

Anales del Instituto de Actuarios Españoles, 3ª Época, 22, 2016, 41-71

## MODELO ACTUARIAL MULTIESTADO PARA EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES DE SUPERVIVENCIA Y FALLECIMIENTO SEGÚN ESTADO CIVIL: UNA APLICACIÓN AL PAGO DE PENSIONES CONCURRENTES

Estefanía Alaminos<sup>1</sup>, Mercedes Ayuso<sup>1</sup>

### Resumen

El estudio del efecto que factores endógenos como el estado civil de la persona tienen en el comportamiento de indicadores biométricos, económicos y sociales relacionados con el sistema de bienestar de un país es un tema de máxima relevancia en la actualidad. En España, la creciente longevidad y el mayor número de mujeres generadoras de pensión de jubilación ha puesto en entredicho el actual sistema de pensiones contributivas de viudedad, para el que se espera un notable incremento de prestaciones. El desarrollo metodológico de un modelo actuarial de múltiples estados según el estado civil de la persona cobra por tanto máximo interés.

**Palabras clave:** heterogeneidad en la longevidad, factores endógenos, transición entre estados, pensiones contributivas.

---

<sup>1</sup> Dpto. Econometría, Estadística y Economía Aplicada, Riskcenter-IREA; Universitat de Barcelona, Avda. Diagonal 690, 08034, Barcelona.

Estefanía Alaminos ([calaminos@ub.edu](mailto:calaminos@ub.edu)), Mercedes Ayuso ([mayuso@ub.edu](mailto:mayuso@ub.edu) autor para correspondencia).

Las autoras agradecen la ayuda recibida del Ministerio de Economía y Competitividad y del Fondo Europeo de Desarrollo Regional ECO2015-66314-R (MINECO/FEDER).

## A MULTIPLE STATE ACTUARIAL MODEL TO CALCULATE SURVIVAL AND DEATH PROBABILITIES BY MARITAL STATUS: AN APPLICATION TO PENSIONS

Estefanía Alaminos<sup>2</sup>, Mercedes Ayuso<sup>2</sup>

### Abstract

The study of the impact that some endogenous factors such as the marital status has on the behavior of biometric, economic and social indicators related to the welfare system of a country is a major issue today. In Spain, the increasing longevity and the largest number of women entitled to retirement pensions have questioned the current system of contributory widows' pensions, for which a significant increase in payments is expected. The methodological development of a multiple state actuarial model by marital status is therefore of great interest.

**Keywords:** heterogeneity in longevity, endogenous factors, transition between marital states, contributory pensions.

### 1. Introducción

El envejecimiento de la población es un hecho que afecta a la sostenibilidad de los sistemas de pensiones (Herce, 2016; Ayuso *et al.*, 2015; Ayuso *et al.*, 2013; Conde Ruiz y González, 2013). Sin embargo, recientes estudios ponen de manifiesto como la heterogeneidad en la longevidad puede afectar de manera muy diferente a la equidad intra e intergeneracional que buscan los diferentes esquemas de cálculo de pensiones. A las investigaciones ya existentes sobre las diferencias por sexo (son de sobra conocidas las diferencias en las esperanzas de vida para hombres y mujeres) se unen ahora trabajos que analizan otros indicadores como la riqueza del individuo, su nivel de educación, su estado de salud o su estado civil (ver en Ayuso *et al.*, 2016 una revisión extensa de la literatura existente sobre el tema). En

---

<sup>2</sup> Dpto. Econometría, Estadística y Economía Aplicada, Riskcenter-IREA; Universitat de Barcelona, Avda. Diagonal 690, 08034, Barcelona.  
Estefanía Alaminos ([calaminos@ub.edu](mailto:calaminos@ub.edu)), Mercedes Ayuso ([mayuso@ub.edu](mailto:mayuso@ub.edu) autor para correspondencia).

Las autoras agradecen la ayuda recibida del Ministerio de Economía y Competitividad y del Fondo Europeo de Desarrollo Regional ECO2015-66314-R (MINECO/FEDER).

España, con una de las poblaciones más longevas del mundo<sup>3</sup>, algunas figuras de las que conforman el conjunto de prestaciones que ofrece la Seguridad Social en su vertiente contributiva están expuestas de manera creciente a dicha heterogeneidad, como es el caso de la pensión de viudedad (Ayuso *et al.*, 2013; Hernández *et al.*, 2011; Kahale, 2011; Sanabria y Hernández, 2010; Tortuero, 2010; Ahn y Felgueroso, 2007).

La pensión de viudedad fue creada originariamente para cubrir las necesidades económicas que le surgían a la viuda después de fallecer el marido, del que dependía económicamente. Y es que, históricamente, las mujeres se dedicaban a las tareas de hogar y al cuidado de familiares sin entrar a formar parte del mercado laboral. Sin embargo, en la actualidad, el rol de la mujer en la sociedad está cambiando, y cada vez son más las mujeres que participan en el mercado laboral, siendo por tanto económicamente independientes, y generando derecho a pensión, tanto la suya propia en el momento de la jubilación, como la de viudedad a sus cónyuges en caso de fallecimiento (OECD, 2015b; Alaminos y Ayuso, 2015; OECD, 2012; Thévenon, 2013; Gómez y Martí, 2004; Montero y Mondéjar, 2005).

En los próximos años, la llegada a la edad legal de jubilación de las generaciones nacidas durante el *baby-boom* español hará que el número de individuos que generen derecho a la percepción de pensiones contributivas por las que han cotizado se incremente (Abellán y Pujol, 2016; García, 2016; Herce, 2016; Ayuso y Holzmann, 2014a; Tortuero, 2011). En la actualidad, la mayoría de los beneficiarios de la pensión de viudedad son mujeres, debido a que además de que cuentan con una esperanza de vida superior a la de los hombres (Ayuso y Holzmann, 2014c), al no contar con carreras de cotización no han generado derecho a la percepción de la pensión de viudedad a sus cónyuges. Sin embargo, la llegada de generaciones más pobladas y con mayor inserción femenina en el mercado laboral, hará que además de incrementarse las beneficiarias de pensión de jubilación, se incrementen los beneficiarios masculinos de pensión de viudedad. Y es más, las cuantías de las prestaciones también se verán incrementadas, en especial en el caso femenino, al haber cotizado con salarios superiores a los que contaban con anterioridad. Todos estos factores hacen preveer que en un futuro próximo el coste que tenga que afrontar la Seguridad Social en concepto de pensiones se vea incrementado notoriamente.

---

<sup>3</sup> España es el tercer país de la OECD con una mayor esperanza de vida a los 65 años, con 19,2 años para los hombres y 23,4 años de vida para las mujeres, viéndose superado por Suiza y Francia en el caso de los hombres, y por Japón y Francia en el caso femenino (OECD, 2015a).

El que aumente el número de beneficiarios de pensiones de viudedad lleva implícito que el número de parejas de derecho y de hecho (con acceso reconocido a la prestación desde la entrada en vigor de la Ley 40/2007) se mantenga al actual o aumente. Según el último Censo de Población y Viviendas en España (INE, 2011), el número de parejas de derecho aumentó en casi un millón desde el Censo anterior (INE, 2001) situándose en 9.806.022 parejas, con una variación relativa de 9,6%. También se ha visto incrementado el número de parejas de hecho, en un 195,8% respecto al año 2001, con una cifra de 1.667.517 parejas (INE, 2013)<sup>4</sup>. Aunque el número de parejas de hecho en la actualidad es bajo en comparación con el número de matrimonios de derecho, se espera que en el futuro este tipo de unión aumente.

Todos estos factores harán que en los próximos años aumente el número de pensionistas que incurran en concurrencia de pensiones de la Seguridad Social (Alaminos y Ayuso, 2015), siendo la forma más común la del perceptor de la prestación de jubilación y viudedad, siendo éstas la primera y segunda pensión respectivamente más importantes dentro del sistema.<sup>5</sup>

El objetivo de este trabajo es desarrollar metodológicamente un modelo actuarial de cambio de estado casado-viudo. Como señalábamos con anterioridad, la creciente relevancia que se está otorgando en la actualidad a la medición de la longevidad según factores endógenos a la persona (como su estado civil) justifica la necesidad de su especificación. Además, mediante la aplicación práctica de la metodología aquí implementada, y utilizando datos públicos del 2011,<sup>6</sup> se realiza una estimación del coste que supondría a la Seguridad Social el pago de las dos pensiones contributivas analizadas teniendo en cuenta las altas en el sistema producidas en dicho año. En el análisis se establecen hipótesis simplificadoras respecto a las cuantías de las pensiones y al número de individuos con derecho a las prestaciones. En concreto, habría sido deseable disponer de información sobre las características de las parejas con los dos miembros casados y ocupados, su edad y si son generadores de derecho a pensiones de jubilación y viudedad. De esta forma se podría cuantificar, por ejemplo, la diferencia económica entre la pensión de jubilación que deja de pagarse al cónyuge que fallece y la pensión de viudedad que pasa a pagarse al cónyuge que

---

<sup>4</sup> El número de individuos que viven solos (número de hogares unipersonales) ha experimentado una variación relativa del 45,8% en 2011 respecto al Censo 2001.

