

## ESTADÍSTICA Y FÚTBOL

Moreno, Leonardo

mrleo@iesta.edu.uy

Instituto de Estadística-DMCC-CCEE-Udelar (Uruguay)

### RESUMEN

*La Estadística ha tenido un desarrollo vertiginoso a partir de principios del siglo XX. En particular su aplicación transversal en diversos sectores productivos y sociales, como por ejemplo las actividades deportivas. En este trabajo se presenta una metodología para observar distintos conceptos estadísticos contextualizados mediante el fútbol, con el fin de motivar el proceso de aprendizaje. Se muestran alternativas para introducir, de forma heurística, algunas definiciones fundamentales en Estadística pero que en su desarrollo teórico ofrecen cierta complejidad para alumnos entre 16 y 18 años.*

### PALABRAS CLAVE

Cadenas de Markov, Estimación de densidades, Conocimiento didáctico-estadístico, Formación en Estadística.

### INTRODUCCIÓN

A través del presente trabajo se introducen diversos conceptos de Probabilidad y Estadística con el fútbol como hilo conductor, En particular recabaremos información sobre los lanzamientos de tiros penales. La pasión que despierta este deporte en gran parte del mundo, abarcando todas las edades y clases sociales, permite una motivación inicial al momento de involucrarse en los procesos de aprendizaje. Esta actividad puede ser realizada en un contexto multidisciplinario donde los datos pueden ser recolectados por los mismos estudiantes. Si bien la concepción matemática formal de algunos de los conceptos tratados escapa a la formación secundaria, a modo personal se cree que la introducción heurística de algunos de ellos permite al estudiante involucrarse a nuevas formas de razonamiento.

### MARCO DE REFERENCIA

Batanero (2002), subraya que no es una tarea fácil la enseñanza de la estadística a jóvenes frecuentemente desmotivados y con pocos conocimientos matemáticos. Además de esto, la información disponible para ellos en general ya está desglosada y parcializada por los medios de comunicación, lo que de forma errónea se asimila como una verdad evidente que no necesita de algún tipo de análisis.

En la enseñanza tradicional de la Estadística se parte de la base de conocer la teoría para luego dar paso a problemas que el alumno no logra conectar con el mundo que lo rodea. Como señala Romeu (2003) la Educación Estadística necesita de manera urgente una revisión de los métodos de enseñanza.



Es necesario entonces apelar a la intuición del alumno como forma de mejorar la comprensión conceptual para luego avanzar hacia la formalización matemática, en caso de ser necesaria en la formación del alumno (Tauber, 2001). Por tanto es necesario el vínculo de conceptos estadísticos con problemas concretos, dotando de sentido al aprendizaje, además de estimular la curiosidad y la creatividad del estudiante.

Es importante subrayar que la enseñanza de la Estadística a través de su vinculación con el deporte puede realizarse mediante la elaboración de proyectos multidisciplinarios con la ventaja que esto conlleva, como lo enfatizan Batanero, Burrill, Reading (2011), Godino, Arteaga, Estepa, Rivas (2013) y MacGillivray, Pereira-Mendoza (2011). Dichos proyectos permiten al alumno involucrarse con todas las fases de la Investigación Estadística.

Este trabajo propone una metodología alternativa para la introducción de diversos conceptos estadísticos a partir de una contextualización mediante el deporte, en particular mediante el uso de datos sobre fútbol, Sadovskii & Sadovskii (1993), Baillisberry & Nelson (2007). En todos los casos se busca fomentar la intuición del estudiante como manera de motivar el aprendizaje.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

En el trabajo se presentan algunas alternativas para la introducción de los conceptos de estimación de densidad univariada, circular y bivariada y Cadenas de Markov en Tiempo Discreto.

### ESTIMACIÓN DE DENSIDAD UNIVARIADA, CIRCULAR Y BIVARIADA

En primer lugar debe recordarse que la densidad  $f$  de una variable aleatoria (v.a)  $X$  absolutamente continua, es una función no negativa cuya integral en la recta real vale 1. La probabilidad que la v.a tome valores en el intervalo  $[a, b]$  está dada por,

