

**O TRILHAR DE UMA PROPOSTA DE LIVRO PARADIDÁTICO  
PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE PARA OS ANOS FINAIS  
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

*Oliveira Júnior, Ailton Paulo de*  
drapoj@uol.com.br  
Universidade Federal do Triângulo Mineiro (Brasil)

*Ciabotti, Valéria*  
valeria\_ciabotti@hotmail.com  
Universidade Federal do Triângulo Mineiro (Brasil)

*Anjos, Roberta de Cássia dos*  
robertacassia94@gmail.com  
Universidade Federal do Triângulo Mineiro (Brasil)

**RESUMO**

*O desenvolvimento desse trabalho está caracterizado pela elaboração de atividades a partir da produção do livro paradidático “Jogando na Olimpíada Nacional de Probabilidade”, dividido em quatro capítulos onde são apresentadas as etapas de uma Olimpíada que contemple aspectos relacionados aos conteúdos probabilísticos baseados em jogos, que a nosso ver são importantes para agregar motivação às atividades e também relacionar os conteúdos probabilísticos a serem abordados como o enfoque clássico e enfoque frequentista, dentre outros. Assim, neste trabalho, definiu-se como objetivo apresentar a análise dos dois primeiros capítulos do processo de elaboração de livro paradidático para subsidiar o ensino de conteúdos probabilísticos dos anos finais do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático na organização praxeológica didática e matemática (probabilística). Acredita-se ser necessário investigar e buscar uma compreensão mais ampla e fundamentada sobre o uso de livros paradidáticos com conteúdo de probabilidade no desenvolvimento da leitura e escrita.*

**PALAVRAS-CHAVE**

Livro paradidático, Ensino de Probabilidade, Ensino fundamental, Teoria Antropológica do Didático.

**INTRODUÇÃO**

Segundo Munakata (1997), foi a Editora Ática quem criou a primeira coleção de paradidáticos de alcance no Brasil e os considerava destinados a apoiar, aprofundar e facilitar a maneira de apresentação dos conteúdos, muitas vezes aridamente exposta no livro didático. Tomaremos esta definição de livro paradidático como a principal deste



trabalho sendo complementada pela definição de Menezes e Santos (2002), são livros e materiais que, sem serem propriamente didáticos, são utilizados para este fim. São importantes porque podem utilizar aspectos mais lúdicos que os didáticos e, dessa forma, serem eficientes do ponto de vista pedagógico. Recebem esse nome porque são adotados de forma paralela aos materiais convencionais, sem substituir os didáticos.

As pesquisas relacionadas aos anos finais do Ensino Fundamental, principalmente no ensino de Probabilidade, representam uma grande contribuição para a área da Educação Matemática, contudo, percebe-se que há, ainda, muitas lacunas a serem preenchidas. Tal constatação provoca a necessidade de pesquisar e produzir material didático para apoiar o Ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

Definiu-se que para a construção deste livro paradidático, a utilização da narrativa ficcional segundo Dalcin (2002), pois se acredita que contar uma estória provocará maior motivação aos alunos em sua leitura e utilização como elemento de fixação e aprendizagem dos conteúdos probabilísticos.

Assim, pretendeu-se elaborar atividades a serem desenvolvidas a partir do livro paradidático, ou seja, a produção de material didático que contemple aspectos relacionados aos conteúdos probabilísticos e à leitura, com o intuito de proporcionar aos alunos a vivência dos processos apontados por Nacarato e Lopes (2005), ou seja, que processos como comunicação de ideias, interações, práticas discursivas, representações matemáticas, argumentações e negociação de significados sejam utilizados.

## **MARCO DE REFERÊNCIA**

Adotamos como quadro teórico a Teoria Antropológica do Didático – TAD, de Chevallard (1996) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001), na organização praxeológica didática e matemática. Comungamos com Almouloud (2010), ao evidenciar a importante contribuição da TAD para a Didática da Matemática, pois insere a didática no campo da antropologia quando olha o estudo das organizações praxeológicas didáticas pensadas para o ensino, também, ao estudar as condições de possibilidades e funcionamento de sistemas didáticos, compreendidos como relações entre sujeito – instituição – saber (Brousseau, 2006). A TAD, segundo Chevallard (1999), estuda o homem perante o saber matemático, e mais estritamente, perante situações matemáticas. O aspecto antropológico da TAD surge quando localizamos a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais.

