

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC
CENTRO SOCIO-ECONÔMICO – CSE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

ALEJANDRO ULISES DIMITRIUS PRINZO

**ATIVOS INTERNACIONAIS NO CONTEXTO DE MÉDIA-VARIÂNCIA: UMA
ANÁLISE ENVOLVENDO OS MERCADOS BRASILEIRO, EUROPEU E NORTE-
AMERICANO**

**FLORIANÓPOLIS
2017**

ALEJANDRO ULISES DIMITRIUS PRINZO

**ATIVOS INTERNACIONAIS NO CONTEXTO DE MÉDIA-VARIÂNCIA: UMA
ANÁLISE ENVOLVENDO OS MERCADOS BRASILEIRO, EUROPEU E NORTE-
AMERICANO**

Monografia submetida ao curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito obrigatório para a obtenção do grau de Bacharelado.

Orientador: Prof. Dr. André Alves Portela Santos

FLORIANÓPOLIS

2017

ALEJANDRO ULISES DIMITRIUS PRINZO

**ATIVOS INTERNACIONAIS NO CONTEXTO DE MÉDIA-VARIÂNCIA: UMA
ANÁLISE ENVOLVENDO OS MERCADOS BRASILEIRO, EUROPEU E NORTE-
AMERICANO**

A Banca Examinadora resolveu atribuir nota 9,0 (nove vírgula zero) ao aluno Alejandro Ulises Dimitrius Prinzo na disciplina CNM 7107- Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Alves Portela Santos

Orientador

Prof. Dr. Milton Biage

Membro da Banca

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura

Membro da Banca

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, meus pais Alejandro e Rita, meus irmãos Humberto e Florencia, e à Marta pelo apoio constante e gigantesco ao longo da minha vida.

Ao professor André Portela, pelos conselhos e pelas inúmeras oportunidades que me ofereceu para conhecer melhor a área que mais me interessava dentro das ciências econômicas.

Aos meus primos, Eduardo e Felipe, pela ajuda e companhia desde o momento em que pisei na ilha; sem eles minha adaptação teria sido, sem dúvidas, mais difícil.

A todos os amigos e demais familiares que, de alguma maneira, me acompanharam nos últimos 5 anos.

À Dama e à Reina, pelos recebimentos magníficos cada vez que visitava Rivera.

“If it were not my purpose to [...] traverse and civilize every continent, to search out the uttermost parts of land and sea [...] and to disseminate and shower the blessings of the Hellenic justice and peace over every nation, I should not be content to sit quietly in the luxury of idle power, but I should emulate the frugality of Diogenes.”

Alexander the Great

RESUMO

O presente trabalho procura analisar a possibilidade de existência de benefícios, em termos de risco-retorno, decorrentes da incorporação de ativos internacionais a cenários inicialmente compostos apenas por ativos domésticos. Para definir carteiras ótimas foi utilizada a abordagem de média-variância inicialmente proposta por Harry Markowitz em 1952 que marcou o início da teoria moderna do portfólio. Com tal finalidade foram utilizadas, aproximadamente, 4400 observações diárias dos papéis mais negociados dos mercados brasileiro, europeu e norte-americano. As matrizes de covariâncias foram obtidas de acordo com o modelo de médias móveis exponencialmente ponderadas (EWMA) como utilizado no RiskMetrics. A partir das matrizes obtidas anteriormente, são analisadas as séries históricas de correlação média domésticas e internacionais que, por definição, indicariam a possibilidade de maior diversificação de risco. Após a obtenção das carteiras ótimas, a partir das rotinas quantitativas implementadas no software MATLAB, foi analisado o desempenho que cada critério de seleção teve ao longo do período amostral. Finalmente, foram efetuadas as comparações pertinentes procurando visualizar a existência ou ausência de performances superiores nas carteiras otimizadas globalmente.

Palavras-chave: otimização de carteiras, diversificação internacional, EWMA, correlação média histórica.

ABSTRACT

The objective of this undergraduate thesis is to analyse the possibility of obtaining better terms in the risk/return trade-off by including global assets into scenarios previously formed uniquely by domestic assets. Efficient portfolios were obtained from the mean-variance approach initially proposed by Harry Markowitz in 1952, the same approach that marked the beginning of modern finance. Having considered that, approximately 4400 daily observations were obtained from the Brazilian, European and north American markets by choosing the most traded stocks in terms of traded volume. The covariance matrices were obtained using the Exponentially Weighted Moving Averages model (EWMA) the same used by RiskMetrics. From the previously mentioned matrices it is possible to analyse the historical average correlation series of both domestic and international scenarios, which are useful for supplying information about the possibility of higher levels of diversification. After obtaining optimal portfolios through MATLAB each criterion is analysed during different periods. Finally, the necessary comparisons are made looking forward for the presence, or absence, of better performances in global optimized portfolios.

