Tompa Klára

A matematika érettségi eredményeinek elemzése

Az Iskolakultúra 1999/6–7. és 8. számában módunkban állt beszámolni arról, milyen irányban halad az OKI-ban a matematika érettségivel kapcsolatos kutatási-fejlesztési munka. Az „új érettségivel" szemben támasztott követelmények alapvetően a tantervi reformból (Nemzeti Alaptanterv, 1995; Kerettanterv, 2000), a megváltozott és állandóan változóban lévő társadalmi igényekből, az új vizsgakövetelményekből, továbbá a mérésmetodika által kínált lehetőségekből fakadnak. Itt most emlékeztetőül azokat a kulcsfogalmakat említem meg, amelyek a leginkább jellemzik e törekvéseket: megbízhatóság, érvényesség, objektivitás, egységes pontozás és egyenértékűség.

Az elmúlt évekbeli, illetve a jelenlegi matematika érettségi folyamatának jellemzése során jeleztük, hogy a jelenlegi gyakorlat alapján a leggondosabb tervezés ellenére sem lehet könnyen megfelelni ezeknek a feltételeknek. Az érettségi eredmények statisztikai elemzése is mutatja, hogy az egymás utáni évek érettségijeinek egyenértékűsége mennyire nehezen biztosítható, ha a feladatok funkcionálásáról nincsenek előzetes tapasztalatok, nincsenek mérési eredmények.

A kutató-fejlesztő munkánk egyik eleme az elmúlt évek érettségijeinek elemzése és a tapasztalatok megfogalmazása. A munkánk ilyen irányú kiterjesztéséhez támogatást jelentett az OTKÁ-tól elnyert pályázat is, melynek segítségével négy év érettségi dolgozatainak elemzése vált lehetővé. (A kutatás részben az OTKA F 025689 pályázat keretében történt.)

Most az 1995–98. évi iskolai matematika érettségi dolgozatokkal kapcsolatos statisztikai vizsgálatok néhány eredményét, jellegzetességét szeretném bemutatni a fent említett szempontok szerint. A részletesebb vizsgálati eredményeket a kutatási beszámolóban foglaljuk össze az év végére.

Az összegző táblázat bemutatja, milyen matematika érettségik közül választhatnak a tanulók, illetve milyen fő jellemzői vannak az érettségi vizsgáknak. E vizsgák közül tanulmányunk csak a gimnáziumi, úgynevezett iskolai érettségi feladatsorokkal foglalkozik, a kutatás egészében azonban a felvételi feladatok vizsgálatát is célul tűztük ki. Az *1. táblázat* megmutatja, hogy a jelenlegi vizsga kidolgozóinak milyen szerteágazó a tevékenysége, milyen összetett a matematika érettségi vizsga fejlesztése, tehát az egységesítési törekvés ebből a szempontból is időszerűnek tűnik.

A 18–19 éves gimnáziumi tanulók reprezentatív mintáján megvizsgáltuk, hogy az 1995–98-as évek gimnáziumi érettségi vizsgáján a tanulók miként teljesítettek, illetve azt, hogy a kitűzött feladatok hogyan működtek. A vizsgált tanulók adatait a *2. táblázat* tartalmazza.

*

a vizsga jellemzői	központi fejlesztésű, de iskolában írt vizsga		központi fejlesztésű, külső vizsga (de az érettségi jegy alapját is képezi)	
változat	gimnáziumok részére	szakközépiskolák részére	technikai és matematika irányú felsőoktatási felvételi	gazdasági, pénzügyi irányú felsőoktatási felvételi
a feladatok száma	6 nyílt végű feladat és 1 ismert tétel bizonyítása	6 nyílt végű feladat és 1 ismert tétel bizonyítása	8 nyílt végű feladat	8 nyílt végű feladat
időkeret	180 perc	180 perc	240 perc	240 perc
pontozás	maximum 80	maximum 80	maximum 100	maximum 100
értékelő	a középiskolai tanár	a középiskolai tanár	külső (+) a középiskolai tanár	külső (+) a középiskolai tanár
forma	válogatás ismert feladatokból (Gímes, 1992)	válogatás ismert feladatokból	előre ismeretlen feladatok	előre ismeretlen feladatok

1. táblázat. A matematika érettségi típusok és jellemzők a vizsgált időszakban

év	1995	1996	1997	1998
tanulók (iskolai dolgozatok) száma	1514	3740	4262	2423

2. táblázat. A vizsgálatba bevont érettségizők száma

Az érettségi feladatok a következők voltak (a zárójelben lévő számok az érettségi feladatgyűjteményben szereplő sorszámokra való hivatkozást jelentik):

Gimnáziumi érettségi feladatok 1995.

