



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

### LA INDAGACIÓ A L'EDUCACIÓ PRIMÀRIA A PARTIR DE CONTEXTOS HISTORICOCULTURALS

#### Una aproximació des de les matemàtiques

- Sala Sebastià, Gemma  
Universitat de Barcelona  
Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat  
Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España  
[gsala@ub.edu](mailto:gsala@ub.edu)
  - Font Moll, Vicenç  
Universitat de Barcelona  
Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat  
Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España  
[vfont@ub.edu](mailto:vfont@ub.edu)
  - Giménez Rodríguez, Joaquim  
Universitat de Barcelona  
Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat  
Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España  
[quimgimenez@ub.edu](mailto:quimgimenez@ub.edu)
1. **RESUM:** Es presenta una investigació sobre el disseny de tasques de context historicocultural proper que preveuen l'ús de les matemàtiques per a la iniciació de l'alumnat de Cicle Superior de Primària en un procés d'indagació a l'aula. L'objectiu general de la investigació és avaluar, amb l'ajuda d'un sistema d'indicadors, si l'alumnat d'aquesta etapa es capaç de formular-se bones preguntes d'investigació i intentar respondre-les fent ús de les matemàtiques.
  2. **ABSTRACT:** This paper presents a research about design of tasks close cultural and historical context and involving the use of mathematics to the initiation of Higher Primary School's students in a process of inquiry in the classroom. The general objective of the research is to asses, with an indicator system, whether the students at



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

this stage are able to make good research questions and try to answer them using mathematics.

**3. PARAULES CLAU:** indagació, matemàtiques, context historicocultural, disseny de tasques, Primària / **KEYWORDS:** inquiry, mathematics, historical and cultural context, design of tasks, Higher Primary School.

### 4. DESENVOLUPAMENT:

#### a) Objectius

L'objectiu general de la investigació és el disseny i redisseny de tasques que permetin que els alumnes d'últim cicle d'educació Primària puguin iniciar la seva competència en indagació. Aquest objectiu es va concretar en els següents objectius específics: (O1) caracteritzar el constructe *competència en indagació*; (O2) obtenir criteris que permetin avaluar la competència en indagació; (O3) dissenyar, implementar i redissenyar (ajustant-les) seqüències didàctiques que desenvolupin competència en indagació usant tasques de context historicocultural, la resolució de les quals impliqui l'ús de les matemàtiques.

La nostra hipòtesi de partida és que els contextos historicoculturals són apropiats per plantejar situacions on l'alumnat pugui realitzar una indagació que li permeti construir el seu propi coneixement matemàtic associat al problema. Coneixement que, a més a més, contribuirà a trobar una possible solució del problema que desencadena la indagació.

La segona hipòtesi és que els contextos historicoculturals permeten generar un coneixement matemàtic d'ampli espectre que no es limita als tòpic més habituals com poden ser l'estadística o la geometria, per exemple.

La tercera hipòtesi fa referència a que les tasques dissenyades amb l'objectiu de graduar i coordinar la construcció de coneixement permeten a l'alumnat que desenvolupi la seva competència en indagació. Aquesta competència en indagació és una competència transversal que contribuirà, al seu torn, al desenvolupament de la competència bàsica matemàtica.



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

### b) Descripció del treball

La investigació que es presenta es va dur a terme a una escola pública d'un barri cèntric de Badalona, amb 23 participants de 5è curs d'Educació Primària, de edats compreses entre els 10 i els 11 anys.

En relació al primer i segon objectius, es va caracteritzar el constructe *competència en indagació* i els seus graus de desenvolupament, mitjançant una metodologia basada en l'anàlisi de fonts documentals per a prendre una posició pròpia sobre aquesta noció, aquesta anàlisi va ser sotmesa a un procés de triangulació de experts. En una primera caracterització, la competència en indagació s'entengué com la capacitat de formular-se preguntes d'investigació —preferentment a partir de la reflexió sobre contextos extramatemàtics— i intentar respondre-les fent ús de les matemàtiques.

