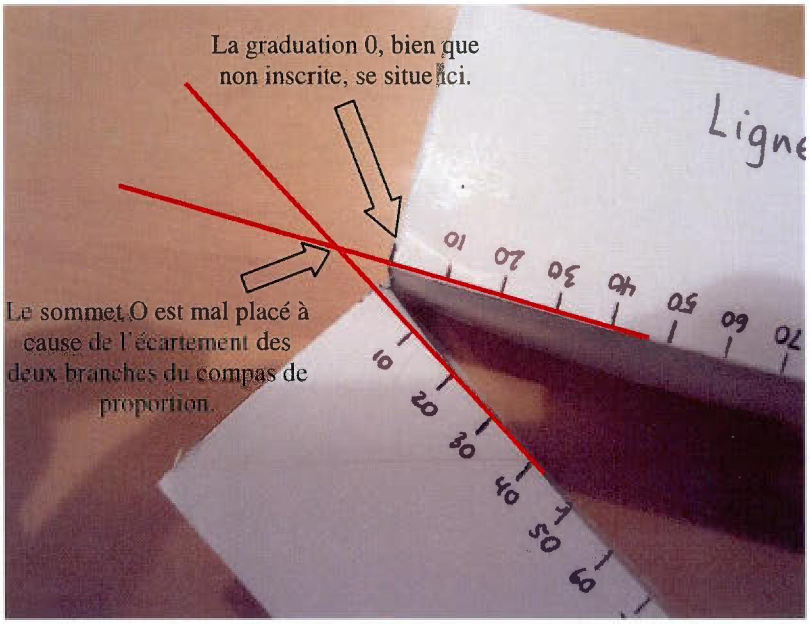


Figure 3.14 : Compas de proportion – mauvaise position du sommet O

En comparant les figures 3.7 et 3.14, il est facile de voir qu'une coupure imprécise empêche le bon fonctionnement du compas de proportion. On peut effectivement voir que les 0[17] de chacune des échelles sur chacune des branches du compas de proportion ne sont plus alignés avec le sommet O, qui se trouve maintenant à l'extérieur du compas de proportion. Il n'est plus possible d'utiliser adéquatement le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables.

Avant l'étape 4, discuter avec les élèves de ce qui est la meilleure méthode pour inscrire les graduations de façon précise et de la raison qui, à leur avis, a motivé le choix d'un crayon à pointe fine. Parler de l'impact qu'aurait un manque de précision. Parler également du nombre de graduations à inscrire. Toutes? De 5 en 5? De 10 en 10? De 20 en 20? Pour se rendre à 200, où doit se trouver la graduation 10?

---

[17] Sur la figure 3.14, la graduation 0 n'est pas inscrite, car elle est située à l'extrême bord du compas de proportion.

Après l'étape 4, échanger sur les difficultés rencontrées, particulièrement sur celles qui ont, de l'avis des élèves, des impacts sur la précision du compas. Par exemple, les élèves devraient avoir rapidement découvert qu'il est plus facile de mettre le compas à plat pour inscrire les mesures. Ont-ils travaillé à deux? Un qui stabilise le compas et la règle et l'autre qui inscrit les mesures? Ont-ils mis la graduation 10 à un centimètre du 0 afin d'utiliser de façon optimale la longueur du compas? En effet, comme le compas mesure un peu plus de 20 cm et qu'on a 200 graduations à inscrire, l'idéal est de faire correspondre 1 cm à la graduation 10, 2 cm à la graduation 20, etc.

Certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de graduations. Discuter avec eux de la difficulté à mettre des graduations à chaque millimètre compte tenu de la largeur de la pointe du crayon et de l'espace disponible. Les élèves devraient alors voir l'importance d'avoir un crayon à pointe fine. De plus, il faut inscrire le nombre correspondant à la graduation. Il est évident qu'inscrire tous les nombres rendrait le tout illisible. Pour notre part, nous avons choisi de mettre les graduations de 10 en 10. Ce choix est suffisant pour faire plusieurs activités intéressantes utilisant la ligne des parties égales.

Discuter des autres choix en insistant sur les avantages et inconvénients de ces choix. Par exemple, si des élèves ont choisi de mettre des graduations de 20 en 20, discuter de l'impact d'un tel choix lors de l'utilisation future du compas de proportion. L'idéal serait évidemment de pouvoir mettre toutes les graduations, mais les élèves devraient facilement voir la difficulté de le faire avec les moyens artisanaux qui sont les nôtres.

Un autre élément à regarder est qu'il est possible que les élèves aient déplacé la règle à chaque graduation, mesurant de 0 à 1 centimètre à chaque fois pour inscrire la graduation suivante (si les graduations sont de 10 en 10) plutôt que de laisser la règle en place et de mettre chaque graduation sans déplacer la règle : la graduation 10 à 1 centimètre, la graduation 20 à 2 centimètres, etc. Discuter avec eux de l'impact d'une telle méthode sur la précision future du compas de proportion. Si les élèves ont déjà fait des expériences scientifiques impliquant des mesures (en physique ou en chimie par exemple), ils devraient faire le lien avec l'addition des erreurs à chaque mesure et comprendre alors l'avantage de ne pas déplacer la règle à chaque fois.

Enfin, échanger sur ce qui a le plus grand impact sur la précision du compas de proportion. Est-ce l'imprécision de la coupure faite à l'étape 3? L'imprécision des pliures faites aux étapes 1 et 2? Les choix faits lors de l'inscription des graduations? En se référant à la figure 3.14, refaire avec eux les liens entre celle-ci et le compas de proportion. Il est important qu'ils revoient le lien entre le sommet O et la précision de la coupure faite à l'étape 3, ainsi que le lien entre les échelles et les droites D_1 et D_2. Ces liens permettent d'avoir des échanges riches sur ce qui a le plus d'impact sur la précision du compas de proportion.

Rappelons que pour maximiser l'impact positif de cette activité, elle doit être suivie par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 6 en 3.1.4.6.

3.1.4.2 Activité 2 : Construction d'un compas de proportion (ligne des plans)

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un compas de proportion comportant la ligne des plans. Cette activité est très intéressante car elle est attrayante et permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. Comme les coûts sont très peu élevés, chaque élève peut construire son compas de proportion. Le matériel et les outils nécessaires sont les mêmes que pour l'activité 1 (3.1.4.1). Cette activité s'adresse surtout aux élèves de la fin du primaire ou du début du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Parler des différentes lignes possibles et expliquer que le compas de proportion qu'ils construisent lors de cette activité ne comporte qu'une ligne : la ligne des plans. Leur mentionner que la ligne des plans, sur la majorité des compas de proportion d'une grandeur analogue à celui qu'ils construisent, est graduée de 1 à 64.

Il est à notre avis important de faire suivre cette activité par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 7 en 3.1.4.7.

Étape 1 à 3

Voir les étapes 1 à 3 de l'activité 1 en 3.1.4.1.

Étape 4

Il faut maintenant déterminer l'emplacement des graduations à inscrire sur le compas de proportion. Habituellement, la ligne des plans de la plupart des compas de proportion d'une longueur analogue à celui que les élèves viennent de construire est graduée de 1 à 64. La graduation 1 correspond au plan 1, la graduation 2 correspond au plan 2 (qui a une aire 2 fois plus grande que celle du plan 1), la graduation 3 correspond au plan 3 (qui a une aire trois fois plus grande que celle du plan 1) et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 correspondant au plan 64 (qui a une aire 64 fois plus grande que celle du plan 1).

L'emplacement de chacune des graduations est déterminé par la longueur des côtés homologues de chacun des plans semblables. Par exemple, la graduation 1 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 1, la graduation 2 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 2, la graduation 3 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 3 et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 qui est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 64.

Dans Ozanam (1688), en se basant sur le fait que le rapport entre les aires de deux plans semblables est le même que celui entre le carré de leurs côtés homologues, on explique qu'il faut d'abord diviser le côté du plus grand plan (le plan 64) en un nombre de parties égales qui soient divisible par la racine carrée de ce plus grand plan. En l'occurrence, un nombre divisible par 8 qui est la racine carrée de 64. Dans la plupart des cas, c'est 1000 qui est choisi.

À l'aide d'une règle graduée en centimètres, commençons par faire les divisions de 50 en 50[18] (de 0 à 1000; le nombre 1000 étant situé à 20 cm du 0) le long de la pliure faite à l'étape 2, sur le côté où la coupure a été faite à l'étape 3. Le 0 est sur la coupure et le 1000 est près de l'extrémité. Ne faire que des lignes et n'inscrire aucun nombre, car ceux qui seront inscrits correspondront aux plans 1 à 64. Nous avons cependant besoin des divisions de 0 à 1000 pour déterminer l'emplacement des graduations 1 à 64. C'est ce que nous faisons à l'étape suivante.

Étape 5

Pour déterminer l'emplacement de chacune des graduations, il faut d'abord déterminer l'emplacement de la graduation correspondant au plan 1. Pour ce faire, on divise 1000 (la longueur du côté du plan 64) par 8, et on obtient 125 qui est la longueur du côté du plan 1.

$$\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{1}} = \frac{1000}{x} \Longrightarrow x = \frac{1000}{8} \Longrightarrow x = 125$$

Maintenant, à partir de la longueur du côté du plan 1, il est facile de déterminer la longueur des côtés des plans 2, 3, 4... jusqu'à celle du côté du plan 64. Pour ce faire, il n'y a qu'à faire le calcul suivant :

$$\sqrt{x^2 \bullet y}$$

Où x est la longueur du côté du plan 1 et y le numéro du plan pour lequel on cherche la longueur du côté. Voici quelques exemples de calculs :

- Pour déterminer la longueur du côté du plan 2 qui a une aire deux fois plus grande que celle du plan 1 : $\sqrt{125^2 \bullet 2} = 177$
- Pour déterminer la longueur du côté du plan 3 qui a une aire trois fois plus grande que celle du plan 1 : $\sqrt{125^2 \bullet 3} = 217$

---

[18] Inscrire toutes les divisions rendrait le tout illisible.

On continue ainsi jusqu'au plan 64 qui a une aire 64 fois plus grande que celle du plan 1. Bien que ce soit un peu fastidieux, il est intéressant de faire faire les calculs nécessaires à la détermination de l'emplacement de chacune des graduations aux élèves. Voici le tableau des calculs[19] :

Tableau 3.1
Calculs des graduations pour la ligne des plans

Calculs des graduations pour la ligne des plans										
Plan	*Position*		Plan	*Position*		Plan	*Position*		Plan	*Position*
1	*125*		17	*515*		33	*718*		49	*875*
2	*177*		18	*530*		34	*729*		50	*884*
3	*217*		19	*545*		35	*740*		51	*893*
4	*250*		20	*559*		36	*750*		52	*901*
5	*280*		21	*573*		37	*760*		53	*910*
6	*306*		22	*586*		38	*771*		54	*919*
7	*331*		23	*599*		39	*781*		55	*927*
8	*354*		24	*612*		40	*791*		56	*935*
9	*375*		25	*625*		41	*800*		57	*944*
10	*395*		26	*637*		42	*810*		58	*952*
11	*415*		27	*650*		43	*820*		59	*960*
12	*433*		28	*661*		44	*829*		60	*968*
13	*451*		29	*673*		45	*839*		61	*976*
14	*468*		30	*685*		46	*848*		62	*984*
15	*484*		31	*696*		47	*857*		63	*992*
16	*500*		32	*707*		48	*866*		64	*1000*

Étant donné que l'échelle de 0 à 1000 s'étire sur une longueur de 20 cm, cela signifie que chaque centimètre représente 50 divisions, ce qui rend très difficile l'inscription de tous les plans selon les données calculées à cette étape.

[19] Tous les nombres ont été arrondis à l'unité.

En effet, si on regarde par exemple les données calculées pour positionner les plans 63 et 64, on voit qu'ils ne sont séparés que par 8 divisions ce qui représente un peu plus d'un mm. Il est clair qu'il n'est pas possible d'inscrire tous les plans sans rendre le tout illisible. Il est donc conseillé d'inscrire seulement quelques plans en gardant à l'esprit qu'on doit garder le tableau fait à l'étape précédente pour connaître, au besoin, la position de tous les plans y compris ceux qui ne sont pas inscrits sur notre compas de proportion. Pour notre part, nous avons choisi d'inscrire les plans 1 à 5 ainsi que quelques plans qui ont l'avantage d'être situés exactement sur une ligne de division (ou très près) ; nous avons donc inscrit les plans suivants : 1, 2, 3, 4, 5, 9, 13, 16, 23, 36, 52 et 64

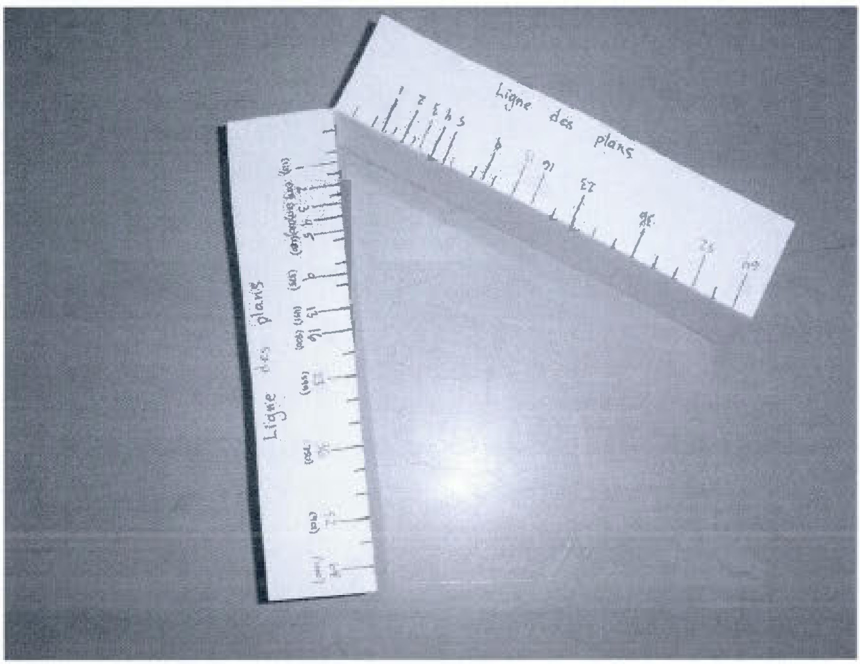


Figure 3.15 : Compas de proportion – ligne des plans

Étape 6: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre

d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Comme les étapes 1 à 3 des activités 1 à 5 (3.1.4.1. à 3.1.4.5) sont identiques, nous ne répéterons pas ici les détails auxquels il faut porter attention ou les questions qu'il faut poser. Pour ces détails et ces questions, voir le début de l'étape 5 de l'activité 1 en 3.1.4.1 aux pages 59 et 60.

Avant l'étape 4, discuter avec les élèves de ce qui est la meilleure méthode pour inscrire les graduations de façon précise et de la raison qui, à leur avis, a motivé le choix d'un crayon à pointe fine. Parler de l'impact qu'aurait un manque de précision. Parler également du nombre de graduations à inscrire. Faut-il les inscrire toutes? À leur avis, l'espace entre les graduations de 1 à 64 sera-t-il le même? Sinon, comment doit-on déterminer l'emplacement de chacune des graduations?

Pendant l'étape 4, voir avec les élèves ce qu'ils comprennent du fait que *La graduation 1 correspond au plan 1, la graduation 2 correspond au plan 2 (qui a une aire 2 fois plus grande que celle du plan 1), la graduation 3 correspond au plan 3 (qui a une aire trois fois plus grande que celle du plan 1) et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 correspondant au plan 64 (qui a une aire 64 fois plus grande que celle du plan 1)* et que *L'emplacement de chacune des graduations est déterminé par la longueur des côtés homologues de chacun des plans semblables. Par exemple, la graduation 1 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 1, la graduation 2 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 2, la graduation 3 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 3 et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 qui est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du plan 64.*

Cela leur permet-il de faire des hypothèses intéressantes en lien avec l'espace qui doit exister entre les graduations 1 à 64? Font-ils le lien avec le fait que le rapport entre les aires de deux plans semblables est le même que celui entre le carré de leurs côtés homologues? À ce stade, il peut être intéressant de s'attarder à cette propriété.

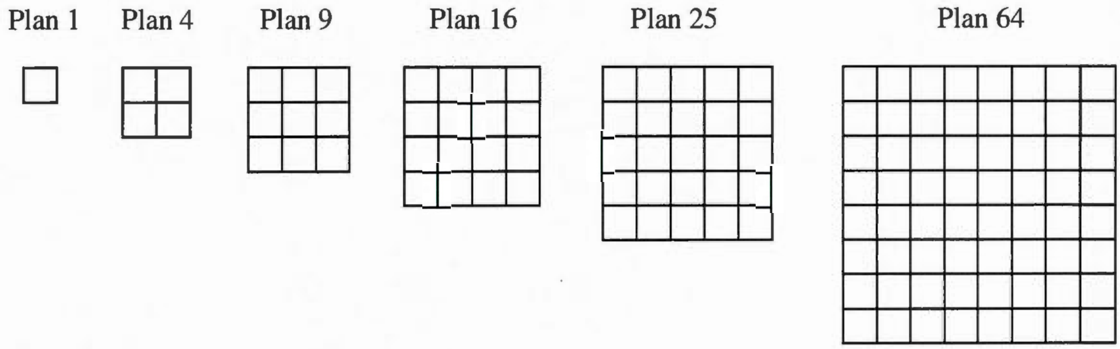


Figure 3.16 : Rapport entre les aires de plans semblables – 1

En se référant à la figure 3.16 ci-dessus, les élèves devraient facilement voir qu'effectivement, le rapport entre les aires de deux plans semblables est égal au rapport entre les carrés de leurs côtés homologues. En effet, si on prend par exemple le plan 64 et qu'on le compare au plan 1, on voit bien que :

$$\frac{64}{1} = \frac{8^2}{1^2}$$

Cela devrait également leur faire voir que l'espace entre les graduations ne sera pas le même.

Discuter avec les élèves de la raison pour laquelle on a choisi de faire d'abord 1000 divisions. Voient-ils que si le côté du plan 1 mesure 1 unité, le côté du plan 64 mesure 8 unités Comprennent-ils bien comment passer d'un système à 8 unités à un système à 1000 unités?

Après l'étape 4, échanger sur les difficultés rencontrées, particulièrement sur celles qui ont, de l'avis des élèves, des impacts sur la précision du compas. Par exemple, les élèves devraient avoir rapidement découvert qu'il est plus facile de mettre le compas à plat pour inscrire les divisions. Ont-ils travaillé à deux? Un qui stabilise le compas et la règle et l'autre qui inscrit les divisions? Ont-ils mis la division 50 à un centimètre du 0 afin d'utiliser de façon optimale la longueur du compas? En effet, comme le compas mesure un peu plus de 20

cm et qu'on a 1000 divisions à inscrire, l'idéal est de faire correspondre 1 cm à la division 50, 2 cm à la division 100, etc.
Certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de divisions. Discuter avec eux de la difficulté à mettre des divisions à chaque millimètre compte tenu de la largeur de la pointe du crayon et de l'espace disponible. Les élèves devraient alors voir l'importance d'avoir un crayon à pointe fine. Pour notre part, nous avons choisi de mettre les divisions de 50 en 50. Cela nous a paru suffisant pour avoir les repères nécessaires à l'inscription des graduations.

Un autre élément à regarder est qu'il est possible que les élèves aient déplacé la règle à chaque division, mesurant de 0 à 1 centimètre à chaque fois pour inscrire la division suivante (si les divisions sont de 50 en 50) plutôt que de laisser la règle en place et de mettre chaque division sans déplacer la règle : la division 50 à 1 centimètre, la division 100 à 2 centimètres, etc. Discuter avec eux de l'impact d'une telle méthode sur la précision future du compas de proportion. Si les élèves ont déjà fait des expériences scientifiques impliquant des mesures (en physique ou en chimie par exemple), ils devraient faire le lien avec l'addition des erreurs à chaque mesure et comprendre alors l'avantage de ne pas déplacer la règle à chaque fois.

Enfin, échanger sur ce qui a le plus grand impact sur la précision du compas de proportion. Est-ce l'imprécision de la coupure faite à l'étape 3? L'imprécision des pliures faites aux étapes 1 et 2? Les choix faits lors de l'inscription des divisions? En se référant à la figure 3.14, refaire avec eux les liens entre celle-ci et le compas de proportion. Il est important qu'ils revoient le lien entre le sommet O et la précision de la coupure faite à l'étape 3, ainsi que le lien entre les échelles et les droites D_1 et D_2. Ces liens permettent d'avoir des échanges riches sur ce qui a le plus d'impact sur la précision du compas de proportion.

Avant l'étape 5, demander aux élèves s'ils ont maintenant une hypothèse sur la façon de déterminer la longueur des côtés de chaque plan?
Pendant l'étape 5, voir avec les élèves s'ils comprennent bien la raison pour laquelle la longueur du plan 1 est de 125. Voir également avec eux leur compréhension de la formule

servant à déterminer la longueur de chacun des côtés de chaque plan. Pour ce faire, revoyons à la figure 3.17 ci-dessous, l'illustration des plans 1 et 4 :

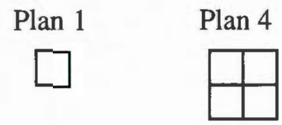


Figure 3.17 : Rapport entre les aires de plans semblables – 2

Si nous nommons x le côté du plan 1; son aire est donc de x^2. Si je cherche d'abord l'aire du plan 4 qui a une aire quatre fois plus grande que celle du plan 1, je trouve donc que le plan 4 a une aire de $4x^2$. Si je cherche maintenant le côté du plan 4, je dois donc trouver la racine carrée de $4x^2$.

Il en ressort donc que pour trouver la longueur du côté d'un plan quelconque (appelons-le y), il faut multiplier l'aire du plan 1 (qui est son côté au carré donc x^2) par le numéro du plan[20] y, ce qui nous donne l'aire du plan y. Nous devons ensuite faire la racine carrée pour arriver à la longueur du côté du plan y. Ce qui nous donne bien la formule :

$$\sqrt{x^2 \bullet y}$$

Après l'étape 5, discuter du nombre de graduations à inscrire. Une fois les calculs faits pour chaque graduation, certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de graduations. Discuter avec eux de la difficulté à mettre toutes les graduations compte tenu de l'espace minime qu'il y a entre certaines d'entre elles (par exemple les graduations 63 et 64). Il est évident qu'inscrire tous les nombres rendrait le tout illisible. Pour notre part, nous avons choisi d'inscrire les plans 1 à 5 ainsi que quelques plans qui ont l'avantage d'être situés exactement sur une ligne de division (ou très près) ; nous avons donc inscrit les plans suivants : 1, 2, 3, 4, 5, 9, 13, 16, 23, 36, 52 et 64. Ce choix est suffisant pour faire plusieurs activités intéressantes utilisant la ligne des plans.

[20] N'oublions pas que le numéro du plan correspond au rapport de l'aire de ce plan avec celle du plan 1. Par exemple, le plan 4 a une aire 4 fois plus grande que celle du plan 1.

Discuter des autres choix en insistant sur les avantages et inconvénients de ces choix. L'idéal serait évidemment de pouvoir mettre toutes les graduations, mais les élèves devraient facilement voir la difficulté de le faire avec les moyens artisanaux qui sont les nôtres.

Rappelons que pour maximiser l'impact positif de cette activité, elle doit être suivie par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 7 en 3.1.4.7.

Réinvestissement : Il pourrait être intéressant de voir avec les élèves ce qui se passe avec des plans qui ne sont pas des carrés. N'oublions pas que la formule s'applique pour des plans semblables; ces plans n'ont pas à être des carrés. On peut regarder la figure 3.18 ci-dessous pour voir un exemple avec des plans de forme rectangulaire :

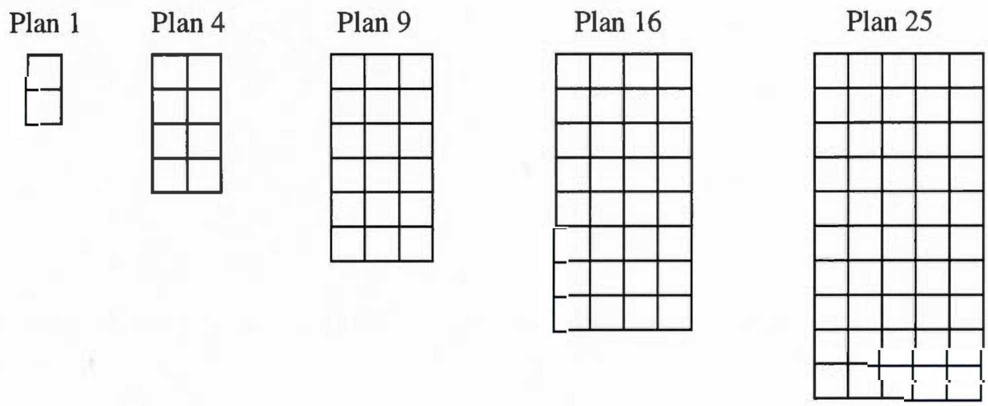


Figure 3.18 : Rapport entre les aires de plans semblables – 3

En regardant la figure 3.18 ci-dessus, on peut voir que les plans sont semblables et que le plan 4 a bien une aire 4 fois plus grande que le plan 1. Si nous posons que les mesures des côtés du plan 1 sont respectivement 1 et 2 et qu'on se sert de la formule telle que déterminée auparavant, voyons ce que l'on retrouve pour les mesures des côtés du plan 4.

Pour le premier côté : $\sqrt{1^2 \bullet 4} = 2$, ce qui est bien la longueur du premier côté du plan 4.

Pour le second côté : $\sqrt{2^2 \bullet 4} = 4$, ce qui est bien la longueur du second côté du plan 4.

Par la suite, on peut imaginer appliquer cette formule à toutes sortes de plans en autant que nous n'oublions pas que ces derniers doivent être semblables.

3.1.4.3 Activité 3 : Construction d'un compas de proportion (ligne des polygones)

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un compas de proportion comportant la ligne des polygones. Cette activité est très intéressante, car elle est attrayante et permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. Comme les coûts sont très peu élevés, chaque élève peut construire son compas de proportion. Le matériel et les outils nécessaires sont les mêmes que pour l'activité 1 (3.1.4.1). Cette activité s'adresse surtout aux élèves de la fin du primaire ou du début du secondaire.

<u>Avant l'activité</u>

En se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Parler des différentes lignes possibles et expliquer que le compas de proportion qu'ils construisent lors de cette activité ne comporte qu'une ligne : la ligne des polygones. Leur mentionner que la ligne des polygones, sur la majorité des compas de proportion d'une grandeur analogue à celui qu'ils construisent, est graduée de 4 à 12.

Il est à notre avis important de faire suivre cette activité par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 8 en 3.1.4.8.

Étape 1 à 3

Voir les étapes 1 à 3 de l'activité 1 en 3.1.4.1.

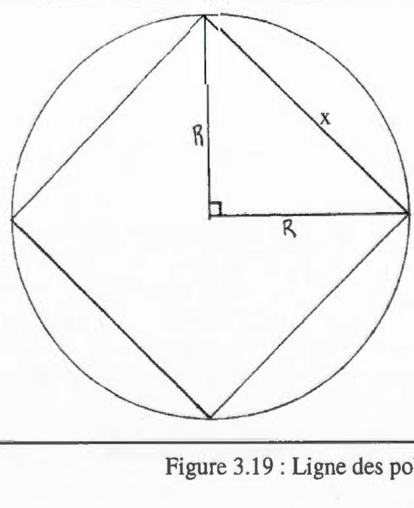
Étape 4

Il faut maintenant déterminer l'emplacement des graduations à inscrire sur le compas de proportion. Habituellement, la ligne des polygones de la plupart des compas de proportion est graduée de 4 à 12, ce qui correspond au nombre de côtés des polygones. L'emplacement de chacune des graduations est déterminé par la longueur des côtés de chacun des polygones[21] en présumant qu'ils sont tous inscrits dans un cercle de même rayon.

Sans autre raison que parce c'est le nombre de divisions utilisé pour déterminer l'emplacement des graduations de plusieurs autres lignes d'un compas de proportion (ligne des plans, ligne des cordes et ligne des solides), à l'aide d'une règle graduée en centimètres, commençons par faire des divisions de 50 en 50 (de 0 à 1000; le nombre 1000 étant situé à 20cm du 0) le long de la pliure faite à l'étape 2, sur le côté où la coupure a été faite à l'étape 3. Le 0 est sur la coupure et le 1000 est près de l'extrémité. Ne faire que des lignes et n'inscrire aucun nombre, car ceux qui seront inscrits correspondront aux nombres de côtés des polygones. Nous avons cependant besoin des divisions de 0 à 1000 pour déterminer l'emplacement des graduations 4 à 12. C'est ce que nous faisons à l'étape suivante.

Étape 5

Le carré ayant le moins grand nombre de côtés, ceux-ci sont bien évidemment les plus longs. Nous pouvons donc décider que la graduation 4 (représentant le nombre de côtés du carré) sera située à 1000, ce qui représente la longueur *x* du côté du carré inscrit dans un cercle de rayon R. À partir de là, on doit déterminer d'abord le rayon ce qui se fait de la façon suivante :

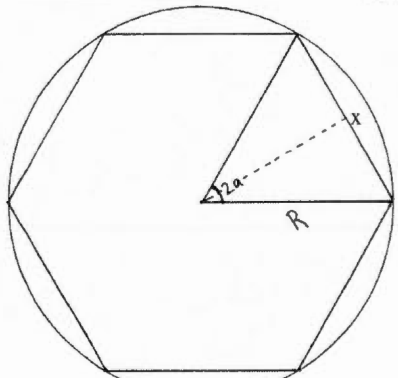


$$\Rightarrow R^2 + R^2 = x^2$$
$$\Rightarrow 2R^2 = x^2$$
$$\Rightarrow 2R^2 = 1000^2$$
$$\Rightarrow 2R^2 = 1000000$$
$$\Rightarrow R^2 = 500000$$
$$\Rightarrow R = \sqrt{500000}$$
$$\Rightarrow R = 707$$

Figure 3.19 : Ligne des polygones – calcul du rayon

[21] Spécifions ici que nous parlons de polygones réguliers.

Comme nous savons que la longueur du côté d'un hexagone inscrit dans un cercle est égale au rayon de ce cercle, nous venons de déterminer l'emplacement de la graduation 6. Cependant, nous pouvons également déterminer l'emplacement de cette graduation de la façon suivante :



$$\Rightarrow x/2 = R\sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 2R\sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 2 \bullet 707 \bullet \sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 1414 \bullet \sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 1414 \bullet \sin(30°)$$
$$\Rightarrow x = 707$$

Figure 3.20 : Ligne des polygones – calcul de la longueur des côtés

Où x est égal à la longueur du côté du polygone, R est égal au rayon du cercle dans lequel ce polygone est inscrit et a est égal à la moitié de l'angle au centre pour une portion d'un polygone donné[22]. Pour les autres graduations, on utilise le même calcul jusqu'au dodécagone qui est le polygone avec le plus grand nombre de côtés et donc qui a le côté ayant la plus petite longueur. Voici quelques exemples de calculs :

- Pour déterminer la longueur du côté du pentagone qui a cinq côtés :

$$\Rightarrow x/2 = R\sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 2R\sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 2 \bullet 707 \bullet \sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 1414 \bullet \sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 1414 \bullet \sin(36°)$$
$$\Rightarrow x = 831$$

[22] Pour trouver l'angle au centre pour un polygone donné, il suffit de diviser 360° par le nombre de côtés du polygone ce qui correspond à $2a$.

- Pour déterminer la longueur du côté du décagone qui a 10 côtés :

$$\Rightarrow x/2 = R\sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 2R\sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 2 \bullet 707 \bullet \sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 1414 \bullet \sin(a)$$
$$\Rightarrow x = 1414 \bullet \sin(18°)$$
$$\Rightarrow x = 437$$

On continue ainsi pour tous les autres polygones. Il est intéressant de faire faire les calculs nécessaires à la détermination de l'emplacement de chacune des graduations aux élèves. Voici le tableau des calculs :

Tableau 3.2
Calculs des graduations pour la ligne des polygones

Calculs des graduations pour la ligne des polygones *(rayon du cercle dans lequel les polygones sont inscrits = 707)*			
Polygones	Nbre de côtés (c)	Angle au centre/2 (360/2c)	Position (x) (longueur du côté)
Carré	***4***	*45*	*1000*
Pentagone	***5***	*36*	*831*
Hexagone	***6***	*30*	*707*
Heptagone	***7***	*25,714*	*614*
Octogone	***8***	*22,5*	*541*
Ennéagone	***9***	*20*	*484*
Décagone	***10***	*18*	*437*
Hendécagone	***11***	*16,365*	*398*
Dodécagone	***12***	*15*	*366*

Contrairement à la ligne des plans, il est cette fois possible d'inscrire toutes les graduations.

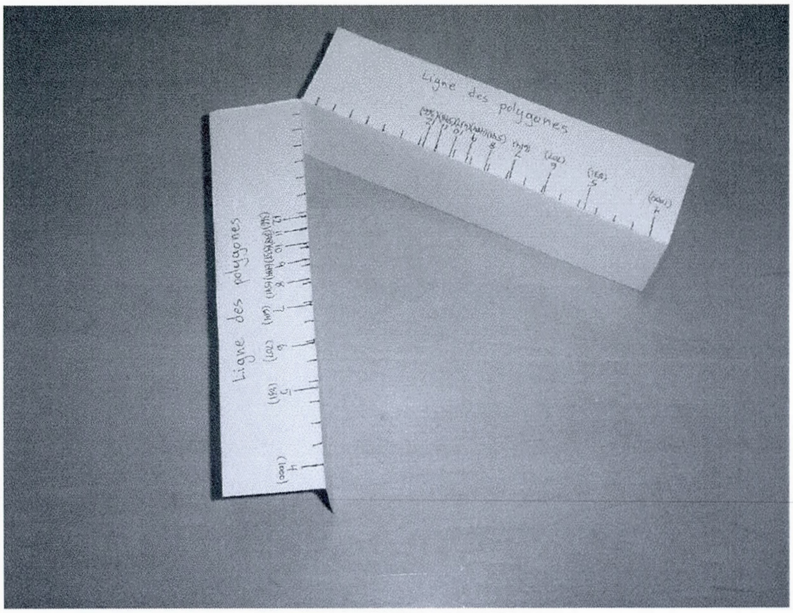


Figure 3.21 : Compas de proportion – ligne des polygones

Étape 6: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Comme les étapes 1 à 3 des activités 1 à 5 (3.1.4.1. à 3.1.4.5) sont identiques, nous ne répéterons pas ici les détails auxquels il faut porter attention ou les questions qu'il faut poser. Pour ces détails et ces questions, voir le début de l'étape 5 de l'activité 1 en 3.1.4.1 aux pages 59 et 60.

Avant l'étape 4, discuter avec les élèves de ce qui est la meilleure méthode pour inscrire les graduations de façon précise et de la raison qui, à leur avis, a motivé le choix d'un crayon à pointe fine. Parler de l'impact qu'aurait un manque de précision. Parler également du nombre de graduations à inscrire. Faut-il les inscrire toutes? À leur avis, l'espace entre les graduations de 4 à 12 sera-t-il le même? Sinon, comment doit-on déterminer l'emplacement de chacune des graduations?

Après l'étape 4, échanger sur les difficultés rencontrées, particulièrement sur celles qui ont, de l'avis des élèves, des impacts sur la précision du compas. Par exemple, les élèves devraient avoir rapidement découvert qu'il est plus facile de mettre le compas à plat pour inscrire les divisions. Ont-ils travaillé à deux? Un qui stabilise le compas et la règle et l'autre qui inscrit les divisions? Ont-ils mis la division 50 à un centimètre du 0 afin d'utiliser de façon optimale la longueur du compas? En effet, comme le compas mesure un peu plus de 20cm et qu'on a 1000 divisions à inscrire, l'idéal est de faire correspondre 1 cm à la division 50, 2 cm à la division 100, etc.

Certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de divisions. Discuter avec eux de la difficulté à mettre des divisions à chaque millimètre compte tenu de la largeur de la pointe du crayon et de l'espace disponible. Les élèves devraient alors voir l'importance d'avoir un crayon à pointe fine. Pour notre part, nous avons choisi de mettre les divisions de 50 en 50. Cela nous a paru suffisant pour avoir les repères nécessaires à l'inscription des graduations.

Un autre élément à regarder est qu'il est possible que les élèves aient déplacé la règle à chaque division, mesurant de 0 à 1 centimètre à chaque fois pour inscrire la division suivante (si les divisions sont de 50 en 50) plutôt que de laisser la règle en place et de mettre chaque division sans déplacer la règle : la division 50 à 1 centimètre, la division 100 à 2 centimètres, etc. Discuter avec eux de l'impact d'une telle méthode sur la précision future du compas de proportion. Si les élèves ont déjà fait des expériences scientifiques impliquant des mesures (en physique ou en chimie par exemple), ils devraient faire le lien avec l'addition des erreurs à chaque mesure et comprendre alors l'avantage de ne pas déplacer la règle à chaque fois.

Enfin, échanger sur ce qui a le plus grand impact sur la précision du compas de proportion. Est-ce l'imprécision de la coupure faite à l'étape 3? L'imprécision des pliures faites aux étapes 1 et 2? Les choix faits lors de l'inscription des divisions? En se référant à la figure 3.14, refaire avec eux les liens entre celle-ci et le compas de proportion. Il est important qu'ils revoient le lien entre le sommet O et la précision de la coupure faite à l'étape 3, ainsi que le lien entre les échelles et les droites D_1 et D_2. Ces liens permettent d'avoir des échanges riches sur ce qui a le plus d'impact sur la précision du compas de proportion.

Avant l'étape 5, demander aux élèves s'ils ont une hypothèse sur la façon de déterminer la longueur des côtés de chaque polygone? On peut également discuter avec les élèves de la raison pour laquelle on a choisi de faire 1000 divisions.

Pendant l'étape 5, discuter avec les élèves de la façon dont est déterminé le rayon du cercle dans lequel sont inscrits tous les polygones. Les élèves devraient pouvoir faire le lien avec le théorème de Pythagore[23]. Discuter également du fait que la longueur du côté d'un hexagone inscrit dans un cercle est égale au rayon de ce cercle. La figure 3.22 ci-dessous illustre bien cette propriété :

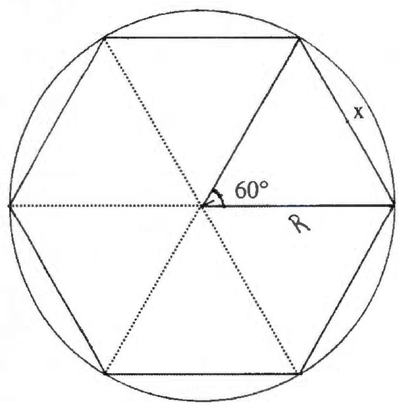


Figure 3.22 : Longueur du côté d'un hexagone

Il est en effet facile de voir que lorsqu'on divise l'hexagone en six triangles, chacun de ceux-ci est un triangle équilatéral compte tenu du fait que l'angle au centre est de 60° (360° / 6 = 60°) et que deux de ses côtés sont égaux ; ces derniers ont la même mesure que le rayon R. La longueur x du côté de l'hexagone est donc bien égale au rayon R du cercle dans lequel cet hexagone est inscrit.

[23] Une très intéressante animation de la preuve géométrique du théorème de Pythagore se retrouve sur le site suivant : http://www.mathkang.org/swf/pythagore.html.

Il est également intéressant de s'attarder sur la formule servant à trouver la longueur des côtés des autres polygones. Rappelons-nous d'abord que la formule est : x = 2Rsin (a). L'illustration de cette formule, que nous pouvons voir à la figure 3.20 à la page 74, nous montre bien que x est égal à la longueur du côté d'un polygone inscrit dans un cercle. Essayons de transformer cette formule pour en arriver à une autre beaucoup plus connue :

$$x = 2R\sin(a) \Rightarrow x/2 = R\sin(a) \Rightarrow \frac{x/2}{R} = \sin(a) \Rightarrow \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \sin(a)$$

Après l'étape 5, discuter du nombre de graduations à inscrire. Une fois les calculs faits pour chaque graduation, les élèves ont dû s'apercevoir qu'il est cette fois possible d'inscrire toutes les graduations.

Rappelons que pour maximiser l'impact positif de cette activité, elle doit être suivie par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 8 en 3.1.4.8.

Réinvestissement : il peut également être intéressant de montrer aux élèves qu'il est facile de construire un hexagone à l'aide d'un compas et d'une règle. Voici comment faire :

a. Tracez d'abord un cercle de rayon R;
b. Nommez O le centre de ce cercle;
c. Tracez le diamètre du cercle tracé en *a* et nommez A et B les points d'intersection entre le diamètre et de la circonférence du cercle;
d. En gardant la même ouverture de compas, placez ensuite la pointe sèche du compas sur le point A et tracez un arc de cercle qui coupe le cercle déjà tracé en *a* (cet arc de cercle devrait passer par le centre O);
e. Nommez C et D les points d'intersection entre l'arc de cercle tracé en *d* et le cercle tracé en *a*;
f. Toujours en gardant la même ouverture de compas, placez ensuite la pointe sèche du compas sur le point B et tracez un deuxième arc de cercle qui coupe le cercle déjà tracé en *a* (cet arc de cercle devrait aussi passer par le centre O);

g. Nommez E et F les points d'intersection entre l'arc de cercle tracé en *f* et le cercle tracé en *a*;
h. Il ne reste qu'à relier AC, CE, EB, BF, FD et DA; vous avez votre hexagone.

Voir la figure 3.23 ci-dessous pour une illustration de cette construction d'un hexagone.

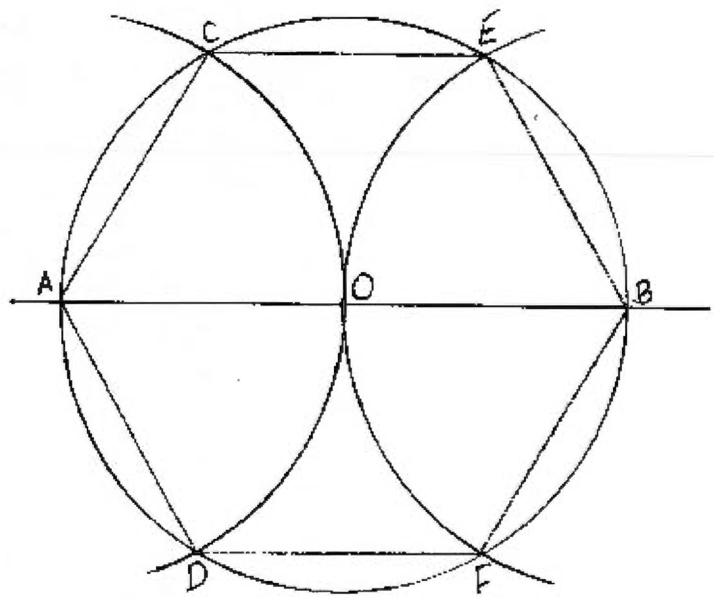


Figure 3.23 : Construction d'un hexagone

3.1.4.4 Activité 4 : Construction d'un compas de proportion (ligne des cordes)

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un compas de proportion comportant la ligne des cordes. Cette activité est très intéressante, car elle est attrayante et permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. Comme les coûts sont très peu élevés, chaque élève peut construire son compas de proportion. Le matériel et les outils nécessaires sont les mêmes que pour l'activité 1 (3.1.4.1); il faut cependant ajouter un rapporteur d'angle et un compas pour l'étape 6. Cette activité s'adresse surtout aux élèves de la fin du primaire ou du début du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Parler des différentes lignes possibles et expliquer que le compas de proportion qu'ils construisent lors de cette activité ne comporte qu'une ligne : la ligne des cordes. Leur mentionner que la ligne des cordes sur les compas de proportion est graduée de 0 à 180.

Il est à notre avis important de faire suivre cette activité par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 9 (3.1.4.9).

Étape 1 à 3

Voir les étapes 1 à 3 de l'activité 1 en 3.1.4.1.

Étape 4

Il faut maintenant déterminer l'emplacement des graduations à inscrire sur le compas de proportion. La ligne des cordes des compas de proportion est graduée de 0 à 180. L'emplacement de chacune des graduations est déterminé par la longueur de la corde correspondant à chacun des degrés. Pour déterminer cette longueur, il y a deux méthodes : une méthode utilisant des calculs, dont nous parlons à l'étape 5, et une méthode « mécanique », utilisant un rapporteur d'angles et un compas, dont nous parlons à l'étape 6.

Sans autre raison que parce c'est le nombre de divisions utilisé pour déterminer l'emplacement des graduations de plusieurs autres lignes d'un compas de proportion (ligne des plans, ligne des polygones et ligne des solides), à l'aide d'une règle graduée en centimètres, commençons par faire des divisions de 50 en 50 (de 0 à 1000; le nombre 1000 étant situé à 20 cm du 0) le long de la pliure faite à l'étape 2, sur le côté où la coupure a été faite à l'étape 3. Le 0 est sur la coupure et le 1000 est près de l'extrémité. Ne faire que des lignes et n'inscrire aucun nombre, car ceux qui seront inscrits correspondront aux degrés. Nous avons cependant besoin des divisions de 0 à 1000 pour déterminer l'emplacement des graduations de 0 à 180. C'est ce que nous ferons aux étapes 5 et 6.

Étape 5

Pour déterminer l'emplacement de chacune des graduations selon la première méthode, Bion (1723) nous donne le calcul suivant pour un cercle ayant un diamètre de 1000 :

$$\sin(a/2) \cdot 1000$$

Où *a* est le degré pour lequel on cherche la longueur de la corde. Voici quelques exemples de calculs :

- Pour déterminer la longueur de la corde du degré 1 :
  - $\sin(1/2) \cdot 1000 = 9$

- Pour déterminer la longueur de la corde du degré 10 :
  - $\sin(10/2) \cdot 1000 = 87$

On continue ainsi pour chacun des degrés. Bien que ce soit un peu fastidieux, il est intéressant de faire faire les calculs nécessaires à la détermination de l'emplacement de chacune des graduations aux élèves. Voir à la page suivante, le tableau 3.3 des calculs des graduations pour la ligne des cordes.

Tableau 3.3
Calculs des graduations pour la ligne des cordes

Calculs des graduations pour la ligne des cordes											
D	**C**	**D**	**C**	**D**	**C**	**D**	**C**	**D**	**C**	**D**	**C**
1°	*9*	31°	*267*	61°	*508*	91°	*713*	121°	*870*	151°	*968*
2°	*17*	32°	*276*	62°	*515*	92°	*719*	122°	*875*	152°	*970*
3°	*26*	33°	*284*	63°	*522*	93°	*725*	123°	*879*	153°	*972*
4°	*35*	34°	*292*	64°	*530*	94°	*731*	124°	*883*	154°	*974*
5°	*44*	35°	*301*	65°	*537*	95°	*737*	125°	*887*	155°	*976*
6°	*52*	36°	*309*	66°	*545*	96°	*743*	126°	*891*	156°	*978*
7°	*61*	37°	*317*	67°	*552*	97°	*749*	127°	*895*	157°	*980*
8°	*70*	38°	*326*	68°	*559*	98°	*755*	128°	*899*	158°	*982*
9°	*78*	39°	*334*	69°	*566*	99°	*760*	129°	*903*	159°	*983*
10°	*87*	40°	*342*	70°	*574*	100°	*766*	130°	*906*	160°	*985*
11°	*96*	41°	*350*	71°	*581*	101°	*772*	131°	*910*	161°	*986*
12°	*104*	42°	*358*	72°	*588*	102°	*777*	132°	*914*	162°	*988*
13°	*113*	43°	*367*	73°	*595*	103°	*783*	133°	*917*	163°	*989*
14°	*122*	44°	*375*	74°	*602*	104°	*788*	134°	*921*	164°	*990*
15°	*131*	45°	*383*	75°	*609*	105°	*793*	135°	*924*	165°	*991*
16°	*139*	46°	*391*	76°	*616*	106°	*799*	136°	*927*	166°	*993*
17°	*148*	47°	*399*	77°	*623*	107°	*804*	137°	*930*	167°	*994*
18°	*156*	48°	*407*	78°	*629*	108°	*809*	138°	*934*	168°	*995*
19°	*165*	49°	*415*	79°	*636*	109°	*814*	139°	*937*	169°	*995*
20°	*174*	50°	*423*	80°	*643*	110°	*819*	140°	*940*	170°	*996*
21°	*182*	51°	*431*	81°	*649*	111°	*824*	141°	*943*	171°	*997*
22°	*191*	52°	*438*	82°	*656*	112°	*829*	142°	*946*	172°	*998*
23°	*199*	53°	*446*	83°	*663*	113°	*834*	143°	*948*	173°	*998*
24°	*208*	54°	*454*	84°	*669*	114°	*839*	144°	*951*	174°	*999*
25°	*216*	55°	*462*	85°	*676*	115°	*843*	145°	*954*	175°	*999*
26°	*225*	56°	*469*	86°	*682*	116°	*848*	146°	*956*	176°	*999*
27°	*233*	57°	*477*	87°	*688*	117°	*853*	147°	*959*	177°	*1000*
28°	*242*	58°	*485*	88°	*695*	118°	*857*	148°	*961*	178°	*1000*
29°	*250*	59°	*492*	89°	*701*	119°	*862*	149°	*964*	179°	*1000*
30°	*259*	60°	*500*	90°	*707*	120°	*866*	150°	*966*	180°	*1000*

D = degré donc graduation et C = longueur de la corde (ou emplacement de la graduation)

Étant donné que l'échelle de 0 à 1000 s'étire sur une longueur de 20 cm, cela signifie que chaque centimètre représente 50 divisions ce qui rend très difficile l'inscription de tous les degrés selon les données calculées à cette étape.

En effet, si on regarde par exemple les données calculées pour positionner les graduations (degrés) 177 à 180, on voit qu'elles sont situées au même endroit. Il est donc très clair qu'il n'est pas possible d'inscrire toutes les graduations sans rendre le tout illisible. Il est donc conseillé d'inscrire seulement quelques graduations en gardant à l'esprit qu'on doit garder le tableau fait à l'étape précédente pour connaître, au besoin, la position de toutes les graduations y compris celles qui ne sont pas inscrites sur notre compas de proportion. Pour notre part, nous avons choisi d'inscrire les graduations (degrés) suivantes : 1, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 150 et 180.

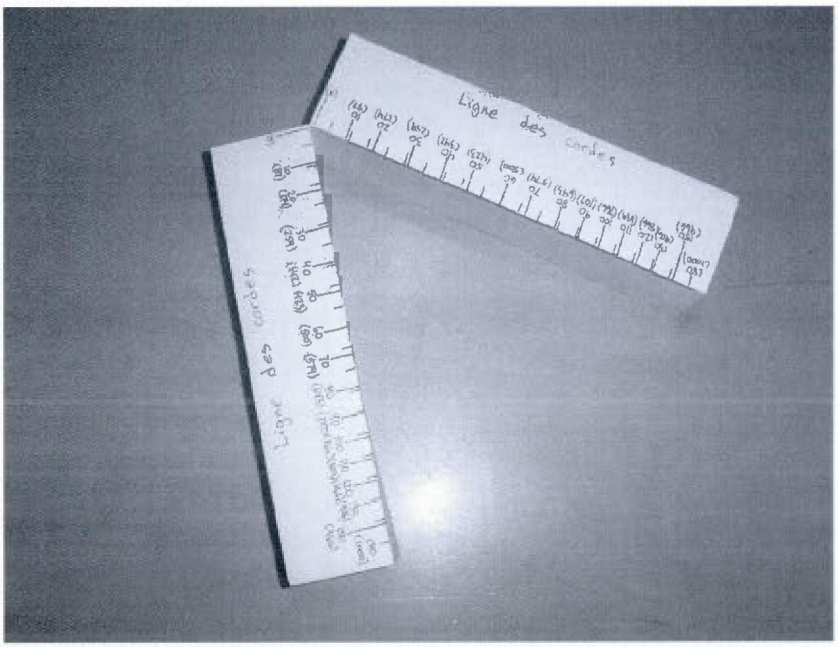


Figure 3.24 : Compas de proportion – ligne des cordes

Étape 6

Voici maintenant la deuxième méthode qui ne nécessite aucun calcul, mais pour laquelle on a besoin d'une règle, d'un rapporteur d'angle et d'un compas. Cette méthode est très clairement expliquée dans Hébert (2004) à la page 328. Voici notre adaptation de ses explications.

a. Sur une feuille, tracez une ligne de 20 cm, ce qui correspond à la longueur d'une des branches de notre compas de proportion;
b. Marquez le centre de cette ligne d'un point;
c. À partir de ce point, tracez un demi-cercle d'un rayon de 10 cm qui devrait passer par les deux extrémités de la ligne;
d. À l'aide du rapporteur d'angle, faites un point à tous les dix degrés sur le demi-cercle tracé en *c*;
e. Placez maintenant la pointe sèche de votre compas sur la graduation 0;
f. Réglez l'ouverture de votre compas afin qu'elle soit égale à la corde d'un angle de dix degrés en plaçant l'autre pointe de votre compas sur le point représentant le degré 10, point qui a été tracé en *d*;
g. Tracez un arc de cercle qui coupe à la fois le demi-cercle et la droite tracée en *a*;
h. Recommencez les points *e*, *f* et *g* pour chaque point que vous avez déterminés en *d*;
i. Inscrivez les graduations sur la ligne tracée en *a* (voir la figure 3.25);[24]

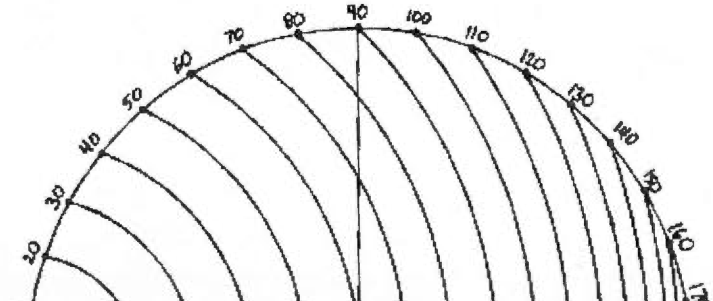


Figure 3.25 : Ligne des cordes – traçage des graduations

[24] Il est cependant à noter que les compas sont souvent trop petits pour s'ouvrir de 20 cm. Il se peut donc que les élèves aient des difficultés à faire les arcs de cercles dont on parle en *g* pour les degrés plus grands que 110. Cette difficulté peut cependant susciter des discussions intéressantes.

j. Coupez le long de la ligne afin de pouvoir utiliser votre demi-cercle pour transposer vos graduations sur votre compas de proportion (n'oubliez pas que la graduation 0 est située sur la coupure faite à l'étape 3).

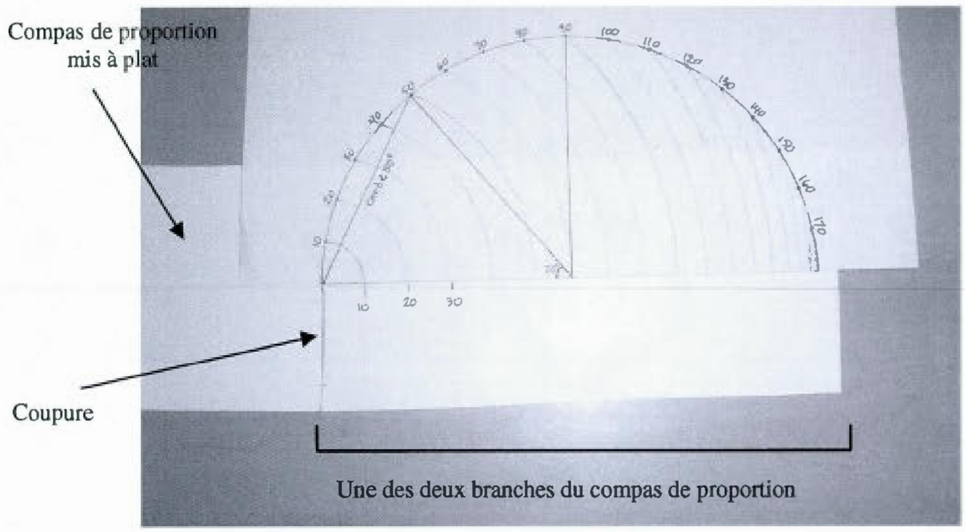


Figure 3.26 : Ligne des cordes – report des graduations sur le compas de proportion

Étape 7: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Comme les étapes 1 à 3 des activités 1 à 5 (3.1.4.1. à 3.1.4.5) sont identiques, nous ne répéterons pas ici les détails auxquels il faut porter attention ou les questions qu'il faut poser. Pour ces détails et ces questions, voir le début de l'étape 5 de l'activité 1 en 3.1.4.1 aux pages 59 et 60.

Avant l'étape 4, discuter avec les élèves de ce qui est la meilleure méthode pour inscrire les graduations de façon précise et de la raison qui, à leur avis, a motivé le choix d'un crayon à pointe fine. Parler de l'impact qu'aurait un manque de précision. Parler également du nombre de graduations à inscrire. Faut-il les inscrire toutes? À leur avis, l'espace entre les graduations de 0 à 180 sera-t-il le même? Sinon, comment doit-on déterminer l'emplacement de chacune des graduations?

Après l'étape 4, échanger sur les difficultés rencontrées, particulièrement sur celles qui ont, de l'avis des élèves, des impacts sur la précision du compas. Par exemple, les élèves devraient avoir rapidement découvert qu'il est plus facile de mettre le compas à plat pour inscrire les mesures. Ont-ils travaillé à deux? Un qui stabilise le compas et la règle et l'autre qui inscrit les mesures? Ont-ils mis la division 50 à un centimètre du 0 afin d'utiliser de façon optimale la longueur du compas? En effet, comme le compas mesure un peu plus de 20cm et qu'on a 1000 divisions à inscrire, l'idéal est de faire correspondre 1 cm à la division 50, 2 cm à la division 100, etc.

Certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de divisions. Discuter avec eux de la difficulté à mettre des divisions à chaque millimètre compte tenu de la largeur de la pointe du crayon et de l'espace disponible. Les élèves devraient alors voir l'importance d'avoir un crayon à pointe fine. Pour notre part, nous avons choisi de mettre les divisions de 50 en 50. Cela nous a paru suffisant pour avoir les repères nécessaires à l'inscription des graduations.

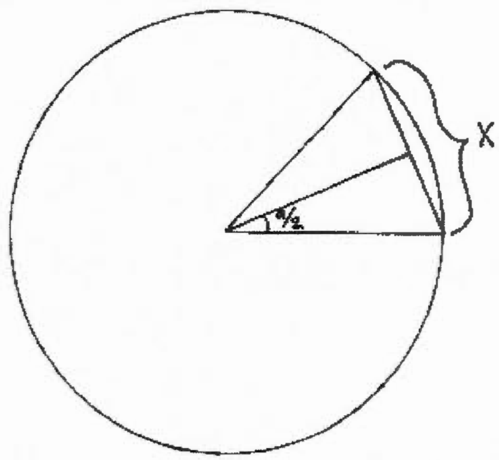
Un autre élément à regarder est qu'il est possible que les élèves aient déplacé la règle à chaque division, mesurant de 0 à 1 centimètre à chaque fois pour inscrire la division suivante (si les divisions sont de 50 en 50) plutôt que de laisser la règle en place et de mettre chaque division sans déplacer la règle : la division 50 à 1 centimètre, la division 100 à 2 centimètres, etc. Discuter avec eux de l'impact d'une telle méthode sur la précision future du compas de proportion. Si les élèves ont déjà fait des expériences scientifiques impliquant des mesures (en physique ou en chimie par exemple), ils devraient faire le lien avec l'addition des erreurs à chaque mesure et comprendre alors l'avantage de ne pas déplacer la règle à chaque fois.

Enfin, échanger sur ce qui a le plus grand impact sur la précision du compas de proportion. Est-ce l'imprécision de la coupure faite à l'étape 3? L'imprécision des pliures faites aux étapes 1 et 2? Les choix faits lors de l'inscription des divisions? En se référant à la figure 3.14, refaire avec eux les liens entre celle-ci et le compas de proportion. Il est important qu'ils revoient le lien entre le sommet O et la précision de la coupure faite à l'étape 3, ainsi que le lien entre les échelles et les droites D_1 et D_2. Ces liens permettent d'avoir des échanges riches sur ce qui a le plus d'impact sur la précision du compas de proportion.

Avant l'étape 5, demander aux élèves s'ils ont maintenant une hypothèse sur la façon de déterminer l'emplacement des graduations en utilisant une méthode utilisant des calculs.

Pendant l'étape 5, discuter avec les élèves de la façon dont est déterminé l'emplacement de chacune des graduations. Rappelons la formule donnée par Bion (1723) pour un cercle ayant un diamètre de 1000 :

$$\sin(a/2) \bullet 1000$$



$$\Rightarrow \sin(a/2) = x/2 \bullet 500$$
$$\Rightarrow \sin(a/2) \bullet 2 \bullet 500 = x$$
$$\Rightarrow \sin(a/2) \bullet 1000 = x$$

Figure 3.27 : Formule pour déterminer la longueur d'une corde
(dans un cercle ayant un diamètre de 1000)

Lorsqu'on regarde la figure 3.27 ci-dessus, on comprend facilement la formule servant à déterminer la longueur d'une corde dans un cercle ayant un diamètre de 1000. On peut demander aux élèves s'ils voient bien le lien à faire avec la formule qu'ils connaissent :

$$\sin(a) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

Dans le cas présent, voici ce dont nous devons tenir compte :

- l'angle est *a*/2 car pour pouvoir utiliser la formule du sinus, nous devons avoir un triangle rectangle; nous devons donc diviser en deux le triangle dont un des côtés est la corde;
- la corde est nommée *x* dans la figure 3.27; la longueur du côté opposé à utiliser dans la formule est donc de *x*/2;
- comme le diamètre du cercle est de 1000, le rayon est donc de 500 et correspond à la longueur de l'hypoténuse à utiliser dans la formule.

On se retrouve donc bien avec :

$$\Rightarrow \sin(a/2) = x/2 \bullet 500$$
$$\Rightarrow \sin(a/2) \bullet 2 \bullet 500 = x$$
$$\Rightarrow \sin(a/2) \bullet 1000 = x$$

Il peut être intéressant ici de demander aux élèves ce qui se passerait si le diamètre du cercle était différent. En se référant à la figure 3.20 à la page 74, il serait également intéressant de faire le lien avec la formule pour les polygones : c = 2Rsin (a).

En comparant les figures 3.20 et 3.27, les élèves voient-ils que les formules sont les mêmes? Voient-ils que les seules différences ne sont que des différences en lien avec les choix qui ont été faits pour nommer les angles ou les côtés? Par exemple :

- le *x* de la formule des polygones est égal au *x* de la formule des cordes;
- le *a* de la formule des polygones est égal à *a*/2 de la formule des cordes;
- le 2R de la formule des polygones est égal à 1000 dans la formule des cordes.

À ce stade, les élèves devraient voir que le côté d'un polygone inscrit dans un cercle est une corde.

Autre lien intéressant à faire avec les polygones : la mesure de la corde pour un angle de 60° est de 500. Les élèves voient-ils facilement qu'il s'agit de la longueur du rayon et donc de la longueur du côté d'un hexagone qui serait inscrit dans un cercle ayant un diamètre de 1000? Après l'étape 5, discuter du nombre de graduations à inscrire. Une fois les calculs faits pour chaque graduation, certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de graduations. Discuter avec eux de la difficulté à mettre toutes les graduations compte tenu de l'espace minime qu'il y a entre certaines d'entre elles (par exemple les graduations 177, 178, 179 et 180). Il est évident qu'inscrire tous les nombres rendrait le tout illisible. Pour notre part, nous avons choisi d'inscrire les graduations de 10 en 10. Ce choix est suffisant pour faire plusieurs activités intéressantes utilisant la ligne des cordes.

Discuter des autres choix en insistant sur les avantages et inconvénients de ces choix. L'idéal serait évidemment de pouvoir mettre toutes les graduations, mais les élèves devraient facilement voir la difficulté de le faire avec les moyens artisanaux qui sont les nôtres.

Avant l'étape 6, demander aux élèves s'ils ont une hypothèse sur la façon de déterminer l'emplacement des graduations en utilisant une méthode « mécanique ».Spécifier qu'ils auront besoin d'une règle, d'un rapporteur d'angles et d'un compas.

Pendant l'étape 6, demander aux élèves s'ils savent pourquoi la ligne qu'on trace en *a* mesure 20 centimètres. Se rappellent-ils que c'est la longueur des branches de leur compas de proportion? Après que les élèves aient fait un premier arc de cercle en *g*, leur demander s'ils voient bien que la longueur reportée sur la ligne tracée en *a* est égale à la longueur de la corde pour 10° et qu'une fois le tout terminé, ils auront sur une même ligne les longueurs des cordes des degrés 10, 20, 30... 180. Remarquent-ils que la longueur de la corde pour 60° est égale à la moitié de la longueur de la ligne tracée en *a*? Font-ils le lien avec le rayon?

Après l'étape 6, discuter du nombre de graduations inscrites. Certains élèves auraient peut-être voulu inscrire un nombre élevé de graduations. Discuter avec eux de la difficulté à mettre toutes les graduations compte tenu de l'espace minime qu'il y a entre certaines d'entre elles. Il est évident qu'inscrire toutes les graduations rendrait le tout illisible. Pour notre part, nous avons choisi d'inscrire les graduations de 10 en 10. Ce choix est suffisant pour faire plusieurs activités intéressantes utilisant la ligne des cordes.

Discuter des autres choix en insistant sur les avantages et inconvénients de ces choix. L'idéal serait évidemment de pouvoir mettre toutes les graduations, mais les élèves devraient facilement voir la difficulté de le faire avec les moyens artisanaux qui sont les nôtres.

Rappelons que pour maximiser l'impact positif de cette activité, elle doit être suivie par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 9 en 3.1.4.9.

3.1.4.5 Activité 5 : Construction d'un compas de proportion (ligne des solides)

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un compas de proportion comportant la ligne des solides. Cette activité est très intéressante car elle est attrayante et permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. Comme les coûts sont très peu élevés, chaque élève peut construire son compas de proportion. Le matériel et les outils nécessaires sont les mêmes que pour l'activité 1 (3.1.4.1). Cette activité s'adresse surtout aux élèves de la fin du primaire ou du début du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Parler des différentes lignes possibles et expliquer que le compas de proportion qu'ils construisent lors de cette activité ne comporte qu'une ligne : la ligne des solides. Leur mentionner que la ligne des solides, sur la majorité des compas de proportion d'une grandeur analogue à celui qu'ils construisent, est graduée de 1 à 64.

Il est à notre avis important de faire suivre cette activité par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 10 en 3.1.4.10.

Étape 1 à 3

Voir les étapes 1 à 3 de l'activité 1 en 3.1.4.1.

Étape 4

Il faut maintenant déterminer l'emplacement des graduations à inscrire sur le compas de proportion. Habituellement, la ligne des solides de la plupart des compas de proportion d'une longueur analogue à celui que les élèves viennent de construire est graduée de 1 à 64. La graduation 1 correspond au solide 1, la graduation 2 correspond au solide 2 (qui a un volume 2 fois plus grand que celui du solide 1), la graduation 3 correspond au solide 3 (qui a un volume trois fois plus grand que celui du solide 1) et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 qui correspond au solide 64 (qui a un volume 64 fois plus grand que celui du solide 1).

L'emplacement de chacune des graduations est déterminé par la longueur des côtés homologues de chacun des solides semblables. Par exemple, la graduation 1 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 1, la graduation 2 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 2, la graduation 3 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 3 et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 qui est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 64.

En se basant sur le fait que le rapport entre les volumes de deux solides semblables est le même que celui entre le cube de leurs côtés homologues, on divise la longueur du côté du plus grand solide (le solide 64) en un nombre de parties égales qui soient divisible par la racine cubique de ce plus grand solide. En l'occurrence, un nombre divisible par 4 qui est la racine cubique de 64. Comme pour la ligne des plans, c'est 1000 qui est choisi.

À l'aide d'une règle graduée en centimètres, commençons par faire des graduations de 50 en 50 (de 0 à 1000; la nombre 1000 étant située à 20 cm du 0) le long de la pliure faite à l'étape

2, sur le côté où la coupure a été faite à l'étape 3. Le 0 est sur la coupure et le 1000 est près de l'extrémité. Ne faire que des lignes et n'inscrire aucun nombre, car ceux qui seront inscrits correspondront aux solides 1 à 64. Nous avons cependant besoin des divisions de 0 à 1000 pour déterminer l'emplacement des graduations de 1 à 64. C'est ce que nous faisons à l'étape suivante.

Étape 5

Pour déterminer l'emplacement de chacune des graduations, il faut d'abord déterminer l'emplacement de la graduation correspondant au solide 1. Pour ce faire, on divise 1000 par 4 et on obtient 250 qui est la longueur du côté du solide 1.

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{1}} = \frac{1000}{x} \Longrightarrow x = \frac{1000}{4} \Longrightarrow x = 250$$

Maintenant, à partir de la longueur du côté du solide 1, il est facile de déterminer la longueur des côtés des solides 2, 3, 4... jusqu'à celle du côté du solide 64. Pour ce faire, il n'y a qu'à faire le calcul suivant :

$$\sqrt[3]{x^3 \bullet y}$$

Où x est la longueur du côté du solide 1 et y le numéro du solide pour lequel on cherche la longueur du côté. Voici quelques exemples de calculs :

- Pour déterminer la longueur du côté du solide 2 qui a un volume deux fois plus grand que celui du solide 1 :

  $$\sqrt[3]{250^3 \bullet 2} = 315$$

- Pour déterminer la longueur du côté du solide 3 qui a un volume trois fois plus grand que celui du solide 1 :

  $$\sqrt[3]{250^3 \bullet 3} = 361$$

On continue ainsi jusqu'au solide 64 qui a un volume 64 fois plus grand que celui du solide 1. Bien que ce soit un peu fastidieux, il est intéressant de faire faire les calculs nécessaires à la détermination de l'emplacement de chacune des graduations aux élèves. Voici le tableau des calculs :

Tableau 3.4
Calculs des graduations pour la ligne des solides

Calculs des graduations pour la ligne des solides							
Solide	*Position*	Solide	*Position*	Solide	*Position*	Solide	*Position*
1	*250*	17	*643*	33	*802*	49	*915*
2	*315*	18	*655*	34	*810*	50	*921*
3	*361*	19	*667*	35	*818*	51	*927*
4	*397*	20	*679*	36	*825*	52	*933*
5	*427*	21	*690*	37	*833*	53	*939*
6	*454*	22	*701*	38	*840*	54	*945*
7	*478*	23	*711*	39	*848*	55	*951*
8	*500*	24	*721*	40	*855*	56	*956*
9	*520*	25	*731*	41	*862*	57	*962*
10	*539*	26	*741*	42	*869*	58	*968*
11	*556*	27	*750*	43	*876*	59	*973*
12	*572*	28	*759*	44	*883*	60	*979*
13	*588*	29	*768*	45	*889*	61	*984*
14	*603*	30	*777*	46	*896*	62	*989*
15	*617*	31	*785*	47	*902*	63	*995*
16	*630*	32	*794*	48	*909*	64	*1000*

Étant donné que l'échelle de 0 à 1000 s'étire sur une longueur de 20 cm, cela signifie que chaque centimètre représente 50 divisions ce qui rend très difficile l'inscription de tous les solides selon les données calculées à cette étape.