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx.$$

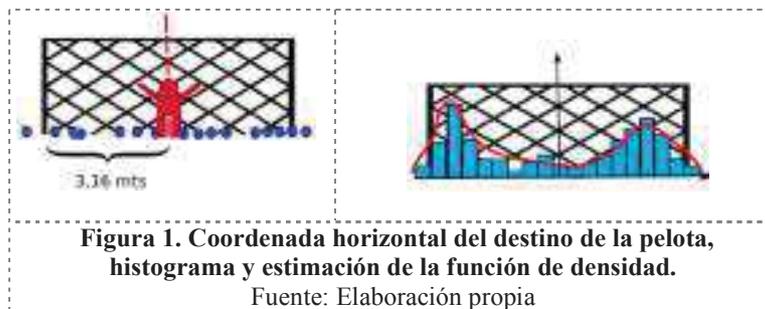
Dada una muestra  $X_1, \dots, X_n$  de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, un posible estimador de  $f$ , que anotaremos  $\hat{f}$ , es el histograma. Es decir, dada una partición  $(a_0, a_1, \dots, a_k)$  de un rango de valores que contenga a la muestra, si  $x \in [a_i, a_{i+1}]$ ,  $i = 0, 1, \dots, k - 1$ ,

$$\hat{f}(x) = \frac{\sum_{j=1}^n I_{[a_i, a_{i+1}]}(X_j)}{n(a_{i+1} - a_i)} \text{ siendo } I_A \text{ la función indicatriz del intervalo } A.$$

De forma similar se pueden desarrollar los conceptos teóricos de la densidad bivariada y la densidad circular. Como forma de ilustrar el problema, la explicación se centrará sólo al lanzamiento de penales. Suponiendo que en este caso se cuenta con diversa información sobre el destino del balón,

- Distancia sobre la horizontal donde fue el balón.
- Medida angular del destino del balón en referencia a la horizontal.
- Coordenadas cartesianas del destino del balón.

Podría conocerse la distancia al centro del arco en la dirección horizontal. Esta información se puede agrupar en intervalos y construir la función histograma. Es relevante mostrar la importancia de la elección de los intervalos, (Figura 1).



De la misma forma, podría tenerse solo el ángulo respecto a la horizontal del destino de la pelota como se representa en la Figura 2. (Cabe aclarar que las figuras que se elaboraron son sólo de carácter ilustrativo).



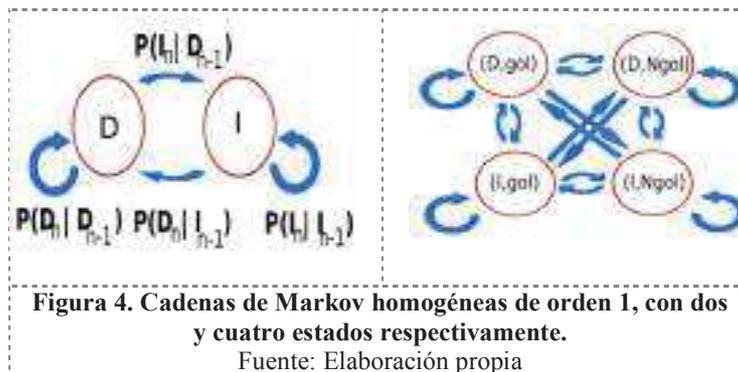
Esta información indica la dirección en la cual se tendría que lanzar el arquero y no la distancia que se debería apartar del origen. Al igual que en el caso anterior es posible la estimación de una función de densidad pero sobre la semicircunferencia.

Mediante una filmación es posible identificar las coordenadas del destino del balón. En este caso, a partir de una muestra lo suficientemente grande, se puede realizar la estimación de la función de densidad bivariada, donde el volumen debajo del gráfico en una determinada zona informa acerca de la probabilidad aproximada de que la pelota se dirija hacia ese sector (Figura 3).



**CADENAS DE MARKOV EN TIEMPO DISCRETO**

Es claro que no parece un supuesto confiable que los penales que lanza un jugador sean eventos independientes. Por tanto podría suponerse, por ejemplo, que la dirección del nuevo disparo (derecha o izquierda) está relacionada con el lanzamiento anterior. Una posibilidad para modelar este tipo de eventos son las cadenas de Markov en tiempo discreto. Puede pensarse entonces que la elección derecha o izquierda (dos estados) del penal dependerá de la localización del penal anterior. En este caso a partir de la información disponible es posible estimar las probabilidades condicionales y de esta forma la elección de palo del arquero.



También puede construirse modelos donde la dependencia no es solo del penal anterior sino de una secuencia más larga de penales. Lo mismo sucede con el número de estados, si se conoce por ejemplo si fue gol o no, se podría pensar en un problema con cuatro estados (Figura 4). En ambos casos para poder estimar las probabilidades condicionales es necesaria una sucesión de penales de gran tamaño.

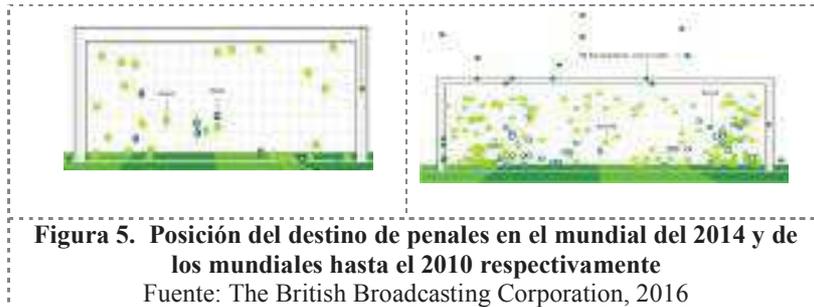
**DESARROLLO**

A continuación se describen los apartados de la propuesta a realizar en el aula.