Key words: portfolio optimization, intentional diversification, EWMA, historical average correlation.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	7
1.1 TEMA E PROBLEMA.....	9
1.2 OBJETIVOS.....	9
1.2.1 Objetivo geral.....	9
1.2.2 Objetivos específicos.....	10
1.3 JUSTIFICATIVA.....	10
1.4 MATERIAIS E MÉTODOS.....	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	12
2.1 TEORIA DAS CARTEIRAS.....	12
2.1.1 Retorno esperado e volatilidade para um ativo.....	13
2.1.2 Retorno esperado e volatilidade para uma carteira.....	14
2.1.3 Efeitos da correlação na formação de carteiras com dois ativos.....	16
2.1.4 Variância para carteiras com múltiplos ativos.....	19
2.1.5 Possibilidades de investimento com múltiplos ativos e fronteira eficiente.....	21
2.1.6 Abordagem matricial para o problema de média variância	22
2.1.7 O modelo EWMA.....	23
2.1.8 Carteiras ótimas no cenário de média-variância.....	25
2.2 DIVERSIFICAÇÃO EM UM AMBIENTE GLOBALIZADO.....	26
3 RESULTADOS DA PESQUISA E SIMULAÇÕES.....	29
3.1 DADOS.....	29
3.2 SIMULAÇÕES.....	31
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	33
4.1 PERÍODO 2000-2003.....	33
4.2 PERÍODO 2004-2007.....	39
4.3 PERÍODO 2008-2011.....	46
4.4 PERÍODO 2012-2016.....	52
4.5 PERFORMANCE <i>OUT OF SAMPLE</i>	57
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	59
5.1 CONCLUSÕES.....	59
5.2 RECOMENDAÇÕES.....	60
REFERÊNCIAS.....	61

1 INTRODUÇÃO

O crescimento dos mercados de capitais tem sido um fenômeno de expansão considerável ao longo das últimas décadas (REILLY; NORTON, 2008). Tal desenvolvimento não apenas é crucial na transferência de emprestadores de recursos para tomadores dos mesmos, como também, amplia o número de possibilidades de investimento para aqueles agentes que cedem tais recursos.

Intuitivamente, o ato de investir envolve tomar decisões que são afetadas por distintos graus de incerteza. Inicialmente, no que respeita ao ambiente de investimentos, não existiam métodos quantitativos que possibilitassem o tratamento rigoroso das incertezas. A diversificação, no período antecedente à Teoria das Carteiras, consistia no agrupamento de ativos com características individuais desejáveis (REILLY; NORTON, 2008). Somente a partir de 1952, com as publicações de Harry Markowitz no *Journal of Finance*, a Economia Financeira passa a adotar técnicas quantitativas que permitiram compreender quais eram os fatores que propiciavam a minimização do risco de mercado.

A definição etimológica do risco tem raízes na Idade Média, porém, o conceito vigente de risco foi desenvolvido simultaneamente com a transição para a sociedade moderna (ZACHMANN, 2014.). Supõe-se a existência de indivíduos e instituições que, ao longo do processo de tomadas de decisões, se deparam com incertezas sobre os possíveis estados que a natureza poderá adotar no futuro. A partir do período Iluminista dois grupos passam a se interessar pela formulação de métodos que possibilitem a modelização sistemática da incerteza; o primeiro estava composto por matemáticos da comunidade científica, e o segundo por frequentadores de casas de apostas ao redor da Europa. As incertezas que podem ser modeladas por técnicas probabilísticas são as que recebem o nome de risco (ZACHMANN, 2014.). “*Uncertainty, however, is a fundamental anthropological experience. People in all societies have had to deal with uncertainty in one way or another.*” (ZACHMANN, 2014).

A globalização, por sua vez, é um fenômeno de intensificação crescente ao longo das comunidades globais tanto de forma social como econômica (KRUGMAN; OBSTFELD, 2008). De acordo com o Banco Mundial (2017) “*Trade is a key means to fight poverty and achieve the Millennium Development Goals, specifically by improving developing country access to markets, and supporting a rules based, predictable trading system.*”

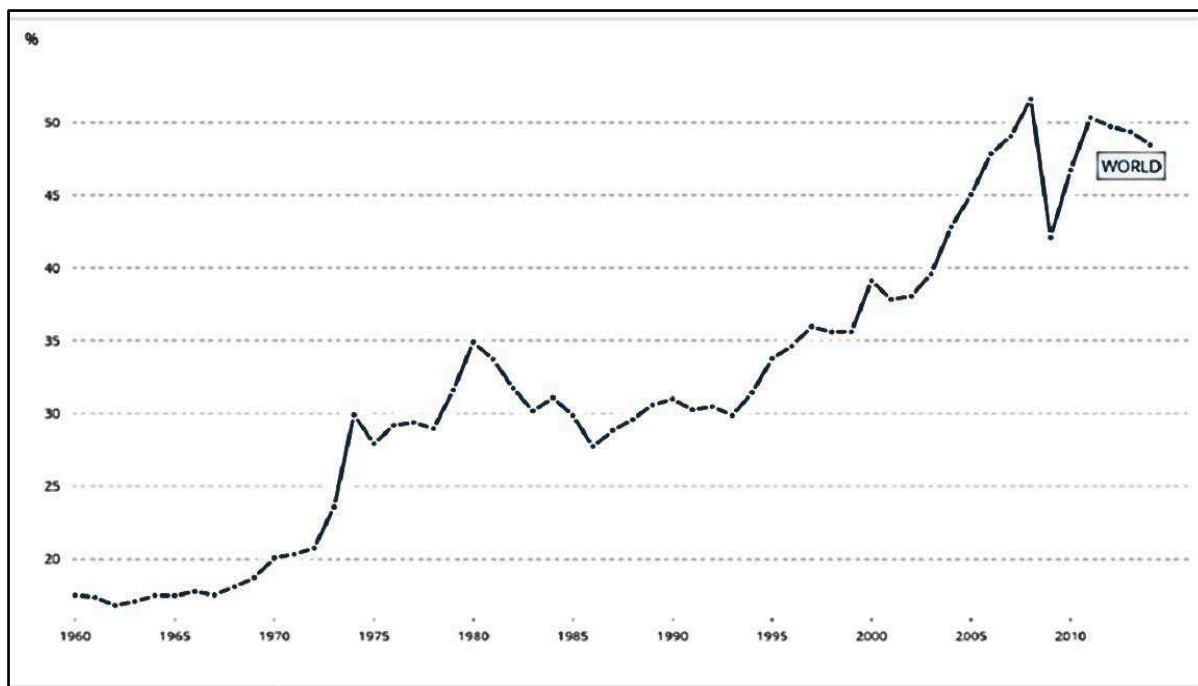


Figura 1 - Comércio de Bens como % do PIB Mundial (1960-2014).