L'actitud d'indagació de l'expert —identificada com de grau 3 de desenvolupament de la competència d'indagació, tal i com es mostra a la Taula 1— va ser caracteritzada com a punt de partida per a la determinació dels graus de desenvolupament d'aquesta competència. Seria una persona capaç de construir nous coneixements, generar nous models i comunicar-los per posar-los a disposició de la comunitat perquè puguin ser validats. En el grau 2 tenim el nivell de desenvolupament que tindria la persona no tan experta que té iniciatives que requereixen anàlisi i síntesi, que disposa de criteris per organitzar el coneixement de forma que li permeti comparar, contrastar, distingir, escollir, etc. I en el grau 1 tenim el nivell de desenvolupament de la persona inexperta, que només es capaç de dirigir el seu propi treball per abordar els problemes que es deriven directament dels enunciats o les situacions problemàtiques proposades i té com a únic objectiu trobar la resposta al problema.

A partir d'aquesta caracterització es va configurar un sistema de indicadors (Taula 1) per a l'anàlisi de les dades recollides en la implementació de les tasques dissenyades i l'avaluació de la competència.



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

**Taula 1. Graus de desenvolupament de la competència en indagació**

	<b>Grau 1: Iniciat</b>	<b>Grau 2: Crític</b>	<b>Grau 3: Expert</b>
<b><i>Descobrir patrons</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Descobreix patrons que es desprenen directament de l'enunciat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Considera diferents punts de vista per descobrir altres patrons</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Genera nous punts de vista per descobrir nous patrons no contemplats</li> </ul>
<b><i>Explorar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Explora mitjançant el reconeixement de possibilitats</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Explora usant recursos diversos com taules, generalitzacions, etc.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Explora de forma sistemàtica amb eines teòriques conscients</li> </ul>
<b><i>Connectar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Assumeix les connexions proposades</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reconeix connexions i les sap explicitar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Crea i evidencia noves connexions</li> </ul>
<b><i>Planificar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Accepta i utilitza les eines proposades a l'enunciat o per la mestra</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sap discutir i escollir entre possibles planificacions</li> <li>▪ Adapta les planificacions a situacions noves</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Genera i usa planificacions pròpies</li> </ul>
<b><i>Fer conjectures</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Estableix conjectures a partir de l'enunciat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Distingeix conjectures diverses</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Crea i explicita noves conjectures</li> </ul>
<b><i>Validar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Valida resultats establint conclusions</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Valida resultats argumentant de forma convincent per a la comunitat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Genera processos realment deductius</li> </ul>
<b><i>Dubtar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Té una actitud de dubte basada en la intuïció (curiositat)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Té una actitud de dubte basada en la idea lakataina de prova i refutació</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Té una actitud de dubte intencionadament crítica (basada en coneixements previs provinents de la lectura d'altres autors) per crear un producte nou</li> </ul>
<b><i>Regular i controlar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reflexiona i analitza el grau de certesa i validesa de les connexions que ha establert (reflexió metacognitiva)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Explicita les pròpies reflexions</li> <li>▪ Intenta convèncer la comunitat d'indagació de les pròpies reflexions (cosa que implica un cert grau de consciència)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Fa una anàlisi sistemàtica dels nivells de qualitat</li> <li>▪ Genera sistemes nous de control de qualitat (confiabilitat, fiabilitat, representativitat, dispersió, etc.)</li> </ul>
<b><i>Problematitzar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sap formular preguntes rellevants a partir d'un context real problemàtic</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Té paràmetres de comparació i contrast per saber si les preguntes formulades són interessants</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reconeix les possibilitats i les limitacions de les preguntes formulades</li> <li>▪ Es posa a disposició de la crítica per part de la comunitat d'indagació</li> </ul>
<b><i>Comunicar</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Explica els resultats i les conclusions a la comunitat d'indagació</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Elabora un text (que pot ser oral) per comunicar els resultats i les conclusions a la comunitat d'indagació</li> <li>▪ Adapta el text per difondre'l a qui pugui estar interessat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Elabora un text argumentat rigorosament per comunicar els resultats i les conclusions a la comunitat d'indagació més àmplia possible</li> <li>▪ Vetlla perquè aquest text (amb les modificacions que calguin) sigui publicat en revistes de referència especialitzades</li> </ul>