<sup>5</sup> Según el Anuario de Estadísticas de la Seguridad Social, en 2015, del total de pensiones contributivas del sistema (9.304.555), la pensión de jubilación suponía el 60,64% y la de viudedad el 25,29%.

<sup>6</sup> Los datos utilizados son datos censales (Censo de Población y Viviendas, INE 2011) y datos provenientes de la Seguridad Social (Anuario de estadísticas de la Seguridad Social, 2011).

sobrevive. Las hipótesis de trabajo adoptadas hacen que los resultados obtenidos deban interpretarse con la suficiente cautela y sirvan mereamente como ejemplo de como el cálculo actuarial puede utilizarse para desarrollar los sistemas de pensiones con la necesaria inclusión de probabilidades de supervivencia y fallecimiento, también por estado civil de las personas.

A diferencia del trabajo realizado en Alaminos y Ayuso (2015)<sup>7</sup> donde se estima el coste individual esperado del pago en concurrencia de las pensiones de jubilación y viudedad para un individuo de 65 años según sexo y estado civil, sin entrar en la especificación detallada del modelo actuarial utilizado, en este caso se presenta el desarrollo metodológico completo, y la aplicación práctica la centramos en un ejemplo de cálculo del coste agregado para el total del sistema bajo determinadas hipótesis simplificadoras.

La estructura del artículo es la siguiente. En el apartado 2 se presenta un análisis descriptivo de las series de altas de jubilación y viudedad en España, así como de la evolución de los ocupados de más de 60 años y del salario medio percibido. En el apartado 3 se especifica el modelo actuarial multiestado para el caso de cambio de estado civil. En el apartado 4 se realiza una implementación práctica del modelo actuarial desarrollado con el objetivo de estimar el coste que puede suponer una generación de jubilados por sexo en caso de causar concurrencia de pensiones. Por último, en el apartado 5, se presentan las principales conclusiones del estudio.

## **2. Evolución de las altas de pensiones de jubilación y viudedad en España, de las pensiones medias, de la población de mayor edad ocupada, y de su estado civil. Análisis por sexo.**

La evolución de las altas en pensiones contributivas de jubilación y viudedad en los últimos diez años en España ha seguido una tendencia creciente para hombres y mujeres. Este hecho puede venir explicado por dos factores que mantienen una relación positiva con el número de altas en pensiones. Por un lado, el envejecimiento demográfico, con un aumento de la esperanza de vida en las cohortes de más edad, lo que hace que cada vez más individuos sobrevivan a la edad legal de jubilación, con más años de vida durante la etapa de retiro (Herce, 2016; Ayuso y Holzmann, 2014a,b,c; Vaupel *et al.*, 2005; Oeppen y Vaupel, 2002; Riley, 2001). Por otro lado, el hecho de que estos colectivos hayan contado con carreras de cotización completas y

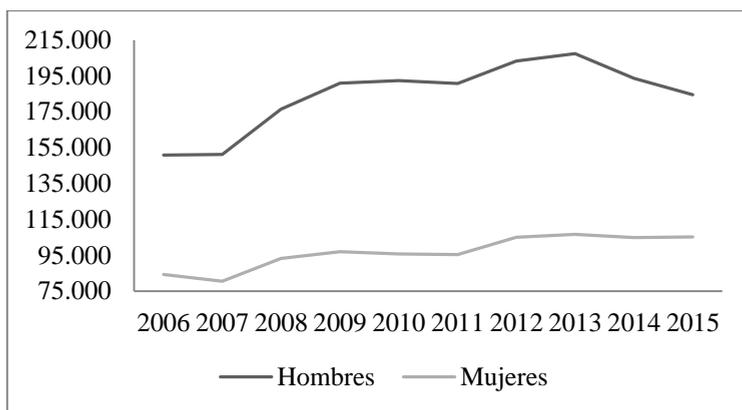
---

<sup>7</sup> Trabajo ganador del *Premio Bernardo Pena 2015* en el *XXVIII Congreso Internacional de Economía Aplicada Asepelt*.

estables (OECD, 2015c). En los próximos años, la llegada de las generaciones nacidas durante el *baby-boom español*<sup>8</sup> a las edades avanzadas provocará que las cohortes superiores de la pirámide poblacional sean más abultadas que las del resto de la pirámide, invirtiendo su forma (Ayuso y Holzmann, 2014c).

La progresiva incorporación de la mujer a la actividad económica de manera remunerada desde las últimas décadas del siglo pasado (INE, 2014; Gómez y Martí, 2004; Cebrián y Moreno, 2008; Montero y Mondéjar, 2005) ha propiciado que cada vez haya más mujeres que cuenten con una carrera de cotización y, por tanto, una vez alcanzada la edad legal de jubilación, puedan optar a percibir una pensión -bajo el cumplimiento de los requisitos exigidos-. Este hecho ha derivado en un incremento de las altas de jubilación causadas por mujeres en los últimos años, reduciéndose la brecha de género con los hombres fundamentalmente a partir de 2013 (Figura 1).

Figura 1. Evolución de las altas en jubilación para ambos sexos en España (periodo 2006-2015)



Fuente: Anuario de Estadísticas de la Seguridad Social 2006-2015.

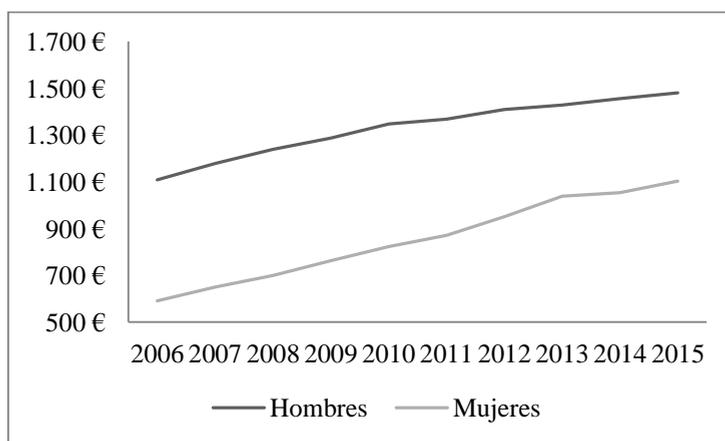
Respecto al importe medio de la primera pensión de jubilación (Figura 2), la brecha de género en el importe medio de las altas, aunque siendo también favorable para los hombres, ha mostrado una clara reducción durante los años analizados, pasando de los 517 €/mes de diferencia en 2006 a los 377 €/mes en el año 2015. La reducción de las desigualdades de género existentes en el mercado laboral tiene repercusión directa en la cuantía de los

<sup>8</sup> El *baby boom* español se sitúa entre los años 1957 y 1977, aproximadamente (Castro, 2000).

derechos pensionables de las mujeres, aunque éstas siguen presentando menores salarios y carreras laborales más cortas y/o discontinuas.

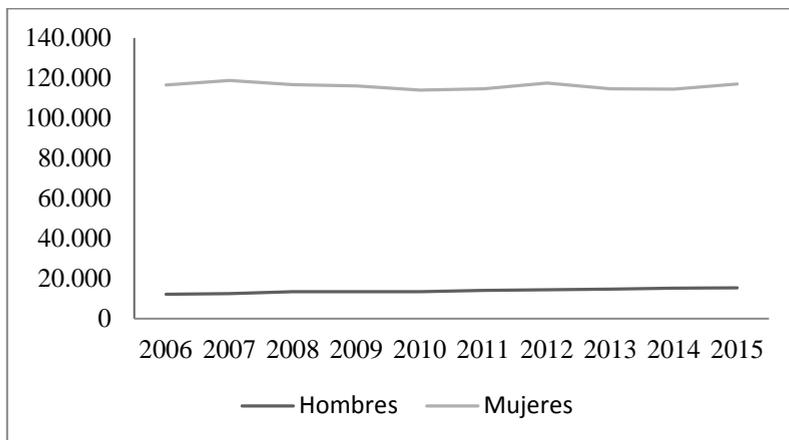
En cuanto a la pensión de viudedad, son las mujeres las que históricamente han causado un mayor número de altas, y las que perciben importes medios superiores (Figuras 3 y 4). En la Figura 3 se aprecia como en el caso del número de altas, la brecha de género a favor de las mujeres es muy amplia y se mantiene prácticamente estable a lo largo de los años. Esto se debe a que en las pensiones de muerte y supervivencia, donde las figuras del causante y del beneficiario no coinciden, la pensión depende de las cotizaciones realizadas por el causante. Por tanto, dado que tradicionalmente los hombres han sido los que han cotizado a la Seguridad Social, y los que han percibido salarios mayores, son ellos los que al fallecer dan derecho a unos importes por pensión de viudedad superiores a sus cónyuges. Esta tendencia está cambiando en la actualidad, dado que, como se ha comentado anteriormente, cada vez son más las mujeres que generan derecho a pensión de viudedad en el momento del óbito.