Dentro deste ponto de vista geral do conhecimento matemático Chevallard (1999), propõe a noção de Organização Praxeológica Matemática, e Praxeologia Matemática (ou simplesmente, Organização Matemática) como modelo mais adequado e relente para descrever o conhecimento matemático, cuja forma mais simples pode ser descrita em dois níveis. O primeiro é o que remete à prática que se realiza, a *práxis* ou saber-fazer, isto é, os tipos de problemas e tarefas que se estudam e as técnicas que se constrói e utilizam para abordá-los. O segundo recorre à parte descritiva, organizadora e justificadora da atividade

matemática, chamado *logos* ou, simplesmente, saber. Inclui as descrições e explicações que se elaboram para fazer inteligíveis as técnicas, isto é, o discurso tecnológico (o *logos* sobre a técnica e, em última instância, o fundamento da produção de novas técnicas) e a teoria que dá sentido aos problemas apresentados e permite fundamentar e interpretar as descrições e demonstrações tecnológicas a modo de justificativas de segundo nível (a teoria pode interpretar-se, portanto, como uma tecnologia da tecnologia). Esse nível nem sempre estão presentes no exercício das práticas escolares, por restrições decorrentes de outros níveis de codeterminação didática, como da sociedade, da pedagogia ou da cultura, por exemplo, por estarem suficientemente naturalizadas.

### **ASPECTOS METODOLÓGICOS**

Com base na Teoria Antropológica do Didático, apresentaremos a elaboração de livro paradidático para subsidiar o ensino de conteúdos probabilísticos dos anos finais do Ensino Fundamental, que será composto por situações problema ou tipos de *arefa*, que identificaremos por (T), constituída de uma sequência de tarefas (t), que podem ser realizadas utilizando diversas *técnicas* ( $\tau$ ) justificadas pela *tecnologia* ( $\theta$ ) que utiliza da *teoria* ( $\Theta$ ) da *Probabilidade* como objeto de estudo.

Assim, foram tomadas como referência as propostas de Chevallard (1999) para avaliar tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Dessa forma, as tarefas propostas têm como objetivo serem bem identificadas conforme os conteúdos e a razão de sua proposta e se ela é adequada para alunos do ciclo a que se destina (anos finais do Ensino Fundamental); se o conjunto de tarefas fornece uma visão das situações matemáticas (probabilísticas) utilizadas no livro paradidático. A técnica será disponibilizada de maneira completa, ou seja, passo a passo, ou somente esboçada; no bloco tecnologia/teoria, será expresso no decorrer do livro e com justificativas tecnológicas.

A elaboração do livro paradidático obedeceu fundamentalmente aos seguintes passos: (1) Apresentar pelo menos uma técnica para resolver tarefas solicitadas; (2) Para as técnicas descritas estabelecer, pelo menos, um esboço de um discurso tecnológico; (3) Apresentar tarefas propondo: enfoque Clássico (Laplaciano) para Frequentista; enfoque Frequentista para Clássico (Laplaciano); situações aleatórias e deterministas.

### **DESENVOLVIMENTO**

No capítulo 1 do Paradidático foram propostas atividades pensadas para compor a estrutura do material didático, sendo que visa identificar uma experiência aleatória e o espaço amostral associado. A Imagem 1 apresenta parte do texto elaborado e que apresenta a história elaborada e as relações entre os personagens criados onde os conteúdos probabilísticos (experimento aleatório e espaço amostral) surgem naturalmente nas discussões em sala de aula.

No dia do sorteio a professora Rita aproveitou o momento para abordar rapidamente o conceito de Experimento Aleatório, dizendo:

— *Meninos, esses são experimentos que quando repetidos em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso (acontecimento que não é previsto ou aleatório, ou seja, que depende de acontecimentos incertos, favoráveis ou não a um determinado acontecimento), e temos como exemplo o próprio sorteio, que é a forma como os alunos foram escolhidos para comporem os grupos e representar sua sala de aula.*

Foi feito o sorteio em todas as cinco salas e na turma de cor verde, aconteceram algumas discussões que deixaram a professora Rita ainda mais animada.

A professora em cada uma das salas explicou detalhadamente como o seria a competição, fase a fase, ou seja, da competição na escola até o final da competição nacional.

