

# 3D numerikus modell igazolása komplex szabadfelszínű áramlások vizsgálatára

Fleit Gábor\* és Baranya Sándor\*

\* Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. (E-mail: [fleit.gabor@epito.bme.hu](mailto:fleit.gabor@epito.bme.hu), [baranya.sandor@epito.bme.hu](mailto:baranya.sandor@epito.bme.hu))

## Kivonat

A cikkben egy, a közelmúltban fejlesztett numerikus hidrodinamikai modell matematikai és numerikus alapjait, majd tesztfeladatokon keresztüli igazolását mutatjuk be. A kiválasztott számítógépes modell szemben a hazai vízügyi gyakorlatban alkalmazott 1D és 2D modellekkel, többfázisú rendszerek háromdimenziós szimulációjára alkalmas. A modell szabadon elérhető, segítségével kisebb térléptékű, lokális (pl. műtárgyak környezetében kialakuló) áramlási viszonyok részletes feltárására van lehetőség, mind a Reynolds-átlagolt (RANS), mind a nagy örvény szimuláció (LES) leírásmodddal. A modell az ún. level set method-ot (LSM) alkalmazza a szabadfelszín számítására, mely alkalmas helyileg kialakuló nagy felszíngradiensek, sőt akár vízgrások numerikus reprodukálására is. A modellt három tesztfeladaton keresztül verifikáltuk laboratóriumi kismintakísérletek eredményei alapján. Szemléltetjük a level set method relevanciáját a modern szabadfelszín-számítási módszerek közt, illetve hangsúlyozzuk a nagy komplexitású hidrodinamikai jelenségek stabil modellbeli kezelését biztosító numerikus matematikai módszerek, sémák szükségszerűségét. Ezek lehetővé teszik, hogy a modellel egy bukó feletti áramlás esetén kialakuló áramló-rohanó átmenetet vagy egy nagyvízi állapotban teljesen víz alá kerülő híd környezetében kialakuló nyomás alatti és szabadfelszínű áramlást is részletesen, nagy pontossággal vizsgálhassunk. A laboratóriumi kísérletekkel mutatott kiemelkedően jó egyezések alapján kézenfekvő, hogy a modelleszköz akár ki is válthatja a költséges és időigényes fizikai modellezést, így a bemutatott eszköz használata és terjedése nem csak a tudományos, de a tervezői közösség oldaláról is ajánlott.

## Kulcsszavak

numerikus hidrodinamikai modellezés, komplex szabad felszín, level set method, RANS, LES

## Verification of a 3D numerical model to analyze complex free surface flows

### Abstract

The mathematical and numerical background of a recently developed numerical hydrodynamic model is introduced in this paper, together with the verification of the tool. In contrast with the widely used 1D and 2D models in the Hungarian hydraulic engineering community, this model is capable to simulate three-dimensional multiphase flows. The numerical model is freely available and supports the detailed modeling of locally complex flows, such as flows around obstacles, using either the Reynolds-averaged (RANS) or Large Eddy Simulation (LES) technique. The free surface treatment is done by the so called level set method (LSM), which makes the model capable to reproduce locally high free surface gradients or even the simulation of hydraulic jumps. The model verification is performed via three test cases based on laboratory model results. The relevancy of the level set method will be illustrated, enhancing the necessary utilization of novel mathematical models to handle very complex hydrodynamic conditions. The numerical model supports the detailed and accurate description of the subcritical-supercritical flow transition over a weir, or even the pressurized flow field in the vicinity of bridge during floods. It is confirmed that the introduced numerical model can be a good alternative of the costly and time demanding laboratory models and so not besides the scientific applications the model can be an adequate tool for decision making in real engineering problems.

### Keywords

CFD, complex free surface, LSM, RANS, LES

## BEVEZETÉS

A vízmérnöki gyakorlatban egyre inkább előtérbe kerül a számítógépes modellezés különböző tér- és időléptékű feladatok megoldására. Hazánkban a legszélesebb körben elterjedt eszközök az egydimenziós (1D) modellek, melyek akár teljes folyók, folyóhálózatok absztrakt leképzésére adnak gyors alternatívát. Az 1D modellek tipikusan az árvízi előrejelzésben használatosak ár hullám transzformációk, illetve tetőző vízállások becslésére (*Cunge és társai, 1980; Krámer és társai, 2015*), továbbá adathiány esetén a magasabb dimenziószámú modellek peremfeltételeinek előállítására is megbízható lehetőséget kínálnak. A kétdimenziós (2D) modellek az 1D leképzéssel ellentétben nem szelvény-, hanem leggyakrabban mélységmenti átlagolással közelítik a valós áramlási problémát, így a számítások eredményeként a különböző áramlási paraméterek horizontális eloszlását kapjuk meg a számítási rácsháló celláiban vagy csomópontjaiban. 2D modelleket használhatunk pl. szél keltette tavi áramlások leképzésére (*Homoródi és társai, 2012*), de széleskörben alkalmazzák őket árvízi veszélytérképezése is (*Dottori és társai, 2016; Krámer és Józsa, 2010*).

Amennyiben az áramlási jellemzők mélységmenti változásait is le kívánjuk írni, háromdimenziós (3D) modelleket alkalmazunk. A 3D modellek számítási igénye sokszorosan meghaladja a kisebb dimenziószámú leképzési módokét, így ezeket a vízmérnöki gyakorlatban csak rövidebb, maximum néhány kilométeres

folyószakaszok vagy műtárgyak környezetében kialakuló helyi áramlások szimulációjára használjuk. A háromdimenziós modellezés nem újkeletű, már a 90-es években is léteztek már ilyen megoldók (*Olsen és Melaaen, 1993*), azonban a számítástechnika gyors fejlődése (hardveres, illetve numerikus matematikai oldalról egyaránt) magával vonta a modelleszközök gyors fejlődését is. A 3D modellek fejlődésük során nemcsak pontosabbak és stabilabbak lettek, de olyan áramlási jelenségek vizsgálatát is lehetővé tették, melyeket a korábban alkalmazott eszközök saját korlátaik és egyszerűsítő feltevéseik nem tettek lehetővé, így például alkalmassá váltak rövidebb folyószakaszok morfordinamikai modellezésére is (pl. *Baranya és társai, 2008; Baranya és Józsa, 2009*), vagy műtárgyak körüli helyi kimélyülés vizsgálatára áramló vízmozgás mellett (*Baranya és társai, 2013*).