1. (1276.) 23%-os töménységű alkoholhoz 10 kg 90%-os alkoholt öntünk. Hány kg a keverék, ha töménysége 40%? (8 pont)

2. (2548.) Mekkora a sin x értéke, ha

$$\mathrm{tg}x = \frac{5}{8}$$

(10 pont)

3. (3238.) Egy téglalap két szemközti csúcsának koordinátái (–3; 1) és (5; 7). A téglalap egyik átlója átmegy a P(1;–1) ponton. Számítsa ki a hiányzó csúcsok koordinátáit! (14 pont)

4. (2305.) Szabályos csonka gúlának az alaplapjai a és b oldalú négyzetek. A négy oldallap területének összege megegyezik a két alaplap területének összegével. Számítsa ki a csonka gúla magasságát! (15 pont)

5. (486.) Állapítsa meg az egyenlet két gyökének szorzatát!

$$\lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0\ ,\ x > 0$$ (11 pont)

6. (3510.) 2-nek hányadik hatványa a 2 első tíz pozitív egész kitevőjű hatványának a szorzata? (10 pont)

7. (87.) Adottak egy háromszög csúcspontjainak koordinátái. Bizonyítsa be, hogy a súlypont koordinátái kiszámíthatók a csúcsok koordinátáinak számtani közepeként! (12 pont)

Gimnáziumi érettségi feladatok 1996.

1. (1193.) Melyik az a szám, amelyet hozzáadva a 30-hoz, az 50-hez és a 80-hoz, három olyan számot kapunk, amelyek közül az első úgy aránylik a másodikhoz, mint a második a harmadikhoz? (9 pont)

2. (1851.) Számítsa ki a háromszög köré írható kör sugarát, ha a háromszög oldalai 15 cm, 9 cm és 12 cm hosszúságúak! (9 pont)

3. (791.) A p valós paraméter mely értékei mellett lesz az $x^2 + px + 3 = 0$ egyenlet gyökeinek
a) különbsége 2;
b) négyzetösszege 19? (16 pont)

4. (3412.) Az $y = \frac{1}{4}x^2$ egyenletű parabolának melyik pontja van legközelebb a (0;5) ponthoz? (14 pont)

5. (2027.) Igazolja, hogy ha $0 < x < \frac{}{2}$, akkor

$$\sin x + \cos x > 1$$

(8 pont)

6. (4063.) Hány olyan 4-re végződő ötjegyű szám van, amelyik osztható 6-tal? (8 pont)

7. (87.) Adottak egy háromszög csúcspontjainak koordinátái. Bizonyítsa be, hogy a súlypont koordinátái kiszámíthatók a csúcsok koordinátáinak számtani közepeként! (16 pont)

Gimnáziumi érettségi feladatok 1997.

1. (1214.) Ha egy négyzet egyik oldalát az eredeti oldal hosszúságának $\frac{}{5}$ részével megnöveljük, szomszédos oldalát ugyanennyivel csökkentjük, változik-e a területe?
Ha igen, hány százalékkal? (10 pont)

2. (1548.) Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\log_{\frac{}{3}}(3x - 2) > 0$$

(8 pont)

3. (2385.) Egy csonka kúp alap- és fedőkörének sugara R, illetve r. Egy, az alaplapokkal párhuzamos sík két egyenlő térfogatú részre vágja a csonka kúpot. Mekkora a síkmetszet sugara? (14 pont)

4. (3054.) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\sqrt{3\sin 2x} = 2\sin^2 x + 1$$

(14 pont)

5. (3196.) Egy négyzet két szomszédos csúcsának helyvektorai **a**(5;–2), **b**(–1, 1). Írja fel a négyzet többi csúcsa helyvektorainak koordinátáit! (12 pont)

6. (4051.) Hány pozitív osztója van 2700-nak? (10 pont)

7. (37.) Bizonyítsa be, hogy a háromszög magasságvonalai egy pontban metszik egymást! (12 pont)

Gimnáziumi érettségi feladatok 1998.