Na turma verde, após a fala da professora, a aluna Kaori que foi sorteada, com a voz alterada e feliz disse:

— *Nossa! Que alegria em saber que entre vários alunos da escola que gostaria de participar eu fui uma das escolhidas.*

A professora falou:

— *Meus parabéns Kaori e vamos nos preparar por que não vai ser fácil. Quanto aos demais alunos de 9º ano que não puderem participar eu lamento, mas procuramos fazer a seleção dos grupos com cinco componentes de forma aleatória.*

Continuando a preparação dos alunos para a competição, nas suas aulas a professora Rita aproveitou para explicar aos alunos os conceitos básicos necessários para trabalhar Probabilidade. Como no dia do sorteio ela havia explicado sobre o Experimento Aleatório, ela explicou o conceito de Espaço Amostral, ou seja, a lista de todos os possíveis resultados do experimento aleatório, ou seja, o conjunto de resultados possíveis, dizendo:

— *Como cada turma de 9º ano tem 30 alunos, o Espaço Amostral do experimento aleatório (sorteio dos alunos para compor os grupos) é a lista de todos os trinta nomes dos alunos. Assim, teremos um Espaço Amostral para cada uma das cinco turmas da Escola Sete Colinas, que seriam:*

- 1) *Os trinta nomes dos alunos da turma representada pela cor amarela;*
- 2) *Os trinta nomes dos alunos da turma representada pela cor azul;*
- 3) *Os trinta nomes dos alunos da turma representada pela cor branca;*
- 4) *Os trinta nomes dos alunos da turma representada pela cor verde;*
- 5) *Os trinta nomes dos alunos da turma representada pela cor vermelha.*

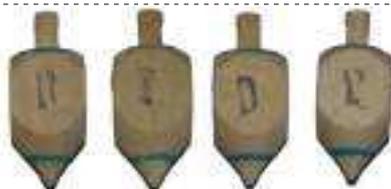
**Imagem 1. Trecho do livro paradidático referente ao Capítulo 1**

Fuente: Elaboração dos autores

As atividades estão associadas à preparação do grupo da Escola Estadual Sete Colinas para a participação na primeira etapa da Olimpíada de Probabilidade que é o fio condutor da história narrada no paradidático.

Além disso, o jogo que foi utilizado no primeiro capítulo é o “Jogo do Rapa” que é um dos mais tradicionais jogos de Portugal e que traz possibilidades em trabalhar conceitos probabilísticos. Este jogo será utilizado na etapa inicial da Olimpíada, ou seja, etapa que retratará fase da Olimpíada realizada na própria “Escola Sete Colinas”.

O objetivo didático é observar que a face virada para cima no lançamento do pião do jogo do Rapa se constitui num modelo probabilístico intuitivo, além do que se deve partir do princípio que o pião, Imagem 2, é feito de material homogêneo e a obtenção de qualquer das letras tem igual probabilidade, indicando eventos equiprováveis. Além disso, pode-se abordar o enfoque clássico de probabilidade que pode ser observado na Imagem 3 que faz parte das perguntas realizadas durante a realização da Olimpíada.



**Imagem 2. Imagem das faces do pião do Jogo do “Rapa”**

Fuente: tomado de <http://coisasdaarcadavelha.blogspot.com.br/2012/10/rapa-normal-0-21-false-false-false-pt-x.html>



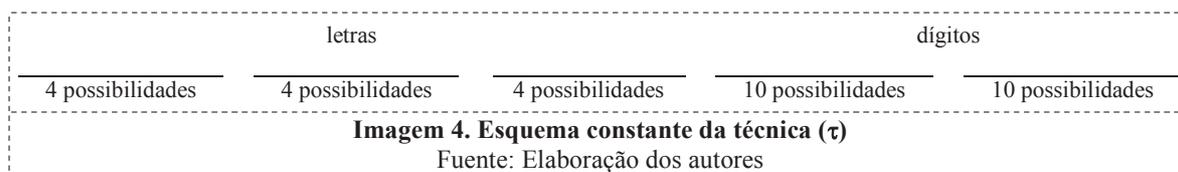
Imagem 3. Perguntas realizadas durante a Olimpíada utilizando o Jogo do “Rapa”

Fuente: Elaboração dos autores

Assim, foi descrito como é o “Jogo do Rapa” e a seguir definiu-se a seguinte Experiência Aleatória: Lançamento de um pião do “Jogo Rapa” e observar a face superior (R ou T ou D ou P) após sua imobilização.

A Tarefa (T) a ser realizada é a seguinte: Criar um código cuja sequência deve ser de três letras constantes do pião que compõe o “Jogo do Rapa” (R, T, P, D) e dois dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Bosch e Chevallard (1999) restringem a noção de tarefa em Matemática ao distinguir a atividade matemática das outras atividades humanas, ou seja, diante de uma tarefa, é preciso saber como resolvê-la (p.84).

Relacionado a esta tarefa é apresentado a Técnica ( $\tau$ ), ou seja, a maneira de fazer ou realizar um tipo de tarefa T, que é a caracterização do código seguindo o esquema constante da Imagem 4:



Portanto, podem ser construídos:  $4 \times 4 \times 4 \times 10 \times 10 = 4^3 \times 10^2 = 64000$  códigos.