Fonte: Data World Bank 2017.

No gráfico é possível observar a participação do comércio de bens como porcentagem do PIB mundial. Torna-se evidente que o notável crescimento do PIB global nas últimas décadas tem sido acompanhado por um crescimento considerável na integração econômica das comunidades globais; diversos estudos apontam a integração econômica como possível catalisador do crescimento e desenvolvimento econômico, por exemplo, *"Growth Is Good for the Poor"* (DOLLAR, David; KRAAY, Aart, 2001a), *"Trade, Growth, and Poverty,"* (DOLLAR, David; KRAAY, Aart, 2001b) e *"Trade Policy and Economic Growth: A Skeptic's Guide to the Cross-National Evidence,"* (RODRIGUEZ, Francisco; RODRIK, Dani, 2000)

Os mercados de capitais não são alheios a este processo uma vez que são impulsionados pelo avanço do comércio internacional e das telecomunicações (KRUGMAN; OBSTFELD, 2008). Conseqüentemente, os investidores contemporâneos têm acesso a um volume crescente de oportunidades de investimento em mercados estrangeiros e, provavelmente, a maiores oportunidades de diversificação de riscos (REILLY; NORTON, 2008).

1.1 TEMA E PROBLEMA

Considerando que os agentes econômicos são avessos ao risco, (MARIN; RUBIO, 2011) o presente trabalho procurará analisar a capacidade que os mercados internacionais de capitais têm de diluir os riscos de mercados nacionais por meio da aplicação de recursos em diferentes comunidades globais.

Na obra *Investimentos* (REILLY; NORTON, 2008) os autores defendem horizontes investimento globais no lugar de nacionais. Entre os vários argumentos em favor da diversificação internacional, o mais importante apresentado por eles é a possibilidade de obter ganhos adicionais, sejam estes, por rentabilidades maiores em países em crescimento ou por redução dos riscos em um conjunto de oportunidades mais amplo e com correlações médias inferiores. Porém, não há um consenso no que respeita a evolução das correlações dos ativos no tempo. Correlações positivamente mais elevadas tendem a reduzir o potencial de diversificação de risco, fazendo com que a diversificação internacional possa apresentar mais custos do que benefícios (REILLY; NORTON, 2008). As correlações entre os ativos tenderiam a ser cada vez mais próximas de 1 na medida em que a globalização entre os países aumenta (REILLY; NORTON, 2008). Para outros autores, segundo Reilly e Norton, as correlações entre os mercados são marcadas pela predominância de fenômenos aleatórios e dependem do período amostral utilizado para obter as estimativas (FORBES; RIGOBON, 2002) e (LORETAN, M.; ENGLISH, W.B., 2000).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Objetivo principal do trabalho consistirá em verificar a possibilidade de obtenção de carteiras mais eficientes no sentido de média-variância por meio da inclusão de ativos internacionais com dados mais recentes aos utilizados na bibliografia.

1.2.2 Objetivos específicos

- Analisar a evolução das correlações médias em todos os cenários considerados.
- Formar carteiras de variância mínima de acordo com rentabilidades esperadas para cenários domésticos e internacionais.
- Verificar a possibilidade da obtenção de ganhos adicionais em termos de risco-retorno por meio das medidas de performance resultantes da aplicação das técnicas quantitativas em todos os cenários.
- Analisar a composição da carteira internacional ao longo do período amostral.
- Analisar a capacidade que os ativos internacionais possuem na diluição do risco na medida em que se eleva o rendimento almejado.

1.3 JUSTIFICATIVA

A motivação de este trabalho surge a partir de duas obras. No livro *Investimentos* (REILLY; NORTON, 2008), os autores apontam a possibilidade de redução do risco de uma carteira previamente composta por ativos nacionais, por meio da incorporação de ativos internacionais no conjunto de oportunidades de investimento. O livro *Economia Internacional* (KRUGMAN; OBSTFELD, 2012) considera a possibilidade de “*ganhos com o comercio de títulos de dívida e ações*” por benefícios obtidos através da diversificação global, porém tendo por foco o papel dos bancos nos mercados internacionais de capitais.

A redução do risco seria possível a partir do fundamento de que, uma vez considerado o fato de que os mercados se encontram submetidos a realidades diferentes, seria possível diversificar os riscos nacionais através da formação de carteiras de média-variância que contenham não apenas os ativos nacionais, mas também ativos globais. Conseqüentemente seria possível formar portfolios cuja volatilidade dependeria, fundamentalmente, do risco sistemático (não diversificável) global. É importante ressaltar que estudos ao longo das décadas recentes apontam que os níveis de correlação entre os mercados globais estão aumentando, porém, não descartando a possibilidade de formação de carteiras superiores em termos da relação risco-retorno (REILLY; NORTON, 2008).

1.4 MATERIAIS E MÉTODOS

Como mencionado anteriormente, o livro *Investimentos* (REILLY; NORTON, 2008) foi o principal motivador deste tema de pesquisa; conseqüentemente, a pesquisa bibliográfica teve como ponto inicial as referências que os autores utilizam para sustentar suas proposições. Em relação à descrição do cenário de média-variância foram utilizados diversos autores como C. Alexander (2001), Marín e Rubio (2011) e M. Fonseca (2003). Para a obtenção de carteiras de variância mínima para um dado retorno esperado J. Cochrane (2000). As séries históricas de correlações médias foram definidas a partir de Marín e Rubio (2011).