En effet, si on regarde par exemple les données calculées pour positionner les solides 63 et 64, on voit qu'ils ne sont séparés que par 5 divisions ce qui représente 1 mm. Il est clair qu'il n'est pas possible d'inscrire tous les solides sans rendre le tout illisible. Il est donc conseillé d'inscrire seulement quelques solides en gardant à l'esprit qu'on doit garder le tableau fait à l'étape précédente pour connaître, au besoin, la position de tous les solides y compris ceux qui ne sont pas inscrits sur notre compas de proportion. Pour notre part, nous avons choisi d'inscrire les solides 1 à 4 ainsi que quelques solides qui ont l'avantage d'être situés exactement sur une ligne de division (ou très près); nous avons donc inscrit les solides suivants : 1, 2, 3, 4, 8, 14, 22, 33, 47 et 64.

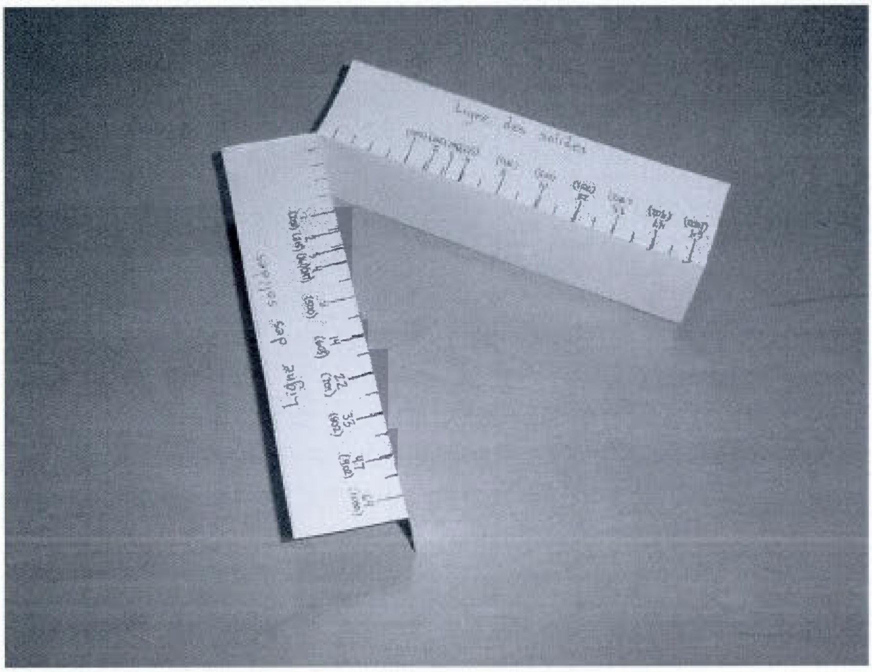


Figure 3.28 : Compas de proportion – ligne des solides

Étape 6: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre

d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Comme les étapes 1 à 3 des activités 1 à 5 (3.1.4.1. à 3.1.4.5) sont identiques, nous ne répéterons pas ici les détails auxquels il faut porter attention ou les questions qu'il faut poser. Pour ces détails et ces questions, voir le début de l'étape 5 de l'activité 1 en 3.1.4.1 aux pages 59 et 60.

Avant l'étape 4, discuter avec les élèves de ce qui est la meilleure méthode pour inscrire les graduations de façon précise et de la raison qui, à leur avis, a motivé le choix d'un crayon à pointe fine. Parler de l'impact qu'aurait un manque de précision. Parler également du nombre de graduations à inscrire. Faut-il les inscrire toutes? À leur avis, l'espace entre les graduations de 1 à 64 sera-t-il le même? Sinon, comment doit-on déterminer l'emplacement de chacune des graduations?

Pendant l'étape 4, voir avec les élèves ce qu'ils comprennent du fait que *La graduation 1 correspond au solide 1, la graduation 2 correspond au solide 2 (qui a un volume 2 fois plus grand que celui du solide 1), la graduation 3 correspond au solide 3 (qui a un volume trois fois plus grand que celui du solide 1) et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 correspondant au solide 64 (qui a un volume 64 fois plus grand que celui du solide 1)* et que *L'emplacement de chacune des graduations est déterminé par la longueur des côtés homologues de chacun des solides semblables. Par exemple, la graduation 1 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 1, la graduation 2 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 2, la graduation 3 est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 3 et ainsi de suite jusqu'à la graduation 64 qui est située à l'endroit correspondant à la longueur du côté du solide 64.*

Cela leur permet-il de faire des hypothèses intéressantes en lien avec l'espace qui doit exister entre les graduations 1 à 64? Font-ils le lien avec le fait que le rapport entre les volumes de deux solides semblables est le même que celui entre le cube de leurs côtés homologues? À ce stade, il peut être intéressant de s'attarder à cette propriété.

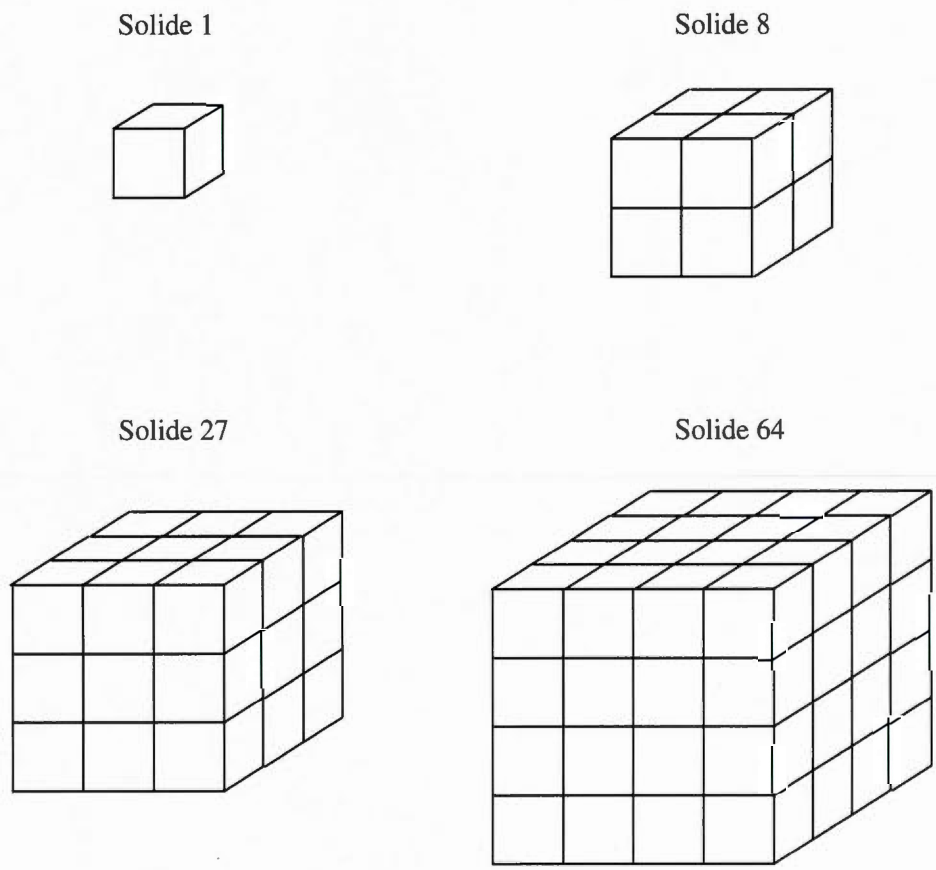


Figure 3.29 : Rapport entre les volumes de solides semblables – 1

En se référant à la figure 3.29 ci-dessus, les élèves devraient facilement voir qu'effectivement, le rapport entre les volumes de deux solides semblables est égal au rapport entre les cubes de leurs côtés homologues. En effet, si on prend par exemple le plan 64, on voit bien que :

$$\frac{64}{1} = \frac{4^3}{1^3}$$

Cela devrait également leur faire voir que l'espace entre les graduations ne sera pas le même.

Discuter avec les élèves de la raison pour laquelle on a choisi de faire d'abord 1000 divisions. Voient-ils que si le côté du solide 1 mesure 1 unité, le côté du solide 64 mesure 4 unités[25]? Comprennent-ils bien comment passer d'un système à 4 unités à un système à 1000 unités?

Après l'étape 4, échanger sur les difficultés rencontrées, particulièrement sur celles qui ont, de l'avis des élèves, des impacts sur la précision du compas. Par exemple, les élèves devraient avoir rapidement découvert qu'il est plus facile de mettre le compas à plat pour inscrire les divisions. Ont-ils travaillé à deux? Un qui stabilise le compas et la règle et l'autre qui inscrit les divisions? Ont-ils mis la division 50 à un centimètre du 0 afin d'utiliser de façon optimale la longueur du compas? En effet, comme le compas mesure un peu plus de 20cm et qu'on a 1000 divisions à inscrire, l'idéal est de faire correspondre 1 cm à la division 50, 2 cm à la division 100, etc.

Certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de divisions. Discuter avec eux de la difficulté à mettre des divisions à chaque millimètre compte tenu de la largeur de la pointe du crayon et de l'espace disponible. Les élèves devraient alors voir l'importance d'avoir un crayon à pointe fine. Pour notre part, nous avons choisi de mettre les divisions de 50 en 50. Cela nous a paru suffisant pour avoir les repères nécessaires à l'inscription des graduations.

Un autre élément à regarder est qu'il est possible que les élèves aient déplacé la règle à chaque division, mesurant de 0 à 1 centimètre à chaque fois pour inscrire la division suivante plutôt que de laisser la règle en place et de mettre chaque division sans déplacer la règle : la division 50 à 1 centimètre, la division 100 à 2 centimètres, etc. Discuter avec eux de l'impact d'une telle méthode sur la précision future du compas de proportion. Si les élèves ont déjà fait des expériences scientifiques impliquant des mesures (en physique ou en chimie par exemple), ils devraient faire le lien avec l'addition des erreurs à chaque mesure et comprendre alors l'avantage de ne pas déplacer la règle à chaque fois.

---

[25] On peut se servir à nouveau de la figure 3.29.

Enfin, échanger sur ce qui a le plus grand impact sur la précision du compas de proportion. Est-ce l'imprécision de la coupure faite à l'étape 3? L'imprécision des pliures faites aux étapes 1 et 2? Les choix faits lors de l'inscription des divisions? En se référant à la figure 3.14, refaire avec eux les liens entre celle-ci et le compas de proportion. Il est important qu'ils revoient le lien entre le sommet O et la précision de la coupure faite à l'étape 3, ainsi que le lien entre les échelles et les droites D_1 et D_2. Ces liens permettent d'avoir des échanges riches sur ce qui a le plus d'impact sur la précision du compas de proportion.

Avant l'étape 5, demander aux élèves s'ils ont maintenant une hypothèse sur la façon de déterminer la longueur des côtés de chaque solide?

Pendant l'étape 5, voir avec les élèves s'ils comprennent bien la raison pour laquelle la longueur du côté du solide 1 est de 250. Voir également avec eux leur compréhension de la formule servant à déterminer la longueur de chacun des côtés de chaque solide. Pour ce faire, revoyons à la figure 3.30 ci-dessous l'illustration des solides 1 et 8 :

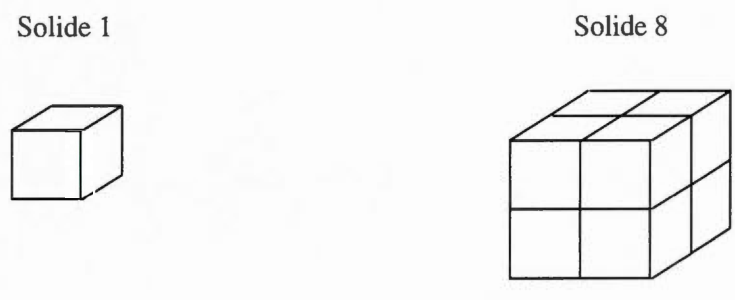


Figure 3.30 : Rapport entre les volumes de solides semblables – 2

Si nous nommons x le côté du solide 1; son volume est donc de x^3. Si je cherche d'abord le volume du solide 8 qui a un volume huit fois plus grand que celui du solide 1, je trouve donc que le solide 8 a un volume de $8x^3$. Si je cherche maintenant le côté du solide 8, je dois donc trouver la racine cubique de $8x^3$.

Il en ressort donc que pour trouver la longueur du côté d'un solide quelconque (appelons-le y), il faut multiplier le volume du solide 1 (qui est son côté au cube donc x^3) par le numéro du solide[26] *y*, ce qui nous donne le volume du solide *y*. Nous devons ensuite faire la racine cubique pour arriver à la longueur du côté du solide *y*. Ce qui nous donne bien la formule :

$$\sqrt[3]{x^3 \bullet y}$$

Après l'étape 5, discuter du nombre de graduations à inscrire. Une fois les calculs faits pour chaque graduation, certains élèves ont peut-être voulu inscrire un nombre élevé de graduations. Discuter avec eux de la difficulté à mettre toutes les graduations compte tenu de la largeur de la pointe du crayon et de l'espace minime qu'il y a entre certaines d'entre elles (par exemple les graduations 63 et 64). Il est évident qu'inscrire tous les nombres rendrait le tout illisible. Pour notre part, nous avons choisi d'inscrire les solides 1 à 4 ainsi que quelques solides qui ont l'avantage d'être situés exactement sur une ligne de division (ou très près) ; nous avons donc inscrit les solides suivants : 1, 2, 3, 4, 8, 14, 22, 33, 47 et 64. Ce choix est suffisant pour faire plusieurs activités intéressantes utilisant la ligne des solides.

Discuter des autres choix en insistant sur les avantages et inconvénients de ces choix. L'idéal serait évidemment de pouvoir mettre toutes les graduations, mais les élèves devraient facilement voir la difficulté de le faire avec les moyens artisanaux qui sont les nôtres.

Rappelons que pour maximiser l'impact positif de cette activité, elle doit être suivie par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 10 en 3.1.4.10.

Réinvestissement : Il pourrait être intéressant de voir avec les élèves ce qui se passe avec des solides qui ne sont pas des cubes. N'oublions pas que la formule s'applique pour des solides semblables; ces solides n'ont pas à être des cubes.

On peut regarder la figure 3.31 à la page suivante pour voir un exemple avec des solides qui sont des prismes rectangulaires:

---

[26] N'oublions pas que le numéro du solide correspond au rapport du volume de ce solide avec celui du solide 1. Par exemple, le solide 8 a un volume 8 fois plus grand que celui du solide 1.

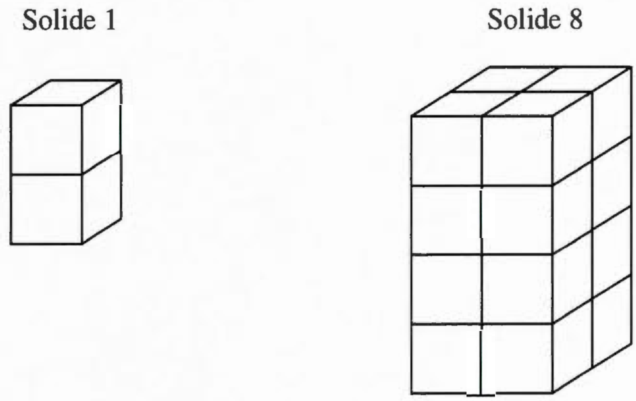


Figure 3.31 : Rapport entre les volumes de solides semblables – 3

En regardant la figure 3.31 ci-dessus, on peut voir que les solides sont semblables et que le solide 8 a bien un volume 8 fois plus grand que le solide 1. Si nous posons que les mesures des côtés du solide 1 sont respectivement 1, 1 et 2 et qu'on se sert de la formule telle que déterminée auparavant, voyons ce que l'on retrouve pour les mesures des côtés du solide 8.

Pour le premier côté : $\sqrt[3]{1^3 \bullet 8}$ = 2, ce qui est bien la longueur du premier côté du solide 8.

Pour le deuxième côté : $\sqrt[3]{1^3 \bullet 8}$ = 2, ce qui est bien la longueur du deuxième côté du solide 8.

Pour le troisième côté : $\sqrt[3]{2^3 \bullet 8}$ = 4, ce qui est bien la longueur du troisième côté du solide 8.

Par la suite, on peut imaginer appliquer cette formule à toutes sortes de solides en autant que nous n'oublions pas que ces derniers doivent être semblables.

Rappelons que pour maximiser l'impact positif de cette activité, elle doit être suivie par une activité prévoyant l'utilisation du compas de proportion que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 10 en 3.1.4.10.

3.1.4.6 Activité 6 : séparer une ligne en deux parties égales

Cette activité consiste à séparer une ligne quelconque en deux parties égales à l'aide de la ligne des parties égales du compas de proportion construit lors de l'activité 1 (3.1.4.1). Cette activité permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument; elle cible plus particulièrement la fin du primaire ou le début du secondaire.

Avant l'activité

Si l'activité 1 en 3.1.4.1 n'a pas été faite, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion en se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Par contre, si l'activité 1 en 3.1.4.1 a été faite, ce qui est préférable, faire tout de même un bref rappel, particulièrement de 3.1.2, et revenir sur la façon dont s'est passée la construction du compas de proportion.

Finalement, que l'activité 1 en 3.1.4.1 ait été faite ou non, il est important de revenir sur le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables et le lien qu'il y a à faire avec le compas de proportion. Pour ce faire, la figure 3.7 est très utile.

Étape 1

Comme on veut diviser une ligne en deux parties égales, il faut d'abord choisir deux nombres de la ligne des parties égales qui sont dans un rapport de 2 à 1. Pour notre part, nous avons choisi 200 et 100 car $200 \div 100 = 2$.

Étape 2

a. À l'aide d'un compas à pointe sèche, prenez la mesure de la ligne qu'on veut diviser en deux;
b. Reportez cette mesure sur le compas de proportion en réglant l'ouverture de ce dernier de telle façon qu'il soit possible de placer les pointes du compas à pointe

sèche sur les deux nombres 200 qui sont situés sur chacune des branches du compas de proportion;

c. En faisant bien attention à conserver intacte l'ouverture du compas de proportion, et toujours à l'aide du compas à pointe sèche, prenez maintenant la mesure de la distance entre les deux nombres 100 situés sur chaque branche du compas de proportion.

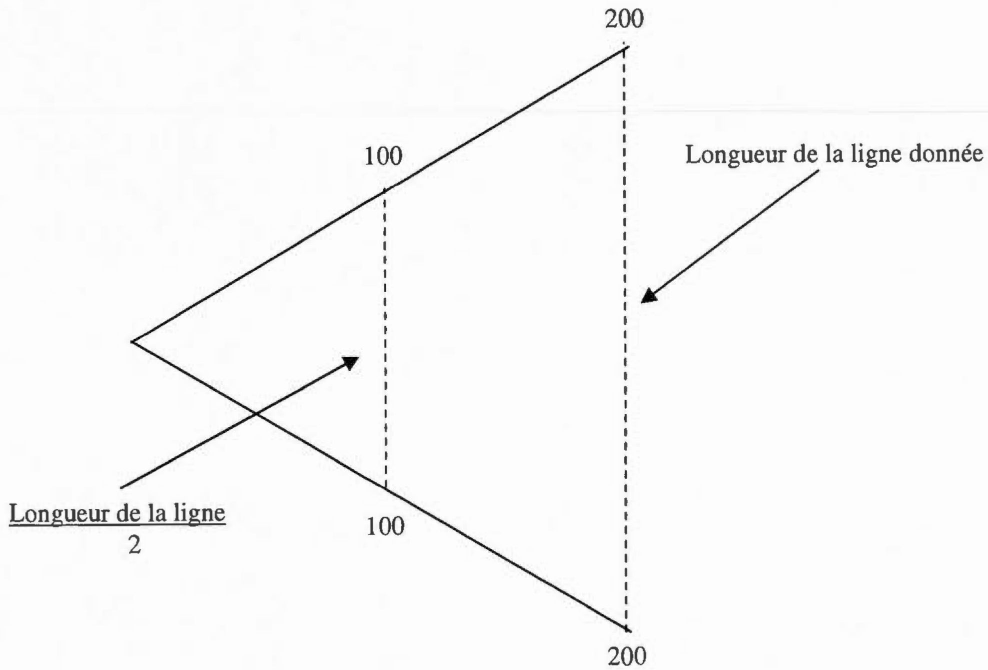


Figure 3.32 : Compas de proportion – activité 6 (3.1.4.6) – 1

Étape 3

La distance mesurée à la fin de l'étape 2 correspond à la longueur de la moitié de la ligne de départ.

Étape 4: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre

d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Avant l'étape 1, après avoir remis le matériel, il peut être intéressant de discuter avec les élèves afin de voir s'ils peuvent déterminer de quelle façon on peut utiliser le compas de proportion pour diviser une ligne en deux parties égales. Porter une attention particulière aux liens que les élèves peuvent faire avec la description en 3.1.2, plus précisément avec la figure 3.7 qui schématise la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide (les triangles semblables ont leurs côtés homologues proportionnels) à l'aide de triangles isocèles, ce qui correspond au compas de proportion. Voient-ils où est le sommet O de cette figure sur leur compas de proportion? Réalisent-ils que les deux branches du compas de proportion sont équivalentes aux droites D_1 et D_2 de la figure 3.7?

Lorsque les élèves voient bien le lien avec la figure 3.7, ils sont davantage en mesure de faire des hypothèses intéressantes sur la façon d'utiliser le compas de proportion afin de diviser une ligne en deux parties égales. Il peut également être intéressant de demander leur avis sur l'utilité du compas à pointe sèche. Il peut être utile ici de leur préciser que l'utilisation principale d'un compas à pointe sèche est le report de mesures.

Il est cependant très possible que les élèves ne découvrent pas d'eux-mêmes la façon d'utiliser le compas de proportion. Par exemple, ils peuvent reporter la mesure de la ligne à diviser sur une seule des branches du compas de proportion en essayant d'utiliser l'échelle comme une règle. Leur demander alors la différence entre reporter la mesure de la ligne à diviser sur une des branches du compas et la reporter tout simplement sur une règle afin de les pousser à faire d'autres hypothèses. Leur demander également à quoi sert alors l'autre branche du compas de proportion. Il peut être opportun de leur rappeler fréquemment que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables en les référant à la figure 3.7. Essayer de les amener à faire le lien entre la mesure de la ligne à diviser, qui peut être différente d'une fois à l'autre, et le fait que le compas de proportion peut s'ouvrir. Leur parler des différentes droites de la figure 3.7 en leur demandant laquelle représente, à leur avis, la longueur de la ligne que l'on veut diviser en deux.

Après l'étape 1, discuter avec les élèves de la raison du choix des nombres 200 et 100. Pourquoi choisir ces nombres? Y aurait-il eu un avantage à choisir des nombres plus petits? L'avantage de choisir de grands nombres est en lien avec la difficulté de manipuler le compas de proportion lorsque les mesures à prendre sont très petites et très près du sommet O.

Après l'étape trois, discuter de nouveau avec les élèves du lien à faire entre le compas de proportion et la figure 3.7. Voir avec eux s'ils voient le lien à faire entre la droite D_k (ou D_i ou D_j) et la ligne imaginaire qu'on peut tirer entre les deux graduations identiques de chacune des branches du compas de proportion. Discuter également de la raison pour laquelle il est nécessaire d'utiliser les deux graduations identiques. Qu'arriverait-il si l'on utilisait deux graduations différentes? Pourrait-on encore prétendre au lien avec la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide? Pourquoi? Les élèves doivent voir le lien entre le fait de prendre une mesure entre deux graduations identiques sur chacune des échelles et le fait que les droites D_k, D_i et D_j de la figure 3.7 sont parallèles, ce qui est une condition nécessaire pour que le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables s'applique. Comment s'assurer du parallélisme des droites si on prend notre mesure entre deux graduations différentes? Rappelons également que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables avec la particularité de le faire avec des triangles isocèles, ce qui vient renforcer l'explication en ce qui a trait à la nécessité de prendre une mesure entre deux graduations identiques.

Il peut également être intéressant de discuter à nouveau du choix des nombres. Maintenant qu'ils ont manipulé le compas de proportion, les élèves voient-ils un avantage à choisir de grands nombres? Quel est l'impact de ce choix sur la précision? Les figures 3.7 et 3.32 peuvent être très utiles pour soutenir visuellement les discussions. On peut aussi leur demander de faire le lien concrètement entre ce qu'ils viennent de faire (séparer une ligne en deux parties égales) et le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables. Cela pourrait donner ceci :

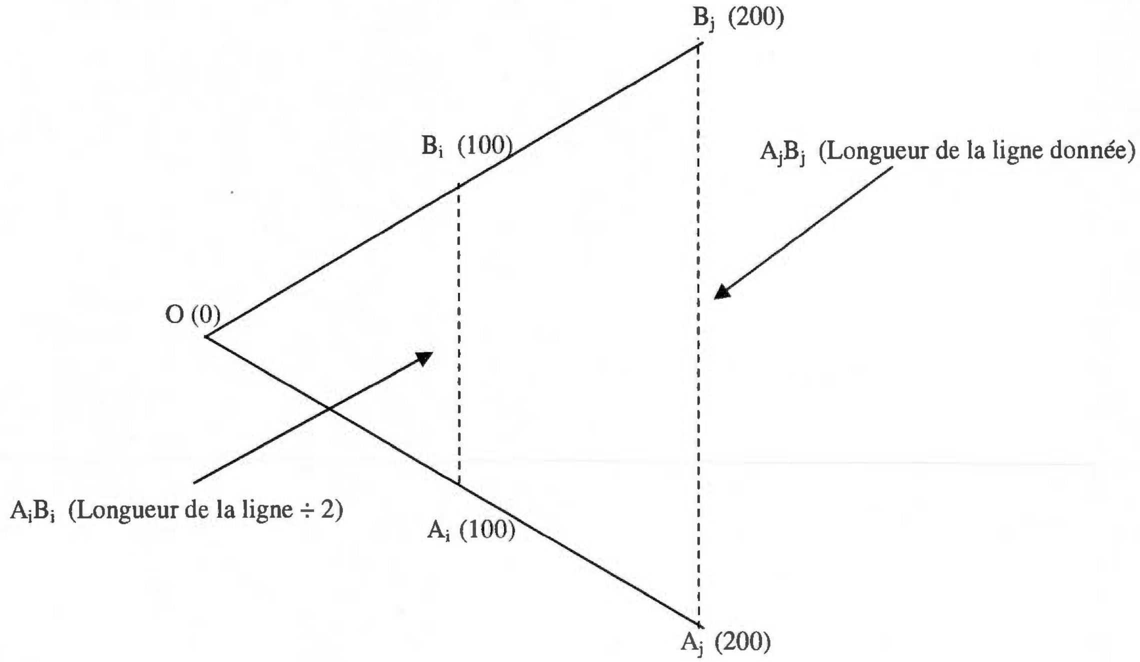


Figure 3.33 : Compas de proportion – activité 6 (3.1.4.6) – 2

Ce qui se traduit par ceci :

$$\frac{A_iB_i}{A_jB_j} = \frac{OB_i}{OB_j}$$

$$\frac{A_iB_i}{A_jB_j} = \frac{100}{200}$$

$$\frac{A_iB_i}{A_jB_j} = \frac{1}{2}$$

On voit alors très bien que A_iB_i est égal à la moitié de A_jB_j.

Étape 5: Réinvestissement

Il peut être intéressant de faire d'autres activités utilisant le même principe, mais avec des nombres différents. Par exemple, les élèves pourraient diviser une ligne en quatre parties égales. Il faut alors choisir deux nombres qui sont dans un rapport de 4 à 1; par exemple 200 et 50.

Encore plus intéressant, on peut voir si les élèves sauraient faire l'opération inverse : doubler la longueur d'une ligne par exemple. Dans ce cas, on prend des nombres qui sont dans un rapport de 1 à 2; 100 et 200 par exemple.

Une autre activité très intéressante, quoique moins adaptée à nos compas de proportion artisanaux, consiste à leur montrer que la ligne des parties égales du compas de proportion servait également à simplifier des calculs compliqués. En effet, à l'époque, peu étaient aptes à faire des calculs compliqués, mais la connaissance de quelques calculs simples servait à faire ces calculs plus compliqués. Par exemple, une personne peu habile en calcul veut diviser 123 en 3. Pour cette personne, le calcul est complexe, mais en utilisant le compas de proportion, elle peut le simplifier. Voyons un peu...

Tout d'abord, cette personne connait quelques calculs simples. Pour les besoins présents, disons qu'elle connaît les calculs simples suivants : $200 \div 2 = 100$, $150 \div 3 = 50$, $200 \div 4 = 50$, $200 \div 5 = 40$, $180 \div 6 = 30$. Voici comment cette personne utiliserait son compas de proportion :

a. Rappelons d'abord que nous cherchons à diviser 123 par 3;

b. Rappelons également que le calcul connu comportant une division par 3 est le suivant : $150 \div 3 = 50$;

c. À l'aide d'un compas à pointe sèche, on prend la mesure de 0 à 123 sur une des branches du compas de proportion en plaçant une des pointes sur la graduation 0 et l'autre sur la graduation 123;[27]

---

[27] Comme notre compas de proportion ne comporte que les graduations de 10 en 10, ceci sera approximatif.

d. En gardant intacte l'ouverture du compas à pointe sèche, on place les deux pointes de ce compas sur les deux graduations 150 de chacune des branches du compas de proportion en ajustant l'ouverture de ce dernier afin que cela soit le plus précis possible;

e. En gardant intacte l'ouverture du compas de proportion, on prend maintenant la mesure entre les deux graduations 50 sur chacune des branches du compas de proportion à l'aide du compas à pointe sèche;

f. Finalement, en gardant intacte l'ouverture du compas à pointe sèche, il ne reste qu'à mesurer, sur une des branches du compas de proportion, en plaçant une des pointes du compas sur le 0; le nombre indiqué par l'autre pointe devrait être 41 sous réserve de la précision des mesures. Donc, $123 \div 3 = 41$.

C'est pratiquement le même exercice que l'activité 6 en 3.1.4.6 à la différence que la ligne que nous voulons diviser (en trois cette fois-ci) a une mesure précise que nous déterminons à l'aide d'une des branches du compas de proportion qui fait office de règle. En effet, les étapes *d* et *e* dont il est ici question reprennent le processus décrit à l'étape 2 de l'activité 6 en 3.1.4.6 et utilisent de la même façon le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables.

Malheureusement, la précision du compas que les élèves ont construit rend difficile cette dernière activité, mais le résultat devrait être suffisamment proche du résultat réel pour que les élèves comprennent cette utilisation du compas de proportion.

3.1.4.7 Activité 7 :

Cette activité consiste à trouver la longueur du côté d'un carré ayant une aire quatre fois plus grande que celle d'un carré donné à l'aide de la ligne des plans du compas de proportion construit lors de l'activité 2 (3.1.4.2). Cette activité permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument; elle cible plus particulièrement la fin du primaire ou le début du secondaire.

Avant l'activité

Si l'activité 2 en 3.1.4.2 n'a pas été faite, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion en se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Par contre, si l'activité 2 en 3.1.4.2 a été faite, ce qui est préférable, faire tout de même un bref rappel, particulièrement de 3.1.2, et revenir sur la façon dont s'est passée la construction du compas de proportion.

Finalement, que l'activité 2 en 3.1.4.2 ait été faite ou non, il est important de revenir sur le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables et le lien qu'il y a à faire avec le compas de proportion. Pour ce faire, la figure 3.7 est très utile.

Étape 1

Comme on veut trouver la longueur du côté d'un carré ayant une aire quatre fois plus grande que celle d'un carré donné, il faut d'abord choisir deux nombres de la ligne des plans qui sont dans un tel rapport. Pour notre part, nous avons choisi 16 et 64 car $16 \bullet 4 = 64$.

Étape 2

a. À l'aide d'un compas à pointe sèche, prenez la mesure de la longueur du côté du carré donné;
b. Reportez cette mesure sur le compas de proportion en réglant l'ouverture de ce dernier de telle façon qu'il soit possible de placer les pointes du compas à pointe sèche sur les deux nombres 16 qui sont situés sur chacune des branches du compas de proportion;
c. En faisant bien attention à conserver intacte l'ouverture du compas de proportion, et toujours à l'aide du compas à pointe sèche, prenez maintenant la mesure de la distance entre les deux nombres 64 situés sur chaque branche du compas de proportion.

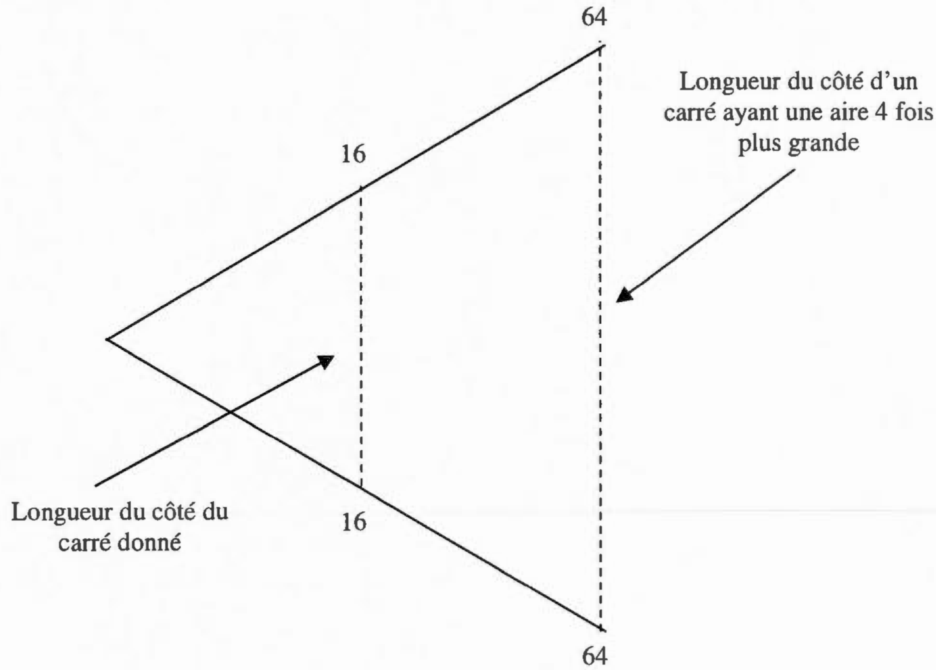


Figure 3.34 : Compas de proportion – activité 7 (3.1.4.7) – 1

Étape 3

La distance mesurée à la fin de l'étape 2 correspond à la longueur du côté d'un carré ayant une aire quatre fois plus grande que celle du carré donné.

Étape 4: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Soulignons cependant que plusieurs questions sont très similaires à celles que nous avons soulevées à l'étape 4 de l'activité 6 (3.1.4.6), mais nous avons préféré les répéter tout de même afin de faciliter la compréhension des détails et des questions qui ont été ajoutés.

Avant l'étape 1, après avoir remis le matériel, il peut être intéressant de discuter avec les élèves afin de voir s'ils peuvent déterminer de quelle façon on peut utiliser le compas de proportion pour trouver la longueur du côté d'un carré ayant une aire quatre fois plus grande que celle d'un carré donné.

Porter une attention particulière aux liens que les élèves peuvent faire avec la description en 3.2.2, plus précisément avec la figure 3.7 qui schématise la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide (les triangles semblables ont leurs côtés homologues proportionnels) à l'aide de triangles isocèles, ce qui correspond au compas de proportion. Voient-ils où est le sommet O de cette figure sur leur compas de proportion? Réalisent-ils que les deux branches du compas de proportion sont équivalentes aux droites D_1 et D_2 de la figure 3.7?

Lorsque les élèves voient bien le lien avec la figure 3.7, ils sont davantage en mesure de faire des hypothèses intéressantes sur la façon d'utiliser le compas de proportion afin de trouver la longueur du côté d'un carré ayant une aire quatre fois plus grande que celle d'un carré donné. Il peut également être intéressant de demander leur avis sur l'utilité du compas à pointe sèche. Il peut être utile ici de leur préciser que l'utilisation principale d'un compas à pointe sèche est le report de mesures.

Il est cependant très possible que les élèves ne découvrent pas d'eux-mêmes la façon d'utiliser le compas de proportion. Par exemple, ils peuvent reporter la mesure du côté du carré donné sur une seule des branches du compas de proportion. Leur demander alors à quoi sert l'autre branche du compas de proportion afin de les pousser à faire d'autres hypothèses. Il peut être opportun de leur rappeler fréquemment que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables en les référant à la figure 3.7. Essayer de les amener à faire le lien entre la longueur du côté du carré donné, qui peut être différente d'une fois à l'autre, et le fait que le compas de proportion peut s'ouvrir. Leur parler des différentes droites de la figure 3.7 en leur demandant laquelle représente à leur avis la longueur du côté du carré donné.

Après l'étape 1, discuter avec les élèves de la raison du choix des nombres 16 et 64. Pourquoi choisir ces nombres? Y aurait-il eu un avantage à choisir des nombres plus petits? L'avantage de choisir de grands nombres est en lien avec la difficulté de manipuler le compas de proportion lorsque les mesures à prendre sont très petites et très près du sommet O.

Après l'étape trois, discuter de nouveau avec les élèves du lien à faire entre le compas de proportion et la figure 3.7. Voir avec eux s'ils voient le lien à faire entre la droite D_k (ou D_i ou D_j) et la ligne imaginaire qu'on peut tirer entre les deux graduations identiques de chacune des branches du compas de proportion. Discuter également de la raison pour laquelle il est nécessaire d'utiliser les deux graduations identiques. Qu'arriverait-il si l'on utilisait deux graduations différentes? Pourrait-on encore prétendre au lien avec la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide? Pourquoi? Les élèves doivent voir le lien entre le fait de prendre une mesure entre deux graduations identiques sur chacune des échelles et le fait que les droites D_k, D_i et D_j de la figure 3.7 sont parallèles, ce qui est une condition nécessaire pour que le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables s'applique. Comment s'assurer du parallélisme des droites si on prend notre mesure entre deux graduations différentes? Rappelons également que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables avec la particularité de le faire avec des triangles isocèles, ce qui vient renforcer l'explication en ce qui a trait à la nécessité de prendre une mesure entre deux graduations identiques.

Il peut également être intéressant de discuter à nouveau du choix des nombres. Maintenant qu'ils ont manipulé le compas de proportion, les élèves voient-ils un avantage à choisir de grands nombres? Quel est l'impact de ce choix sur la précision? Les figures 3.7 et 3.34 peuvent être très utiles pour soutenir visuellement les discussions. On peut aussi leur demander de faire le lien concrètement entre ce qu'ils viennent de faire (trouver la longueur du côté d'un carré ayant une aire quatre fois plus grande que celle d'un carré donné) et le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables. Cela pourrait donner ceci :

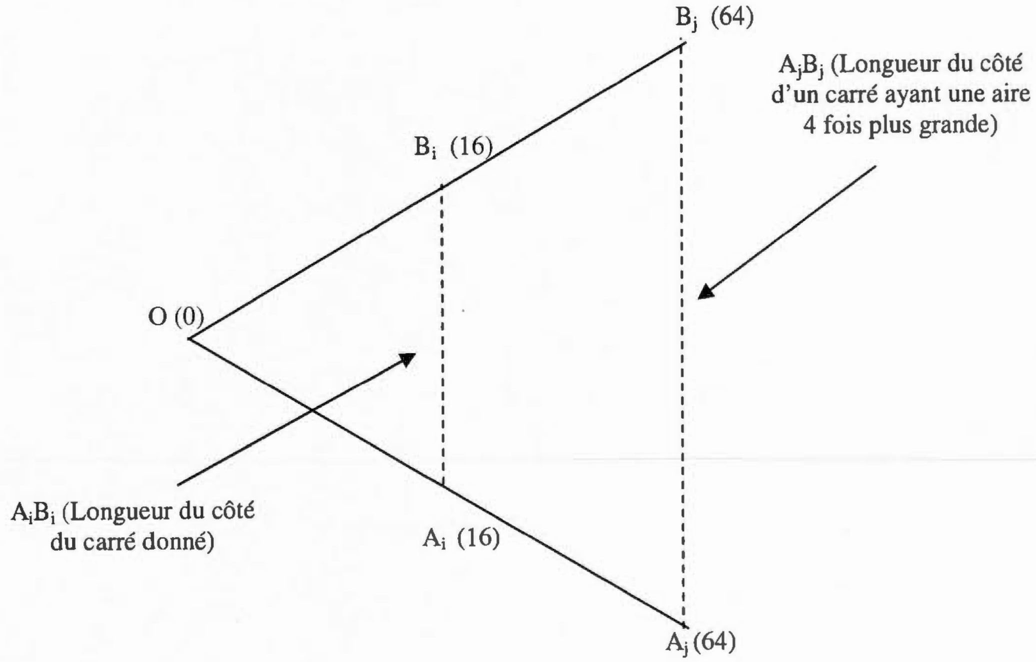


Figure 3.35 : Compas de proportion – activité 7 (3.1.4.7) – 2

Ce qui se traduit par ceci :

$$\frac{A_jB_j}{A_iB_i} = \frac{OB_j}{OB_i}$$

$$\frac{A_jB_j}{A_iB_i} = \frac{64}{16}$$

$$\frac{A_jB_j}{A_iB_i} = 4$$

On constate alors très bien que le carré ayant un côté égal à la longueur A_jB_j a bien une aire quatre fois plus grande que le carré ayant un côté égal à la longueur A_iB_i. Mais les élèves voient-ils que la ligne A_jB_j n'est que deux fois plus grande que la ligne A_iB_i? Voient-ils que les longueurs de ces lignes sont dans un rapport de 2 à 1 et non de 4 à 1? Voir avec eux s'ils comprennent pourquoi.

Si les élèves regardent les divisions plutôt que les graduations (ou s'ils regardent le tableau 3.1), ils devraient voir que la graduation 16 (correspondant au plan 16) est positionnée à la division 500, alors que la graduation 64 (correspondant au plan 64) est positionnée à la division 1000. On peut aussi les amener à faire le lien avec la ligne des parties égales (activité 1 en 3.1.4.1 et activité 6 en 3.1.4.6). Discuter également avec eux du fait que l'espace entre chacune des divisions de 0 à 1000 est le même, alors que l'espace entre chacune des graduations de 1 à 64 est différent.

Au besoin, les ramener au moment où la position de chacune des graduations a été déterminée. La figure 3.36 ci-dessous peut aider à soutenir visuellement la discussion :

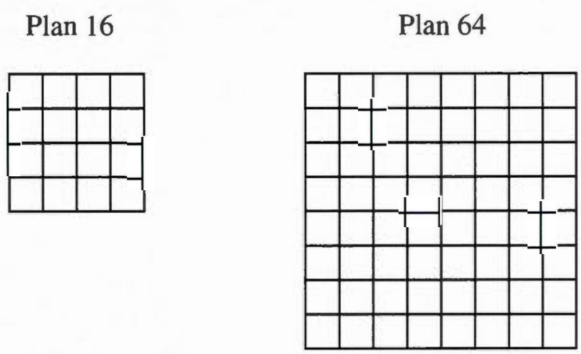


Figure 3.36 : Compas de proportion – activité 7 (3.1.4.7) – 3

En se référant à la figure 3.36 ci-dessus, les élèves devraient facilement voir qu'effectivement, le rapport entre les aires de deux plans semblables est égal au rapport entre les carrés de leurs côtés homologues. En effet, si on prend par exemple le plan 64 et qu'on le compare au plan 16, on voit bien que :

$$\frac{64}{16} = \frac{8^2}{4^2} = 4$$

Mais si on ne regarde maintenant que le rapport entre la longueur des côtés et non entre la longueur au carré de ces côtés, on voit bien que le rapport n'est pas le même.

$$\frac{8}{4} = 2$$

Il peut également être intéressant de faire un bref rappel de la formule utilisée pour déterminer l'emplacement de chacune des graduations :

$$\sqrt{x^2 \bullet y}$$

Étape 5: Réinvestissement

Il peut être intéressant de faire d'autres activités utilisant le même principe, mais avec des nombres différents. Par exemple, les élèves pourraient chercher la longueur du côté d'un carré ayant une aire deux fois plus grande que celle d'un carré donné. Il faut alors choisir deux nombres qui sont dans un rapport de 1 à 2; par exemple 32 et 64.

Encore plus intéressant, on peut voir si les élèves sauraient faire l'opération inverse : chercher la longueur du côté d'un carré ayant une aire huit fois plus petite que celle d'un carré donné. Dans ce cas, on prend des nombres qui sont dans un rapport de 8 à 1; 64 et 8 par exemple.

Une autre activité très intéressante consiste à faire des activités en prenant un plan qui n'est pas un carré. Par exemple, on peut chercher la longueur des côtés d'un rectangle ayant une aire quatre fois plus grande que celle d'un rectangle donné.

3.1.4.8 Activité 8 :

Cette activité consiste à trouver la longueur du côté d'un carré inscrit dans le même cercle qu'un pentagone donné à l'aide de la ligne des polygones du compas de proportion construit lors de l'activité 3 (3.1.4.3). Cette activité permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument; elle cible plus particulièrement la fin du primaire ou le début du secondaire.

Avant l'activité

Si l'activité 3 en 3.1.4.3 n'a pas été faite, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion en se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Par contre, si l'activité 3 en 3.1.4.3 a été faite, ce qui est préférable, faire tout de même un bref rappel, particulièrement de 3.1.2, et revenir sur la façon dont s'est passée la construction du compas de proportion.

Finalement, que l'activité 3 en 3.1.4.3 ait été faite ou non, il est important de revenir sur le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables et le lien qu'il y a à faire avec le compas de proportion. Pour ce faire, la figure 3.7 est très utile.

Étape 1

Comme on veut trouver la longueur du côté d'un carré inscrit dans le même cercle qu'un pentagone donné, nous savons que nous devrons utiliser les nombres 4 et 5 inscrits sur les branches du compas de proportion, car le carré a quatre côtés et le pentagone cinq.

Étape 2

a. À l'aide d'un compas à pointe sèche, prenez la mesure de la longueur du côté du pentagone donné;
b. Reportez cette mesure sur le compas de proportion en réglant l'ouverture de ce dernier de telle façon qu'il soit possible de placer les pointes du compas à pointe sèche sur les deux nombres 5 qui sont situés sur chacune des branches du compas de proportion;
c. En faisant bien attention à conserver intacte l'ouverture du compas de proportion, et toujours à l'aide du compas à pointe sèche, prenez maintenant la mesure de la distance entre les deux nombres 4 situés sur chaque branche du compas de proportion (voir la figure 3.37 à la page suivante).

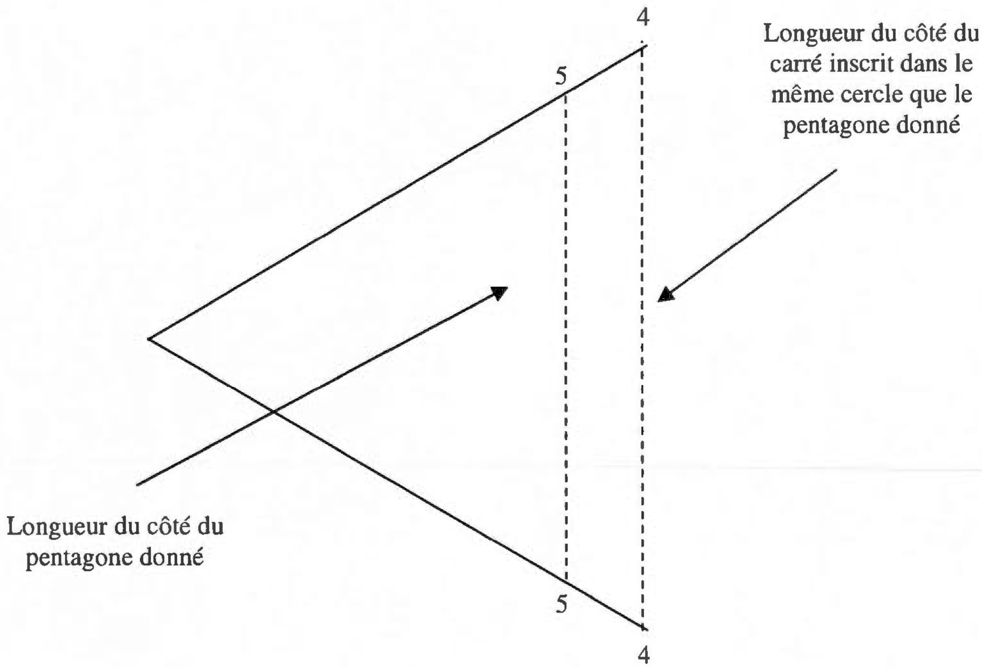


Figure 3.37 : Compas de proportion – activité 8 (3.1.4.8)

Étape 3

La distance mesurée à la fin de l'étape 2 correspond à la longueur du côté d'un carré inscrit dans le même cercle qu'un pentagone donné.

Étape 4: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Soulignons cependant que plusieurs questions sont très similaires à celles que nous avons soulevées à l'étape 4 de l'activité 6 (3.1.4.6), mais nous avons préféré les répéter tout de même afin de faciliter la compréhension des détails et des questions qui ont été ajoutés.

Avant l'étape 1, après avoir remis le matériel, il peut être intéressant de discuter avec les élèves afin de voir s'ils peuvent déterminer de quelle façon on peut utiliser le compas de proportion pour trouver la longueur du côté d'un carré inscrit dans le même cercle qu'un pentagone donné. Porter une attention particulière aux liens que les élèves peuvent faire avec la description en 3.2.2, plus précisément avec la figure 3.7 qui schématise la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide à l'aide de triangles isocèles, ce qui correspond au compas de proportion. Voient-ils où est le sommet O de cette figure sur leur compas de proportion? Réalisent-ils que les deux branches du compas de proportion sont équivalentes aux droites D_1 et D_2 de la figure 3.7?

Lorsque les élèves voient bien le lien avec la figure 3.7, ils sont davantage en mesure de faire des hypothèses intéressantes sur la façon d'utiliser le compas de proportion afin de trouver la longueur de côté d'un carré inscrit dans le même cercle qu'un polygone donné. Il peut également être intéressant de demander leur avis sur l'utilité du compas à pointe sèche. Il peut être utile ici de leur préciser que l'utilisation principale d'un compas à pointe sèche est le report de mesures.

Il est cependant très possible que les élèves ne découvrent pas d'eux-mêmes la façon d'utiliser le compas de proportion. Par exemple, ils peuvent reporter la mesure du côté du pentagone donné sur une seule des branches du compas de proportion. Leur demander alors à quoi sert l'autre branche du compas de proportion afin de les amener à faire d'autres hypothèses. Il peut être opportun de leur rappeler fréquemment que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables en les référant à la figure 3.7. Essayer de les amener à faire le lien entre la longueur du côté du pentagone donné, qui peut être différente d'une fois à l'autre, et le fait que le compas de proportion peut s'ouvrir. Leur parler des différentes droites de la figure 3.7 en leur demandant laquelle représente à leur avis la longueur du côté du pentagone donné.

Après l'étape trois, discuter de nouveau avec les élèves du lien à faire entre le compas de proportion et la figure 3.7. Voir avec eux s'ils voient le lien à faire entre la droite D_k (ou D_i ou D_j) et la ligne imaginaire qu'on peut tirer entre les deux graduations identiques de chacune des branches du compas de proportion. Discuter également de la raison pour laquelle il est nécessaire d'utiliser les deux graduations identiques. Qu'arriverait-il si l'on utilisait deux graduations différentes? Pourrait-on encore prétendre au lien avec la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide? Pourquoi? Les élèves doivent voir le lien entre le fait de prendre une mesure entre deux graduations identiques sur chacune des échelles et le fait que les droites D_k, D_i et D_j de la figure 3.7 sont parallèles, ce qui est une condition nécessaire pour que le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables s'applique. Comment s'assurer du parallélisme des droites si on prend notre mesure entre deux graduations différentes? Rappelons également que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables avec la particularité de le faire avec des triangles isocèles, ce qui vient renforcer l'explication en ce qui a trait à la nécessité de prendre une mesure entre deux graduations identiques.

Les détails et les questions auxquels il est important de porter attention sont ici moins nombreux que dans l'activité de construction du compas de proportion comportant la ligne des polygones (activité 4.1.4.3), mais à l'étape suivante, une activité de réinvestissement fort intéressante est décrite.

Étape 5: Réinvestissement

Il peut être intéressant de faire d'autres activités utilisant le même principe, mais avec des polygones différents. Par exemple, les élèves pourraient chercher la longueur du côté d'un octogone inscrit dans le même cercle qu'un carré donné. Il faut alors choisir les nombres 8 et 4 qui correspondent respectivement au nombre de côtés de l'octogone et au nombre de côtés du carré.

Une autre activité très intéressante, consiste à utiliser les calculs que l'on retrouve au tableau 3.2 à la page 75 pour aborder la notion de la circonférence d'un cercle. Rappelons-nous que le rayon du cercle dans lequel sont inscrits les polygones de la ligne des polygones est de 707. Ce qui signifie que le diamètre est de 1414 et la circonférence des de 4442.

En utilisant les données du tableau 3.2, demander aux élèves de déterminer le périmètre de chacun des polygones. Voir les résultats au tableau 3.5 ci-dessous :

Tableau 3.5
Calculs du périmètre des polygones – 1

Calculs du périmètre des polygones *(rayon du cercle dans lequel les polygones sont inscrits = 707)*			
Polygones	Nbre de côtés (c)	Longueur du côté (x)	Périmètre (c • x)
Carré	***4***	*1000*	*4000*
Pentagone	***5***	*831*	*4155*
Hexagone	***6***	*707*	*4242*
Heptagone	*7*	*614*	*4298*
Octogone	***8***	*541*	*4328*
Ennéagone	***9***	*484*	*4356*
Décagone	***10***	*437*	*4370*
Hendécagone	***11***	*398*	*4378*
Dodécagone	***12***	*366*	*4392*

En mettant en parallèle les résultats du tableau 3.5 ci-dessus et la circonférence du cercle dans lequel sont inscrits les polygones de la ligne des polygones ($C = 2\pi R = 4442$), demander aux élèves s'ils remarquent quelque chose. Ces derniers devraient voir que plus le nombre de côtés du polygone est grand, plus la valeur de son périmètre augmente et se rapproche de la longueur de la circonférence du cercle dans lequel les polygones sont inscrits.

Il est alors intéressant de revenir à la formule permettant de déterminer la longueur du côté d'un polygone inscrit dans un cercle de rayon 707 :

$$x = 2R\sin(a)$$

Où *x* est égal à la longueur du côté du polygone inscrit dans un cercle, R est égal au rayon de ce cercle (dans ce cas-ci, 707) et *a* est égal à la moitié de l'angle au centre d'une portion du polygone. Si on utilise cette formule et qu'on l'applique à des polygones ayant un nombre élevé de côtés, voici ce que nous trouvons :

Tableau 3.6
Calculs du périmètre des polygones – 2

Calculs du périmètre des polygones *(rayon du cercle dans lequel les polygones sont inscrits = 707)*			
Nbre de côtés (c)	Angle au centre/2 (a) (360/2c)	Longueur du côté (x)	Périmètre (c • x)
20	*9*	*221,198*	*4423,96*
50	*3,6*	*88,786*	*4439,3*
100	*1,8*	*44,415*	*4441,5*
500	*0,36*	*8,884*	*4442*
1000	*0,18*	*4,442*	*4442*

Il est aussi important à ce stade de faire réaliser aux élèves que nous avons arrondi certaines données (entre autres le rayon), ce qui explique que nous n'avons à faire les calculs qu'avec un polygone à 500 côtés pour arriver à la mesure de la circonférence. On peut aussi faire un lien intéressant avec l'aire d'un cercle en faisant une brève incursion dans le monde d'Archimède; une animation sur la détermination de l'aire d'un cercle selon la méthode développée par Archimède se retrouve sur le site suivant :
http://www.mathkang.org/swf/archimede.html.

3.1.4.9 Activité 9 :

Cette activité consiste à déterminer la longueur d'un arc de 80° d'un cercle donné à l'aide de la ligne des cordes du compas de proportion construit lors de l'activité 4 (3.1.4.4). Cette activité permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument; elle cible plus particulièrement la fin du primaire ou le début du secondaire.

Avant l'activité

Si l'activité 4 en 3.1.4.4 n'a pas été faite, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion en se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Par contre, si l'activité 4 en 3.1.4.4 a été faite, ce qui est préférable, faire tout de même un bref rappel, particulièrement de 3.1.2, et revenir sur la façon dont s'est passée la construction du compas de proportion.

Finalement, que l'activité 4 en 3.1.4.4 ait été faite ou non, il est important de revenir sur le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables et le lien qu'il y a à faire avec le compas de proportion. Pour ce faire, la figure 3.7 est très utile.

Étape 1

Pour trouver la longueur d'un arc de 80° d'un cercle donné, il faut d'abord trouver la longueur de la corde de 80°. Il faut également avoir en mémoire que le rayon d'un cercle est égal à la longueur de la corde de 60°.

Étape 2

a. À l'aide d'un compas à pointe sèche, prenez la mesure du rayon du cercle donné;
b. Reportez cette mesure sur le compas de proportion en réglant l'ouverture de ce dernier de telle façon qu'il soit possible de placer les pointes du compas à pointe sèche sur les deux nombres 60 qui sont situés sur chacune des branches du compas de proportion;
c. En faisant bien attention à conserver intacte l'ouverture du compas de proportion, et toujours à l'aide du compas à pointe sèche, prenez maintenant la mesure de la distance entre les deux nombres 80 situés sur chaque branche du compas de proportion.

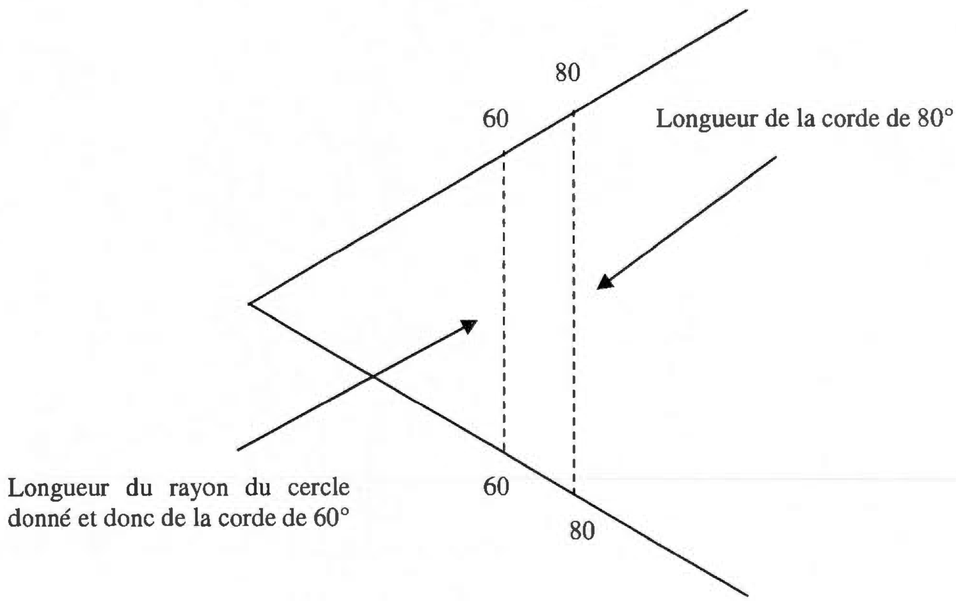


Figure 3.38 : Compas de proportion – activité 9 (3.1.4.9) – 1

Étape 3

La distance mesurée à la fin de l'étape 2 correspond à la longueur de la corde de 80° pour le cercle donné. Il ne reste qu'à faire correspondre cette longueur avec deux points de la circonférence du cercle donné pour délimiter un arc de 80°.

Étape 4: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Soulignons cependant que plusieurs questions sont très similaires à celles que nous avons soulevées à l'étape 4 de l'activité 6 (3.1.4.6), mais nous avons préféré les répéter tout de même afin de faciliter la compréhension des détails et des questions qui ont été ajoutés.

Avant l'étape 1, après avoir remis le matériel, il peut être intéressant de discuter avec les élèves afin de voir s'ils peuvent déterminer de quelle façon on peut utiliser le compas de proportion pour déterminer la longueur d'un arc de 80° d'un cercle donné. Porter une attention particulière aux liens que les élèves peuvent faire avec la description en 3.2.2, plus précisément avec la figure 3.7 qui schématise la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide à l'aide de triangles isocèles, ce qui correspond au compas de proportion. Voient-ils où est le sommet O de cette figure sur leur compas de proportion? Réalisent-ils que les deux branches du compas de proportion sont équivalentes aux droites D_1 et D_2 de la figure 3.7?

Lorsque les élèves voient bien le lien avec la figure 3.7, ils sont davantage en mesure de faire des hypothèses intéressantes sur la façon d'utiliser le compas de proportion afin de déterminer la longueur d'un arc de 80° d'un cercle donné. Il peut également être intéressant de demander leur avis sur l'utilité du compas à pointe sèche. Il peut être utile ici de leur préciser que l'utilisation principale d'un compas à pointe sèche est le report de mesures.

Il est cependant très possible que les élèves ne découvrent pas d'eux-mêmes la façon d'utiliser le compas de proportion. Par exemple, ils peuvent reporter la mesure du rayon du cercle donné sur une seule des branches du compas de proportion. Leur demander alors à quoi sert l'autre branche du compas de proportion afin de les pousser à faire d'autres hypothèses. Il peut être opportun de leur rappeler fréquemment que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables en les référant à la figure 3.7. Essayer de les amener à faire le lien entre la mesure du rayon du cercle donné, qui peut être différente d'une fois à l'autre, et le fait que le compas de proportion peut s'ouvrir. Leur parler des différentes droites de la figure 3.7 en leur demandant laquelle représente à leur avis la mesure du rayon du cercle donné.

Après l'étape 1, discuter avec les élèves du fait que le rayon d'un cercle est égal à la corde de 60° de ce cercle. Il est possible de faire le lien avec l'activité 3 (3.1.4.3) et de revenir à la figure 3.22 à la page 78.

Après l'étape trois, discuter de nouveau avec les élèves du lien à faire entre le compas de proportion et la figure 3.7. Voir avec eux s'ils voient le lien à faire entre la droite D_k (ou D_i

ou D_j) et la ligne imaginaire qu'on peut tirer entre les deux graduations identiques de chacune des branches du compas de proportion. Discuter également de la raison pour laquelle il est nécessaire d'utiliser les deux graduations identiques. Qu'arriverait-il si l'on utilisait deux graduations différentes? Pourrait-on encore prétendre au lien avec la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide? Pourquoi? Les élèves doivent voir le lien entre le fait de prendre une mesure entre deux graduations identiques sur chacune des échelles et le fait que les droites D_k, D_i et D_j de la figure 3.7 sont parallèles, ce qui est une condition nécessaire pour que le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables s'applique. Comment s'assurer du parallélisme des droites si on prend notre mesure entre deux graduations différentes? Rappelons également que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables avec la particularité de le faire avec des triangles isocèles, ce qui vient renforcer l'explication en ce qui a trait à la nécessité de prendre une mesure entre deux graduations identiques.

Il est également intéressant de discuter du fait qu'une corde de 80° délimite un arc de cercle de 80°. Bien que cela paraisse évident, la figure 3.39 ci-dessous permet de visualiser le tout :

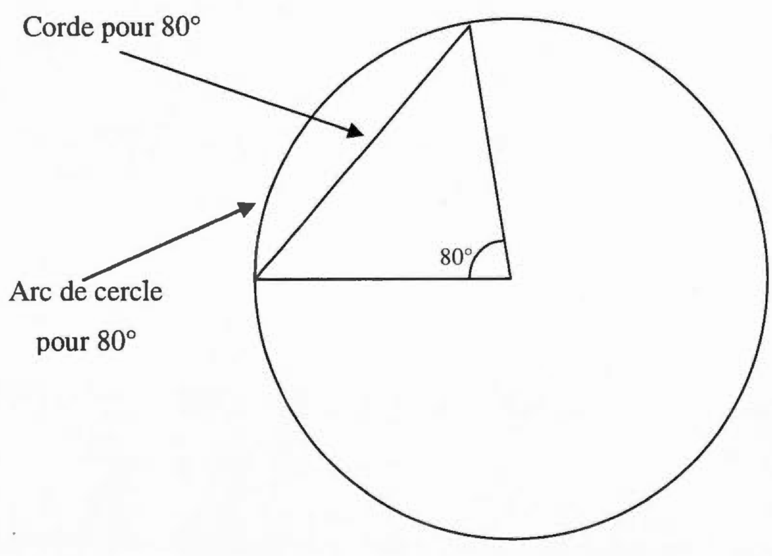


Figure 3.39 : Compas de proportion – activité 9 (3.1.4.9) – 2

Les détails et les questions auxquels il est important de porter attention sont ici moins nombreux que dans l'activité de construction du compas de proportion comportant la ligne des cordes (activité 4 en 4.1.4.4), mais à l'étape suivante, une activité de réinvestissement fort intéressante est décrite.

Étape 5: Réinvestissement

Il peut être intéressant de faire d'autres activités utilisant le même principe, mais avec des cordes différentes.

Une autre activité très intéressante, consiste à trouver la mesure d'un angle. En effet, la ligne des cordes servait le plus souvent à mesurer ou à reporter des angles. Voici une première méthode :

a. Placez la pointe sèche de votre compas sur le sommet de l'angle à mesurer et tracez un arc de cercle coupant les deux droites formant l'angle qu'on veut mesurer (voir la figure 3.40 ci-dessous);

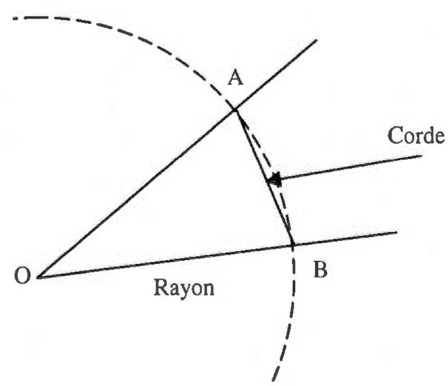


Figure 3.40 : Compas de proportion – activité 9 (3.1.4.9) – 3

b. À l'aide d'un compas à pointe sèche, prenez la mesure du rayon (OB);

c. En gardant intacte l'ouverture de votre compas à pointe sèche, reportez cette mesure sur votre compas de proportion en ajustant l'ouverture de ce dernier pour que les deux pointes du compas à pointe sèche correspondent aux deux graduations 60 sur chacune des branches[28];

d. Gardez intacte l'ouverture de votre compas de proportion (il est maintenant « réglé » pour le rayon déterminé en *b*);

e. À l'aide de votre compas à pointe sèche, prenez la mesure de la corde (AB) et faites correspondre cette mesure à deux graduations identiques sur votre compas de proportion « réglé » pour le rayon déterminé en *b*. Ceci correspondra à la mesure de l'angle.

Cette première méthode est assez difficile et demande beaucoup de manipulation, surtout si on tient compte de nos compas assez artisanaux, mais elle correspond bien à la façon habituelle d'utiliser le compas de proportion. Il y a cependant une deuxième méthode, beaucoup plus facile d'utilisation, qui nous amène cependant à une utilisation un peu différente du compas de proportion, car elle n'utilise qu'une des deux branches du compas de proportion. La voici :

a. Régler l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la distance séparant les graduations 0 et 60 sur une des branches de votre compas de proportion;
b. Tout en gardant intacte l'ouverture de votre compas, placez la pointe sèche de celui-ci sur le sommet de l'angle à mesurer et tracez un arc de cercle coupant les deux droites formant l'angle qu'on veut mesurer;
c. À l'aide de votre compas à pointe sèche, prenez la mesure de la corde déterminée par l'arc de cercle tracé en *b* et reportez-la sur une des branches de votre compas de proportion;
d. Faites correspondre une des pointes à la graduation 0; la graduation indiquée par l'autre pointe correspondra à la mesure de l'angle.

Il est intéressant ici de discuter avec les élèves de la raison pour laquelle cette deuxième méthode fonctionne. On peut alors leur rappeler comment nous avons inscrit les graduations sur la ligne des cordes. Insister sur le fait que lorsque nous avons déterminé en *a* la longueur

---

[28] Rappelons que le rayon est égal à la corde pour 60°.

du rayon de l'arc de cercle tracé en *b,* nous avons choisi la distance entre les graduations 0 et 60. Les élèves comprennent-ils pourquoi? Voient-ils qu'il s'agit de la longueur du rayon qui nous a servi lorsque nous avons déterminé l'emplacement des graduations de la ligne des cordes?

3.1.4.10 Activité 10 :

Cette activité consiste à trouver la longueur du côté d'un cube ayant un volume huit fois plus grand que celui d'un cube donné à l'aide de la ligne des solides du compas de proportion construit lors de l'activité 5 (3.1.4.5). Cette activité permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument; elle cible plus particulièrement la fin du primaire ou le début du secondaire.

<u>Avant l'activité</u>

Si l'activité 5 en 3.1.4.5 n'a pas été faite, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas de proportion en se référant à 3.1.1, 3.1.2 et 3.1.3. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #1 à l'appendice B peut être utile.

Par contre, si l'activité 5 en 3.1.4.5 a été faite, ce qui est préférable, faire tout de même un bref rappel, particulièrement de 3.1.2, et revenir sur la façon dont s'est passée la construction du compas de proportion.

Finalement, que l'activité 5 en 3.1.4.5 ait été faite ou non, il est important de revenir sur le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables et le lien qu'il y a à faire avec le compas de proportion. Pour ce faire, la figure 3.7 est très utile.

Étape 1

Comme on veut trouver la longueur du côté d'un cube ayant un volume huit fois plus grand que celui d'un cube donné, il faut d'abord choisir deux nombres de la ligne des solides qui sont dans un tel rapport. Pour notre part, nous avons choisi 8 et 64 car 8 x 8 = 64.

Étape 2

a. À l'aide d'un compas à pointe sèche, prenez la mesure du côté du cube donné;

b. Reportez cette mesure sur le compas de proportion en réglant l'ouverture de ce dernier de telle façon qu'il soit possible de placer les pointes du compas à pointe sèche sur les deux nombres 8 qui sont situés sur chacune des branches du compas de proportion;

c. En faisant bien attention à conserver intacte l'ouverture du compas de proportion, et toujours à l'aide du compas à pointe sèche, prenez maintenant la mesure de la distance entre les deux nombres 64 situés sur chaque branche du compas de proportion.