Jelen tanulmány keretein belül egy, a közelmúltban fejlesztett hidrodinamikai áramlási modelleszköz célirányos tesztelését végeztük el három sematikus, vízmérnöki területhez kapcsolódó mintaalkalmazáson keresztül, hogy szemléltessük a napjainkban elérhető szoftverek képességeit, illetve az általuk kínált lehetőséget olyan feladatok kezelésére, melyekre korábban nem volt mód. A cikk célja, hogy igazolja a bemutatott áramlási modellről, hogy az alkalmas olyan összetett áramlási viszonyok kezelésére, elsősorban műtárgyak körüli áramlások vizsgálatára, ahol rohanó, kritikus és áramló vízmozgás egyaránt előfordul, a közöttük kialakuló átmeneti jelenségekkel (pl. vízugrás) együtt. Hagyományosan az ilyen összetett áramlástan vizsgálatokat tapasztalati úton vagy kisminta kísérletek segítségével alapozunk meg. Ismert, hogy elsősorban a gépészmérnöki területen számos olyan számítógépes modell (Computational Fluid Dynamics – CFD) elérhető, amely alapvetően alkalmas összetett áramlások vizsgálatára (pl.: ANSYS Fluent, OpenFOAM, STAR-CCM+), de ezek vagy nagyon költségesek vagy nem alkalmasak a hidrodinamikai modell folyómederrel való kölcsönhatásának és a hordalékvándorlási folyamatok leírására. A következőkben bemutatásra kerülő modellt kimondottan vízmérnöki, víz-levegő-hordalék többfázisú áramlások szimulációjára fejlesztették, így különösen alkalmas lehet direkt folyókra és kisvízfolyásokba épülő műtárgyak hatásvizsgálatára (*Fleit, 2016*).

## A NUMERIKUS MODELL

Vizsgálatainkhoz egy ingyenes és nyíltforráskódú C++ programnyelven fejlesztett háromdimenziós áramlási modellt, a REEF3D-t alkalmaztuk (*Bihls és társai, 2016*). Az eszköz folyamatos és intenzív fejlesztés alatt áll, így nemcsak az egyes funkciók és modulok folyamatos bővítése biztosított, de maga a megoldó is a legújabb fejlesztésű numerikus módszerekkel áll a felhasználó rendelkezésére. A modell az összenyomhatatlan folyadékokra érvényes folytonossági (**1. egyenlet**) és a Reynolds-átlagolt Navier-Stokes egyenleteket (**2. egyenlet**) oldja meg véges differencia módszerrel strukturált ortogonális rácshálón, mely egyszerű programozhatóságot, számítási hatékonyságot és stabilitást biztosít.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + g_i \quad (2)$$

A fenti egyenletekben  $U_i$  az időátlagolt áramlási sebesség,  $\rho$  a víz sűrűsége (konstansnak feltételezve),  $P$  a hidrodinamikai nyomás,  $\nu$  a kinematikai viszkozitás,  $\nu_t$  a turbulens örvényviszkozitás és  $g$  a gravitációs gyorsulás. Az  $i$  és  $j$  indexek a Descartes-féle vektorkomponenseket jelölik és a  $j$ -t tartalmazó tagok impliciten összegződnek  $j=1\dots 3$ -ig. Az impulzusegyenlet advektív tagját az ún. Weighted Essentially Non-Oscillatory (WENO) (*Liu és társai, 1994*) sémával közelítjük, mellyel ötöd rendű pontosság és nagy numerikus stabilitás érhető el. A leíró egyenletek időbeli kezelése másod- és harmadrendű teljes variációt csökkentő (total variation diminishing – TVD) Runge-Kutta sémákkal (*Gottlieb és Shu, 1998*) történik, a nyomástag pedig az ún. projekció módszerrel (*Chorin, 1968*) kerül megoldásra, majd az ebből származó Poisson egyenletet a stabilizált bikonjugált-gradiens algoritmusmal kezeli a kód (*van der Vorst, 1992*).

A numerikus eszköz két- illetve akár háromfázisú rendszerek modellezésére alkalmas, így a számítási tartományon belül nem csak a víz, de a levegő fázisra is megoldja a fent ismertetett alapegyenleteket. Ilyen modellek esetén a fázisok közötti szabadfelszín számításának módszere kulcsfontosságú. A szélesebb körben elterjedt kereskedelmi szoftverek ezt jellemzően az ún. volume of fluid (VOF) (*Hirt és Nichols, 1981*) módszerrel oldják meg, mely gépészmérnöki feladatok esetén kedvező, de a vízmérnöki feladatoknál ésszerű térbeli felbontás mellett általában nem kielégítő a pontossága. A jelen tanulmányban bemutatott a modell az ún. level set method (LSM) alkalmazásával követi a szabadfelszín mozgását. A számítási tartomány minden pontjában definiálva van egy előjeles függvény  $\phi(x,t)$ , melynek előjele arra utal, hogy a pont melyik fázisban található, értéke pedig megadja a szabadfelszíntől mért távolságát:

$$\phi(\vec{x}, t) = \begin{cases} > 0, & \text{ha } \vec{x} \in \text{levegő fázis} \\ = 0, & \text{ha } \vec{x} \in \text{szabadfelszín.} \\ < 0, & \text{ha } \vec{x} \in \text{víz fázis} \end{cases} \quad (3)$$

A numerikus áramlásmodellezés egy másik sarkalatos pontja a turbulencia hatásának figyelembevétele, közelítése, mivel a legkisebb örvények közvetlen numerikus megoldása még szuperszámítógépi környezetben is megvalósíthatatlan egy valós feladat esetén. A REEF3D a turbulencia hatások figyelembevételére a széleskörben alkalmazott kétegyenletes modelleken túlmenően ( $k-\omega$  és  $k-\epsilon$  (Wilcox, 1994)) lehetőséget kínál nagy örvény szimulációk (large eddy simulation – LES) végzésére is. A LES lényege, hogy a Navier-Stokes egyenletekből kiszűrjük a nagyobb (adott rácshálófelbontás léptékénél nem kisebb) térléptékű turbulens örvényeket, melyeket közvetlenül megoldunk, míg a rácshálófelbontásnál kisebb örvények hatását külön – a kétegyenletes modellekhez hasonlóan – az örvényviszkózitáson keresztül vesszük figyelembe pl. Smagorinsky turbulencia modellel (Smagorinsky, 1963). A nagyobb örvényekhez köthető turbulens fluktuációk – melyek az impulzus transzportért felelősek – így közvetlenül megjelennek a megoldásban, míg a kisebb, energia disszipációért felelős örvények hatása örvényviszkózitásként jelentkezik.