No que respeita aos dados, foram escolhidos três mercados dos quais foi possível obter as séries históricas de retornos diários utilizadas nas rotinas de otimização. A seleção compreendeu títulos dos mercados brasileiro (IBOVESPA), europeu (EUROSTOXX) e norte-americano (S&P500). A partir da base de dados do *yahoo finance* (para os índices EUROSTOXX e S&P500) e *Econômica* (IBOVESPA) foram obtidas as observações de retornos ajustadas por proventos. Para selecionar os títulos dos índices mencionados adotou-se o critério negociabilidade, de forma a empregar os papeis com maior liquidez.

Por meio da utilização do Software MATLAB foram elaboradas as rotinas quantitativas de otimização. De acordo com essas rotinas a variância de uma carteira estaria definida pelo método EWMA (*Exponentially Weighted Moving Averages*) e os retornos esperados seriam a média equiponderada dos retornos amostrais (com cada período envolvendo aproximadamente 1000 observações).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 TEORIA DAS CARTEIRAS

O ano de 1952 é de grande importância para a Economia Financeira graças à publicação de Harry Markowitz do artigo intitulado “*Portfolio Selection*” no *Journal of Finance* (MARKOWITZ, 1952). Como mencionado anteriormente, antes da introdução da teoria dos portfólios, costumava-se afirmar que carteiras desejáveis seriam aquelas formadas agrupando ativos que apresentassem propriedades individuais desejáveis, ou seja, rentabilidades consideráveis ao menor nível de risco. Markowitz revolucionou a Economia Financeira ao demonstrar que os fatores determinantes para mensurar a performance de um portfólio não seriam apenas os retornos e as volatilidades dos ativos individuais, mas principalmente, a relação *entre* esses ativos mensurada pela covariância (REILLY; NORTON, 2008).

O conceito de diversificação do risco de mercado deriva, justamente, da capacidade que os agentes têm de agrupar diferentes ativos em carteiras/portfólios gerando novas oportunidades de investimento; desta forma eles são capazes de mitigar parte dos riscos individuais ao combinar os ativos disponíveis nos mercados de capitais (MARÍN; RUBIO, 2011). A partir do modelo de Markowitz tanto a rentabilidade esperada de uma carteira como também a sua volatilidade passariam a estar precisamente definidas por formas matemáticas (REILLY; NORTON, 2008).

A análise de média-variância incorpora instrumental estatístico que assume simples premissas para a construção de carteiras. Os investidores estariam apenas interessados na esperança dos retornos (mensurada pela média) e na variabilidade dos mesmos (mensurada pela variância). Os indivíduos, ao se depararem com duas alternativas de investimento de mesma rentabilidade esperada, mas volatilidades diferentes, *normalmente* prefeririam aquela que apresentasse menor variabilidade (já que, por natureza, são avessos ao risco) (MARÍN; RUBIO, 2011). Uma vez coletadas informações sobre as rentabilidades, variâncias e covariâncias para um conjunto de ativos é possível desenhar fronteiras eficientes; os indivíduos se posicionariam em algum ponto da fronteira eficiente dependendo do nível de risco que eles estão dispostos a tolerar na obtenção de rentabilidades mais elevadas (MARKOWITZ, 1952).

2.1.1 Retorno esperado e volatilidade para um ativo

Existem duas abordagens para a determinação do retorno esperado e da variância (MARÍN; RUBIO, 2011). A primeira consiste no conhecimento exato dos parâmetros necessários, sejam eles, a rentabilidade e correspondente probabilidade para todos os possíveis estados da natureza. Tal abordagem seria a mais precisa, porém, ela tem caráter fundamentalmente teórico, uma vez que não há forma de conhecer todos os possíveis estados da natureza junto com as exatas probabilidades de ocorrência. A segunda abordagem, conhecida como indutiva, é mais utilizada, porém, menos precisa em relação às estimativas de rentabilidade futura (ZAKAMULIN, VALERIY; 2015). Utiliza métodos estatísticos para a obtenção da esperança e variabilidade dos retornos a partir da utilização de series históricas. As distribuições dos retornos das ações altamente negociadas, quando analisadas em períodos suficientemente extensos, são aproximadamente normais, portanto passíveis de serem resumidas por meio dos cálculos da média e da variância (MARÍN; RUBIO, 2011), (REILLY; NORTON, 2008), (ALEXANDER, 2001) e (FONSECA, 2003).

A esperança de retorno, para um dado ativo j , é representada pela expressão

$$E(R_j) = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} \quad (1)$$

Que é a média equiponderada dos retornos observados em cada período de negociação. Para determinar cada R_i pode se utilizar a expressão $R_{it} = \frac{P_{jt} - P_{jt-1} + D_{jt}}{P_{jt-1}}$, onde cada R_i indica a rentabilidade do ativo j , ao considerar a variação do preço e recebimento de dividendos, para o período t com relação ao período antecedente $t-1$ (MARÍN; RUBIO, 2011). No entanto, se utilizará neste trabalho a expressão $R_{it} = \ln\left(\frac{P_{jt}}{P_{jt-1}}\right)$, por possuir propriedades estatísticas mais desejáveis (ALEXANDER, 2001).