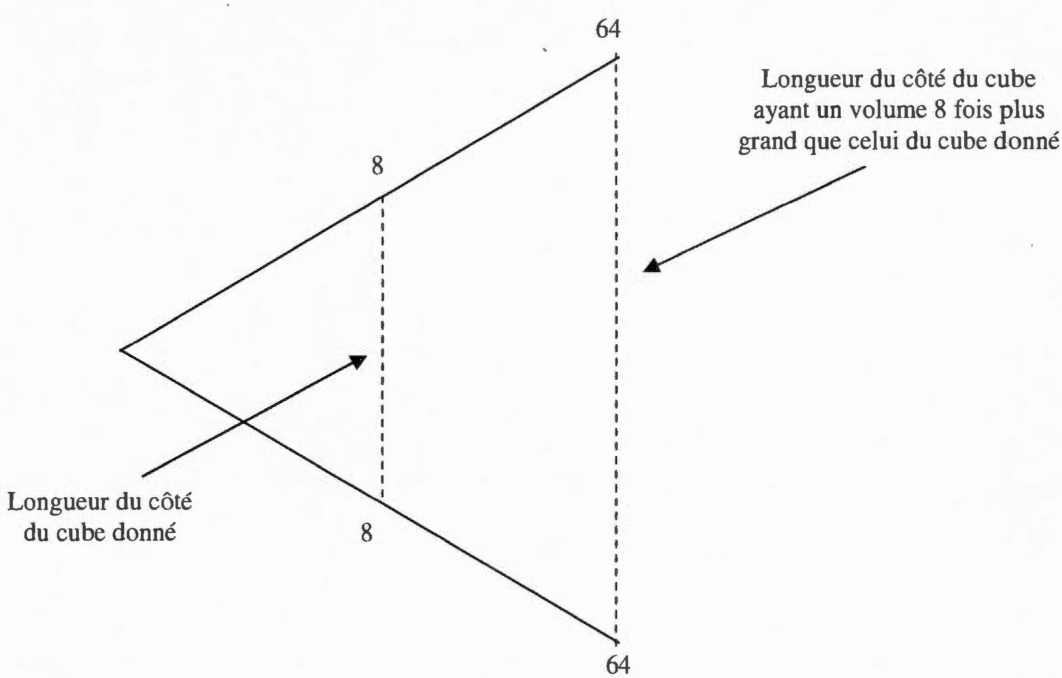


Figure 3.41 : Compas de proportion – activité 10 (3.1.4.10) – 1

Étape 3

La distance mesurée à la fin de l'étape 2 correspond à la longueur du côté d'un cube ayant un volume huit fois plus grand que le volume du cube donné.

Étape 4: Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Soulignons cependant que plusieurs questions sont très similaires à celles que nous avons soulevées à l'étape 4 de l'activité 6 (3.1.4.6), mais nous avons préféré les répéter tout de même afin de faciliter la compréhension des détails et des questions qui ont été ajoutés.

Avant l'étape 1, après avoir remis le matériel, il peut être intéressant de discuter avec les élèves afin de voir s'ils peuvent déterminer de quelle façon on peut utiliser le compas de proportion pour trouver la longueur du côté d'un cube ayant un volume huit fois plus grand que celui d'un cube donné.

Porter une attention particulière aux liens que les élèves peuvent faire avec la description en 3.2.2, plus précisément avec la figure 3.7 qui schématise la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide (les triangles semblables ont leurs côtés homologues proportionnels) à l'aide de triangles isocèles, ce qui correspond au compas de proportion. Voient-ils où est le sommet O de cette figure sur leur compas de proportion? Réalisent-ils que les deux branches du compas de proportion sont équivalentes aux droites D_1 et D_2 de la figure 3.7?

Lorsque les élèves voient bien le lien avec la figure 3.7, ils sont davantage en mesure de faire des hypothèses intéressantes sur la façon d'utiliser le compas de proportion afin de trouver la longueur du côté d'un cube ayant un volume huit fois plus grand que celui d'un cube donné. Il peut également être intéressant de demander leur avis sur l'utilité du compas à pointe sèche. Il peut être utile ici de leur préciser que l'utilisation principale d'un compas à pointe sèche est le report de mesures.

Il est cependant très possible que les élèves ne découvrent pas d'eux-mêmes la façon d'utiliser le compas de proportion. Par exemple, ils peuvent reporter la mesure du côté du cube donné sur une seule des branches du compas de proportion. Leur demander alors à quoi sert l'autre branche du compas de proportion afin de les pousser à faire d'autres hypothèses. Il peut être opportun de leur rappeler fréquemment que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables en les référant à la figure 3.7. Essayer de les amener à faire le lien entre la longueur du côté du cube donné, qui peut être différente d'une fois à l'autre, et le fait que le compas de proportion peut s'ouvrir. Leur parler des différentes droites de la figure 3.7 en leur demandant laquelle représente à leur avis la longueur du côté du cube donné.

Après l'étape 1, discuter avec les élèves de la raison du choix des nombres 8 et 64. Pourquoi choisir ces nombres? Y aurait-il eu un avantage à choisir des nombres plus petits? L'avantage de choisir de grands nombres est en lien avec la difficulté de manipuler le compas de proportion lorsque les mesures à prendre sont très petites et très près du sommet O.

Après l'étape trois, discuter de nouveau avec les élèves du lien à faire entre le compas de proportion et la figure 3.7. Voir avec eux s'ils voient le lien à faire entre la droite D_k (ou D_i ou D_j) et la ligne imaginaire qu'on peut tirer entre les deux graduations identiques de chacune des branches du compas de proportion. Discuter également de la raison pour laquelle il est nécessaire d'utiliser les deux graduations identiques. Qu'arriverait-il si l'on utilisait deux graduations différentes? Pourrait-on encore prétendre au lien avec la quatrième proposition du sixième livre d'Euclide? Pourquoi? Les élèves doivent voir le lien entre le fait de prendre une mesure entre deux graduations identiques sur chacune des échelles et le fait que les droites D_k, D_i et D_j de la figure 3.7 sont parallèles, ce qui est une condition nécessaire pour que le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables s'applique. Comment s'assurer du parallélisme des droites si on prend notre mesure entre deux graduations différentes? Rappelons également que le compas de proportion utilise le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables avec la particularité de le faire avec des triangles isocèles, ce qui vient renforcer l'explication en ce qui a trait à la nécessité de prendre une mesure entre deux graduations identiques.

Il peut également être intéressant de discuter à nouveau du choix des nombres. Maintenant qu'ils ont manipulé le compas de proportion, les élèves voient-ils un avantage à choisir de grands nombres? Quel est l'impact de ce choix sur la précision? Les figures 3.7 et 3.41 peuvent être très utiles pour soutenir visuellement les discussions. On peut aussi leur demander de faire le lien concrètement entre ce qu'ils viennent de faire (trouver la longueur du côté d'un cube ayant un volume huit fois plus grand que celui d'un cube donné) et le principe de la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables. Cela pourrait donner ceci :

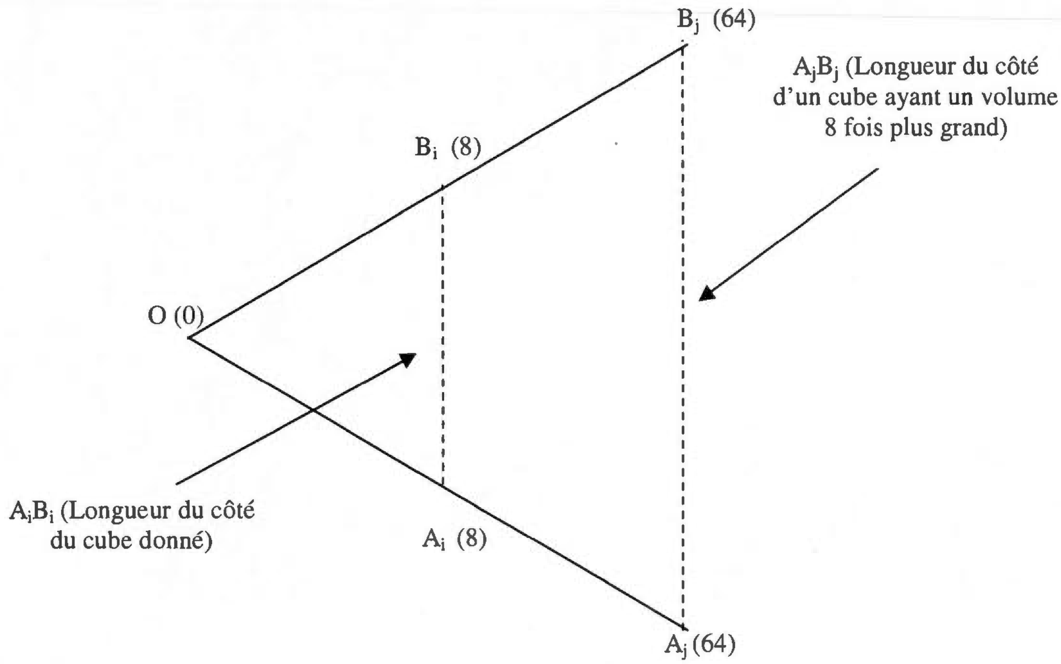


Figure 3.42 : Compas de proportion – activité 10 (3.1.4.10) – 2

Ce qui se traduit par ceci :

$$\frac{A_jB_j}{A_iB_i} = \frac{OB_j}{OB_i}$$

$$\frac{A_jB_j}{A_iB_i} = \frac{64}{8}$$

$$\frac{A_jB_j}{A_iB_i} = 8$$

On constate alors très bien que le cube ayant un côté égal à la longueur A_jB_j a bien un volume huit fois plus grand que le cube ayant un côté égal à la longueur A_iB_i. Mais les élèves voient-ils que la ligne A_jB_j n'est que deux fois plus grande que la ligne A_iB_i? Voient-ils que les longueurs de ces lignes sont dans un rapport de 2 à 1 et non de 8 à 1? Voir avec eux s'ils comprennent pourquoi.

Si les élèves regardent les divisions plutôt que les graduations (ou s'ils regardent le tableau 3.4), ils devraient voir que la graduation 8 (correspondant au solide 8) est positionnée à la division 500, alors que la graduation 64 (correspondant au solide 64) est positionnée à la division 1000. On peut aussi les amener à faire le lien avec la ligne des parties égales (activité 1 en 3.1.4.1 et activité 6 en 3.1.4.6). Discuter également avec eux du fait que l'espace entre chacune des divisions de 0 à 1000 est le même, alors que l'espace entre chacune des graduations de 1 à 64 est différent.

Au besoin, les ramener au moment où la position de chacune des graduations a été déterminée. La figure 3.43 ci-dessous peut aider à soutenir visuellement la discussion :

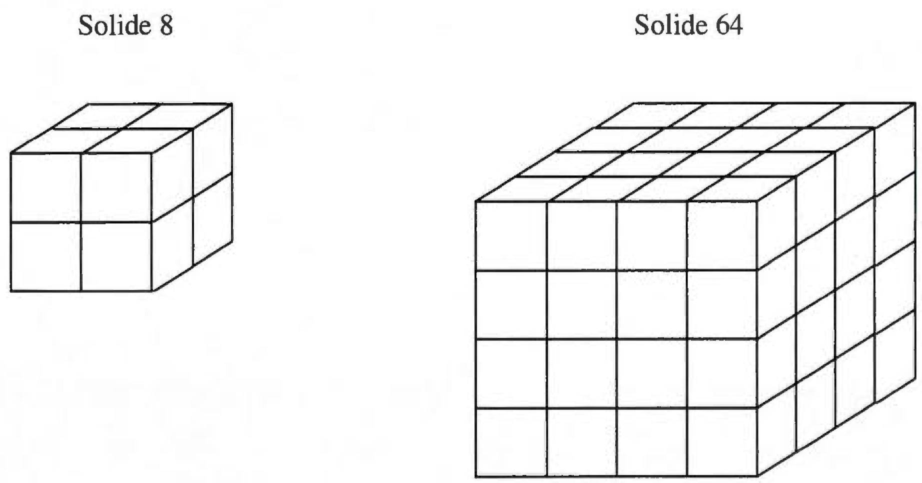


Figure 3.43 : Compas de proportion – activité 10 (3.1.4.10) – 3

En se référant à la figure 3.43 à la page précédente, les élèves devraient facilement voir qu'effectivement, le rapport entre les volumes de deux solides semblables est égal au rapport entre les cubes de leurs côtés homologues. En effet, si on prend par exemple le solide 64 et qu'on le compare au solide 8, on voit bien que :

$$\frac{64}{8} = \frac{4^3}{2^3} = 8$$

Mais si on ne regarde maintenant que le rapport entre la longueur des côtés et non entre la longueur au cube de ces côtés, on voit bien que le rapport n'est pas le même.

$$\frac{4}{2} = 2$$

Il peut également être intéressant de faire un bref rappel de la formule utilisée pour déterminer l'emplacement de chacune des graduations :

$$\sqrt[3]{x^3 \bullet y}$$

Étape 5: Réinvestissement

Il peut être intéressant de faire d'autres activités utilisant le même principe, mais avec des nombres différents. Par exemple, les élèves pourraient chercher la longueur du côté d'un cube ayant un volume deux fois plus grand que celui d'un cube donné. Il faut alors choisir deux nombres qui sont dans un rapport de 1 à 2; par exemple 32 et 64.

Encore plus intéressant, on peut voir si les élèves sauraient faire l'opération inverse : chercher la longueur du côté d'un cube ayant un volume quatre fois plus petit que celui d'un cube donné. Dans ce cas, on prend des nombres qui sont dans un rapport de 4 à 1; 32 et 8 par exemple.

Une autre activité très intéressante consiste à faire des activités en prenant un solide qui n'est pas un cube. Par exemple, on peut chercher la longueur des côtés d'un prisme rectangulaire ayant un volume quatre fois plus grand que celui d'un prisme rectangulaire donné.

3.1.5 Précision

En terminant, nous tenons à parler d'une difficulté pouvant affecter la précision lors de l'utilisation du compas de proportion en carton : la difficulté à maintenir l'ouverture intacte due à la hauteur des côtés des branches du compas de proportion. En effet, pour chaque utilisation du compas de proportion, il est nécessaire de pouvoir maintenir l'ouverture intacte. Deux solutions peuvent atténuer ce problème. La première consiste à faire travailler les élèves deux par deux; l'un prenant les mesures, l'autre maintenant intacte l'ouverture du compas de proportion. L'autre méthode consiste à stabiliser davantage le compas de proportion. Pour ce faire, on peut coller de petits morceaux de bois sous les branches du compas de proportion et ajuster la hauteur.

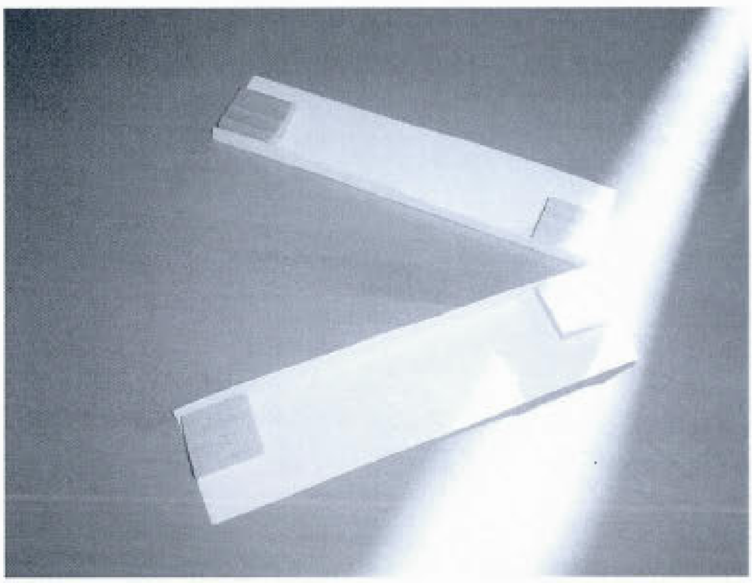


Figure 3.44 : Compas de proportion – stabilisation

Mais même si la précision des compas de proportion en carton n'est pas parfaite, elle est très suffisante pour que les élèves bénéficient des activités décrites en 3.1.4.

3.2 BÂTON DE JACOB

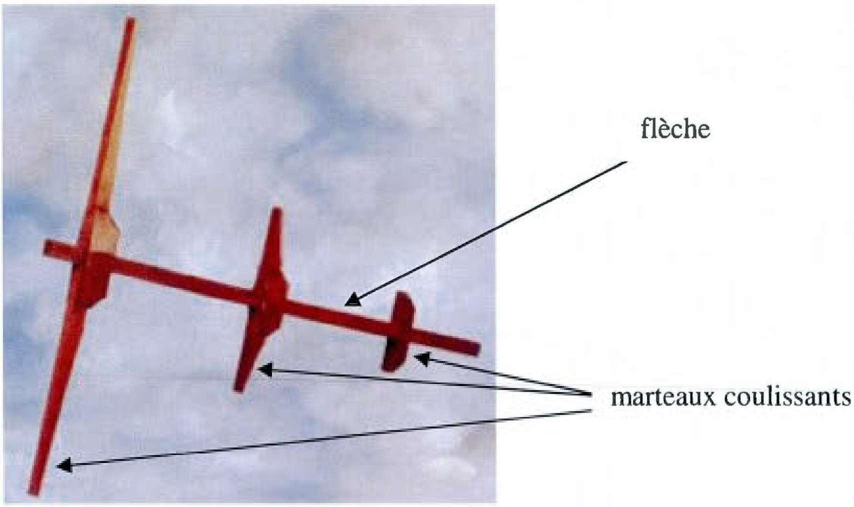


Figure 3.45 : Bâton de Jacob
Source : voir appendice A

3.2.1 Origine et contexte historique

Le bâton de Jacob, aussi appelé arbalestrille ou arbalète, serait la version occidentale du kamal arabe. Selon Turner (1998), la description la plus ancienne du bâton de Jacob remonte à 1328. Elle aurait été faite par Rabbi Lévi Ben Gerson[29] (aussi appelé Gersonide), un astronome et mathématicien français. En ce qui concerne l'origine du nom de cet instrument, la seule mention que nous avons trouvée à ce sujet réfère à un passage de la bible, Genèse 32 :10 :

> *Je suis trop petit pour toutes les grâces et pour toute la fidélité dont tu as usé envers ton serviteur; car j'ai passé ce Jourdain avec mon bâton, et maintenant je forme deux camps.*

Turner (1998) mentionne le fait dans son livre à la page 30 « *His instrument, which depends on the principle of similar triangles, was called Jacob's staff after the biblical story in Genesis 32 :10.* », mais sans élaborer davantage.

---

[29] L'orthographe de ce nom varie énormément. En voici deux variantes : Rabbi Lévy Ben Gerson et Rabbi Lévi Ben Gershom.

Il peut aussi être intéressant de souligner que cette période se trouve juste avant la guerre de 100 ans (1337 – 1453) dont beaucoup ont entendu parler, mais sans avoir beaucoup d'information à ce sujet. Cette guerre, qui opposait la France à l'Angleterre, s'est étirée sur une très longue période, entrecoupée cependant de longues périodes de paix. Jeanne d'Arc (surnommée la Pucelle d'Orléans) est une des figures importantes de cette période. Au début du XVI^{e} siècle, elle mène victorieusement les troupes françaises contre les armées anglaises. Vendue aux Anglais par Jean de Luxembourg, elle meurt sur le bûcher en 1431 après un procès entaché de nombreuses irrégularités.

Figure 3.46 : Jeanne d'Arc
Source : voir appendice A

3.2.2 Description

Le bâton de Jacob était fait de bois dur. Selon Turner (1998), il comportait à l'origine une flèche de section carrée d'environ cinq ou six pieds (1,5 m à 1,8 m) avec un seul marteau. Sur la flèche sont inscrites des graduations correspondant à des angles. La formule utilisée pour connaître l'emplacement de chaque graduation est la suivante : $BG = L/2 \bullet \tan(90° - \alpha/2)$. Où B est le bout de la flèche, BG la longueur du segment menant à la graduation G, L la longueur MM' du marteau et α l'angle pour lequel on fait le calcul. La figure 3.47 ci-dessous aide à comprendre d'où vient cette formule.

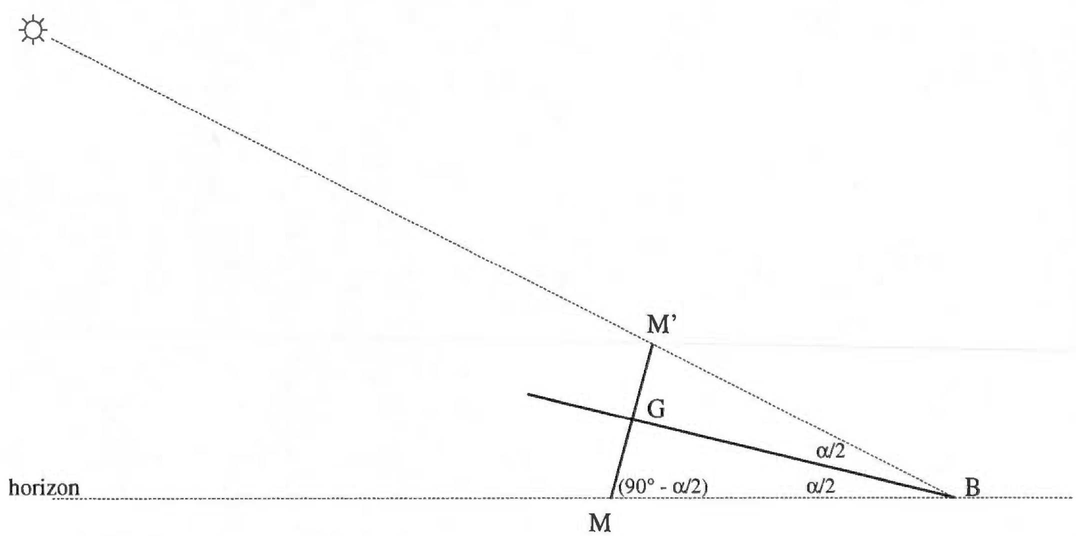


Figure 3.47 : Bâton de Jacob – formule pour graduations – 1

En observant cette figure, il est facile de constater que l'angle en M est bien de $(90° - \alpha/2)$ et que si on cherche BG, il faut multiplier MG (qui équivaut bien à $L/2$) par la tangente de cet angle.[30]

Toujours selon Turner (1998), il semblerait que, pour plus de facilité lors de l'utilisation, les bâtons de Jacob utilisés pour la navigation étaient plus courts avec une longueur d'environ 75cm sur laquelle on enfile alors trois marteaux de longueurs différentes. Les longueurs de ces marteaux sont d'environ 37 cm, 25 cm et 15 cm. Sur la flèche, on retrouve donc des graduations sur trois des côtés de la flèche. Les graduations de chaque côté correspondent à un des trois marteaux. Ces marteaux coulissent sur la flèche et un mécanisme est prévu pour les garder en place. Une pièce de bois consolide chacun des trois marteaux pour éviter qu'ils oscillent de gauche à droite lorsqu'on les fait coulisser.

[30] Tangente = côté opposé/côté adjacent

3.2.3 Utilisation

3.2.3.1 Mesure de l'angle d'élévation d'un astre

Le bâton de Jacob était utilisé en astronomie pour mesurer l'angle d'élévation d'un astre. Il fût par conséquent utilisé dès le XVI^{e} siècle par les marins pour déterminer la latitude en mer. (Il a également été utilisé pour l'arpentage.) En plaçant son œil à l'extrémité de la flèche tout en visant l'astre pour lequel on cherche l'angle d'élévation, on fait glisser un des marteaux sur la flèche; l'astre visé doit correspondre à une des extrémités du marteau et l'horizon à l'autre extrémité du même marteau. Il n'y a alors qu'à regarder la graduation indiquée sur la flèche pour connaître l'angle d'élévation de l'astre.

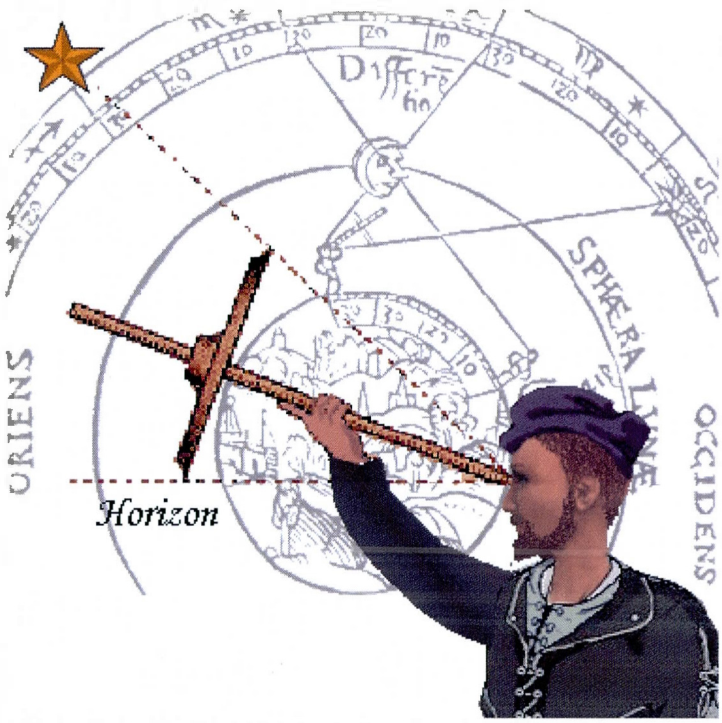


Figure 3.48 : Bâton de Jacob – utilisation 1

Il est très intéressant ici de parler des problèmes liés à la navigation avant qu'il soit possible de déterminer la latitude et la longitude. Les premiers marins pratiquaient la navigation côtière en gardant toujours en vue le littoral; c'est ce qu'on appelait le cabotage. Par la suite, grâce à des instruments comme le bâton de Jacob, il devient possible de déterminer la latitude en mesurant l'élévation de l'étoile polaire la nuit et l'élévation du soleil le jour. En ce qui concerne la longitude cependant, il faudra attendre la fin du XVIII^e siècle pour que les progrès dans la précision de la mesure du temps permettent de la déterminer avec précision.

3.2.3.2 Mesure d'une grandeur inaccessible

Une autre utilisation fréquente du bâton de Jacob, est la mesure d'une grandeur inaccessible. Cette utilisation repose sur la comparaison de triangles semblables.

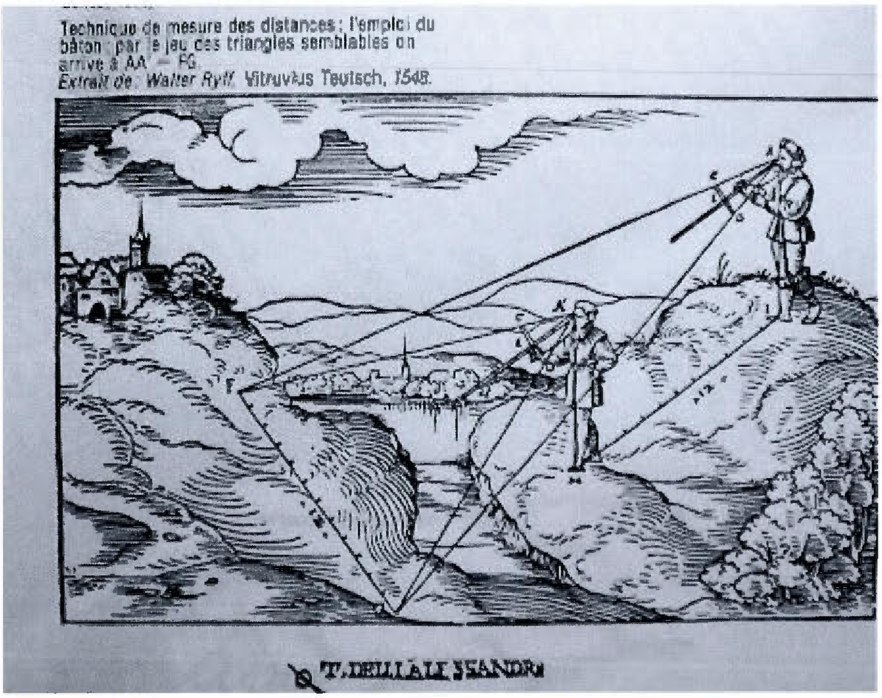


Figure 3.49 : Bâton de Jacob – utilisation 2

Voici une explication des calculs faits lors de cette utilisation du bâton de Jacob. Cette explication est inspirée d'un cours donné par Louis Charbonneau, professeur à l'Université du Québec à Montréal.

Étape 1

Dans la figure suivante, regardons les triangles ABC et ADE.

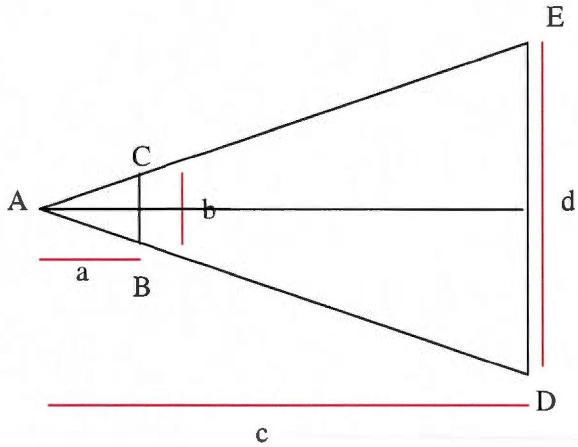


Figure 3.50 : Bâton de Jacob – calculs pour l'utilisation 2 – 1

Les triangles ABC et ADE étant semblables, on peut donc dire que :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Étape 2

Regardons maintenant les triangles FGH et FDE

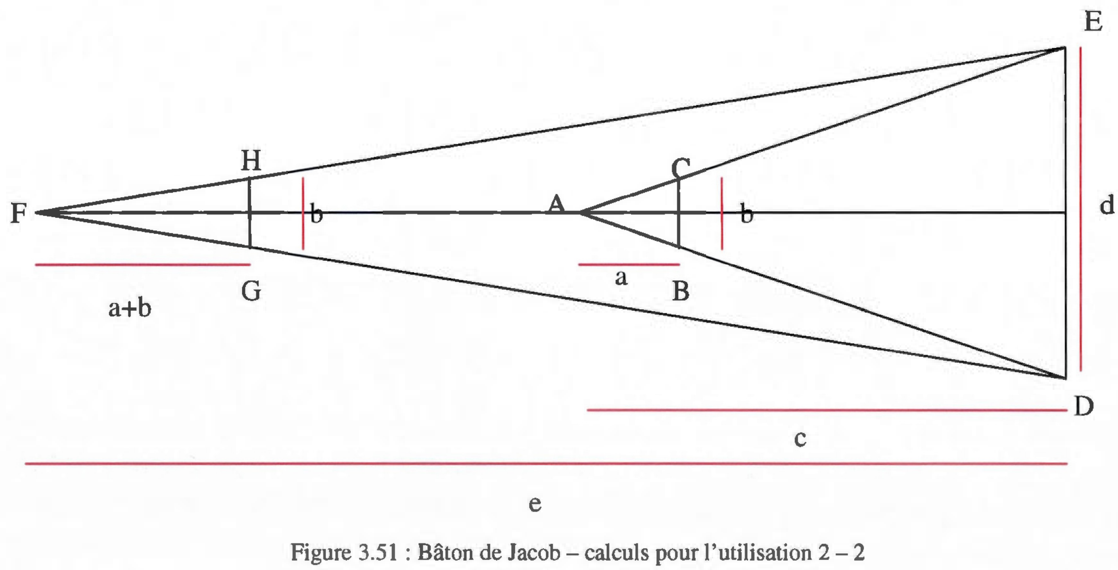


Figure 3.51 : Bâton de Jacob – calculs pour l'utilisation 2 – 2

Les triangles FGH et FDE étant semblables, on peut donc dire que :

$$\frac{a+b}{b} = \frac{e}{d}$$

Étape 3

On peut dire que :

$$\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1$$

et comme à l'étape 1, on a vu que :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{donc} \quad \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 = \frac{c}{d} + \frac{d}{d} = \frac{c+d}{d}$$

$$\text{donc} \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Étape 4

À l'étape 2, on a vu que :

$$\frac{a+b}{b} = \frac{e}{d} \quad \text{donc} \quad \frac{e}{d} = \frac{c+d}{d} \quad \text{donc} \quad e = c + d$$

Étape 5

On peut donc conclure que :

$$d = e - c$$

Où d est égal au déplacement qu'il y a eu entre la première position de l'observateur (point A dans la figure 3.50) et la deuxième position de l'observateur (point F dans la figure 3.51).

3.2.4 Activité

3.2.4.1 Activité 1 : Construction d'un bâton de Jacob

La première activité consiste à faire construire aux élèves un bâton de Jacob. Cette activité est très intéressante, car elle est attrayante et permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. De plus, les liens historiques que l'on peut faire tout au long de l'activité aident à démystifier les mathématiques et à les rendre accessibles. Cette activité cible surtout la fin du secondaire, mais elle peut être adaptée pour le début du secondaire.

La construction d'un bâton de Jacob est relativement simple et peu coûteuse. Toutefois, il faut souligner que c'est relativement long. À chacune des étapes de la construction, il sera mentionné s'il est possible de sauter cette étape ou de la raccourcir. Cela permet de décider quelle partie du temps alloué à l'activité est consacrée à la construction « matérielle » de l'instrument et quelle partie est consacrée aux notions mathématiques. Pour éviter des coûts trop élevés, il est suggéré de faire un bâton de Jacob par équipe de quatre à six élèves[31].

Matériel nécessaire (pour un bâton de Jacob) :

- Une flèche de ¾" de diamètre;
- Six bouts de « forence »: un de 45 cm, un de 30 cm, un de 10 cm et 3 de 6 cm;
- De la colle à bois;
- Du papier sablé;
- De la gommette (Funtak bleu).

Outils nécessaires[32] :

- Une scie sauteuse pour couper les marteaux à la bonne dimension;
- Une perceuse avec mèche de ¾" pour faire les trous dans les marteaux.

---

[31] À l'étape 3 de la construction du bâton de Jacob, nous verrons qu'il faut inscrire trois échelles de graduations sur la flèche : une pour chacun des marteaux. Une équipe de six permet alors de faire des sous-équipes de deux qui travaillent chacune sur les calculs pour les graduations d'un des marteaux.

[32] Si on a décidé de tailler les flèches et les marteaux à l'avance, la scie sauteuse et la perceuse ne sont peut-être pas nécessaires.

Avant l'activité

En se référant à 3.2.1, 3.2.2 et 3.2.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du bâton de Jacob. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #2 à l'appendice B peut être utile.

Étape 1 : La flèche

Pour plus de facilité, il est conseillé d'utiliser un bâton cylindrique; il sera alors plus facile de faire les trous nécessaires à l'insertion des marteaux. Ces bâtons sont en vente à coût réduit chez tous les magasins de matériaux. Une flèche de 120 cm et d'un diamètre de ¾" est idéale. Les flèches peuvent être taillées à l'avance.

Étape 2 : Les marteaux

Pour les marteaux, on utilise une « forence » de 1" x 3". Pour chaque bâton de Jacob, nous avons besoin de trois marteaux. Le premier doit avoir une longueur d'environ 45 cm, le deuxième d'environ 30 cm et le troisième d'environ 10 cm. Nous avons également besoin de trois bouts de « forence » de 6 cm qui serviront à solidifier chaque marteau. Il est possible de faire tailler à l'avance les marteaux et les trois bouts de « forence » de 6 cm afin d'avoir plus de temps pour les étapes ultérieures.

Il faut ensuite faire un trou avec la perceuse au centre de chaque marteau et de chaque bout de « forence » de 6 cm. Il est important de bien déterminer le centre avant de percer. Cette étape peut également être faite auparavant. Une fois les trous percés, il faut coller un bout de « forence » de 6 cm sur chacun des trois marteaux en faisant bien attention d'aligner les trous; cela stabilisera les marteaux lorsqu'ils seront enfilés sur la flèche en les empêchant d'osciller de droite à gauche. Voir la figure 3.52 à la page suivante pour une illustration des marteaux avec une meilleure stabilisation.

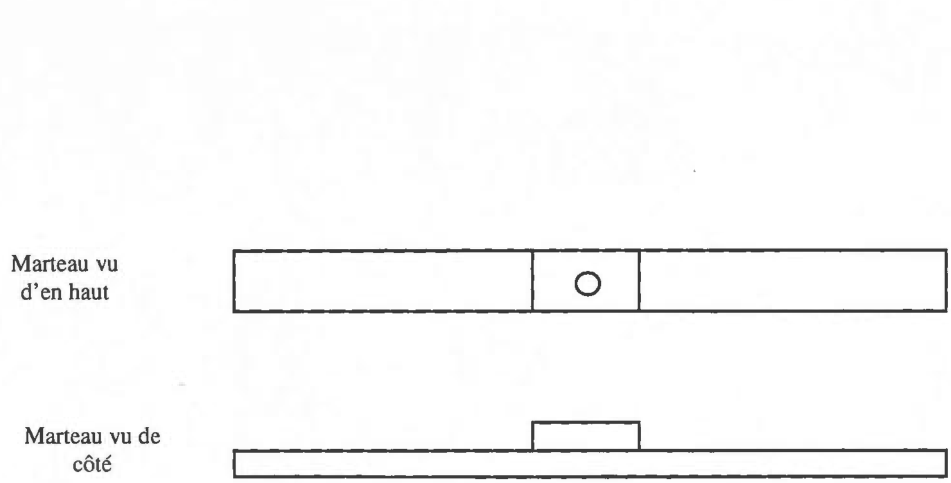


Figure 3.52 : Bâton de Jacob – activité 1 (3.2.4.1)

Variante : On peut décider de faire des bâtons de Jacob avec un seul marteau. Si on opte pour ce choix, il faut s'assurer que chacun des trois marteaux sera cependant fait par l'une ou l'autre des équipes.

Étape 3 : L'emplacement des graduations

Afin de pouvoir utiliser notre bâton de Jacob, il faut inscrire les graduations sur la flèche. Il est intéressant à ce stade d'animer une discussion pour amener les élèves à se questionner sur la façon dont on peut savoir comment et où tracer les graduations. Pour déterminer l'emplacement des graduations, il faut utiliser la formule suivante :

$$BG = L/2 \bullet \tan(90° - \alpha/2)$$

Où B est le bout de la flèche, BG la longueur du segment menant à la graduation G, L la longueur MM' du marteau et α l'angle pour lequel on fait le calcul. La figure 3.53 à la page suivante aide à comprendre d'où vient cette formule.

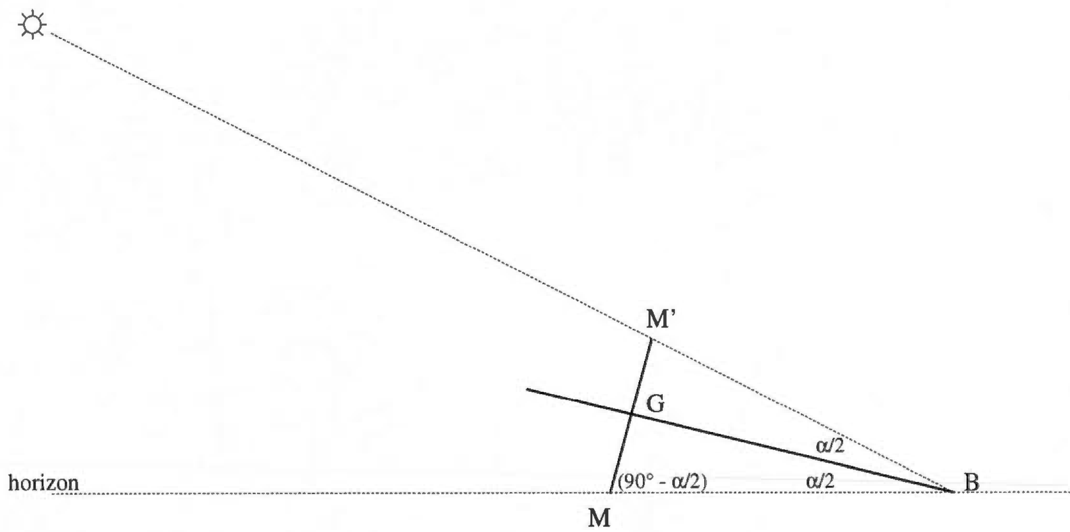


Figure 3.53 : Bâton de Jacob – formule pour graduations – 2

En observant cette figure, il est facile de constater que l'angle en M est bien de (90° - α/2) et que si on cherche BG, il faut multiplier MG (qui équivaut bien à L/2) par la tangente de cet angle.[33]

IMPORTANT : Avant de commencer les calculs, il est important de mesurer soigneusement la véritable longueur de chacun des marteaux, car les coupes qui ont été effectuées à l'étape 2 ne sont pas nécessairement suffisamment précises.[34]

Le tableau 3.7 à la page suivante contient les calculs pour le premier marteau qui mesure 45,9 centimètres.

---

[33] Les élèves doivent se référer à la formule qu'ils connaissent : tangente = côté opposé/côté adjacent.

[34] Il peut même être intéressant d'avoir des mesures légèrement différentes d'une équipe à l'autre pour que chaque équipe ait des calculs différents à faire.

Tableau 3.7
Calculs pour le 1er marteau de 45,9 cm

Calculs pour le 1er marteau d'une longueur de 45,9 cm (Donc : L/2 = 22,95)		
Angle (α) pour lequel on cherche où placer la graduation.	Formule : BG = L/2 • tan (90° - α/2)	Résultat : position de la graduation en cm (BG)
90°	22,95 • tan (90 - 90/2)	22,95[35]
85°	22,95 • tan (90 - 85/2)	25,05
80°	22,95 • tan (90 - 80/2)	27,35
75°	22,95 • tan (90 - 75/2)	29,91
74°	22,95 • tan (90 - 74/2)	30,46
73°	22,95 • tan (90 - 73/2)	31,02
72°	22,95 • tan (90 - 72/2)	31,55
71°	22,95 • tan (90 - 71/2)	32,17
70°	22,95 • tan (90 - 70/2)	32,78
69°	22,95 • tan (90 - 69/2)	33,39
68°	22,95 • tan (90 - 68/2)	34,02
67°	22,95 • tan (90 - 67/2)	34,67
66°	22,95 • tan (90 - 66/2)	35,34
65°	22,95 • tan (90 - 65/2)	36,02
64°	22,95 • tan (90 - 64/2)	36,73
63°	22,95 • tan (90 - 63/2)	37,45
62°	22,95 • tan (90 - 62/2)	38,20
61°	22,95 • tan (90 - 61/2)	38,96
60°	22,95 • tan (90 - 60/2)	39,75
59°	22,95 • tan (90 - 59/2)	40,56
58°	22,95 • tan (90 - 58/2)	41,40
57°	22,95 • tan (90 - 57/2)	42,27
56°	22,95 • tan (90 - 56/2)	43,16
55°	22,95 • tan (90 - 55/2)	44,09
54°	22,95 • tan (90 - 54/2)	45,04
53°	22,95 • tan (90 - 53/2)	46,03
52°	22,95 • tan (90 - 52/2)	47,05
51°	22,95 • tan (90 - 51/2)	48,12
50°	22,95 • tan (90 - 50/2)	49,22
45°	22,95 • tan (90 - 45/2)	55,41[36]
40°	22,95 • tan (90 - 40/2)	63,05
35°	22,95 • tan (90 - 35/2)	72,79
30°	22,95 • tan (90 - 30/2)	85,65
25°	22,95 • tan (90 - 25/2)	103,52
20°	22,95 • tan (90 - 20/2)	130,16[37]
15°	22,95 • tan (90 - 15/2)	174,32
10°	22,95 • tan (90 - 10/2)	262,32
5°	22,95 • tan (90 - 5/2)	525,64

[35] On peut voir une justification graphique de l'emplacement de la graduation pour un angle de 90° à la figure 3.54 à la page suivante.

[36] Les graduations surlignées en jaunes sont difficilement utilisables en lien avec la longueur des bras.

[37] Les graduations surlignées en rouges ne peuvent être inscrites, car la flèche ne mesure que 122 cm.

Si on regarde les données du tableau 3.7 à la table précédente, plusieurs remarques doivent être faites.

- La première est en lien avec le fait que la position de la graduation 90 est égale à L/2. Voir la figure 3.54 ci-dessous pour en comprendre la raison. Il y est en effet facile de voir que MG = GM' = BG.

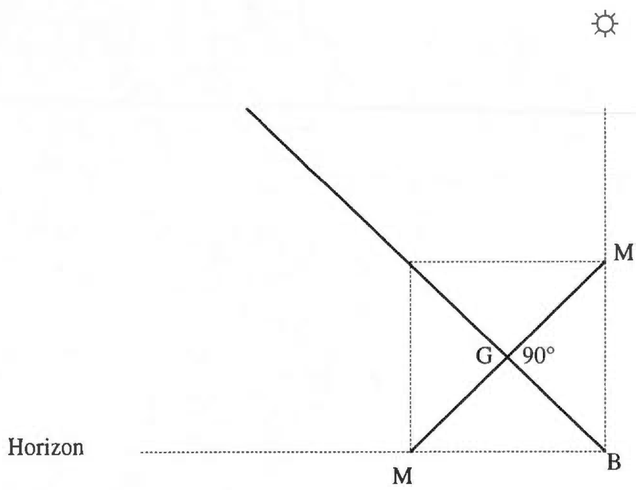


Figure 3.54 : Bâton de Jacob – graduation pour 90° - 1

- S nous regardons maintenant les graduations surlignées en jaune (de 45° à 25°), on peut s'apercevoir qu'il risque d'y avoir un problème lors de l'utilisation du bâton de Jacob avec ce marteau, car nous serons alors limités par la longueur de nos bras.

- Finalement, si nous regardons les graduations surlignées en rouge (à partir de 20°) , on s'aperçoit rapidement qu'il y a un problème, car notre flèche ne mesure que 122 cm. La dernière graduation qu'il est possible de tracer est donc celle pour un angle de 25°.

Mais voyons maintenant, au tableau 3.8 à la page suivante, ce que sont les résultats pour un marteau de 29,9 cm.

Tableau 3.8
Calculs pour le 2e marteau de 29,9 cm

Calculs pour le 2e marteau d'une longueur de 29,9 cm (Donc : L/2 = 14,95)		
Angle (α) pour lequel on cherche où placer la graduation.	Formule : BG = L/2 • tan (90° - α/2)	Résultat : position de la graduation en cm (BG)
90°	14,95 • tan (90 - 90/2)	14,95[38]
85°	14,95 • tan (90 - 85/2)	16,32
80°	14,95 • tan (90 - 80/2)	17,82
75°	14,95 • tan (90 - 75/2)	19,48
70°	14,95 • tan (90 - 70/2)	21,35
65°	14,95 • tan (90 - 65/2)	23,47
60°	14,95 • tan (90 - 60/2)	25,89
55°	14,95 • tan (90 - 55/2)	28,72
50°	14,95 • tan (90 - 50/2)	32,06
49°	14,95 • tan (90 - 49/2)	32,80
48°	14,95 • tan (90 - 48/2)	33,58
47°	14,95 • tan (90 - 47/2)	34,38
46°	14,95 • tan (90 - 46/2)	35,22
45°	14,95 • tan (90 - 45/2)	36,09
44°	14,95 • tan (90 - 44/2)	37,00
43°	14,95 • tan (90 - 43/2)	37,95
42°	14,95 • tan (90 - 42/2)	38,95
41°	14,95 • tan (90 - 41/2)	39,99
40°	14,95 • tan (90 - 40/2)	41,07
39°	14,95 • tan (90 - 39/2)	42,22
38°	14,95 • tan (90 - 38/2)	43,42
37°	14,95 • tan (90 - 37/2)	44,68
36°	14,95 • tan (90 - 36/2)	46,01
35°	14,95 • tan (90 - 35/2)	47,42
34°	14,95 • tan (90 - 34/2)	48,90
33°	14,95 • tan (90 - 33/2)	50,47
32°	14,95 • tan (90 - 32/2)	52,14
31°	14,95 • tan (90 - 31/2)	53,91
30°	14,95 • tan (90 - 30/2)	55,79[39]
25°	14,95 • tan (90 - 25/2)	67,44
20°	14,95 • tan (90 - 20/2)	84,79
15°	14,95 • tan (90 - 15/2)	113,56
10°	14,95 • tan (90 - 10/2)	170,88[40]
5°	14,95 • tan (90 - 5/2)	342,41

Finalement, dans le tableau 3.9 à la page suivante, voyons les résultats pour un marteau de 10 cm.

---

[38] Les graduations surlignées en bleu ne sont pas inscrites sur la flèche, car pour ces degrés, il est préférable d'utiliser le marteau plus long.

[39] Les graduations surlignées en jaunes sont difficilement utilisables en lien avec la longueur des bras.

[40] Les graduations surlignées en rouges ne peuvent être inscrites, car la flèche ne mesure que 122 cm.

Tableau 3.9
Calculs pour le 3e marteau de 10 cm

Calculs pour le 3e marteau d'une longueur de 10 cm (Donc : L/2 = 5)		
Angle (α) pour lequel on cherche où placer la graduation.	Formule : BG = L/2 • tan (90° - α/2)	Résultat : position de la graduation en cm (BG)
90°	5 • tan (90 - 90/2)	5[41]
85°	5 • tan (90 - 85/2)	5,46
80°	5 • tan (90 - 80/2)	5,96
75°	5 • tan (90 - 75/2)	6.52
70°	5 • tan (90 - 70/2)	7,14
65°	5 • tan (90 - 65/2)	7,85
60°	5 • tan (90 - 60/2)	8,66
55°	5 • tan (90 - 55/2)	9,60
50°	5 • tan (90 - 50/2)	10,72
45°	5 • tan (90 - 45/2)	12,07
40°	5 • tan (90 - 40/2)	13,74
35°	5 • tan (90 - 35/2)	15,86
30°	5 • tan (90 - 30/2)	18,66
29°	5 • tan (90 - 29/2)	19,33
28°	5 • tan (90 - 28/2)	20,05
27°	5 • tan (90 - 27/2)	20,83
26°	5 • tan (90 - 26/2)	21,66
25°	5 • tan (90 - 25/2)	22,55
24°	5 • tan (90 - 24/2)	23,52
23°	5 • tan (90 - 23/2)	24,58
22°	5 • tan (90 - 22/2)	25,72
21°	5 • tan (90 - 21/2)	26,98
20°	5 • tan (90 - 20/2)	28,36
19°	5 • tan (90 - 19/2)	29,88
18°	5 • tan (90 - 18/2)	31,57
17°	5 • tan (90 - 17/2)	33,46
16°	5 • tan (90 - 16/2)	35,58
15°	5 • tan (90 - 15/2)	37,98
14°	5 • tan (90 - 14/2)	40,72
13°	5 • tan (90 - 13/2)	43,88
12°	5 • tan (90 - 12/2)	47,57
11°	5 • tan (90 - 11/2)	51,93
10°	5 • tan (90 - 10/2)	57,15[42]
9°	5 • tan (90 - 9/2)	63,53
8°	5 • tan (90 - 8/2)	71,50
7°	5 • tan (90 - 7/2)	81,75
6°	5 • tan (90 - 6/2)	95,41
5°	5 • tan (90 - 5/2)	114,52

[41] Les graduations surlignées en bleu ne sont pas inscrites, car pour ces degrés, il est préférable d'utiliser les marteaux plus longs.

[42] Les graduations surlignées en jaunes sont difficilement utilisables en lien avec la longueur des bras.

Si on regarde les données des tableaux 3.8 et 3.9 aux pages 149 et 150, plusieurs remarques doivent également être faites.

- La première est en lien avec le fait que pour ces deux marteaux également, la position de la graduation 90 est égale à L/2. Revoir la figure 3.54 à la page 148 pour en comprendre la raison.

- S nous regardons maintenant les graduations surlignées en jaune dans les tableaux 3.8 (de 30° à 15°) et 3.9 (de 10° à 5°), on peut s'apercevoir qu'il risque d'y avoir un problème lors de l'utilisation du bâton de Jacob, car nous serons alors limités par la longueur de nos bras.

- Ensuite, si nous regardons les graduations surlignées en rouge dans le tableau 3.8 (à partir de 10°), on s'aperçoit rapidement qu'il y a un problème, car notre flèche ne mesure que 122 cm. La dernière graduation qu'il est possible de tracer est donc celle pour un angle de 15°.

- Finalement, si nous regardons les dernières graduations dans le tableau 3.9, nous nous apercevons que nous pouvons inscrire toutes les graduations, car la dernière graduation (pour 5°) se situe à 114,52 centimètre; ce qui est moins que la longueur de la flèche.

Étape 4 : L'inscription des graduations[43]

Maintenant que l'emplacement des graduations a été déterminé pour chacun des marteaux, il ne reste qu'à les inscrire sur la flèche.

- Sur un des côtés de la flèche, inscrire les graduations pour le premier marteau (celui de 45,9 cm) en se référant aux données du tableau 3.7;

---

[43] Comme il est peu probable que chaque équipe ait exactement les mêmes données, chacune doit se référer à ses propres tableaux.

- Sur un autre côté de la flèche, inscrire les graduations pour le deuxième marteau (celui de 29,9 cm) en se référant aux données du tableau 3.8;
- Sur un autre côté de la flèche, inscrire les graduations pour le troisième marteau (celui de 10 cm) en se référant aux données du tableau 3.9.

Étape 5 : Assemblage du bâton de Jacob

Il ne reste maintenant qu'à assembler le bâton de Jacob en enfilant les trois marteaux sur la flèche. Le plus grand marteau est celui qui est le plus près de la graduation de 90°, ensuite le moyen puis finalement le petit.

Précision : La gommette sert à garder en place les marteaux. C'est ce que nous avons trouvé de plus simple pour remplir cette fonction. La fabrication d'un système plus sophistiqué nous paraissait trop complexe et inutile pour les besoins de cette activité.

Étape 6 : Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Avant l'étape 1, après avoir remis le matériel, il peut être intéressant de discuter avec les élèves afin de voir s'ils peuvent déterminer de quelle façon on peut faire un bâton de Jacob avec ce matériel.

Après l'étape 2, discuter avec les élèves de l'importance de réduire l'oscillation possible des marteaux. Voient-ils que si les marteaux oscillent, cela fausse la mesure? Comprennent-ils que la formule servant à déterminer l'emplacement des graduations ($BG = L/2 \bullet \tan (90° - \alpha/2)$ ne peut plus s'appliquer? Il peut être intéressant de leur montrer à nouveau la figure 3.47 à la page 138. Cependant, la figure 3.55 à la page suivante illustre bien le problème d'un marteau qui ne serait pas perpendiculaire à la flèche.

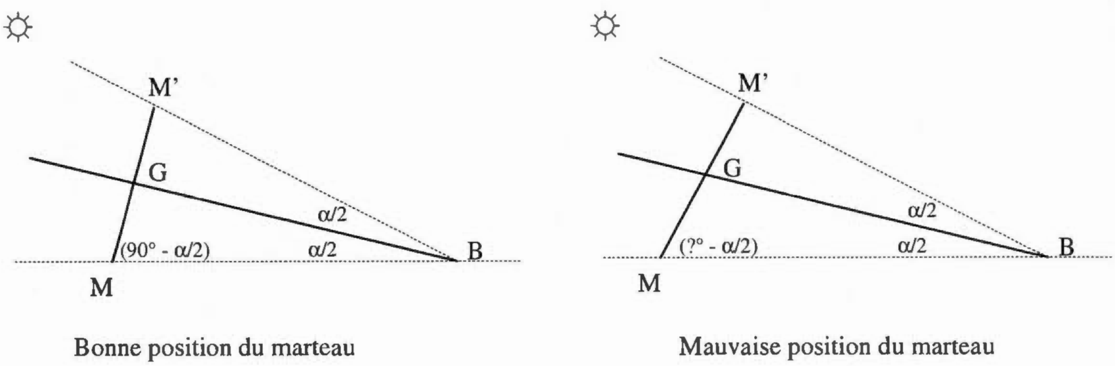


Figure 3.55 : Bâton de Jacob – mauvaise position du marteau

En regardant la figure 3.55 ci-dessus, on voit bien l'importance de l'angle MGB dans la formule servant à déterminer l'emplacement des graduations. Si cet angle n'est pas de 90°, il n'est plus possible d'utiliser la formule.

Avant l'étape 3, demander aux élèves de bien mesurer la longueur de leurs marteaux. Si les marteaux ont été taillés en classe avec une scie sauteuse, il est peu probable que les longueurs soient identiques d'une équipe à l'autre. Profiter de l'occasion pour discuter avec les élèves de la difficulté à avoir des mesures exactes. Pour notre part, nous nous sommes retrouvés avec des marteaux de 45,9 cm, 29,9 cm et 10 cm. Mais l'important est de faire les calculs avec les données réelles pour chaque équipe.

Pendant l'étape 3, discuter avec les élèves du fait que la position de la graduation 90° est égale à L/2. Leur montrer à nouveau la figure 3.54 à la page 148. Leur demander d'expliquer pourquoi MG = GM' = BG. Voient-ils bien le triangle isocèle MGB?

Il peut également être intéressant de voir si certains élèves réagiront lors des calculs lorsque ceux-ci leur donneront des résultats plus grands que la longueur de la flèche.

Après l'étape 3, comparer les résultats des tableaux 3.7, 3.8 et 3.9 et demander aux élèves s'ils croient qu'il faut inscrire toutes les graduations. Les élèves voient-ils maintenant que certaines graduations ne pourront être inscrites sur la flèche, car celle-ci mesure 122 cm et certains résultats sont plus grands que 122? Pour notre part, nous avons surligné en rouge les résultats qui ne pourront être inscrits pour cette raison.

À ce stade, il est intéressant de discuter avec les élèves sur la pertinence d'avoir une flèche plus longue plutôt que d'ajouter des marteaux. On peut leur faire enfiler le plus grand marteau et simuler une utilisation. Les élèves se rendront compte à ce moment que la manipulation du marteau est tributaire de la longueur de leurs bras, car ils doivent maintenir leur œil au bout de la flèche. En effet, à partir d'environ 50 cm, il devient difficile de manipuler le marteau tout en laissant son œil au bout de la flèche. Les élèves voient-ils une solution? Voici trois hypothèses de solution :

- Abaisser le bâton de Jacob pour pouvoir déplacer le marteau et le ramener à son œil pour vérifier si la visée est exacte. Abaisser à nouveau le bâton de Jacob pour pouvoir ajuster la position du marteau et vérifier à nouveau si la visée est exacte. Recommencer autant de fois que nécessaire pour avoir une visée exacte;
- Travailler à deux; un qui vise et l'autre qui déplace doucement le marteau selon les indications du premier;
- Prendre un marteau plus petit.

Non seulement les élèves comprennent qu'il serait inutile d'avoir une flèche plus longue, mais ils peuvent également comprendre pourquoi les bâtons de Jacob utilisés pour la navigation étaient plus courts et pourquoi nous avons besoin de marteaux plus petits.[44] En effet, si on regarde la position de la graduation pour 40° par exemple, on voit que :

- Pour le marteau de 45,9 cm, la position de cette graduation est à 63,05 cm du bout de la flèche.
- Pour le marteau de 29,9 cm, la position de cette graduation est à 41,07 cm du bout de la flèche.

---

[44] En se référant à 3.2.2, il peut également être intéressant de revenir sur le fait qu'à l'origine, les flèches des bâtons de Jacob mesuraient de 1,5 m à 1,8 avec un seul marteau. L'évolution a fait que les flèches sont devenus plus courtes et les marteaux plus nombreux.

- Pour le marteau de 10 cm, la position de cette graduation est à 13,74 cm du bout de la flèche.

On voit bien alors qu'il serait difficile d'utiliser la plus grand marteau. Mais quel est le meilleur choix entre les deux autres marteaux?

Demander aux élèves de comparer à nouveau les données des trois tableaux; remarquent-ils quelque chose de particulier? Comment choisir les graduations à inscrire? Voient-ils que plus le marteau est long, plus l'espace entre les graduations est grand? Par exemple, si on compare l'espace séparant les graduations 65° et 70°, voici ce que l'on a :

- Pour le marteau de 45,9 cm : 36,02 cm – 32,78 cm = 3,24 cm
- Pour le marteau de 29,9 cm : 23,47 cm – 21,35 cm = 2,12 cm
- Pour le marteau de 10 cm : 7,85 cm – 7,14 cm = 0,71 cm

Cela devrait leur faire comprendre qu'il est plus facile d'être précis en utilisant un grand marteau. Il faut donc inscrire le plus de graduations possibles en lien avec le plus grand marteau. Cependant, il est peut-être inutile d'inscrire les graduations qu'il est difficile d'utiliser en lien avec la longueur des bras. Pour notre part, nous avons surligné en jaune les graduations que nous avons choisi de ne pas inscrire pour cette dernière raison. En résumé, voici ce que nous avons fait :

- Nous avons inscrit le plus de graduations possible en lien avec le plus grand marteau; nous avons cessé de les inscrire à partir d'environ 50 cm, ce qui est la distance à partir de laquelle il est difficile d'utiliser seul le bâton de Jacob. Nous avons donc inscrit les graduations de 90° à 50°;
- Nous avons ensuite inscrit les graduations du marteau de grandeur moyenne en partant de la dernière graduation inscrite pour le grand marteau et en allant jusqu'à la graduation située à environ 50 cm également. Nous avons donc inscrit les graduations de 50° à 30°;

- Finalement, nous avons inscrit les graduations du plus petit marteau en partant de la dernière graduation inscrite pour le marteau de grandeur moyenne. Nous avons donc inscrit les graduations de 30° à 5 °.

On voit cependant qu'à partir de 10°, même l'utilisation du plus petit marteau est difficile, car les graduations sont situées à plus de 50 cm. On peut alors discuter avec les élèves de la nécessité de pouvoir mesurer des angles aussi petits. Faudrait-il alors un quatrième marteau encore plus petit?

Rappelons que pour maximiser l'impact positif de cette activité, elle doit être suivie par une activité prévoyant l'utilisation du bâton de Jacob que les élèves ont construit. Pour ce faire, se référer à l'activité 2 en 3.2.4.2.

3.2.4.2 Activité 2 : Mesure de la hauteur de l'école

Cette activité consiste à faire mesurer aux élèves la hauteur de l'école avec le bâton de Jacob qu'ils ont construit à l'activité 1 (3.2.4.1). Cette activité cible surtout le secondaire.

<u>Avant l'activité</u>

En se référant à 3.2.1, 3.2.2 et 3.2.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du bâton de Jacob. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #2 à l'appendice B peut être utile. Si l'activité de construction d'un bâton de Jacob a été faite (3.2.4.1), revenir sur cette étape et mentionner qu'on va maintenant utiliser l'instrument construit.[45]

Étape 1 : La question

Demander maintenant aux élèves s'il est possible, à leur avis, d'utiliser le bâton de Jacob pour mesurer la hauteur de l'école. Si oui, comment fait-on?

Les élèves doivent arriver à identifier les étapes suivantes qui serviront à effectivement mesurer la hauteur de l'école avec le bâton de Jacob :

---

[45] Il est suggéré de faire cette activité avant pour vérifier qu'il y a l'espace nécessaire à sa réalisation.

- *Pour mesurer la hauteur de l'école avec le bâton de Jacob, les instruments suivants sont nécessaires : le bâton de Jacob et un ruban à mesurer de plusieurs mètres.*
- *En maintenant bien fermement le bâton de Jacob, viser le sommet et la base de l'école de telle façon que le sommet soit aligné avec le haut du marteau et la base avec le bas du même marteau. On obtient ce résultat en faisant coulisser le marteau sur la flèche où l'on peut alors lire la graduation.*
- *Pour mesurer la hauteur de l'école avec un bâton de Jacob, des calculs en lien avec les propriétés des angles des triangles seront nécessaires.*

Étape 2 : La mesure de la hauteur de l'école

En allant à l'extérieur, laisser les élèves explorer les différentes possibilités avec le bâton de Jacob.

Étape 3 : Dessin de l'étape 2

De retour en classe, inviter les élèves à dessiner le résultat mathématique de ce qui s'est passé à l'étape 2. Nous allons regarder quatre possibilités. Voici la première :

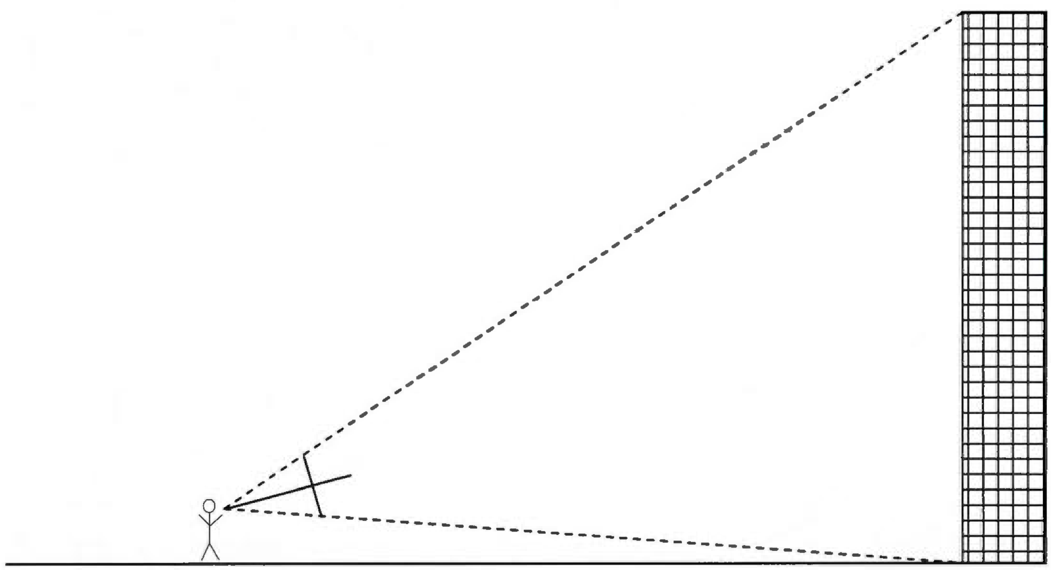


Figure 3.56 : Bâton de Jacob – activité 2 (3.2.4.2) – 1

Malheureusement, cette méthode n'est pas adéquate, car les données que l'on peut mesurer ne nous permettent pas de déterminer la hauteur de l'école.

Voici une deuxième possibilité de ce que les élèves pourraient dessiner :

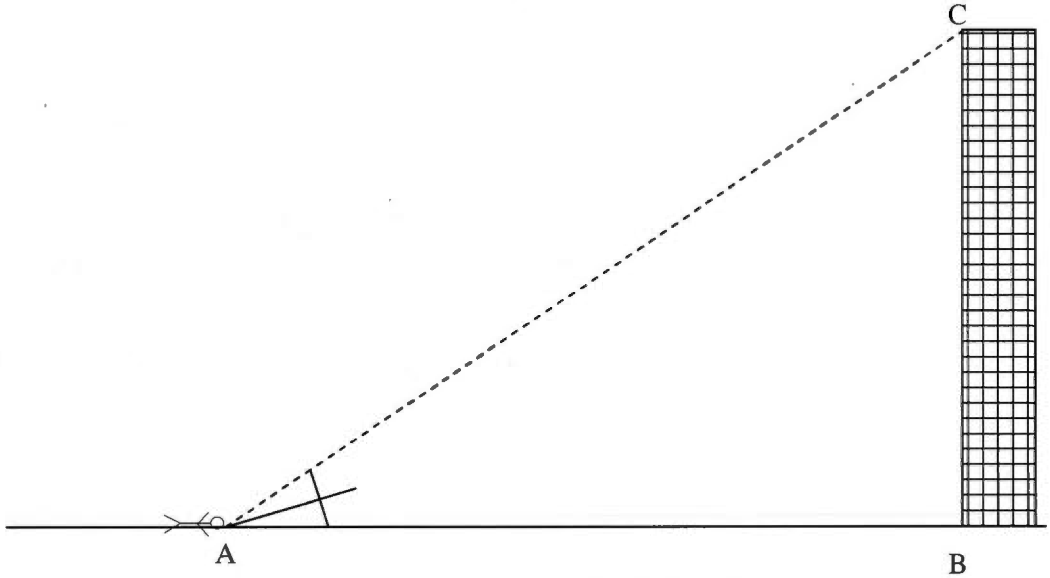


Figure 3.57 : Bâton de Jacob – activité 2 (3.2.4.2) – 2

Cette fois-ci, la méthode est correcte mathématiquement et assez facilement applicable (quoiqu'un peu inconfortable). En effet, comme nous avons un triangle rectangle, on peut utiliser la formule suivante où x est l'angle donné par la lecture sur la flèche du bâton de Jacob :

$$CB = \tan x \bullet AB$$

Regardons maintenant une troisième possibilité :

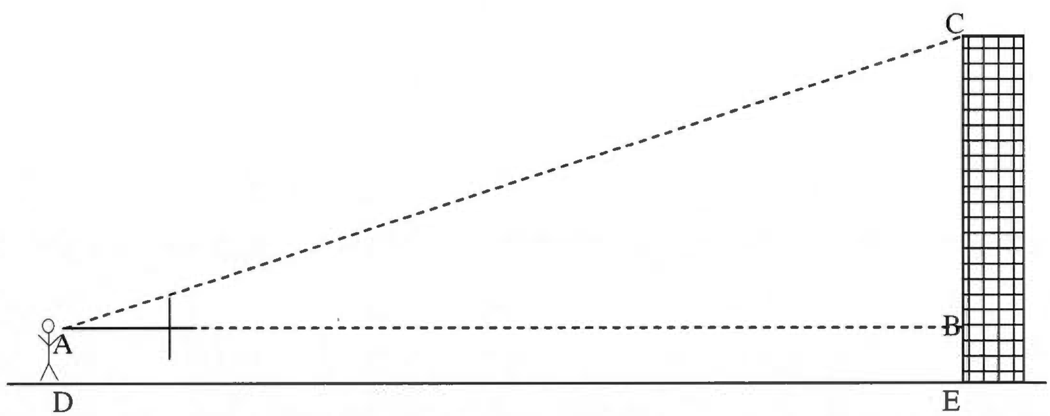


Figure 3.58 : Bâton de Jacob – activité 2 (3.2.4.2) – 3

Cette fois encore, la méthode est correcte mathématiquement et assez facilement applicable. Le seul problème, c'est de s'assurer que le bâton de Jacob soit bien perpendiculaire à l'école (ou bien parallèle au sol).