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

Com a primer pas per complir el tercer objectiu, es va dissenyar una seqüència de tasques per desenvolupar aquesta competència en l'alumnat participant. El disseny de les tasques proposades preveia, de la mateixa manera que ho fa l'enfocament *Inquiry Based Science Education* (IBSE), l'aprenentatge cooperatiu de l'alumnat, amb l'organització de petits grups heterogenis, on els estudiants podien treballar conjuntament de forma coordinada per resoldre-les, aprofundint en el seu propi aprenentatge. En aquesta forma de treballar els alumnes tenen objectius comuns, de forma que cada membre del grup només pot assolir els seus objectius si, i només si, els altres membres aconseguixen assolir els seus (Johnson, Johnson y Holubec, 1999).

En aquest disseny també es van tenir en compte diversos els autors que han tractat diferents aspectes sobre el disseny de tasques. Per exemple, Stein, Smith, Henningsen & Silver (2000) en relació a les característiques que ha de complir una tasca per ser estimulant per a l'alumnat; Charalambous (2010) el rol que té el professor en la implementació de la tasca amb la finalitat d'aconseguir un procés cognitiu rellevant en l'alumnat; Martin-Hasen (2002) defineix els punts del cicle que segueix qualsevol tipus d'indagació acoblada. En el marc del projecte de l'Institut Freudenthal *Realistic Mathematics Education* (Gravemeijer, 1994) s'han dissenyat tasques de context extramatemàtic que permeten generar un procés de modelització matemàtica.

L'origen de la seqüència de tasques que s'exposa és, doncs, una experiència prèvia on s'havia plantejat als participants una indagació oberta per conèixer qui podia ser el propietari d'un tresor de monedes romanes trobades en l'excavació arqueològica d'una *domus* —una casa d'època romana— de *Baetulo*, l'antiga Badalona. Una pregunta inicial molt oberta (Qui podia ser el propietari del tresor?) i la informació facilitada sobre el tresor poc explícita (23 monedes iberes de bronze i 6 romanorepublicanes de plata) havien de contribuir a crear una situació autèntica que permetés a l'alumnat implicar-se en una indagació, el procés de la qual promogué la forma de raonar pròpia de les ciències, la negociació de significats (al admetre més d'una solució) i la construcció de coneixements



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

en interacció entre l'alumnat mitjançant les eines de la comunitat científica: recollida de dades, anàlisi de proves i dades en relació a les hipòtesis, argumentació, etc.

Les tasques d'aquesta experiència prèvia eren bàsicament de contingut històric, ja que es pretenia promoure entre l'alumnat el “fer història” i la construcció de pensament crític històric per mitjà de la indagació, perseguint que l'alumnat reconegués la història, lluny d'un relat tancat, com una disciplina científica. Segons Dean (2008), l'alumne ha de procedir com si fos un jove historiador que construeix una certa visió del passat basant-se en la complexa interacció entre dos relats. Un dels relats és el marc d'informació que ha deixat el passat perquè l'historiador hi pugui treballar i l'altre relat és el que contempla la seva experiència vital (el que sap, allò que ha llegit, etc.).

En aquesta seqüència didàctica prèvia qui va fer d'historiador o historiadora va ser el propi alumnat quedant el segon relat, al que fèiem referència fa un moment, relativament restringit, a causa de la seva curta edat. Però, justament, és en aquesta restricció on la mestra va tenir un paper molt important ja que era responsable d'aportar i facilitar instruments suficients per poder pal·liar la manca d'experiència de l'alumnat amb la confecció d'un relat substitutiu: un relat creatiu sorgit a partir dels fets però també de la imaginació informada.