1. (1068.) Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\lg(x + 1) + \lg(x - 1) = \lg 8 + \lg(x - 2)$$

(8 pont)

2. (2066.) Egy trapéz egyik alapja 4,8 cm, a többi három oldala 3,2 cm hosszúságú. Mekkora a trapéz területe? Mekkorák a szögei? (12 pont)

3. (3385.) Keresse meg az abszcisszatengelynek azt a pontját, amelyből az A(0;–3) és a B(6;5) pontok által meghatározott szakasz derékszögben látszik! (12 pont)

4. (2394.) Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 8cm, az oldallapok magasságának hossza 12cm. Mekkora a gúla lapjait érintő gömb sugara? (14 pont)

5. (861.) Oldja meg a következő egyenletet a nemnegatív számok halmazán!

$$|4 - x^2| = 2$$

(10 pont)

6. (4036.) Az 1, 3, 5, 7, 9 számjegyekből hány olyan négyjegyű számot készíthetünk, amelyben a számjegyek nem ismétlődnek?

Ezek közül hány kezdődik 13-mal?
Hány olyan szám van köztük, amelyben az első helyen 1-es és az utolsó helyen 3-as áll? (10 pont)

7. (63.) Bizonyítsa be, hogy a derékszögű háromszög befogója az átfogónak és a befogó átfogóra eső merőleges vetületének a mértani közepe! (14 pont)

A feladatok kiválasztásánál a cél az, hogy a bizottság hasonló karakterű vizsgát hozzon létre évről évre, hogy lehetőleg ne legyen sokkal nehezebb vagy sokkal könnyebb az egyik év vizsgája, mint a másiké, hiszen ez alapvető társadalmi igény. A másik cél az, hogy ez a vizsga a lehetőségekhez mérten széles körben mérje fel a végzősök matematika tudását, hiszen egy jelentős tanulási szakasz lezárását jelenti az érettségi. Bizottsági megfontolás tárgya a tartalmi validitás, a lefedett témák köre, a feladatok száma, a feladatok valószínűsíthető nehézsége, az értékelési útmutató lehető legprecízebb kidolgozása az egységességre törekvő javítás érdekében. A feladatoknak, illetve az érettségi feladatsor egészének a tesztelmélet szerinti „jóság mutatóit” (megbízhatóság, nehézségi index, differenciáló erő) előre nem ismerjük, mivel próbamérésre nem kerülnek a feladatok.

A *3. táblázat* az egyes feladatokon elért teljesítményeket mutatja, valamint az összteljesítményeket a négy év során. A gondos tervezés ellenére is nagy különbségek vannak az összteljesítményekben az egyes években. Az 1996-os vizsga igen nehéznek bizonyult, s az 1998. évi vizsga, ha nem is sokkal, de könnyebb volt, mint a többi évek vizsgái. A kérdés az, hogy vajon ez az egyes tanulói évjáratok közötti különbségnek mennyiben tudható be?

év	F1 (%)	F2 (%)	F3 (%)	F4 (%)	F5 (%)	F6 (%)	F7-tétel (%)	összteljesítmény (%)
1995	72,9	52,3	45,4	33,6	75,6	68,3	43,7	53,6
1996	93,9	71,5	43,7	10,0	31,5	42,5	53,5	47,2
1997	78,6	78,6	16,2	29,2	33,3	49,0	54,5	54,5
1998	81,6	83,3	42,7	39,1	54,2	60,7	60,7	58,2

3. táblázat. Tanulói teljesítmények (A feladatokat a korábban bemutatott sorrendben tüntetjük fel)

Az egyes feladatokat a sorozatban mindig úgy helyezik el, hogy az azonos helyen lévő feladatok feltételezett nehézsége nagyjából azonos legyen. (Elöl van a két legkönnyebbnek tervezett feladat, a 3. és 4. helyen vannak a legnehezebbek, s a bizonyítandó tételt is azonos nehézségűnek tervezik.) Az eredmények így is nagyon egyenetlenek.