Figura 2. Evolución del importe medio de las altas de jubilación para ambos sexos en España (periodo 2006-2015)



Fuente: Anuario de Estadísticas de la Seguridad Social 2006-2015.  $\hat{y}_{\text{hombres}} = 1.109 + 40,14 t$  ( $R^2=0,96$ );  $\hat{y}_{\text{mujeres}} = 529,35 + 59,03t$  ( $R^2=0,99$ ). Siendo  $t$  la variable temporal.

Figura 3. Evolución de las altas en viudedad para ambos sexos en España (periodo 2006-2015)

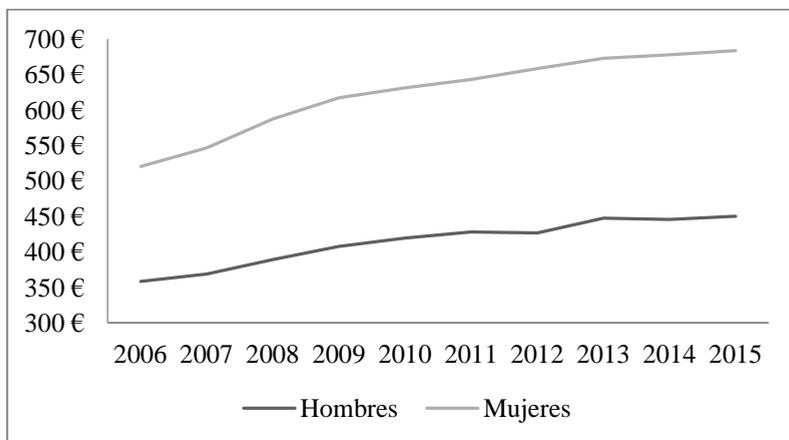


Fuente: Anuario de Estadísticas de la Seguridad Social 2006-2015.

Aunque en el futuro se espera que cada vez sean más los hombres que puedan percibir pensión de viudedad por el mayor número de esposas cotizantes, la mayor esperanza de vida con la que cuentan las mujeres puede motivar que sigan siendo ellas las principales beneficiarias de dicha prestación.

En lo que respecta al importe medio de la pensión de viudedad (Figura 4) se observa que la brecha de género ha aumentado incluso a lo largo de la serie, lo que puede ser explicado porque los hombres que han causado el derecho a la percepción de la pensión de viudedad al fallecer han generado unos derechos pensionables superiores debido a sus carreras de cotización.

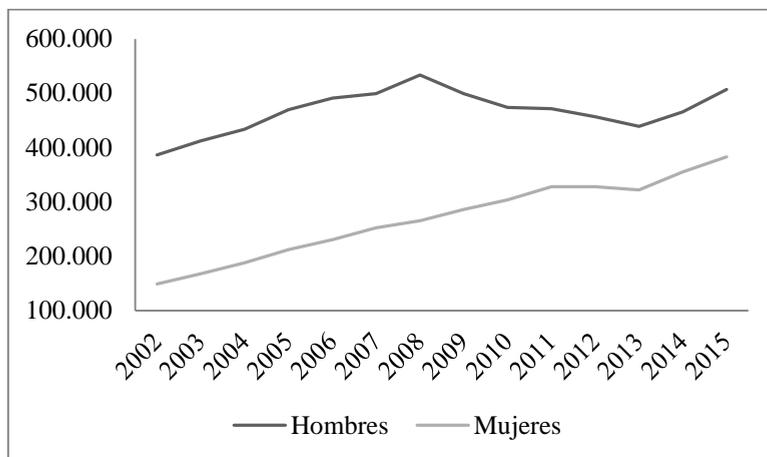
Figura 4. Evolución del importe medio de las altas de viudedad para ambos sexos en España (periodo 2006-2015)



Fuente: Anuario de Estadísticas de la Seguridad Social 2006-2015.  $\hat{y}_{\text{hombres}} = 356,4 + 10,46t$  ( $R^2=0,93$ );  $\hat{y}_{\text{mujeres}} = 525,34 + 17,90t$  ( $R^2=0,92$ ). Siendo  $t$  la variable temporal.

El análisis de la población ocupada con edades comprendidas entre los 60 y 64 años, y por tanto, próxima a la jubilación, aparece en la Figura 5. Como puede observarse, la proporción de mujeres se ha ido incrementando de manera progresiva desde el año 2002 hasta el 2015, con un crecimiento prácticamente lineal. Dicha proporción ha pasado de suponer el 27,81% a tener un peso del 43,03%, con el consiguiente decremento del peso masculino dentro del colectivo. Además, la proporción de mujeres en el colectivo de ocupados general, sin hacer distinción por edad, ha pasado del 38,01% al 45,37%, respectivamente. Por tanto, se observa como las mujeres van aumentando año tras año su participación en el mercado laboral, y como esta tendencia está llegando a los colectivos de mayor edad, con lo que cabe esperar un efecto directo en el sistema de pensiones español, para el que se espera un aumento del número de pensiones contributivas devengadas en un futuro próximo.

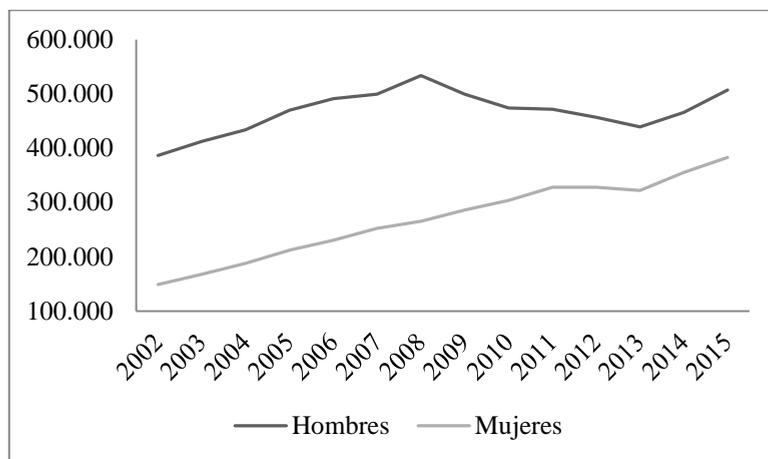
Figura 5. Evolución anual del número medio de ocupados por sexo en España para el grupo de edad 60-64 años (periodo 2002-2015)



Fuente: Encuesta de Población Activa (INE base 2002-2016).

Finalmente, la evolución del colectivo de ocupados casados con edades comprendidas entre los 60 y los 64 años, de especial interés en este trabajo, aparece en la Figura 6. Como podemos observar, desde el año 2002 hasta el 2015 ha disminuido la diferencia existente por sexo. Ambos colectivos han aumentado desde el inicio de la serie. Aunque los hombres ocupados casados vieron disminuir su peso en el colectivo como motivo de la crisis económica, muestran un cambio de tendencia desde el año 2013. El aumento de estos colectivos tiene incidencia directa en el sistema de pensiones español, en el que no sólo aumentará el devengo de pensiones de jubilación a favor de beneficiarios de ambos sexos, sino que al tratarse de individuos casados, tendrá una incidencia directa en el número de individuos susceptibles de percibir la pensión de viudedad en caso de fallecimiento del cónyuge.

Figura 6. Evolución anual del número medio de ocupados casados por sexo en España para el grupo de edad 60-64 años (periodo 2002-2015)

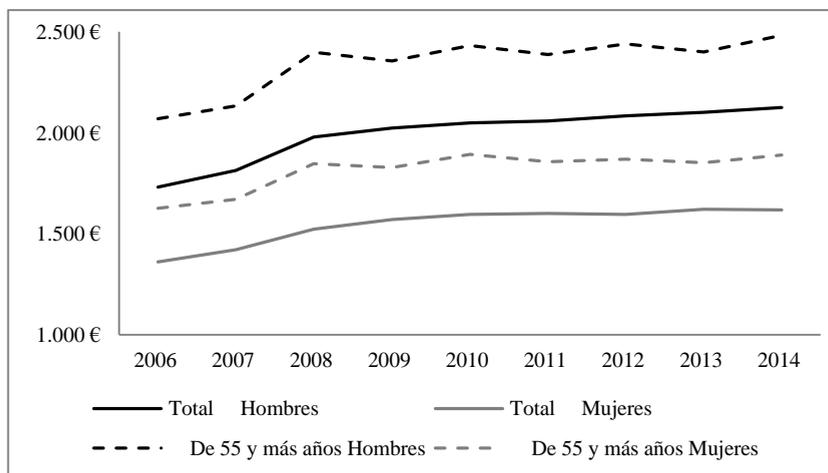


Fuente: Encuesta de Población Activa (INE base 2002-2016).