Els alumnes, que van treballar en equips col·laboratius durant tota la implementació, es van constituir en una quasi comunitat d'indagació, ja que ells mateixos es formulaven preguntes i van organitzar el protocol de la investigació, dividint-se la feina de cercar informació per, posteriorment, compartir-la. En aquell cas es va observar, per una banda, que l'ajuda de la mestra —plantejant preguntes intermèdies— facilitava un procés de debat i argumentació que, junt a la informació inicial aportada, permetia l'aparició de conjectures plausibles sobre el propietari del tresor. Per altra banda, es va evidenciar que del context historicocultural emergia una situació extramatemàtica ja que l'alumnat trobava important poder saber el valor del tresor per a qui l'hagués amagat feia tants segles. Es plantejà, doncs, per a l'alumnat el problema de no conèixer el funcionament del sistema monetari



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

romà. La resolució d'aquest problema es constituïa com una situació autèntica per promoure l'estudi de la idea de sistema de numeració a partir del sistema monetari. Així doncs, malgrat les tasques d'aquesta experiència prèvia fossin principalment de temàtica històrica, les matemàtiques van aparèixer en aquest context a l'haver d'estimar el valor del tresor.

La reflexió sobre aquesta experiència prèvia va portar a un primer disseny d'una seqüència de tasques que incloïa, aquesta vegada de forma explícita, contingut matemàtic i una organització de les tasques més pautaada, tot això amb la finalitat d'obtenir evidències dels indicadors de la competència d'indagació proposats com a eina d'avaluació.

En les primeres sessions, es va presentar la notícia de la troballa del tresor amb el seu informe arqueològic (Figura 1), la qual cosa va generar una pluja d'idees on afloraren preguntes d'investigació concretes i un primer pla de treball, incloent la formació d'equips d'indagació, per contestar-les.

El valor del tresor, com s'ha comentat anteriorment, els va semblar que era un aspecte important a tenir en compte per a l'argumentació sobre qui podia haver estat el seu propietari, doncs això podia reflectir la seva condició econòmica i, per tant, una característica rellevant per definir la seva condició dins la societat romana. Així, doncs, els alumnes van decidir conèixer millor la seva composició i valor, ara bé el sistema monetari romà, poc conegut per a ells i de funcionament complex, els obligà a buscar nova informació i a estudiar altres sistemes monetaris més actuals amb què poder fer comparacions i analogies per comprendre'l. Els alumnes van recórrer a un *blog* (<http://viurebaetulo.wordpress.com/>), creat expressament com a suport de la implementació de la seqüència de tasques, per a guiar-se en la recerca d'informació.



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

**Figura 1. Informe arqueològic entregat a l'alumnat participant**

### **Informe arqueològic tesoro de monedes de Badalona**

El tesoro de monedes ha sido encontrado el 3 de diciembre en las excavaciones arqueológicas que se están llevando a cabo actualmente en Badalona, en la calle Lladó.

El tesoro apareció sobre la tierra virgen, prácticamente en contacto con el estrato de terraplén de esta zona de época augustiana. La interpretación que se ha dado a este hecho es que el depósito monetario fue guardado, posiblemente, en una bolsa de cuero o tela que no se ha conservado y escondido practicando un agujero en el suelo.

El tesoro de la calle Lladó está formado por un total de 29 monedas: 23 ases de bronce, con leyenda íbera y 6 denarios de plata romano-republicanos.

El estudio preliminar de las monedas que componen el tesoro ofrece una cronología de segundo tercio de siglo I AEC, seguramente en sus inicios. También se puede diagnosticar que se trata de un tesoro de formación breve, sin selección de la calidad de las monedas ya que no contiene ejemplares nuevos.