Comme nous avons un triangle rectangle, on peut utiliser la formule suivante où x est l'angle donnée par la lecture sur la flèche du bâton de Jacob :

$$CB = (\tan x/2 \bullet AB) \Rightarrow CE = CB + BE = (\tan x/2 \bullet AB) + BE^{46}$$

Finalement, regardons la quatrième possibilité :

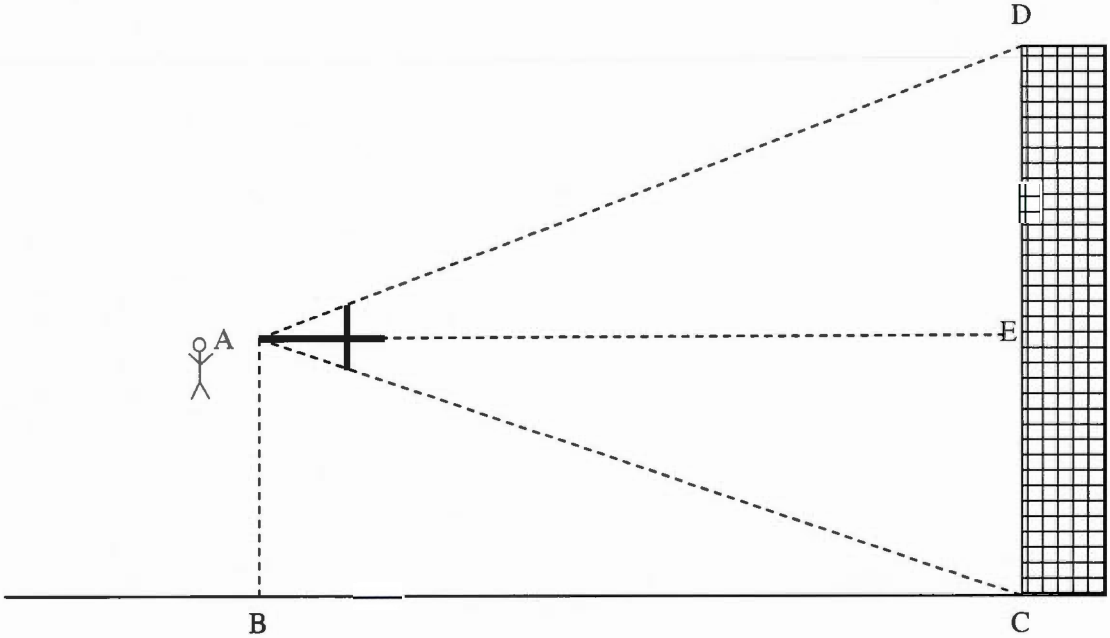


Figure 3.59 : Bâton de Jacob – activité 2 (3.2.4.2) – 4

Cette dernière méthode, bien que correcte mathématiquement, pose cependant problème. Elle suppose que l'on puisse se placer de façon à ce que les deux extrémités du marteau correspondent respectivement au sommet et à la base de ce que l'on veut mesurer (dans ce cas-ci l'école) tout en s'assurant que le bâton de Jacob soit perpendiculaire. Alors, à moins d'avoir une école particulièrement petite en même temps qu'une élévation sur laquelle on

46 BE = AD

peut se placer, les chances qu'on puisse utiliser cette méthode sont minimes. Si cela s'avérait cependant possible, la mesure de l'angle que nous donne le bâton de Jacob ainsi que la mesure de BC (qui est la même que la mesure de AE) sont des données suffisantes pour connaître la hauteur de l'école. Nous n'avons qu'à utiliser la formule suivante où x est l'angle donnée par la lecture sur la flèche du bâton de Jacob :

$$DE = \tan(x/2) \bullet BC \Rightarrow DC = 2 \bullet DE = 2(\tan(x/2) \bullet BC)$$

Étape 4 : Tout au long de l'activité

Cette étape doit s'imbriquer tout au long de l'activité. En effet, il est intéressant de porter attention à certains détails et de poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion sur les différentes étapes de cette activité. Voir ci-dessous quelques exemples de détails auxquels il faut porter attention ou de questions à poser.

Pendant l'étape 1, demander aux élèves s'ils pensent que la mesure de la hauteur de l'école est la même chose que la mesure de l'angle d'élévation d'un astre. Quelles sont les similitudes? Quelles sont les différences?

Après l'étape trois, poser diverses questions aux élèves sur les résultats des étapes 2 et 3. Comment les élèves ont-ils procédé? Les résultats sont-ils identiques? Quelles sont les raisons qui expliquent ces différences?

En lien avec la première possibilité de l'étape 3 (figure 3.56), demander aux élèves s'ils comprennent bien pourquoi cette possibilité ne permet pas de trouver la mesure de la hauteur de l'école. Il peut être intéressant de leur montrer le schéma suivant :

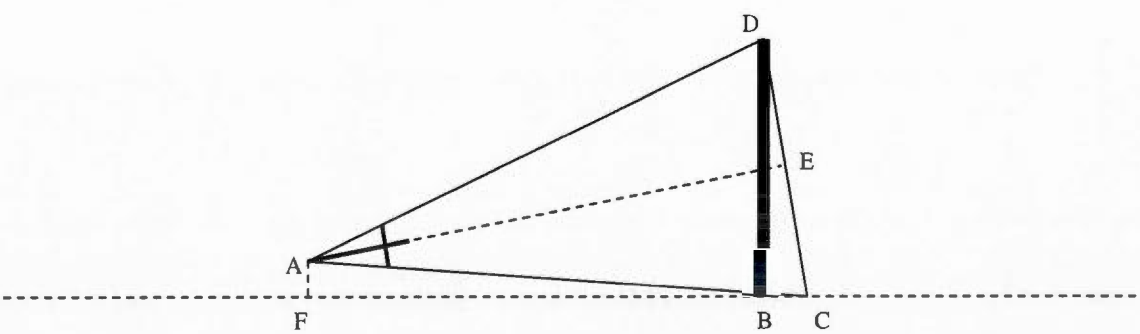


Figure 3.60 : Bâton de Jacob – activité 2 (3.2.4.2) – 5

Dans la figure 3.60 à la page précédente, il est facile de voir qu'il n'est pas possible de déterminer la hauteur de l'école si on utilise le bâton de Jacob de cette façon. En effet, on connait x, qui est l'angle mesuré par le bâton de Jacob, et on connait FB; mais cette dernière mesure ne nous est d'aucune utilité. Ce plus, on ne connaît pas AC, AE ou EC qui seraient chacune une des mesures nous permettant de trouver la hauteur de DC, mais pas plus la hauteur de l'école BD.

Pour ce qui est de la deuxième possibilité de l'étape 3 (figure 3.57), elle est assez simple. Il suffit de rappeler aux élèves la formule qu'ils connaissent bien :

$$\text{tangente } x = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{CB}{AB} \Rightarrow CB = \tan x \bullet AB$$

Si nous passons maintenant à la troisième possibilité de l'étape 3 (figure 3.58), elle est relativement simple aussi et utilise également la formule de la tangente. Cependant, il faut que les élèves soient attentifs à quelques détails :

- L'angle qu'on doit utiliser dans la formule est égal à la moitié de l'angle donné par le bâton de Jacob;
- Il ne faut pas oublier d'ajouter la mesure AD qui correspond à la hauteur de l'œil de la personne qui manipule le bâton de Jacob;
- Il faut s'assurer que le bâton de Jacob est bien perpendiculaire à l'école (ou parallèle au sol).

En ce qui a trait au dernier détail, demander aux élèves comment ils pourraient s'assurer de la bonne position de leur bâton de Jacob. Au moins deux solutions peuvent être amenées :

- On peut utiliser un petit niveau (s'il y en a un de disponible);
- On peut demander à un ami de prendre la mesure du sol jusqu'à l'œil de l'observateur et de se tenir ensuite à l'autre extrémité du bâton de Jacob pour la situer à la même hauteur.

Finalement, si nous nous attardons à la dernière possibilité de l'étape 3 (figure 3.59), il est intéressant d'expliquer que même si dans ce cas-ci, cette possibilité n'est pas applicable, elle était toutefois utilisée pour mesurer des hauteurs inaccessibles très lointaines. Voir la figure 3.61 ci-dessous :

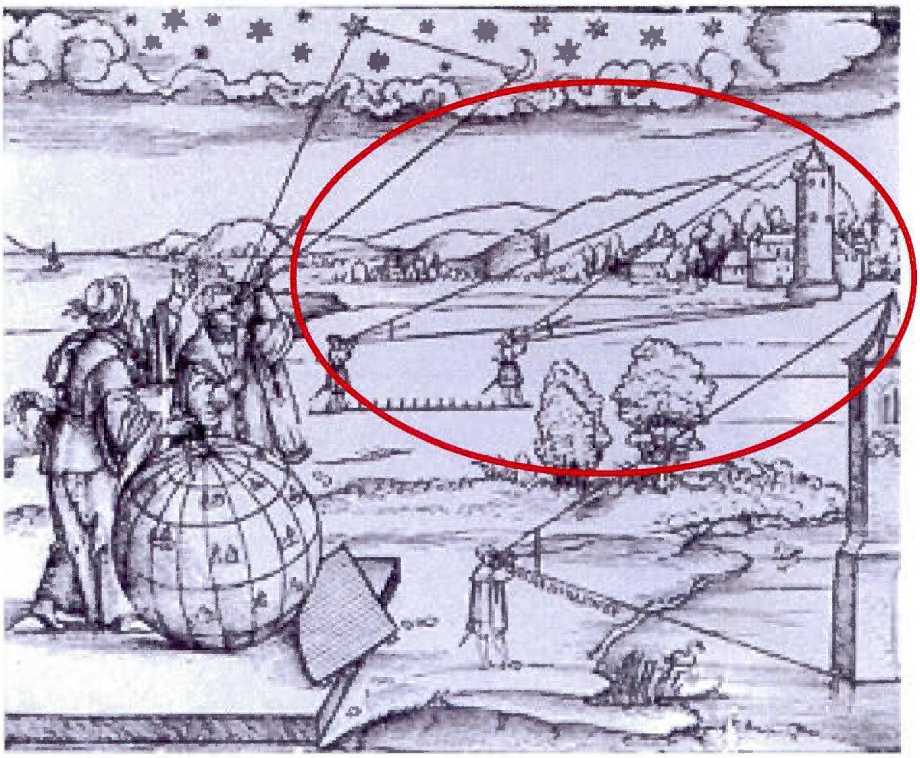


Figure 3.61 : Bâton de Jacob – activité 2 (3.2.4.2) – 6

En s'éloignant de ce que l'on veut mesurer, on se rapproche d'une position nous permettant de placer le bâton de Jacob correctement. Il est alors possible d'utiliser la formule $d = e - c$, telle qu'expliquée en 3.2.3.1. Voici comment faire :.

a. Faire une première visée en faisant correspondre les deux extrémités du marteau au sommet et à la base de ce que l'on veut mesurer;
b. Bien marquer sur le sol l'endroit où l'on s'est placé pour faire cette première visée; nommer ce point A;

c. Déplacer vers l'avant le marteau d'une distance égale à sa longueur;
d. Bien fixer le marteau dans cette position;
e. Tout en visant ce que l'on veut mesurer, reculer lentement jusqu'à ce que les deux extrémités du marteau correspondent à nouveau au sommet et à la base de ce que l'on veut mesurer;
f. À nouveau, marquer sur le sol l'endroit où l'on se trouve à ce moment; nommer ce point F;
g. La distance entre A et F, correspond à la hauteur de ce que l'on veut mesurer.

Nous n'expliquerons pas à nouveau la formule $d = e - c$, car elle a été expliquée longuement en 3.2.3.1. Cependant, nous reproduisons ici le schéma de cette formule.

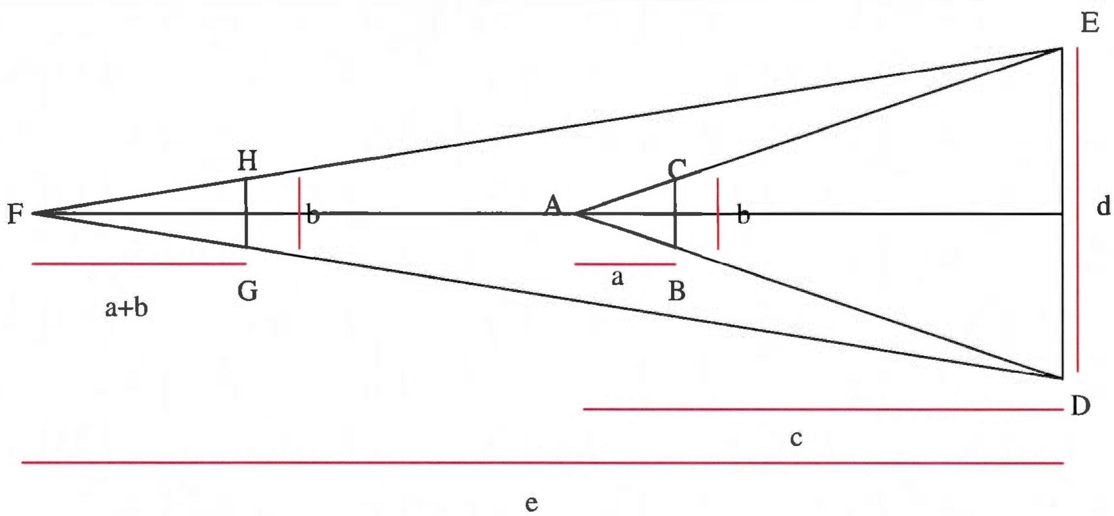


Figure 3.62 : Bâton de Jacob – formule $d = e - c$

En regardant la figure 3.62 ci-dessus, on voit bien que $e - c$ est bien égal à la distance entre les deux endroits (A et F) où l'on s'est placé pour faire les deux visées; nous avons donc déterminé la hauteur de ce que l'on veut mesurer.

En se référant à la figure 3.59 à la page 159, il peut également être intéressant de faire remarquer aux élèves que s'il est possible de mesurer AB, et que le bâton de Jacob est bien perpendiculaire, nous n'avons qu'à faire 2 • AB pour obtenir DC.

Il peut être intéressant de retourner à l'extérieur avec les élèves pour faire quelques vérifications ou pour refaire l'étape 2.

Étape 5 : Réinvestissement

En terminant, plusieurs autres activités peuvent être faites à l'aide du bâton de Jacob. Cependant, la mesure de l'élévation d'une étoile ne correspond pas aux heures de présence à l'école. Peut-être un devoir à donner aux élèves?

En ce qui concerne l'élévation du soleil, il peut être imprudent de faire une telle activité avec les élèves en utilisant la visée directe. Cela peut cependant être une bonne occasion d'expliquer la visée indirecte qui consiste à observer l'ombre du marteau projetée sur la flèche. De plus, cette façon de faire a l'avantage de n'avoir à viser qu'un point à la fois. Il faut aligner l'horizon et déplacer le marteau jusqu'à ce que l'ombre de celui-ci corresponde à l'extrémité de la flèche. Dans la figure 3.63 ci-dessous, on voit que pour la visée indirecte, une sorte d'arête, qui permet de bien voir où l'ombre du marteau arrive exactement sur la flèche, a été ajoutée.

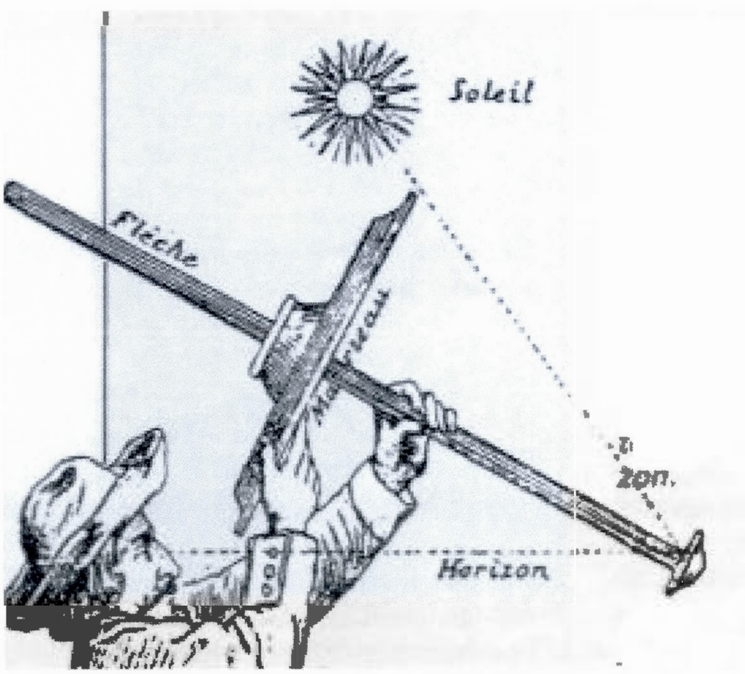


Figure 3.63 : Bâton de Jacob – visée indirecte

CHAPITRE IV

AUTRES INSTRUMENTS, AUTRES ACTIVITÉS

C'est dans ce chapitre, ainsi que dans le chapitre III, que nous nous attardons sur chacun des instruments choisis. En effet, pour chacun d'entre eux, nous parlons de son origine et de son contexte historique, le décrivons, parlons de son utilisation, et finalement, nous proposons plusieurs activités qui peuvent être vécues par des élèves de différents niveaux.

Dans ce chapitre, nous n'avons pas inclus un questionnement détaillé au contraire de ce que nous avons fait dans le chapitre III en développant une dernière étape intitulée *Tout au long de l'activité.* Nous avons présumé que les exemples de questionnements détaillés donnés au chapitre III étaient suffisants pour qu'un enseignant soit à même de définir lui-même les détails et les questions auxquels il faut porter attention lors de chacune des activités du présent chapitre.

Lors de l'élaboration des activités, en plus de tenir compte de ce que nous avons mentionné dans les chapitres I et II, nous croyons qu'il faut également garder en tête quelques autres éléments importants :

- *Les enseignants ne sont pas des experts dans la manipulation des instruments; il faut donc être explicite;*
- *Même s'il est important de laisser les élèves se questionner quelque peu (il ne faut pas brûler les « punchs »), l'enseignant doit avoir toute l'information rapidement; à charge pour lui de décider du rythme auquel il donne les informations;*

- *Il est important que les activités de construction d'un instrument soient suivies d'au moins une activité utilisant cet instrument.*

4.1 LE COMPAS ET LA RÈGLE

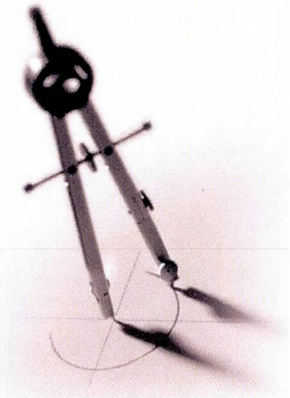


Figure 4.1 : Compas
Source : voir appendice A

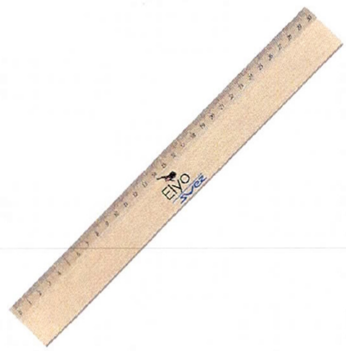


Figure 4.2 : Règle
Source : voir appendice A

4.1.1 Origine et contexte historique

Le mot compas vient du latin *compassare* qui signifie *mesurer avec ses pas*. À l'époque, le compas servait principalement à reporter des mesures. Son origine et celle de la règle sont cependant très difficiles à déterminer exactement. En ce qui concerne l'origine du compas par exemple, on retrouve quelques allusions dans la mythologie grecque. Les grecs attribuaient l'invention du compas à Talos, le neveu de Dédale. Ce dernier est un personnage majeur de la mythologie grecque. Il est connu en tant qu'inventeur et architecte. C'est lui qui aurait conçu le labyrinthe enfermant le minotaure. Jaloux de son neveu Talos, de qui il veut s'approprier les inventions (le compas, la scie et le tour de potier), Dédale le précipite du haut de l'Acropole. À la figure 4.3, nous pouvons voir ce qui reste du Parthénon, bâti sur l'Acropole entre -347 et -333. Bien que tout cela puisse donner lieu à une discussion intéressante pour les élèves, nous nous éloignons de l'histoire réelle.

Figure 4.3 : Parthénon
Source : voir appendice A

Cependant, l'histoire de la mesure et plus particulièrement l'invention du mètre, très largement documentées, nous ouvre la porte à des discussions intéressantes et à des mises en contexte palpitantes. C'est pourquoi nous avons choisi de nous attarder à cette partie de l'histoire.

Si nous demandons à des élèves qu'elles sont les unités de mesure qu'ils connaissent, il y a fort à parier qu'ils ne nommeront que les unités de mesure du système métrique et peut-être certaines mesures du système anglais. Pourtant, en 1795 en France, il existait plus de 700 unités de mesure différentes. Dans une société où peu savent lire, le plan, construit à la règle et au compas, est le seul moyen de communication simple entre l'architecte et les ouvriers. Se pose cependant le problème de l'échelle puisque les unités de longueur ne sont pas complètement normalisées. Ce n'est qu'à la fin du XVIII^{e} siècle qu'un système de mesure unifié a été adopté.

Le 26 mars 1791, une commission composée de Borda, Condorcet, Laplace, Lagrange et Monge définissent le mètre comme étant égal à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre. Ce choix se voulait neutre, sans connotation patriotique, afin de faciliter l'adoption de cette nouvelle unité par tout le monde. Il fallait cependant établir la longueur exacte du méridien.

Pendant sept ans, de 1792 à 1799, Pierre-François Méchain (1744-1804) et Jean-Baptiste Delambre (1747-1822) ont vécu une véritable épopée. À eux deux, ils vont se charger des opérations de triangulation qui lieront leur nom pour la postérité à cette nouvelle mesure du méridien. Leurs travaux les conduisirent de Dunkerque à Barcelone.

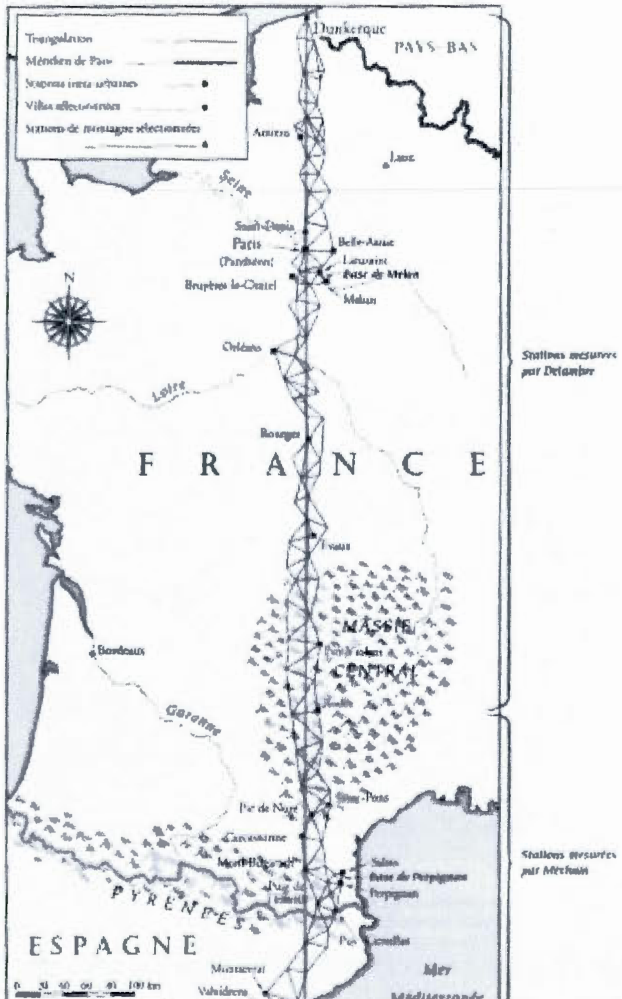


Figure 4.4 : Triangulation de Dunkerque à Barcelone
Extrait du livre de Alder (2002), page 7

À l'aide de la triangulation, ils calculent la longueur du méridien entre Dunkerque et Barcelone (voir image 4.4 à la page précédente). Leur travail est cependant très difficile : nous sommes en pleine révolution française[47].

La révolution française a débuté en 1789, avec l'ouverture des états généraux, et s'est terminée en 1799, avec le coup d'état de Napoléon Bonaparte. Cette révolution a mis fin à la royauté et à un type de fiscalité jugé inéquitable. De plus, elle nous a légué la *déclaration des droits de l'homme et du citoyen.* Plusieurs évènements connus sont en lien avec la révolution française :

- *La prise de la Bastille (14 juillet 1789)*
- *Louis XVI, roi de France, est guillotiné le 21 janvier 1793*
- *Marie-Antoinette, reine de France, est guillotinée le 16 octobre 1793*

Figure 4.5 : Louis XVI
Source : voir appendice A

Figure 4.6 : Exécution de Marie-Antoinette en 1793
Source : voir appendice A

Mais ce qu'il est intéressant de souligner concerne le calendrier. Comme le calendrier utilisé à l'époque est le calendrier grégorien, qui a des liens avec le christianisme, et que la

[47] Il peut être très intéressant de proposer aux élèves la lecture de Guedj (1997) qui raconte l'histoire de Delambre et Méchain sous forme de roman.

révolution rend la France laïque, un calendrier révolutionnaire (appelé la plupart du temps calendrier républicain) a eu cours de 1792 à 1806.

Revenons cependant à Méchain et Delambre qui essaient de mesurer l'arc du méridien entre Dunkerque et Barcelone. Muni de sauf-conduits signés par le roi, leur travail est ardu. Les contrôles sont fréquents et on peut imaginer ce que peut être leur vie pendant ces sept années. Finalement, en 1799[48], les mesures de l'arc du méridien par Delambre et Méchain permettent de créer un mètre étalon. Seize mètres-étalons gravés dans du marbre sont placés dans Paris pour familiariser la population avec la nouvelle mesure. Aujourd'hui, il n'en subsiste que quatre.

Figure 4.7 : Mètre étalon – 13 place Vendôme à Paris
Source : voir appendice A

À la page 20 de son livre, Alder (2002) nous informe que de nos jours, plus de 95% de la population mondiale utilise le système métrique de manière officielle. Cependant, les États-Unis fonctionnent encore avec les mesures anglaises. À ce sujet, voici une anecdote intéressante tirée de Alder (2002) toujours à la page 20 :

[48] Le lien suivant permet de faire des conversions entre le calendrier grégorien et le calendrier républicain : http://pierre.collenot.pagesperso-orange.fr/Issards_fr/outils/calrepub.htm

En l'état actuel des choses, bien évidemment, cette conversion est incomplète, et cela est fort gênant. Les Américains en ont pris douloureusement conscience en 1999, lorsqu'ils ont perdu la sonde Mars Climate Orbiter. L'enquête de la NASA a révélé que l'une des équipes d'ingénieurs avait utilisé les mesures anglaises, tandis que l'autre avait eu recours aux unités métriques. Il en est résulté une erreur de trajectoire de 96 kilomètres et la perte de l'engin, soit 125 millions de dollars.

4.1.2 Description

Ces premiers instruments, bien que faisant effectivement partie de l'histoire, sont encore très courants aujourd'hui et leur description n'a que peu changé. Les matériaux sont cependant différents. Par exemple, les règles sont faites aujourd'hui de matériaux divers tels le métal ou le plastique. Pour leur part, la presque totalité des compas utilisés sont de métal et il en existe plusieurs types. Un compas comporte systématiquement une pointe représentant le centre du cercle. L'autre pointe comporte soit un crayon soit une autre pointe. Dans ce dernier cas, le compas est alors dit à « pointe sèche ». Lorsque l'autre pointe est un crayon, cela permet de tracer des cercles ou des arcs de cercle. D'autres types de compas existent, mais nous ne nous y attardons pas, car ils ne sont pas utilisés dans notre travail.

4.1.3 Utilisation

À l'origine, le compas servait surtout à comparer et à reporter des mesures. La multiplicité et le manque de précision des mesures faisaient qu'on utilisait davantage le compas pour des usages qu'aujourd'hui nous réservons plutôt à la règle. Lors des activités 1 à 18 de la section 4.1.4, nous pouvons mieux comprendre les différentes utilisations du compas et de la règle. Nous voyons que lorsqu'il faut diviser une ligne en deux parties égales par exemple, c'est surtout le compas qui était l'instrument principal. Nous utilisons encore très souvent le compas de nos jours, mais l'usage courant est davantage de tracer des cercles ou des arcs de cercle.

4.1.4 Activités

Les activités 1 à 18 pour la règle et le compas sont inspirées du livre de Nicolas Bion (1723). Nicolas Bion (1652-1733) était ingénieur du roi pour les instruments mathématiques. Il existe peu d'information sur cet homme. Par exemple, son lieu de naissance et le lieu de sa mort restent incertains. Cependant, grâce à la page couverture de son *Traité de la construction et* *des principaux usages des instruments de mathématique* (édition de 1725), nous savons qu'il avait un atelier sur le Quai de l'horloge à Paris. Il l'aurait ouvert en 1681 sous l'enseigne *Quart de cercle*.

Figure 4.8 : Nicolas Bion
Source : voir appendice A

Les activités en lien avec le livre de Nicolas Bion sont nombreuses et cela permet à l'enseignant de sélectionner celles qu'il juge les plus pertinentes selon le niveau de ses élèves ou selon les objectifs recherchés. Cependant, certaines activités sont préalables à d'autres. Lorsque c'est le cas, nous le mentionnons autant dans l'activité préalable que dans celle qui nécessite cette activité préalable. Pour chacune des activités, des illustrations pour aider à la compréhension se retrouvent à l'appendice C. De plus, il pourrait être intéressant d'utiliser la fiche #3 que l'on retrouve à l'appendice B.

4.1.4.1 Activité 1 : Diviser une ligne[49] en deux parties égales

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire. Mentionnons également qu'elle est préalable aux activités 13 (4.1.4.13), 14 (4.1.4.14), 15 (4.1.4.15) et 16 (4.1.4.16).

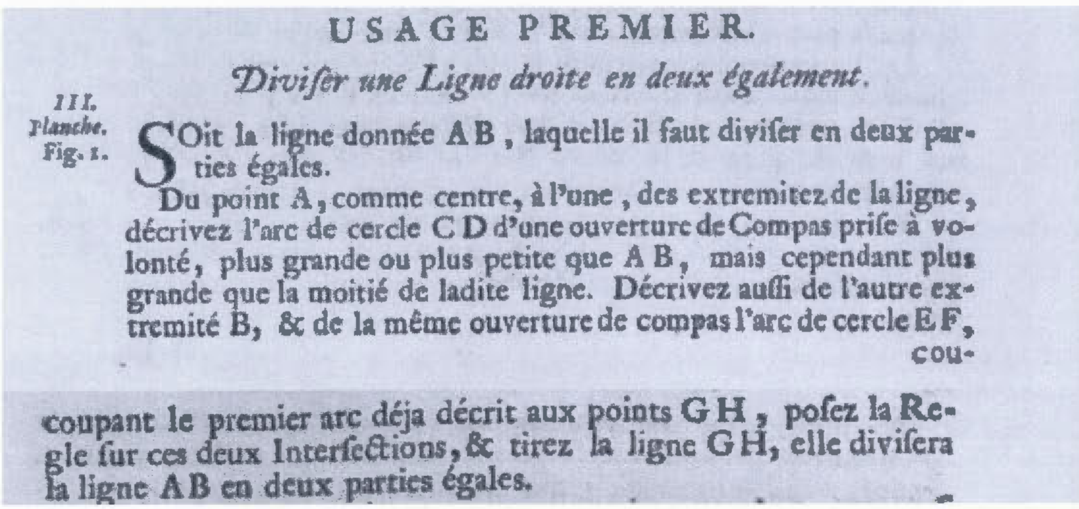
[49] Dans son ouvrage, Bion (1723) fait toujours référence à une ligne et non à une droite ou un segment. Nous avons choisi d'utiliser le même terme pour faciliter la transition entre les étapes 2 et 3 des activités 1 à 18.

Étape 1 : Question

En se référant à 4.1.1, 4.1.2 et 4.1.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du compas et de la règle. Introduire également brièvement Bion en le situant dans le temps (par exemple, spécifier qu'il vivait avant la détermination du mètre). Une fois la discussion terminée, on peut commencer l'activité. Pour débuter, demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour diviser une ligne en deux parties égales en n'utilisant que ces deux instruments. S'il n'y a pas de règles non-graduées disponibles, spécifier aux élèves qu'ils ne doivent pas utiliser les graduations.

Étape 2 : Méthode de Bion

Après avoir laissé les élèves chercher quelques minutes, leur montrer le texte de Bion (figure 4.9) afin qu'ils essaient de comprendre ce qu'il signifie. Leur laisser de nouveau quelques minutes pour essayer de trouver la solution.



USAGE PREMIER.

Diviſer une Ligne droite en deux également.

III. Planche. Fig. 1.

SOit la ligne donnée A B, laquelle il faut diviſer en deux parties égales.

Du point A, comme centre, à l'une, des extremitez de la ligne, décrivez l'arc de cercle C D d'une ouverture de Compas priſe à volonté, plus grande ou plus petite que A B, mais cependant plus grande que la moitié de ladite ligne. Décrivez auſſi de l'autre extremité B, & de la même ouverture de compas l'arc de cercle E F, cou-

coupant le premier arc déja décrit aux points G H, poſez la Regle ſur ces deux Interſections, & tirez la ligne G H, elle diviſera la ligne A B en deux parties égales.

Figure 4.9 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 10 et 11

Étape 3[50] : Explication actualisée

Si cela ne suffit pas, offrir une explication actualisée du type de celle-ci :

[50] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.1 à l'appendice C.

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit plus grande que la moitié de la ligne AB;
c. Placez la pointe sèche de votre compas sur l'extrémité A de la ligne AB et tracez un grand arc de cercle CD qui coupe la ligne AB;
d. En gardant la même ouverture, placez maintenant la pointe sèche de votre compas sur l'extrémité B de la ligne AB et tracez un grand arc de cercle EF qui coupe la ligne AB et qui coupe également l'arc de cercle CD;
e. Nommez les points d'intersection des deux arcs de cercle G et H;
f. Prenez votre règle et tracez une ligne qui passe par G et H;
g. La ligne GH divise la ligne AB en deux parties égales.

Étape 4 : Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5 : Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration. Par exemple, on peut leur demander ce qui ce serait passé si l'ouverture du compas avait été plus petite que la moitié de la ligne ou plus grande que la ligne. On peut également leur demander pourquoi il faut garder la même ouverture pour tracer les deux arcs de cercles. On peut utiliser l'extrait qui suit et qui est une remarque de Bion sur une ouverture de compas trop petite :

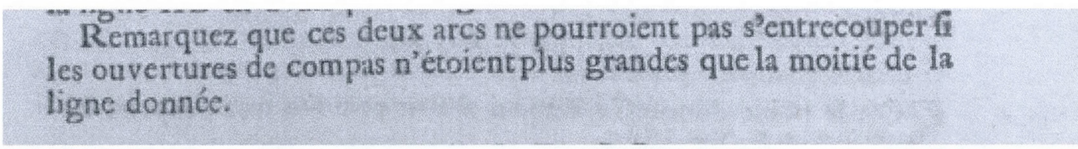

Remarquez que ces deux arcs ne pourroient pas s'entrecouper ſi les ouvertures de compas n'étoient plus grandes que la moitié de la ligne donnée.

Figure 4.10 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 11

4.1.4.2 Activité 2 : Élever une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point situé sur la ligne

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

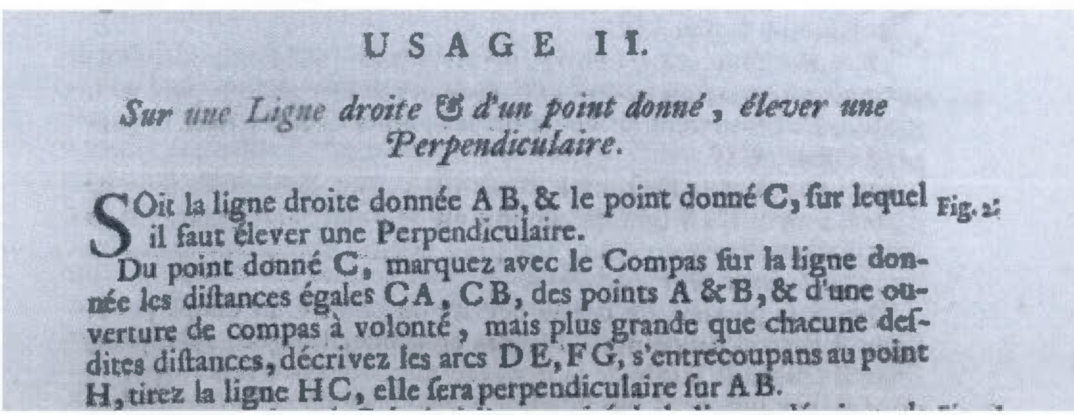
Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1 : Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour élever une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point situé sur la ligne en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2 : Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :



USAGE II.

Sur une Ligne droite & d'un point donné, élever une Perpendiculaire.

SOit la ligne droite donnée A B, & le point donné C, ſur lequel il faut élever une Perpendiculaire. Fig. 2.

Du point donné C, marquez avec le Compas ſur la ligne donnée les diſtances égales CA, CB, des points A & B, & d'une ouverture de compas à volonté, mais plus grande que chacune deſdites diſtances, décrivez les arcs DE, FG, s'entrecoupans au point H, tirez la ligne HC, elle ſera perpendiculaire ſur AB.

Figure 4.11 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 11

Étape 3[51] : Explication actualisée

Dans ce cas-ci, l'explication de Bion est confuse et ne semble pas permettre facilement la réalisation de l'objectif recherché dans cette activité, à savoir : l'élévation d'une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point donné. En effet, Bion parle d'une ligne donnée AB, mais dans son explication, le point B n'est déterminé qu'après les mots suivants : « *Du point donné C, marquez avec le compas sur la ligne donnée les distances égales CA, CB,...* ». Il aurait été plus simple et surtout plus clair, et c'est ce que nous avons choisi de faire, de laisser l'appellation B pour marquer l'extrémité de la ligne et de nommer B' le point qui marque la distance BC égale à AC. Les élèves auront probablement davantage besoin d'une explication actualisée. Voici un exemple de ce que pourrait être cette explication :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. Placez un point C à l'endroit de votre choix sur la ligne AB. (Afin de faciliter la suite de l'explication, supposons que le point C est plus près de A que de B.);
c. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la plus petite des deux distances; en l'occurrence AC;
d. Placez ensuite la pointe sèche de votre compas sur le point C et tracez un arc de cercle qui coupe la ligne AB;
e. Nommez B' l'intersection entre l'arc de cercle tracé en *d* et la ligne AB;
f. Maintenant, réglez l'ouverture de votre compas afin qu'elle soit un peu plus grande que son ouverture actuelle;
g. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point A et tracez un grand arc de cercle DE au-dessus de la ligne AB;
h. Tout en gardant la même ouverture de compas, placez la pointe sèche de votre compas sur le point B' et tracez un arc de cercle FG qui coupe l'arc de cercle tracé en *g*;
i. Nommez H le point d'intersection des deux arcs de cercle DE et FG;
j. Prenez votre règle et tracez une ligne qui passe par H et C ; vous avez maintenant votre perpendiculaire.

[51] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.2 à l'appendice C.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration. Par exemple, serait-il possible d'élever une perpendiculaire à partir du point C si nous choisissions de réglez l'ouverture de notre compas pour qu'elle soit égale à la plus grande des deux distances AC ou BC? Si non, expliquez pourquoi. Si oui, expliquez comment. On peut également demander aux élèves quelles seraient les adaptations à faire dans les explications de l'étape 3 si la distance la plus petite entre AC et CB avait été CB plutôt que AC. Finalement, on peut demander aux élèves quelles difficultés ils ont rencontrées en essayant de travailler avec le texte de Bion.

4.1.4.3 Activité 3 : Élever une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point situé à une des extrémités de cette ligne

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire. Mentionnons également qu'elle est préalable à l'activité 15 (4.1.4.15.)

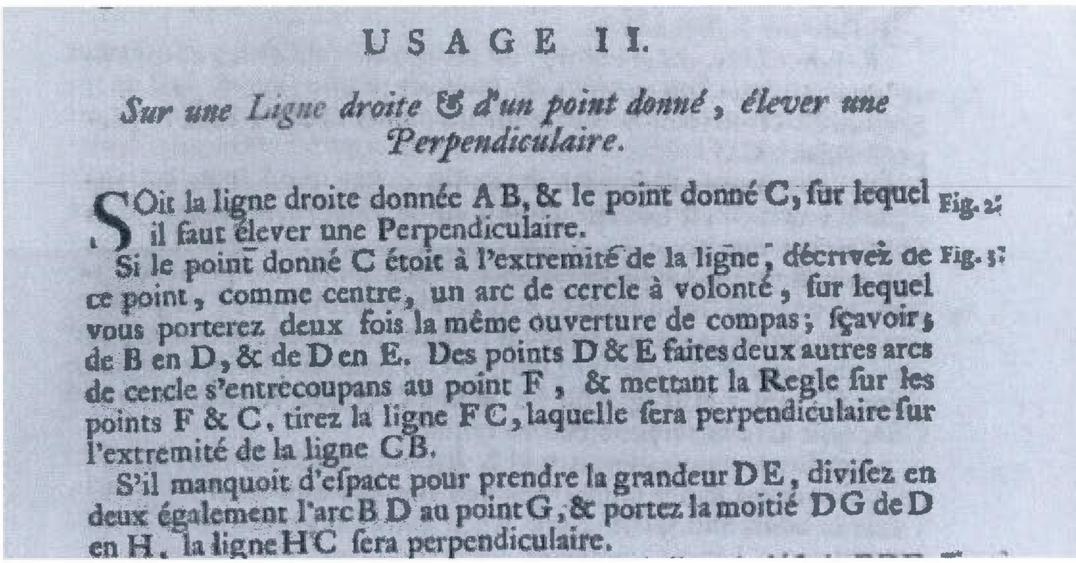
Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour élever une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point situé à une des extrémités de la ligne en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :



USAGE II.

Sur une Ligne droite & d'un point donné, élever une Perpendiculaire.

Soit la ligne droite donnée A B, & le point donné C, ſur lequel il faut élever une Perpendiculaire. Fig. 2.

Si le point donné C étoit à l'extremité de la ligne, décrivez de ce point, comme centre, un arc de cercle à volonté, ſur lequel vous porterez deux fois la même ouverture de compas; ſçavoir, de B en D, & de D en E. Des points D & E faites deux autres arcs de cercle s'entrecoupans au point F, & mettant la Regle ſur les points F & C, tirez la ligne F C, laquelle ſera perpendiculaire ſur l'extremité de la ligne C B. Fig. 3.

S'il manquoit d'eſpace pour prendre la grandeur D E, diviſez en deux également l'arc B D au point G, & portez la moitié D G de D en H, la ligne H C ſera perpendiculaire.

Figure 4.12 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 11

Étape 3[52]: Explication actualisée

Même cas particulier que l'activité précédente. L'explication de Bion est confuse et ne semble pas permettre facilement la réalisation de l'objectif recherché dans cette activité, à savoir : l'élévation d'une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point donné situé à une des extrémités de la ligne. Une fois encore, les élèves auront probablement davantage besoin d'une explication actualisée. Voici un exemple de ce que pourrait être cette explication :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;

---

[52] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.3 à l'appendice C.

b. Choisissez si le point C est situé à la même place que le point A ou B. (Afin de faciliter la suite des explications, supposons que le point C est situé à la même place que le point A.);
c. Réglez l'ouverture de votre compas afin qu'elle soit plus petite que la ligne AB;
d. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point A et tracez un grand arc de cercle qui coupe la ligne AB;
e. Nommez B' le point d'intersection entre l'arc de cercle et la ligne AB;
f. Tout en gardant la même ouverture de compas, placez la pointe sèche de votre compas sur le point B' et tracez un petit arc de cercle qui coupe l'arc de cercle tracé en *d*; nommez D le point d'intersection entre ces deux arcs de cercle;
g. Toujours en gardant la même ouverture de compas, placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un autre petit arc de cercle qui coupe encore une fois l'arc de cercle tracé en *d*; nommez E le point d'intersection entre ces deux arcs de cercle;
h. Toujours en gardant la même ouverture de compas, placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un petit arc de cercle dans le haut de la figure;
i. Toujours en gardant la même ouverture de compas, placez maintenant la pointe sèche de votre compas sur le point E et tracez un autre petit arc de cercle dans le haut de la figure qui coupe le petit arc de cercle tracé en *h*;
j. Nommez F le point d'intersection entre ces deux petits arcs de cercle;
k. Prenez votre règle et tracez une ligne qui passe par F et C ; vous avez maintenant votre perpendiculaire.

Le dernier paragraphe de l'extrait du livre de Nicolas Bion (1723), tel que présenté à la figure 4.12 à la page précédente, parle d'une autre possibilité dans le cas où il y aurait un espace restreint. Nous ne nous sommes cependant pas attardés à en faire une explication actualisée[53].

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

---

[53] La figure C.3a à l'appendice C illustre le dernier paragraphe du texte de Bion.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration. Par exemple, on peut demander aux élèves quelles seraient les adaptations à faire dans les explications de l'étape 3 si le point C avait été situé à la même place que le point B. On peut également leur demander s'il serait possible de faire l'activité en réglant l'ouverture de notre compas pour qu'elle soit plus grande que la ligne AB. Si leur réponse est non, leur demander d'expliquer pourquoi. Si leur réponse est oui, leur demander d'expliquer comment.

4.1.4.4 Activité 4 : Abaisser une perpendiculaire sur une ligne donnée à partir d'un point situé hors de ladite ligne

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

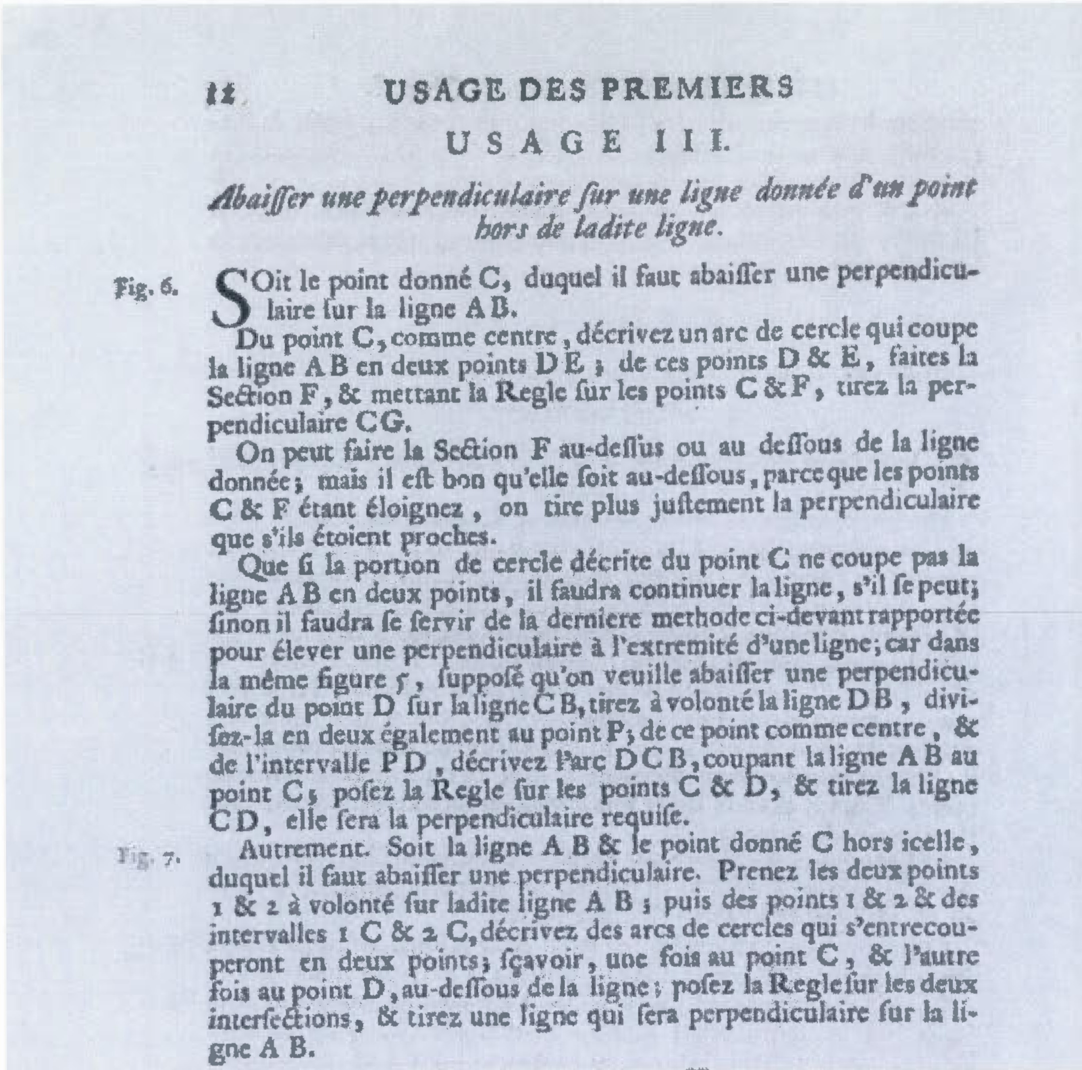
Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour abaisser une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point situé hors de ladite ligne en n'utilisant que le compas et la règle

Étape 2: Méthode de Bion

Voir à la page suivante le texte de Bion correspondant.



12 USAGE DES PREMIERS

USAGE III.

Abaiſſer une perpendiculaire ſur une ligne donnée d'un point hors de ladite ligne.

Fig. 6. SOit le point donné C, duquel il faut abaiſſer une perpendiculaire ſur la ligne AB.

Du point C, comme centre, décrivez un arc de cercle qui coupe la ligne AB en deux points DE; de ces points D & E, faites la Section F, & mettant la Regle ſur les points C & F, tirez la perpendiculaire CG.

On peut faire la Section F au-deſſus ou au deſſous de la ligne donnée; mais il eſt bon qu'elle ſoit au-deſſous, parceque les points C & F étant éloignez, on tire plus juſtement la perpendiculaire que s'ils étoient proches.

Que ſi la portion de cercle décrite du point C ne coupe pas la ligne AB en deux points, il faudra continuer la ligne, s'il ſe peut; ſinon il faudra ſe ſervir de la derniere methode ci-devant rapportée pour élever une perpendiculaire à l'extremité d'une ligne; car dans la même figure 5, ſuppoſé qu'on veuille abaiſſer une perpendiculaire du point D ſur la ligne CB, tirez à volonté la ligne DB, diviſez-la en deux également au point P; de ce point comme centre, & de l'intervalle PD, décrivez l'arc DCB, coupant la ligne AB au point C; poſez la Regle ſur les points C & D, & tirez la ligne CD, elle ſera la perpendiculaire requiſe.

Fig. 7. Autrement. Soit la ligne AB & le point donné C hors icelle, duquel il faut abaiſſer une perpendiculaire. Prenez les deux points 1 & 2 à volonté ſur ladite ligne AB; puis des points 1 & 2 & des intervalles 1C & 2C, décrivez des arcs de cercles qui s'entrecouperont en deux points; ſçavoir, une fois au point C, & l'autre fois au point D, au-deſſous de la ligne; poſez la Regle ſur les deux interſections, & tirez une ligne qui ſera perpendiculaire ſur la ligne AB.

Figure 4.13 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 12

Étape 3[54] : Explication actualisée

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. Tracez un point C au-dessus de la ligne AB;
c. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit plus grande que la distance entre le point C et la ligne AB;

[54] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.4 à l'appendice C.

d. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point C et tracez un arc de cercle qui coupe la ligne AB en deux points que vous nommerez D et E;
e. Vous pouvez garder la même ouverture de compas;
f. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un arc de cercle FG sous la ligne AB;
g. En gardant la même ouverture de compas, placez la pointe sèche de votre compas sur le point E et tracez un autre arc de cercle HI sous la ligne AB;
h. Nommez J l'intersection des arcs de cercle FG et HI;
i. Prenez votre règle et tracez une ligne qui passe par J et C. Vous avez maintenant votre perpendiculaire.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration. Par exemple, on peut leur demander s'ils savent ce que veut dire « faire la section » dans les instructions données par Nicolas Bion.

4.1.4.5 Activité 5 : Diviser un angle en deux parties égales

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour diviser un angle en deux parties égales en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE IV.

Couper un angle rectiligne en deux également.

Fig. 8. SOit ACB l'angle qu'il faut couper en deux angles égaux. Du point C, comme centre, décrivez l'arc DE à volonté : des points D & E décrivez deux arcs qui ſe couperont au point F,
Du

Du point F par le point C tirez la ligne FC, elle diviſera l'angle propoſé en deux également.

Figure 4.14 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 12 et 13

Étape 3[55] : Explication actualisée

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez un angle ACB;
b. Du point C, tracez un arc de cercle qui coupe les deux côtés de l'angle ACB;
c. Nommez D et E les deux points d'intersection entre l'arc de cercle et les deux côtés de l'angle ACB;
d. Vous pouvez garder la même ouverture de compas;
e. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un arc de cercle;
f. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point E et tracez un deuxième arc de cercle qui coupe le premier;
g. Nommez F le point d'intersection des deux arcs de cercles;
h. Prenez votre règle et tracez une ligne qui passe par F et C. Cette ligne coupe l'angle en deux parties égales.

---

[55] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.5 à l'appendice C.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration. Par exemple, on peut leur demander ce qui se serait passé si on avait tracé les arcs de cercles dont il est question aux points *e* et *f* de l'autre côté du point C.

4.1.4.6 Activité 6 : Reproduire un angle donné à partir d'un point sur une ligne

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire. Mentionnons également qu'elle est préalable à l'activité 11 (4.1.4.11).

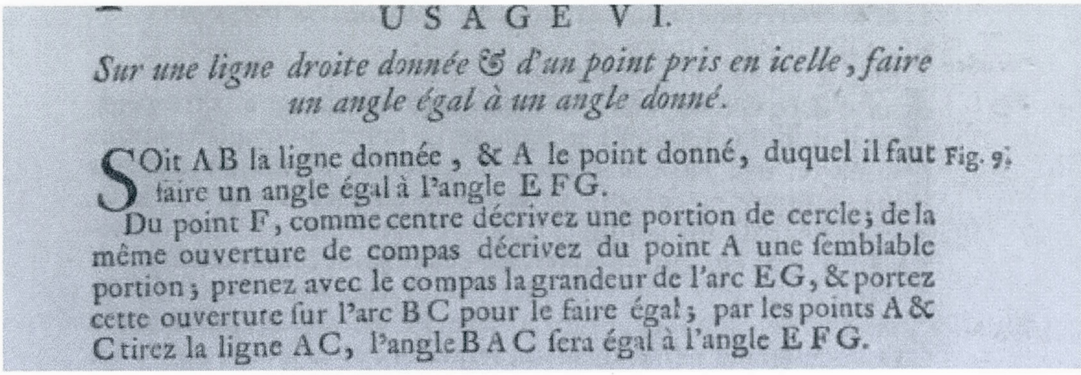
Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour reproduire un angle donné EFG à partir d'un point A sur une ligne AB en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voir à la page suivante le texte de Bion correspondant.



USAGE VI.

Sur une ligne droite donnée & d'un point pris en icelle, faire un angle égal à un angle donné.

SOit AB la ligne donnée, & A le point donné, duquel il faut faire un angle égal à l'angle EFG. Fig. 9.

Du point F, comme centre décrivez une portion de cercle; de la même ouverture de compas décrivez du point A une ſemblable portion; prenez avec le compas la grandeur de l'arc EG, & portez cette ouverture ſur l'arc BC pour le faire égal; par les points A & C tirez la ligne AC, l'angle BAC ſera égal à l'angle EFG.

Figure 4.15 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 13

Étape 3[56] : Explication actualisée

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration de l'angle EFG qui est l'angle à reproduire ou tracer un angle EFG quelconque sur une feuille à part.

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point F de l'angle à reproduire EFG et tracez un arc de cercle coupant les deux côtés de l'angle EFG;
c. Nommez E' et G' les deux points d'intersection de cet arc de cercle et des deux côtés de l'angle;
d. En gardant la même ouverture de compas, placez la pointe sèche de votre compas sur le point A de la ligne AB et tracez un arc de cercle;
e. Nommez B' le point d'intersection entre cet arc de cercle et la ligne AB;
f. À l'aide de votre compas, prenez la mesure de la distance séparant les points E' et G';
g. En gardant cette mesure, placez la pointe sèche de votre compas sur le point B' et tracez un arc de cercle qui coupe l'arc de cercle déjà tracé en *d*;
h. Nommez C' ce point d'intersection entre les deux arcs de cercle;

[56] Pour une illustration de cette étape, voir les figures C.6 (angle donné) et C.6a (angle reproduit) à l'appendice C.

i. Tracez une ligne entre A et C'. Vous avez maintenant un angle égal à l'angle donné EFG.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.7 Activité 7 : Tracer une parallèle à une ligne donnée

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire. Mentionnons également qu'elle est préalable à l'activité 8 (4.1.4.8).

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour tracer une parallèle à une ligne donnée en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voir à la page suivante le texte de Bion correspondant.

USAGE VII.

D'un point donné mener une ligne parallele à une ligne donnée.

SOit A B la ligne donnée, & C le point par lequel il faut mener une ligne qui ſoit parallele à A B. Fig. 10.

Du point C, comme centre, & d'une ouverture de compas priſe à volonté, faites l'arc D B qui coupera la ligne donnée au point B : dudit point B, comme centre, & de la même ouverture de compas faites l'arc C A ; prenez avec un compas l'ouverture de l'arc C A, & la portez de B en D, pour faire ces deux arcs égaux. Par les points C & D tirez la ligne C D, elle ſera parallele à A B.

Autrement, du point C comme centre, décrivez un arc qui touche la ligne donnée, & d'un autre point pris à volonté ſur la ligne A B, décrivez avec la même ouverture l'arc D ; par le point C ti- Fig. 11.

B 3

tirez une ligne touchant l'arc D, la ligne C D ſera parallele à la ligne A B.

Mais comme on ne voit pas bien où eſt le point touchant, on pourra ſe ſervir de la maniere ſuivante qui eſt la meilleure.

Fig. 12. Du point donné C comme centre, & d'une ouverture de compas à volonté, décrivez un arc qui coupera la ligne A B au point A.

Et d'un autre point comme B ſur ladite ligne, faites un autre arc de la même ouverture de compas que le precedent ; ouvrez le compas de la diſtance A B, & du point C comme centre faites un arc de cercle qui coupera le precedent au point D, par les points C & D tirez une ligne, elle ſera parallele à A B.

Figure 4.16 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 13 et 14

Étape 3[57] : Explication actualisée

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. Tracez un point C au-dessus de la ligne AB;
c. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point C et tracez un arc de cercle BD qui passe par le point B;
d. En gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point B et tracez un deuxième arc de cercle qui coupe la ligne AB;
e. Nommez A' le point d'intersection entre ce deuxième arc de cercle et la ligne AB;

---

[57] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.7 à l'appendice C.

f. À l'aide de votre compas, prenez la mesure entre les points C et A';

g. En gardant cette mesure, placez la pointe sèche de votre compas sur le point B et tracez un troisième arc de cercle qui coupe l'arc de cercle BD déjà tracé en *c*;

h. Nommez D' le point d'intersection entre ce troisième arc de cercle et l'arc de cercle BD;

i. Tracez une ligne qui passe par les points C et D'. Cette ligne est parallèle à la ligne AB.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.8 Activité 8 : Diviser une ligne en huit parties égales

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

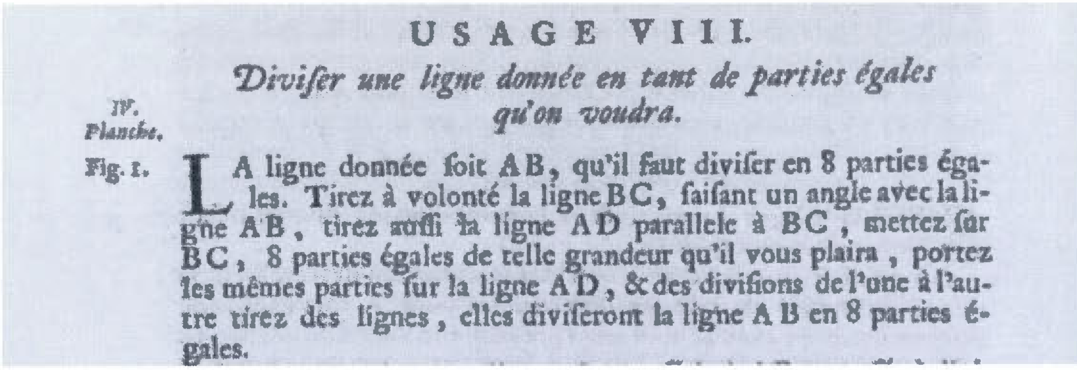
Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour diviser une ligne en huit parties égales en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :


USAGE VIII.

Diviſer une ligne donnée en tant de parties égales qu'on voudra.

IV. Planche. Fig. 1.

LA ligne donnée ſoit AB, qu'il faut diviſer en 8 parties égales. Tirez à volonté la ligne BC, faiſant un angle avec la ligne AB, tirez auſſi la ligne AD parallele à BC, mettez ſur BC, 8 parties égales de telle grandeur qu'il vous plaira, portez les mêmes parties ſur la ligne AD, & des diviſions de l'une à l'autre tirez des lignes, elles diviſeront la ligne AB en 8 parties égales.

Figure 4.17 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 14

Étape 3[58] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment tracer une parallèle à une ligne donnée. Cette technique est décrite à l'activité 7 (4.1.4.7).

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. Au-dessus de la ligne AB, tracez la ligne CB faisant un angle avec la ligne AB
c. Au-dessous de la ligne AB, tracez la ligne AD parallèle à la ligne CB. Pour que la ligne AD soit parallèle à la ligne CB, il faut utiliser la technique décrite à l'activité 7 (4.1.4.7);
d. Réglez l'ouverture de votre compas afin de l'utiliser pour marquer 8 parties égales sur la ligne CB en partant du point B;
e. En gardant la même ouverture de compas, marquez 8 parties égales sur la ligne AD en partant du point A;
f. Tracez des lignes à partir de chacune des divisions de la ligne CB vers chacune des divisions correspondantes de la ligne AD. Ces lignes divisent la ligne AB en 8 parties égales.

[58] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.8 à l'appendice C.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.9 Activité 9 : Faire un triangle équilatéral

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour faire un triangle équilatéral en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voir à la page suivante le texte de Bion correspondant.

USAGE XII.

Sur une ligne droite donnée décrire un triangle équilateral.

SOit AB la ligne donnée sur laquelle il faut faire un triangle équilateral. Fig. 10.

Du point A pour centre & de l'intervale AB, décrivez un arc de cercle : du point B pour centre & de l'intervale BA, décrivez un autre arc de cercle qui coupera le precedent au point C; tirez les lignes CA, CB, le triangle ABC sera équilateral.

C Pour

Fig. 11. Pour décrire un triangle Isocele sur la ligne AB, il faut ouvrir le compas plus grand que toute la ligne, ou plus petit, & faire le reste comme ci-devant.

Figure 4.18 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 17 et 18

Étape 3[59] : Explication actualisée

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. À l'aide de votre compas, prenez la mesure de la ligne AB;
c. En gardant cette mesure, placez la pointe sèche de votre compas sur le point A et au-dessus de la ligne AB, tracez un arc de cercle qui passe par le point B;
d. En gardant toujours la même ouverture, placez maintenant la pointe sèche de votre compas sur le point B et, toujours au-dessus de la ligne AB, tracez un arc de cercle qui passe par le point A. Ce deuxième arc de cercle coupera le premier en un point que vous nommerez C;
e. Tracez une ligne reliant le point C au point A.
f. Tracez une ligne reliant le point C au point B.
g. Vous avez maintenant un triangle équilatéral.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

---

[59] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.9 à l'appendice C.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.10 Activité 10 : Reproduire un triangle donné

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour reproduire un triangle donné en n'utilisant que le compas et la règle

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE XIII.

Faire un triangle égal & ſemblable à un autre triangle propoſé.

Fig. 12. SOit le triangle donné ABC, auquel il en faut faire un ſemblable comme DEF.

Fig. 13. Faites la ligne DE égale à AB; du point D pour centre & pour rayon AC décrivez un arc, du point E pour centre & pour rayon BC décrivez un autre arc qui coupera le precedent au point F, tirez les lignes DF, EF, & le triangle ſera égal & ſemblable au triangle propoſé.

Figure 4.19 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 18

Étape 3[60] : Explication actualisée

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration du triangle ABC qui est le triangle à reproduire ou tracer un triangle ABC quelconque sur une feuille à part.

Voici une explication actualisée possible :

a. Placez un point D à l'endroit de votre choix;
b. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la distance entre les points A et B du triangle ABC;
c. Tout en gardant cette même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un point E;
d. Tracez maintenant la ligne DE; celle-ci est donc égale à la ligne AB;
e. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la distance entre les points A et C du triangle ABC;
f. Tout en gardant cette même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un arc de cercle au-dessus de la ligne DE;
g. Réglez maintenant l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la distance entre les points B et C du triangle ABC;
h. Tout en gardant cette même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point E et tracez un arc de cercle qui coupe l'arc de cercle tracé en *f*. Le point d'intersection entre les deux arcs de cercle déterminera le point F;
i. Tracez maintenant la ligne DF ainsi que la ligne EF; vous avez maintenant un triangle DEF égal au triangle ABC.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

---

[60] Pour une illustration de cette étape, voir les figures C.10 (triangle donné) et C.10a (triangle reproduit) à l'appendice C.

4.1.4.11 Activité 11 : Faire un triangle semblable à un triangle donné

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour faire un triangle semblable (mais pas nécessairement égal) à un triangle donné à partir d'une ligne donnée comme étant un des côtés du triangle en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE XIV.

Sur une ligne donnée, faire un triangle ſemblable à un autre, ſans qu'il lui ſoit égal.

Fig. 14. & 15. Soit la ligne donnée HI, ſur laquelle il faut faire un triangle ſemblable, mais non égal au triangle ABC.

Faites l'angle H égal à l'angle A, & l'angle I égal à l'angle B; tirez les lignes HG, IG juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent, le triangle HIG ſera le requis.

Figure 4.20 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 18

Étape 3[61] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment reproduire un angle donné. Cette technique est décrite à l'activité 6 (4.1.4.6).

[61] Pour une illustration de cette étape, voir les figures C.11 et C.11a à l'appendice C. Ces illustrations comprennent les reproductions des angles dont nous parlons en *a* et *c* à la page suivante.

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration du triangle ABC qui est le triangle de référence ou tracer un triangle ABC quelconque sur une feuille à part. De plus, vous devez avoir en mains une illustration de la ligne HI qui est la ligne à partir de laquelle il faut faire un triangle semblable, mais non égal au triangle ABC, ou tracer une ligne HI quelconque sur une autre feuille.

Voici une explication actualisée possible :

a. Faites l'angle H égal à l'angle A. Pour que l'angle H soit égal à l'angle A, il faut utiliser la technique décrite à l'activité 6 (4.1.4.6);
b. Prolongez la ligne ainsi obtenue;
c. Faites l'angle I égal à l'angle B. Pour que l'angle I soit égal à l'angle B, il faut encore une fois utiliser la technique décrite à l'activité 6 (4.1.4.6);
d. Prolongez la ligne ainsi obtenue; l'intersection de cette ligne avec celle tracée en *b* déterminera le point G. Vous avez maintenant un triangle HIG semblable, mais non égal au triangle ABC.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.12 Activité 12 : Construire un triangle à partir de trois lignes données

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas

nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour construire un triangle à partir de trois lignes données en n'utilisant que le compas et la règle

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE XV.

Faire un triangle de trois lignes droites égales à trois lignes données, dont les deux plus courtes prises ensemble soient plus longues que la troisiéme.

Fig. 16. Soient les trois lignes droites proposées A, B, C. Faites la ligne droite DE égale à la ligne A, du point E pour centre & pour rayon la grandeur de la ligne B, décrivez une portion de cercle; pareillement de D comme centre, & pour rayon la grandeur de la ligne C, décrivez une autre portion de cercle, coupant la premiere au point F, tirez les lignes droites FD, FE, & le triangle DFE sera le proposé.

Figure 4.21 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 18

Étape 3[62] : Explication actualisée

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration des trois lignes A, B et C ou tracer trois lignes A, B et C quelconques sur une feuille à part. Il est important que la longueur des deux lignes les plus courtes mises bout à bout soit plus grande que la longueur de la troisième ligne.

Voici une explication actualisée possible :

a. Placez un point D à l'endroit de votre choix;
b. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la longueur de la ligne A;

[62] Pour une illustration de cette étape, voir les figures C.12 (lignes données) et C.12a (triangle produit) à l'appendice C.

c. Tout en gardant cette même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un point E;
d. Tracez maintenant la ligne DE; celle-ci est donc égale à la ligne A;
e. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la longueur de la ligne B;
f. Tout en gardant cette même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point E et tracez un arc de cercle au-dessus de la ligne DE;
g. Réglez maintenant l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la longueur de la ligne C;
h. Tout en gardant cette même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un arc de cercle qui coupe l'arc de cercle tracé en *f*. Le point d'intersection entre les deux arcs de cercle déterminera le point F;
i. Tracez maintenant la ligne DF qui sera égale à la ligne C ainsi que la ligne EF qui sera égale à la ligne B; vous avez maintenant un triangle DEF dont les trois côtés sont égaux aux trois lignes A, B et C.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.13 Activité 13 : Construire un carré

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas

nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour construire un carré à partir d'une ligne donnée comme étant un des côtés du carré en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE XVI.

Sur une ligne droite donnée, décrire un quarré.

Fig. 17. Soit la ligne droite donnée AB, ſur laquelle il faut décrire un quarré, dont AB ſoit un côté. Du point A pour centre, & AB pour

pour rayon, décrivez l'arc BD, & du point B l'arc AE, l'entrecoupant au point C, diviſez l'arc CA, ou CB en deux également au point F. Faites les intervales CE & CD égaux à CF; tirez les lignes AD, DE, EB, le quarré ſera fait.

Figure 4.22 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 18 et 19

Étape 3[63] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment diviser un arc en deux parties égales. Pour ce faire, on peut utiliser la technique décrite à l'activité 1 (4.1.4.1).

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez une ligne AB de la longueur que vous voulez;
b. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la ligne AB;
c. Tout en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point A et tracez un arc de cercle BD en haut de la ligne. Cet arc de cercle passe donc par le point B;

[63] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.13 à l'appendice C.

d. Toujours en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point B et tracez un arc de cercle AE en haut de la ligne. Cet arc de cercle passe donc par le point A;
e. Nommez C l'intersection entre les deux arcs de cercle tracés en *c* et *d*;
f. En utilisant la technique décrite à l'activité 1 (4.1.4.1), divisez l'arc de cercle AC (ou BC) en deux parties égales. Nommez F le milieu de l'arc de cercle AC. (La technique décrite à l'activité 1 (4.1.4.1) sert en fait à diviser une ligne en deux parties égales. Cependant, il est facile de voir qu'on peut s'en servir pour diviser un arc de cercle en deux parties égales puisqu'il s'agit en fait dans le cas présent de diviser la ligne (non tracée) qui rejoint les points A et C. Ce faisant, on divise forcément l'arc AC en deux parties égales.);
g. Réglez maintenant l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la distance entre les points C et F;
h. Tout en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point C et faites un petit arc de cercle qui coupe l'arc de cercle AE;
i. Nommez E' le point d'intersection entre le petit arc de cercle tracé en *h* et l'arc de cercle AE;
j. Toujours en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point C et faites un petit arc de cercle qui coupe l'arc de cercle BD;
k. .Nommez D' le point d'intersection entre le petit arc de cercle tracé en *j* et l'arc de cercle BD;
l. Tracez maintenant les lignes AD', D'E', BE'; vous avez votre carré.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.14 Activité 14 : Trouver le centre d'un cercle

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire. Mentionnons également qu'elle est préalable aux activités 15 (4.1.4.15) et 16 (4.1.4.16).

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour trouver le centre d'un cercle en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE XIX.

Trouver le centre d'un cercle.