El análisis de la evolución del salario medio puede indicarnos como el importe medio de la pensión inicial se verá probablemente incrementado en el futuro, por la incidencia directa que tienen en el cálculo de las bases de cotización los últimos salarios percibidos. En la Figura 7 se observa la evolución de los salarios medios brutos mensuales sin distinción por edad, para el total de los asalariados, hombres y mujeres, y la evolución de los colectivos de asalariados por género con edades comprendidas entre los 55 y más años.<sup>9</sup> Durante el horizonte temporal analizado (2006-2014) la información proporcionada por la EPA refleja salarios brutos mensuales para los individuos de 55 y más años superiores a los de franjas anteriores de edad. Cabe esperar que esta desigualdad afecte directamente a las pensiones derivando, como comentábamos anteriormente, en pensiones de jubilación con importes más elevados para los hombres que para las mujeres.

<sup>9</sup> Se ha elegido este colectivo de edad por su cercanía a la edad ordinaria de jubilación. La Encuesta de Población Activa (INE) no proporciona información sobre salarios medios desagregados conjuntamente por sexo y edad, únicamente para ambas variables por separado (para el caso de la edad, además, por grandes grupos). Para poder estimar los salarios medios por edad y sexo, tal y como se presentan en la Figura 7, hemos calculado el porcentaje que representa el salario medio por sexo sobre el salario medio del total de los asalariados, aplicando posteriormente dichos pesos a los salarios medios desagregados por grupos de edad. Establecemos por tanto como hipótesis que la desviación de los salarios medios por sexo respecto al salario medio total sigue un comportamiento homogéneo para todos los grupos de edad. Para el periodo de estudio el salario medio de los hombres se estima un 11,64% superior a la media; el de las mujeres un 13,55% inferior.

Figura 7. Evolución anual de los salarios medios (calculados como la media de los salarios brutos mensuales) por sexo en España, para el total de asalariados españoles y para el grupo de edad de 55 años y más (periodo 2006-2014)



Fuente: Elaboración propia a partir de la Encuesta de Población Activa (INE base 2006-2015).

### 3. Metodología para el desarrollo de un modelo actuarial de múltiples estados casado-viudo. Cálculo de probabilidades

En este apartado se desarrolla metodológicamente un modelo actuarial de múltiples estados para el análisis de los estados puros y transiciones entre estados civiles (casado-viudo). Este modelo es una adaptación del modelo de invalidez visto en Ayuso *et al.* (2001) o del modelo de dependencia desarrollado en Haberman y Pitacco (1999) y en Ayuso y Guillén (2011).

Posteriormente, partiendo de la cohorte de individuos casados a la edad de jubilación ( $x_R$ ) y bajo los supuestos de que todos ellos tienen derecho a percibir la pensión contributiva de jubilación y, que en caso de fallecer el cónyuge pasarán a ser beneficiarios de la correspondiente pensión de viudedad,<sup>10</sup> se obtienen los desarrollos probabilísticos necesarios para

<sup>10</sup> Ello implicará que los cónyuges son independientes económicamente, entendiéndose por tal que ambos han participado en el mercado laboral, y por tanto, han contribuido al sistema de la Seguridad Social. En caso de fallecimiento, el cónyuge superviviente será beneficiario de la pensión de viudedad que le corresponda, siempre y cuando tanto causante como beneficiario cumplan con los requisitos legalmente exigidos.

calcular el valor actual actuarial del coste que la cohorte supondría al sistema de la Seguridad Social en caso de derivar en concurrencia de pensiones de jubilación y viudedad<sup>11</sup>, bajo determinadas hipótesis simplificadoras de partida.

### 3.1. Desarrollo

La especificación de un modelo actuarial que considere las transiciones entre los estados civiles casado y viudo, para individuos de edad igual o superior a  $x_R$ , tendrá en cuenta que a una determinada edad  $x$  el individuo estará casado, viudo o habrá fallecido.

Aunque la población censada en España en términos de estado civil contempla las situaciones de estar soltero, casado, divorciado, separado y viudo, en nuestra modelización solo contemplamos los estados casado y viudo.<sup>12</sup> El objetivo es desarrollar metodológicamente el modelo que nos permita analizar y cuantificar desde un punto de vista actuarial la concurrencia de pensiones de jubilación y viudedad. En la modelización establecemos varias hipótesis de partida. En primer lugar suponemos que el individuo, una vez ha enviudado, no vuelve a casarse, por lo que no es posible el retorno al estado casado una vez se ha salido de éste (o lo que es lo mismo, la probabilidad de retorno desde viudo a casado es cero).<sup>13</sup>

En el modelo calcularemos, por tanto, dos tipos de probabilidades, la probabilidad de permanecer en un estado (casado,  $p_x^{cc}$  o viudo,  $p_x^{vv}$ ), y la probabilidad de transición entre estados (de casado a viudo,  $p_x^{cv}$  y  $q_x^{cv}$ ). La notación aquí empleada es la utilizada para el caso de dependencia por Haberman y Pitacco (1999), adaptada a nuestro modelo de cambio de estado civil.

---

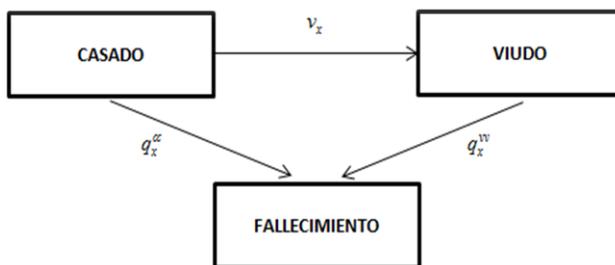
<sup>11</sup> El desarrollo contemplará el supuesto de que el individuo sobreviva toda su vida de jubilado como casado y por tanto no cambie de estado, y la posibilidad de que el individuo enviude en algún momento de su jubilación y sobreviva como tal.

<sup>12</sup> En el trabajo Alaminos y Ayuso (2016) “Marital status, mortality and pensions: the special case of being an unmarried elderly woman in Spain” (en preparación) se analiza el comportamiento de la mortalidad para la población soltera en España mayor de 65 años, y su evolución por sexo, analizando su impacto en el valor actual actuarial del monto de pensiones para este colectivo, y las diferencias existentes con los colectivos de personas casadas y viudas. Respecto a la población divorciada y separada hasta la fecha no ha sido incorporada en la modelización, teniendo en cuenta el bajo porcentaje que representa respecto al colectivo censal de 65 o más años (aproximadamente del 3% en total) (INE, 2011).

<sup>13</sup> Nótese que al tratarse de colectivos de edad igual o superior a los 65 años cabría esperar una probabilidad muy baja de retorno al estado de casado.

Como segunda hipótesis establecemos que un individuo casado puede sufrir la contingencia de viudedad en cualquier momento. Tenemos por tanto dos subcolectivos, los individuos casados y los individuos viudos, es decir, a una edad determinada  $x$ , el colectivo inicial está formado por el colectivo de casados y por el colectivo de viudos. El colectivo de casados no contempla ninguna causa de entrada y admite dos causas de salida: la viudedad y la muerte. Por su parte, en el colectivo de viudos, las entradas sólo se producen desde el colectivo de casados, y la única causa de salida es la muerte del individuo. De modo esquemático, podemos resumir el modelo según se muestra en la Figura 8.

Figura 8. Modelo casado-viudo



Fuente: Alaminos y Ayuso (2015)

Siendo  $v_x$ , la probabilidad de enviudar a la edad  $x$ ;  $q_x^{cc}$ , la probabilidad anual de que un individuo de edad  $x$  fallezca como casado antes de llegar a la edad  $x+1$ , y análogamente,  $q_x^{vv}$ , la probabilidad anual de que un individuo viudo de edad  $x$  fallezca como tal entre las edades  $x$  y  $x+1$ . Por su parte,  $p_x^c$  indicará la probabilidad anual de supervivencia de un individuo casado de edad  $x$  y  $q_x^c$  la probabilidad anual de fallecimiento de un individuo casado de edad  $x$  (probabilidades complementarias).

Si el individuo está casado a la edad inicial  $x$ , en el transcurso de un periodo puede encontrarse en distintas situaciones, excluyentes entre sí: a) puede continuar formando parte del colectivo de casados; b) puede fallecer durante el periodo manteniendo su condición de casado; c) puede haber enviudado durante el periodo, condición que da lugar a dos posibles escenarios, que sobreviva como viudo, o que fallezca como tal. Por tanto, la suma de las tres

probabilidades, es decir, la suma de la probabilidad anual de supervivencia de un casado de edad  $x$  como casado,  $p_x^{cc}$ , más la probabilidad anual de fallecimiento de un casado de edad  $x$  como casado,  $q_x^{cc}$ , más la probabilidad de que un casado de edad  $x$  enviude entre las edades  $x$  y  $x+1$ ,  $v_x$ , debe de ser igual a la unidad.

$$p_x^{cc} + q_x^{cc} + v_x = 1 \quad (1)$$

siendo,

$$v_x = p_x^{cv} + q_x^{cv} \quad (2)$$

La probabilidad de supervivencia de un individuo casado de edad  $x$ ,  $p_x^c$  será

$$p_x^c = p_x^{cc} + p_x^{cv} \quad (3)$$

y su complementaria,

$$q_x^c = q_x^{cc} + q_x^{cv} \quad (4)$$

Si el individuo está viudo a la edad  $x$ , en el transcurso de un periodo, puede llegar vivo como viudo o fallecer como tal, de forma que  $p_x^v = 1 - q_x^v$ .