A variância e sua raiz quadrada, o desvio padrão ou volatilidade, é uma medida de dispersão em torno de algum valor almejado (REILLY; NORTON, 2008). Para o presente trabalho empregou-se como valor central a esperança matemática dos retornos. Porém, é possível empregar outros valores para fins de *benchmarking*, assim como outras especificações para a

volatilidade. Por exemplo, pode ser utilizada, no lugar da média, a variabilidade em relação a algum índice, ou, alternativamente, computar semi-variâncias que levariam em consideração somente a variabilidade dos rendimentos negativos, indicando assim que os agentes estariam interessados em minimizar apenas a volatilidade dos retornos negativos. Aqui serão utilizadas especificações para a variabilidade onde a relevância de cada desvio em relação à média dos retornos decairá conforme a antiguidade de cada observação de forma exponencial. Para introduzir o marco teórico será utilizada a variância equiponderada, principalmente, por ser uma medida intuitiva (REILLY; NORTON, 2008). Posteriormente, será apresentado o modelo EWMA como proposto na obra *Modelos de Mercados* (ALEXANDER, 2001).

Por definição, a variância será a esperança dos desvios quadrados com relação à média (MARÍN; RUBIO, 2011). Matematicamente,

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2] \quad (2)$$

A volatilidade, ou desvio padrão, será a raiz da variância.

2.1.2 Retorno esperado e volatilidade para uma carteira

O presente trabalho centra-se na análise risco-retorno tanto para carteiras compostas por ativos domésticos como para carteiras compostas pela combinação de ativos domésticos e internacionais. Será necessário, então, descrever as especificações que definem a rentabilidade e a volatilidade de uma carteira.

O retorno esperado de uma carteira será dado pela média ponderada dos ativos que compõem a carteira. Matematicamente,

$$E(R_c) = \sum_{j=1}^n \omega_j E(R_j) \quad (3)$$

Onde ω_j é a proporção do ativo j na carteira c . O somatório de todas as ponderações, por definição, deverá ser igual a 1. Um ativo individual é uma carteira onde ω_j assume valor igual a 1.

Para definir a variância de uma carteira descrever-se-á, inicialmente, o caso mais simples envolvendo dois ativos como proposto em Marín e Rubio (MARÍN; RUBIO, 2011). A variância de uma carteira é representada pela expressão $Var(R_c) = E[(R_c - E(R_c))^2]$, onde a rentabilidade esperada é definida por $E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2)$. A variância para uma carteira composta por dois ativos será:

$$\begin{aligned} Var(R_c) &= E\{(\omega_1 R_1 + \omega_2 R_2 - E[\omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2)])^2\} \\ &= \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 E\{[R_1 - E(R_1)][R_2 - E(R_2)]\} \end{aligned} \quad (4)$$

Desta forma, a variância de uma carteira não consiste em apenas uma ponderação da variância dos rendimentos de cada ativo individual, mas também dependerá da expressão $E\{[R_1 - E(R_1)][R_2 - E(R_2)]\}$ que é a *covariância*. A covariância é uma medida de variabilidade conjunta entre duas variáveis (MARÍN; RUBIO, 2011). Covariâncias positivas indicam que ambas tendem a se movimentar na mesma direção, covariâncias negativas indicam direções opostas. A variabilidade conjunta é um dos pilares na diversificação do risco, pois, a possibilidade de que duas variáveis não se movimentem da mesma forma ou intensidade reforça os ganhos em termos de risco-retorno provenientes da diversificação.

Pode-se reescrever a expressão obtida anteriormente da seguinte maneira,

$$\sigma_c^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 \sigma_{12} \quad (5)$$

Onde σ_c^2 é a variância da carteira c , e ω simboliza as ponderações para cada ativo cuja soma deverá ser igual a 1.

Tanto a variância como a covariância são medidas que geralmente resultam de difícil interpretação. As variâncias variam no espaço de zero ao infinito, e as covariâncias variam no intervalo de menos infinito a mais infinito; ambas especificações são sensíveis às unidades de medida dos dados a partir dos quais são obtidas (MARÍN; RUBIO, 2011). Por isso, utilizam-se medidas padronizadas como o desvio padrão e o coeficiente de correlação de forma a facilitar a análise das variabilidades individuais e conjuntas. A volatilidade/desvio padrão é obtido a

partir da raiz da variância. O coeficiente de correlação linear, ρ , é a covariância padronizada. Desta forma é possível obter valores que oscilam entre -1 e 1. O coeficiente de correlação é obtido a partir

$$\rho_{12} = \frac{cov(R_1, R_2)}{\sigma_1 \sigma_2} \quad (6)$$

A interpretação dos possíveis valores que o coeficiente de correlação pode assumir é idêntica aos possíveis casos para a covariância, a principal diferença é uma melhor percepção em termos de magnitude.

A variância de uma carteira ao considerar o coeficiente de correlação no lugar da covariância será

$$\sigma_c^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad (7)$$

Onde σ_c^2 é a variância da carteira c e ρ_{12} a correlação entre os ativos 1 e 2.

A partir da fórmula é possível identificar que o terceiro componente detém papel importante na diversificação. Desconsiderando a possibilidade de vendas a descoberto, a variância da carteira será menor quanto menor for a correlação entre os ativos. No caso em que ρ for igual a 1, a volatilidade da carteira será igual à média ponderada das volatilidades dos ativos individuais; para os demais casos, com $\rho < 1$, haverá ganhos em termos de risco-retorno por meio da diversificação.

2.1.3 Efeitos da correlação na formação de carteiras com dois ativos

A seguir, serão ilustrados os efeitos que diferentes coeficientes de correlação acarretam nas possibilidades de formação de carteiras envolvendo apenas dois ativos (MARÍN; RUBIO, 2011), (REILLY; NORTON, 2008). As características desses ativos são: o primeiro com retorno esperado e volatilidade iguais a 10% e 5% respectivamente, para o segundo os valores serão 6% e 4% respectivamente.