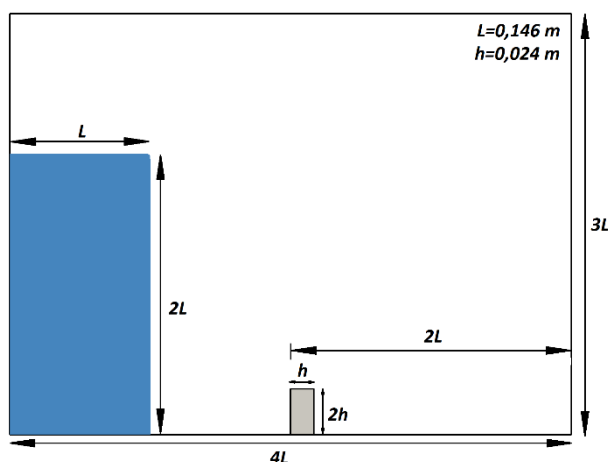
Napjainkban már az egyszerűbb számítógépekben is többmagos processzorok találhatók, melyek felkínálják a párhuzamosított számítások lehetőségét. Programozási szempontból jól és hatékonyan kivitelezett párhuzamosítás esetén így a szimulációkat nemcsak asztali számítógépeken vagy laptopokon lehet többszörösen felgyorsítani, de a számítások akár szuperszámítógépi környezetben is elvégezhetők, mely adott futási idő mellett még részletesebb modelledményeket biztosít. A bemutatott hidrodinamikai modell az ún. message passing interface (MPI) alkalmazásán keresztül éri el a hatékony párhuzamosítást. A modellhez fejlesztett rácsháló generáló szoftver (DIVEMesh) a számítási rácshálót a használni kívánt magok (szálak) számának megfelelő kb. egyenlő cellát tartalmazó részre osztja, majd az áramlási megoldó az egyes magokhoz tartozó, szomszédos részegységek peremén található cellák közti kommunikáció biztosításával éri el a megoldás folytonosságát. A következőkben bemutatott számításokat részben a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem szuperszámítógépén (Superman) végeztük el, asztali számítógépeket teljesítményét többszörösen meghaladó erőforrások felhasználásával.

A modelleszköz verifikálását és alkalmazhatóságának vizsgálatát olyan szakirodalomban fellelhető, vízmérnöki feladatokhoz kapcsolódó mintaalkalmazásokon keresztül végeztük el, ahol kulcsfontosságú a kialakuló szabadfelszín és/vagy a turbulencia megfelelő numerikus kezelése.

## EREDMÉNYEK

### Gátszakadás

Többfázisú rendszerek vizsgálatára alkalmas számítógépes modellek esetén tipikus tesztfeladat az ún. gátszakadás esete, amikor is egy nyugalomban lévő, zérus kezdeti sebességgel rendelkező víztérfogat gravitáció hatására történő „összeomlását” vizsgáljuk zárt tartományon belül. A számítógépes modellt laboratóriumi

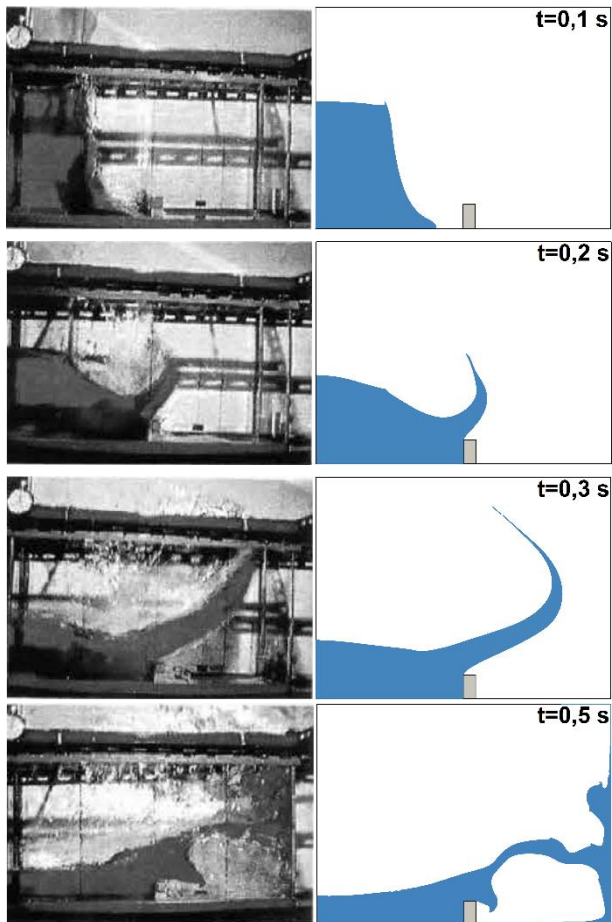


1. ábra. Gátszakadás modell kezdeti feltétele és a tartomány jellemző méretei.

Figure 1. Initial condition and dimensions of the domain for the dam break model.

kisminta kísérlet alapján építettük fel, majd az eredményeinket a kísérlet során készült fényképekkel vetettük össze (Wang és Wan, 2015). Mivel a tesztfeladat nemcsak a geometria, de a kialakuló áramlás tekintetében is erősen kétdimenziós jellegű, így a hatékonyabb számítások érdekében a numerikus szimulációkat is egy kétdimenziós szeletmodellen végeztük. A számítási tartomány méreteit, valamint a szimuláció kezdeti feltételét az 1. ábra szemlélteti. A rácsháló egyenletes kiosztással, 1 mm-es oldalhosszúságú kocka elemekből került felépítésre, mely közel 255 ezres elemszámot eredményezett. Ahogy az az 1. ábrán látszik, jelen feladat túlmegy az egyszerű gátszakadás esetén, és a folyadék egy szilárd akadállyal való kölcsönhatását is vizsgálja, mely még összetettebb hidrodinamikát eredményez. A számítási tartomány négy peremére csúszó fal típusú peremfeltételt alkalmaztunk.