Finalmente, el cálculo de probabilidades ha de incluir también las probabilidades de transición, que en nuestro modelo representan la probabilidad de que un individuo pase de casado a viudo durante el periodo de tiempo considerado. En el análisis establecemos como hipótesis que la contingencia de viudedad sigue una distribución uniforme en el intervalo  $[x, x+1]$  (distribución uniforme de la viudedad), y además suponemos que las personas que enviudan a lo largo de un periodo están sometidas a la misma probabilidad de fallecimiento que las que se encontraban viudas al comienzo del mismo.<sup>14</sup>

---

<sup>14</sup> Esta hipótesis podría ser cuestionada para el caso de edades avanzadas de los individuos, donde la probabilidad de enviudar puede verse afectada a lo largo del intervalo anual.

La probabilidad temporal de supervivencia de un individuo viudo de edad  $x+1/2$  la podemos obtener como la complementaria de la probabilidad temporal de fallecimiento:

$${}_1/2 p_{x+1/2}^v = 1 - {}_1/2 q_{x+1/2}^v = 1 - \frac{1 - \frac{1}{2} q_x^v}{1 - \frac{1}{2} q_x^v} = \frac{1 - q_x^v}{1 - \frac{1}{2} q_x^v}. \quad (5)$$

### 3.2. Cálculo actuarial del coste por pensiones de jubilación y viudedad

Recordemos que nuestro colectivo de personas está formado por dos subgrupos, los individuos casados y los individuos viudos a una determinada edad. Tenemos en cuenta aquellos individuos con edad igual o superior a  $x_R$  que se encuentran percibiendo la correspondiente pensión de jubilación. Además, aquellos que estén viudos, serán beneficiarios también de la correspondiente pensión contributiva de viudedad que les haya sido reconocida por fallecimiento del cónyuge.

Con la finalidad de utilizar el modelo actuarial de múltiples estados especificado para la obtención del coste esperado del pago por pensiones contributivas de jubilación y viudedad, calculamos en primer lugar las probabilidades del modelo mediante el uso de cadenas de Markov no homogéneas en tiempo discreto.

Sea el proceso  $\{S(y); y = x, x+1, \dots\}$  una cadena de Markov no homogénea discreta, donde  $x_R$  es la edad ordinaria de jubilación. Los estados que aquí se contemplan son tres:  $c$  = casado;  $v$  = viudo,  $d$  = fallecido.

Las probabilidades de transición en un paso (en nuestro caso, un paso se interpreta como un periodo anual) desde el estado  $i$  al estado  $j$  en el instante  $y+1$  vendrán dadas por:

- Probabilidad anual de que un individuo de edad  $y$  casado sobreviva como casado a la edad  $y+1$  (probabilidad de que sobreviva sin cambiar de estado):

$$p_y^{cc} = \Pr\{S(y+1) = c \mid S(y) = c\}$$

- Probabilidad anual de que un individuo casado a la edad  $y$  pase a estar viudo a la edad  $y+1$ , es decir, probabilidad de transición de casado a viudo y supervivencia:

$$p_y^{cv} = \Pr\{S(y+1) = v \mid S(y) = c\}$$

Es decir, probabilidad de que habiendo sobrevivido a la edad  $y$  como casado, sobreviva a la edad  $y+1$  como viudo.

- Probabilidad de que un individuo viudo a la edad  $y$  continúe como viudo a la edad  $y+1$  (es decir, sobreviva en el mismo estado):

$$p_y^{vv} = \Pr\{S(y+1) = v \mid S(y) = v\}$$

- Probabilidad de fallecimiento de un individuo casado de edad  $y$ :

$$q_y^c = \Pr\{S(y+1) = d \mid S(y) = c\}$$

es decir, probabilidad condicionada de que un individuo que está casado en la edad  $y$  fallezca antes de llegar a la edad  $y+1$ . Como hemos visto anteriormente, esta probabilidad recoge la probabilidad de que fallezca como casado habiendo estado casado en  $y$ , o la probabilidad de que fallezca como viudo habiendo estado casado en  $y$ , es decir,  $q_x^c = q_x^{cc} + q_x^{cv}$ .

- Probabilidad de fallecimiento de un viudo de edad  $y$ :

$$q_y^v = \Pr\{S(y+1) = d \mid S(y) = v\}$$

es decir, probabilidad condicionada de que un individuo viudo en la edad  $y$  fallezca antes de alzar la edad  $y+1$ .

Todas estas probabilidades quedan recogidas en la correspondiente matriz de transición (matriz triangular superior), en la figura 10.

Figura 10. Matriz de transición

	<b>c</b>	<b>v</b>	<b>d</b>
<b>c</b>	$p_y^{cc}$	$p_y^{cv}$	$q_y^c$
<b>v</b>	0	$p_y^{vv}$	$q_y^v$
<b>d</b>	0	0	1

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.1. Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov

De manera genérica obtendremos las probabilidades de transición para periodos superiores al año,  $h$  (es decir para  $h = 1, 2, 3, \dots$  años).

Antes de pasar a demostrar las relaciones que nos llevan a la obtención de las probabilidades de transición, recordemos la propiedad de escindibilidad que se demuestra para la probabilidad de supervivencia, y que vamos a utilizar en nuestros desarrollos. Para cualesquiera  $k$  y  $h$  (periodos no necesariamente enteros) con  $k < h$ , se demuestra la propiedad de escindibilidad como:

$${}_h P_x = {}_k P_x \cdot {}_{h-k} P_{x+k} \tag{6}$$

es decir, la probabilidad de que un individuo de edad  $x$  esté vivo en  $x+h$  es igual a la probabilidad de que dicho individuo esté vivo en  $x+k$  multiplicado por la probabilidad de estando vivo en  $x+k$  llegue vivo a  $x+h$ .

Dicho esto, las probabilidades temporales de cambio de estado necesarias para definir nuestro proceso son:

- *Probabilidad temporal h de supervivencia de un individuo casado de edad y como casado,*

$${}_h P_y^{cc} = {}_{h-1} P_y^{cc} P_{y+h-1}^{cc} \quad (7)$$

es decir, la probabilidad de que un individuo casado de edad y alcance la edad  $y+h$  sin perder la condición de casado,  ${}_h P_y^{cc}$ , se calcula como el producto de la probabilidad temporal de que, habiendo sobrevivido como casado a la edad  $y$ , el individuo sobreviva sin perder la condición de casado a la edad  $y+h-1$ ,  ${}_{h-1} P_y^{cc}$ , por la probabilidad anual de que el individuo sobreviva como casado a la edad  $y+h-1$  y llegue vivo, también casado, a la edad  $y+h$ ,  $P_{y+h-1}^{cc}$ .

- *Probabilidad temporal h de supervivencia de un individuo viudo de edad y como viudo,*

$${}_h P_y^{vv} = {}_{h-1} P_y^{vv} P_{y+h-1}^{vv} \quad (8)$$

por tanto, la probabilidad de que un individuo que haya sobrevivido como viudo a la edad  $y$ , llegue vivo sin cambiar de estado a la edad  $y+h$ ,  ${}_h P_y^{vv}$ , se calcula como el producto de la probabilidad temporal de que un viudo de edad  $y$  sobreviva a la edad  $y+h-1$  sin perder la condición de viudedad,  ${}_{h-1} P_y^{vv}$ , por la probabilidad anual de supervivencia sin cambiar de estado de un individuo viudo de edad  $y+h-1$ ,  $P_{y+h-1}^{vv}$ .

- *Probabilidad temporal de transición de casado a viudo en h años*

$${}_h P_y^{cv} = {}_{h-1} P_y^{cv} P_{y+h-1}^{vv} + {}_{h-1} P_y^{cc} P_{y+h-1}^{cv} = \sum_{r=1}^h \left( {}_{h-r} P_y^{cc} P_{y+h-r}^{cv} \prod_{g=1}^{r-1} P_{y+h-r+g}^{vv} \right) \quad (9)$$

Donde  $r = 1, 2, \dots, h$  y  $g = 1, 2, \dots, r-1$ .

Probabilidad que se calcula como la suma de dos productos. Por un lado, la probabilidad temporal de que un individuo casado de edad  $y$  llegue vivo como viudo a la edad  $y+h-1$ ,  ${}_{h-1} P_y^{cv}$ , por la probabilidad anual de supervivencia de un individuo viudo de edad  $y+h-1$  como

viudo,  $p_{y+h-1}^{vv}$ . Por otro, la probabilidad temporal de que un individuo casado de edad  $y$  sobreviva como casado a la edad  $y+h-1$ ,  ${}_h p_y^{cc}$ , por la probabilidad anual de supervivencia de un individuo casado de edad  $y+h-1$  como viudo,  $p_{y+h-1}^{cv}$ . De forma menos técnica, podemos decir que esta probabilidad se compone de dos sucesos excluyentes, esto es, que el individuo casado cambie de estado durante los  $h-1$  primeros años y sobreviva el año restante como viudo, o la probabilidad de que el individuo sobreviva como casado durante los  $h-1$  primeros años y cambie de estado y sobreviva como viudo en el último año.