Na execução da tarefa (T) é necessária a realização de outras tarefas, tais como: efetuar operações básicas de potenciação e multiplicação, conhecer as propriedades da potenciação, etc. A tecnologia ( $\theta$ ) que foi utilizada é o Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo. Pode ser descrita, da seguinte maneira: Considerando a potenciação uma forma de representar a multiplicação de fatores iguais, a regra é que para multiplicar potências com bases e expoentes diferentes um do outro, calcula-se o valor de cada potência e multiplicam-se os resultados. A tecnologia segundo Nagamine, Henriques, Utsumi e Cazorla (2011) é um discurso racional (o *logos*), cujo objetivo é justificar e esclarecer o uso da técnica  $\tau$ , garantindo que esta permita realizar as tarefas do tipo T.

A teoria  $\Theta$  tem como função justificar e tornar compreensível uma tecnologia  $\theta$  e segundo Smole e Diniz (2010, p.132) dá-se da seguinte forma: Se um acontecimento  $A_1$  pode ocorrer de  $m_1$  maneiras diferentes, para cada maneira de  $A_1$  ocorrer, um acontecimento  $A_2$  pode ocorrer de  $m_2$  maneiras diferentes e, para cada maneira de  $A_1$  e de  $A_2$  ocorrerem, um acontecimento  $A_3$  pode ocorrer de  $m_3$  maneiras diferentes: então, o número de maneiras diferentes de ocorrerem  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  é:  $m_1 \times m_2 \times m_3$ .

No segundo capítulo que abordará a Olimpíada em rede municipal de ensino, o jogo a ser utilizado é o Mini Bozó (Imagem 5), uma simplificação de um jogo bastante popular no estado do Mato Grosso do Sul conhecido como Bozó, proposto por Lopes (2011). O jogo Bozó é um jogo que envolve dados e é preciso ter estratégia e sorte, pois serão lançados cinco dados simultaneamente. O Mini Bozó utiliza dois dados e a mesma estrutura do jogo Bozó, podendo ser utilizado nos anos finais do Ensino Fundamental e subsidiar o ensino de conceitos básicos de Probabilidade como experimento aleatório, espaço amostral e eventos.



Além do jogo Mini Bozó, o capítulo ainda aborda conteúdos probabilísticos focando nos conceitos de probabilidade na concepção frequentista, onde a professora Rita (personagem que faz o papel de professor), explica utilizando material concreto nos experimentos que realiza com os personagens (alunos) da estória.

No livro paradidático, é apresentado o enfoque frequentista de probabilidade em um dos momentos de apresentação de conceitos referentes aos conteúdos que serão cobrados na segunda etapa da Olimpíada de Probabilidade, ou seja, o personagem (professora Rita) apresenta uma situação hipotética que faz um dos alunos do grupo pensarem na repetição do experimento aleatório, ou seja, o lançamento de uma moeda por 50 vezes:

*— Lembro também de um exemplo que a professora Rita nos mostrou. Ela trouxe algumas moedas e pediu para jogarmos as moedas para cima 50 vezes e depois para observarmos o lado da moeda que caiu com a face voltada para cima.*

Partindo destas considerações, apresentamos a utilização do enfoque frequentista na elaboração do livro paradidático. Assim, para introduzir este enfoque foi pensando em ser

feito a partir da explicação da professora Rita quando da preparação do grupo para a realização da Olimpíada. Desta forma, para o enfoque frequentista a professora Rita utiliza o seguinte exemplo no livro paradidático, Imagem 6.

Kauê se mostrando muito curioso e com muita vontade de querer provar o que aprendiam, perguntou:

— *Professora Rita, surgiu uma dúvida!!! Pensando no lançamento de uma moeda, a probabilidade de sair cara é de 0,5 ou 50% como já aprendemos, certo? Quer dizer que se lançarmos uma moeda 20 vezes, vai sair cara 10 vezes, pois 20 vezes 0,5 é igual a 10?*

A professora Rita admirada e muito feliz com a pergunta respondeu:

— *Vejo que vocês se interessaram bastante pelo assunto. Kauê, mesmo sabendo que há duas possibilidades no lançamento de uma moeda, não há qualquer garantia de que em 100 lançamentos, 50 serão cara e 50 serão coroa, e que após obtermos uma cara o próximo lançamento será uma coroa. Para mostrar e comprovar isso, vamos realizar esse experimento agora?*