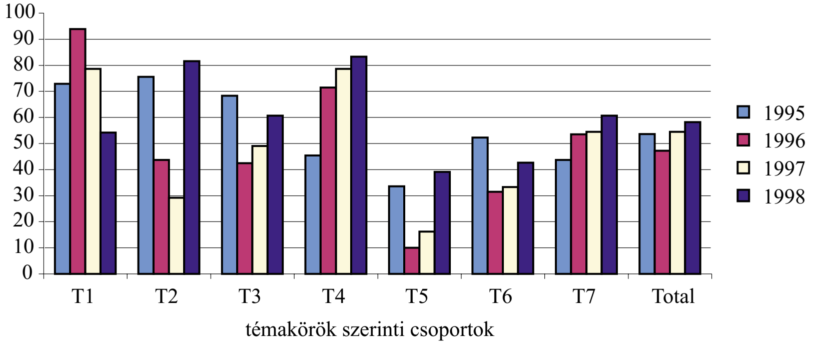
Érdemes a feladatokat, illetve megoldottságukat a témakörök szerinti csoportosításban is megnézni, ez is fontos visszajelzést ad matematika tanításunkról.

Az érettségik feladatai a következő témakörökből (T) kerültek ki:

T1: Százalék, elsőfokú és másodfokú egyenletek

T2: Logaritmikus, trigonometrikus egyenletek, függvények
T3: Számelméleti problémák
T4: Síkgeometria, koordináta-geometria, geometriai számítások
T5: Térgeometria, helymeghatározás
T6: Vektorok, trigonometria
T7: Bizonyítandó tételek

Az *1. ábra* természetesen ugyanazokat az adatokat tartalmazza, mint a 3. táblázat, de a feladatokat témák szerinti csoportosításban mutatjuk be. Az évenkénti és feladat-típusonkénti egyenetlenségek, illetve a térgeometriai feladatok nehézsége az új érettségi feladatsorokból összeálló modellel kapcsolatban vet fel kérdéseket.

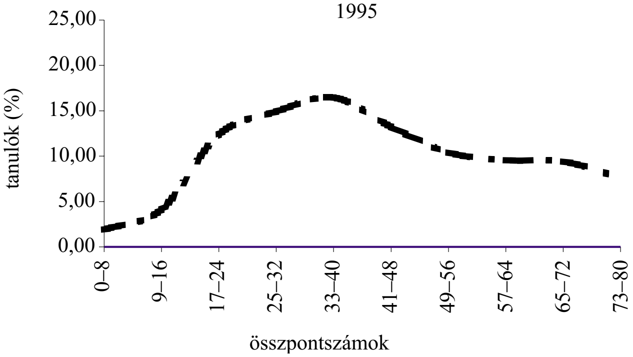


1. ábra. A matematika teljesítmények összehasonlítása témakörök szerint, 1995–1998

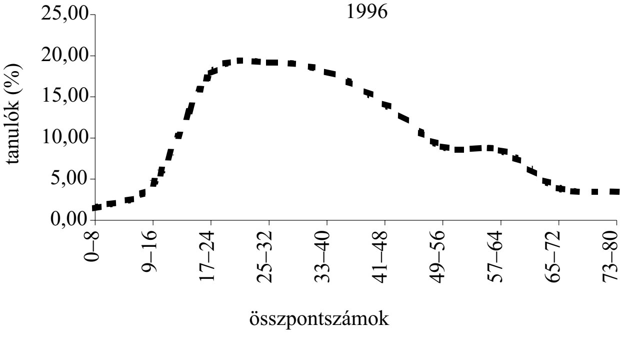
A térgeometriai ismeretekben (T5) olyan alacsony szinten teljesítenek a tanulók, hogy ha minden témakörből egy bizonyos kompetenciát külön-külön is be kellene mutatniuk ahhoz, hogy meglegyen a matematika érettségi érdemjegyük, akkor igen sok tanuló megbukna. A magyar vizsgaértékelés azonban „kiegyenlítő jellegű", vagyis összességében kell elérni egy minimális pontszámot ahhoz, hogy a tanulók ne bukjanak meg. Meggondolandó, mi az oka annak, hogy mindig a térgeometria a legnehezebb feladat az érettségin?