#### **INVENTARIO:**

Moneda nº 1 Valor: 1 as Peso: 13,56 g	Moneda nº 2 Valor: 1 as Peso: 12,10 g	Moneda nº 3 Valor: 1 as Peso: 10,60 g	Moneda nº 4 Valor: 1 as Peso: 12,99 g
Moneda nº 5 Valor: 1 as Peso: 11,96 g	Moneda nº 6 Valor: 1 as Peso: 11,92 g	Moneda nº 7 Valor: 1 as Peso: 12,17 g	Moneda nº 8 Valor: 1 as Peso: 10,71 g
Moneda nº 9 Valor: 1 as Peso: 10,56 g	Moneda nº 10 Valor: 1 as Peso: 10,08 g	Moneda nº 11 Valor: 1 as Peso: 9,82 g	Moneda nº 12 Valor: 1 as Peso: 9,68 g
Moneda nº 13 Valor: 1 as Peso: 9,38 g	Moneda nº 14 Valor: 1 as Peso: 9,37 g	Moneda nº 15 Valor: 1 as Peso: 9,20 g	Moneda nº 16 Valor: 1 as Peso: 9,18 g
Moneda nº 17 Valor: 1 as Peso: 9,11 g	Moneda nº 18 Valor: 1 as Peso: 8,92 g	Moneda nº 19 Valor: 1 as Peso: 8,08 g	Moneda nº 20 Valor: 1 as Peso: 7,89 g
Moneda nº 21 Valor: 1 as Peso: 7,82 g	Moneda nº 22 Valor: 1 as Peso: 7,43 g	Moneda nº 23 Valor: 1 as Peso: 5,91 g	Moneda nº 24 Valor: 1 denari Peso: 3,69 g
Moneda nº 25 Valor: 1 denari Peso: 3,42 g	Moneda nº 26 Valor: 1 denari Peso: 3,46 g	Moneda nº 27 Valor: 1 denari Peso: 3,59 g	Moneda nº 28 Valor: 1 denari Peso: 3,43 g
Moneda nº 29 Valor: 1 denari Peso: 3,89 g			



Després de realitzar les tasques proposades per obtenir la informació necessària sobre el context històric i el funcionament del sistema monetari romà, l'alumnat va poder calcular el valor del tresor en asos (ja que algunes de les monedes no eren asos, sinó denaris), amb l'objectiu d'obtenir la quantitat exacta d'asos de què estava compost el tresor. D'aquesta manera, van poder relacionar aquest valor amb el cost de la vida de la *Baetulo* d'època romana —quant valia un pa, quant cobrava un legionari, etc. Així, l'alumnat va poder determinar si el tresor tenia molt de valor o poc, cosa que els donava elements per a l'elecció del personatge històric que millor s'adaptés a la informació obtinguda, en funció de si podia ser una persona adinerada o no.





## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

L'última sessió de la seqüència va permetre donar resposta a les principals preguntes d'indagació plantejades, argumentar les hipòtesis i discutir els resultats. Cal destacar que en l'experiència realitzada quatre dels cinc grups van concloure encertadament que el tresor de monedes trobat era de poc valor per als mateixos romans i que, per tant, havia de pertànyer a algú amb poc poder adquisitiu.

### **c) Resultats i/o conclusions**

Aquesta investigació va permetre trobar evidències que avalen algunes conclusions preliminars. En primer lloc, el context historicocultural proper resulta motivador, ja que permet la connexió de les matemàtiques amb la realitat propera de l'alumnat, resultant una eina útil per trobar solucions al problema plantejat. Per una altra banda, es va observar que es possible que els alumnes desenvolupin competència en indagació si el disseny de les tasques i la gestió del professorat permeten que s'integrin en un procés d'indagació. D'aquesta manera, l'alumnat veu influïda positivament la seva activitat cognitiva ja que, en lloc de preocupar-se exclusivament dels càlculs, reflexiona sobre les tasques i solucions arribant, en alguns casos, a formular preguntes rellevants.

Tanmateix, la caracterització dels indicadors en relació als graus de desenvolupament de la competència en indagació no es, en alguns casos, suficientment precisa, per tant, caldrà realitzar un redisseny per ajustar-la.

## **5. AGRAÏMENTS**

Treball realitzat en el marc del projecte EDU2012-32644. “Desarrollo de un programa por competencias en la formación inicial de profesoras de secundaria de matemáticas”.



## MODELS FLEXIBLES DE FORMACIÓ: UNA RESPOSTA A LES NECESSITATS ACTUALS

---

### 6. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Charalambous, C.Y. (2010). Mathematical knowledge for teaching and tasks. *Journal of Teacher Education*, 60(1-2), 21-34.

Dean, J. (2008). *Ensenyar història a Primària*. Barcelona: Zenobita edicions.

Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-β. Press/Freudenthal Institute.

Johnson, D. W.; Johnson, R. T.; Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.

Martin-Hasen, L. (2002) Defining Inquiry. *The Science Teacher*, 69 (2), 34-37.

Stein, M.K.; Smith, M.S.; Henningsen, M.A. & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press.