— *Vou pegar uma moeda na minha bolsa e vamos lançar 100 vezes e depois lançar mais 100 vezes. Vocês vão preencher um quadro como esse que fiz no quadro negro, marcando com um X a face que saiu em cada lançamento e ao final vá somar o número de vezes que saiu “Cara” e o número de vezes que saiu “Coroa”.*

**Imagem 6. Trecho do Capítulo 2 onde é abordado o enfoque frequentista de probabilidade**

Fuente: Elaboração dos autores

## CONCLUSÕES

No processo de elaboração muitas dúvidas surgiram, porém quando o livro foi ganhando forma, a satisfação e as ideias fluíram livremente. O livro produzido possibilitou material didático que contribui para formação de conteúdos básicos de probabilidade para o Ensino Fundamental e gerar a produção de recurso divertido, interessante, criativo e didático.

A proposição de atividades ou tarefas no livro paradidático integrando os enfoques frequentista e clássico de probabilidade reforça nossa crença de tornar a aprendizagem significativa e abrangente no que tange aos conceitos iniciais de probabilidade. Na elaboração do livro paradidático e atendendo aos princípios da Teoria Antropológica do Didático, tomou-se o cuidado na construção dos enunciados das tarefas a serem desenvolvidas; na verificação se o livro disponibilizava pelo menos uma técnica para resolver a tarefa; se esta técnica era adequada ao ciclo correspondente; se era eficiente; e por fim se houve a apresentação desta técnica.

Aprofundando mais sobre como o livro paradidático foi construído aborda-se os conceitos probabilísticos utilizando a estória, como fio condutor, e a personagem que representa o professor (profissional) buscando que este professor se apropriasse de um discurso para justificar as técnicas usando as tecnologias que permitem executar as tarefas.

Por fim, a atividade de criação de paradidático contribuiu para a consecução do objetivo deste trabalho tendo em vista a divulgação de recurso de ensino que pode ser utilizado por professores e alunos do Ensino Fundamental.

## REFERÊNCIAS

Almouloud, S. A. (2010). *Fundamentos da didática da matemática - edição atualizada*. Curitiba, Brasil: Ed. UFPR.

- Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, França: la Pensée Sauvage, 19(1), p. 77-124.
- Brousseau, G. (2006). A teoria das situações didáticas e a formação do professor. Palestra. São Paulo, Brasil: PUC.
- Chevallard, Y. (1996). *Conceitos fundamentais da Didática: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica*. In J. Brun. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa, Portugal: Horizontes Pedagógicos.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. La Pensée Sauvage-Editions, França, 19(2), p. 221-265.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (2001). *Estudar matemáticas: O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem*. Porto Alegre, Brasil: Artes Médicas.
- Dalcin, A. (2002). *Um olhar sobre o paradidático de matemática*. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, UNICAMP, Faculdade de Educação, Campinas, Brasil).
- Gitirana, V., Guimarães, G. L., & Carvalho, J. B. P. F de. (2010). Os livros paradidáticos para o ensino da Matemática. In J. B. P. F de CARVALHO. *Matemática: Ensino Fundamental*. Brasília, Brasil: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 17, Coleção Explorando o Ensino. (pp. 91-96).
- Lopes, J. M. (2011). Uma proposta didático-pedagógica para o estudo da concepção clássica de probabilidade. *Bolema*, Brasil, 24(39), p. 607-628.
- Menezes, E. T. de. & Santos, T. H. dos. (2002). Paradidáticos (verbete). *Dicionário Interativo da Educação Brasileira - EducaBrasil*. São Paulo, Brasil: Midiamix Editora. <http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=143>.
- Munakata, K. (1997). *Produzindo livros didáticos e paradidáticos*. (Tese de Doutorado em História e Filosofia da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC\SP, São Paulo, Brasil).
- Nacarato, A. M., & Lopes, C. E. (2005). *Escritas e leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Nagamine, C. M. L., Henriques, A., Utsumi, M. C., & Cazorla, I. M. (2011). Análise Praxeológica dos Passeios Aleatórios da Mônica. *Bolema*, Brasil, 24(39), p. 451-472.
- Sierra, T. A. (2006). Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes. (Tese de Doutorado em Educação, Facultad de Educación, Departamento de Didáctica y Organización Escolar, Universidad Complutense de Madrid - UCM. Madrid, Espanha).
- Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2010). *Matemática Ensino Médio – v. 2*. São Paulo: Saraiva.
- Spiegel, M. (1977). *Probabilidade e Estatística*. Coleção Schaum. São Paulo, Brasil: MacGraw-Hill do Brasil.