En el último miembro de la igualdad vemos que es posible calcular esta probabilidad temporal como un sumatorio, el cual tendrá tantos sumandos como largo sea nuestro horizonte temporal,  $h$ . Dicho sumatorio es la suma del producto de la probabilidad temporal de supervivencia de que un individuo casado de edad  $y$  llegue vivo y casado a la edad  $y+h-r$ ,  ${}_{h-r} p_y^{cc}$ , por la probabilidad anual de supervivencia de un individuo casado de edad  $y+h-r$  como viudo,  $p_{y+h-r}^{cv}$ , por el productorio de las probabilidades anuales de supervivencia de un individuo viudo de edad  $y+h-r+g$ ,

$$\prod_{g=1}^{r-1} p_{y+h-r+g}^{vv} \cdot$$

El desarrollo de la expresión para diferentes temporalidades sería,

$$\begin{aligned}
 {}_h p_y^{cv} &= \sum_{r=1}^h \left( {}_{h-r} P_y^{cc} P_{y+h-r}^{cv} \prod_{g=1}^{r-1} P_{y+h-r+g}^{vv} \right) \\
 \cdot h=1 &\rightarrow p_y^{cv} = p_y^{cv} \\
 \cdot h=2 &\rightarrow \sum_{r=1}^2 \left( {}_{2-r} P_y^{cc} P_{y+2-r}^{cv} \prod_{g=1}^{r-1} P_{y+2-r+g}^{vv} \right) = p_y^{cc} \cdot p_{y+1}^{cv} + p_y^{cv} \cdot p_{y+1}^{vv} \\
 \cdot h=3 &\rightarrow \sum_{r=1}^3 \left( {}_{3-r} P_y^{cc} P_{y+3-r}^{cv} \prod_{g=1}^{r-1} P_{y+3-r+g}^{vv} \right) = {}_2 p_y^{cc} \cdot p_{y+2}^{cv} + p_y^{cc} \cdot p_{y+1}^{cv} \cdot p_{y+2}^{vv} + p_y^{cv} \cdot {}_2 p_{y+1}^{vv} \\
 \cdot h=4 &\rightarrow \sum_{r=1}^4 \left( {}_{4-r} P_y^{cc} P_{y+4-r}^{cv} \prod_{g=1}^{r-1} P_{y+4-r+g}^{vv} \right) = {}_3 p_y^{cc} \cdot p_{y+3}^{cv} + {}_2 p_y^{cc} \cdot p_{y+2}^{cv} \cdot p_{y+3}^{vv} + p_y^{cc} \cdot p_{y+1}^{cv} \cdot {}_2 p_{y+2}^{vv} + p_y^{cv} \cdot {}_3 p_{y+1}^{vv} \\
 \cdot h=5 &\rightarrow \sum_{r=1}^5 \left( {}_{5-r} P_y^{cc} P_{y+5-r}^{cv} \prod_{g=1}^{r-1} P_{y+5-r+g}^{vv} \right) = \\
 &= {}_4 p_y^{cc} \cdot p_{y+4}^{cv} + {}_3 p_y^{cc} \cdot p_{y+3}^{cv} \cdot p_{y+4}^{vv} + {}_2 p_y^{cc} \cdot p_{y+2}^{cv} \cdot {}_2 p_{y+3}^{vv} + p_y^{cc} \cdot p_{y+1}^{cv} \cdot {}_3 p_{y+2}^{vv} + p_y^{cv} \cdot {}_4 p_{y+1}^{vv} \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

La probabilidad temporal de transición de casado a viudo será la utilizada en el cálculo de la concurrencia de pensiones, esto es, la probabilidad de que un individuo cobre simultáneamente las pensiones de jubilación y viudedad.

### 3.3.2. Coste esperado del pago conjunto de pensiones de jubilación y viudedad para una determinada cohorte

Sea  $a$  la pensión media de jubilación en su modalidad contributiva que percibe un individuo de edad  $y$ , y sea  $b$ , la pensión media de viudedad que es susceptible de recibir el mismo individuo por la contingencia de fallecimiento del cónyuge. Siguiendo a Alaminos y Ayuso (2015) el coste individual esperado por pluripensionista (C)<sup>15</sup> hasta el infinito actuarial se calcula obteniendo el valor actual actuarial de los costes por pensiones pospagables, esto es, llevadas al final de cada año natural, para un individuo de edad  $y$ , que puede estar o no viudo. El cálculo del valor actual actuarial del coste en pensiones está condicionado a que el individuo esté jubilado, es decir, a la supervivencia del individuo de edad  $y$  como jubilado.

---

<sup>15</sup> Nótese que este cálculo contempla la probabilidad de que el pensionista pueda permanecer casado durante toda su jubilación, percibiendo por tanto sólo la pensión de jubilación, y la probabilidad de que estando casado enviude en algún momento, pasando a percibir las pensiones de jubilación y viudedad conjuntamente.

$$\begin{aligned}
 C_j(0, \omega) &= \sum_{h=1}^{\omega-y} \left[ aq^{h-1} {}_h p_y^{cc} v^h + (a+b)q^{h-1} {}_h p_y^{cv} v^h \right] = \\
 &= \sum_{h=1}^{\omega-y} \left[ aq^{h-1} {}_h p_y^{cc} v^h + (a+b)q^{h-1} \sum_{r=1}^h \left( {}_{h-r} p_y^{cc} P_{y+h-r}^{cv} \prod_{g=1}^{r-1} P_{y+h-r+g}^{vv} \right) v^h \right] \quad (10)
 \end{aligned}$$

Donde,  $v^h$  es el factor de actualización financiero ( $v = (1 + i)^{-1}$ ), siendo  $i$ , el tipo de interés técnico. Cabe recordar, como señalábamos en Alaminos y Ayuso (2015), que las cuantías de las pensiones medias por jubilación y por viudedad,  $a$  y  $b$ , no son rentas constantes. Evolucionarán anualmente según la revalorización establecida en la Ley de Presupuestos Generales del Estado del ejercicio correspondiente para las pensiones contributivas del sistema de la Seguridad Social. Consideramos los pagos por pensiones como rentas variables en progresión geométrica de razón  $q$  (porcentaje de revalorización establecido), inmediatas (su valoración coincide con el momento inicial de los pagos), vitalicias (su duración está ligada a la supervivencia del individuo beneficiario de la pensión), y pospagables (los términos vencen al final del periodo).

#### 4. Un ejemplo: cálculo del valor actual actuarial del pago de pensiones de jubilación y viudedad para una determinada cohorte

Para llevar a cabo la implementación del modelo actuarial de múltiples estados especificado en este trabajo suponemos que estamos interesados en estimar el coste que una determinada cohorte puede suponer a la Seguridad Social en términos de concurrencia de pensiones. La aplicación práctica aquí realizada es, por tanto, una ampliación del análisis implementado en Alaminos y Ayuso (2015), en el que se trabaja a nivel individual (por pluripensionista). Nótese que el cálculo se ha llevado a cabo bajo la incorporación de hipótesis restrictivas, teniendo en cuenta la falta de información sobre la composición de los matrimonios en cuanto a edad y estado laboral, por lo que los resultados han de tomarse con la cautela necesaria. Todas las aplicaciones prácticas llevadas a cabo en este trabajo se han realizado mediante el software estadístico R (R Core Team, 2016).

Para el cálculo de las funciones biométricas fundamentales se han utilizado datos referentes a los colectivos de casados y viudos del Censo de Población y Viviendas 2011 (INE, 2011). Dado que los datos censales corresponden al año 2011 y con el objetivo de homogeneizar los resultados a una misma cohorte, se ha tomado la generación de individuos que se jubilaron con 65 o más años en 2011. Para ello se han recopilado datos referentes a las

pensiones contributivas del sistema de la Seguridad Social del Anuario de Estadísticas de la Seguridad Social para dicho año. En primer lugar hemos tenido en cuenta el número de altas de jubilación para mayores de 65 años. Los datos proporcionados a nivel macro por la Seguridad Social no están desagregados por estado civil que es la unidad última de desagregación que nos interesa para nuestro estudio.<sup>16</sup> Por ello, para realizar la estimación de los individuos casados que causaron alta de jubilación en el año 2011, se ha realizado una aproximación tomando la desagregación por estado civil que ofrece la Encuesta de Población Activa. La proporción del número de ocupados casados que había respecto al total de la población activa en 2010 con edades comprendidas entre los 60 y 64 años es la que se ha aplicado para estimar la proporción de individuos casados que causaron alta en pensiones de jubilación en 2011.<sup>17</sup> Las cifras estimadas arrojan una cifra de 125.796 personas casadas de 65 años o más jubiladas en 2011, de las cuales 84.830 fueron hombres y 40.966 mujeres.