A laborkísérletek során készített fényképek és a számítógépes modelledmények összevetését a 2. ábra szemlélteti négy egymást követő időpillanatra. A kvalitatív összehasonlítás alapján kijelenthető, hogy a modell

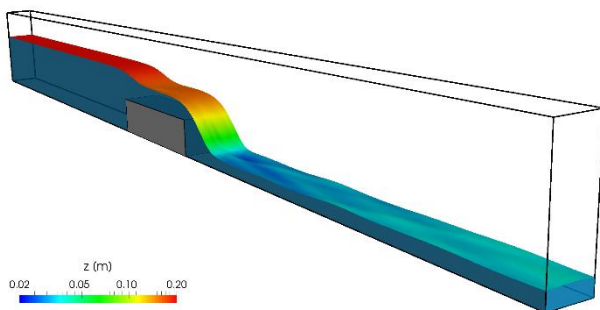


2. ábra. Számítógépes modelleredmények (jobbra) és laboratóriumi kísérlet során készült fényképek összevetése a gátszakadás feladatra egymást követő időpillanatokban.  
 Figure 2. Comparison of the numerical results (right) and photos captured during the laboratory experiments (left) for the dam break case, at consecutive time steps.

képes kétfázisú rendszerek illetve a köztük kialakuló összetett szabadfelszín stabil kezelésére, továbbá a numerikus eredmények jól is közelítik a valós, kísérleti eseményeket. Az első időpillanatonál ( $t=0,1$  s) megfigyelhető, hogy a fizikai kísérleteknél a víztömeg már közelebb jut az akadályhoz, mint a numerikus szimulációban, továbbá, hogy modelleredményekkel ellentétben a folyadék felső fele alig mutat elmozdulást a kezdeti állapothoz képest. Az eltérések oka magyarázható a fizikai és numerikus kísérletek eltérő kivitelezésével; a laborkísérletek ugyanis a gát gyors (de nem zérus idő alatt történő) felfelé történő kihúzásával kezdődnek, vagyis a víztömeg alsóbb fele hamarabb el tud mozdulni, mint a felsőbb fél. A jelenséget részleteiben *Lobovský és társai* vizsgálták 2014-es tanulmányukban. A gát számítógépes leképzésére és ilyen jellegű kimozdítására a numerikus modell ugyan kínál lehetőséget, azonban jelen tesztfeladat elsődleges célja a hidrodinamikai megoldó, valamint a szabadfelszín számítási módszer alkalmazhatóságának szemléltetése volt.

### Bukó feletti áramlás

A második példa már egy lépéssel közelebb visz a gyakorlati vízmérnöki feladatokhoz: egy egyszerű geometriájú bukó környezetében kialakuló összetett szabadfelszínű áramlás (átbukás) numerikus vizsgálatát végeztük el, laboratóriumi kisminta kísérletek alapján. A fizikai modellkísérleteket *Sarker és Rhodes* végezték 2004-ben, majd a mérési eredményeiket egy kereskedelmi számítógépes áramlási modell (ANSYS Fluent) verifikálására használták fel. A vizsgálat tárgya tehát egy téglatest alakú bukó, mely az üvegcsatornát teljes szélességében (105 mm) kitölti, magassága 100 mm, hossza 400 mm. A numerikus csatorna 4 m hosszúra lett felvéve, hogy a ki- és bemeneti peremek hatása a műtárgy környezetében ne befolyásolhassa a megoldás minőségét. A számítási tartomány méretei tehát 4000 mm hosszú  $\times$  300 mm magas  $\times$  105 mm szélesre adódtak, mely az alkalmazott 5 mm-es cellamérettel kb. egymillió számítási cellát eredményezett. A csatorna felvízi végén a kísérletek során is alkalmazott vízhozam ( $Q=4,684$  l/s) került megadásra, melyet a megoldó a pillanatnyi vízszintnek megfelelően, logaritmikus sebességprofil feltételezésével oszt szét a bemeneti peremen mentén. A kimenetnél – szintén a kisminta kísérleteknek megfelelően – szabad kifolyást engedünk meg, mely



3. ábra. Bukó feletti áramlás számítógépes modelleredménye, a vízfelszín saját szintje szerint került színezésre logaritmikus skála alkalmazásával.

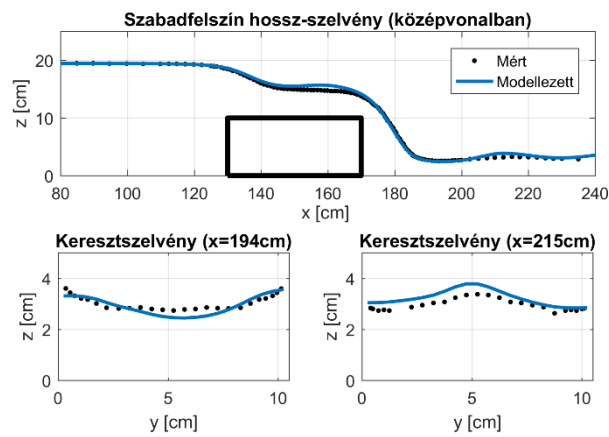
Figure 3. Numerical results for the weir overtopping case. The interface is colored based on its elevation with a logarithmic scale.

A kimenetnél – szintén a kisminta kísérleteknek megfelelően – szabad kifolyást engedünk meg, mely

az bukó alvizen rohanó áramlást enged meg. A vizsgált áramlási jelenség jellegéből adódóan erősen turbulens, így ezen hatások figyelembevétele mindenképp szükséges a numerikus megoldás során. Jelen feladatban a turbulencia hatásást egy standard kétegyenletes  $k-\epsilon$  modellel vettük figyelembe. A **3. ábrán** a számítási tartományt, illetve a már konvergált megoldást prezentáljuk, ahol a szabadfelszín a saját szintje szerint került kifestésre, logaritmikus skála alkalmazásával. Utóbbi mellett azért döntöttünk, mert így laboratóriumi kísérletek során is megfigyelt hullámsor is jól kirajzolódik az alvízi, rohanó áramlású szakaszon.

A fenti ábra alapján látható, hogy az alkalmazott modell alkalmas a bukó közvetlen környezetében kialakuló áramló-kritikus-rohanó átmenet stabil kezelésére, továbbá a rohanó szakaszon kialakuló nagy áramlási sebességek ( $\sim 2$  m/s) mellett is képes a szabadfelszín részletgazdag, stabil numerikus reprodukálására is. A modell kvantitatív verifikálásához a laboratóriumi kísérletek során mért szabadfelszín görbéket használtuk, melyeket a csatorna hosszirányú középvonalában, illetve a rohanó szakasz két keresztmetszvényében rögzítettek. Utóbbiak az alvizen kialakuló hullámsor egy hullámhegyében és egy hullámvölgyében kerültek felvételre. Az eredmények összehasonlítását a **4. ábra** mutatja be.