Fig. 5. SOit le cercle donné ACBD, duquel il faut trouver le centre.
Tirez dans le cercle la ligne AB, divifez-la en deux également par la ligne CD, divifez la ligne CD en deux par la ligne EF, laquelle coupera la ligne CD au point G, qui fera le centre du cercle.

USA-

Figure 4.23 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 20

Étape 3[64] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment diviser une ligne en deux parties égales. Cette technique est décrite à l'activité 1 (4.1.4.1).

[64] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.14 à l'appendice C.

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration d'un cercle. Cette fois, il n'est pas recommandé de tracer soi-même le cercle, car la marque de la pointe sèche du compas indiquera le centre qui est précisément ce que l'on cherche.

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez une ligne AB qui traverse le cercle. Il est préférable de tracer cette ligne dans la partie supérieure du cercle; cela évitera un chevauchement ultérieur des lignes qui rendrait ces dernières difficiles à discriminer;
b. En utilisant la technique décrite à l'activité 1 (4.1.4.1) pour séparer une ligne en deux, tracez une ligne CD qui traverse le cercle en passant par le centre de la ligne AB;
c. Toujours en utilisant la technique décrite à l'activité 1 (4.1.4.1), trouvez le centre de la ligne CD qui sera aussi le centre du cercle.

Étape 4: Démonstration
Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement
Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.15 Activité 15 : Tracer une tangente au cercle (à partir d'un point situé sur la circonférence de ce cercle)
Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas

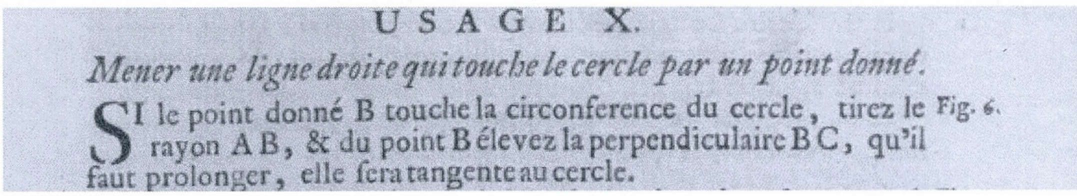
nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour tracer une tangente au cercle à partir d'un point situé sur la circonférence de ce cercle en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :



USAGE X.

Mener une ligne droite qui touche le cercle par un point donné.

SI le point donné B touche la circonference du cercle, tirez le rayon AB, & du point B élevez la perpendiculaire BC, qu'il faut prolonger, elle sera tangente au cercle. Fig. 6.

Figure 4.24 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 17

Étape 3[65] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment trouver le centre d'un cercle et comment élever une perpendiculaire sur une ligne à partir d'un point situé à une des extrémités de cette ligne. Ces techniques sont décrites aux activités 14 (4.1.4.14) et 3 (4.1.4.3).

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration d'un cercle sur la circonférence duquel il y a un point B. Cette fois, il n'est pas recommandé de tracer soi-même le cercle car la marque de la pointe sèche du compas indiquera le centre dont la recherche est une des étapes de cette activité.

---

[65] Pour une illustration de cette étape, voir les figures C.15 (détermination du centre du cercle) et C.15a (tangente produite) à l'appendice C.

Voici une explication actualisée possible :

a. En utilisant la technique décrite à l'activité 14 (4.1.4.14), trouvez le centre du cercle;
b. Nommez A le centre du cercle;
c. En gardant le point A qui est le centre du cercle, effacez les lignes et les arcs qui ont servi à trouver ce point; cela facilitera la suite de l'activité. Si vous ne voulez pas effacer, car vous désirez garder toutes les traces de cette activité, il peut être alors intéressant de changer de couleur de crayon;
d. Tracez maintenant la ligne AB qui est le rayon du cercle;
e. En utilisant la technique décrite à l'activité 3 (4.1.4.3), élevez une perpendiculaire sur la ligne AB à partir du point B;
f. Prolongez la perpendiculaire et vous avez votre tangente au cercle passant par le point B.

Étape 4: Démonstration
Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement
Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.16 Activité 16 : Tracer une tangente au cercle à partir d'un point situé hors de ce cercle
Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

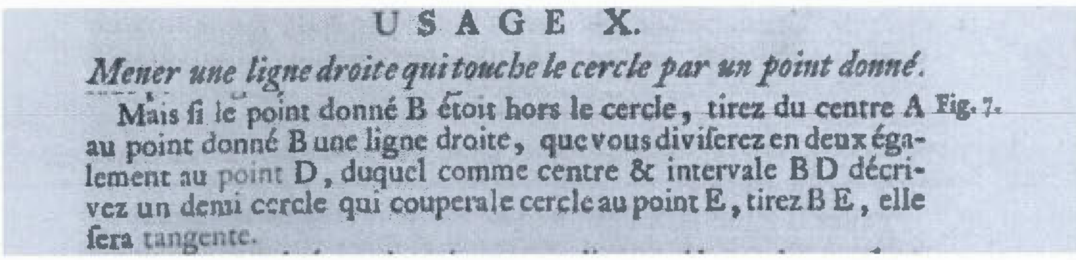
Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour tracer une tangente au cercle à partir d'un point situé hors de ce cercle en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :



USAGE X.

Mener une ligne droite qui touche le cercle par un point donné.

Mais ſi le point donné B étoit hors le cercle, tirez du centre A au point donné B une ligne droite, que vous diviſerez en deux également au point D, duquel comme centre & intervale B D décrivez un demi cercle qui coupera le cercle au point E, tirez B E, elle ſera tangente. Fig. 7.

Figure 4.25 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 17

Étape 3[66] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment trouver le centre d'un cercle et comment diviser une ligne en deux parties égales. Ces techniques sont décrites aux activités 14 (4.1.4.14) et 1 (4.1.4.1).

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration d'un cercle et d'un point hors de ce cercle. Cette fois, il n'est pas recommandé de tracer soi-même le cercle car la marque de la pointe sèche du compas indiquera le centre dont la recherche est une des étapes de cette activité.

Voici une explication actualisée possible :

a. En utilisant la technique décrite à l'activité 14 (4.1.4.14), trouvez le centre du cercle;
b. Nommez A le centre du cercle;

[66] Pour une illustration de cette étape, voir les figures C.16 (détermination du centre du cercle) et C.16a (tangente produite) à l'appendice C.

c. En gardant le point A qui est le centre du cercle, effacez les lignes et les arcs qui ont servi à trouver ce point; cela facilitera la suite de l'activité. Si vous ne voulez pas effacer, car vous désirez garder toutes les traces de cette activité, il peut être alors intéressant de changer de couleur de crayon;
d. Tracez maintenant la ligne AB;
e. En utilisant la technique décrite à l'activité 1, déterminez le centre de la ligne AB; nommez ce point D;
f. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à BD;
g. Placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un arc de cercle qui coupe le cercle;
h. Nommez E le point d'intersection entre l'arc de cercle et le cercle;
i. Tracez une ligne passant par B et E et prolongez-la; elle sera tangente au cercle.

Étape 4: Démonstration
Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement
Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.17 Activité 17 : Construire un cercle à partir de trois points donnés (les points ne doivent pas être alignés)
Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour tracer un cercle à partir de trois points donnés en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE XVIII.

Par trois points donnez faire paſſer la circonference d'un cercle, pourvû qu'ils ne ſoient pas en ligne droite.

Fig 2. SOient les trois points donnez A, B, C; du point A au point B tirez une ligne, & du point B au point C une autre; diviſez-les en deux également par les lignes D E, F G, leſquelles ſe rencontreront au point H, qui ſera le centre du cercle: du point H pour centre, & de l'intervalle HA, ou HB, ou HC, décrivez le cercle.

Par cette methode on acheve une circonference commencée, en y prenant trois points, comme ſeroient les trois points A,B,C, & faiſant le reſte comme ci-devant.

Figure 4.26 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 20

Étape 3[67] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment diviser une ligne en deux parties égales. Cette technique est décrite à l'activité 1 (4.1.4.1).

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration avec trois points non alignés (A, B, et C) ou tracer trois points quelconques non alignés sur une feuille à part.

Voici une explication actualisée possible :

a. Tracez la ligne AB;
b. En utilisant la technique décrite à l'activité 1 (4.1.4.1), tracez une ligne DE qui passe par le centre de la ligne AB;
c. Tracez la ligne BC;

[67] Pour une illustration de cette étape, voir la figure C.17 à l'appendice C.

d. En utilisant la technique décrite à l'activité 1 (4.1.4.1), tracez une ligne FG qui passe par le centre de la ligne BC;
e. Nommez H l'intersection de ces deux lignes;
f. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la distance entre A et H;
g. Tout en gardant cette ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point H et tracez un cercle. Vous avez maintenant votre cercle qui passe par les trois points A, B et C.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.

4.1.4.18 Activité 18 : Inscrire un pentagone dans un cercle

Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire. Cependant, cela peut également être intéressant à la fin du secondaire.

Pour les activités 2 à 18 (4.1.4.2 à 4.1.4.18), il faut suivre les mêmes étapes que pour l'activité 1 (4.1.4.1), mais certaines adaptations peuvent être nécessaires selon le nombre d'activités vécues auparavant. Pour certaines de ces activités, il ne sera peut-être pas nécessaire de faire toutes les étapes, car les élèves trouveront la solution avant. Nous ne répéterons pas ici toutes les informations pour chacune des étapes, car il est possible de se référer à l'activité 1 (4.1.4.1). Voici cependant les particularités de cette activité pour chaque étape.

Étape 1: Question

Demander aux élèves d'essayer de trouver une méthode pour construire un pentagone inscrit dans un cercle donné en n'utilisant que le compas et la règle.

Étape 2: Méthode de Bion

Voici le texte de Bion correspondant :

USAGE XVII.

Inſcrire dans un cercle tel Polygone regulier qu'on voudra. V. Planche. Fig. 1.

SOit propoſé pour exemple à faire un Pentagone ; ſi le cercle eſt donné, diviſez ſon diametre AB en cinq parties égales par l'uſage 8. Mais s'il n'eſt pas donné, tirez au craïon une ligne indefinie, pour ſervir de diametre, laquelle étant diviſée en cinq parties égales, ouvrez le compas de toute la grandeur du diametre, pour décrire deux arcs qui s'entrecoupent au point C, comme pour former un triangle équilateral ; puis ayant tracé un cercle autour de ce diametre, mettez la regle ſur ledit point C, & ſur le ſecond point de diviſion du diametre, pour tirer une ligne qui coupera la circonference du cercle au-deſſous du diametre au point D, l'arc AD ſera à peu près la cinquiéme partie de ladite circonference ; c'eſt pourquoi l'ouverture A D diviſera le cercle en cinq également, & tirant cinq lignes droites, on aura le pentagone propoſé.

Figure 4.27 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 19

Étape 3[68] : Explication actualisée

Préalable : pour faire cette activité, il faut savoir comment diviser une ligne en plusieurs parties égales. Cette technique est décrite à l'activité 8 (4.1.4.8).

Avant de commencer, vous devez avoir en mains une illustration d'un cercle avec son diamètre (les deux extrémités de ce diamètre sont nommées respectivement A et B) ou tracer un cercle quelconque et son diamètre sur une feuille à part.

Voici une explication actualisée possible :

a. En utilisant la technique utilisée à l'activité 8 (4.1.4.8), divisez la ligne représentant le diamètre en cinq parties égales;[69]
b. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la longueur du diamètre du cercle;

---

[68] Pour une illustration de cette étape, voir les figures C.18 (division en cinq parties égales) et C.18a (pentagone produit) à l'appendice C.

[69] Comme la technique de l'activité 8 (4.1.4.8) est assez longue, il est possible d'alléger la présente activité en donnant les divisions du diamètre.

c. Tout en gardant cette ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point A et faites un arc de cercle au-dessus du cercle;
d. Toujours en gardant la même ouverture de compas, placez maintenant la pointe sèche de votre compas sur le point B et faites un second arc de cercle qui coupera l'arc de cercle tracé en *c*;
e. Nommez C l'intersection des deux arcs de cercle;
f. Tracez maintenant une ligne passant par C et le deuxième point de division, et qui coupe le cercle en entier. (Il est à noter que A et B ne sont pas considérés comme étant des points de division.);
g. Nommez D l'intersection entre cette ligne et le cercle; choisir l'intersection la plus éloignée;
h. Réglez l'ouverture de votre compas pour qu'elle soit égale à la distance entre A et D;
i. Tout en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point D et tracez un arc de cercle qui coupe le cercle;
j. Nommez E le point d'intersection entre l'arc de cercle tracé en *i* et le cercle;
k. Toujours en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point E et tracez un arc de cercle qui coupe le cercle;
l. Nommez F le point d'intersection entre l'arc de cercle tracé en *k* et le cercle;
m. Toujours en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point F et tracez un arc de cercle qui coupe le cercle;
n. Nommez G le point d'intersection entre l'arc de cercle tracé en *m* et le cercle;
o. Toujours en gardant la même ouverture, placez la pointe sèche de votre compas sur le point G et tracez un arc de cercle qui coupe le cercle;
p. Si tout a été fait avec une grande précision, l'arc de cercle tracé en *o* devrait couper le cercle au point A;
q. Reliez maintenant le point A au point D, le point D au point E, le point E au point F, le point F au point G et finalement, le point G au point A. Vous avez maintenant un pentagone inscrit dans un cercle.

Étape 4: Démonstration

Si les élèves ne trouvent toujours pas la solution, faire la démonstration en commentant et en les incitant à participer.

Étape 5: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette démonstration.[70]

Cette méthode eſt generale pour faire toutes ſortes de Polygones reguliers; car pour faire, par exemple, un eptagone, il n'y a qu'à diviſer en ſept le diametre AB, c'eſt-à-dire, en autant de parties, que la figure doit avoir de côtez, & tirer toûjours la ligne du point C par le ſecond point de diviſion du diametre.

C 2 Pour

Pour ce qui eſt de l'exagone, la conſtruction en eſt plus ſimple, puiſque, ſans aucune preparation, le rayon, ou demi diametre du cercle, diviſe la circonference en ſix parties égales.

Pour le dodecagone, il n'y a qu'à ſubdiviſer en deux parties égales l'arc de l'exagone.

De même, pour le decagone, il faut diviſer en deux l'arc du pentagone.

Ce problême eſt à peu près le même que celui qui eſt décrit au Chapitre 17 du premier livre des Fortifications du Chevalier de Ville, excepté que pour diviſer le cercle, il tire une ligne de l'angle exterieur du triangle équilateral par le premier point de diviſion du diametre, & qu'enſuite il double l'arc du cercle; mais par ce moyen il s'éloigne davantage de l'exactitude: car, par exemple, en la deſcription du pentagone, l'angle du centre eſt trop grand de quarante-quatre minutes, à l'eptagone il eſt trop grand d'un degré cinq minutes; & ainſi l'erreur s'augmente aux polygones qui ont plus de côtez: au lieu que faiſant paſſer cette ligne par le ſecond point de diviſion du diametre, l'angle au centre du pentagone n'eſt trop petit que d'environ deux minutes; & à l'eptagone, il eſt trop grand de ſix minutes, qui ſont des erreurs beaucoup moindres, & preſqu'inſenſibles dans l'inſcription de ces polygones.

Figure 4.28 : Extrait du livre de Nicolas Bion (1723), p. 19 et 20

En terminant, il est important de dire que maintenant que plusieurs usages du compas à la façon de Bion ont été acquis, on peut faire d'autres activités plus complexes. Par exemple, il serait intéressant de faire des exercices de symétrie, de translation ou d'homothétie.

[70] Comme cette technique peut être utilisée pour tout polygone, la figure 18b à l'appendice C illustre un exemple avec un carré.

4.2 LE BÂTON DE GERBERT

Figure 4.29 : Bâton de Gerbert
Source : voir appendice A

4.2.1 Origine et contexte historique

Le bâton de Gerbert a été inventé par Gerbert d'Aurillac (≈ 940 – 1003) qui fût *le pape de l'an mil* sous le nom de Sylvestre II de 999 à 1003. Mais avant de devenir pape, il a vécu à Barcelone qui était en grande partie sous la domination arabe. À cette époque, l'Europe était pauvre et intellectuellement peu active, alors que le monde arabe était riche et très actif intellectuellement. Le contact entre les deux civilisations a été profitable à Gerbert. En plus d'être celui qui a décrit le bâton de Gerbert, il est responsable de l'introduction des chiffres arabes en Europe[71]. Plusieurs lui attribuent également l'introduction de l'astrolabe en occident.

4.2.2 Description

Le bâton de Gerbert est constitué d'un bâton de bois à section carrée d'environ 1 m 20. À ce bâton, on fixe un autre bâton de même forme, mais de longueur différente : environ 30 cm. On fixe ce deuxième bâton à angle droit sur le premier à une distance égale à la longueur du

[71] La plupart de ces informations sont tirées de Charbonneau (2002a)

deuxième bâton. Un fil à plomb est également fixé au sommet du premier bâton pour pouvoir s'assurer de la verticalité parfaite du bâton de Gerbert lors de son utilisation.

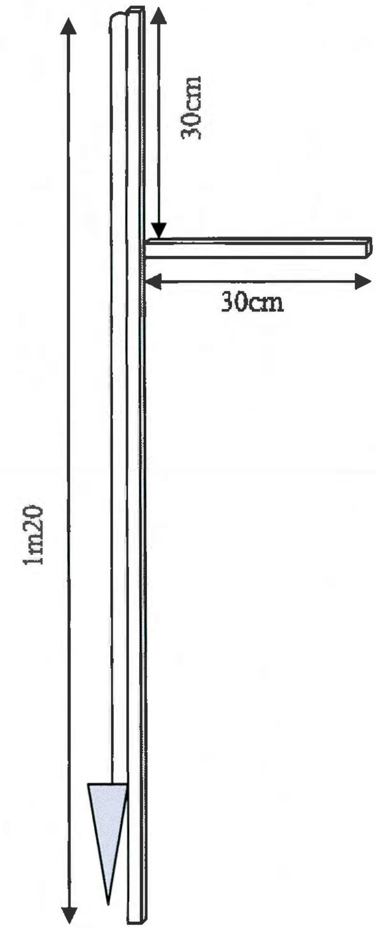


Figure 4.30 : Bâton de Gerbert – schéma

4.2.3 Utilisation

Le bâton de Gerbert est utilisé pour mesurer la hauteur d'un arbre, d'une tour, d'une colonne ou de tout autre objet dont le sommet est inaccessible. Il utilise les propriétés des triangles rectangles isocèles. Imaginons que nous voulons mesurer la hauteur d'un monument que l'on peut contempler sur le Mont-Royal à Montréal. Regardons la figure 4.31 à la page suivante.

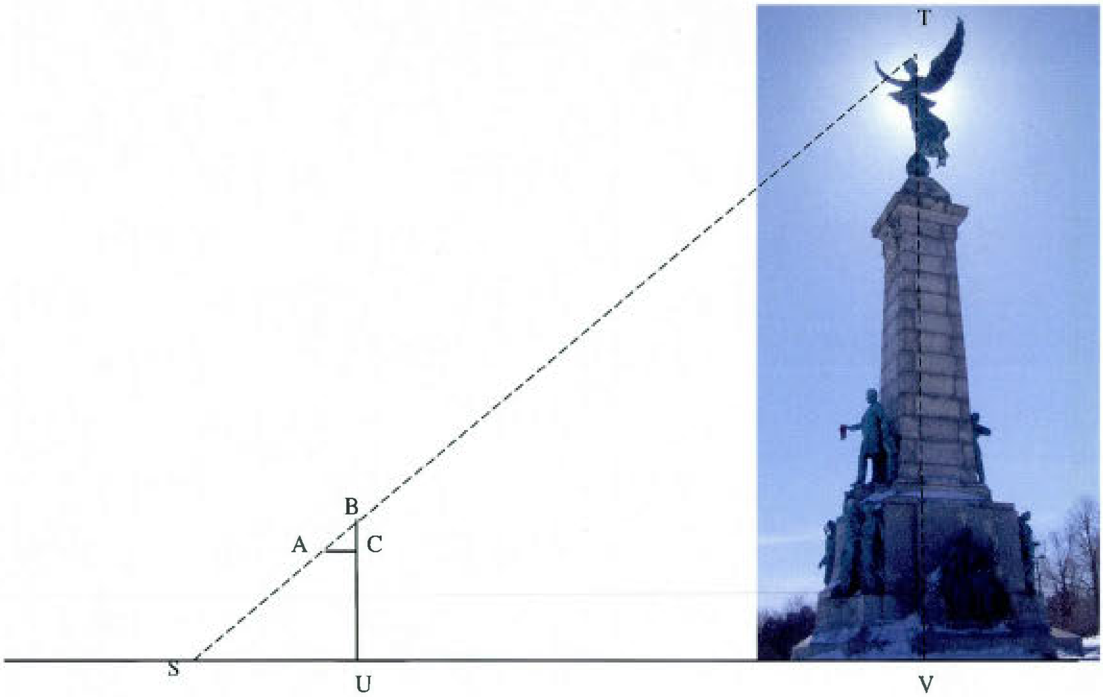


Figure 4.31 : Bâton de Gerbert – utilisation
Source : voir appendice A

En utilisant le fil à plomb, on place le bâton de Gerbert perpendiculairement au sol. Ensuite, nous n'avons qu'à placer le bâton de Gerbert à la bonne distance pour que les points A, B et T soient alignés. Soulignons qu'en plus d'être semblables, les triangles ABC et STV sont alors isocèles et rectangles, ce qui signifie donc que AC = CB et que SV = VT.

Il est alors facile de connaître la hauteur du monument en mesurant SV. Bien sûr, il faut cependant avoir l'espace pour être capable de se positionner à la bonne place et supposer que le sol est bien droit.

4.2.4 Activités

4.2.4.1 Activité 1 : Construction d'un bâton de Gerbert

La première activité consiste à faire construire aux élèves un bâton de Gerbert. Cette activité est très intéressante car elle permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. De plus, la construction d'un bâton de Gerbert est simple, peu coûteuse et relativement rapide. Pour limiter cependant les coûts, il est suggéré de faire un bâton de Gerbert pour deux élèves. Cette activité cible surtout la fin du primaire, mais peut également être faite au début du secondaire.

Matériel nécessaire (pour un bâton de Gerbert) :

- Un bâton à section carrée de 1 m 20;
- Un bâton à section carrée de 30 cm;
- Une ficelle;
- Un poids quelconque (un gros écrou ou un gros plomb à pêche par exemple);
- Deux vis;
- De la colle à bois;
- Du papier sablé.

Outils nécessaires :

- Une scie sauteuse pour couper les bâtons à la bonne dimension;[72]
- Un tournevis;
- Une règle;
- Un crayon à mine.

Avant l'activité

En se référant à 4.2.1, 4.2.2 et 4.2.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du bâton de Gerbert. Ne pas entrer cependant dans les détails de son utilisation, car l'activité 3 (4.2.4.3) sera justement consacrée à découvrir ces détails. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #4 à l'appendice B peut être utile.

Étape 1

Il faut d'abord fixer le bâton de 30 cm à celui de 1 m 20. Pour connaître l'emplacement où nous devons fixer ce bâton, il faut utiliser la règle pour faire une marque à 30 cm de l'extrémité supérieure du grand bâton. Ensuite, il faut fixer les deux bâtons ensemble en

---

[72] Si on manque de temps, on peut choisir d'avoir des bâtons déjà coupés à la bonne dimension.

utilisant la colle à bois et une des deux vis. Attention de placer le petit bâton au bon endroit. Il doit y avoir 30 cm du sommet du grand bâton au côté du petit bâton. Voir la figure 4.32 ci-dessous :

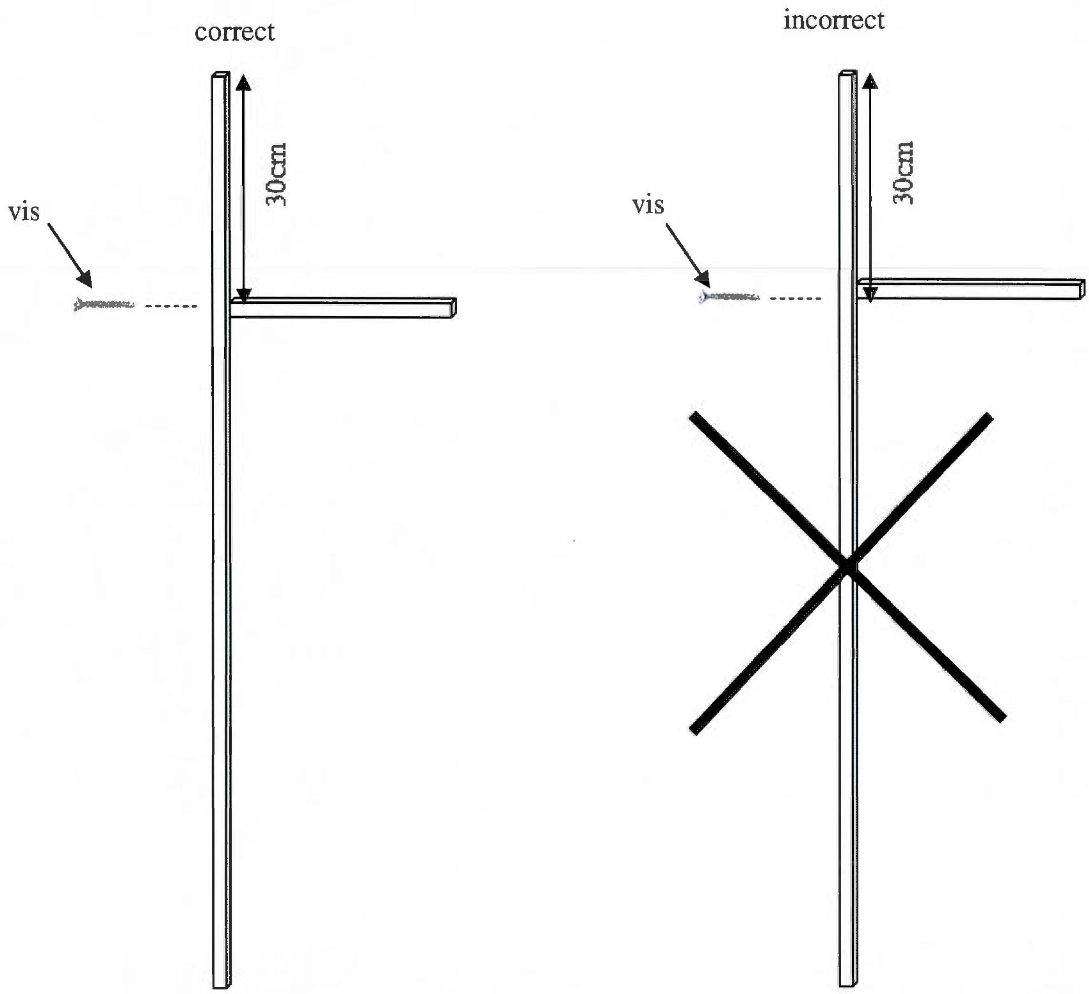


Figure 4.32 : Bâton de Gerbert – construction – 1
Source : voir appendice A

Étape 2

Il faut maintenant fixer le fil à plomb. Tout d'abord, fixer la deuxième vis à environ 2 cm de l'extrémité supérieure du bâton de Gerbert nouvellement construit. Attention de mettre cette vis du bon côté afin que le fil à plomb soit libre de toute entrave. Voir la figure 4.33 ci-contre.

Il ne reste alors qu'à attacher une ficelle à cette vis et à fixer le poids à l'autre extrémité de la ficelle.

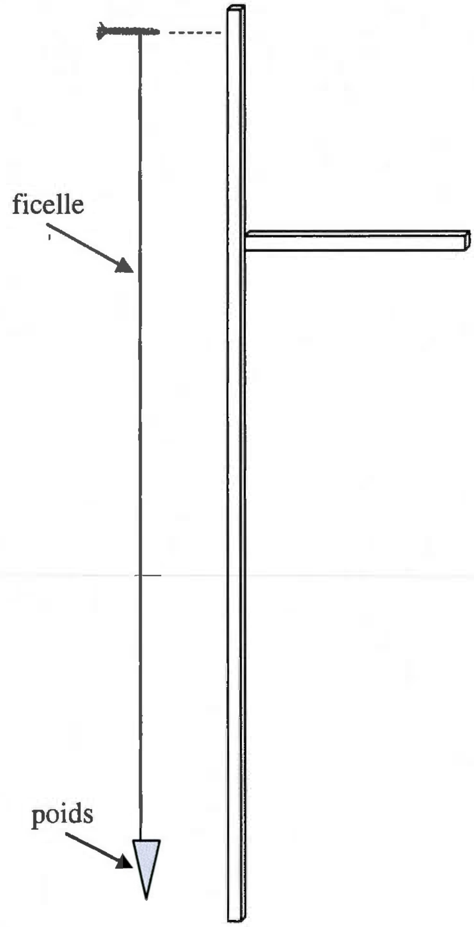


Figure 4.33 : Bâton de Gerbert – construction – 2
Source : voir appendice A

Étape 3: Questionnement

Poser quelques questions aux élèves afin de leur permettre d'approfondir leur réflexion suite à cette activité.

4.2.4.2 Activité 2 : Mesure d'une hauteur selon la méthode de Thalès[73]

Avant l'activité

Commencer par expliquer aux élèves que Thalès, philosophe qui a vécu de 625 à 547 avant J.-C, est parti du principe que l'ombre d'un objet devient égal à sa hauteur à un certain

[73] L'idée de cette activité vient de Charbonneau (2002a).

moment de la journée. Il a utilisé ce principe pour mesurer la hauteur d'une pyramide. Cette activité cible surtout la fin du primaire, mais elle peut être faite également au début du secondaire.

Étape 1 : La question

Demander maintenant aux élèves s'il est possible, à leur avis, d'utiliser le principe énoncé par Thalès pour mesurer la hauteur de l'école. Si oui, comment fait-on?

Étape 2 : Préparation

Revenir à l'histoire de Thalès et montrer aux élèves la figure 4.34, qui illustre la mesure d'une pyramide, et les laisser chercher encore comment faire pour mesurer la hauteur de l'école.

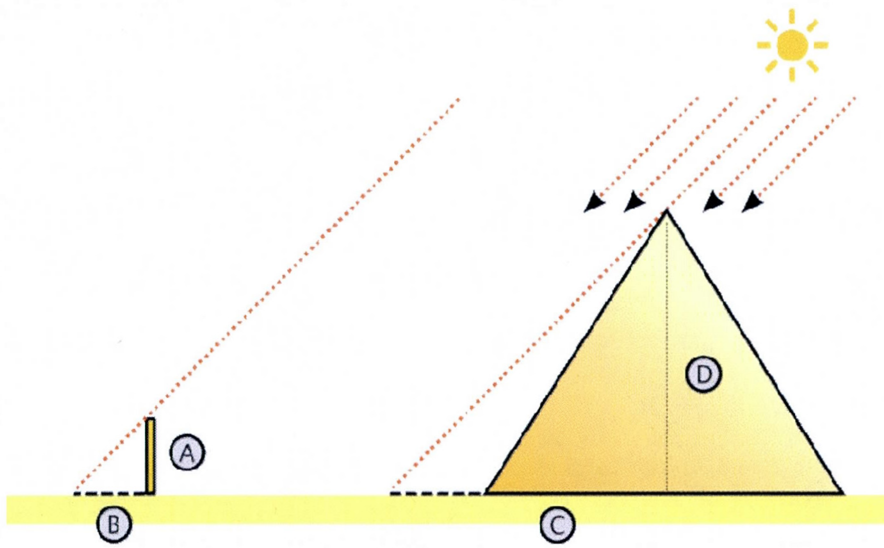


Figure 4.34 : Activité 2 (4.2.4.2)
Source : voir appendice A

Les élèves doivent arriver à identifier les étapes suivantes qui serviront à effectivement mesurer la hauteur de l'école :

- *Pour mesurer la hauteur de l'école selon la méthode de Thalès, les instruments suivants sont nécessaires : un bâton bien droit (un mètre pourrait très bien faire l'affaire) et un ruban à mesurer de plusieurs mètres.*

- *En utilisant un bâton, déterminer l'heure de la journée à laquelle l'ombre de ce bâton est égale à sa hauteur. Les élèves devront se questionner à l'étape 5 sur l'importance de s'installer sur une surface plane et de tenir le bâton verticalement.*
- *Lorsque l'ombre du bâton est égale à sa hauteur, mesurer immédiatement la longueur de l'ombre projetée par l'école.*

Étape 3 : Détermination de l'heure adéquate

Il est suggéré de placer les élèves en équipe (de 2 à 4 élèves) et de faire cette activité sur deux journées. La première journée, l'objectif est de déterminer l'heure à laquelle l'ombre du bâton est égale à sa hauteur. (L'enseignant aura préalablement déterminé cette heure approximativement et s'assurera de sortir au moins 10 minutes avant.) Chaque équipe tente de déterminer l'heure adéquate en utilisant son bâton. (Il peut être très intéressant d'avoir des bâtons de différentes hauteurs.)

Étape 4 : Questionnement sur l'étape 3

Poser diverses questions aux élèves sur les résultats de l'étape 3. Comment les élèves ont-ils procédé? Ont-ils tous la même heure? Quelles sont les raisons qui expliquent les différences? Est-ce la hauteur du bâton? Sa verticalité? La surface sur laquelle était posé le bâton? La précision de la mesure? Comment pourrait-on pallier à ces difficultés? En utilisant un plus grand bâton? En utilisant un fil à plomb? En utilisant une surface plus plane en la créant au besoin?

Étape 5 : La mesure de la hauteur de l'école

La deuxième journée, les élèves sortent un peu avant l'heure déterminée la journée précédente, vérifient à nouveau que l'ombre du bâton est bien égale à sa hauteur et finalement, à l'aide du ruban à mesurer, mesurent l'ombre projetée par l'école.

Étape 6 : Questionnement sur l'étape 5

Poser diverses questions aux élèves sur les résultats de l'étape 5. Comment les élèves ont-ils procédé? Les résultats sont-ils identiques? Quelles sont les raisons qui expliquent ces différences?

4.2.4.3 Activité 3 : Mesurer une hauteur en utilisant le bâton de Gerbert[74]

Cette activité consiste à faire mesurer aux élèves la hauteur de l'école avec le bâton de Gerbert qu'ils ont construit à l'activité 1 (4.2.4.1). Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 4.2.1, 4.2.2 et 4.2.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du bâton de Gerbert. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #4 à l'appendice B peut être utile. Si l'activité de construction d'un bâton de Gerbert a été faite (4.2.4.1), revenir sur cette étape et mentionner qu'on va maintenant utiliser l'instrument construit[75].

Étape 1 : La question

Demander maintenant aux élèves s'il est possible à leur avis d'utiliser le bâton de Gerbert pour mesurer la hauteur de l'école. Si oui, comment fait-on?

Les élèves doivent arriver à identifier les étapes suivantes qui serviront à effectivement mesurer la hauteur de l'école avec le bâton de Gerbert :

- *Pour mesurer la hauteur de l'école avec le bâton de Gerbert, les instruments suivants sont nécessaires : le bâton de Gerbert et un ruban à mesurer de plusieurs mètres.*
- *En maintenant bien droit le bâton de Gerbert, viser le sommet de l'école de telle façon qu'on voit comme sur une même ligne l'extrémité du bâton horizontal, celle du bâton vertical et le sommet de l'école.*
- *Les élèves devront se questionner sur l'importance de s'installer sur une surface plane et de tenir le bâton verticalement.*

[74] L'idée de cette activité vient de Charbonneau (2002a) puis de Morin (2010).

[75] Il est suggéré de faire cette activité avant pour vérifier qu'il y a l'espace nécessaire à sa réalisation.

Étape 2 : La mesure de la hauteur de l'école

En allant à l'extérieur, laisser les élèves explorer les différentes possibilités avec le bâton de Gerbert.

Étape 3

De retour en classe, inviter les élèves à dessiner le résultat mathématique de ce qui s'est passé à l'étape 2. Voici deux possibilités de ce que les élèves pourraient dessiner :

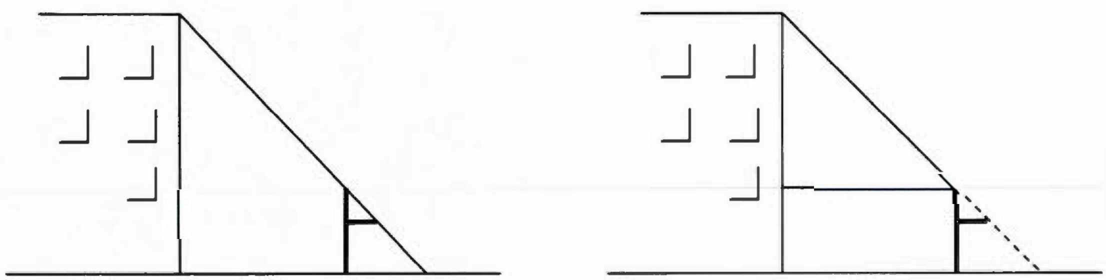


Figure 4.35 : Activité 3 (4.2.4.3)

Le dessin de gauche de la figure 4.35 est le plus évident. On voit facilement qu'il est possible d'utiliser les propriétés des triangles rectangles isocèles. Au besoin, se référer à la figure 4.31.

En ce qui a trait au dessin de droite de la figure 4.35, les élèves devraient voir qu'il est encore une fois possible d'utiliser les propriétés des triangles rectangles isocèles. Cependant, il faut cette fois ajouter la hauteur du bâton de Gerbert pour avoir la hauteur totale de l'école.

Étape 4 : Questionnement sur les étapes 2 et 3

Poser diverses questions aux élèves sur les résultats des étapes 2 et 3. Comment les élèves ont-ils procédé? Les résultats sont-ils identiques? Quelles sont les raisons qui expliquent ces différences? Au besoin, retourner à l'extérieur avec les élèves pour faire quelques vérifications ou pour refaire l'étape 2.

4.3 LE QUADRANT

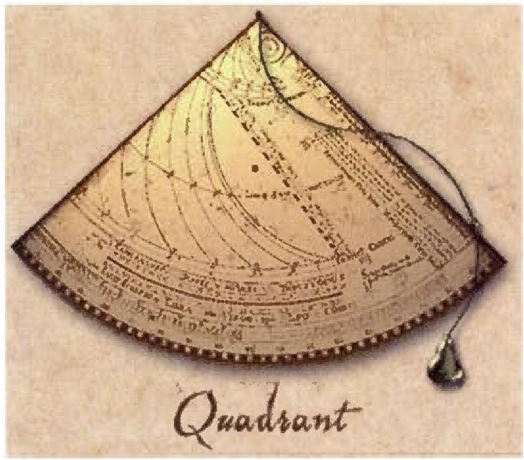


Figure 4.36 : Quadrant
Source : voir appendice A

4.3.1 Origine et contexte historique

Dans Dutarte (2006) à la page 185, il est dit que l'origine du quadrant remonte au moins jusqu'à Ptolémée (≈90 - ≈168), car ce dernier aurait fait une des premières descriptions de cet instrument dans l'Almageste (livre I, chapitre X) :

> *Nous avons fait cette observation (du soleil) d'une manière encore plus commode, en nous servant, au lieu des cercles (des armilles), d'un parallélépipède quadrangulaire de pierre ou de bois, bien dressé, et dont une des faces soit bien unie et bien aplanie. Sur cette face, prenant pour centre un de ses angles, nous décrivons un quart de cercle [...]. Nous partageons cet arc en 90 degrés et en leurs subdivisions; [...]*

Toujours selon Dutarte (2006), le quadrant fut un des principaux instruments de la navigation hauturière. En effet, il servait à déterminer la latitude la nuit en mesurant l'angle d'élévation de l'étoile polaire. Il était beaucoup utilisé par les portugais.

4.3.2 Description

Le nom de quadrant peut s'appliquer à toutes sortes d'instruments en forme de quart de cercle. À la base, le quadrant est constitué d'une pièce de bois en forme de quart de cercle avec, sur son pourtour, des graduations de 0° à 90°. Un fil à plomb est attaché au coin de l'angle droit et deux pinnules sont fixées sur un des côtés afin de permettre de viser. C'est l'un des plus anciens instruments d'astronomie qui permettait de mesurer l'angle d'élévation d'un astre par rapport à l'horizon. Cependant, il y a plusieurs sortes de quadrants. Entre autres, le quadrant servait à donner l'heure, d'où l'origine du mot *cadran*. Dans notre travail, nous ne verrons qu'un usage du quadrant : la mesure de l'élévation d'un astre. Cet usage nous permettra de mesurer une hauteur inaccessible.

4.3.3 Utilisation

Le quadrant peut servir à viser un astre ou une hauteur inaccessible. L'endroit où le fil à plomb passe sur les graduations indique l'angle. Voir la figure 4.37 ci-dessous :

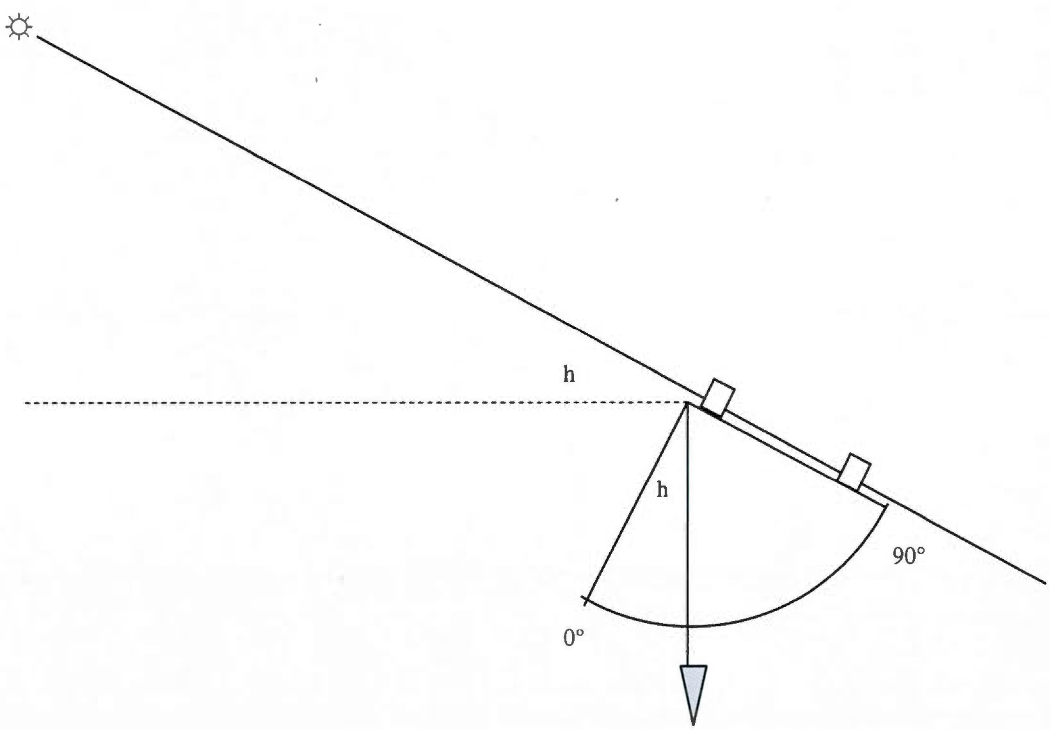


Figure 4.37 : Quadrant – utilisation

Dans la figure 4.37 à la page précédente, il est facile de voir que l'angle indiqué par le fil à plomb est le même que celui correspondant à l'élévation de l'astre visé.

4.3.4 Activités

4.3.4.1 Activité 1 : Construction d'un quadrant

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un quadrant. Cette activité est très intéressante, car elle permet de concrétiser certaines des notions mathématiques qui se rattachent à un tel instrument. De plus, les liens historiques qu'on peut faire tout au long de l'activité aident à démystifier les mathématiques et à les rendre accessibles. La construction d'un quadrant est relativement simple et peu coûteuse. Cependant, pour éviter des coûts trop élevés, il est suggéré de faire un quadrant par équipe de deux élèves. Cette activité cible la fin du primaire ou le début du secondaire.

<u>Matériel nécessaire (pour un quadrant) :</u>

- Une plaque en forme de quart de cercle de 20 cm de rayon;
- Un bout de ficelle;
- Un poids (un gros écrou ou un gros plomb à pêche par exemple);
- Deux pinnules.

<u>Outils nécessaires :</u>

- Une perceuse;
- Un crayon à mine
- Un crayon feutre permanent à pointe fine;
- Un rapporteur d'angles;
- Une règle.

<u>Avant l'activité</u>

En se référant à 4.3.1, 4.3.2 et 4.3.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du quadrant. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #5 à l'appendice B peut être utile.

Étape 1

La première étape consiste à tracer les côtés du quadrant. Pour ce faire, il faut tracer une ligne à 1 cm de chacun des côtés droits.

Étape 2

Il faut maintenant tracer les graduations de 0° à 90° à l'aide du rapporteur d'angles et de la règle. Il est suggéré de commencer par les tracer à la mine; on les tracera au feutre lorsqu'on sera certain de ne pas avoir fait d'erreur.

Étape 3

À l'aide de la perceuse et d'une mèche relativement petite, faire un trou là où les deux lignes que l'on vient de tracer à l'étape 1 se rencontrent; c'est à cet endroit que l'on attachera plus tard le fil à plomb.

Étape 4

Fixer les deux pinnules sur le côté du quadrant.

Étape 5

Attacher le poids (écrou ou plomb de pêche) à la ficelle et attacher ensuite celle-ci au trou fait à l'étape 3.

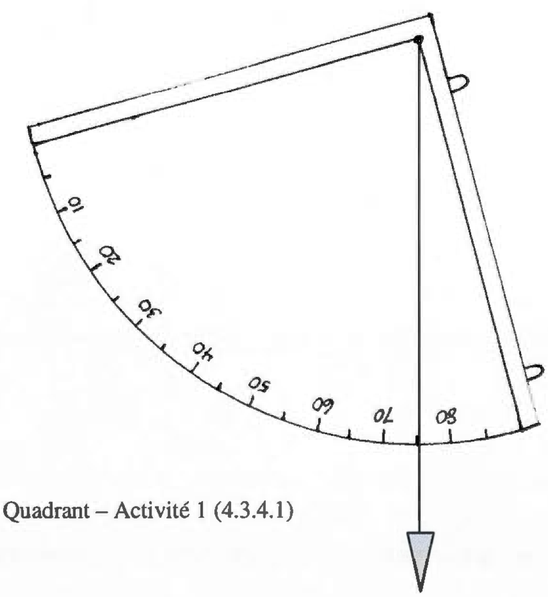


Figure 4.38 : Quadrant – Activité 1 (4.3.4.1)

4.3.4.2 Activité 2 : Mesure de la hauteur de l'école

Cette activité consiste à faire mesurer aux élèves la hauteur de l'école avec le quadrant qu'ils ont construit à l'activité 1 (4.3.4.1). Cette activité cible surtout la fin du primaire ou le début du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 4.3.1, 4.3.2 et 4.3.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du quadrant. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #5 à l'appendice B peut être utile. Si l'activité de construction d'un quadrant a été faite (4.3.4.1), revenir sur cette étape et mentionner qu'on va maintenant utiliser l'instrument construit[76].

Étape 1 : La question

Demander maintenant aux élèves s'il est possible à leur avis d'utiliser le quadrant pour mesurer la hauteur de l'école. Si oui, comment fait-on? Les élèves doivent arriver à identifier les étapes suivantes qui serviront à effectivement mesurer la hauteur de l'école avec le quadrant :

- *Pour mesurer la hauteur de l'école avec le quadrant, les instruments suivants sont nécessaires : le quadrant et un ruban à mesurer de plusieurs mètres.*
- *En maintenant bien fermement le quadrant, viser le sommet de l'école de telle façon qu'on voit comme sur une même ligne les deux pinnules et le sommet de l'école.*
- *Les élèves devront se questionner sur le fait que le quadrant ne touche pas le sol.*
- *Se placer à un endroit ou l'angle donné par le quadrant est de 45°; cela facilite grandement la mesure, car il est alors possible d'utiliser les propriétés des triangles rectangles isocèles.*

Étape 2 : La mesure de la hauteur de l'école

En allant à l'extérieur, laisser les élèves explorer les différentes possibilités avec le quadrant.

---

[76] Il est suggéré de faire cette activité avant pour vérifier qu'il y a l'espace nécessaire à sa réalisation.

Étape 3

De retour en classe, inviter les élèves à dessiner le résultat mathématique de ce qui s'est passé à l'étape 2 en insistant sur le fait que le dessin doit représenter un angle de 45°. Voici ce que cela pourrait donner :

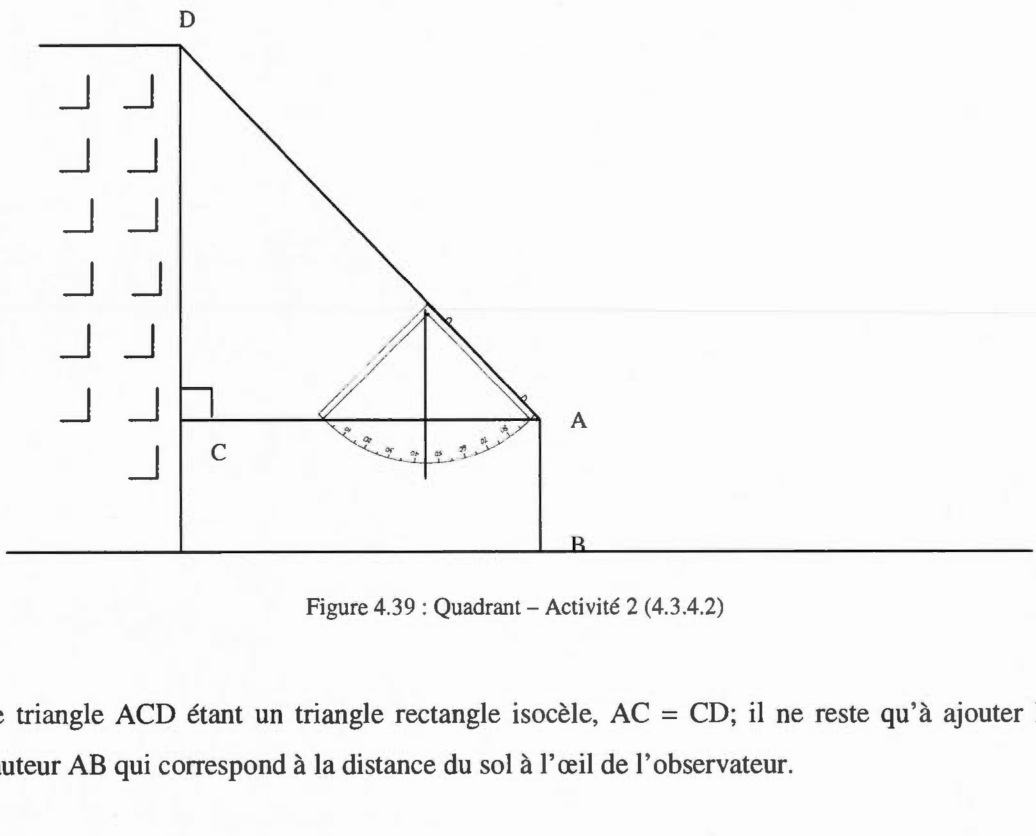


Figure 4.39 : Quadrant – Activité 2 (4.3.4.2)

Le triangle ACD étant un triangle rectangle isocèle, AC = CD; il ne reste qu'à ajouter la hauteur AB qui correspond à la distance du sol à l'œil de l'observateur.

Étape 4 : Questionnement sur les étapes 2 et 3

Poser diverses questions aux élèves sur les résultats des étapes 2 et 3. Comment les élèves ont-ils procédé? Les résultats sont-ils identiques? Quelles sont les raisons qui expliquent ces différences? Au besoin, retourner à l'extérieur avec les élèves pour faire quelques vérifications ou pour refaire l'étape 2. Comment pourrait-on calculer la hauteur de l'école si l'angle donné par le quadrant n'était pas de 45°?[77]

---

[77] Cette dernière question mène à une autre activité intéressante où l'on voit d'autres notions mathématiques (théorème de Pythagore). Cela peut cependant changer l'âge des élèves avec lesquels on peut faire cette activité.

4.4 LA SPHÈRE ARMILLAIRE

Figure 4.40 : Sphère armillaire – 1
Source : voir appendice A

4.4.1 Origine et contexte historique

Les sphères armillaires furent développées dans l'antiquité par les anciens grecs bien avant J.-C. Elles étaient déjà utilisées comme outils didactiques au III^e siècle av. J.-C., mais aussi pour l'observation, entre autres par Ptolémée (≈90 - ≈168) vers 150 après J.-C. Dans Hébert (2002) à la page 66, il est mentionné qu'on attribue à Anaximandre (610 av. JC - ≈ 546 av. JC) l'invention de la sphère armillaire. Cependant, dans Dutarte (2006) à la page 52, on dit plutôt qu'il est très difficile de déterminer la date exacte de son apparition.

Vers la fin du moyen âge, la popularité de la sphère armillaire a pris un nouvel essor et Tycho Brahé (1546- 1601) en construisit plusieurs. Symbole de l'ancienne puissance maritime des portugais, la sphère armillaire figure sur leur drapeau. Voir la figure 4.41 à la page suivante.

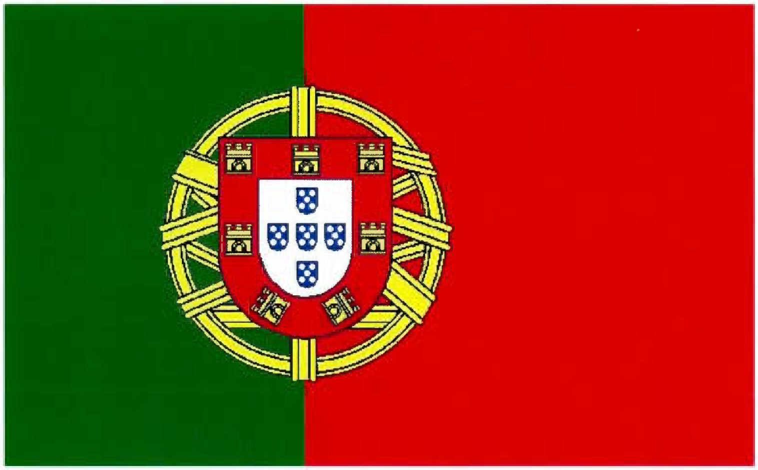


Figure 4.41 : Drapeau portugais
Source : voir appendice A

Le nom de la sphère armillaire vient du nom des nombreux anneaux de faible largeur qui la composent. Ces anneaux sont appelés armilles, du latin *armilla*, et matérialisent le volume de la sphère armillaire.

4.4.2 Description

La sphère armillaire est construite à partir d'un modèle géocentrique de l'univers. Dans ce modèle, la Terre est fixe au centre de l'univers et les astres se situent sur une sphère céleste. Cette sphère céleste tourne autour de la Terre en 24 heures. L'axe de rotation de la terre passe par les pôles et le prolongement de cet axe à partir du pôle nord arrive à proximité de l'étoile polaire. Quant à lui, le prolongement de l'équateur est appelé équateur céleste sur la sphère céleste. Toujours sur la sphère céleste, le trajet annuel apparent du Soleil est appelé *écliptique*. L'horizon local est un cercle fixe. Les deux tropiques sont aussi souvent représentés, mais sur la figure 4.42 à la page suivante, on ne les voit pas très bien et ils ne sont pas identifiés.

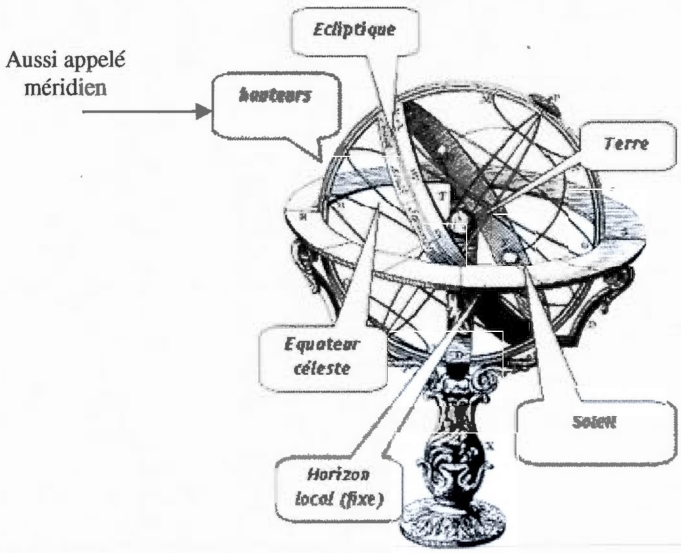


Figure 4.42 : Sphère armillaire - shéma
Source : voir appendice A

Ce qui est particulièrement intéressant à soulever avec les élèves, c'est le fait que la sphère armillaire permet de reproduire le mouvement apparent des étoiles. Pourtant, elle est basée sur une conception erronée de l'univers, le géocentrisme. Il peut être très pertinent ici de discuter avec les élèves des différentes conceptions de l'univers. Donnons ici quelques informations.

Dans l'hypothèse géocentrique[78], *le ciel est une vaste sphère creuse au centre de laquelle est située la Terre, elle aussi sphérique et réduite à un point par rapport à l'immensité de la sphère qui l'entoure.* Cette sphère céleste tourne d'est en ouest alors que la Terre est immobile. Ce modèle a perduré jusqu'à la fin du XVI^{e} siècle où il a été remplacé par l'héliocentrisme qui prévoit que la Terre tourne autour du soleil. L'hypothèse héliocentrique est attribuée à Copernic (1473-1543).

[78] Ces informations viennent majoritairement de Hébert (2002) à la page 64.

4.4.3 Utilisation

Bien que la sphère armillaire soit construite selon le modèle géocentrique, elle reste un très bon outil pour illustrer les mouvements apparents du soleil et des étoiles. Son utilisation permet de comprendre plusieurs notions en astronomie et elle a beaucoup été utilisée à des fins pédagogiques.

4.4.4 Activités[79]

4.4.4.1 Activité 1 : Construction d'une sphère armillaire

La première activité consiste à faire construire aux élèves une sphère armillaire en bois. Cette activité est très intéressante, car elle permet d'avoir une reproduction d'un des plus beaux instruments mathématiques historiques. De plus, les liens historiques qu'on peut faire tout au long de l'activité aident à faire voir aux élèves les liens existant entre les mathématiques et l'histoire. La construction d'une sphère armillaire en bois est relativement peu coûteuse, mais elle est par contre très complexe, très longue et demande beaucoup de minutie. Cependant, nous ne pouvions laisser de côté cet instrument qui est devenu le symbole de l'astronomie. Cette activité cible surtout la fin du secondaire.

À chacune des étapes de la construction, il sera mentionné s'il est possible de sauter cette étape ou de la raccourcir. Cela permet de décider quelle partie du temps alloué à l'activité sera consacré à la construction « matérielle » de l'instrument et quelle partie sera consacrée aux notions mathématiques. Pour éviter des coûts trop élevés, il est suggéré de faire une sphère armillaire par équipe de quatre élèves.

Matériel nécessaire (pour une sphère) :

- Un panneau de bois de 55 cm X 51 cm et de 4 mm d'épaisseur (cela équivaut à un peu moins que $^{1}/_{8}$ d'un panneau de 4' X 8');
- Une brochette en bois;
- Une petite boule de « stirofoam » pour figurer la Terre; environ 1" de diamètre;
- De la colle à bois;

---

[79] En soutien aux activités avec la sphère armillaire, vous trouverez la fiche #6 à l'appendice B.

- Du papier sablé;
- De la gommette (Funtak bleu);
- De la colle pour fusil à colle chaude;
- Deux petits clous de finition.

Outils nécessaires :

- Une scie sauteuse;[80]
- Un crayon à la mine;
- Un crayon feutre permanent à pointe très fine;
- Une règle;
- Un compas;
- Un rapporteur d'angles;
- Un fusil à colle chaude;
- Un marteau.

Avant l'activité

En se référant à 4.4.1, 4.4.2 et 4.4.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation de la sphère armillaire. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #6 à l'appendice B peut être utile.

Étape 1 : La préparation

La première étape consiste à préparer chacun des morceaux du panneau de bois sur lesquels il faudra tracer chacune des pièces de la sphère armillaire. En effet, nous devons découper le panneau de 55 cm x 51 cm en 9 morceaux de dimensions diverses. Nous avons besoin des morceaux suivants :

- Un morceau de 23 cm x 23 cm (identifié A dans le plan de coupe);

[80] Il est probablement encore plus facile d'utiliser une scie à chantourner, mais si vous ne possédez pas une telle scie électrique, mieux vaut utiliser une scie sauteuse. Nous avons essayé avec une scie à chantourner manuelle et cela ne fonctionne pas très bien en plus d'être très long.

- Deux morceaux de 23 cm x 14 cm (identifiés B et C dans le plan de coupe);
- Un morceau de 18 cm x 18 cm (identifié D dans le plan de coupe);
- Trois morceaux de 14 cm x 14 cm (identifiés E, F et G dans le plan de coupe);
- Deux morceaux de 13 cm x 13 cm (identifiés H et I dans le plan de coupe).

Pour aider à cette préparation et pour éviter de gaspiller du bois, voir le plan de coupe à la figure 4.43 ci-dessous :

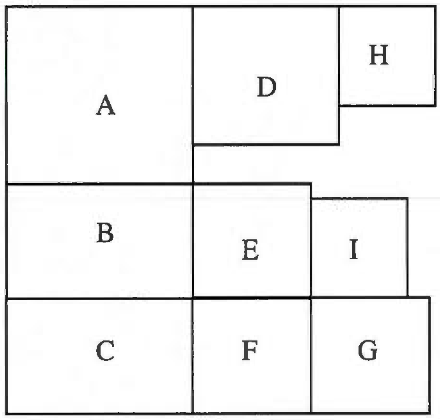


Figure 4.43 : Plan de coupe pour la sphère armillaire

En répétant ce plan de coupe de haut en bas d'un panneau de 4' x 8' (deux fois en largeur dans le 4' et quatre fois en longueur dans le 8'), on a les morceaux pour faire huit sphères armillaires. De plus, les morceaux pour au moins une autre sphère armillaire peuvent être taillés dans ce qui reste du panneau. Cette étape peut évidemment être faite à l'avance.

Étape 2 : Base

À cette étape, on commence à tracer les pièces de la sphère armillaire sur les morceaux préparés à l'étape 1. Il faut commencer par tracer au crayon à la mine afin de pouvoir effacer si on fait une erreur. Soulignons également que les mesures à suivre sont données en millimètres.

Les premières pièces sont celles nécessaires pour faire la base. Pour faire cette base, nous avons besoin de deux morceaux de 23 cm x 14 cm (morceaux B et C) sur lesquels il faut tracer les formes que l'on retrouve à la figure 4.44 à la page suivante.

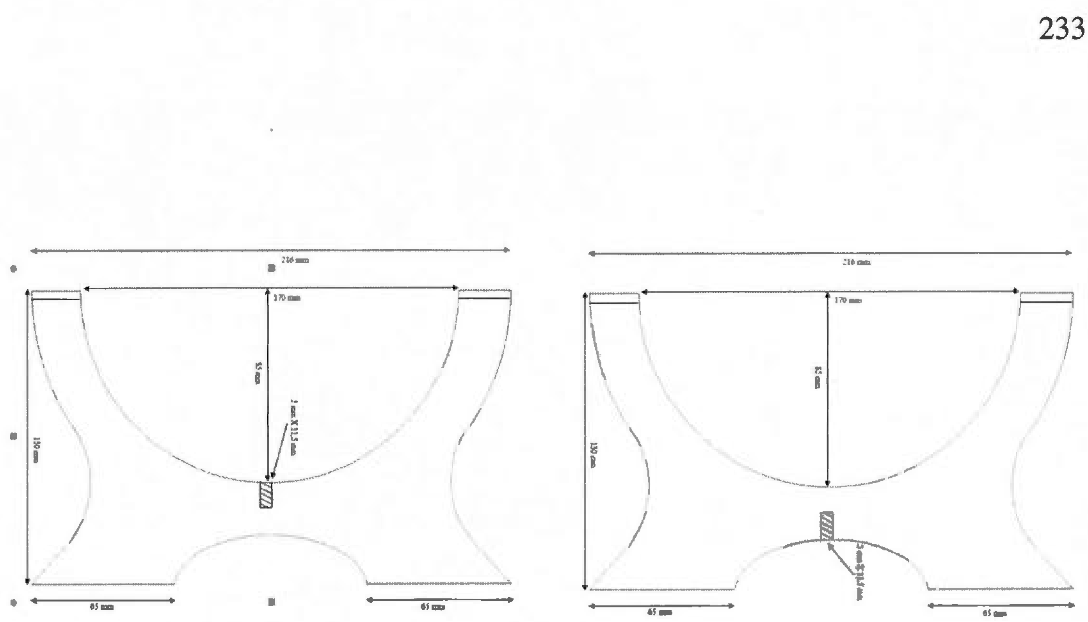


Figure 4.44 : Base de la sphère armillaire

Pour tracer les pièces de la base, les élèves peuvent utiliser leur compas et leur règle. Cependant, les courbes particulières peuvent être difficiles à tracer. Il est préférable de leur fournir une photocopie des figures D.1 et D.2 que l'on retrouve à l'appendice D pour les aider. Des photocopies faites sur un carton peuvent très bien servir de gabarit pour tracer les deux pièces composant la base de la sphère armillaire, car les figures D.1 et D.2 sont à l'échelle.

Étape 3 : Horizon local fixe

Toujours au crayon à la mine, il faut tracer le cercle représentant l'horizon local sur le morceau de 23 cm x 23 cm (morceau A).

Pour tracer l'horizon local fixe, voici les étapes à suivre :

a. À l'aide d'un compas, tracez un cercle A ayant un rayon de 220 mm et de centre C;
b. Bien identifier le centre C;
c. Toujours à l'aide d'un compas, tracez un cercle B ayant un rayon de 160 mm et de centre C également;
d. À l'aide d'une règle, tracez le diamètre du cercle A en s'assurant qu'il passe bien par le centre C;
e. Tracez ensuite six autres diamètres à 15° d'intervalle (voir la figure 4.45 à la page suivante);

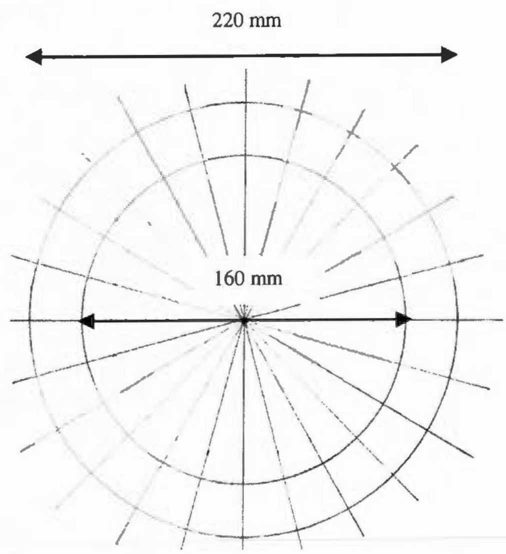


Figure 4.45 : Horizon local fixe de la sphère armillaire – 1

f. En se référant à la figure 4.46 à la page suivante, indiquez les mots *nord*, *sud*, *est* et *ouest*, ainsi que les heures;

g. Après avoir vérifié qu'il n'y a pas d'erreur, tracez les lignes, les mots et les heures à l'aide d'un crayon feutre à pointe très fine. Il n'est pas conseillé de tracer les cercles A et B au crayon feutre puisque ce ne sont que des lignes de coupes;

h. Toujours en se référant à la figure 4.46 à la page suivante, tracez à la mine les particularités (près des mots *nord* et *sud*); ceci sera nécessaire pour l'étape 10 (*Coupe*, p. 247).

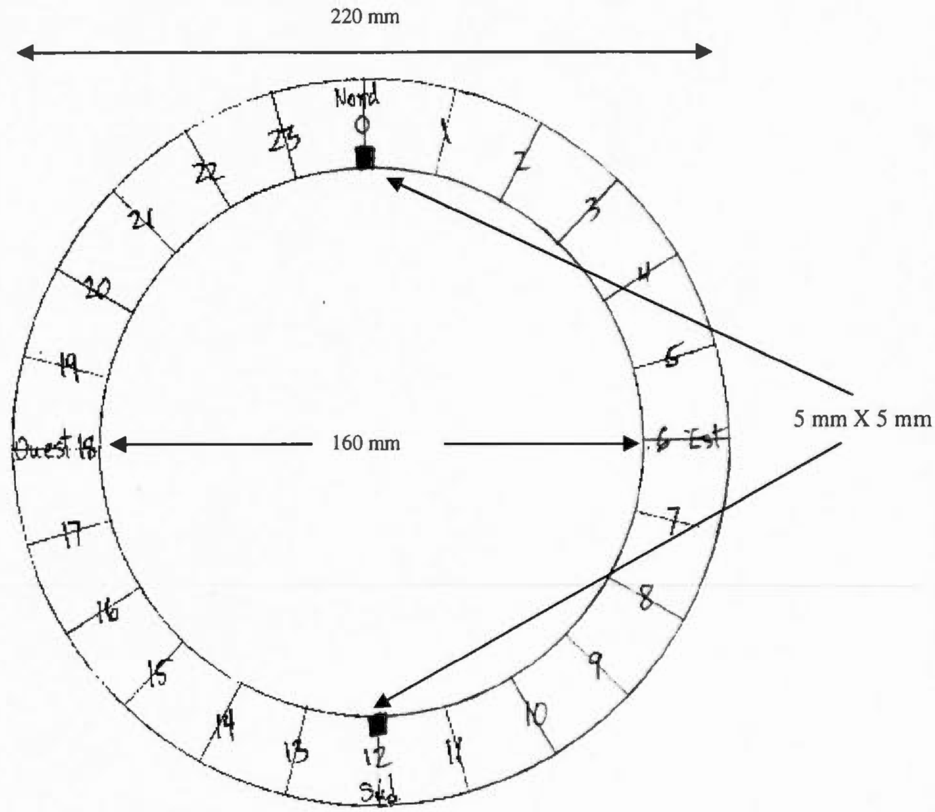


Figure 4.46 : Horizon local fixe de la sphère armillaire – 2

Étape 4 : Méridien

Toujours au crayon à la mine, il faut maintenant tracer le méridien sur le morceau de 18 cm x 18 cm (morceau D).