Para el cálculo del valor actual actuarial del pago por pensiones de jubilación y viudedad para el colectivo de personas ocupadas casadas se han tenido en cuenta tres escenarios, según reciban la cuantía mínima por pensiones estipulada en 2011 (escenario 1), la pensión media de las altas<sup>18</sup> según el colectivo correspondiente (escenario 2), o la cuantía máxima a percibir por pensiones establecida legalmente para el año 2011<sup>19</sup> (escenario 3).

El coste total estimado que supondrían los colectivos de casados que se jubilaron en 2011 aparece desglosado en la Tabla 1 por colectivo<sup>20</sup> y escenario considerado. Diferenciando por género, se observa como los hombres son los que causan un mayor coste, independientemente del

---

<sup>16</sup> Matizar que un estudio más aproximado del coste de una generación de jubilados podría realizarse con la Muestra Continua de Vidas Laborales (MCVL), al permitir incorporar el historial de cotización de los individuos que alcanzan la edad de jubilación en un momento del tiempo. Las probabilidades de transición calculadas en el presente estudio podrían utilizarse para los diferentes individuos, adicionalmente a las pensiones de entrada al sistema y la posibilidad o no de cobrar pensión de viudedad.

<sup>17</sup> Según datos de la EPA, un 84,99% de la población masculina ocupada de entre 60 y 64 años de edad está casada; este porcentaje se reduce al 64,03% en el caso de la población femenina ocupada para dicho intervalo de edad.

<sup>18</sup> Se ha calculado la pensión media ponderada para los individuos de 65 y más años para cada uno de los colectivos (total, hombres y mujeres).

<sup>19</sup> Tanto las cuantías mínimas como las máximas fueron fijadas por el Real Decreto 1794/2010, de 30 de diciembre, sobre revalorización de las pensiones del sistema de la Seguridad Social y de otras prestaciones sociales públicas para el ejercicio 2011.

<sup>20</sup> El resultado correspondiente al total de la población no es equivalente a sumar el resultado de hombres y mujeres, ya que se han obtenido tres tablas de mortalidad diferentes, una para la población total, otra para hombres y otra para mujeres. Por tanto, los resultados de las probabilidades tanto puras como de transición difieren.

escenario, debido a que en dicho año se jubilaron más del doble de hombres casados que mujeres.

Este comportamiento también se observa en el cálculo del valor actual actuarial del coste individual o por pluripensionista<sup>21</sup>, debido a que los hombres perciben una pensión media inicial de jubilación 1,5 veces superior a la de las mujeres (1.317,13 €/mes frente a 873,71 €/mes, respectivamente). En el caso de que las mujeres percibiesen una pensión de jubilación igual a la de los hombres causarían un coste mayor, debido al peso que tienen en el cálculo las probabilidades de supervivencia, claramente superiores en el caso de las mujeres.

Tabla 1. Valor actual actuarial del pago total esperado por pensiones de jubilación y viudedad -conurrencia- de la población ocupada casada jubilada en el año 2011 bajo hipótesis de partida (datos estimados en euros)

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Total	20.596.497.316,92 €	35.406.000.660,24 €	64.645.883.155,72 €
Hombres	11.271.446.010,61 €	22.436.493.888,84 €	39.753.903.446,61 €
Mujeres	7.741.100.945,67 €	10.280.897.009,98 €	22.550.678.138,34 €

Si desglosamos el coste total según corresponda a concurrencia de pensiones o únicamente a la pensión de jubilación, los resultados aparecen en las Tablas 2 y 3, respectivamente. Como podemos observar, para el caso de tener en cuenta concurrencia de pensiones de jubilación y viudedad (Tabla 2), el colectivo de mujeres casadas que causaron alta de jubilación en 2011, en caso de percibir también la correspondiente pensión de viudedad, supondrán costes esperados superiores a los ocasionados por los hombres<sup>22</sup> hasta su fallecimiento. Este hecho viene motivado por el mayor tiempo percibiendo conjuntamente pensión de jubilación y viudedad (son las mujeres las que muestran probabilidades de supervivencia superiores en cualquiera de los estados -casado, viudo y transición-). Además, en la actualidad, las mujeres perciben cuantías en concepto de pensión de viudedad superiores a las de los hombres, debido a que esta pensión se calcula de acuerdo a la base de cotización del cónyuge fallecido.

<sup>21</sup> Véase Tabla 4 del Anexo.

<sup>22</sup> Si analizamos el coste individual de la concurrencia de pensiones (por pluripensionista), las mujeres causarían unos pagos 2,5 veces superiores a los de los hombres, independientemente del escenario considerado (véase Tabla 5 del Anexo).

Tabla 2. Valor actual actuarial del pago total esperado únicamente por concurrencia de pensiones de jubilación y viudedad de la población ocupada casada jubilada en el año 2011 bajo hipótesis de partida (datos estimados en euros)

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Total	9.985.741.332,38 €	13.835.137.363,34 €	19.037.311.916,32 €
Hombres	3.630.967.570,04 €	4.793.605.795,52 €	6.942.255.698,19 €
Mujeres	4.485.609.528,58 €	5.294.299.173,32 €	8.542.654.032,26 €

Tabla 3. Valor actual actuarial del pago total esperado únicamente por pensiones de jubilación de la población ocupada casada jubilada en el año 2011 bajo hipótesis de partida (datos estimados en euros)

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Total	10.610.755.984,54 €	21.570.863.296,90 €	45.608.571.239,40 €
Hombres	7.640.478.440,57 €	17.642.888.093,32 €	32.811.647.748,42 €
Mujeres	3.255.491.417,09 €	4.986.597.836,66 €	14.008.024.106,08 €

En el caso de contemplar únicamente la percepción de la pensión de jubilación, es decir, analizando los individuos del colectivo que mueren antes de enviudar, observamos un mayor coste para los hombres, tanto de manera agregada como de manera individual.<sup>23</sup> El hecho de que los hombres muestren probabilidades inferiores de enviudar que las mujeres a una determinada edad<sup>24</sup> deriva en mayores pensiones de jubilación, a lo que se suma también el hecho de cobrar mayores pensiones medias por este concepto, en el caso del escenario 2.

## 5. Conclusiones

En el ámbito de la economía del bienestar gana cada vez más peso el estudio de los factores que pueden afectar a la mayor o menor longevidad de los individuos. El objetivo es garantizar no solo la sostenibilidad de las prestaciones a lo largo de la vida de los individuos, sino también la equidistribución en el reparto de las mismas. Si hasta ahora el sexo de los

<sup>23</sup> Véase Tabla 6 del Anexo.

<sup>24</sup> Véase Alaminos y Ayuso (2015) para una revisión de las tablas de mortalidad por estado civil.

individuos había sido el factor de análisis por excelencia, en el caso de las pensiones otros indicadores como la riqueza de los individuos, su nivel de educación y su estado civil han pasado a ocupar un lugar relevante en las investigaciones; en el caso del estado civil, por su asociación con determinado tipo de prestaciones, como son las pensiones contributivas de viudedad.

Se hace necesario, por tanto, y ese ha sido uno de los objetivos fundamentales de este trabajo, poner de manifiesto las posibilidades que la metodología actuarial ofrece para probabilizar los cambios de estado de los individuos en términos de su estado civil, calculando las consiguientes probabilidades de supervivencia y fallecimiento. Algo fundamental en el caso de una población que, alcanzando la edad de jubilación, y cumpliendo los requisitos legalmente establecidos, puede ser perceptora no solo de la pensión de jubilación, sino también de la correspondiente pensión de viudedad (existencia en España de concurrencia de pensiones). Es por eso que un segundo objetivo del trabajo ha sido utilizar la metodología desarrollada para estimar el coste esperado de la concurrencia de pensiones para una determinada generación, cálculo sometido a determinadas hipótesis restrictivas de partida que intentan suplir la falta de información sobre variables de interés en la composición de los matrimonios, pero que ponen de manifiesto la necesidad y relevancia de seguir investigando en esta línea. Sobre todo en un momento como el actual, en el que la sostenibilidad del sistema de pensiones en general, y de la pensión de viudedad en particular, está en entredicho.

A nivel empírico, bajo la aplicación del modelo multiestado especificado, se han planteado diferentes escenarios que ponen de manifiesto el peso económico que puede tener a nivel del sistema público la pensión de viudedad, y como su coste puede verse incrementado de manera notable en un futuro próximo, debido tanto a cambios demográficos como a cambios socio-económicos de nuestra población. Desde el punto de vista demográfico, en los próximos años llegarán a la jubilación las pobladas cohortes nacidas durante el *baby-boom* español, produciendo un aumento de las altas en pensiones de jubilación. Además, este incremento no será sólo producido por varones, sino que se incrementará el número de altas causadas por mujeres que cuentan cada vez más con carreras de cotización. Desde el punto de vista económico, al mayor número de pagos por pensiones de jubilación se añadirá un mayor número de pensiones de viudedad, por los derechos generados por los cotizantes de ambos sexos.