Klasszikus vízmérnöki szempontból bukók, mint vízszintszabályozó műtárgyak esetén a kulcskérdés leggyakrabban az adott vízhozamokhoz tartozó felvízi vízszintek meghatározása, melyet az itt bemutatott feladat



4. ábra. Mért és modellezett vízfelszín görbék összehasonlítása a hosszirányú középvonal mentén (fent) és két alvízi szakaszon lévő keresztmetszvényben (lent).  
Figure 4. Comparison of measured and modeled free surface profiles in a longitudinal (above) and two transversal slices (below).

esetén a modell igen jó pontossággal el is végez. A műtárgy felett kialakuló kritikus állapotú szakaszon némileg ugyan túlbecsüli a vízszinteket, azonban a bukó közvetlen alvizen megfigyelhető nagy vízfelszíngradienst, továbbá a rohanó állapot vízszintjeit már jó pontossággal visszaadja. Az alvízi szakaszon megjelenő hullámvölgy ( $x=194$  cm) és hullámhegy ( $x=215$  cm) alakját szintén kielégítően reprodukálja a modell, bár a hullám amplitúdóját kis mértékben eltúlozza, így a középvonalban mért vízszinteket rendre alul-, illetve túlbecsüli. Az apróbb pontatlanságok ellenére figyelemreméltó a számított szabadfelszín részletgazdagsága, mely valószínűsíti a mérési eredmények hiányában ellenőrizhetetlen modellezett áramlási sebességtér pontosságát is.

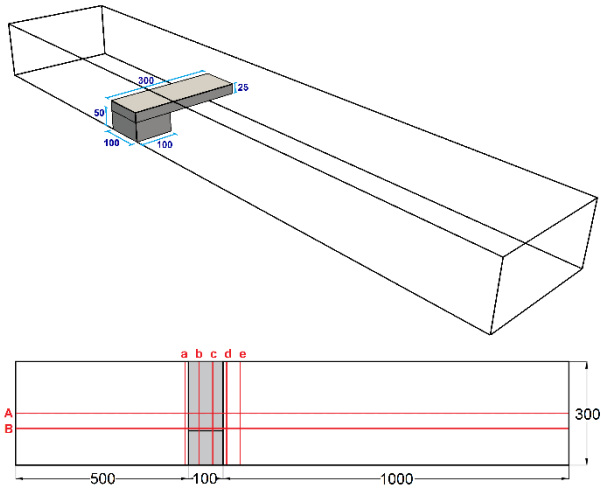
Az eredmények tükrében tehát kijelenthető, hogy az alkalmazott számítógépes modell a bemutatott áramlási feladat stabil numerikus kezelésére alkalmas, továbbá, hogy ilyen egyszerű geometriájú környezetben kialakuló komplex áramlási

jelenségek (áramló-rohanó átmenet, hullámsor a rohanó szakaszon) is kielégítő pontossággal megjelennek a megoldásban. Ilyen és ehhez hasonló jellegű, valós folyószabályozási műtárgyak tervezésénél még napjainkban is gyakori az anyagi- és időigény szempontjából is költséges kisminta modellezés, melyek kiváltására tehát jó alternatívát jelenthet a bemutatott (vagy ahhoz hasonló) naprakész numerikus módszereket alkalmazó számítógépes hidrodinamikai modell.

#### Híd körüli áramlás

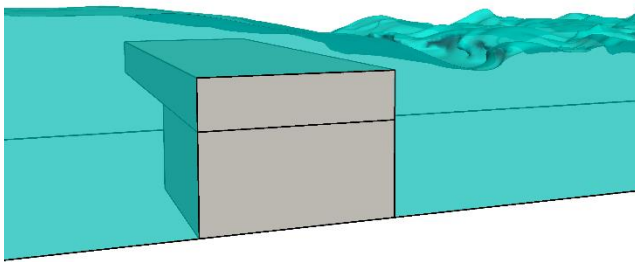
A harmadik mintaalkalmazás szintén egy folyómérnöki problémából merít, melyben egy sematikus, nagyvízi állapotban víz alá kerülő hídszerkezet környezetében kialakuló turbulens áramlás részletes számítógépes modellezését végeztük el. Ilyen esetben igen összetett áramlás alakul ki a szerkezet körül: a hídfő és a felszerkezet meghágása esetén bukó feletti áramlásról, míg a hídpálya alatt nyomás alatti áramlásról beszélhetünk. A nyomás alatti áramlás következtében a hídpillérek körül közismerten kialakuló patkóörvények (Das és társai, 2013) hatásánál többször intenzívebb eróziós erők alakulhatnak ki, mely a szerkezet stabilitását is fokozottabban veszélyeztetheti (Jones és társai, 1993). A számítógépes modell laboratóriumi kisminta kísérletek (Kara és társai, 2015) alapján került felépítésre és ellenőrzésre.





5. ábra. Számítási tartomány axonometrikus nézetben és a szerkezet méretei milliméterben (fent); a számítási tartomány felülnézete, jellemző méretekkel (milliméterben), valamint az ellenőrző metszetek.

Figure 5. Axonometric view of the computational domain with the main dimensions of the structure in mm (above); plan view of the computational domain with its dimensions (in mm), and the location of the free surface measurements.

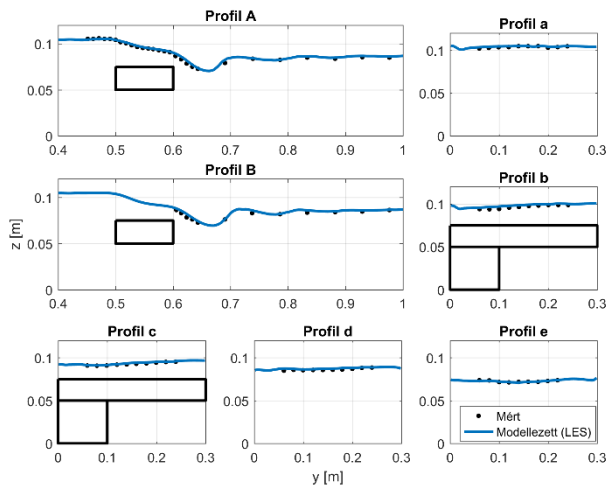


6. ábra. Nagy örvényszimulációs, pillanatnyi számítógépes eredmény (balra) összevetése a laboratóriumi kísérletek során készített fényképpel (jobbra).