Pour tracer le méridien, voici les étapes à suivre :

a. À l'aide d'un compas, tracez un cercle A ayant un rayon de 168 mm et de centre C;
b. Bien identifier le centre C;
c. Toujours à l'aide d'un compas, tracez un cercle B ayant un rayon de 128 mm et de centre C également;
d. À l'aide d'une règle, tracez le diamètre du cercle A en s'assurant qu'il passe bien par le centre C;

e. Tracer ensuite six autres diamètres à 15° d'intervalle (voir la figure 4.47 ci-dessous);

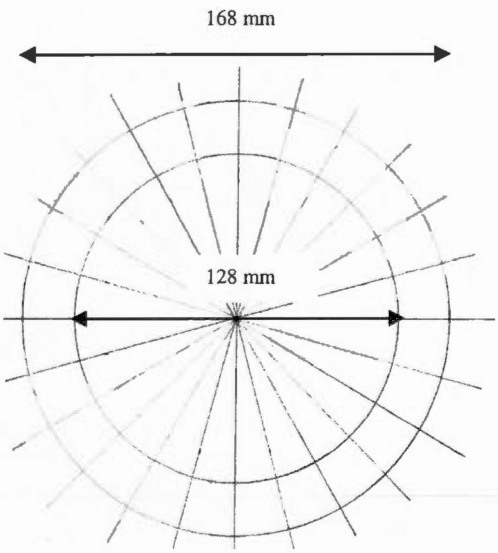


Figure 4.47 : Méridien de la sphère armillaire – 1

f. En se référant à la figure 4.48 à la page suivante, indiquez les graduations aux endroits appropriés;

g. Après avoir vérifié qu'il n'y a pas d'erreur, tracez les lignes et les graduations à l'aide d'un crayon feutre à pointe très fine. Il n'est pas conseillé de tracer les cercles A et B au crayon feutre puisque ce ne sont que des lignes de coupes;

h. Toujours en se référant à la figure 4.48 à la page suivante, tracez à la mine les particularités (près des graduations 0); ceci sera nécessaire pour l'étape 10 (*Coupe*, p. 247).

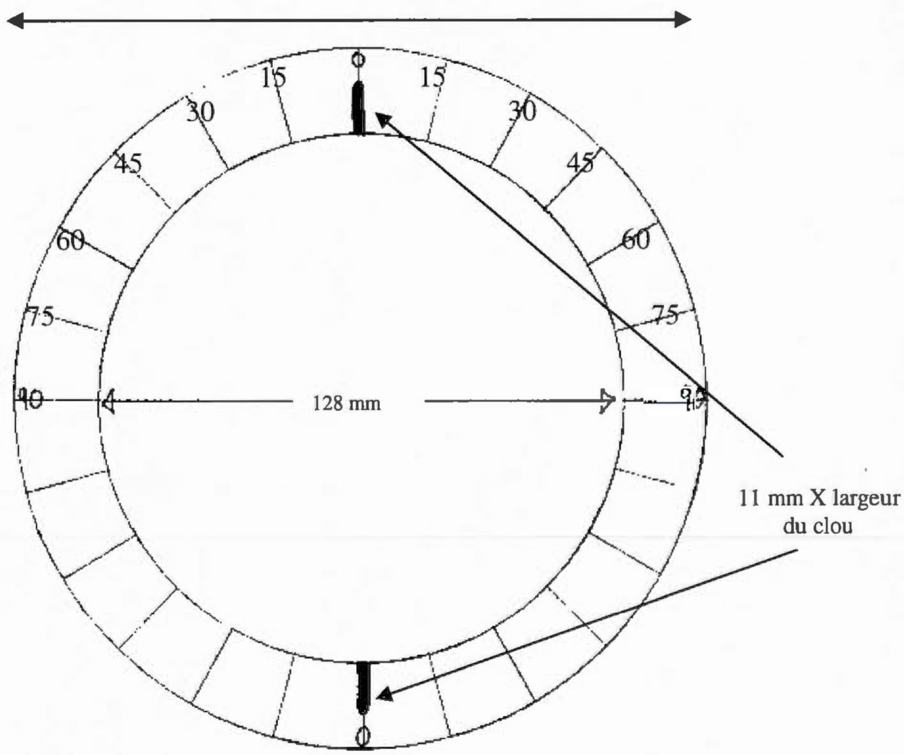


Figure 4.48 : Méridien de la sphère armillaire – 2

Étape 5 : Colure des équinoxes

Toujours au crayon à la mine, il faut tracer le cercle représentant le colure des équinoxes sur un des trois morceaux de 14 cm x 14 cm (morceau E).

Pour tracer le colure des équinoxes, voici les étapes à suivre :

a. À l'aide d'un compas, tracez un cercle A ayant un rayon de 124 mm et de centre C;
b. Bien identifier le centre C;
c. Toujours à l'aide d'un compas, tracez un cercle B ayant un rayon de 84 mm et de centre C également;
d. À l'aide d'une règle, tracez le diamètre du cercle A en s'assurant qu'il passe bien par le centre C;

e. Tracez ensuite six autres diamètres à 15° d'intervalle (voir la figure 4.49 ci-dessous);

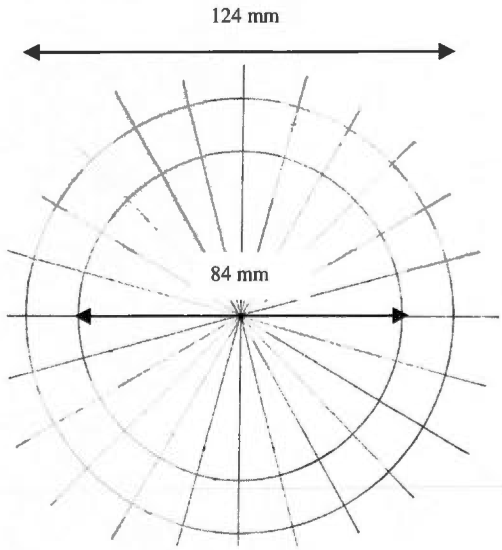


Figure 4.49 : Colure des équinoxes de la sphère armillaire – 1

f. En se référant à la figure 4.50 à la page suivante, indiquez les graduations aux endroits appropriés; identifiez également l'emplacement des graduations 23,5;
g. Après avoir vérifié qu'il n'y a pas d'erreur, tracez les lignes et les graduations à l'aide d'un crayon feutre à pointe très fine. Il n'est pas conseillé de tracer les cercles A et B au crayon feutre puisque ce ne sont que des lignes de coupes;
h. Toujours en se référant à la figure 4.50 à la page suivante, tracez à la mine les particularités (près des graduations 0 et 23,5); ceci sera nécessaire pour l'étape 10 (*Coupe*, p. 247).

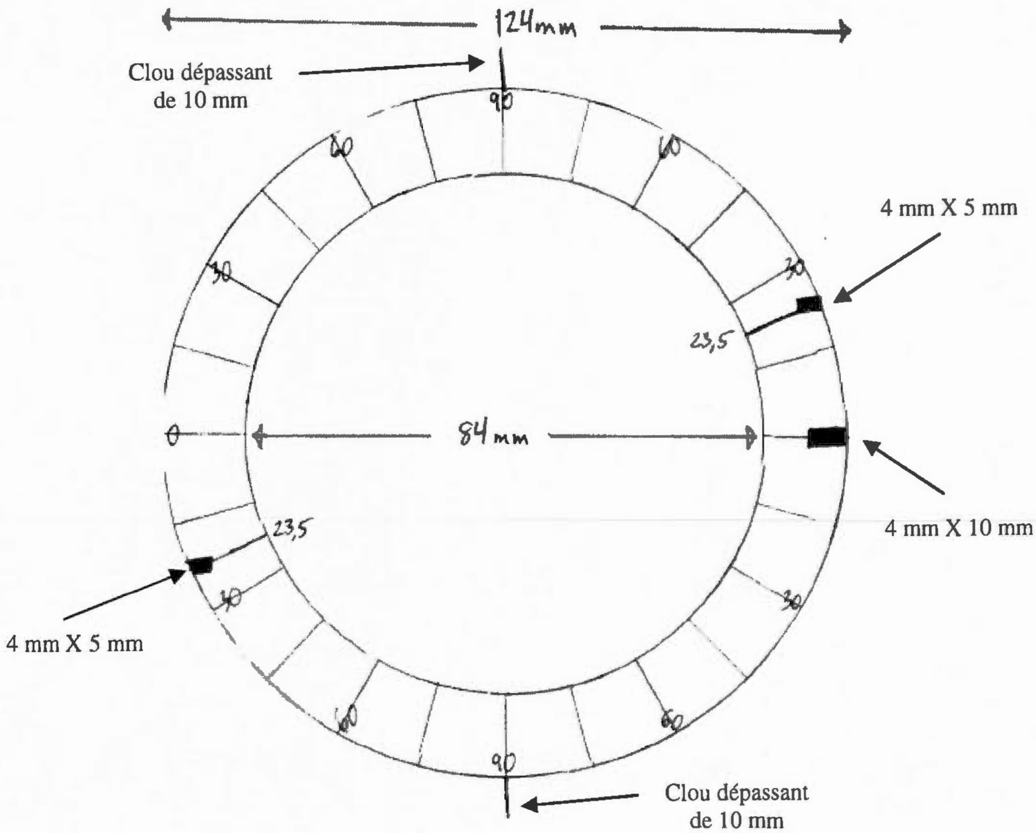


Figure 4.50 : Colure des équinoxes de la sphère armillaire – 2

Étape 6 : Équateur céleste

Toujours au crayon à la mine, il faut tracer le cercle représentant l'équateur céleste sur un des trois morceaux de 14 cm x 14 cm (morceau F).

Pour tracer l'équateur céleste, voici les étapes à suivre :

a. À l'aide d'un compas, tracez un cercle A ayant un rayon de 124 mm et de centre C;
b. Bien identifier le centre C;
c. Toujours à l'aide d'un compas, tracez un cercle B ayant un rayon de 84 mm et de centre C également;

d. À l'aide d'une règle, tracez le diamètre du cercle A en s'assurant qu'il passe bien par le centre C;

e. Tracez ensuite six autres diamètres à 15° d'intervalle (voir la figure 4.51 ci-dessous);

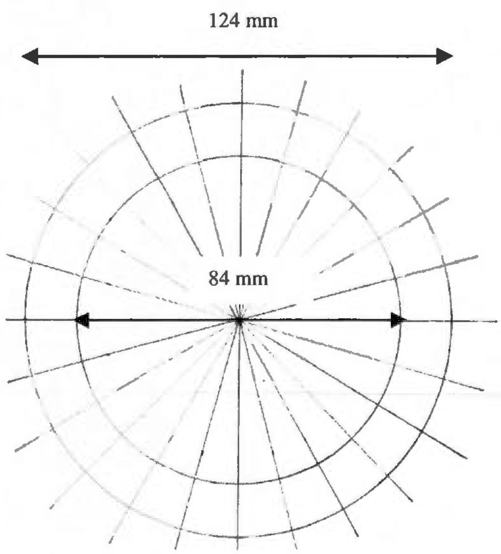


Figure 4.51 : Équateur céleste de la sphère armillaire – 1

f. En se référant à la figure 4.52 à la page suivante, indiquez les graduations aux endroits appropriés;

g. Après avoir vérifié qu'il n'y a pas d'erreur, tracez les lignes et les graduations à l'aide d'un crayon feutre à pointe très fine. Il n'est pas conseillé de tracer les cercles A et B au crayon feutre puisque ce ne sont que des lignes de coupes;

h. Toujours en se référant à la figure 4.52 à la page suivante, tracez à la mine les particularités (près des graduations 0, 6, 12 et 18); ceci sera nécessaire pour l'étape 10 (*Coupe*, p. 247).

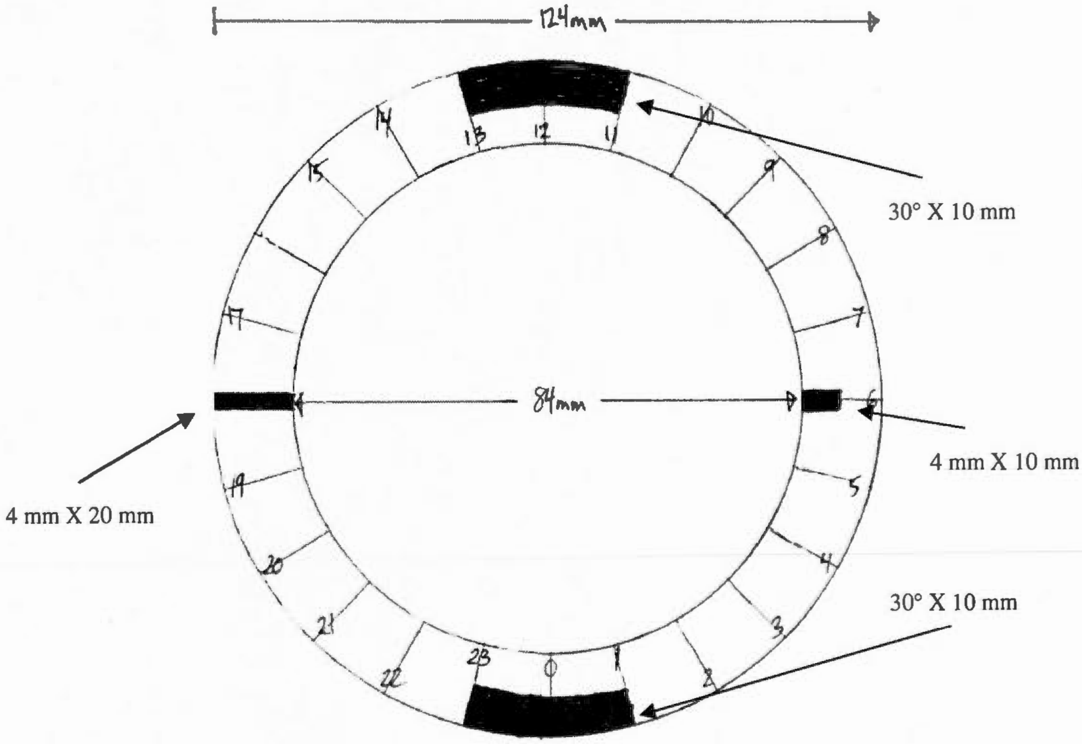


Figure 4.52 : Équateur céleste de la sphère armillaire – 2

Étape 7 : Écliptique

Toujours au crayon à la mine, il faut tracer le cercle représentant l'écliptique sur un des trois morceaux de 14 cm x 14 cm (morceau G).

Pour tracer l'écliptique, voici les étapes à suivre :

a. À l'aide d'un compas, tracez un cercle A ayant un rayon de 124 mm et de centre C;
b. Bien identifier le centre C;
c. Toujours à l'aide d'un compas, tracez un cercle B ayant un rayon de 84 mm et de centre C également;
d. À l'aide d'une règle, tracez le diamètre du cercle A en s'assurant qu'il passe bien par le centre C;
e. Tracez ensuite six autres diamètres à 15° d'intervalle (voir la figure 4.53 à la page suivante);

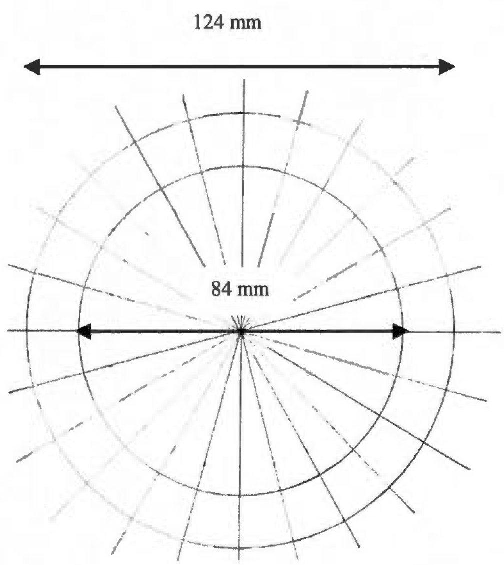


Figure 4.53 : Écliptique de la sphère armillaire – 1

f. En se référant à la figure 4.54 à la page suivante, indiquez les graduations aux endroits appropriés;

g. Après avoir vérifié qu'il n'y a pas d'erreur, tracez les lignes et les graduations à l'aide d'un crayon feutre à pointe très fine. Il n'est pas conseillé de tracer les cercles A et B au crayon feutre puisque ce ne sont que des lignes de coupes;

h. Toujours en se référant à la figure 4.54 à la page suivante, tracez à la mine les particularités (près des graduations 0, 90, 180 et 270); ceci sera nécessaire pour l'étape 10 (*Coupe*, p. 247);

i. Bien qu'elles n'apparaissent pas sur la figure 4.54 à la page suivante (manque d'espace sur une figure ainsi réduite), il serait important d'indiquer également les dates suivantes correspondant aux divers degrés :

- 0° (ou 360°) = 21 mars
- 30° = 20 avril
- 60° = 21 mai
- 90° = 22 juin
- 120° = 23 juillet
- 150° = 24 août
- 180° = 23 septembre
- 210° = 24 octobre
- 240° = 23 novembre
- 270° = 22 décembre
- 300° = 20 janvier
- 330° = 19 février

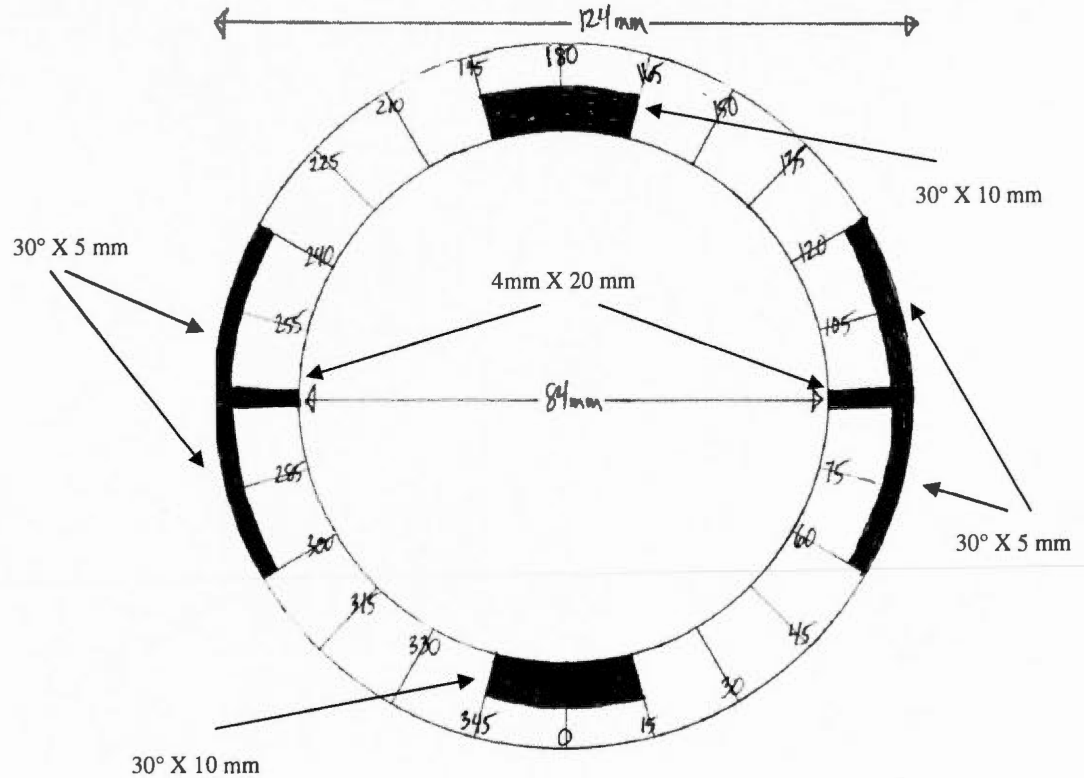


Figure 4.54 : Écliptique de la sphère armillaire – 2

Étape 8 : Tropique du Cancer

Toujours au crayon à la mine, il faut tracer le cercle représentant le tropique du Cancer sur un des deux morceaux de 13 cm x 13 cm (morceau H).

Pour tracer le tropique du Cancer, voici les étapes à suivre :

a. À l'aide d'un compas, tracez un cercle A ayant un rayon de 114 mm et de centre C;
b. Bien identifier le centre C;
c. Toujours à l'aide d'un compas, tracez un cercle B ayant un rayon de 94 mm et de centre C également;
d. À l'aide d'une règle, tracez le diamètre du cercle A en s'assurant qu'il passe bien par le centre C;

e. Tracez ensuite six autres diamètres à 15° d'intervalle (voir la figure 4.55 ci-dessous);

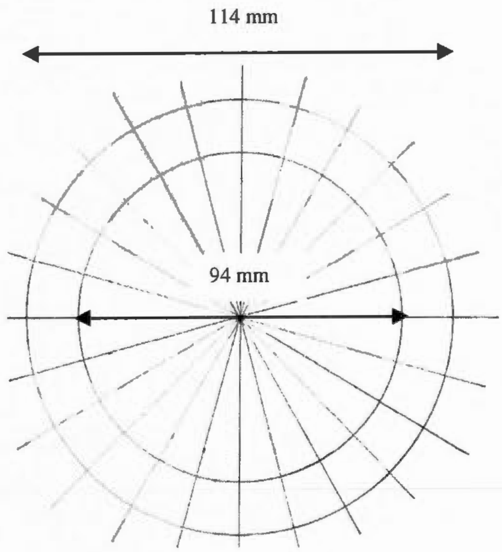


Figure 4.55 : Tropique du Cancer de la sphère armillaire – 1

f. En se référant à la figure 4.56 à la page suivante, indiquez les graduations aux endroits appropriés;

g. Après avoir vérifié qu'il n'y a pas d'erreur, tracez les lignes et les graduations à l'aide d'un crayon feutre à pointe très fine. Il n'est pas conseillé de tracer les cercles A et B au crayon feutre puisque ce ne sont que des lignes de coupes;

h. Toujours en se référant à la figure 4.56 à la page suivante, tracez à la mine les particularités (près des graduations 6 et 18); ceci sera nécessaire pour l'étape 10 (*Coupe*, p. 247).

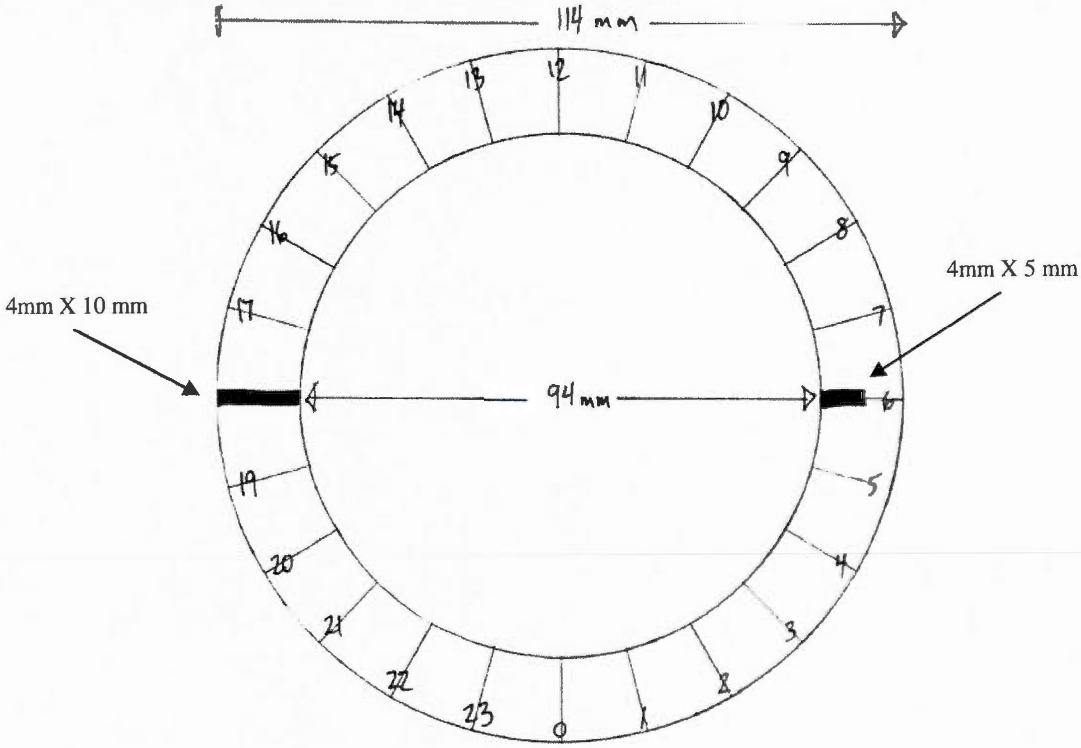


Figure 4.56 : Tropique du Cancer de la sphère armillaire – 2

Étape 9 : Tropique du Capricorne

Toujours au crayon à la mine, il faut tracer le cercle représentant le tropique du Capricorne sur un des deux morceaux de 13 cm x 13 cm (morceau I).

Pour tracer le tropique du Capricorne, voici les étapes à suivre :

a. À l'aide d'un compas, tracez un cercle A ayant un rayon de 114 mm et de centre C;
b. Bien identifier le centre C;
c. Toujours à l'aide d'un compas, tracez un cercle B ayant un rayon de 94 mm et de centre C également;
d. À l'aide d'une règle, tracez le diamètre du cercle A en s'assurant qu'il passe bien par le centre C;

e. Tracez ensuite six autres diamètres à 15° d'intervalle (voir la figure 4.57 ci-dessous);

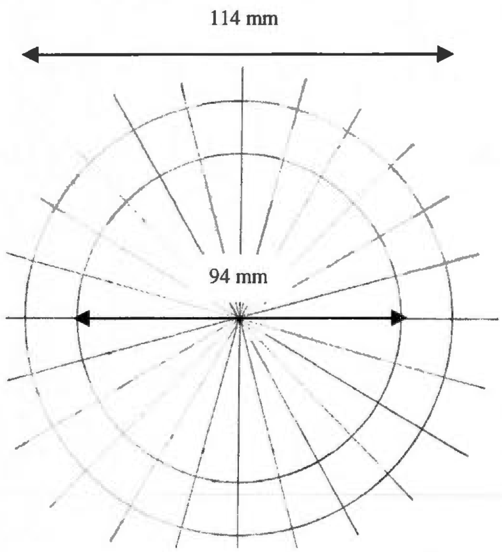


Figure 4.57 : Tropique du Capricorne de la sphère armillaire – 1

f. En se référant à la figure 4.58 à la page suivante, indiquez les graduations aux endroits appropriés;

g. Après avoir vérifié qu'il n'y a pas d'erreur, tracez les lignes et les graduations à l'aide d'un crayon feutre à pointe très fine. Il n'est pas conseillé de tracer les cercles A et B au crayon feutre puisque ce ne sont que des lignes de coupes;

h. Toujours en se référant à la figure 4.58 à la page suivante, tracez à la mine les particularités (près des graduations 6 et 18); ceci sera nécessaire pour l'étape 10 (*Coupe*, p. 247).

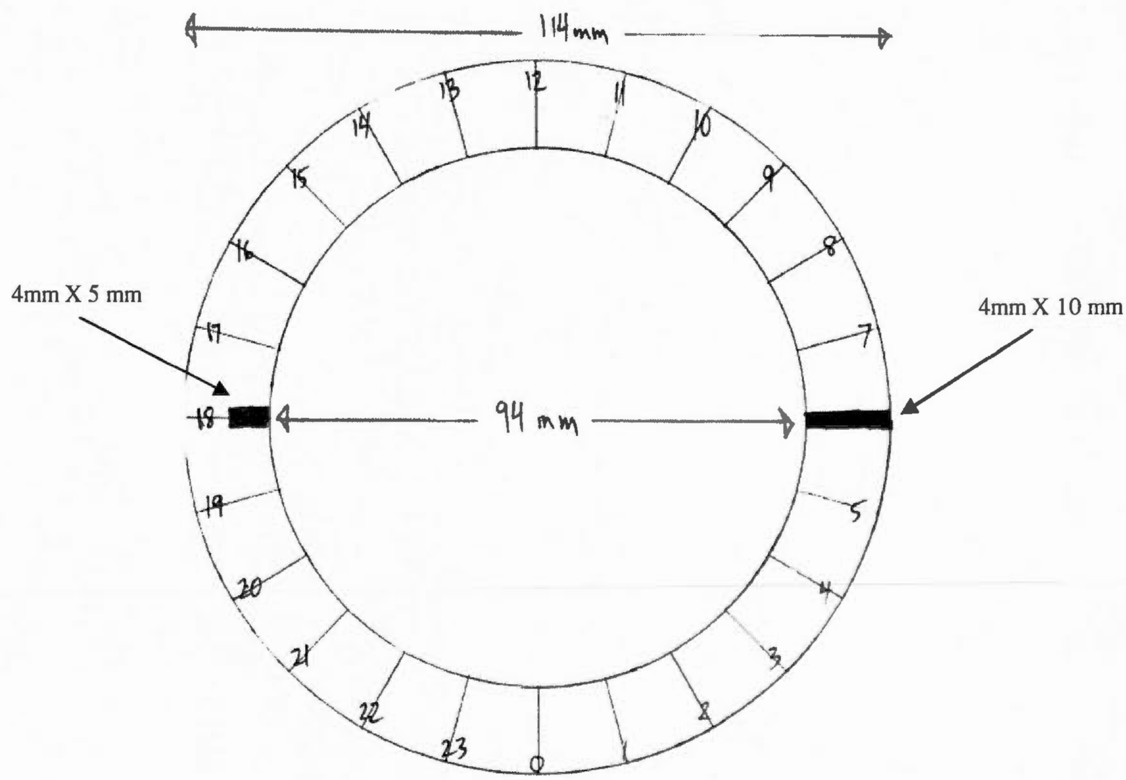


Figure 4.58 : Tropique du Capricorne de la sphère armillaire – 2

Étape 10 : Coupe

Maintenant que les pièces sont tracées, il faut les couper à l'aide d'une scie sauteuse (ou d'une scie à chantourner électrique). Il est peut-être préférable de faire couper les pièces ailleurs avant de continuer l'activité, car cette étape est très longue et nécessite beaucoup de minutie. En ce qui a trait aux particularités mentionnées aux points h des étapes 3 à 9, voici ce qu'il faut comprendre :

a. Pour l'étape 3 (*Horizon local fixe*, p. 235), ce qui est entièrement noir est à enlever;
b. Pour l'étape 4 (*Méridien*, p. 237), ce qui est entièrement noir représente un creux à faire pour que la partie qui dépasse des clous plantés dans le colure des équinoxes aux degrés 90 (voir *c* à la page suivante) puisse reposer dans ce creux. (Pour notre part, nous avons pris une perceuse électrique en utilisant le côté de la mèche.);

c. Pour l'étape 5 (*Colure des équinoxes*, p. 239), ce qui est entièrement noir est à enlever; il faut également planter les deux clous aux degrés 90;
d. Pour l'étape 6 (*Équateur céleste*, p. 241), ce qui est entièrement noir est à enlever;
e. Pour l'étape 7 (*Écliptique*, p. 243), ce qui est entièrement noir est à enlever. Lorsque que ce sera fait, l'écliptique sera en deux morceaux;
f. Pour l'étape 8 (*Tropique du Cancer*, p. 245), ce qui est entièrement noir est à enlever;
g. Pour l'étape 9 (*Tropique du Capricorne*, p. 247), ce qui est entièrement noir est à enlever.

Étape 11 : Assemblage

Il ne reste maintenant qu'à assembler votre sphère armillaire. Voici comment faire :

a. À l'aide de colle à bois, fixez ensemble les deux pièces de la base;
b. Toujours à l'aide de colle à bois, fixez l'horizon local sur la base; la base est maintenant terminée (voir la figure 4.59 ci-dessous);

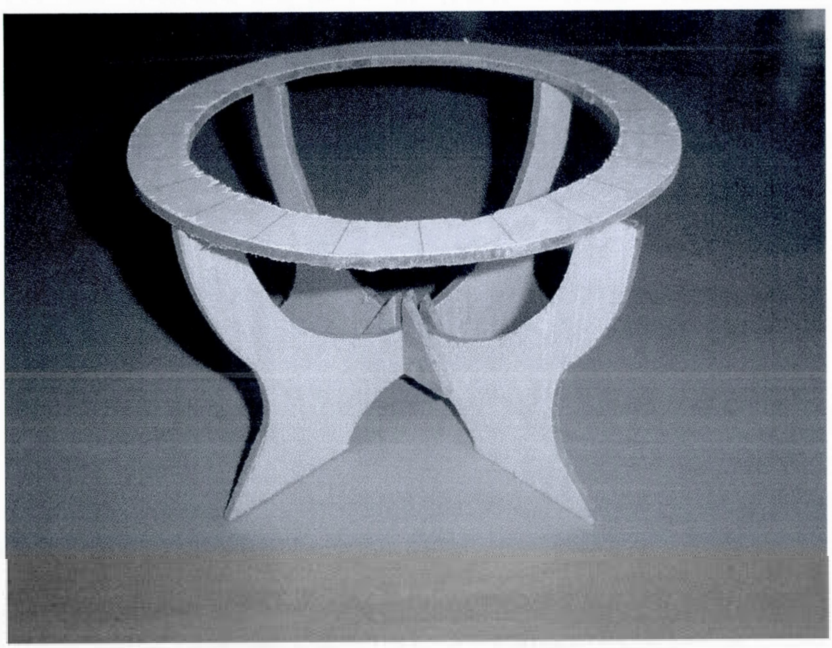


Figure 4.59 : Base et horizon local fixe de la sphère armillaire

c. Pour le moment, laissez de côté le méridien;
d. À l'aide du fusil à colle chaude, fixez maintenant l'équateur céleste au colure. (Pour notre part, nous avons cependant d'abord fixé toutes les pièces restantes avec de la gommette; cela aide grandement.);
e. Fixez maintenant les deux tropiques au colure;
f. Fixez les deux morceaux de l'écliptique au colure. L'appareil (la partie qui peut tourner et qui est composée du colure, des deux tropiques et de l'écliptique) est maintenant terminé;
g. Posez maintenant la partie des clous qui dépasse sur le colure des équinoxes dans les creux faits aux degrés 0 du méridien. Par la suite il faut coller un bout de carton fort par-dessus les clous en faisant attention de ne mettre la colle que de chaque côté des clous. Si on met de la colle sur les clous, l'appareil ne pourra pas tourner;

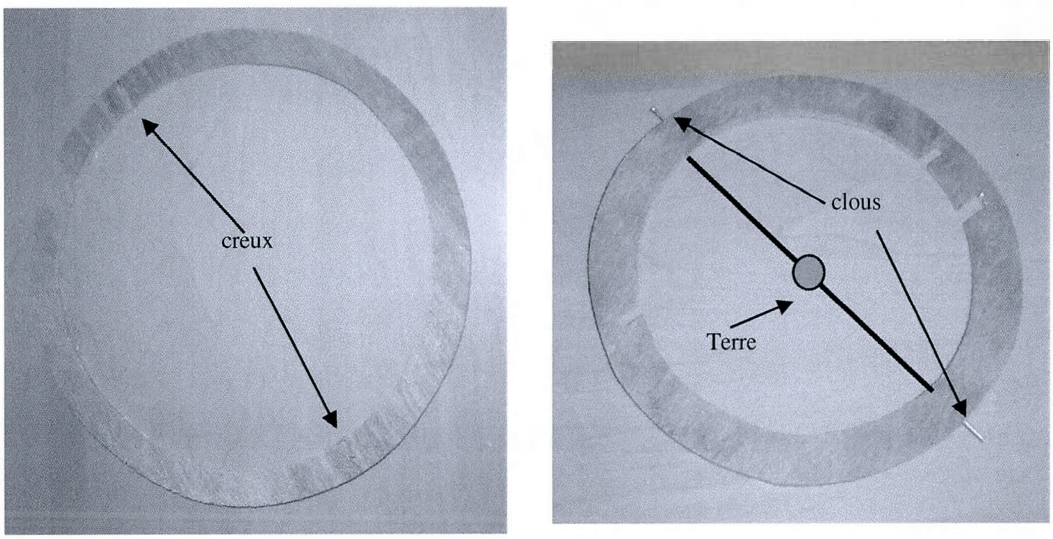


Figure 4.60 : Méridien et colure de la sphère armillaire

h. Finalement, après avoir passé la brochette en bois au travers de la boule de « stirofoam » représentant la Terre, fixez le tout à l'intérieur du colure (voir la figure 4.61 à la page suivante).

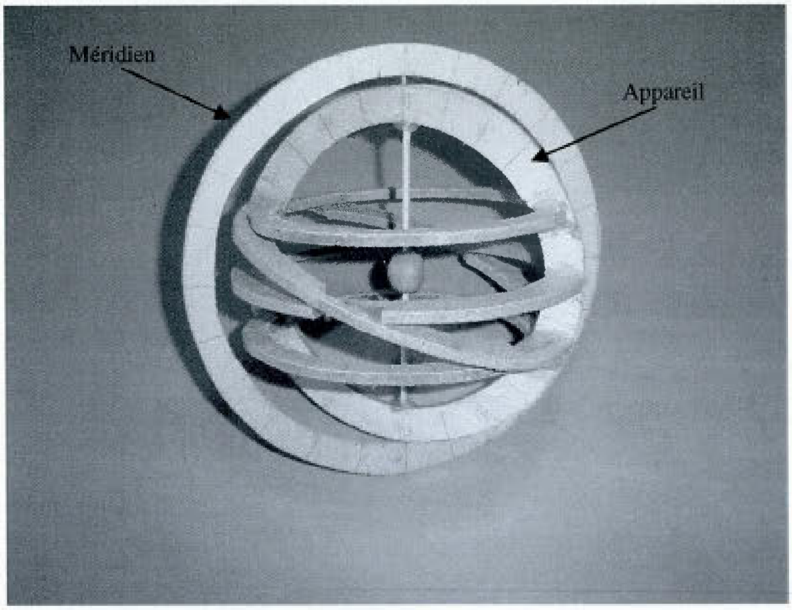


Figure 4.61 : Appareil et méridien de la sphère armillaire

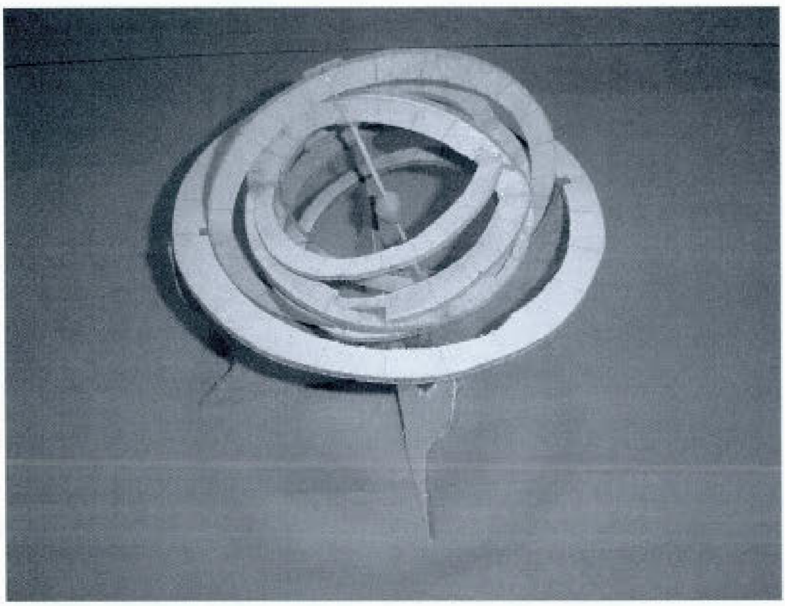


Figure 4.62: Sphère armillaire – 2

Le résultat à la figure 4.62 ci-dessus est peu esthétique, car il est le résultat de nombreux essais et erreurs qui ont été nécessaire pour déterminer les différentes étapes de cette activité. Comme notre but n'était pas l'esthétisme, nous n'avons pas jugé bon de construire une nouvelle sphère armillaire. Cependant, cela donne une très bonne idée de ce qu'aura l'air la sphère armillaire une fois terminée.

4.4.4.2 Activité 2 : Utilisation de la sphère armillaire

Cette activité consiste à faire utiliser par les élèves la sphère armillaire en bois qu'ils ont construite à l'étape précédente. Cette activité cible surtout la fin du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 4.4.1, 4.4.2 et 4.4.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation de la sphère armillaire. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #6 à l'appendice B peut être utile. Si l'activité de construction de la sphère armillaire a été faite (4.4.4.1), revenir sur cette étape et mentionner qu'on va maintenant utiliser l'instrument construit.

Étape 1 : L'exploration

Laisser les élèves manipuler la sphère et échanger des observations.

Étape 2 : Les questions

Poser des questions aux élèves en lien avec la manipulation de la sphère armillaire. Voici quelques exemples de questions :

a. Demander aux élèves de placer la sphère armillaire pour illustrer la position de quelqu'un vivant au pôle nord (latitude 90°). (L'axe représenté par la brochette de bois doit alors être vertical et c'est la graduation 90 du méridien qui est à l'horizon local.)[81]

[81] Les graduations sur le méridien ont été placées afin de pouvoir incliner l'appareil de bon nombre de degrés. Comme le point de repère lorsqu'on veut savoir si l'appareil est incliné du bon nombre de degrés est l'horizon local fixe, les graduations sont donc placées à l'inverse de la façon dont elles sont placées sur le colure.

Par la suite, leur demander de poser un bout de gommette sur une date de l'écliptique et de faire tourner l'appareil. Par exemple, si la gommette a été posée sur le 22 décembre (270°), les élèves devraient remarquer que le soleil (représenté par la gommette) ne passe jamais au-dessus de l'horizon; c'est pourquoi il fait toujours nuit le 22 décembre au pôle nord. Par contre, si la gommette a été posée le 22 juin (90°), ce sera le contraire. En faisant tourner l'appareil, on s'aperçoit que le soleil ne descend jamais au-dessous de l'horizon; c'est donc toujours le jour le 22 juin au pôle nord.

b. Demander aux élèves s'ils sont capables de savoir combien de temps dure le jour le 20 janvier à Montréal. Pour ce faire, ils devront placer d'abord l'appareil à la bonne latitude (environ 45°), placer une gommette sur l'écliptique à la date du 20 janvier et faire tourner l'appareil tout en observant où exactement le soleil, représenté par la gommette, passe au-dessus de l'horizon et repasse au-dessous. Il ne reste qu'à compter le nombre d'heures entre le « lever » et le « coucher » du soleil.

En variant la latitude (inclinaison de l'appareil) ou la date (position de la gommette sur l'écliptique), les questions possibles sont très nombreuses. Il peut également être intéressant de demander aux élèves de libeller des questions possibles qu'ils pourront alors se poser les uns aux autres.

4.5 L'ASTROLABE

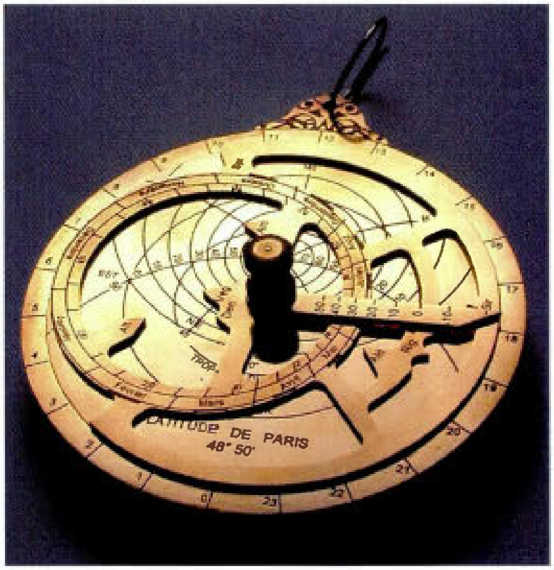


Figure 4.63 : Astrolabe
Source : voir appendice A

4.5.1 Origine et contexte historique

Selon Turner (1998), l'astrolabe aurait été introduit en Europe au X^e^ siècle par le peuple islamique en passant par l'Espagne. Cependant, son origine serait grecque et remonterait à une période précédant de peu le début de l'ère chrétienne. Dans Hébert 2004, Carmelle Mira apporte une précision supplémentaire : ce serait Gerbert d'Aurillac, pape sous le nom de Sylvestre II, qui serait à l'origine de la découverte de l'astrolabe par l'occident chrétien. Ce magnifique instrument a été fabriqué jusqu'au XVII^{e} siècle en Europe occidentale et jusqu'au XX^{e} siècle dans certaines contrées islamiques. De plus, il aurait été utilisé par plusieurs marins jusqu'à la fin du XIX^{e} siècle. L'origine de son nom vient du grec *astrolabus* qui signifie *instrument pour prendre les étoiles*.

4.5.2 Description

Tout comme pour la sphère armillaire, l'astrolabe est basé sur un modèle géocentrique de l'univers. Il est l'équivalent, en deux dimensions, de la sphère armillaire qui elle est en trois dimensions (voir description de la sphère armillaire à la section 4.4.2). Pour passer de trois à deux dimensions, on fait une projection de la sphère céleste sur le plan de l'équateur céleste en utilisant la projection stéréographique. Déjà utilisé par Hipparque au II^e siècle avant J.-C., le principe de la projection stéréographique est complexe, mais très intéressant. Les activités 1 (4.5.4.1) et 2 (4.5.4.2) proposent des exercices qui permettent de comprendre ce principe.

La projection stéréographique peut être illustrée de la façon suivante, en partant du principe que l'on regarde la sphère céleste à partir du pôle sud céleste qui est l'équivalent sur la sphère céleste du pôle sud terrestre. Le point A' est donc là où l'on voit le point A sur le plan de l'équateur céleste lorsque notre œil est situé au pôle sud céleste. Plus précisément, il se situe à l'intersection de la droite SA et du plan de l'équateur céleste. La figure 4.64 ci-dessous illustre bien ceci :

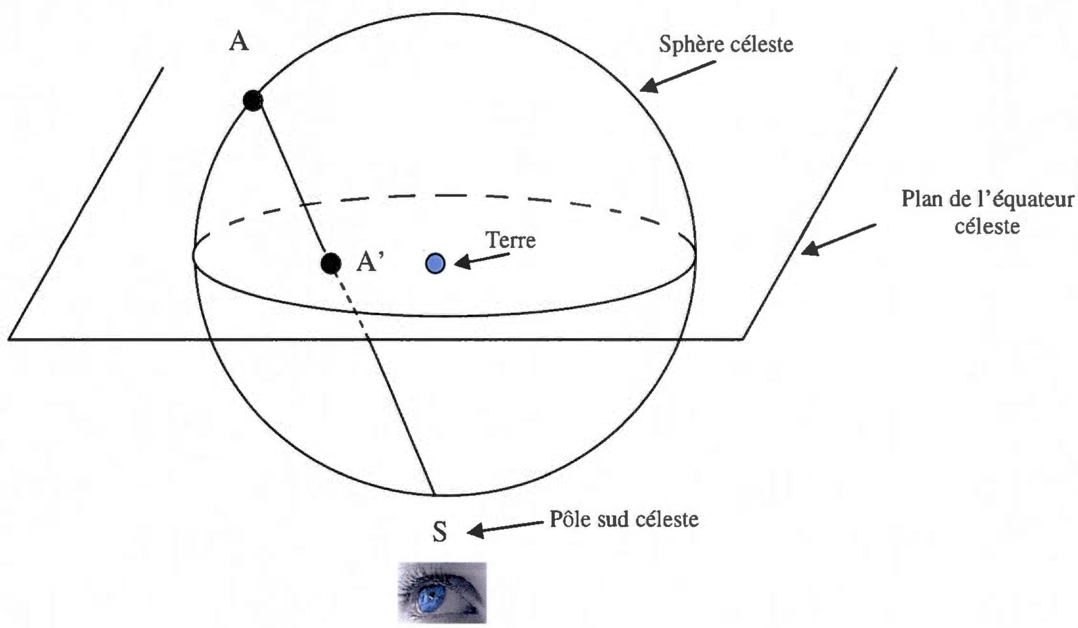


Figure 4.64 : Projection stéréographique – 1
Source : voir appendice A

Lors de la projection stéréographique, la Terre et le pôle nord céleste deviennent le point central de l'astrolabe.

L'astrolabe était habituellement fait en cuivre et plus rarement en argent. Il est constitué d'abord de la matrice, quelquefois appelée *mère*, sur le pourtour de laquelle on trouve des divisions pour les 24 heures. Sur cette matrice, il y a le tympan qui est fixe et qui diffère selon la latitude du lieu où l'on se trouve. C'est grâce au tympan qu'on peut se repérer par rapport à la hauteur des astres. Par-dessus le tympan, on place l'araignée qui représente la sphère céleste et qui tourne en 24 heures autour du point central représentant la Terre et le pôle nord céleste confondus. Pour terminer, on retrouve au dos de la matrice une alidade munies de deux pinnules qui sert à viser les astres. Le dos de la matrice est agrémenté d'un quadrant divisé en degrés qui donne la hauteur de l'astre visé.

4.5.3 Utilisation

L'astrolabe avait plusieurs utilités. Il permettait de savoir l'heure, de prévoir des phénomènes astronomiques et de trouver la latitude pour s'orienter. Il était également utilisé pour dresser des horoscopes, pour mesurer des hauteurs inaccessibles, pour la topographie et même en architecture par le biais entre autres de son apport à l'élaboration de la théorie de la perspective utilisée en peinture.

4.5.4 Activités[82]

Les activités 1 (4.5.4.1) et 2 (4.5.4.2) sont préalables aux autres activités portant sur l'astrolabe. Elles permettent de comprendre le principe de la projection stéréographique; principe qui est à la base de la construction de l'astrolabe.

4.5.4.1 Activité 1 : La projection stéréographique 1[83]

Avant l'activité

En se référant à 4.5.1, 4.5.2 et 4.5.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation de l'astrolabe. Cette activité cible surtout la fin du secondaire.

---

[82] En soutien aux activités avec l'astrolabe, vous trouverez la fiche #7 à l'appendice B.

[83] Cette activité est inspirée de Dutarte et al (2000)

La figure 4.65 ci-dessous illustre bien la projection stéréographique.

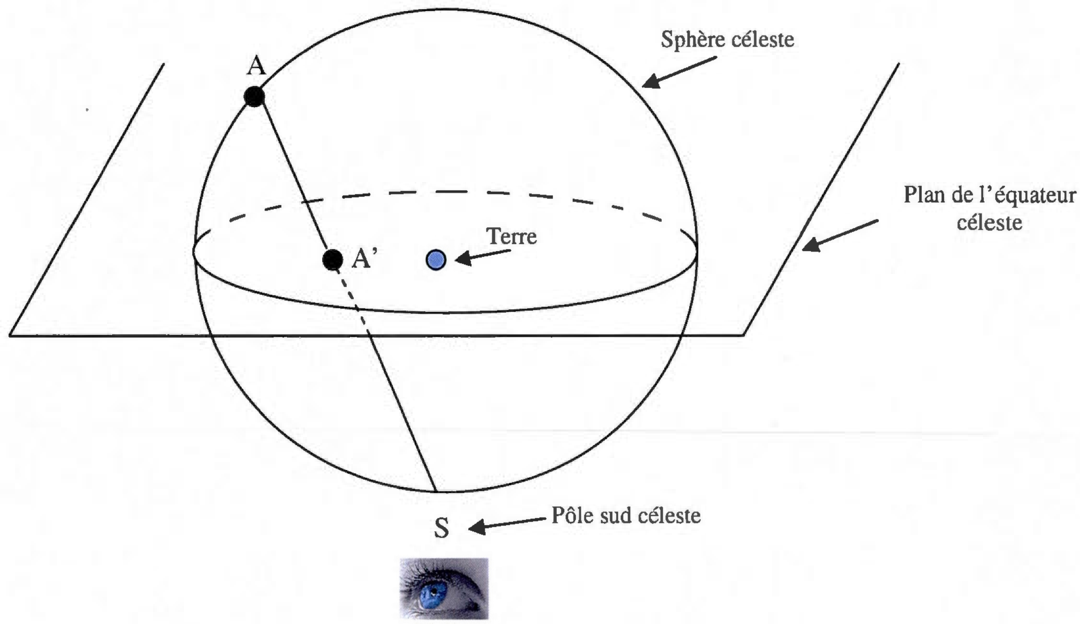


Figure 4.65 : Projection stéréographique – 2
Source : voir appendice A

On part du principe que l'on regarde la sphère céleste à partir du pôle sud céleste qui est l'équivalent sur la sphère céleste du pôle sud terrestre. Le point A' est donc là où l'on voit le point A sur le plan de l'équateur céleste lorsque notre œil est situé au pôle sud céleste. Plus précisément, il se situe à l'intersection de la droite SA et du plan de l'équateur céleste.

Commencer par montrer la figure 4.65 ci-dessus aux élèves en leur expliquant le principe de la projection stéréographique. Par la suite, demander aux élèves de tracer les projections des points A, B et C dans la figure 4.66 à la page suivante[84].

[84] Il est cependant important de spécifier que la figure montrée aux élèves ne doit pas comprendre les droites SA, SB, SC' ainsi que les points A', B', C' puisque c'est le but de cette activité.

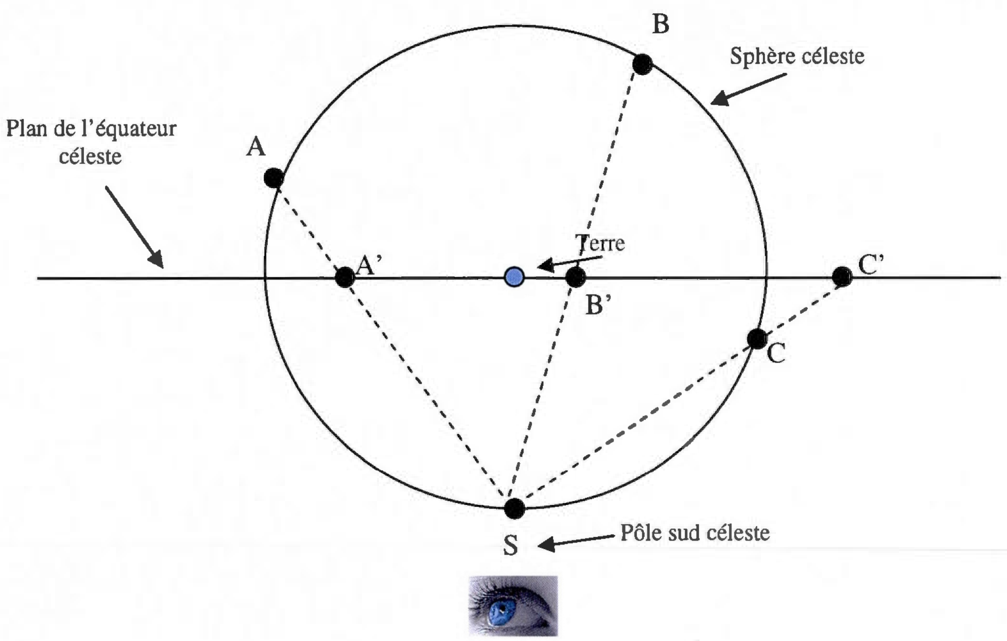


Figure 4.66 : Projection stéréographique – activité 1 (4.5.4.1)
Source : voir appendice A

Demander aux élèves ce qu'ils remarquent de la projection du point C.

4.5.4.2 Activité 2 : La projection stéréographique 2[85]

Demander aux élèves de tracer la projection du point A dans la figure 4.67 à la page suivante[86]. Par la suite, leur demander de montrer que OA' = R tan (45° - x/2) où R est le rayon de la sphère céleste et x l'angle AOA'.

---

[85] Cette activité est inspirée de Dutarte et al (2000)

[86] Il est cependant important de spécifier que la figure montrée aux élèves ne doit pas comprendre la droite SA ainsi que le point A' puisque c'est un des buts de cette activité.

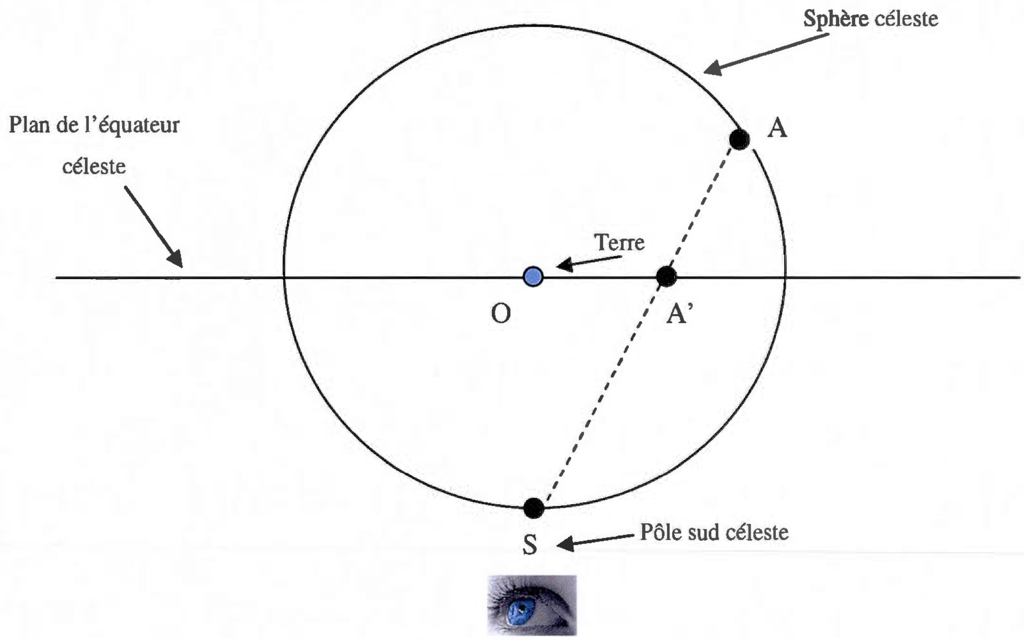


Figure 4.67 : Projection stéréographique – activité 2 (4.5.4.2)
Source : voir appendice A

Si nécessaire, on peut donner des indices :

- 1er indice : le triangle SOA est isocèle en O;
- 2e indice : Comme le triangle SOA est isocèle en O, l'angle OSA' est égal à l'angle OAA';
- 3e indice : Comme l'angle OSA' est égal à l'angle OAA' et que l'angle SOA' est égal à 90°, on peut dire que deux fois l'angle OSA' = 180° - (90° + x) où x est l'angle AOA'. Donc, l'angle OSA' = 90° - 45° - x/2 = 45° – x/2;
- 4e indice : Dans le triangle rectangle A'OS, tan OSA' = OA'/R. Comme on sait (voir indice précédent) que l'angle OSA' = 45° – x/2, on peut dire que OA'/R = tan (45° – x/2) et donc que OA' = R tan (45° – x/2).

Nous venons de déterminer la formule pour déterminer la distance OA'.

4.5.4.3 Activité 3 : Construction d'un astrolabe[87]

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un astrolabe en carton. Cette activité est très intéressante, car elle permet d'avoir une reproduction d'un des plus beaux instruments mathématiques historiques. En effet, avec la sphère armillaire, l'astrolabe est l'instrument mathématique historique le plus populaire. Comme avec la sphère armillaire, les liens historiques qu'on peut faire tout au long de l'activité aident à faire voir aux élèves les liens existant entre les mathématiques et l'histoire. Cette construction d'un astrolabe en carton est assez facile, car les calculs sont déjà faits et les pièces à reproduire se retrouvent à l'appendice E et sont à l'échelle. De plus, les coûts sont minimes; cela permet donc de faire un astrolabe par élève. Cette activité cible la fin du secondaire, surtout parce qu'il est conseillé de la faire suivre des autres activités portant sur l'astrolabe.

Il est cependant important de spécifier que cette activité n'est pas très riche mathématiquement, car elle ne consiste qu'à assembler les différentes pièces de l'astrolabe. C'est cependant un bon préalable aux activités 4 (4.5.4.4) et 5 (4.5.4.5), car cela permet de donner plus de sens à ces activités qui sont assez complexes.

<u>Matériel nécessaire (pour un astrolabe) :</u>

- Trois cartons épais 8½ x 11 (mais pouvant passer dans le photocopieur) : trois couleurs différentes;
- De la colle à papier;
- Une attache parisienne (si possible avec tige ronde);
- Un bout de ficelle.

<u>Outils nécessaires</u>

- Des ciseaux ordinaires;
- Des petits ciseaux pointus;
- Un poinçon à petit trou;
- Un petit clou.

---

[87] Cette activité est tirée de Dutarte et al (2000)

Avant l'activité

En se référant à 4.5.1, 4.5.2 et 4.5.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation de l'astrolabe. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #7 à l'appendice B peut être utile.

Étape 1 : La préparation

La première étape consiste à photocopier les pièces de l'astrolabe (voir appendice E) sur le carton. Il faut photocopier les deux côtés de la matrice et l'index (figures E.1, E.2 et E.3) sur une des trois couleurs, le tympan (figure E.4 ou E.7[88]) sur une autre couleur puis l'araignée et l'alidade (figures E.5 et E.6) sur la dernière couleur.

Étape 2 : Le découpage

Il faut maintenant découper les pièces. C'est un travail minutieux, surtout lors du découpage de l'araignée. L'alidade et l'index doivent être doublés pour plus de résistance; il faut donc en découper deux exemplaires.

Étape 3 : L'assemblage

Voici les étapes à suivre pour assembler l'astrolabe :

a. À l'aide de la colle à papier, collez dos à dos les deux faces de la matrice;
b. À l'aide du poinçon à petit trou, percez le haut de la matrice, là où nous mettrons plus tard la ficelle;
c. À l'aide du petit clou, percez un trou au centre des pièces suivantes : la matrice, le tympan, l'araignée et l'alidade;
d. Toujours à l'aide du petit clou, percez le centre du cercle situé au bout de l'index;

---

[88] La figure E.4 représente un tympan à la latitude de Paris et la figure E.7 représente un tympan à la latitude de Montréal. Il est également possible de faire construire aux élèves le tympan à la latitude de Montréal en se référant à l'activité 4 (4.5.4.4). Pour toute autre latitude, se référer également à l'activité 4 (4.5.4.4) qu'on peut adapter.

e. Enfilez votre attache parisienne sur l'index, puis sur l'araignée, ensuite sur le tympan, puis sur la matrice et finalement sur l'alidade;
f. Repliez les bouts de l'alidade;
g. Passez une ficelle dans le trou au haut de la matrice.

4.5.4.4 Activité 4 : Construction d'un tympan à la latitude de Montréal

Cette activité permet de construire un tympan à la latitude de Montréal. Cette activité cible surtout la fin du secondaire.

<u>Avant l'activité</u>

En se référant à 4.5.1, 4.5.2 et 4.5.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation de l'astrolabe. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #7 à l'appendice B peut être utile. Si l'activité de construction de l'astrolabe a été faite (4.5.4.3), revenir sur cette étape et mentionner qu'on va maintenant construire un tympan à la latitude de Montréal pour remplacer celui à la latitude de Paris.

Étape 1 – Les cercles « constants »

Il y a trois cercles qui ne dépendent pas de la latitude. Ce sont donc les premiers que nous tracerons. Ces trois cercles sont : l'*Équateur*, le *Tropique du Cancer* et le *Tropique du Capricorne*. De plus, l'un d'eux, le *Tropique du Capricorne*, déterminera la taille de notre astrolabe.

Commençons par l'équateur. Pour ne pas avoir à refaire les autres pièces de notre astrolabe, choisissons 4,13 cm comme rayon de l'équateur, ce qui est le rayon de l'équateur correspondant à la matrice de l'astrolabe construit lors de l'activité 3 (4.5.4.3).

Par la suite, nous devons utiliser la formule suivante pour déterminer le rayon des deux autres cercles constants :

$$R \tan (45° - \delta/2)$$

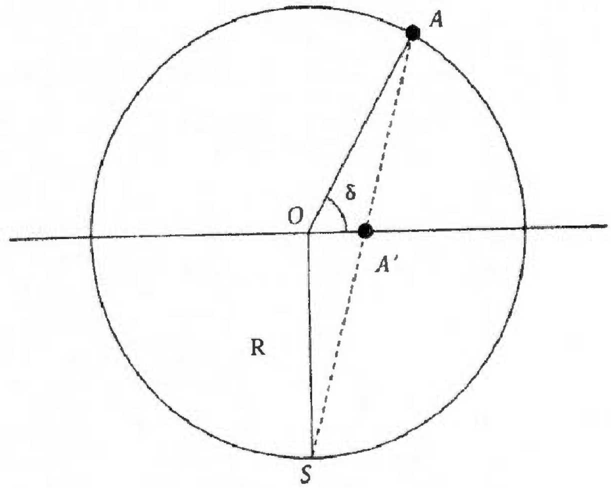


Figure 4.68 : Formule pour déterminer *OA'*
Dutarte (2006) – p. 158

Cette formule vient du fait que la distance OA' (distance entre le centre O et la projection de A sur le plan de l'équateur céleste) dépend de l'angle de déclinaison entre le point A à représenter et l'équateur. Dans la figure 4.68 ci-dessous, on a noté S le pôle sud, endroit d'où l'on tire les droites de projection, O le centre, A le point à être projeté et A' la projection de A sur le plan de l'équateur. De plus, on nomme R le rayon de la sphère céleste (qui est évidemment le même que celui de l'équateur céleste).

On peut aussi très bien voir que le triangle SOA est isocèle en O puisque OA = OS = R. On sait donc que les angles OAS et OSA sont égaux et valent chacun :

$$\frac{180 - (90 + \delta)}{2} = 45° - \delta / 2$$

Comme l'angle OSA' est égal aux angles OAS et OSA et qu'il fait partie du triangle OSA' qui a un angle droit, on peut dire que :

$$\tan (45° - \delta / 2) = OA' / R$$

Et on peut donc conclure que :

$$OA' = R \tan (45° - \delta / 2)$$

Appliquons cette formule au Tropique de Cancer. Comme ce dernier est situé dans l'hémisphère nord, sa déclinaison est d'environ 23,5°. Le calcul nous donne donc un rayon d'environ 2,71 cm.

$$OA' \approx 4{,}13 \tan (45° - 23{,}5° / 2)$$
$$OA' \approx 2{,}71 cm$$

En ce qui concerne le Tropique du Capricorne, situé dans l'hémisphère sud et qui a une déclinaison d'environ -23,5°, le calcul du rayon nous donne :

$$OA' \approx 4{,}13 \tan (45° + 23{,}5° / 2)$$
$$OA' \approx 6{,}30 cm$$

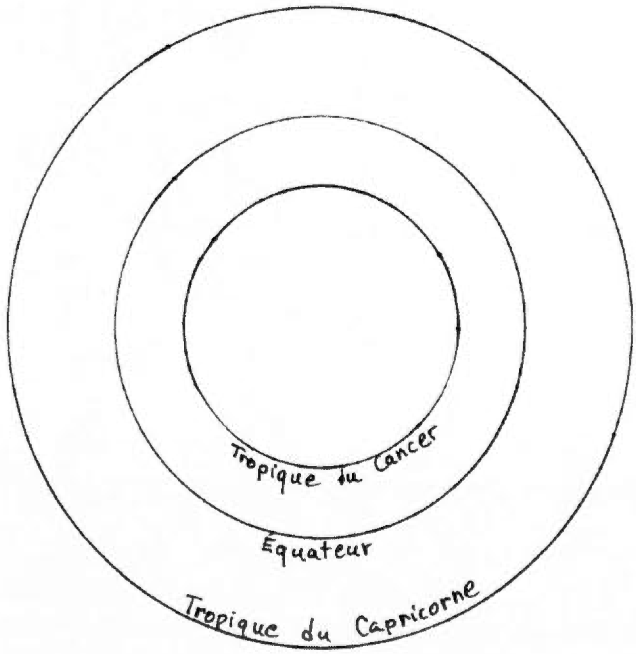


Figure 4.69 : Tympan de l'astrolabe – cercles constants

Étape 2 – Les cercles d'égale hauteur (almucantarats) - calculs

Formules[89]

- Pour trouver la distance de O au centre de l'almucantarat :

$$\Rightarrow \text{R} \cos\varphi \,/\, (\sin\varphi + \sin h)$$

- Pour trouver le rayon de l'almucantarat :

$$\Rightarrow \text{R} \cos h \,/\, (\sin\varphi + \sin h)$$

Faire calculer aux élèves les données nécessaires pour tracer les almucantarats. Voir le tableau 4.1 ci-dessous :

Tableau 4.1 : Astrolabe – Calculs pour les almucantarats

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Latitude de Montréal
45° 30' = 45,5° = φ</td></tr>
<tr><td>Hauteur h</td><td>Distance de O au centre de l'almucantarat
Formule :
4,13 • cos 45,5 / (sin 45,5 + sin h)</td><td>Rayon de l'almucantarat
Formule :
4,13 • cos h / (sin 45,5 + sin h)</td></tr>
<tr><td>0° (horizon)</td><td>4,06 cm</td><td>5,79 cm</td></tr>
<tr><td>10°</td><td>3,26 cm</td><td>4,59 cm</td></tr>
<tr><td>20°</td><td>2,74 cm</td><td>3,68 cm</td></tr>
<tr><td>30°</td><td>2,39 cm</td><td>2,95 cm</td></tr>
<tr><td>40°</td><td>2,13 cm</td><td>2,33 cm</td></tr>
<tr><td>50°</td><td>1,95 cm</td><td>1,79 cm</td></tr>
<tr><td>60°</td><td>1,83 cm</td><td>1,31 cm</td></tr>
<tr><td>70°</td><td>1,75 cm</td><td>0,85 cm</td></tr>
<tr><td>80°</td><td>1,70 cm</td><td>0,42 cm</td></tr>
<tr><td>90° (zénith)</td><td>1,69 cm</td><td>0</td></tr>
</table>

[89] Ces formules sont tirées de Dutarte (2000), p. 41

Étape 3 – Les cercles d'égale hauteur (almucantarats) – 0° et 90°

À cette étape, tracer les almucantarats pour les degrés 0 et 90. Remarquer que pour 90, c'est un simple point.

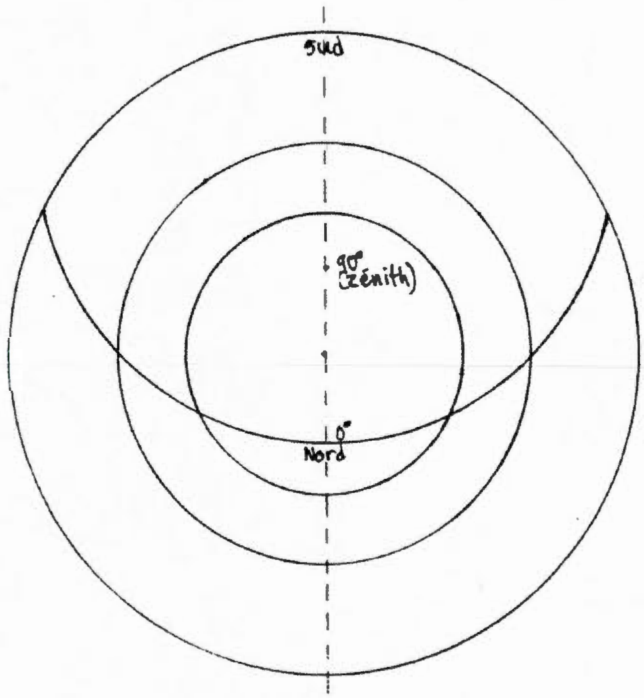


Figure 4.70 : Tympan de l'astrolabe – almucantarats – 0° et 90°

Étape 4 – La méridienne

Tracer maintenant la méridienne en partant de l'almucantarat pour le degré 0 (horizon) et en remontant vers le sud tout en passant par le centre et l'almucantarat du degré 90 (le zénith).