No gráfico é possível visualizar cinco curvas onde cada uma representa todas as possibilidades de investimento. Todas as curvas foram obtidas ao considerar diferentes ponderações dos ativos

1 e 2, para cada coeficiente de correlação. A rentabilidade da carteira será definida por $E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2)$ Onde $\omega_1 + \omega_2 = 1$. Desta forma, desconsiderando a possibilidade de vendas a descoberto, todas as alocações possíveis entre os dois ativos terão retornos esperados entre 6% e 10%. Na análise de média-variância o interesse não estará apenas nas rentabilidades das carteiras possíveis, mas também nas volatilidades dessas carteiras

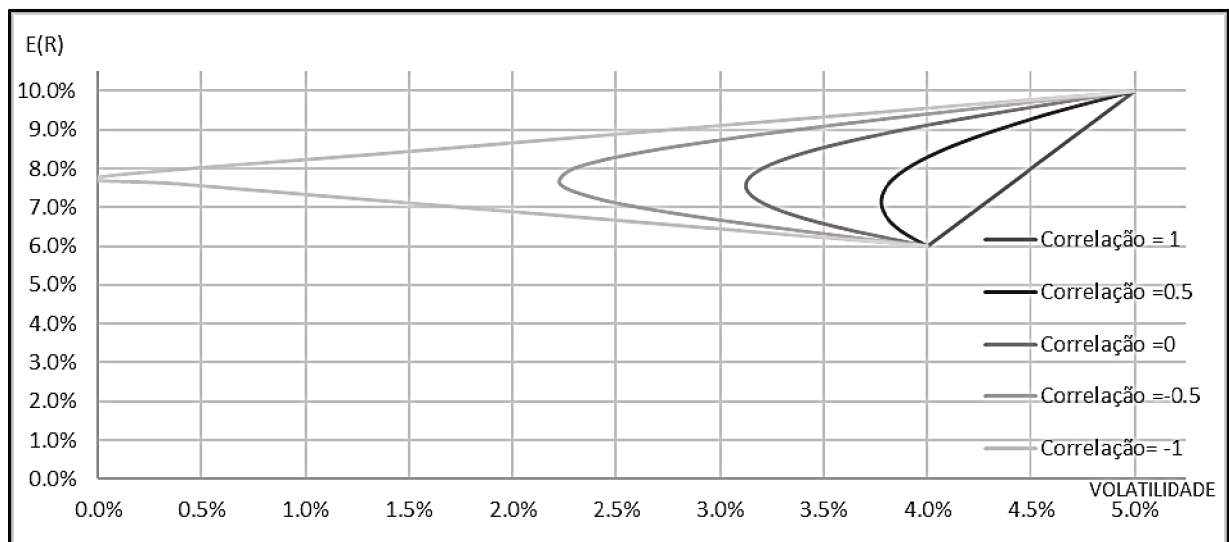


Figura 2 - Possibilidades de investimento em função do coeficiente de correlação.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No gráfico é possível visualizar cinco curvas onde cada uma representa todas as possibilidades de investimento. Todas as curvas foram obtidas ao considerar diferentes ponderações dos ativos 1 e 2, para cada coeficiente de correlação. A rentabilidade da carteira será definida por $E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2)$ Onde $\omega_1 + \omega_2 = 1$. Desta forma, desconsiderando a possibilidade de vendas a descoberto, todas as alocações possíveis entre os dois ativos terão retornos esperados entre 6% e 10%. Na análise de média-variância o interesse não estará apenas nas rentabilidades das carteiras possíveis, mas também nas volatilidades dessas carteiras.

A seguir, serão analisadas as possibilidades de investimento para os diferentes coeficientes de correlação. Supondo que a variância de uma carteira seja $\sigma_c = [\omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}]^{\left(\frac{1}{2}\right)}$, haverá 3 casos possíveis:

- Caso 1: correlação igual a 1 (perfeita).

Neste caso a volatilidade será, $\sigma_c = [\omega_1^2\sigma_1^2 + \omega_2^2\sigma_2^2 + 2\omega_1\omega_2\sigma_1\sigma_2]^{(\frac{1}{2})}$ que, via propriedade distributiva, poderá representar-se como $\sigma_c = \{[\omega_1\sigma_1 + \omega_2\sigma_2]^2\}^{(\frac{1}{2})}$

Desta forma, a volatilidade para uma carteira de dois ativos cuja correlação é igual a 1 será dada pela expressão,

$$\sigma_c = \omega_1\sigma_1 + \omega_2\sigma_2 \quad (8)$$

Isto significa que a volatilidade da carteira será uma combinação linear da volatilidade dos ativos individuais, e, portanto, todas as possibilidades de investimento estariam representadas ao longo de uma reta.

- Caso 2: correlação igual a -1 (negativa perfeita).