Figure 6. Comparison of instantaneous large eddy simulation results (left) and a photograph taken during the laboratory experiments.

A számítási eredmény jó minőségi egyezést mutat a fizikai kísérlettel, a LES modell képes a híd alvívén kialakuló, modellezési szempontból kritikus vízgrás reprodukálására, mely tovább hangsúlyozza az alkalmazott numerikus eszköz robusztusságát és a LSM relevanciáját a vízmérnöki gyakorlatban előforduló szabadfelszín-számítási problémák megoldásában. Nagy örvény szimuláció esetén – ahogy az már korábban ismertette lett – a Reynolds-átlagolt turbulencia modellezéssel ellentétben nem időátlagolt eredményt kapunk, hanem a megoldásban közvetlenül megjelennek a nagyobb örvényekhez köthető turbulens fluktuációk, illetve az örvények maguk is, melyek természetesen kihatnak a szabadfelszín pillanatnyi helyzetére is. A számított eredményeket ezért 100, egymást 0,1 másodpercre követő időpillanatra átlagoltuk, hogy a modelleredmények összevethetők legyenek a laboratóriumban mért felszingörbékkel, melyek rögzítésénél értelemszerűen hasonló módon kellett eljárni.

A számítási tartomány, illetve a híd geometriájának jellemző méreteit az 5. ábra szemlélteti. Az ábra alsó felén feltüntettük azt a két hossz- illetve öt keresztirányú metszetet, melyek mentén a szabadfelszín helyzete rögzítésre került a fizikai kísérletek során és amiket így a számítógépes modell verifikálására használhattunk. A számítási tartomány méretei 1,60 m hosszú  $\times$  0,30 m széles  $\times$  0,15 m magasra adódtak, mely az alkalmazott 2,5 mm-es cellamérettel hozzávetőleg 4,5 millió elemből álló számítási rácsból eredményezett. A bemeneti perem típusa – az előző feladathoz hasonlóan –  $Q=8,5$  l/s-os konstans vízhozamként lett definiálva, míg a kifolyásánál állandó vízszintet írtunk elő ( $z_{ki}=0,09$  cm). A híd közvetlen környezetében kialakuló összetett áramlás olyan háromdimenziós struktúrákat eredményez, melyek pontos reprodukálása már a kétegyenletes, Reynolds-átlagolt turbulenciamodellek alkalmazhatóságának határait súrolja (Lee és társai, 2010), így vizsgálatainkat LES modellel végeztük, mely egy lépéssel közelebb visz a valós fizikai probléma diszkrét numerikus megoldásához. A pillanatnyi modelleredmények kvalitatív kiértékelését szolgálja a 6. ábra, melyen a szimuláció és a laboratóriumi kísérletek során készített fénykép összehasonlítása látható.



7. ábra. Mért és modellezett szabadfelszín profilok összehasonlítása a két hosszirányú (A, B) és az öt keresztirányú (a, b, c, d, e) metszetben.

Figure 7. Comparison of measured and modeled free surface profiles in the two longitudinal (A, B) and the five transversal (a, b, c, d, e) slices.

kisbetűvel jelölt profilokat szemléltető ábrarészekben megfigyelhető, hogy a felépített LES modell a markánsabb vízfelszín egyenlőtlenségeken (vízgrás, hullámsor) túlmenően, a bukó feletti kritikus áramlási állapotú szakaszon kialakuló egészen finom különbségeket is nagy pontossággal képes reprodukálni. A vízfelszín ilyen kis léptékű változásainak leképzése numerikus modellezési szempontból messze nem triviális, a napjainkban még mindig széles körben használt, egyszerűbb szabadfelszín-számítási módszereket alkalmazó áramlási modellekkel (pl. SSIIM, Delft-3D) ilyen részletesség elérésére hasonló térbeli felbontás mellett sincs lehetőség. Fontos azonban megjegyezni, hogy nagyobb léptékű vizsgálatok (pl. folyószakaszok modellezése) esetén – ahol ezek a modelleszközök tipikusan használatosak – nem is igen fordul elő ilyen összetett, és gyorsan változó felszínalak így a nyomásgradiensek pontos numerikus leképzése sem igényli az itt bemutatott többfázisú leírásmódot. Műtárgyak környezetében azonban a pontos szabadfelszín számítás már kulcsfontosságúvá válik, mivel a vízszintek alakulása szoros kölcsönhatásban van a kialakuló áramlási sebességgel, vagyis amíg az alkalmazott modelleszköz nem képes az előbbi jó pontossággal reprodukálni, addig nem remélhetjük utóbbi helyességét sem. A pontos áramlási megoldás azonban alapvető műtárgyhidraulikai vizsgálatok esetén, az ugyanis meghatározza a műtárgyat érő erőhatásokat, valamint a helyi gyorsulások és örvények hatására kialakuló medereróziós hatásokat is nagyban befolyásolja.

A teljesség kedvéért megjegyezzük, hogy a számítógépes szimulációkat Reynolds-átlagolt turbulencia modellezéssel ( $k-\omega$ ) is elvégeztük, hogy feltárjuk a két leírásmód közötti különbségeket az áramlási sebességek statisztikai jellegű összehasonlításával, azonban jelen tanulmány céljából adódóan ezeket az eredményeket itt nem közöljük.

A három bemutatott mintaalkalmazás kapcsán fontos említést tenni az eredmények rácsháló felbontására való érzékenységről is. Az egyes tesztfeladatokat a jelen tanulmányban ismertetetteknél kétszer durvább hálófelfelbontással is lefuttattuk, mely a műtárgyak felvén kialakuló duzzasztott vízszintek pontosságán – mint kulcskérdés – nem rontott, azonban a részletesebb, finomabb térléptékű felszínegyenlőtlenségek (pl. hullámsor, vízgrás) nem, vagy nem pontosan jelentek meg a megoldásban. Prototípus léptékű vizsgálatok esetén értelemszerűen a léptékkel arányosan növelhető a felbontás, azonban az előbb leírtak tükrében rácshálóérzékenység vizsgálat mindenképp ajánlott. Ugyan az adaptív időlépés hozzájárul a számítások gyors elvégzéséhez, az explicit megoldó miatt mégis komoly számítási kapacitás, illetve idő szükséges futtatásokhoz: az első mintafeladat néhány másodperce közel egy napot vett igénybe egy 4 magos személyi számítógépen, míg a második és harmadik példa (kb. 2-3 perc szimulációs idő) szuperszámítógépi környezetben 2×6 magon is több napig tartott.