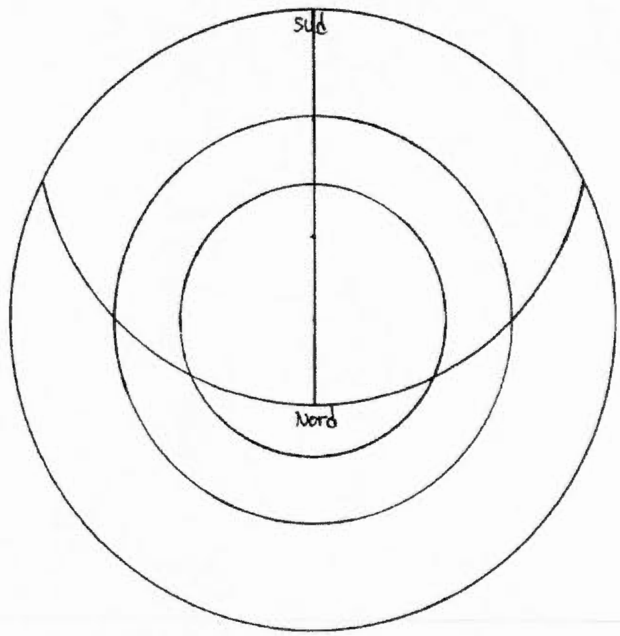


Figure 4.71 : Tympan de l'astrolabe – la méridienne

Étape 5 – Les cercles d'égale hauteur (almucantarats) – les autres degrés

À l'aide du tableau complété à l'étape 2, tracer les autres almucantarats.

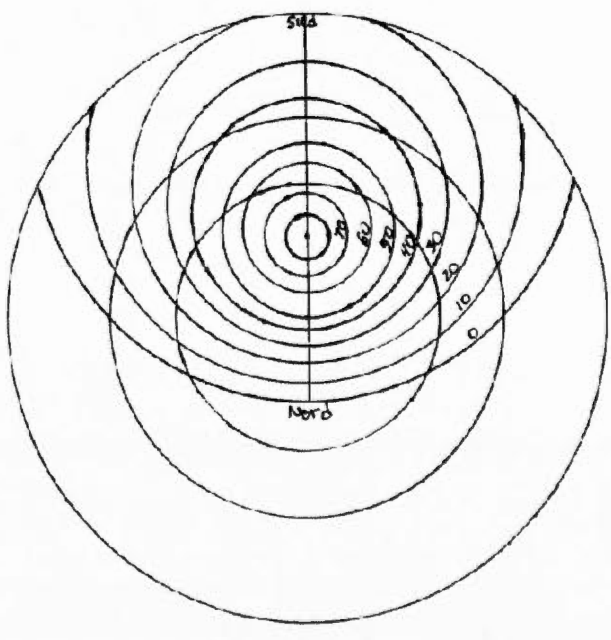


Figure 4.72 : Tympan de l'astrolabe – almucantarats – les autres degrés

Étape 6 – Cercle de l'arc est-ouest

Il faut maintenant tracer le cercle de l'arc est-ouest. Le centre O du cercle de l'arc est-ouest est situé sur la ligne méridienne à une distance *d* vers le nord du zénith par lequel il passe. Rappelons que le zénith est déterminé par l'almucantarat calculé à l'étape 3 pour une hauteur de 90° (un cercle de rayon 0 dont le centre est situé sur la méridienne à 1,69 cm vers le sud du centre O). La distance *d* correspond également au rayon de l'arc et se calcule de la façon suivante (Dutarte 2000, p. 41) :

$$d = (R/2) (\tan (45 - \varphi/2) + \tan (45 + \varphi/2))$$

$$d = (4{,}13/2) (\tan (45 - 45{,}5/2) + \tan (45 + 45{,}5/2))$$

$$d = (2{,}065) (\tan (22{,}25) + \tan (67{,}75))$$

$$d = 5{,}89 \text{ cm}$$

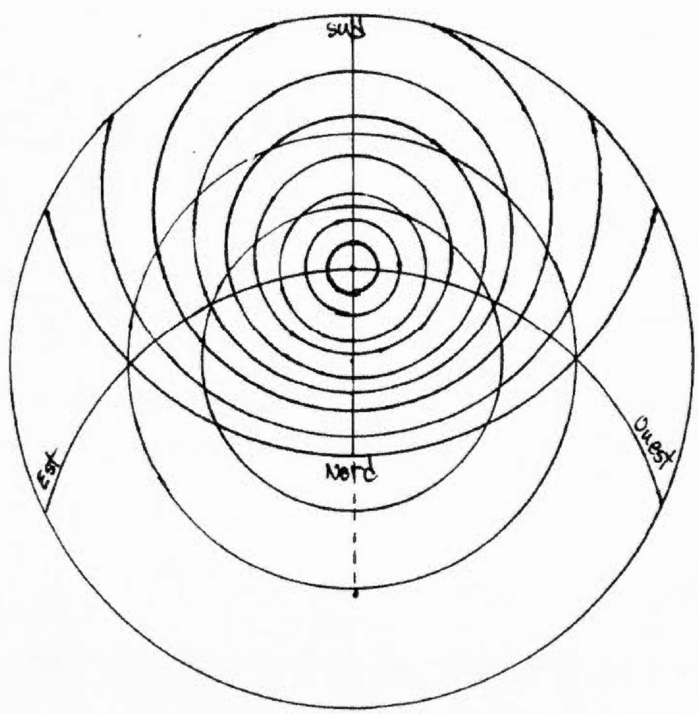


Figure 4.73 : Tympan de l'astrolabe – cercle de l'arc est-ouest

4.5.4.5 Activité 5 : Construction d'une araignée

Cette activité permet de construire une araignée. Bien que l'araignée ne dépende pas de la latitude et que nous en ayons une copie à l'échelle à l'appendice E, il peut être intéressant pour les élèves de la construire eux-mêmes. Cette activité cible surtout la fin du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 4.5.1, 4.5.2 et 4.5.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation de l'astrolabe. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #7 à l'appendice B peut être utile. Si l'activité de construction de l'astrolabe a été faite (4.5.4.3), revenir sur cette étape et mentionner qu'on va maintenant construire nous-même une araignée pour remplacer celle qui avait été photocopiée.

Étape 1 – Cercles constants

Comme pour le tympan, il faut commencer par tracer les cercles constants. On peut donc se référer à l'étape 1 de l'activité 4 (4.5.4.4).

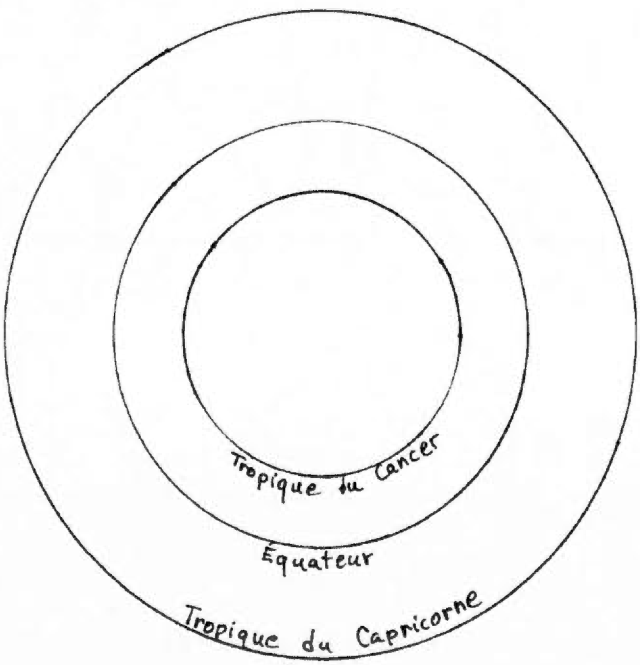


Figure 4.74 : Araignée de l'astrolabe – cercles constants

Étape 2 – Tracer l'écliptique

Il faut maintenant tracer l'écliptique. Le cercle de l'écliptique se situe entre les deux tropiques auxquels il est tangent. D'après les propriétés de la projection stéréographique, il faut donc, pour représenter l'écliptique sur l'araignée, tracer un cercle tangent aux deux tropiques.

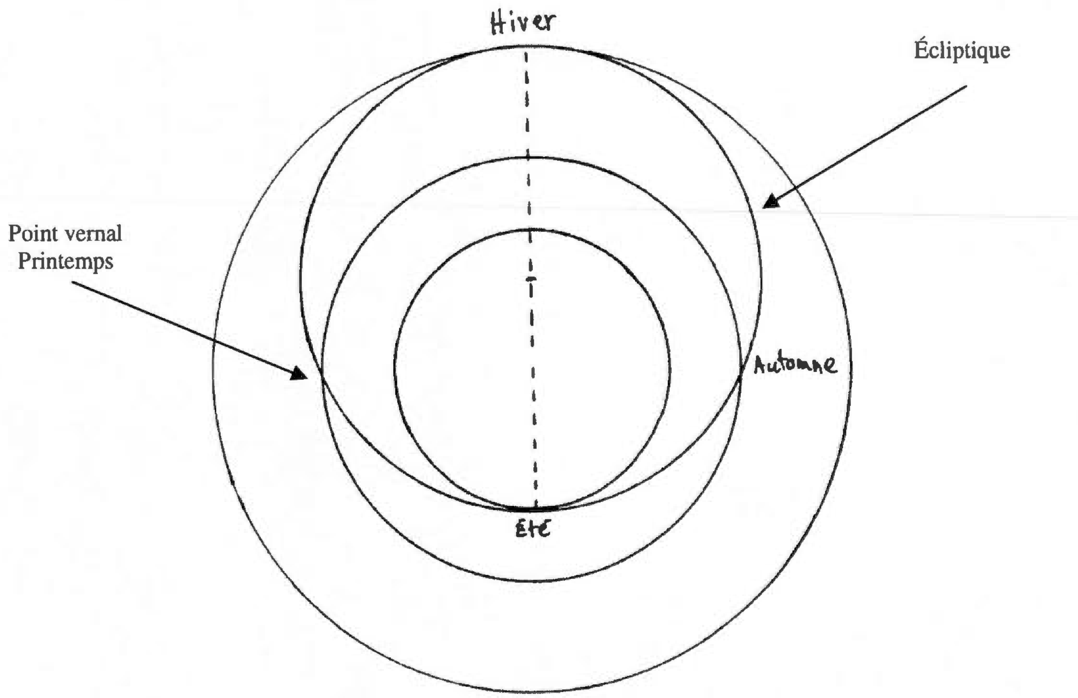


Figure 4.75 : Araignée de l'astrolabe – écliptique – 1

Étape 2 – Graduer l'écliptique

Il faut maintenant graduer l'écliptique en indiquant le premier jour de chaque mois. Dans le tableau suivant, les ascensions droites du soleil sont données en degrés par les éphémérides (tables des événements astronomiques), dans le sens direct à partir du point vernal.

Tableau 4.2 : Araignée de l'astrolabe – graduations pour l'écliptique

1er	Jan	Fév	Mar	Avr	Mai	Jun	Jui	Aou	Sep	Oct	Nov	Déc
≈	281,0	314,1	341,5	9,9	37,8	68,5	99,5	130,8	159,8	186,8	215,7	246,6

Il suffit donc maintenant d'aller placer ces graduations à l'aide d'un rapporteur d'angles.

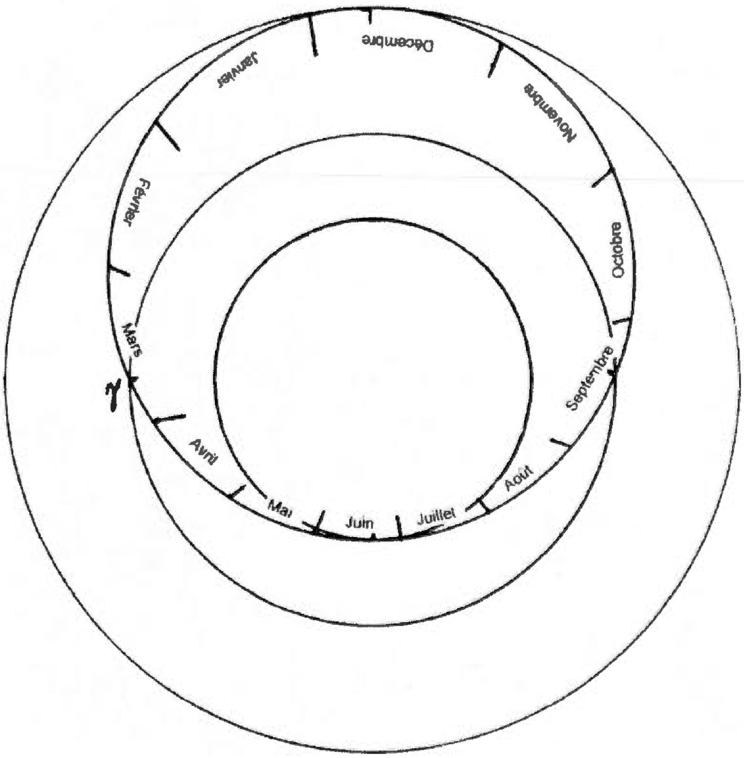


Figure 4.76 : Araignée de l'astrolabe – écliptique – 2

Étape 3 – Altaïr

Il faut maintenant situer les étoiles les unes par rapport aux autres. Commençons par Altaïr. Pour placer Altaïr, nous avons besoin de son ascension droite et de sa déclinaison. Spécifions ici que l'ascension droite et la déclinaison sont à la sphère céleste ce que sont la longitude et la latitude à la sphère terrestre. Pour Altaïr, l'ascension droite est d'environ 297,7° et sa déclinaison est d'environ 8,9°.

On commence par calculer OA' où A' représente la projection d'Altaïr sur le plan de l'équateur céleste. Pour ce faire, on utilise la formule connue[90] : OA' = R tan (45° – x/2). On a donc OA' = 4,13 tan (45 -8,9/2) = 3,53.

Par la suite, on trace à la mine (on devra l'effacer) un cercle de centre O et de rayon 3,53 cm et on place Altaïr sur ce cercle en tenant compte de son ascension droite en partant du point vernal.

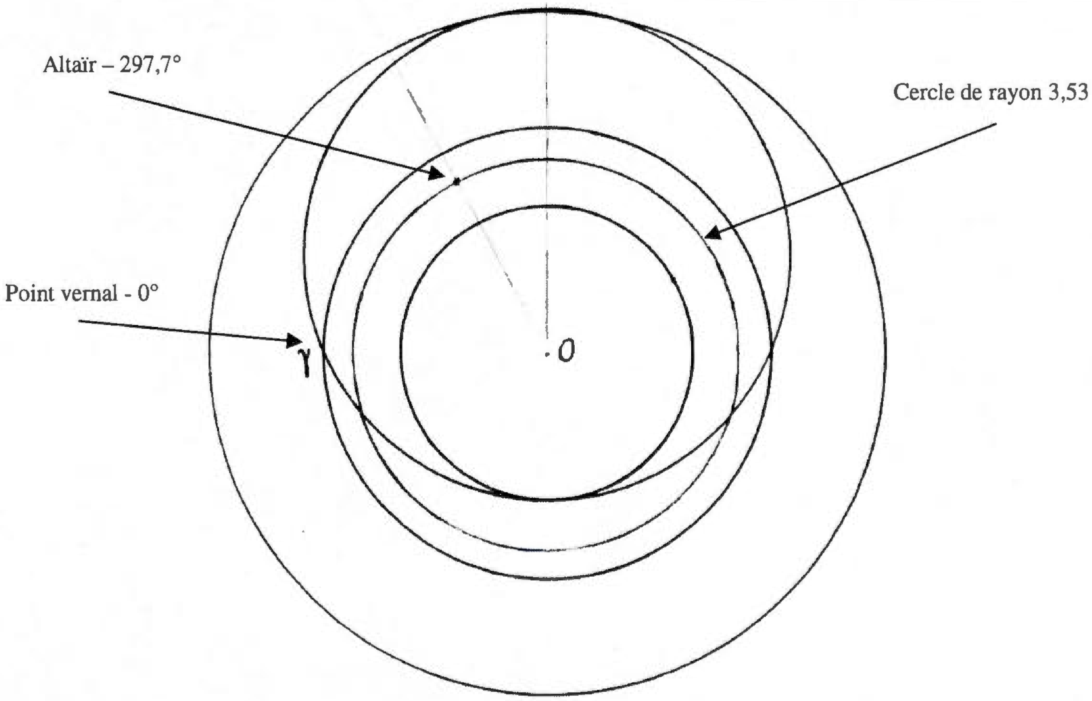


Figure 4.77 : Araignée de l'astrolabe – Altaïr

[90] Voir l'activité 2 (4.5.4.2)

Étape 4 – Les autres étoiles

Nous devons maintenant déterminer la position des autres étoiles en utilisant la même méthode. Dans le tableau 4.3 ci-dessous, nous avons les ascensions droites et les déclinaisons pour plusieurs étoiles. Il faut donc faire les calculs pour connaître OA' pour chacune de ces étoiles. Toutefois, dans le tableau 4.3, les réponses sont déjà là. Il est préférable d'effacer tout de suite le cercle tracé à la mine pour placer une étoile une fois que c'est fait, car sinon tout est surchargé et illisible.

Tableau 4.3 : Araignée de l'astrolabe – les autres étoiles

Étoile	Ascension droite	Déclinaison *(x)*	Distance *Formule : 4,13 • tan (45-x/2)*
Alderaban	69,0°	16,5°	3,08
Sirius	101,3°	-16,7°	5,55
Grande ourse	165,9°	61,8°	1,04
Spica	201,3°	-11,2°	5,03
Arcturus	213,9°	19,2°	2,94
Vega	279,2°	38,8°	1,98
Deneb	310,3°	45,3°	1,70

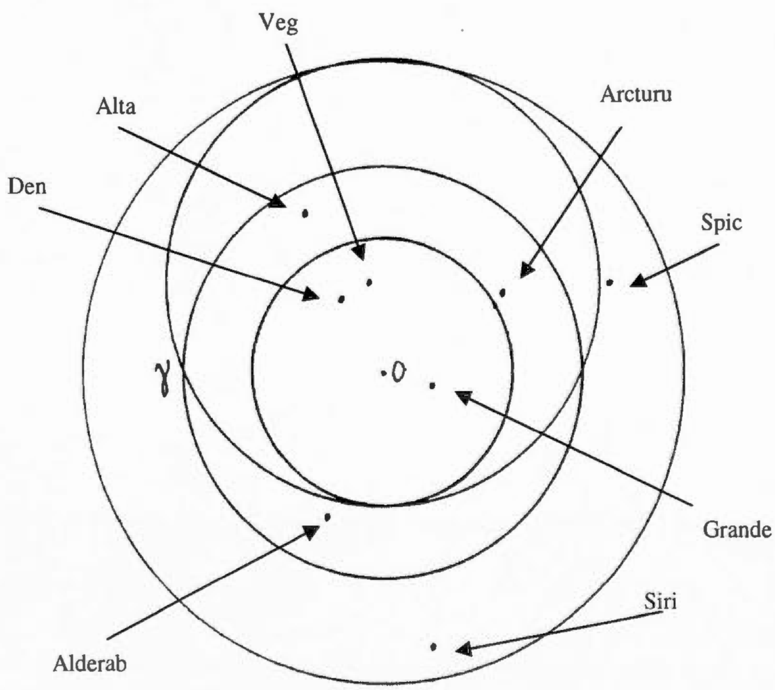


Figure 4.78 : Araignée de l'astrolabe – Les autres étoiles

Étape 5

Une fois toutes les étoiles placées, il faut maintenant ajourer l'araignée le plus possible afin de pouvoir voir le plus possible le tympan qui sera dessous. Afin de conserver la position des étoiles, il faut faire des pointes. Une photocopie sur une acétate serait aussi une possibilité, car l'araignée est très difficile à découper.

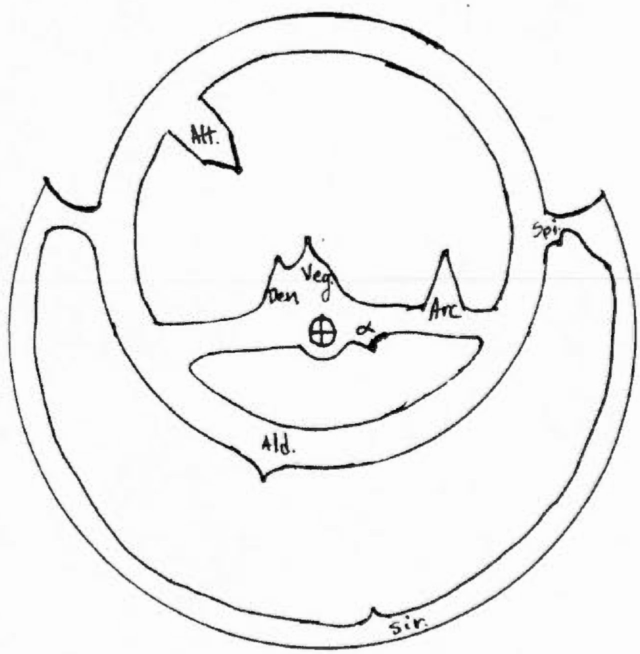


Figure 4.79 : Araignée de l'astrolabe

4.5.4.6 Activité : Utilisation de l'astrolabe

Cette activité consiste à faire utiliser par les élèves l'astrolabe qu'ils ont construit aux activités 3 (4.5.4.3), 4 (4.5.4.4) et 5 (4.5.4.5). Cette activité cible surtout la fin du secondaire.

Avant l'activité

En se référant à 4.5.1, 4.5.2 et 4.5.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation de l'astrolabe. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #7 à l'appendice B peut être utile. Si l'activité de construction de l'astrolabe a été faite, revenir sur cette étape et mentionner qu'on va maintenant utiliser l'instrument construit.

Étape 1 : L'exploration

Laisser les élèves manipuler l'astrolabe et échanger des observations.

Étape 2 : Les questions

Demander aux élèves à quelle heure se lève le soleil le 1er avril à Montréal. Pour ce faire, ils devront d'abord faire tourner l'araignée jusqu'à ce que la graduation représentant le 1er avril (prendre la graduation située sur le rebord extérieur de l'écliptique) croise le cercle représentant l'horizon sur le tympan (voir la figure 4.80 ci-dessous).

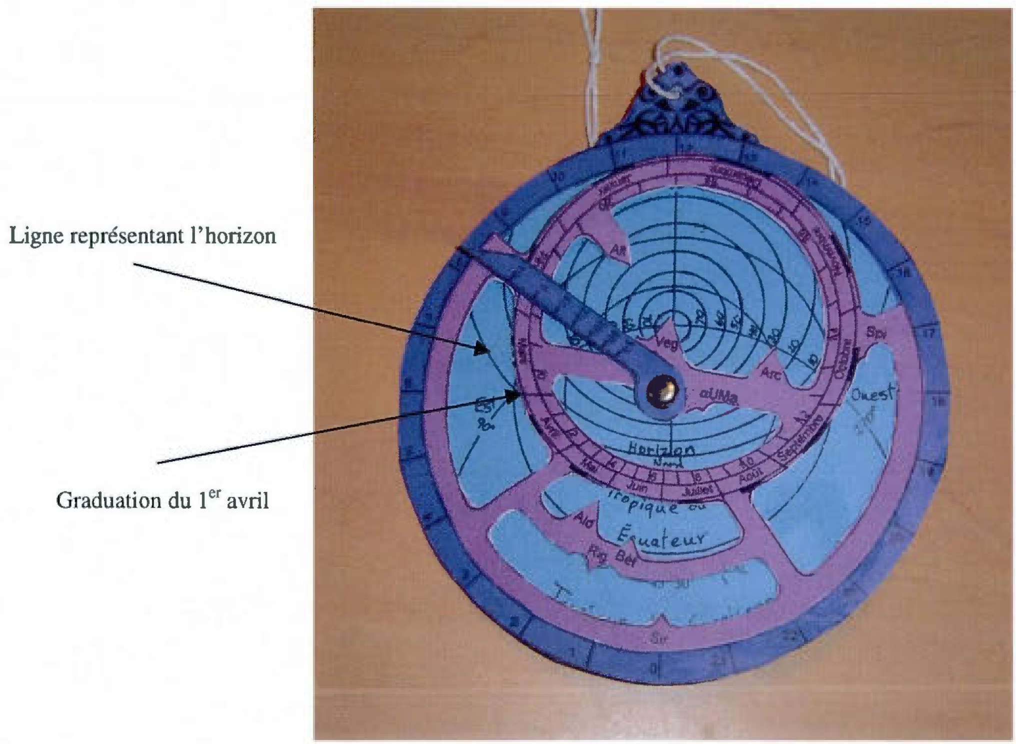


Figure 4.80 : Astrolabe – activité 6 (4.5.4.6) – 1

Ensuite, il ne reste qu'à placer l'index pour voir à quelle heure cela correspond. Dans ce cas-ci, l'heure du lever du soleil le 1er avril à Montréal est environ 6 h 00. (Voir la figure 4.81 à la page suivante)

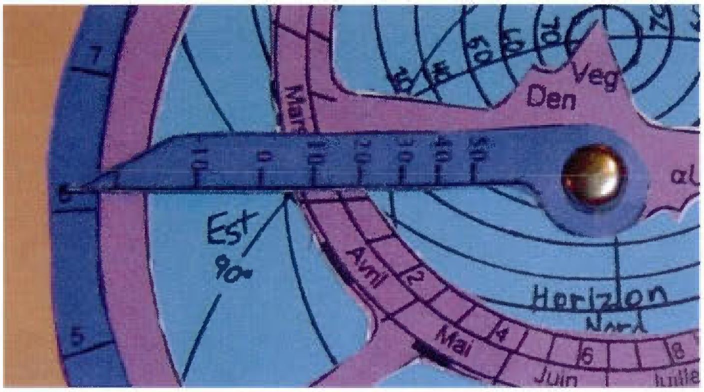


Figure 4.81 : Astrolabe – activité 6 (4.5.4.6) – 2

On peut poser plusieurs autres questions du même type. De plus, il pourrait être intéressant de développer des activités en lien avec l'autre face de l'astrolabe et qui sert à déterminer l'élévation d'un astre. Il suffit de le laisser pendre, son poids se chargeant de le rendre perpendiculaire, et de viser un astre à l'aide des deux pinnules et de l'alidade. Il ne reste plus qu'à lire l'angle au dos de la matrice.[91]

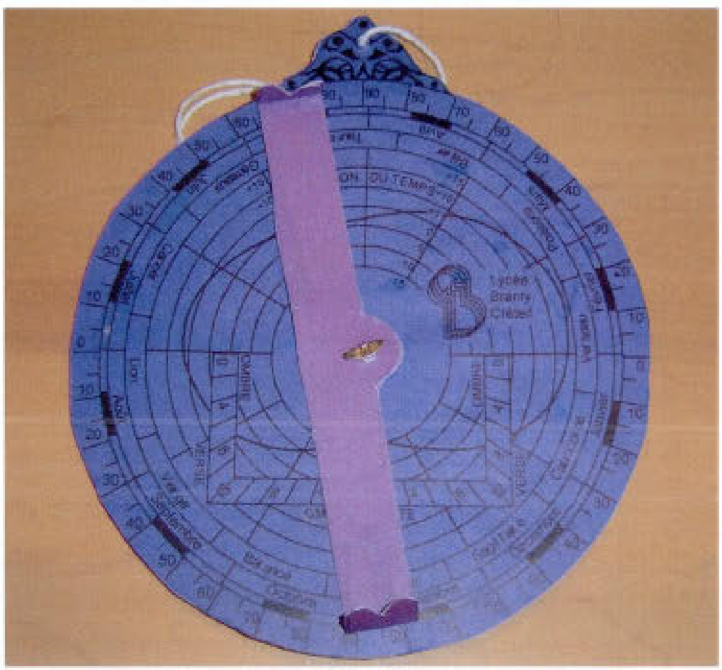


Figure 4.82 : Dos de l'astrolabe

[91] Il est bien évident cependant que le poids de notre astrolabe en carton ne peut se comparer au poids d'un astrolabe en cuivre.

4.6 LE CADRAN SOLAIRE

Figure 4.83 : Cadran solaire
Source : voir appendice A

4.6.1 Origine et contexte historique

De tous les instruments dont nous traitons dans ce travail, le plus connu est sans conteste le cadran solaire. Plusieurs élèves en auront probablement entendu parler même si peu d'entre eux en auront réellement vu un.

L'origine du cadran solaire remonte vraiment très loin dans le temps. Le plus ancien cadran solaire connu remonterait à l'Égypte antique en 1450 avant notre ère environ. À cette époque, le jour et la nuit étaient divisés en 12 heures chacun et ce, peu importe leur durée respective. Cela avait pour effet que les heures n'avaient pas toutes la même durée. Il faudra attendre le XIIIe ou XIVe siècle de notre ère pour que l'on commence à diviser la journée en 24 heures d'égale durée.

4.6.2 Description

Les cadrans solaires sont de formes très variées, mais leur principe reste toujours le même : c'est le mouvement de l'ombre, causé par le déplacement du soleil, qui sert à indiquer l'heure.

4.6.3 Utilisation

Le cadran solaire est fort probablement le tout premier objet utilisé par l'homme pour mesurer l'écoulement du temps. Cependant, le gnomon, le plus simple des cadrans solaires, a inspiré Ératosthène pour estimer la mesure de la circonférence de la Terre et Thalès pour la mesure de la hauteur d'une pyramide.

4.6.4 Activités

4.6.4.1 Activité 1 : Mesure de la circonférence de la Terre

Cette activité se veut un rappel de l'aventure d'Ératosthène, mathématicien grec qui a vécu de 276 à 194 avant J.-C., et qui a fait la première mesure étonnamment exacte de la circonférence de la Terre. Cette activité cible la fin du primaire ou le début de secondaire.

Figure 4.84 : Gnomon
Source : voir appendice A

Avant l'activité

En se référant à 4.6.1, 4.6.2 et 4.6.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du cadran solaire.

Étape 1

Commencer par expliquer aux élèves qu'Ératosthène, après observation des rayons du soleil, les a supposés parallèles.

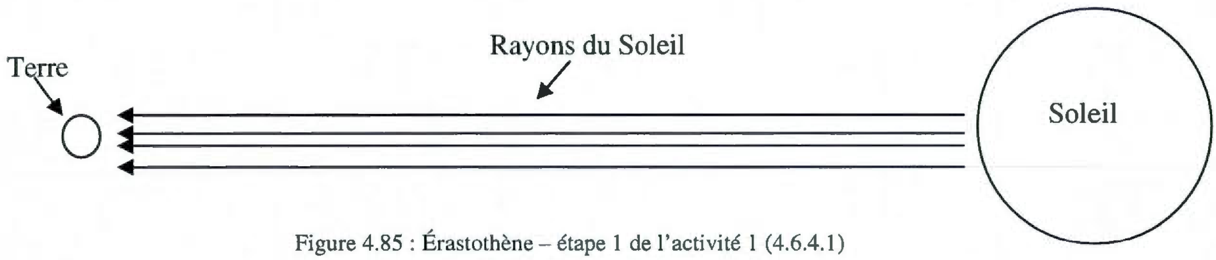


Figure 4.85 : Érastothène – étape 1 de l'activité 1 (4.6.4.1)

Étape 2

Expliquer maintenant aux élèves qu'Ératosthène, le 21 juin à midi, a observé deux objets en deux endroits différents : à Syène (aujourd'hui Assouan) et à Alexandrie. Il s'aperçoit alors qu'à Alexandrie, le soleil se rend jusqu'au fond d'un puits, alors qu'à Syène, l'ombre portée par un obélisque signifie, après quelques calculs trigonométriques, que l'angle entre les rayons du soleil et la verticale est de 7,2°

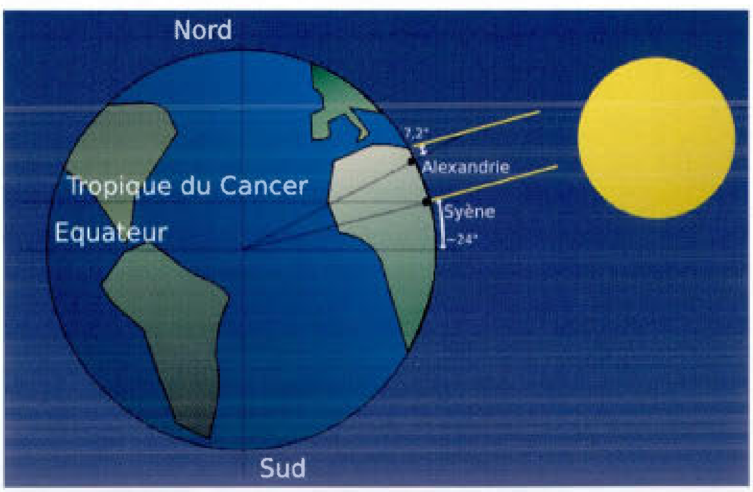


Figure 4.86 : Érastothène – étape 2 de l'activité 1 (4.6.4.1)
Source : voir appendice A

Étape 3

Expliquer ensuite aux élèves qu'Ératosthène a mesuré la distance séparant Syène et Alexandrie. Cette distance, en unités de mesure de l'époque, est de 5000 stades. Si on sait que 1 stade ≈ 157,5 mètres, comment peut-on trouver la circonférence de la Terre?

Solution

En utilisant ces données, les élèves devraient arriver à 39 375 km pour la circonférence de la Terre. En effet :

1. 5000 stades = 787 500 mètres
2. 360° / 7,2° = 50
3. 50 x 787 500m = 39 375 000 m = 39 375 km

Notons que les mesures actuelles pour la circonférence de la Terre sont de 40 075,017 km pour le périmètre équatorial et 40 007,864 km pour le périmètre méridional polaire.

Étape 5

Il est intéressant à ce stade de demander aux élèves ce qu'ils pensent de l'hypothèse de départ d'Ératosthène sur le parallélisme des rayons du soleil. Cela permet d'aborder les distances phénoménales séparant les différents corps célestes, souvent mal perçues à cause des représentations qu'on voit souvent et qui peuvent difficilement être à l'échelle.

4.6.4.2 Activité 2 : Construction d'un cadran solaire[92]

Cette activité consiste à faire construire aux élèves un cadran solaire. Cette activité permet de construire un des plus anciens instruments mathématiques et les liens historiques qu'on peut faire tout au long de l'activité sont nombreux et très intéressants. La construction d'un cadran solaire est relativement simple et peu coûteuse. Cependant, pour limiter les coûts, il est suggéré de faire un cadran solaire par équipe de quatre élèves. Cette activité peut être faite à tous les niveaux, mais on cible plus précisément la fin du primaire ou le début du secondaire.

---

[92] Cette activité est inspirée du site internet Astro Club de Toussaint

Matériel nécessaire (pour un cadran solaire) :

- Une plaque de bois d'environ 24 cm x 36 cm;
- Deux cartons rigides d'environ 30 cm x 30 cm;
- De la ficelle qui ne s'étire pas;
- Un poids (un gros écrou ou un gros plomb à pêche).

Outils nécessaires :

- Un niveau à bulle;
- Une boussole;
- Un trépied pour appareil photo;
- Un exacto;
- Deux crayons à mine;
- Une pointe;
- De la gommette;
- Un rapporteur d'angles.

Avant l'activité

En se référant à 4.6.1, 4.6.2 et 4.6.3, discuter avec les élèves de l'origine, du contexte historique, de la description et de l'utilisation du cadran solaire. Il serait également important d'en avoir une reproduction ou au moins une illustration. À cet égard, la fiche #8 à l'appendice B peut être utile.

Étape 1 – La préparation

La première chose à faire est de trouver un endroit à l'extérieur pour poser ce qui deviendra un cadran solaire. À l'aide d'un niveau à bulle, chercher un endroit bien plat. Cet endroit doit évidemment jouir d'une bonne exposition au soleil et doit être constitué d'une surface permettant d'y écrire. Si on ne peut écrire sur la surface, il faudra prévoir une autre plaque de bois, plus grande, que l'on déposera sur le sol. Cette plaque devra être fixée sur le sol de façon permanente.

Étape 2 – La méridienne

Il faut maintenant tracer la méridienne, c'est-à-dire la ligne droite qui va du pôle nord jusqu'au pôle sud. C'est lorsque le soleil est à son plus haut (midi solaire)[93] qu'il coupe la méridienne. Il faut bien sûr commencer cette activité un peu avant que le soleil soit à son plus haut. (On pourrait aussi utiliser une boussole, mais ce ne serait pas aussi précis car on sait que le nord magnétique ne correspond pas exactement au nord géographique.)

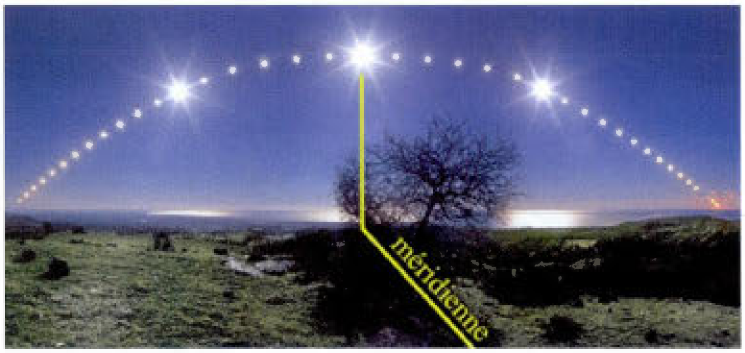


Figure 4.87 : Cadran solaire – méridienne
Source : voir appendice A

Pour ce faire, nous avons besoin d'un trépied pour appareil photo, d'un carton rigide, d'un exacto, d'un très grand compas et d'un fil à plomb. Pour le fil à plomb, utiliser la ficelle et le poids pour en fabriquer un[94]. Pour le grand compas, utiliser la ficelle, une pointe et un des deux crayons à mine pour en fabriquer un rudimentaire[95]. Voici ce qu'il faut faire :

a. Placer le trépied sur le sol à l'endroit déterminé à l'étape précédente;
b. Percer un trou d'environ 1 cm de diamètre au centre du carton;
c. Fixer le carton sur le trépied; le soleil, en passant par le trou, marquera le sol. Faire un point à cet endroit et le nommer A;
d. En utilisant le fil à plomb, trouver le point B qui est exactement à la verticale du trou;

---

[93] Pour déterminer le midi solaire, les sites suivants sont intéressants: http://webetab.ac-bordeaux.fr/Pedagogie/Physique/TPE/midi.htm et http://www.shadowspro.com/fr/index.html.

[94] Il suffit d'attacher le poids à la ficelle.

[95] Il suffit d'attacher un bout de la ficelle à la pointe et l'autre bout au crayon.

e. Placer la pointe du compas rudimentaire sur B, tendre la ficelle et l'enrouler pour que le crayon à mine arrive exactement sur A. Attention de tenir le crayon bien vertical;
f. Tracer un grand arc de cercle qui passe par A en tenant toujours le crayon bien vertical;

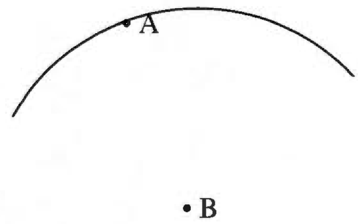


Figure 4.88 : Cadran solaire – activité 2 (4.6.4.2) – 1

g. Régulièrement, faire un point à l'endroit marqué par le soleil qui passe par le trou;
h. Guetter le moment où la projection du soleil qui passe par le trou recoupera à nouveau l'arc de cercle que l'on a tracé en *f* (cela signifiera que le soleil est à la même hauteur qu'en A) et nommer ce point A';
i. Relier A et A' et tracer l'axe de symétrie des points A et A'. [96] Cet axe de symétrie est aussi la bissectrice de l'angle ABA' et c'est la méridienne.

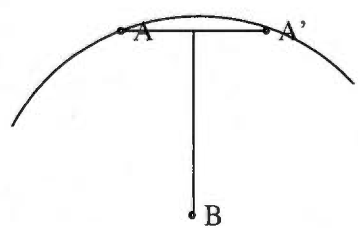


Figure 4.89 : Cadran solaire – activité 2 (4.6.4.2) – 2

[96] Pour tracer l'axe de symétrie, on peut utiliser les techniques décrites à 4.1.4.1 et 4.1.4.2.

Étape 3 – Le style

Fabriquer un style pour le cadran solaire en utilisant l'autre carton rigide. Faire attention à ce que l'angle A'AC soit bien égal à la latitude. Pour trouver la latitude de la ville où vous êtes, consulter le site suivant : http://www.lexilogos.com/calcul_distances.htm.

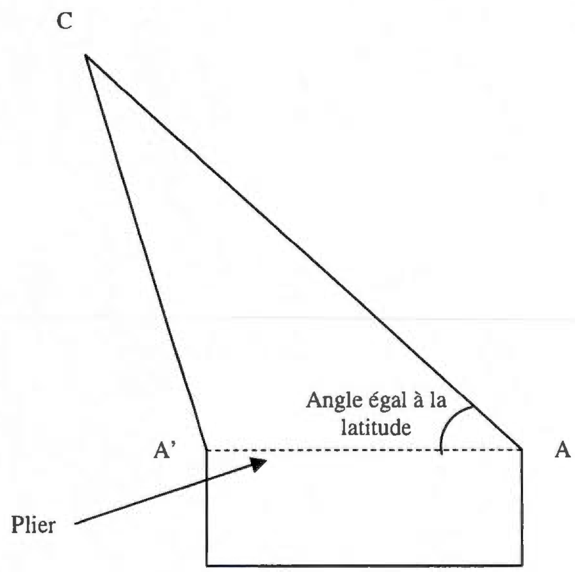


Figure 4.90 : Style pour le cadran solaire

Étape 4

Prendre maintenant la plaque de bois et y tracer une ligne AB en plein milieu. Par convention, B représente midi.

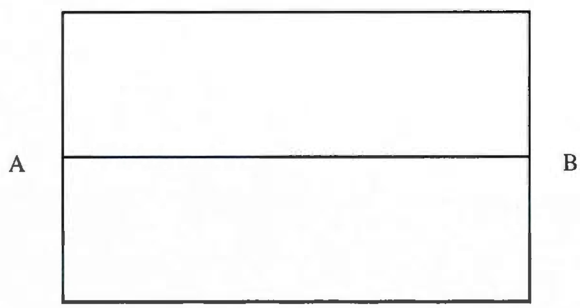


Figure 4.91 : Plaque du cadran solaire

Étape 5

Fixer le style sur la plaque[97].

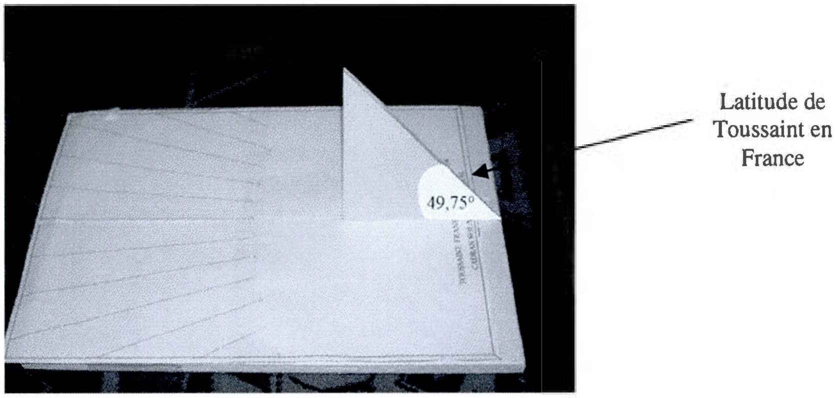


Figure 4.92 : Cadran solaire – activité 2 (4.6.4.2) – 3

Étape 6

Placer le cadran solaire en s'assurant que la ligne AB suive bien la méridienne qui a été tracée sur le sol à l'étape 2.

Étape 7

Marquer les heures. Cette étape prend de la patience, car il faut pointer chaque heure. Pour ce faire, tracer un point à l'endroit marqué par la pointe de l'ombre du style à chaque heure.

Pour cet instrument, aucune autre activité n'est prévue, car la construction de l'instrument est en soi assez explicite. Cependant, on peut faire une activité consistant à utiliser le cadran solaire à différents endroits et discuter avec les élèves des observations faites.

Note : Un logiciel intéressant existe; il s'appelle Shadows.[98] Ce logiciel permet d'imprimer des grilles toutes faites pour cadrans solaires selon la latitude et la longitude désirées.

---

[97] Dans la figure 4.90, la latitude correspond à la latitude de Toussaint car cette activité vient de l'Astro-club de cette ville.

[98] Voici le site pour le logiciel Shadows : http://www.shadowspro.com/fr/index.html. Ce logiciel permet également de construire des astrolabes.

CONCLUSION

Le but de ce travail était principalement de rassembler du matériel intéressant et pertinent sur les instruments mathématiques historiques, que ce soit des informations ou des activités. En effet, comme mentionné en introduction, peu de matériel existant regroupe des informations et des activités en lien avec les instruments mathématiques historiques ou même avec l'histoire des mathématiques. Avec le potentiel pédagogique des instruments mathématiques historiques et de l'histoire des mathématiques, il y a pourtant matière à creuser. De plus, un récent intérêt dans le milieu de l'éducation a rendu ce travail encore plus pertinent.

Au début de la démarche, ce très vaste sujet a été très difficile à aborder. Quels instruments choisir? Comment présenter le tout? Finalement, notre choix s'est surtout porté sur des instruments mathématiques historiques ayant servi en astronomie ou pour la navigation. Cependant, comme notre intérêt avait été éveillé au début par une section sur la règle et le compas dans le livre de Nicolas Bion (1723), et par la manipulation d'un compas de proportion, nous avons conservé ces instruments même si leur lien avec l'astronomie ou la navigation est plus lointain quoique pas inexistant. De plus, ces instruments donnaient lieu à plusieurs activités intéressantes.

Nous croyons réellement que notre travail est un pas en avant vers une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Au début de chacune des activités des chapitres III et IV, une brève introduction historique permet de situer l'origine des instruments. Également, la construction et la manipulation d'instruments mathématiques historiques comporte une infinité d'occasions de faire des liens avec l'histoire. De plus, le questionnement détaillé qui se retrouve à l'étape *Tout au long de l'activité* de chacune des activités du chapitre III permet de faire un lien concret entre les instruments et les notions mathématiques s'y rapportant. Mais ce que nous retenons surtout de ce travail, c'est que malgré le fait que ce soit le potentiel pédagogique des instruments mathématiques historiques et de l'histoire qui nous avait incités à faire ce travail, c'est seulement maintenant que nous en saisissons toute l'ampleur.

Plusieurs instruments ont été couverts dans ce travail, mais il en reste beaucoup. De plus, même les instruments couverts pourraient l'être davantage. D'autres activités pourraient être créées, d'autres liens avec l'histoire faits et d'autres liens avec les autres sciences pourraient être étudiés. En fait, chacun des instruments pourrait à lui seul justifier un travail comme celui-ci.

Plusieurs pistes restent à explorer. Plusieurs autres instruments sont dignes d'intérêt dont le kamal, différents types d'astrolabes ou de cadrans solaires, le nocturlabe, le bâton de Napier, pour ne nommer que ceux-là. En ce qui a trait aux activités, plusieurs autres pourraient être élaborées. De plus, tout le volet des activités avec des programmes informatiques tels que Cabri ou Redshift n'a pas été touché. Un autre aspect à explorer davantage est le lien à faire avec les autres programmes. En effet, les activités proposées dans ce travail n'ont pas beaucoup touché le côté multidisciplinaire qu'on peut pourtant aborder par le biais des instruments mathématiques historiques.

De plus, en lien avec le fait que nous trouverions intéressant que d'autres puissent vivre des moments comme ceux que nous avons vécus lors de notre visite au musée Stewart, l'idée d'une exposition itinérante et interactive devrait être creusée. En effet, n'eût été du fait que nous suivions un cours en histoire des mathématiques avec monsieur Charbonneau, jamais nous n'aurions su qu'une telle collection d'instruments mathématiques historiques existait. Et pourtant, quelle fascination peut être créée par le contact avec une telle collection.

Ce travail peut très bien constituer un premier pas vers la concrétisation d'une exposition itinérante et interactive. Voici quelques éléments qu'il convient de souligner :

- La mise sur pied d'une exposition itinérante et interactive serait un merveilleux moyen d'utiliser les activités développées dans ce travail.

- Bien que la visite au musée soit à notre avis irremplaçable, il faut composer avec la réalité d'aujourd'hui. Donc, au lieu que ce soit les élèves qui se déplacent au musée, ce serait le musée qui irait à eux dans le but de susciter l'intérêt pour l'histoire, les mathématiques et les musées. Les visites en personne au musée viendront peut-être ensuite.

- Une telle exposition permettrait de sortir de l'ombre les magnifiques instruments mathématiques historiques et de faire connaître l'histoire des mathématiques et ses liens avec la société.

- Outre le musée Stewart, qui possède une collection d'instruments mathématiques historiques très intéressante, plusieurs musées maritimes possèdent des instruments mathématiques historiques qui étaient utilisés en navigation. Certains musées consacrés à l'astronomie possèdent, pour leur part, des instruments mathématiques historiques qui étaient utilisés en astronomie. Malheureusement, les instruments qui se trouvent dans les musées sont souvent peu mis en valeur.

- Les nouveaux programmes du secondaire veulent introduire l'histoire des mathématiques; c'est donc le moment idéal pour mettre sur pied un tel projet. De plus, il est généralement admis que la manipulation est primordiale. Le côté interactif d'une exposition itinérante peut également combler ce besoin.

En terminant, nous croyons que la collaboration entre différents musées ou organismes pourrait rendre plus accessible la mise sur pied d'une telle exposition itinérante et interactive. Le musée Stewart, le musée maritime de l'Islet-sur-mer, l'ASSP de Rouen sont autant d'organismes qui portent un intérêt certain aux instruments mathématiques historiques.

En effet, lors de nos recherches pour ce travail, nous avons trouvé, par le biais d'internet, le site de l'ASSP de Rouen.[99]Ils ont monté une fantastique exposition itinérante intitulée *Naviguer au XVIII^e siècle*. Cette exposition est faite de façon très semblable à celle que nous avons en tête, mais elle s'attarde exclusivement aux instruments utilisés pour la navigation. Elle a été présentée pour la première fois à la Bibliothèque municipale de Rouen en juin 2008.

Également, toujours par le biais d'internet et au moyen de courriels envoyés sur le mode « bouteilles à la mer », nous avons pris contact avec le conservateur du musée maritime de l'Islet-sur-Mer qui vient justement de commencer à travailler à un projet d'exposition itinérante.

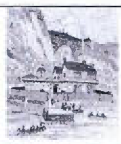
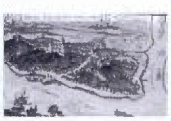
Et il ne faut surtout pas oublier l'IREM[100] de Paris-Nord qui a publié, sous la direction de Philippe Dutarte, *L'astrolabe au carrefour des savoirs*; livre qui parle de façon très explicite d'une activité vécue au lycée E. Branly de Créteil. Cette activité interdisciplinaire très impressionnante, qui s'est étalée sur une année entière, avait pour but ultime de faire construire un astrolabe en laiton à des élèves.

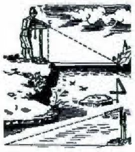
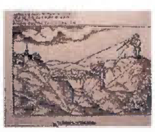
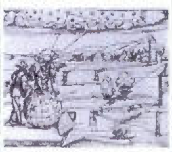
[99] Association sciences en Seine et patrimoine

[100] Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques

APPENDICE A

SOURCES INTERNET DES IMAGES UTILISÉES

Images utilisées dans le chapitre III	
 Figure 3.1.	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1a/Compas_de_proportion_1.jpg
 *Figure 3.2*	http://a10.idata.over-blog.com/368x500/0/47/74/11/Canada2010/Quebec-statue-Champlain.jpg
 *Figure 3.3*	http://www.lessignets.com/signetsdiane/calendrier/images/juin/17/2/champlain_500.jpg
 *Figure 3.4*	http://www.myerchin.org/Resources/Quebec1608.gif
 *Figure 3.5*	http://www.google.ca/imgres?q=Qu%C3%A9bec+1690&hl=fr&biw=1366&bih=623&gbv=2&tbm=isch&tbnid=7db5jbDmvIYZOM:&imgrefurl=http://www.many-roads.com/photo-galleries/quebec/&docid=ljRiRb4LdXE-CM&imgurl=http://www.many-roads.com/genealogy/photos/non-family-photos/Quebec/New%252520France%252520Capital%252520Quebec%2525201690.gif&w=576&h=352&ei=lBpBT7DZB-L00gHSocXEBw&zoom=1&iact=hc&vpx=534&vpy=154&dur=6455&hovh=175&hovw=287&tx=193&ty=118&sig=103857531776447241111&page=1&tbnh=106&tbnw=174&start=0&ndsp=19&ved=0CEkQrQMwAg

 Figure 3.9	http://www.uh.edu/engines/sector.gif
 *Figure 3.45*	http://astronomie.basque.pagesperso-orange.fr/JPG/Bat_de_jacobMin.jpg
 *Figure 3.46*	http://www.defense.gouv.fr/var/dicod/storage/images/base-de-medias/images/marine/portraits/jeanne-d-arc/737196-1-fre-FR/jeanne-d-arc.jpg
 *Figure 3.48*	http://www.google.ca/imgres?q=b%C3%A2ton+de+jacob&um=1&hl=fr&sa=N&biw=1366&bih=623&tbm=isch&tbnid=ry5M79lVPaUGMM:&imgrefurl=http://raf.lesroyaumes.com/index.php/Les_instruments_de_navigation_maritime&docid=13cCIuI_gfG3mM&imgurl=http://raf.lesroyaumes.com/images/9/97/Arbalestrille.GIF&w=385&h=375&ei=IWA9T5WLO8240QHY9NWuBw&zoom=1&iact=hc&vpx=275&vpy=287&dur=441&hovh=222&hovw=227&tx=148&ty=106&sig=103857531776447241111&page=6&tbnh=134&tbnw=138&start=137&ndsp=28&ved=0CIcFEK0DMIoB
 *Figure 3.49*	http://www.google.ca/imgres?q=arbalestrille&um=1&hl=fr&biw=1366&bih=623&tbm=isch&tbnid=m49GiiGqILvdFM:&imgrefurl=http://zengaseg1.blogspot.com/2008/03/arbalestrille-la-rponse.html&docid=zCcY3Eit95pqzM&imgurl=http://4.bp.blogspot.com/_7MPszQl7BeI/R8rzb1vkb5I/AAAAAAAABhI/eeBUOLC02BU/s400/mesure%252Barbalette%252B1548.JPG&w=400&h=308&ei=7mU9T42FOIn00gH45YTHBw&zoom=1&iact=rc&dur=118&sig=103857531776447241111&page=1&tbnh=124&tbnw=161&start=0&ndsp=24&ved=0CJsBEK0DMBY&tx=115&ty=70
 *Figure 3.61*	http://alain.calloch.pagesperso-orange.fr/pages/intruments_celebre3.htm

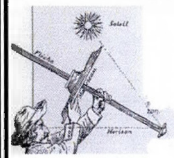
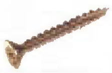
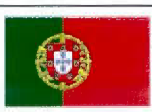
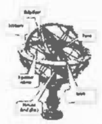
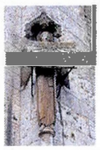
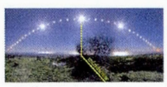
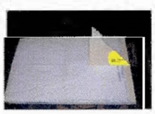
 *Figure 3.63*	http://jouer.over-blog.com/pages/Utiliser_le_Baton_de_Jacob-91909.html
 *Figure 4.1*	http://www.top-office.com/media/catalog/category/compas.jpg
 *Figure 4.2*	http://www.gifteurope.com/p/REGLE30-01.jpg
 *Figure 4.3*	http://pedagogie.ac-guadeloupe.fr/files/hist_geo/vignette/acropole.jpg
 *Figure 4.5*	http://christ-roi.net/images/7/7d/Louis_16_26k.jpg
 *Figure 4.6*	http://clpav.fr/marie-antoinette/Marie_Antoinette_Execution.jpg
 *Figure 4.7*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2e/Paris_1er_-_place_Vend%C3%B4me_-_m%C3%A8tre_%C3%A9talon.JPG
 *Figure 4.8*	http://www.barron.co.uk/images/maps/Portrait%20Library/Portrait%20-%20Nicolas%20Bion.jpg

 *Figure 4.29*	http://webetab.ac-bordeaux.fr/Etablissement/CLBarbon/images/gerber01.JPG
 *Figure 4.31*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d0/Montreal_-_Parc_Mont-Royal,_Statue_d%27Ath%C3%A9na_-_20050320.jpg
 *Figures 4.32 et 4.33*	http://www.robson.fr/wp-content/uploads/2008/06/vis_de_forme.jpg
 *Figure 4.34*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/2f/Thales_theorem_6.png/800px-Thales_theorem_6.png
 *Figure 4.36*	http://www.google.ca/imgres?imgurl=http://www.pieceofeight.com/images/quadrant.jpg&imgrefurl=http://www.cromimi.com/forum/t13555,60-1-alphabet-en-images-de-cocossinel.htm&usg=__5q-z8gvU10EohqKr8YPLyXC149Y=&h=306&w=357&sz=26&hl=fr&start=1&zoom=1&itbs=1&tbnid=K2ohXT4fxiHzCM:&tbnh=104&tbnw=121&prev=/images%3Fq%3DquaDRANT%26hl%3Dfr%26gbv%3D2%26tbs%3Disch:1
 *Figure 4.40*	http://alenvers.files.wordpress.com/2008/06/sphere.jpg
 *Figure 4.41*	http://france.nedschroef.com/uploads/france/Image/PortugalDrapeau_800.jpg

 *Figure 4.42*	http://dutarte.perso.neuf.fr/instruments/Sphere_fichiers/image004.gif
 *Figure 4.63*	http://astrolabe-visions-du-monde.chez-alice.fr/astrolabe.JPG
 *Figure 4.83*	http://www.voyagevirtuel.info/photo-de-france/albums/userpics/10001/normal_chartres-093.jpg
 *Figure 4.84*	http://totem.blog.lemonde.fr/files/2009/04/gnomon.1241023881.jpg
 *Figure 4.86*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e0/Eratosthene_mesure_terre.png
 *Figure 4.87*	http://www.astrosurf.com/toussaint/dossiers/cadransolaire/cadran27.jpg
 *Figure 4.92*	http://www.astrosurf.com/toussaint/dossiers/cadransolaire/cadran18.jpg

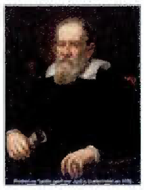
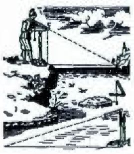
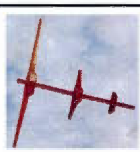
Images utilisées dans l'appendice B	
 *Figure B.1a*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1a/Compas_de_proportion_1.jpg
 *Figure B.1b*	http://astro2009.futura-sciences.com/astronomie/wp-content/uploads/galilee.jpg
 *Figure B.1c*	http://www.uh.edu/engines/sector.gif
 *Figure B.1d*	http://www.thecurrencycommission.com/banknotes/Germany-ID98-50.jpg
 *Figure B.2a*	http://astronomie.basque.pagesperso-orange.fr/JPG/Bat_de_jacobMin.jpg
 *Figure B.2b*	http://www4.culture.fr/patrimoines/patrimoine_monumental_et_archeologique/sdx/api-url/getatt?app=fr.gouv.culture.inventaire.revue&id=davoigneau-467_img5
 *Figure B.2c*	http://fr.academic.ru/pictures/frwiki/74/Jacobstaff.JPG

 *Figure B.3a*	http://www.top-office.com/media/catalog/category/compas.jpg
 *Figure B.3b*	http://www.gifteurope.com/p/REGLE30-01.jpg
 *Figure B.3c*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/00/Jean_Baptiste_Joseph_Delambre.png
 *Figure B3d*	http://www.scientific-web.com/en/Astronomy/Biographies/images/PierreMechain01.jpg
 *Figure B.3e*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2e/Paris_1er_-_place_Vend%C3%B4me_-_m%C3%A8tre_%C3%A9talon.JPG
 *Figure B.3f*	http://www.greceantique.net/images-articles/le-minotaure.jpg
 *Figure B.4a*	http://webetab.ac-bordeaux.fr/Etablissement/CLBarbon/images/gerber01.JPG

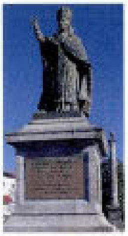
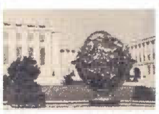
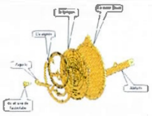
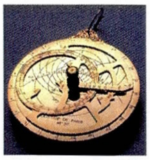
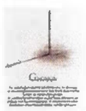
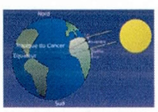
 *Figure B.4b*	http://i44.servimg.com/u/f44/11/64/82/51/statue18.jpg
 *Figure B.4c*	http://astrolabe-visions-du-monde.chez-alice.fr/astrolabe.JPG
 *Figure B.5a*	http://www.google.ca/imgres?imgurl=http://www.pieceofeight.com/images/quadrant.jpg&imgrefurl=http://www.cromimi.com/forum/t13555,60-l-alphabet-en-images-de-cocossinel.htm&usg=__5q-z8gvU10EohqKr8YPLyXC149Y=&h=306&w=357&sz=26&hl=fr&start=1&zoom=1&itbs=1&tbnid=K2ohXT4fxiHzCM:&tbnh=104&tbnw=121&prev=/images%3Fq%3DquaDRANT%26hl%3Dfr%26gbv%3D2%26tbs%3Disch:1
 *Figure B.5b*	http://dossier.universtorah.com/DOSSIER2/sa0025-ptolemee.jp
 *Figure B.6a*	http://pagesperso-orange.fr/astronomie.basque/JPG/SphereLegendeMin.jpg
 *Figure B.6b*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4f/Gen%C3%A8ve_-_Le_Palais_des_Nations_et_la_sph%C3%A8re_armillaire_(1952)_.jpg
 *Figure B.6c*	http://alenvers.files.wordpress.com/2008/06/sphere.jpg

 *Figure B.6d*	http://france.nedschroef.com/uploads/france/Image/PortugalDrapeau_800.jpg
 *Figure B.7a*	http://astrolabe-visions-du-monde.chez-alice.fr/description_astrolabe_fichiers/image004.gif
 *Figure B.7b*	http://astrolabe-visions-du-monde.chez-alice.fr/astrolabe.JPG
 *Figure B.7c*	http://www.ameriquefrancaise.org/media-664/Astrolabe_-_cwjeffrey.jpg
 *Figure B.8a*	http://totem.blog.lemonde.fr/files/2009/04/gnomon.1241023881.jpg
 *Figure B.8b*	http://www.voyagevirtuel.info/photo-de-france/albums/userpics/10001/normal_chartres-093.jpg
 *Figure B.8c*	http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e0/Eratosthene_mesure_terre.png

APPENDICE B

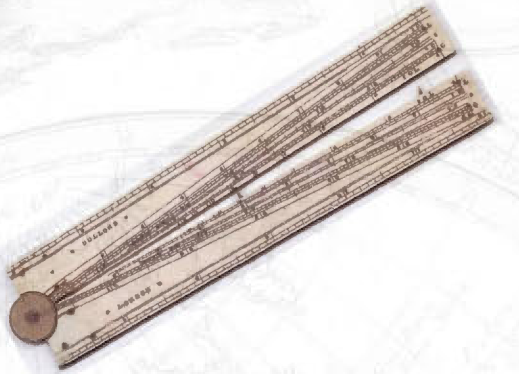
FICHES POUR LES INSTRUMENTS

Dans les pages suivantes, vous trouverez une fiche pour chacun des instruments de ce travail. Les informations sur ces fiches sont générales, mais propres à susciter l'intérêt. Nous nous sommes également davantage attardés à l'esthétique dans la mise en page de ces fiches.

Lors de nos recherches, nous avons trouvé une association qui a monté une exposition et a fait des fiches très similaires à ce que nous avions commencé. Leurs fiches étaient très soignées et nous nous en sommes inspirés pour faire les nôtres. Cette association est l'ASSP de Rouen. La référence pour leur site internet se retrouve dans notre bibliographie.

Fiche #1

Compas de proportion



Description

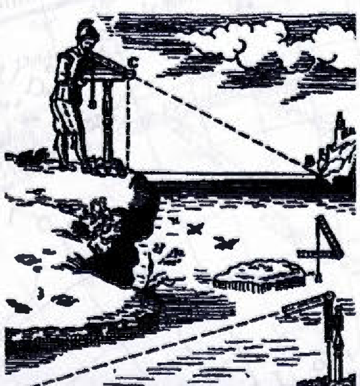
Le compas de proportion est généralement fait en laiton ou en cuivre, parfois en bois de buis pour les grands ou même en ivoire pour les petits. Il mesure un demi à deux pieds de long et comporte une charnière plate lui permettant de s'ouvrir complètement. Il est important que l'axe de rotation des branches corresponde au point où s'alignent toutes les échelles. Les échelles sont gravées sur chaque branche du compas symétriquement par rapport à la ligne d'ouverture. Plus les graduations sont précises, plus les résultats obtenus sont satisfaisants.

Histoire

L'origine du compas de proportion remonterait au XVI^{e} siècle et on attribue généralement son invention à Galilée (1564-1642) qui le décrit en 1606 dans le traité publié à Padoue : *Operazioni del compasso geometrico e militare*. Cependant, certaines parties du compas de proportion tel que décrit par Galilée auraient possiblement été imaginées par d'autres, mais il semble raisonnable de penser que c'est réellement Galilée qui l'a complété.

Portrait de Galilée peint par Justus Sustermans en 1636.

Le compas de proportion a eu une grande diffusion dans le monde. Sa popularité était très grande et de nombreux ouvrages sont consacrés exclusivement à cet instrument. Il faisait partie de la plupart des étuis mathématiques de l'époque.



Utilisation

Au XVI^{e} siècle, la diversité des systèmes de mesures et des rapports entre les différentes unités utilisées rendaient les calculs ardus. Le compas de proportion permettait d'effectuer des opérations sans devoir tenir compte de l'expression numérique d'une grandeur; ce qui était grandement apprécié.

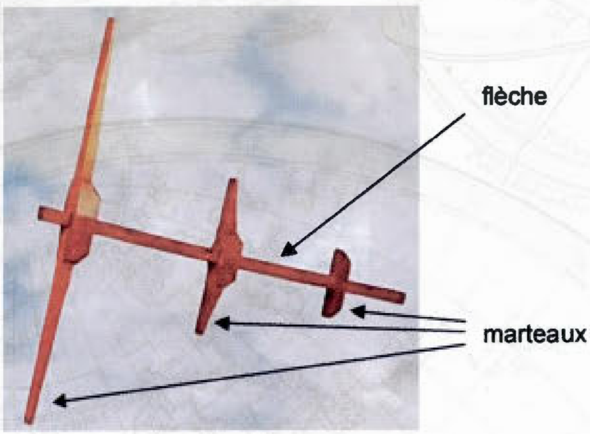
De plus, on lui ajoutait parfois des pinnules et un fil à plomb pour mesurer des hauteurs, des profondeurs, des distances (voir image ci-contre).

Mais encore...

Le compas de proportion était très utilisé par les architectes pour qui les proportions étaient importantes. La Banque fédérale d'Allemagne a même immortalisé ce fait en introduisant discrètement une image d'un compas de proportion sur son billet de 50 DM (Deutsche Mark) où l'on voyait l'effigie de l'architecte Balthasar Neumann (1687-1753). Tout ceci bien sûr avant l'apparition de l'Euro...

Fiche #2

Bâton de Jacob



Description

Le bâton de Jacob était fait de bois dur. À l'origine, il comportait une flèche de section carrée d'environ 1,5 m à 1,8 m avec un seul marteau. Il semblerait cependant que, pour plus de facilité lors de l'utilisation, les bâtons de Jacob utilisés pour la navigation étaient plus courts avec une longueur d'environ 75 cm sur laquelle on doit alors enfiler trois marteaux de longueurs différentes. Sur la flèche, on retrouve donc des graduations sur trois des côtés de la flèche. Les graduations de chaque côté correspondent à un des trois marteaux.

Histoire

Le bâton de Jacob, aussi appelé arbalestrille ou arbalète, serait la version occidentale du kamal arabe. La description la plus ancienne du bâton de Jacob remonterait à 1328. Elle aurait été faite par Rabbi Lévi Ben Gerson[1] (aussi appelé Gersonide), un astronome et mathématicien français.

Utilisation

Le bâton de Jacob était utilisé en astronomie pour mesurer l'angle d'élévation d'un astre. Il fût par conséquent utilisé dès le XVI^{e} siècle par les marins pour déterminer la latitude en mer. Il a également été utilisé pour l'arpentage. En faisant glisser un des marteaux sur la flèche, on devait faire correspondre l'astre visé à une des extrémités du marteau et l'horizon à l'autre extrémité du même marteau. Il n'y avait alors qu'à regarder les graduations sur la flèche pour connaître l'angle d'élévation de l'astre.

Mais encore...

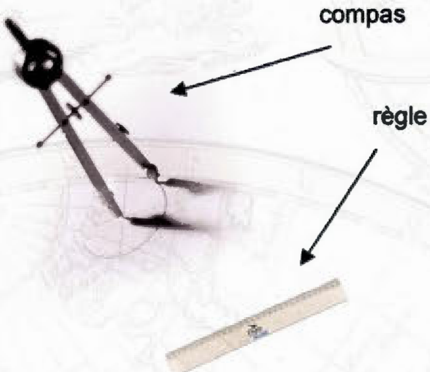
En ce qui concerne l'origine du nom de cet instrument, la seule mention trouvée à ce sujet réfère à un passage de la bible, Genèse 32 :10 :

Je suis trop petit pour toutes les grâces et pour toute la fidélité dont tu as usé envers ton serviteur; car j'ai passé ce Jourdain avec mon bâton, et maintenant je forme deux camps.

Il ne reste qu'à comprendre le lien...

Compas et règle

Fiche #3



Description

Les règles sont faites aujourd'hui de matériaux divers tels le métal ou le plastique. Pour leur part, la presque totalité des compas utilisés sont de métal et il en existe plusieurs types. Un compas comporte systématiquement une pointe représentant le centre du cercle. L'autre pointe comporte soit un crayon soit une autre pointe.

Jean-Baptiste Delambre

Histoire

En 1795, en France, il existait plus de 700 unités de mesure différentes. Dans une société où peu savent lire, le plan, construit à la règle et au compas, est le seul moyen de communication simple entre l'architecte et les ouvriers. Se pose cependant le problème de l'échelle puisque les unités de longueur ne sont pas complètement normalisées. Le 26 mars 1791, une commission définit le mètre comme étant égal à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre. Il fallait cependant établir la longueur exacte du méridien.

Pendant sept ans, de 1792 à 1799, Pierre-François Méchain (1744-1804) et Jean-Baptiste Delambre (1747-1822) ont vécu une véritable épopée. À eux deux, ils vont se charger des opérations de triangulation qui lieront leur nom pour la postérité à cette nouvelle mesure du méridien. Leurs travaux les conduisirent de Dunkerque à Barcelone.

Pierre Méchain

Utilisation

À l'origine, le compas servait surtout à comparer et à reporter des mesures. La multiplicité et le manque de précision des mesures faisaient qu'on utilisait davantage le compas pour des usages qu'aujourd'hui nous réservons plutôt à la règle.

Mais encore...