A *2–5. ábrá*k a 18–19 éves, nappali tagozatos tanulók teljesítmény-eloszlását mutatják a gimnáziumi matematika érettségin, 1995-től 1998-ig.

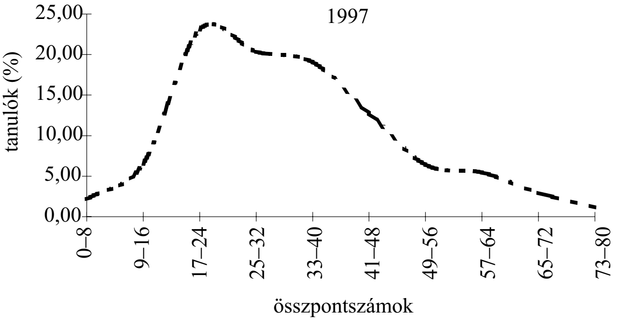
A grafikonok meglehetősen különböznek egymástól. Tantervi, demográfiai, szociológiai érvek nemigen indokolják, hogy az egymás utáni években ilyen jelentős a teljesítmény-eloszlások szerinti különbség. Ezek az empirikus adatok inkább azt támasztják alá,



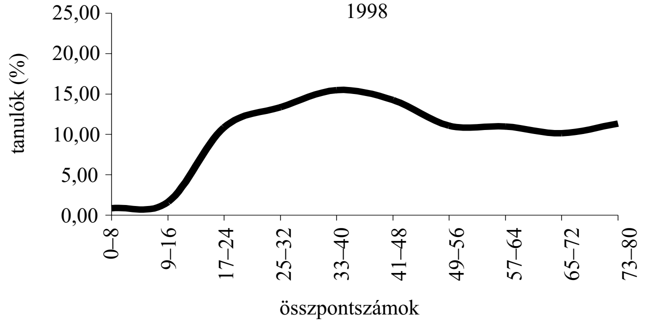
2. ábra. Az összpontszámok eloszlása, 1995 hogy a jelenlegi vizsgafejlesztési eljárással a legjobb igyekezettel sem sikerül mindenben megfelelő vizsga-feladatsort összeállítani, amit egyébként a matematika tanárok évről-évre érzékelnek és jeleznek is. Fontos tehát a vizsgára kitűzendő feladatok, itemek előzetes bemérése, paramétereinek megismerése, továbbá törekednünk kell a megbízhatóság és objektivitás növelését biztosító fejlesztési eljárások alkalmazására. És ez része is a matematika érettségi vizsga fejlesztését szolgáló kutatómunkának.



3. ábra. Az összpontszámok eloszlása, 1996



4. ábra. Az összpontszámok eloszlása, 1997



5. ábra. Az összpontszámok eloszlása, 1998

Irodalom

A középfokú nevelés-oktatás kerettantervei I. Gimnázium. OM, Bp, 2000. 272. old.
GIMES Györgyné (szerk.): *Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából.* 10. kiadás. Tankönyvkiadó, Bp, 1992, 478. old.
LUKÁCS Judit (szerk.): *Az érettségi vizsga részletes követelményei.* Tervezet. Matematika. OKI, 2001. 51. old.
Nemzeti Alaptanterv. Művelődési és Közoktatási Minisztérium, Bp, 1995. 262. old.
NISS, Mogens: *Assessment in mathematics education and its effects: an introduction.* In: *Investigation into Assessment in mathematics education.* (szerk.: NISS, Mogens). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1993. 270. old.
TOMPA Klára: *A matematika érettségiről a reform tükrében.* Iskolakultúra 1999/6–7. sz. 27–36. old.
TOMPA Klára: A *matematika érettségi feladatbank munkálatai az Országos Közoktatási Intézet 1997–98. évi projektjében.* Iskolakultúra 1999/8. sz. 33–48. old.