## ÖSSZEFOGLALÁS

A bemutatott háromdimenziós numerikus modell egy, a jelenlegi legkorszerűbb numerikus matematikai és hidrodinamikai módszerekre épülő ingyenes és nyílt forráskódú áramlási modell, mely így bárki számára elérhető és használható. Ugyan a modelleszköz az óceán- és vízmérnöki szakterületek széles spektrumán

A számított és időátlagolt, valamint a mért vízfelszín profilok összevetését mutatja be a 7. ábra. A profilokat jó összevethetőség érdekében a laboratóriumi mérésekkel megegyezően vettük fel, ahogy azt az 5. ábrán már bemutattuk. Az előző, bukó feletti áramlást vizsgáló példához hasonlóan a modell jelen feladatnál is jó pontossággal becsli a műtárgy felvízi oldalán kialakuló vízszintet, vagyis a szerkezet víz alá kerülése következtében kialakuló visszaduzzasztást („A” és „B” jelű profilok). A híd közvetlen alvén kialakuló nagy felszíngradiens szintén helyesen jelenik meg a számított eredményekben. A hidrodinamikai modellezés szempontjából kritikus vízgrás, illetve a vízgrást követő hullámsor láthatóan nem csak jellegét tekintve jelenik meg, ahogy azt már a 6. ábrán bemutattuk, de a szimulált hullámsor fázisát és amplitúdóit tekintve is jó egyezést mutat a kísérleti eredményekkel. A híd körül kialakuló összetett áramlás hatása nemcsak hossz-, de keresztirányú értelemben is összetett szabadfelszín eredményez („a”–„e” jelű profilok). A

előforduló áramlástanai és hordalékmozgási feladatok megoldására kínál lehetőséget, jelen tanulmány keretein belül főleg folyómérnöki szempontól releváns mintapéldákon keresztül mutattuk be a szoftver alkalmazhatóságát és képességeit.

A modell többfázisú rendszerek modellezére alkalmas, így már egyszerűbb feladatok esetén is megoldásra kerül nemcsak a folyadék, de a levegő fázis hidrodinamikai állapota is, ami maga után vonja a fázisok közti szabadfelszín helyzetének meghatározását, mint kulcsfontosságú feladatot. Az alkalmazott modell a level set method-ot alkalmazza erre a célra, melynek relevanciáját a többi, szélesebb körben alkalmazott módszer (pl. VOF) között már az első, gátszakadásos mintafeladat is jól illusztrálta.

A folyómérnöki gyakorlatban a tavi vagy tengeri feladatokkal ellentétben az áramló mellett gyakran megjelenik a rohanó vízmozgás is, továbbá szükségszerűen az ezek közti átmenetek is, melyek számítógépes modellekben történő leképezése még napjainkban is komoly kihívást jelent. Ilyen viszonyok jellemzően vízmérnöki műtárgyak (pl. zsilipek, bukók, surrantók) környezetében alakulnak ki és méretezési szempontból kulcsfontosságúak. Tervezési szempontból mértékadó lehet pl. a rohanó szakasz(ok) hossza, vagy a vízugrás(ok) helye és/vagy hossza, melyek számszerűsítését hagyományosan tapasztalati összefüggések, vagy fizikai kisminta modellezés útján hajtának végre. Utóbbi idő- és anyagi szempontból is költséges, továbbá a mérési eredmények prototípus léptékre történő átszámítása terhelt a léptékhatás hibáival is (*Heller, 2011*). A második tesztfeladaton keresztül bemutattuk, hogy a modell alkalmas a rohanó áramlás és az áramló-rohanó átmenet reprodukálására, továbbá hogy a műtárgy alvízi oldalán, a rohanó áramlású szakaszon kialakuló finomabb térléptékű hullámsor is megfelelő fázissal és amplitúdóval jelenik meg a megoldásban.

A folyókba épített különböző szerkezetek, pl. hidak közvetlen környezetében jelentősen megnövekszik a turbulencia, olyan örvények és háromdimenziós áramlási struktúrák jelennek meg, melyek numerikus reprodukálása túlmutathat a Reynolds-átlagolt turbulencia modellezés alkalmazhatóságán, fejlettebb eljárások alkalmazandók. Az utolsó, víz alá kerülő híd körüli áramlást vizsgáló tesztfeladatban egy erősen háromdimenziós áramlás numerikus vizsgálatát végeztük el, ahol a pontos eredmények nem csak a szabadfelszín, de a turbulencia megfelelő kezelését és modellbeli leképezését is megkövetelte. Bemutattuk a valós áramlási viszonyokhoz egy lépéssel közelebb vivő nagy örvény szimulációt, illetve relevanciáját ilyen komplex hidrodinamikai jelenség modellezésében. A LES modelleredmények időátlagolásával kapott, mért értékekkel összevethető eredmények kielégítőek: a kialakuló összetett szabadfelszín, a híd alvízi oldalán megjelenő hullámsort és a rohanó-áramló átmenet (vízugrás) is nagy pontossággal becsli a modell, továbbá a finomabb léptékű, keresztirányú felszínprofilok is jó egyezést mutatnak a kísérleti eredményekkel.

A bemutatott eredmények kivétel nélkül alátámasztják a bemutatott modell, illetve általánosságban a modern numerikus modelleszközök alkalmazhatóságát részletes, műtárgyhidraulikai vizsgálatokhoz kapcsolódó feladatok megoldásában, melyek gyorsabb és olcsóbb (különösen ingyenes szoftver esetén) alternatívát jelenthetnek a klasszikusan alkalmazott fizikai kismintamodellezéssel szemben. Hangsúlyozzuk azonban, hogy a két modellezési eljárás együttes alkalmazása biztosíthatja a legmegbízhatóbb eredményeket, hiszen így a csak egyik módszerre jellemző hibák (pl. numerikus vagy diszkretizációs hiba; léptékhatás) a másikkal kiküszöbölhetők, az eredmények ezek tükrében felülvizsgálhatók. Egy laboratóriumi kísérletek alapján igazolt numerikus modell azonban már megbízhatóan alkalmazható lehet pl. különböző tervvariánsok gyors és hatékony – akár párhuzamosan futó – kiértékelésére, mely laboratóriumi körülmények közt komoly építési- és mérési időigényt jelentene. A bemutatott modell egy további fontos előnye, hogy az áramlástanai vizsgálatokon túlmenően megfelelő paraméterezés és modelligazolás után alkalmas lehet az áramlás-mederfenék kölcsönhatás leírására, a hordalék felkeveredésének, vándorlásának és kiüledésének szimulációjára is. Ennek köszönhetően tudományos célként a helyi léptékű morfordinamikai vizsgálatok is megfogalmazódhatnak, amelyek kiemelt szerepe lehet a jövőben mérnöki beavatkozások műszaki-ökológiai-gazdasági vizsgálatainál.