En ce qui concerne l'origine du compas, on retrouve quelques allusions dans la mythologie grecque. Les grecs attribuaient l'invention du compas à Talos, le neveu de Dédale. Ce dernier est un personnage majeur de la mythologie grecque. Il est connu en tant qu'inventeur et architecte. C'est lui qui aurait conçu le labyrinthe enfermant le minotaure. Jaloux de son neveu Talos, de qui il veut s'approprier les inventions (le compas, la scie et le tour de potier), Dédale le précipite du haut de l'Acropole.

Fiche #4

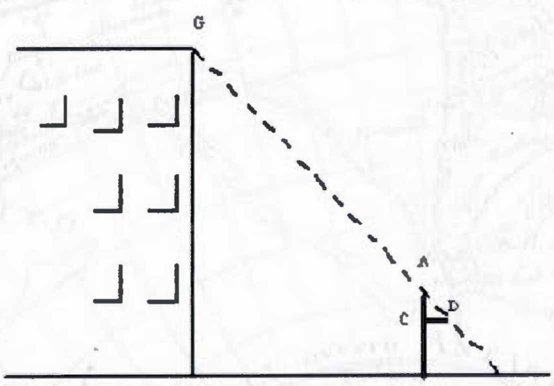
Bâton de Gerbert

Description

Le bâton de Gerbert est constitué d'un bâton de bois à section carrée d'environ 1 m 20. À ce bâton, on fixe un autre bâton de même forme, mais de longueur différente : environ 30 cm. On fixe ce deuxième bâton à angle droit sur le premier à une distance égale à la longueur du deuxième bâton. Un fil à plomb est également fixé au sommet du premier bâton pour pouvoir s'assurer de la verticalité parfaite du bâton de Gerbert lors de son utilisation.

Histoire

Le bâton de Gerbert a été inventé par Gerbert d'Aurillac (≈ 940 – 1003) qui fût *le pape de l'an mil* sous le nom de Sylvestre II de 999 à 1003. Mais avant de devenir pape, il a vécu à Barcelone qui était en grande partie sous la domination arabe. À cette époque, l'Europe était pauvre et intellectuellement peu active, alors que le monde arabe était riche et très actif intellectuellement. Le contact entre les deux civilisations a été profitable à Gerbert. En plus d'être celui qui a décrit le bâton de Gerbert, il est responsable de l'introduction des chiffres arabes en Europe.



Utilisation

Le bâton de Gerbert est utilisé pour mesurer la hauteur d'un arbre, d'une tour, d'une colonne ou de tout autre objet dont le sommet est inaccessible. Il utilise les propriétés des triangles rectangles isocèles.

Mais encore...

Gerbert d'Aurillac a réellement profité de son contact avec la civilisation arabe. Plusieurs lui attribue également l'introduction de l'astrolabe en occident.

Quadrant

Fiche #5

Description

Le quadrant est constitué d'une pièce de bois en forme de quart de cercle avec, sur son pourtour, des graduations de 0° à 90°. Un fil à plomb est attaché au coin de l'angle droit et deux pinnules sont fixées sur un des côtés afin de permettre de viser. C'est l'un des plus anciens instruments d'astronomie qui permettait de mesurer l'angle d'élévation d'un astre par rapport à l'horizon. Il fut donc un des principaux instruments de la navigation hauturière. Il était très utilisé par les portugais.

Histoire

L'origine du quadrant remonte au moins jusqu'à Ptolémée (≈90 - ≈168), car ce dernier aurait fait une des premières descriptions de cet instrument dans l'Almageste (livre I, chapitre X). Ci-contre, une représentation de Ptolémée.

Mais encore...

Le quadrant servait entre autres à donner l'heure d'où l'origine du mot *cadran*.

Fiche #6

Sphère armillaire

Description

La sphère armillaire est construite à partir d'un modèle géocentrique de l'univers. Dans ce modèle, la Terre est fixe au centre de l'univers et les astres se situent sur une sphère céleste. L'axe de rotation de la terre passe par les pôles et le prolongement de cet axe à partir du pôle nord arrive à proximité de l'étoile polaire. Quant à lui, le prolongement de l'équateur est appelé équateur céleste sur la sphère céleste. Toujours sur la sphère céleste, le trajet annuel apparent du Soleil est appelée « écliptique ». L'horizon local est un cercle fixe avec un demi-cercle fixé verticalement qui correspond, en degrés, aux angles de hauteur.

Histoire

Les sphères armillaires furent développées dans l'antiquité par les anciens grecs bien avant J.-C. Elles étaient déjà utilisées comme outils didactiques au III^e siècle av. J.-C., mais aussi pour l'observation, entre autres par Ptolémée vers 150 après J.-C. Vers la fin du moyen âge, leur popularité pris un nouvel essor et Tycho Brahé en construisit plusieurs.

Utilisation

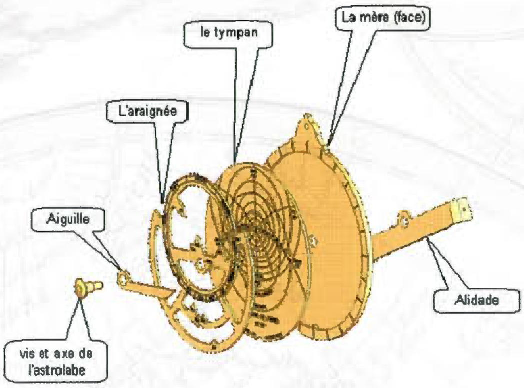
Bien que la sphère armillaire soit construite selon le modèle géocentrique, elle reste un très bon outil pour illustrer les mouvements apparents du soleil et des étoiles. Son utilisation permet de comprendre plusieurs notions en astronomie et elle a beaucoup été utilisée à des fins pédagogiques.

Mais encore...

Symbole de l'ancienne puissance maritime des portugais, la sphère armillaire figure sur leur drapeau.

Fiche #7

Astrolabe

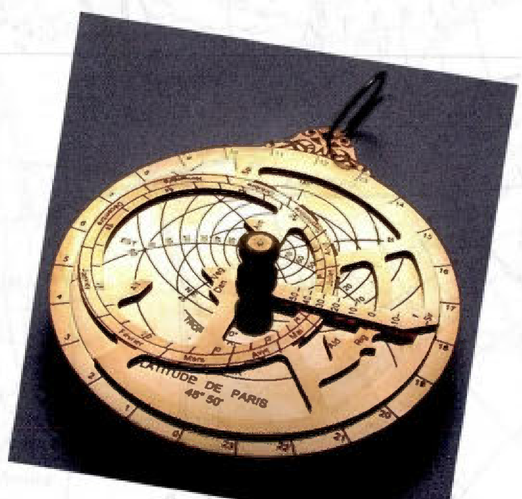


Description

L'astrolabe était habituellement fait en cuivre et plus rarement en argent. Il est constitué d'une matrice (mère) sur le pourtour de laquelle on trouve des divisions pour les 24 heures. Sur cette matrice, il y a le tympan qui est fixe et qui diffère selon la latitude du lieu où l'on se trouve. Par-dessus le tympan, on place l'araignée qui représente la sphère céleste et qui tourne en 24 heures autour du point central représentant la Terre et le pôle nord céleste confondus. Pour terminer, on retrouve au dos de la matrice une alidade munies de deux pinnules qui sert à viser les astres. Le dos de la matrice est agrémenté d'un quadrant divisé en degrés qui donne la hauteur de l'astre visé.

Histoire

L'astrolabe aurait été introduit en Europe au X^e^ siècle par le peuple islamique en passant par l'Espagne. Cependant, son origine serait grecque et remonterait à une période précédant de peu le début de l'ère chrétienne. Ce serait Gerbert d'Aurillac, pape sous le nom de Sylvestre II, qui serait à l'origine de la découverte de l'astrolabe par l'occident chrétien. L'origine de son nom vient du grec « *astrolabus* » qui signifie « *instrument pour prendre les étoiles* ».



Utilisation

L'astrolabe avait plusieurs utilités. Il permettait de savoir l'heure, de prévoir des phénomènes astronomiques, de trouver la latitude pour s'orienter. Il était également utilisé pour dresser des horoscopes, mesurer des hauteurs inaccessibles, pour la topographie et même en architecture par le biais entre autres de son apport à l'élaboration de la théorie de la perspective utilisée en peinture. Il suffisait de le laisser pendre, son poids se chargeant de le mettre perpendiculaire, et de viser un astre à l'aide des deux pinnules et de l'alidade. Il ne restait plus qu'à lire l'angle au dos de la matrice.

Mais encore...

L'astrolabe est basé sur un modèle géocentrique de l'univers. Il est l'équivalent, en deux dimensions, de la sphère armillaire qui elle est en trois dimensions. Pour passer de trois à deux dimensions, on fait une projection de la sphère céleste sur le plan de l'équateur céleste en utilisant la projection stéréographique.

Fiche #8

Cadran solaire

Description

Les cadrans solaires sont de formes très variées, mais leur principe reste toujours le même : c'est le mouvement de l'ombre causé par le déplacement du soleil qui sert à indiquer l'heure. Ci-contre, un gnomon, le plus simple des cadrans solaires.

Histoire

L'origine du cadran solaire remonte vraiment très loin dans le temps. Le plus ancien cadran solaire connu remonterait à l'Égypte antique, en 1450 avant notre ère environ. À cette époque, le jour et la nuit étaient divisés en 12 heures chacun et ce, peu importe leur durée respective. Cela avait pour effet que les heures n'avaient pas toutes la même durée. Il faudra attendre le XIII^{e} ou XIV^{e} siècle de notre ère pour que l'on commence à diviser la journée en 24 heures d'égale durée.

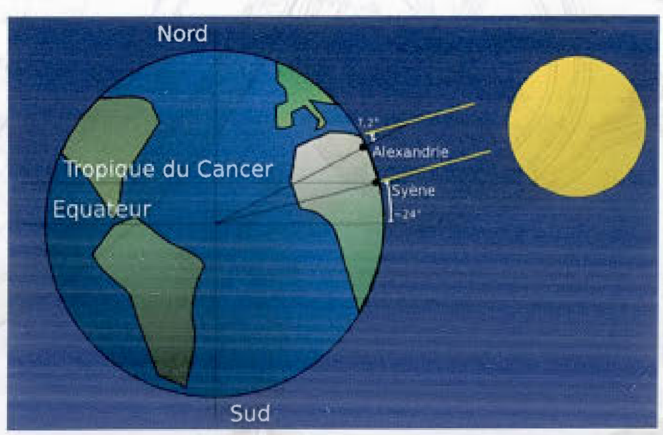
Utilisation

Le cadran solaire est fort probablement le tout premier objet utilisé par l'homme pour mesurer l'écoulement du temps.

Mais encore...

Ératosthène, mathématicien grec qui a vécu de 276 à 194 avant J.-C., a observé le 21 juin à midi deux objets en deux endroits différents : à Syène (aujourd'hui Assouan) et à Alexandrie. Il s'aperçoit alors qu'à Alexandrie, le soleil se rend jusqu'au fond d'un puits alors qu'à Syène, l'ombre portée par un obélisque signifie, après quelques calculs trigonométriques, que l'angle entre les rayons du soleil et la verticale est de 7,2°

Il se sert de ses observations pour faire la première mesure étonnamment exacte de la circonférence de la Terre.



APPENDICE C

ILLUSTRATIONS DES ACTIVITÉS INSPIRÉES DU LIVRE DE NICOLAS BION (1723)

Dans les pages suivantes, vous trouverez les figures en lien avec les activités 1 à 18 faites à partir du compas et de la règle. Les activités 1 à 18 (4.1.4.1 à 4.1.4.18) sont toutes inspirées du livre de Nicolas Bion (1723), mais les figures illustrent les explications actualisées (l'étape 3 de chacune de ces activités) plutôt que les explications données par Bion dans son livre.

En effet, bien qu'il y ait des figures dans le livre de Bion, il nous paraissait plus pertinent de faire les illustrations en lien avec nos explications actualisées (l'étape 3 de chacune des activités). De plus, le livre de Bion étant un livre rare, les figures numérisées n'étaient pas toujours très claires.

Figure C.1 : Règle et compas – activité 1

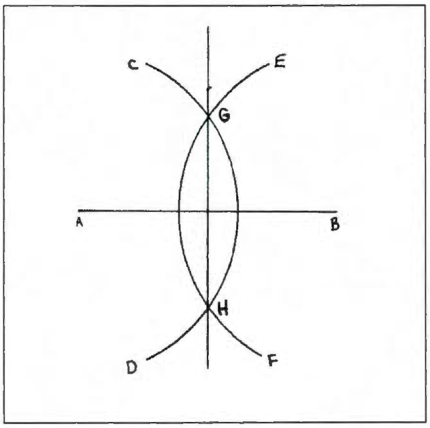


Figure C.2 : Règle et compas – activité 2

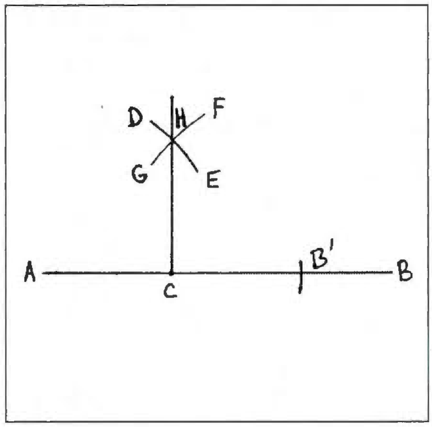


Figure C.3 : Règle et compas – activité 3

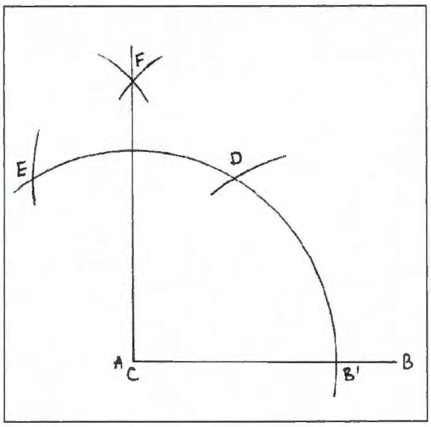


Figure C.3a : Règle et compas – activité 3

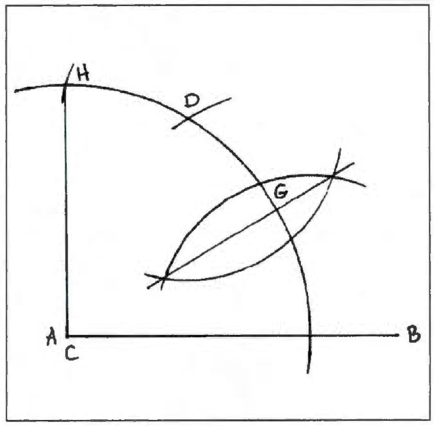


Figure C.4 : Règle et compas – activité 4

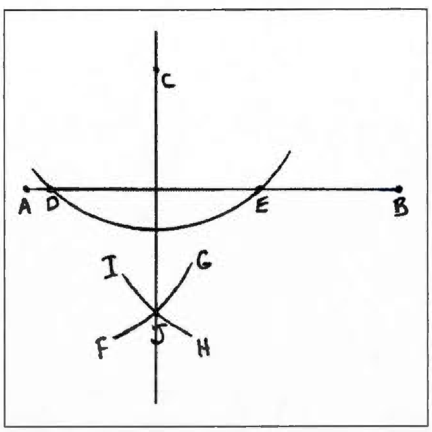


Figure C.5 : Règle et compas – activité 5

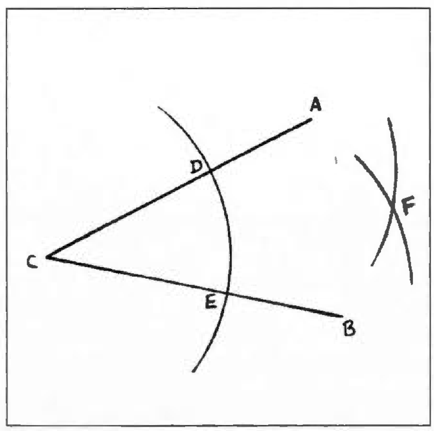


Figure C.6 : Règle et compas – activité 6

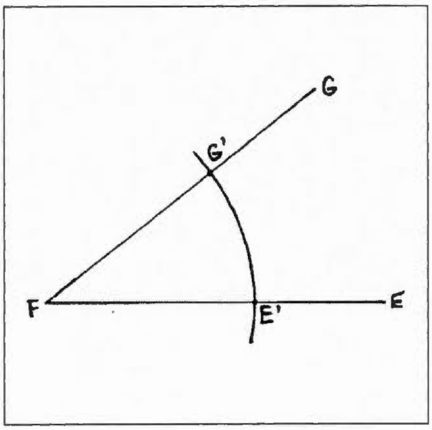


Figure C.6a : Règle et compas – activité 6

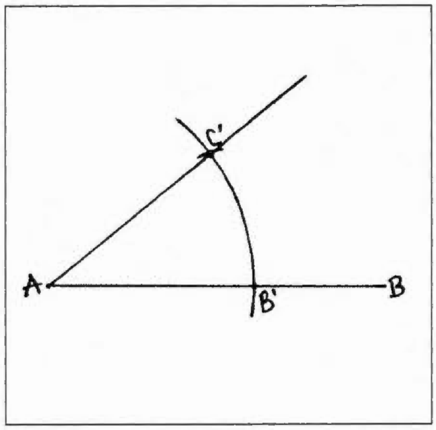


Figure C.7 : Règle et compas – activité 7

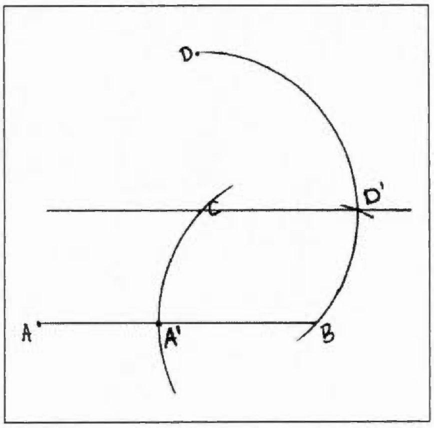


Figure C.8 : Règle et compas – activité 8

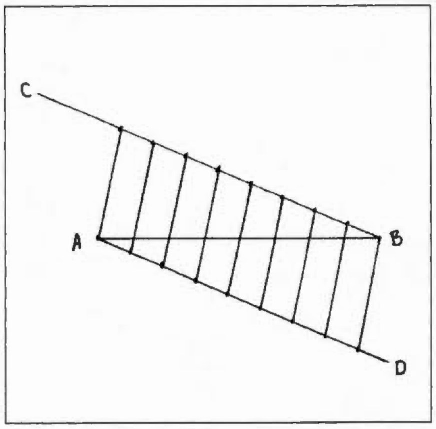


Figure C.9 : Règle et compas – activité 9

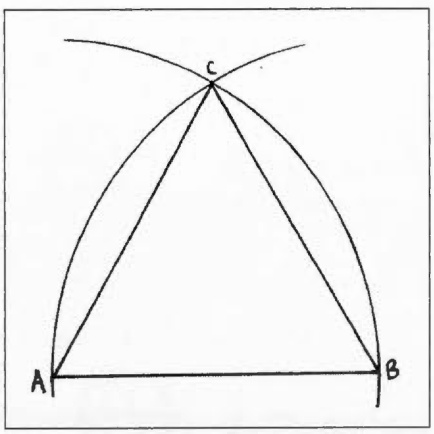


Figure C.10 : Règle et compas – activité 10

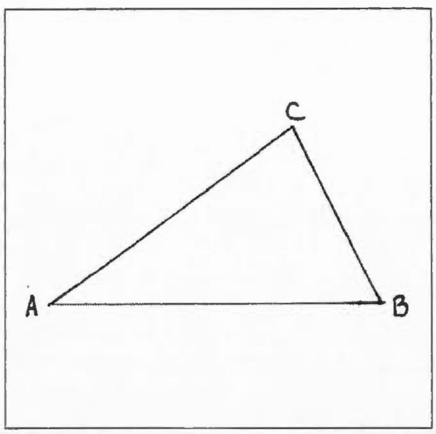


Figure C.10a : Règle et compas – activité 10

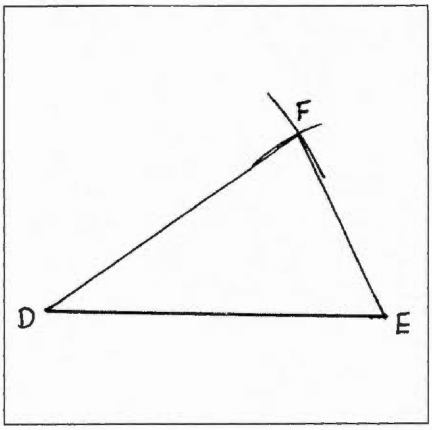


Figure C.11 : Règle et compas – activité 11

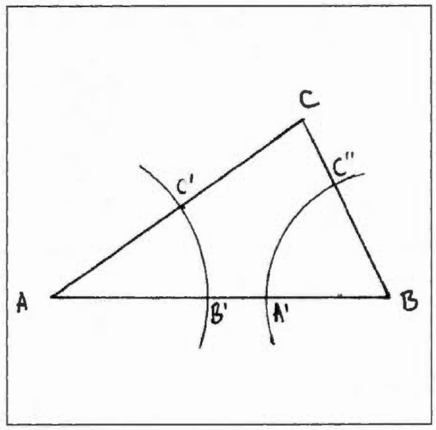


Figure C.11a : Règle et compas – activité 11

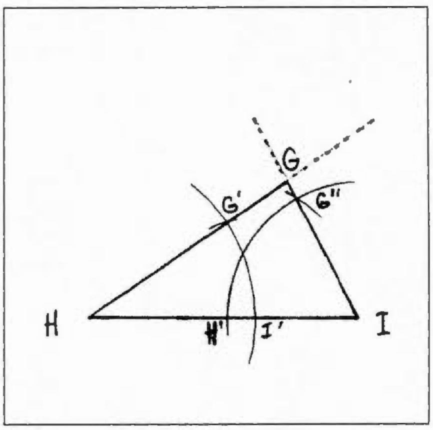


Figure C.12 : Règle et compas – activité 12

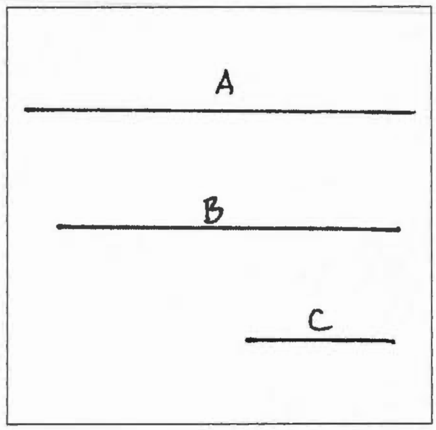


Figure C.12a : Règle et compas – activité 12

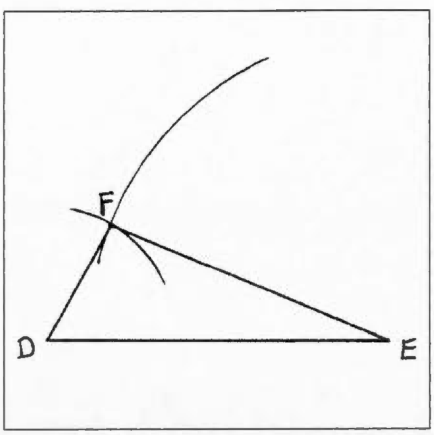


Figure C.13 : Règle et compas – activité 13

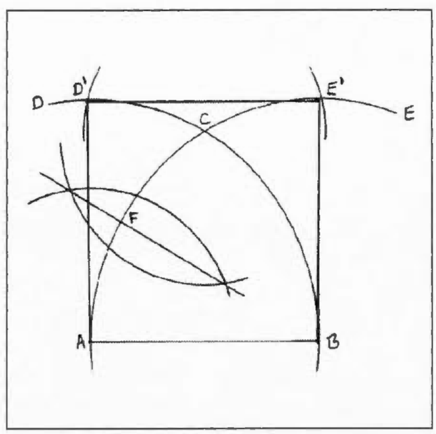


Figure C.14 : Règle et compas – activité 14

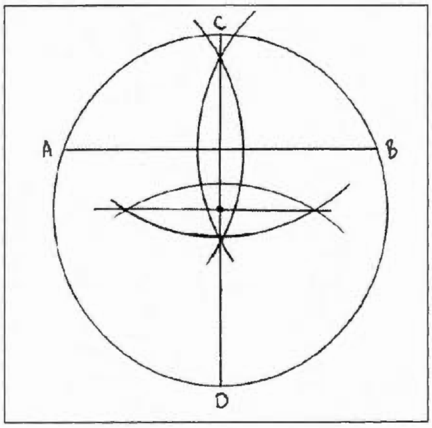


Figure C.15 : Règle et compas – activité 15

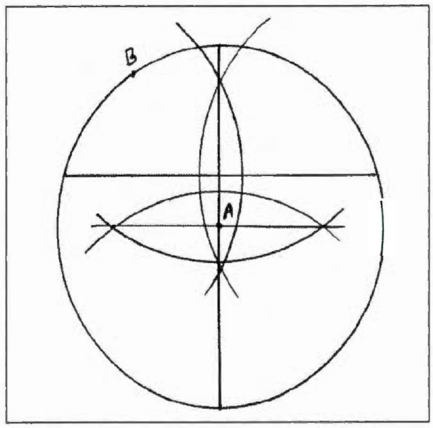


Figure C.15a : Règle et compas – activité 15

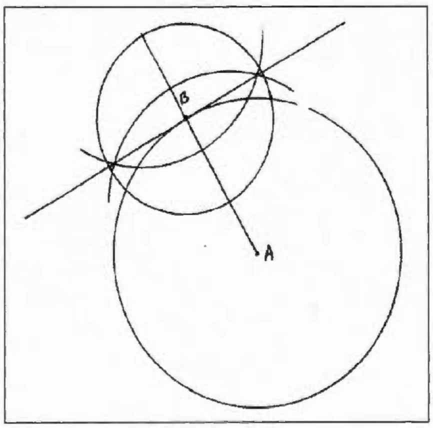


Figure C.16 : Règle et compas – activité 16

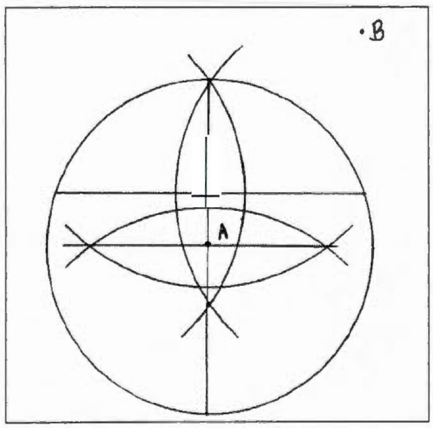


Figure C.16a : Règle et compas – activité 16

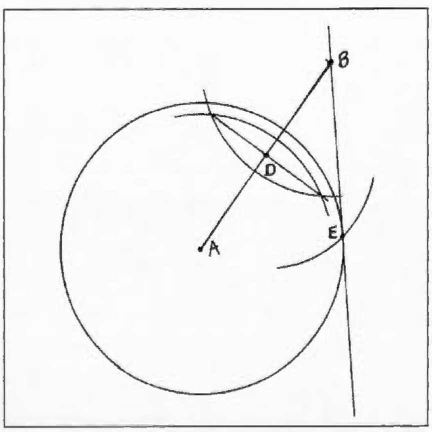


Figure C.17 : Règle et compas – activité 17

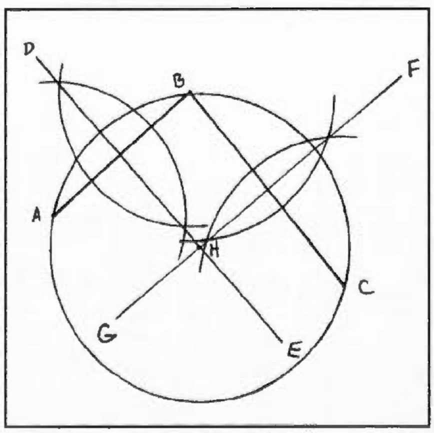


Figure C.18 : Règle et compas – activité 18

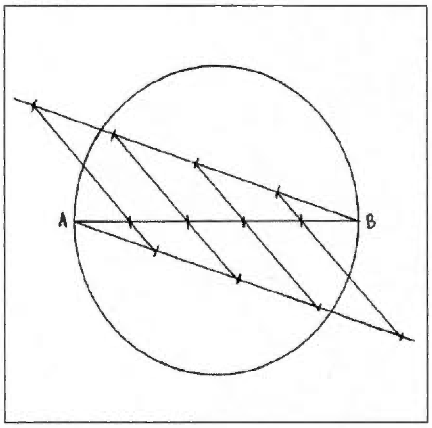


Figure C.18a : Règle et compas – activité 18

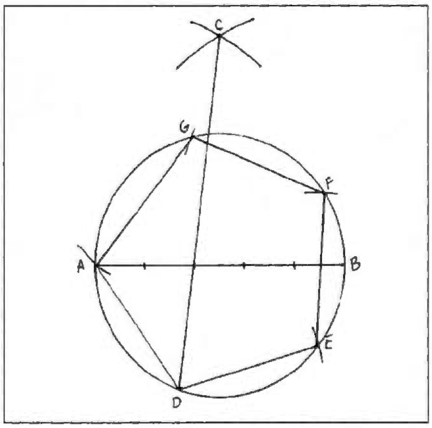
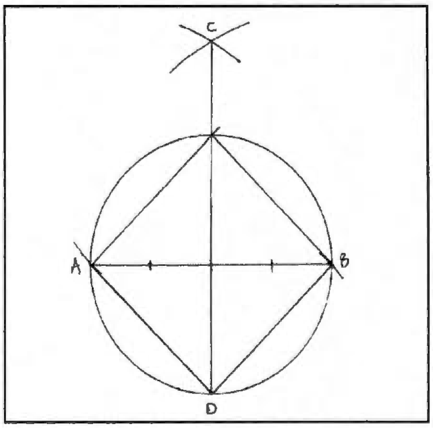


Figure C.18b : Règle et compas – activité 18



APPENDICE D

PLANS POUR LA SPHÈRE ARMILLAIRE

Dans les pages qui suivent, vous trouverez les images à l'échelle des deux pièces constituant la base de la sphère armillaire. En effet, ces pièces sont particulièrement difficiles à tracer et l'intérêt de le faire est assez mince. En ce qui concerne les autres pièces cependant, nous n'avons pas fourni d'image à l'échelle, car nous croyons qu'il est préférable de les tracer à l'aide d'un compas tel que décrit aux différentes étapes de l'activité 4.4.4.1.

Figure D.1 : Base de la sphère armillaire – 1

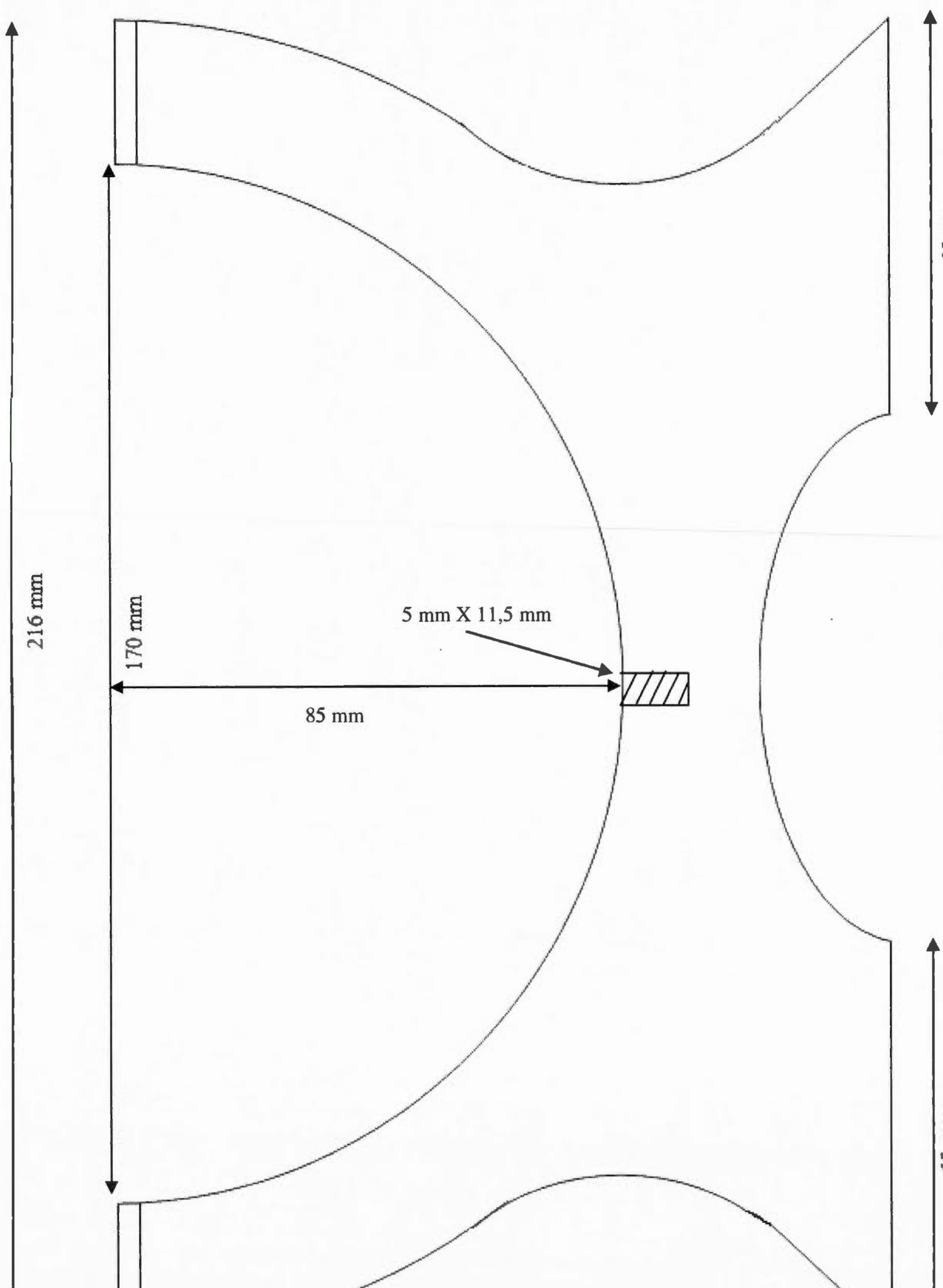
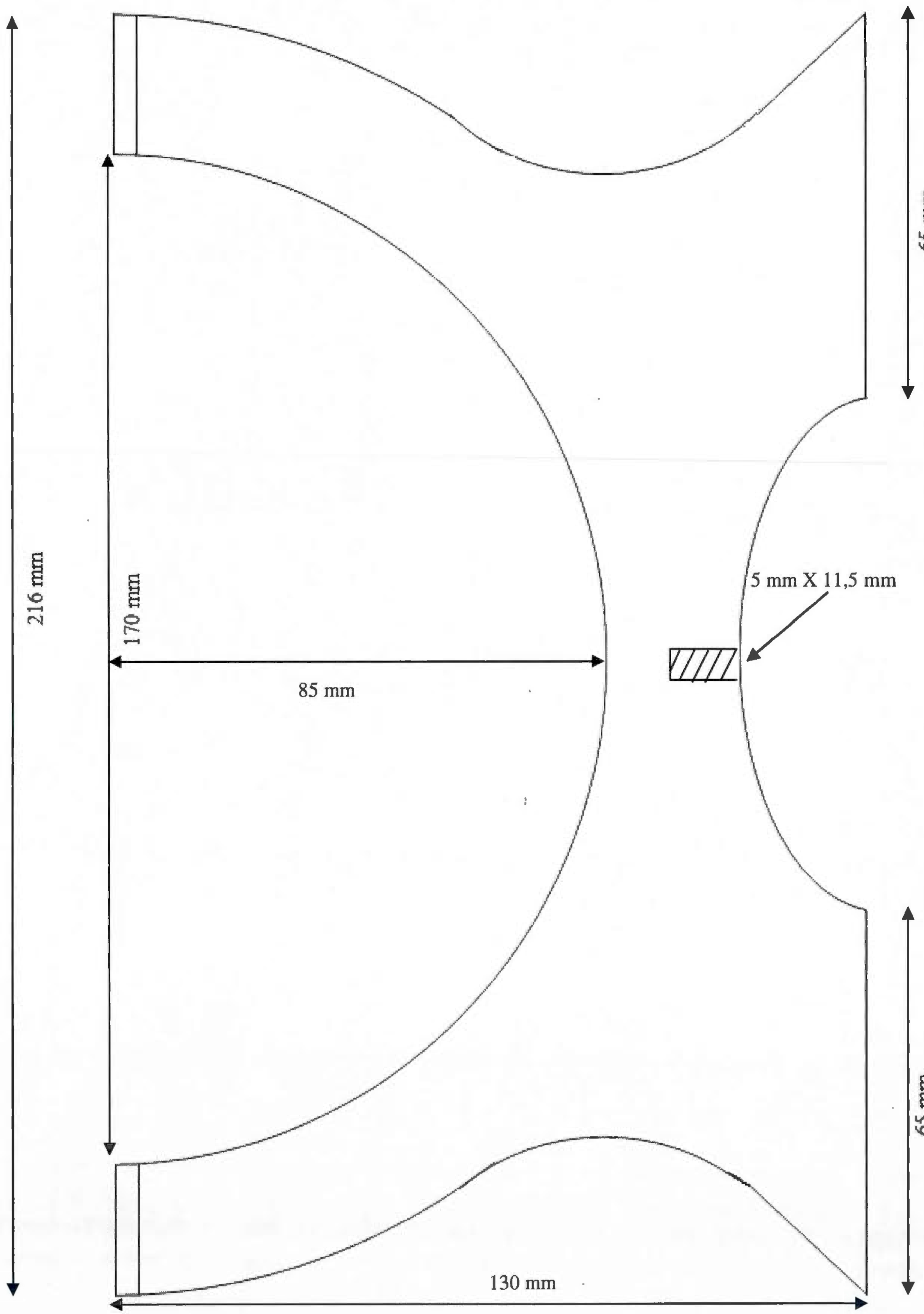


Figure D.2 : Base de la sphère armillaire – 2



APPENDICE E

PLANS POUR L'ASTROLABE

Dans les pages qui suivent, vous trouverez les plans à l'échelle pour la construction d'un astrolabe. Ces images sont directement tirées de Dutarte (2000) à l'exception du tympan à la latitude de Montréal que nous avons dû faire, car le tympan fourni était à la latitude de Paris.

Figure E.1 : Matrice de l'astrolabe – dos

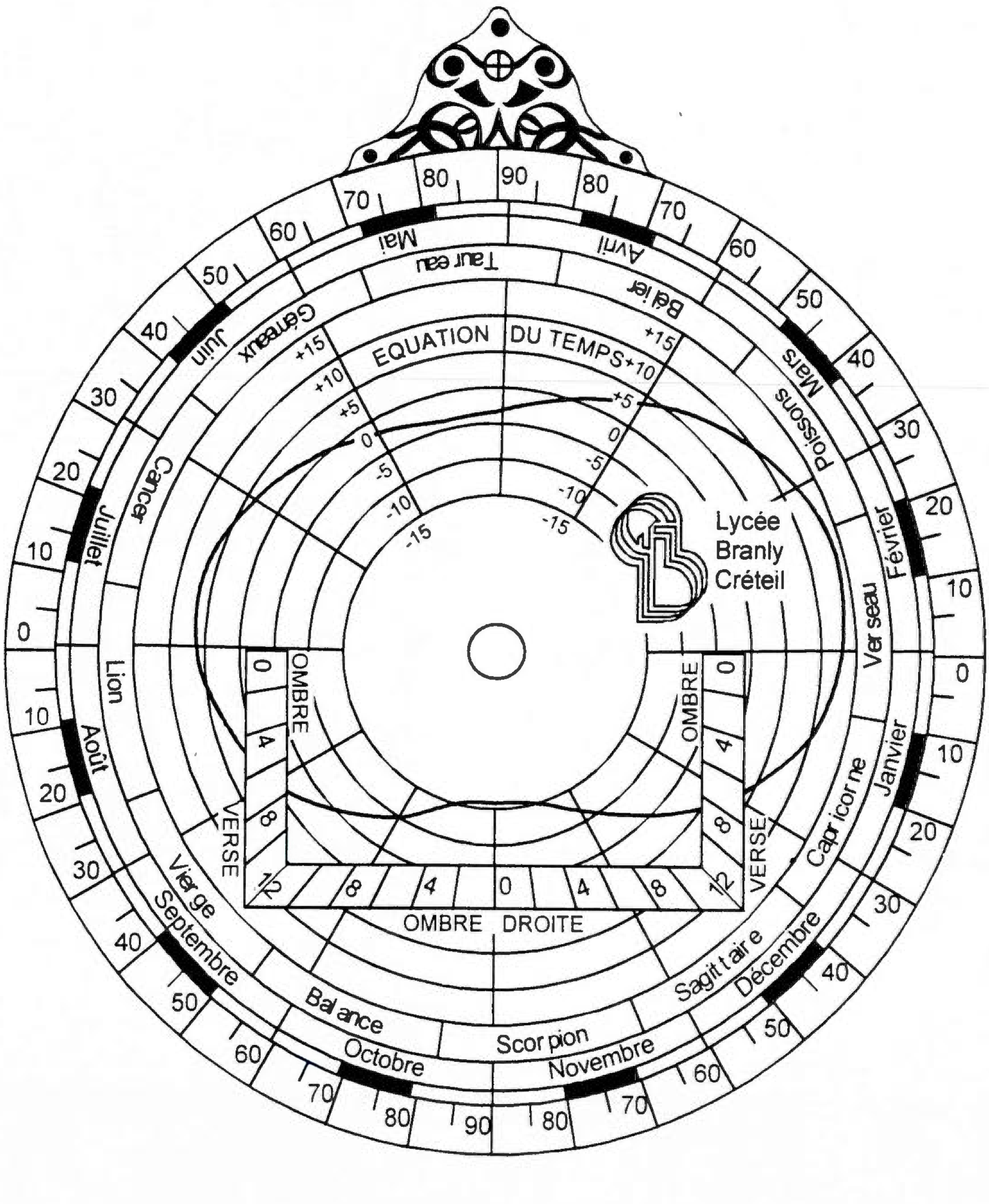
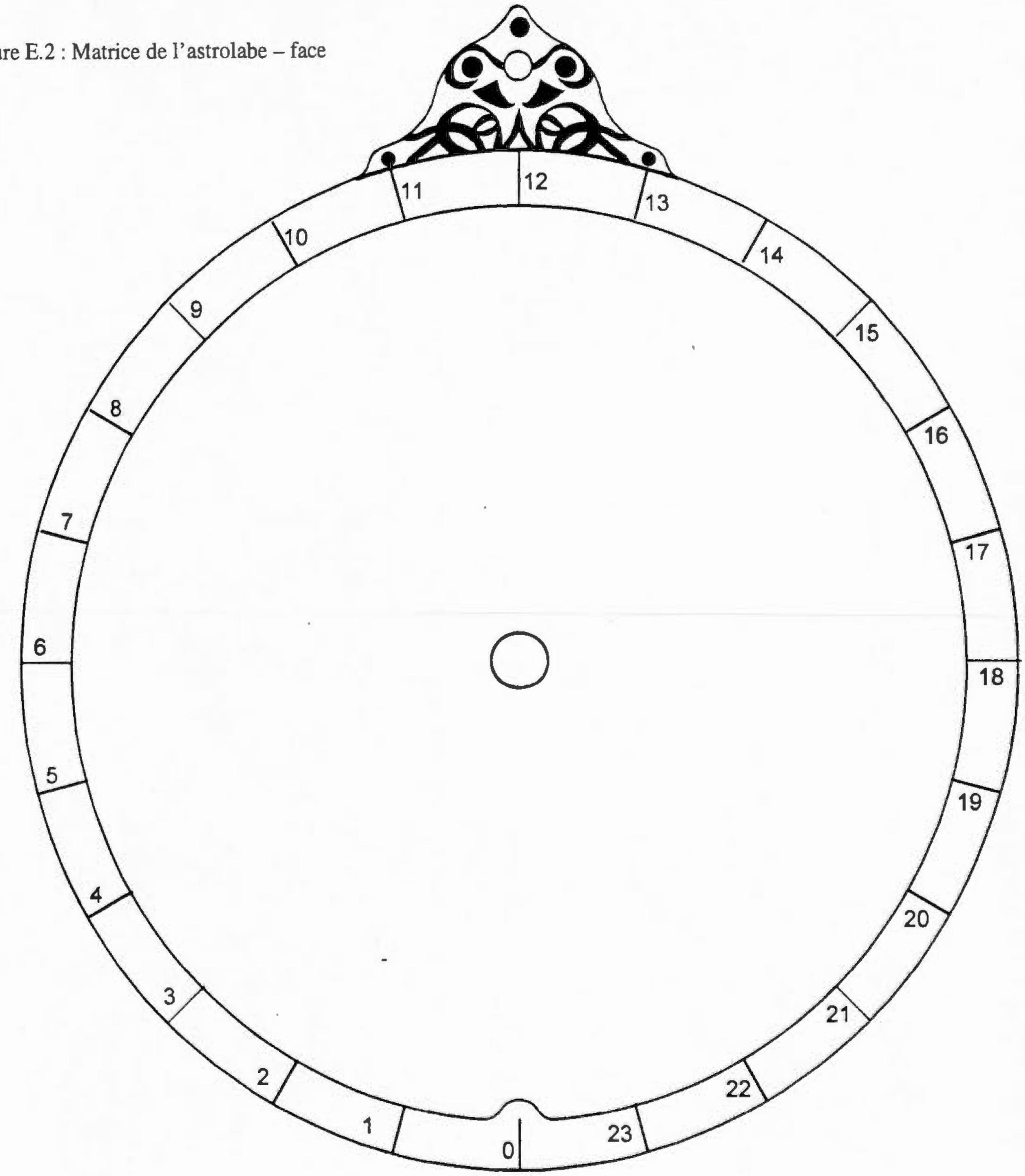


Figure E.2 : Matrice de l'astrolabe – face



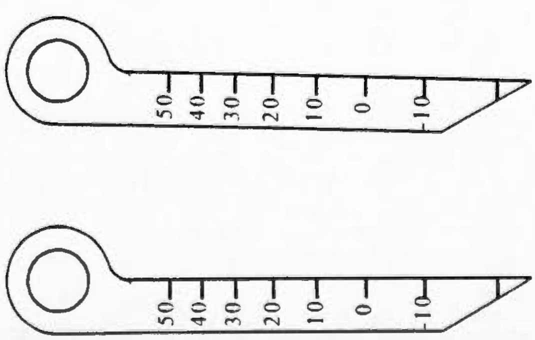


Figure E.3 : Index de l'astrolabe

Figure E.4 : Tympan de l'astrolabe – latitude de Paris

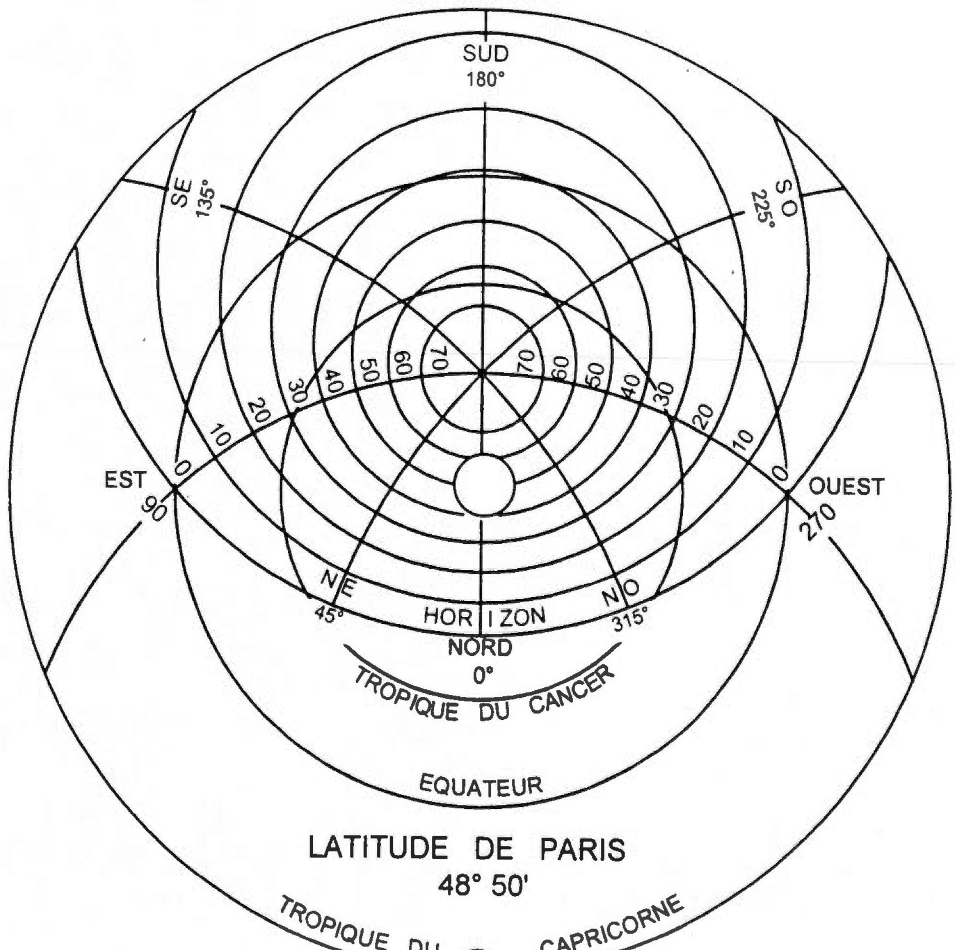
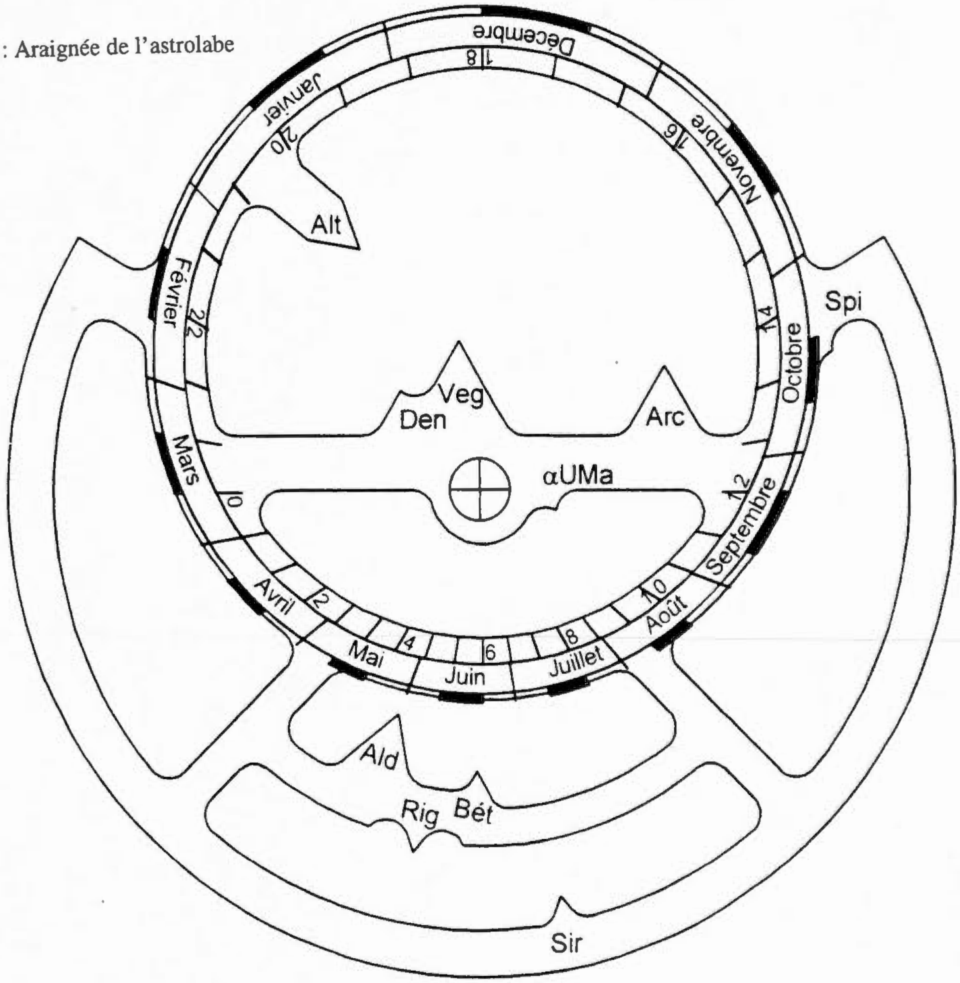


Figure E.5 : Araignée de l'astrolabe



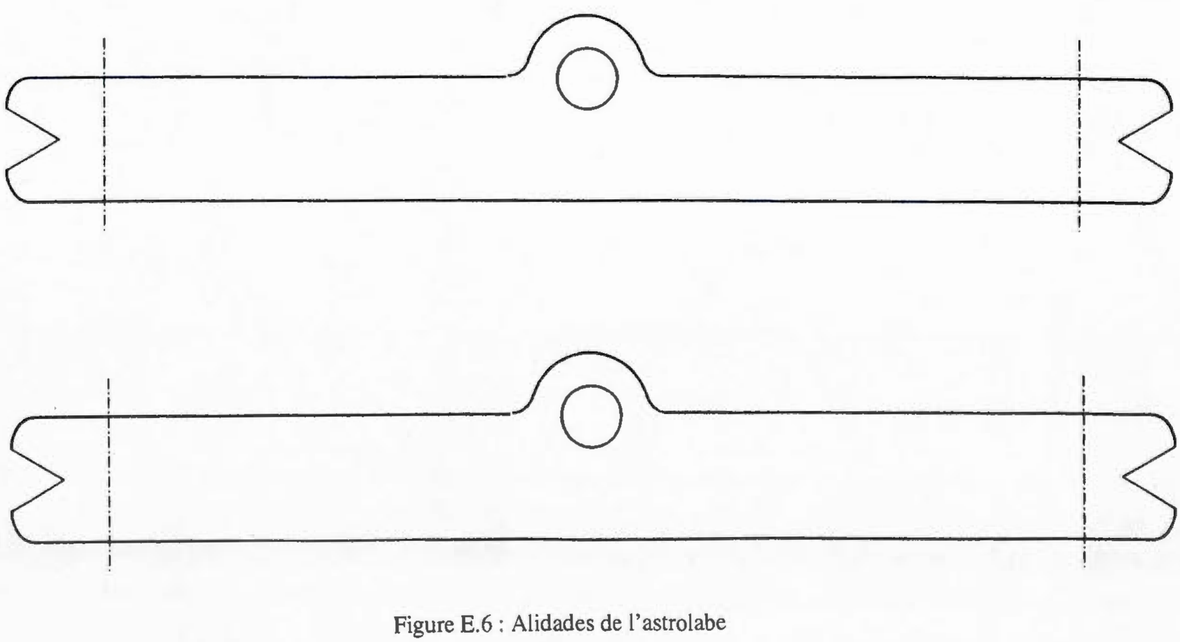
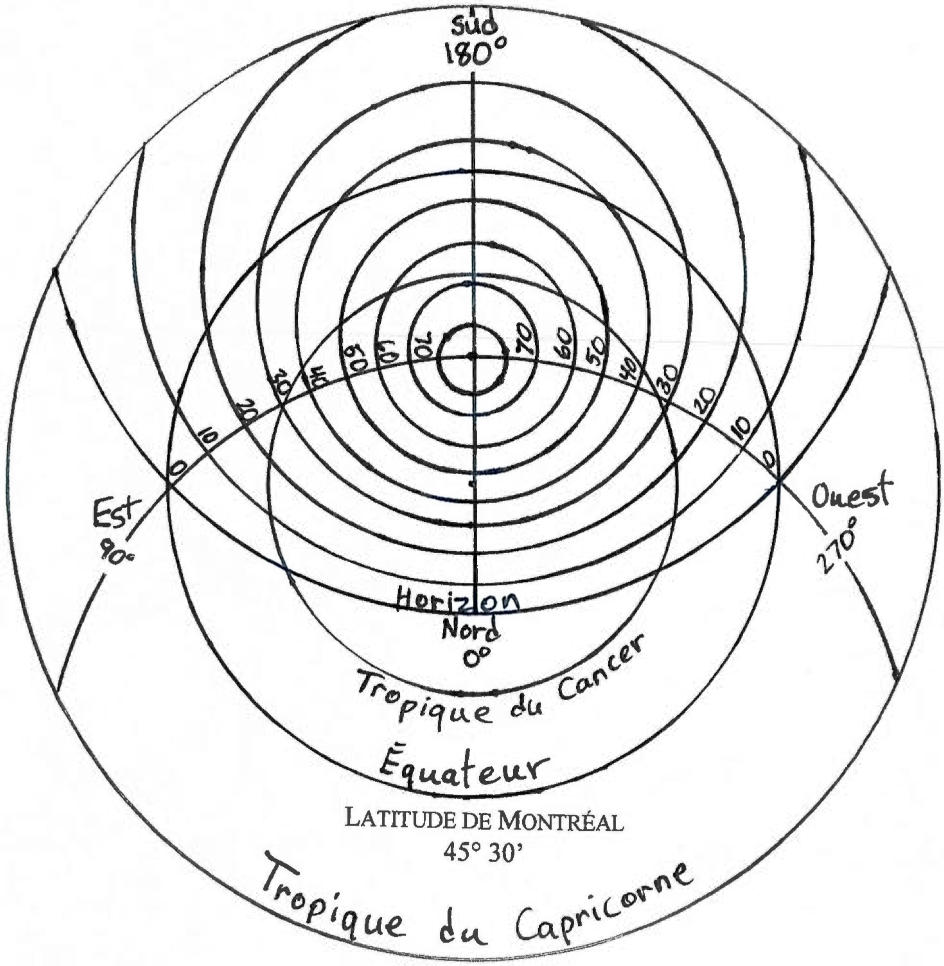


Figure E.6 : Alidades de l'astrolabe

Figure E.7 : Tympan de l'astrolabe – latitude de Montréal



BIBLIOGRAPHIE

DOCUMENTS ÉCRITS ET PUBLIÉS

Adler, Ken. Mesurer le monde : 1792-1799 : l'incroyable histoire de l'invention du mètre, Paris, Flammarion, 2005, 469 pages.

Bibliothèque nationale du Québec. Musée et éducation : modèles didactiques d'utilisation des musées, Montréal, Société des musées québécois, 1986, 108 pages.

Bion, Nicolas (1652-1733). Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématique, Paris, Chez la Veuve Boudot, 1723, 389 pages.

Bion, Nicolas (1652-1733). L'usage des astrolabes tant universels que particuliers, Paris, Laurent d'Houry, 1702, 242 pages.

Blouin, Y. Analyse cognitive-béhaviorale des problèmes de mathophobie, non publié.

Boivin, Claude et al. Visions – 3e année du 2e cycle – Culture, société et technique – vol. 1, Montréal, Les éditions CEC inc., 2009, 190 pages.

Boivin, Claude et al. Visions – 3e année du 2e cycle – Techno-sciences – vol. 1 – version provisoire, Montréal, Les éditions CEC inc., 2009.

Boucher, Claude et al. Intersection – 2e année du 2e cycle – Techno-sciences – manuel de l'élève A, Montréal, Graficor Chenelière éducation inc., 2010, 279 pages.

Brosseau, Benoît et al. Visions – 2e année du 2e cycle – Techno-sciences– vol. 1, Montréal, Les éditions CEC inc., 2009, 236 pages.

Cerquetti-Aberkane, Françoise, Rodriguez, Annie et Johan Patrice. Les maths ont une histoire : activités pour le cycle 3, Paris, Hachette, 1997, 188 pages.

Charbonneau, Louis. « Histoire des mathématiques et enseignement des mathématiques au primaire », Instantannés mathématiques, Automne 2002a, pages 21-36.

Charbonneau, Louis. « La trigonométrie : une histoire à l'envers tournée d'abord vers le ciel », Des mathématiques qui mènent loin – Actes du 44e congrès annuel de l'association mathématique du Québec, Sainte-Foy, Les éditions Le griffon d'argile, 2002b, pages 47-56.

Charbonneau, Louis. « Les mathématiciens au pouvoir : la Révolution française», Plot, no 64/65, Décembre 1993, pages 33-43.

Charrette, François. Mathematical Instrumentation in Fourteenth-Century Egypt and Syria, Pays-Bas, Leiden: Brill, 2003, XXI + 422 + 136 pages.

Colette, Jean-Paul. Mesure des attitudes des étudiants du collège I à l'égard des mathématiques, Collège Montmorency, 1978, 53 pages.

Daumas, Maurice. Les instruments scientifiques aux XVIIe et XVIIIe siècles, Paris, Presses universitaires de France, 1953, 417 pages.

Djebbar, Ahmed. Une histoire de la science arabe, Paris, Éditions du Seuil, 2001, 386 pages.

Dutarte, Philippe. Les instruments de l'astronomie ancienne de l'antiquité à la renaissance, Paris, Vuibert 2006, 296 pages.

Dutarte, Philippe et al. L'astrolabe au carrefour des savoirs, Paris, Université Paris-Nord (IREM), 2000, 256 pages.

Euclide, Les quinze livres des éléments géométriques d'Euclide, traduit par D. Henrion, Paris, Isaac Dedin, 1632, 701 pages.

Fauvel, John. « Using History in Mathematics Education », For the Learning of Mathematics, vol. 11, no2, juin 1991 pages 3-6.

Fauvel, John et Van Maanen, Jan. History in Mathematics Education , Pays-Bas, Kluwer Academic dorcrecht, 2000, 437 pages.

Fourrey, Émile. Curiosités géométriques, Paris, Vuibert, 1994. 427 pages, (Réédition augmentée d'une étude d'Évelyne Barbin)

Garnier, Bernard, Hocquet, Jean-Claude et Woronoff, Denis. Introduction à la métrologie historique, Paris, Economica, 1989, 376 pages.

Gattuso, Linda et Lacasse, Raynald. Les mathophobes : une expérience de réinsertion au niveau collégial , Montréal, Cegep du vieux Montréal, 1986, 195 pages.

Gillet, André. Une histoire du point en mer, Paris, Belin - Pour la science, 2000, 111pages.

Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation. Programme de formation de l'école québécoise : éducation préscolaire, enseignement primaire, Québec, 2006a, 362 pages.

Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation. Programme de formation de l'école québécoise : enseignement secondaire, premier cycle, Québec, 2006b, 631 pages.

Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation, du loisir et du sport. Programme de formation de l'école québécoise : enseignement secondaire, 2e cycle, Québec, 2007.

Guedj, Denis La méridienne (1752-1799) : ou Comment Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain, traversant la France révolutionnaire à la rencontre l'un de l'autre, parvinrent à définir un nouvel étalon universel : le mètre, Paris, P. Seghers, 1987, 271 pages.

Guedj, Denis La mesure du monde La méridienne, Paris, Laffont, 1997, 302 pages.[101]

Hall, H.S. et Knight, S.R. Trigonométrie rectiligne, Québec, Les Presses Universitaires Laval, 1960, 368 pages, (Traduit de l'anglais et révisé par l'abbé Alexandre La Rue).

Hamel, Jean-Claude. Les devoirs de Scénarios 2, Montréal, HRW, 1995, 122 pages.

Hamel, Jean-Claude. Les devoirs de Scénarios 2 - corrigé, Montréal, HRW, 1995, 122 pages.

Hamel, Jean-Claude et al. Visions – 2e année du 2e cycle – Sciences naturelles– vol. 2, Montréal, Les éditions CEC inc., 2009, 247 pages.

Hart-Reyes, Laurie. « Affective variables and mathématic education », The elementary school journal, vol. 84, no5, pages 558-581.

Hébert, Élisabeth. Instruments scientifiques à travers l'histoire, Paris, Ellipses, c2004, 495 pages.

Henrion, Didier. Traicté des globes et de leur usage, Paris, Abraham Pacard, 1618, 184 pages.

Henrion, Didier. Usage du compas de proportion, Paris, Michel Daniel, 1618, 90 pages.

Hocquet, Jean-Claude. La métrologie historique, Paris, Presses universitaires de France, 1995, 127 pages.

Jankvist, Uffe Thomas. « A Categorization of the « Whys » and « Hows » of Using History in Mathematics Education », Educational Studies in Mathematics, vol. 71, no 3, juillet 2009, pages 235-261.

Janvier, Martine. « Ce que les grecs ont vraiment inventé ; Calculer comme Eratosthène », Cahiers de Science & vie, no 55, février 2000, pages 34-35

---

[101] Malgré son titre différent, ce livre est le même que Guedj (1987) mais enrichi de trente pages de documents historiques. Nous avons mis les deux références mais nous avons bien sûr travaillé avec cette réédition de 1997.

Jobin, Gilles G. Trigonométrie 1, triangle rectangle, lois du sinus et du cosinus : GSM 144, Mont-Royal, Québec Modulo, 1993, 135 pages.

Johnson, Micheline. L'histoire apprivoisée, Montréal, Boréal Express, 1979, 216 pages.

Ledoux, Antoine et al. Visions – 1e année du 2e cycle – vol. 1, Montréal, Les éditions CEC inc., 2007, 248 pages.

Lefebvre, Jacques. « Utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques », Bulletin de l'AMQ, octobre 1993, pages 22-27.

Librairie scientifique et technique. Histoire des instruments scientifiques, Paris, Albert Blanchard, 1971, 124 pages, (Actes du XIIe congrès international d'histoire des sciences)

Martin, Jean-Pierre. Une histoire de la méridienne, Cherbourg, Isoète, 2000, 159 pages.

Mitchell, Merle. Mathematical History Activities, Puzzles, Stories and Games, Albuquerque, National Council of Teachers of Mathematics, 1978, 74 pages.

Morin, Marie-Pier. « La hauteur de l'école à la façon de Gerbert », Vivre le primaire, Automne 2010, à paraître.

Moulinier, Laurence. La juste mesure : quantifier, évaluer, mesurer entre Orient et occident (VIIIe – XVIIIe siècle), Saint-Denis, Presses universitaires de Vincennes, 2005, 200 pages.

Nimier, Jacques. Mathématiques et affectivité – Une explication des échecs et des réussites, Paris, Stock, 1976, 244 pages.

Ozanam, Jacques (1640-1717). L'usage du compas de proportion expliqué et démontré d'une manière courte & facile, & augmenté d'un traité de la division des champs, Paris, Estienne Michallet, 1688, 138 pages.

Phillips-Birt, Douglas. L'art de naviguer : de la préhistoire à nos jours, Paris, Éditions Maritimes et d'Outre-Mer, 1974, 310 pages.

Réunion de professeur, Géométrie, cours complémentaire et enseignement secondaire court, Paris, Ligel, 1960, 499 pages.

Reyes, Laurie Hart. « Affective Variables and mathematics Education », Elementary School Journal, vol. 84, no 5, mai 1984, pages 558-581.

Roy, Pascale. Intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, Mémoire de maîtrise en mathématiques, Montréal, Université du Québec à Montréal, 155 pages.

Salles, René. Si le temps m'était compté… : Mesure et instruments, Rennes, Ouest-France, 1991, 160 pages.

Savoysky, Serge. « Le compas de proportion », Arts Mécaniques. Bulletin de l'Association nationale des collectionneurs de machines à écrire et à calculer mécaniques. no18, juin 2002, pages 1-22.

Ségéric, Jean-José. Histoire du point astronomique en mer, marines éditions, Rennes, 2006, 447 pages.

Simard, Marie-josée Recours à l'histoire dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral au Québec , Montréal, Université du Québec à Montréal, 1996, 142 pages.

Talbot, Raymond. La trigonométrie, Montréal, Guérin, 1978, 58 pages.

Torkia-Lacacé, Mirette. La pensée formelle chez les étudiants du collège 1 : objectif ou réalité, Cégep de Limoilou, 1981.

Turner, Anthony. Early Scientific Instruments Europe 1400-1800, Londres, Sotheby, 1987, 320 pages.

Turner, Gérard L'Estrange. Scientific Instruments 1500-1900 : an Introduction, Londres, Philip Wilson, 1998, 144 pages.

Vitrac Bernard. « Ce que les grecs ont vraiment inventé ; Les treize livres d'Euclide », Cahiers de Science & vie, no 55, février 2000, pages 50-56

Zupko, Ronald Edward. Revolution in measurement : Western European weights and mesures since the age of science, Philadelphie, American Philosophical Society, 1990, 548 pages.

SITES INTERNET

Académie de Bordeaux – midi solaire :
http://webetab.ac-bordeaux.fr/Pedagogie/Physique/TPE/midi.htm

Andromeda (dictionnaire encyclopédique pour l'astronomie) :
http://www.anaconda-2.net/andromeda.html

Archimède – animation du calcul de l'aire :
http://www.mathkang.org/swf/archimede.html

Association Sciences en Seine et Patrimoine (ASSP) :
http://assprouen.free.fr/

Astro Club de Toussaint (site parlant d'astronomie pour tous) :
http://asctoussaint.sa.free.fr/index2.html

Calculatrice pour astronomes (du site Prof TNJ) :
http://www.proftnj.com/calcastr.htm

Charbonneau, Louis (professeur au département de mathématiques de l'UQAM) :
http://www.math.uqam.ca/_charbonneau/personnel/index.html

Chronomath (site pour l'histoire des mathématiques) :
http://www.chronomath.com/

Compas de proportion :
http://portail.atilf.fr/cgi-bin/getobject_?a.22:83:5./var/artfla/encyclopedie/textdata/IMAGE//

Conversion (calendrier grégorien et calendrier républicain)
http://pierre.collenot.pagesperso-orange.fr/Issards_fr/outils/calrepub.htm

Gallica (Bibliothèque numérique où l'on peut trouver certains textes très anciens) :
http://gallica.bnf.fr/

Histoire de la mesure:
http://www.metrologie-francaise.fr/fr/histoire/histoire-mesure.asp

Histoire du mètre :
http://histoire.du.metre.free.fr/

Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides (IMCCE) :
http://www.imcce.fr/langues/fr/

Instruments mathématiques anciens (Site de Philippe Dutarte) :
http://dutarte.perso.neuf.fr/instruments/

Lexilogos (site permettant entre autres de trouver la latitude et la longitude d'une ville) :
http://www.lexilogos.com/calcul_distances.htm

Lignes du temps reliées aux mathématiques :
http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Timelines/

Mac Tutor (site intéressant en histoire des mathématiques) :
http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history//

Mathematics :
http://www.loc.gov/exhibits/vatican/math.html

Passion histoire (site d'histoire générale) :
http://www.passion-histoire.net/

PGJ astronomie (site permettant de trouver la latitude et la longitude d'une ville) :
http://pagesperso-orange.fr/pgj/latlong.htm

Planétarium Ventoux Provence (site avec beaucoup d'information vulgarisée) :
http://www.planetarium-provence.com/presentation.htm

Pythagore – preuve géométrique du théorème
http://www.mathkang.org/swf/pythagore.html

Shadows Pro (logiciel) : http://www.shadowspro.com/fr/index.html

Université de Nantes (site avec des animations principalement en lien avec le soleil) :
http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Soleil/Index_Soleil.html