A volatilidade será $\sigma_c = [\omega_1^2\sigma_1^2 + \omega_2^2\sigma_2^2 - 2\omega_1\omega_2\sigma_1\sigma_2]^{(\frac{1}{2})}$, e poderá representar-se das seguintes formas

$$\sigma_c = \{[\omega_1\sigma_1 - \omega_2\sigma_2]^2\}^{1/2} \quad (9)$$

$$\sigma_c = \{[-\omega_1\sigma_1 + \omega_2\sigma_2]^2\}^{1/2} \quad (10)$$

Como a variância não pode ser negativa, as expressões $[\omega_1\sigma_1 - \omega_2\sigma_2]^2$ e $[-\omega_1\sigma_1 + \omega_2\sigma_2]^2$ serão válidas sempre que sejam maiores ou iguais a 0. O caso no qual a correlação é igual a -1 é a situação na qual a diversificação do risco permite a diversificação máxima, ou seja, a completa eliminação do risco. Para o exemplo desenvolvido, podemos derivar a expressão da variância e igualar o resultado a 0 para obter as ponderações que eliminam o risco de forma absoluta. Formando uma carteira composta por 44.4% no ativo 1 e o restante no ativo 2 (1 - 0.44.4) é possível obter um retorno esperado igual 7.78% e volatilidade 0.

No que respeita às ações, que serão os ativos utilizados no presente trabalho, não é normal encontrar casos de correlação negativa perfeita (MARÍN; RUBIO, 2011). É possível, portanto, utilizar os mercados de derivativos e construir uma carteira com certas ponderações na venda de uma opção de compra e compra do ativo subjacente que eliminam o risco de forma completa; por ausência de arbitragem, o retorno de uma carteira sem risco, uma vez considerados os custos de transação, deverá ser igual ao

retorno do ativo livre de risco (geralmente, títulos públicos com prazos não maiores do que 1 ano) (MARÍN; RUBIO, 2011).

- Caso 3: coeficiente de correlação $-1 < \rho_{12} < 1$.

Este é o caso mais geral que encontraremos nos mercados de capitais. No exemplo apresentado, as curvas para as correlações 0,5; 0; e -0.5 são exemplos desta situação. Foi mostrado que quando o coeficiente de correlação entre os ativos é igual a 1, a volatilidade da carteira será uma média ponderada dos ativos que a compõem. Na medida em que a correlação for menos positiva ou mais negativa, a volatilidade a ser obtida via diversificação *será menor que a média ponderada dos ativos que compõem a carteira*. Desta forma as possibilidades de investimento para a ampla maioria dos ativos existentes nos mercados financeiros adotarão a forma de uma hipérbole. É importante destacar que para todos os casos possíveis, admitindo a não possibilidade de vendas a descoberto, os indivíduos poderão exigir retornos esperados que tenham como extremos os ativos de maior e menor rentabilidade; por outro lado, serão capazes de elevar os benefícios em termos de risco-retorno na medida em que sejam incorporados ativos com correlações menores a 1 na análise de media variância. Quanto mais próximo de -1 for o coeficiente de correlação, maiores serão os benefícios em termos de redução do risco, e, portanto, maior será a curvatura das possibilidades de investimento no plano risco-retorno.

2.1.4 Variância para carteiras com múltiplos ativos

Generalizando a expressão para a variância de uma carteira com 2 ativos para N ativos (MARÍN; RUBIO, 2011), resultará em,

$$\sigma_c^2 = \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh} \quad (10)$$

Onde, o primeiro somatório do lado direito indica que a variância de uma carteira dependerá das variâncias dos ativos individuais ponderadas pela participação ao quadrado; a segunda expressão corresponde ao somatório ponderado das covariâncias que cada ativo tem com *todos*

os outros ativos que compõem a carteira. Considerando que a covariância de um ativo com ele mesmo será igual à variância, a expressão para a variância da carteira de N ativos também poderá ser

$$\sigma_c^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh} \quad (11)$$

Vários dos autores mencionados na bibliografia (MARÍN; RUBIO, 2011), (REILLY; NORTON, 2008) e (FONSECA, 2003) analisam os efeitos da variância de uma carteira na medida em que se incorporam mais ativos. Para isso os autores separam os dois componentes mencionados anteriormente. Inicialmente serão considerados ativos cuja correlação é igual a zero, de forma que, a variância da carteira será $\sigma_c^2 = \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_j^2$, uma vez que a expressão $\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \omega_j \omega_h \sigma_{jh}$ será nula em função da correlação zero. Atribuindo ponderações iguais para todos os ativos teremos que $\omega_j = \frac{1}{N}$. Isto implica que a variância da carteira equiponderada com ativos independentes será

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{N} \bar{\sigma}_j^2 \quad (12)$$

Onde $\bar{\sigma}_j^2$ é a variância média dos ativos que compõem a carteira. De forma que, ao elevar N , a variância será menor. No limite, quando N tende ao infinito, é possível eliminar o risco de forma completa.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma_j^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \bar{\sigma}_j^2 = 0 \quad (13)$$

O caso mais realista, porém, envolve a existência de covariâncias positivas, negativas e nulas entre os ativos que compõem a carteira. Obtendo assim,

$$\sigma_c^2 = \left(\frac{1}{N}\right) \bar{\sigma}_j^2 + \frac{(N-1)}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \left(\frac{\sigma_{jh}}{N(N-1)}\right) \quad (14)$$

Como $\bar{\sigma}_{jh} = \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \left(\frac{\sigma_{jh}}{N(N-1)}\right)$, que é a covariância média, a expressão anterior pode ser simplificada a $\sigma_c^2 = \frac{1}{N} (\bar{\sigma}_j^2 - \bar{\sigma}_{jh}) + \bar{\sigma}_{jh}$.