### **Köszönetnyilvánítás**

A fenti eredményeket a TÁMOP-4.2.2.B-10/1--2010-0009 projekt támogatta. A cikk az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-16-2-I. kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának támogatásával készült. A második szerző továbbá köszönetét fejezi ki a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatási Ösztöndíj támogatásáért.

### **Irodalomjegyzék**

Baranya S., Goda L., Józsa J., Rákóczi L. (2008). Complex hydro- and sediment dynamics survey of two critical reaches on the Hungarian part of river Danube. *IOP Conference series: Earth and Environmental Science*, **4**:(1) Paper 012038. 13p.



- Baranya S., Józsa J. (2009). Morphological Modeling of a Sand-bed Reach in the Hungarian Danube. In: *Proc. 33th IAHR Congress: Water Engineering for a Sustainable Environment*, Vancouver, Canada, 2009, pp.3680-3687.
- Baranya S., Olsen N. R. B., Stoesser T., Sturm T. W. (2013). A nested grid based CFD model to predict bridge pier scour. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Water Management*, 167:(5) pp. 259-268.
- Bihs H., Kamath A., Chella M. A., Aggarwal A., Arnsten Ø. A. (2016). A new level set numerical wave tank with improved density interpolation for complex wave hydrodynamics. *Computers and Fluids*, **140**:191-208.
- Chorin A. (1968). Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Math. Comput.*, **22**(745).
- Das S., Das R., Mazumdar A. (2013). Circulation characteristics of horseshoe vortex in scour region around circular piers. *Water Science and Engineering*, **6**(1):59-77.
- Cunge J. A., Holly F. M., Verwey A. (1980). *Practical aspects of computational river hydraulics*. Pitman Advanced Publishing Program, (ISBN-13: 978-0273084426).
- Dottori F., Salamon P., Bianchi A., Alfieri L., Hirpa F. A. (2016). Development and evaluation of a framework for global flood hazard mapping. *Advances in Water Resources*. **94**:87-102.
- Fleit G. (2016). Komplex szabadvízszínű áramlások numerikus modellezése. *Hidrológiai Tájékoztató*, **2016**:13-14.
- Gottlieb S., Shu C.-W. (1998). Total variation diminishing Runge-Kutta schemes. *Mathematics of Computation*, **61**(221):73-85.
- Heller V. (2011). Scale effects in physical hydraulic engineering models. *Journal of Hydraulic Engineering*, **49**(3):293-306.
- Hirt C., Nichols B. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, **39**:201-225.
- Homoródi K., Józsa J., Krámer T. (2012). On the 2D modelling aspects of wind-induced waves in shallow, fetch-limited lakes. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, **56**(2):127-140.
- Jones J. S., Bertoldi D. A., Umbrell E. R. (1993). Preliminary studies on pressure-flow scour. In: *ASCE Conference on Hydraulic Engineering*, ASCE, Reston, VA, USA.
- Kara S., Stoesser T., Sturm T. W., Mulahasan S. (2015). Flow dynamics through a submerged bridge opening with overtopping. *Journal of Hydraulic Research*, **53**(2):186-195.
- Krámer T., Jakab J., Józsa J., Szilágyi J., Torma P. (2015). Assessment of design flood levels on the Danube using probabilistic simulations. In: *36<sup>th</sup> IAHR World Congress, The Hague, Netherlands, 28/06/2015-03/07/2015*, Paper Kramer et al. 8p.
- Krámer T., Józsa J. (2010). Folyók árvi elöntési veszélytérképezése: Mintaöblözetek 2D vizsgálata és értékelése. In: Szilágyi L., Baranyai E., Szigeti E. (ed.) *XXVIII. Országos Vándorgyűlés Sopron, Magyarország, 07/07/2010-09/07/2010*. Budapest: Magyar Hidrológiai Társaság (MHT), 2010. pp. 1-23. (ISBN:978-963-8172-25-9).
- Lee D., Nakagawa H., Kawaike K., Baba Y., Zhang H. (2010). Inundation flow considering overflow due to water level rise by river structures. *Annuals of Disaster Prevention Research Institute*, No. 53 B. Kyoto University, Japan.
- Liu X. D., Osher S., Chan T. (1994). Weighted essentially non-oscillatory schemes. *Journal of Computational Physics*, **115**:200-212.
- Lobovský L., Botia-Vera E., Castellana F., Mas-Soler J., Souto-Iglesias A. (2014). Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break. *Journal of Fluids and Structures*, **48**:407-434.
- Olsen N. R. B., Melaaen M. C. (1993). Three-dimensional numerical modeling of scour around cylinders. *Journal of Hydraulic Engineering*, **119**(9).
- Sarker M. A. és Rhodes D. G. (2004). Calculation of free-surface profile over a rectangular broad-crested weir. *Flow measurements and Instrumentation*, **14**:215-219.
- Smagorinsky J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations part I: The basin experiment. *Monthly Weather Reviews*, **91**:99-152.
- van der Vorst H. (1992). Bi-CGStab: A fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *Sci. Stat. Comput.*, **13**:631-644.
- Wang J., Wan D. (2015): Numerical simulation of 3-D water collapse with an obstacle by FEM-level set method. *Journal of Hydrodynamics*. **27**(1):112-119.
- Wilcox D. C. (1994). *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries Inc., La Canada, California, U.S.

## Szerzők biográfiai adatai

FLEIT Gábor

Infrastruktúra-építőmérnök MSc (2017), a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszékének doktorandusza.

BARANYA Sándor

Okl. mérnök (2003), a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszékének egyetemi docense.