En los resultados mostrados en este trabajo, y aunque siempre tomando como referencia los escenarios de partida utilizados, se observa un mayor monto de pago por pensiones de viudedad para las mujeres, a las que se asocian mayores probabilidades de supervivencia en este estado. Asimismo, son ellas las que causan un mayor coste agregado en caso de incurrir en concurrencia de pensiones de jubilación y viudedad. Cuando el análisis lo relativizamos únicamente al pago de pensiones de jubilación son los hombres los que concentran mayores porcentajes del gasto total en pensiones.

*Anexo: Valores actuales actuariales por pensionista jubilado en el año 2011.*

Tabla 4. Valor actual actuarial del coste individual por pensionista jubilado en 2011, total pensión de jubilación y concurrencia

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Total	163.729,35 €	281.455,70 €	513.894,58 €
Hombres	132.870,99 €	264.487,73 €	468.630,24 €
Mujeres	188.964,04 €	250.961,70 €	550.473,03 €

Tabla 5. Valor actual actuarial del coste individual por pensionista jubilado en 2011, únicamente concurrencia de pensiones de jubilación y viudedad

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Total	79.380,44 €	109.980,74 €	151.334,80 €
Hombres	42.802,87 €	56.508,38 €	81.837,27 €
Mujeres	109.495,91 €	129.236,42 €	208.530,34 €

Tabla 6. Valor actual actuarial del coste individual por pensionista jubilado en 2011, únicamente pensión de jubilación

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Total	84.348,91 €	171.474,95 €	362.559,79 €
Hombres	90.068,12 €	207.979,35 €	386.792,97 €
Mujeres	79.468,13 €	121.725,28 €	341.942,69 €

## Referencias

- Abellán, A. y R. Pujol (2016). *Un perfil de las personas mayores en España, 2016. Indicadores estadísticos básicos*. Informes Envejecimiento en red, 14.
- Ahn, N. y F. Felgueroso (2007). *Adecuación de la pensión de viudedad ante el cambio demográfico y socio-económico*. Informe FIPROS (Orden TAS/1587/2006, de 17 de mayo).
- Alaminos, E. y M. Ayuso (2015). Una estimación actuarial del coste individual de las pensiones de jubilación y viudedad: Concurrencia de pensiones del Sistema de la Seguridad Social español. *Estudios de Economía Aplicada* 33-3, 817-838.
- Ayuso, M., Bravo, J. y R. Holzmann (2015). Respuestas de la política demográfica al envejecimiento de la población: Familia, mercado laboral y migración. *Documentos de trabajo Instituto BBVA de Pensiones* 14, 1-20.
- Ayuso, M., Bravo, J. y R. Holzmann (2016). On the Heterogeneity of Longevity among Socio-economic Groups: Scope, Trends and Implications for Earnings-Related Pension Programs. *IZA Discussion Paper Series DP* No. 10060. Bonn: IZA, July.
- Ayuso, M., Corrales, H., Guillen, M., Pérez-Marín, A.M. y J.L. Rojo (2001). *Estadística Actuarial Vida*. Barcelona: Ediciones UB (2ª edición: 2007).
- Ayuso, M. y Guillén, M. (2011). El coste de los cuidados de larga duración en España bajo criterios actuariales: ¿es sostenible su financiación? En *El Estado del Bienestar en la Encrucijada: Nuevos Retos ante la Crisis Global*, Serie Ekonomi Gerizan, XVIII, Federación de Cajas de Ahorro Vasco-Navarras, Vitoria-Gasteiz, 213-228.
- Ayuso, M., Guillén, M. y D. Valero (2013). Sostenibilidad del Sistema de pensiones en España desde la perspectiva de la equidad y la eficacia. *Presupuesto y gasto público* 71, 193-204.
- Ayuso, M. y R. Holzmann (2014a). Longevidad: un breve análisis global y actuarial. *Documentos de trabajo Instituto BBVA de Pensiones* 1, 1-14.
- Ayuso, M. y R. Holzmann (2014b). Condicionantes demográficos, estructuras de población y sistemas de pensiones. *Documentos de trabajo Instituto BBVA de Pensiones* 5,1-12.
- Ayuso, M. y R. Holzmann (2014c). Natalidad, pirámide poblacional y movimientos migratorios en España: su efecto en el sistema de pensiones. *Documentos de trabajo Instituto BBVA de Pensiones* 8, 1-18.

- Castro, T. (2000). Un caso especial: la generación del baby-boom. En *Las personas mayores en España. Informe 2000*. Observatorio de Personas Mayores 101-108.
- Cebrián, I. y G. Moreno (2008). La situación de las mujeres en el mercado de trabajo español. Desajustes y Retos. *Economía Industrial* 367, 121-137.
- Conde Ruiz, J.I. y C.I. González (2013). Reforma de pensiones 2011 en España. *Hacienda Pública Española* 204, 9-44.
- García, M.A. (2016). La última reforma del Sistema Público de Pensiones en España. De la ampliación a los 67 años al Factor de Sostenibilidad. *Análisis Financiero* 130, 62-77.
- Gómez, S. y C. Martí (2004). La incorporación de la mujer al mercado laboral: implicaciones personales, familiares y profesionales, y medidas estructurales de conciliación trabajo - familia. *Cátedra SEAT de Relaciones Laborales, Documento de trabajo IESE*, DI 557.
- Haberman, S. y E. Pitacco (1999). *Actuarial models for disability insurance*. London: Chapman and Hall.
- Herce, J.A. (2016). El impacto del envejecimiento de la población en España. En *Incertidumbre económica y exigencias regulatorias*, Funcas 251, 39-48.
- Hernández, C.F., Sanabria, M. y D. Hernández (2011). *La viudedad del futuro. Estudio y propuestas de reforma global para garantizar su sostenibilidad*. Informe FIPROS (Orden TIN/1512/2010, de 1 de junio).
- Instituto Nacional de Estadística, INE (2014). *Mujeres y Hombres en España*, INE publicaciones.
- Instituto Nacional de Estadística, INE (2013). *Censo de Población y Viviendas 2011* (nota de prensa 12 de diciembre 2013).
- Instituto Nacional de Estadística, INE (2011). Censo de Población y Viviendas 2011. *Cifras de la Población y Censos Demográficos*. Demografía y Población. Disponible en: [http://www.ine.es/censos2011\\_datos/cen11\\_datos\\_detallados.htm](http://www.ine.es/censos2011_datos/cen11_datos_detallados.htm) [Último acceso: julio 2016].
- Kahale, D. (2011). *La reestructuración de la pensión de viudedad a las nuevas situaciones sociales y las nuevas formas de familia y convivencia: propuestas de reforma*. Informe FIPROS (Orden TIN/1512/2010, de 1 de junio).
- Montero, J.M. y J. Mondéjar (2005). El empleo femenino en las regiones españolas. Un análisis estadístico desde la perspectiva de la Estrategia Europea del Empleo. *Clm.economía* 7, 19-60.

- OECD (2012). *Closing the Gender Gap: Act Now*. OECD Publishing, París. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264179370-en>
- OECD (2015a). *Health at a glance 2015: OECD indicators*. OECD Publishing, París. DOI: [http://dx.doi.org/10.1787/health\\_glance-2015\\_en](http://dx.doi.org/10.1787/health_glance-2015_en)
- OECD (2015b). *In It Together: Why Less Inequality Benefits All*. OECD Publishing, París. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264235120-en>
- OECD (2015c). *Pensions at Glance 2015: OECD and G20 indicators*. OECD Publishing, París. DOI: [http://dx.doi.org/10.1787/pension\\_glance-2015-en](http://dx.doi.org/10.1787/pension_glance-2015-en)
- Oeppen, J. y J.M. Vaupel (2002). Broken Limits to Life Expectancy. *Science* 296, 1029-1031.
- R Core Team (2016). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>
- Riley, J. (2001). *Rising Life Expectancy: A Global History*. Cambridge University Press.
- Sanabria, A. y D. Hernández (2010). La pensión de viudedad. Reforma desde una perspectiva económica a través de la relación entre obligaciones y derechos consumidos. *Economía Española y Protección Social* 2, 215-238.
- Thévenon, O. (2013). Drivers of female labour force participation in OECD countries. En *OECD Social, Employment and Migration Working Papers* 145, Paris ([www.oecd.org/els/workingpapers](http://www.oecd.org/els/workingpapers)).
- Tortuero, J.L. (2010). *La reforma de la jubilación: políticas de pensiones y políticas de empleo*. Informe FIPROS (Orden TIN/1902/2009, de 10 de julio).
- Tortuero, J.L. (2011). “Las reformas de los sistemas de pensiones: crisis económica y factor demográfico” *Revista de Administración Pública*, 42(2011), 61-102.
- Vaupel, J., Kistowski, W. y G. Kristin (2005). Broken Limits to Life Expectancy. *Ageing Horizons* 3, 6-13.