**RECOLECCIÓN DE DATOS POR PARTE DEL ESTUDIANTE**

El estudiante debe recabar información sobre las coordenadas del destino del balón en una serie de al menos 200 penales. Esta información puede ser obtenida de internet, en una actividad conjunta con el profesor de educación física donde los mismos estudiantes pueden

tirar los penales, o mediante el vínculo con algún cuadro barrial donde es muy posible que alguno de los alumnos ya esté relacionado. A modo de ejemplo, The British Broadcasting Corporation (2016) recolectó información sobre la posición del destino de la pelota en los campeonatos del mundo organizados por la FIFA hasta Brasil 2014.



También es posible encontrar en internet los lanzamientos de Messi, James Rodríguez, Cavani y otros jugadores:



Para modelar las cadenas de Markov es necesario que el estudiante determine si los lanzamientos fueron a la derecha o a la izquierda, ordenados en el tiempo, para un determinado jugador. Por ejemplo, Frank Lampard lanzó 70 penales:

2003-11-09 Newcastle	Right	Goal
2003-11-30 Man Utd	Left	Goal
2004-08-28 Southampton	Left	Goal
2004-10-27 West Ham	Right	Saved
2005-01-15 Spurs	Left	Goal
2005-05-15 Newcastle	Middle	Goal
2005-09-24 Villa	Left	Goal
2005-10-02 Liverpool	Left	Goal

**Figura 7. Algunos lanzamientos de penal de Frank Lampard.**  
Fuente: <https://thechels.co.uk>

## PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

A modo de ejemplo, para el caso bivariado se pide al estudiante que particione al arco en un número adecuado de rectángulos, contabilice el número de disparos en cada rectángulo y



normalice por el área del rectángulo. Es posible realizar un gráfico que muestre las diferentes intensidades como en la Figura 3.

En cuanto a cadenas de Markov, se le pide al estudiante que calcule las frecuencias de los disparos que fueron a la derecha, dado que el tiro anterior fue a la izquierda; así como las otras probabilidades de transición.

## INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

El estudiante debe interpretar los resultados obtenidos y, a través de estos, contestarse preguntas del tipo: si fuera arquero ¿a qué zona del arco me lanzaría?, si el penal anterior el jugador lo lanzó a la derecha, ¿es indistinto lanzarme a la derecha o a la izquierda? ¿El porcentaje de goles convertidos, es el mismo en cualquier sector del arco? ¿Qué otra información podría ser útil para saber el destino del balón? La experiencia en clase demostró que dicha metodología fomenta la participación y la discusión en el aula.

## CONCLUSIONES

El trabajo describe cómo distintos conceptos de Probabilidad y Estadística pueden ser introducidos en el aula de manera natural, siendo aplicados a un tema concreto. Es necesario que el estudiante pueda vincularse empíricamente con determinadas nociones estadísticas, lo que permitirá posteriormente su formalización. Se cree en la Estadística como una ciencia que puede proporcionar al estudiante un nexo entre las Matemática, otras ciencias y diversas aplicaciones al mundo real.

## REFERENCIAS

- Baillberry, J. & Nelson, P. (2007). Alternatives to the penalty shootout. *Journal of Sports Science and Medicine*, 6 (10), 96.
- Batanero, C. (2002). Presente y futuro de la educación estadística. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. España.
- Batanero, C., Burrill, G. & Reading, C. (Eds.) (2011). Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study. New York, Springer.
- Godino J., Arteaga J., Estepa A. & Rivas H. (2013). Desafíos de la enseñanza de la estadística basada en proyectos. Probabilidad condicionada: Revista de didáctica de la Estadística, 2, 173-180.
- MacGillivray, H. & Pereira-Mendoza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study (pp. 109-120). New York, Springer.
- Romeu J. (2003). La Línea de Investigación en Educación Estadística. Presentación realizada en Veracruzana con motivo de la inauguración de la Maestría en Estadística Aplicada. Recuperado de <http://web.cortland.edu/romeu/Magistral.pdf>
- Sadovskii, L. & Sadovskii, A. (1993). Mathematics and Sports. Ed. Mathematical World. American Mathematical Society, Providence, RI. Translated from the Russian, "Mathematics and Sports," Moscow, 1985, by S. Makar-Limanov

Tauber, L. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal en un curso de análisis de datos. (Tesis doctoral). Universidad de Granada.*

The British Broadcasting Corporation (2016). What makes the perfect world cup shootout penalty? En <http://www.bbc.co.uk>. Consultado 15/02/2016.