Assim, quando o número de ativos aumenta indefinidamente, a variância da carteira dependerá principalmente da covariância média entre os ativos $\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma_j^2 = \frac{1}{N}(\bar{\sigma}_j^2 - \bar{\sigma}_{jh}) + \bar{\sigma}_{jh} = \bar{\sigma}_{jh}$. As implicações deste resultado definem os limites da diversificação no contexto de média variância. A inclusão de mais ativos tende a eliminar os efeitos das variâncias individuais $\left(\frac{1}{N}\right) \bar{\sigma}_j^2$, porém, a diversificação dependerá da média ponderada das covariâncias dos ativos que compõem tal carteira (MARÍN; RUBIO, 2011). Quanto mais próxima de 1 for a correlação entre os ativos que compõem a carteira, menores serão as oportunidades de obtenção de ganhos em termos de risco e retorno. Existem, portanto, dois tipos de risco, o sistemático, que é definido pela covariância entre os ativos e conseqüentemente não eliminável através do aumento indefinido do número de ativos do mesmo mercado; e o não sistemático compreendendo a expressão que se refere à participação das variâncias dos ativos individuais na variância da carteira, e, portanto, diversificável.

2.1.5 Possibilidades de investimento com múltiplos ativos e fronteira eficiente

O conjunto de todas as combinações possíveis de ativos formam o conjunto de oportunidades de investimento no ambiente de média-variância.

Geometricamente, todos os ativos individuais serão representados apenas por um ponto no plano risco-retorno. Porém, ao agrupar ativos individuais em carteiras as possibilidades de investimento serão expressadas por linhas; se a correlação entre os ativos for igual a 1 a linha adotará a forma de uma reta; para casos mais gerais, nos quais a correlação for menor a 1, os indivíduos podem variar as ponderações dos ativos que formam a carteira e se posicionar em algum ponto ao longo de uma hipérbole cuja forma será mais pronunciada na medida em que as correlações se distanciam do caso de correlação linear perfeita (Figura 3).

É importante lembrar que, neste modelo, os indivíduos optam por oportunidades de investimento preocupados apenas pela rentabilidade e a variabilidade dos retornos. Das inúmeras curvas que podem ser formadas por meio da combinação de diferentes ativos, por definição, os agentes estariam interessados em apenas aquela que se denomina *fronteira eficiente*. Para que uma oportunidade de investimento seja eficiente, deverá possibilitar a obtenção das rentabilidades mais altas para um dado nível de risco, ou, alternativamente, o menor risco para uma dada rentabilidade. A fronteira eficiente é a curva que está composta por

todas as oportunidades de investimento consideradas eficientes (MARÍN; RUBIO, 2011), (REILLY; NORTON, 2008). Assim, os indivíduos estariam interessados em se posicionar em algum ponto, que dependerá do grau de aversão ao risco inerente a cada investidor, dessa curva. Em um ambiente onde não existem operações a descoberto, a fronteira é formada por uma curva cujo início é Carteira de Variância Mínima se estenderá através das possibilidades eficientes de maior rendimento e, também, de maior risco.

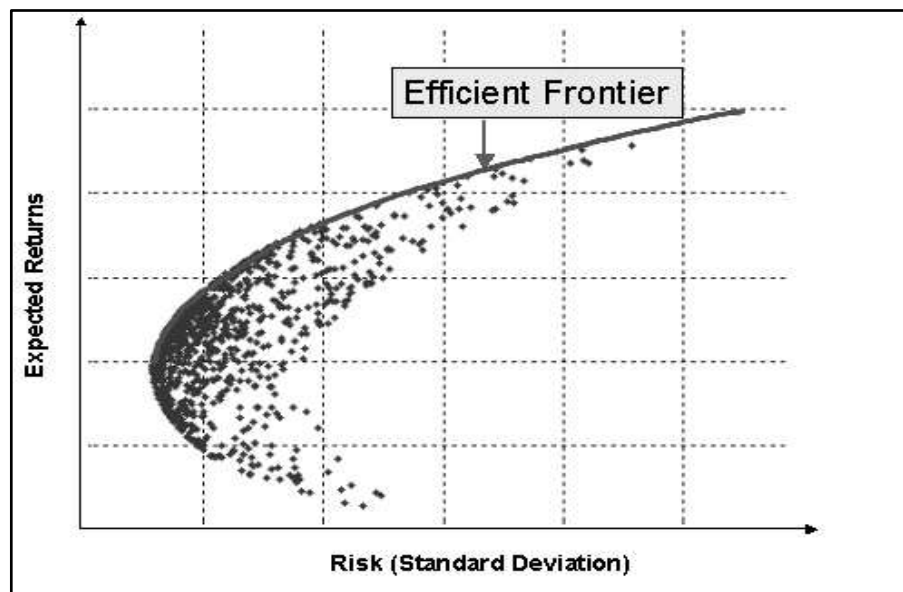


Figura 3 - Fronteira Eficiente.

Fonte: <http://financetrain.com/constructing-an-efficient-frontier/>

2.1.6 Abordagem matricial para o problema de média variância

Uma forma mais sintética de representar a análise de média variância consiste no uso da álgebra matricial (FONSECA, 2003). Será descrita a abordagem matricial uma vez que as otimizações feitas durante a pesquisa foram elaboradas por meio do software MATLAB e este utiliza matrizes nas rotinas de otimização.

O retorno esperado de uma carteira será o resultado do produto de um vetor contendo as ponderações transposto multiplicado pelo vetor contendo as rentabilidades esperadas para cada ativo.

$$R_c = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \dots \quad \omega_n] \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

Ou $R_c = \omega' r$, onde ω é o vetor das ponderações e r o vetor que contém as rentabilidades esperadas.

A variância da carteira envolverá produtos entre os vetores de pesos e a matriz de variâncias e covariâncias.

$$\sigma_c^2 = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \dots \quad \omega_n] \begin{bmatrix} var_1 & cov_{12} & \dots & cov_{1n} \\ cov_{21} & var_2 & \dots & cov_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ cov_{n1} & cov_{n2} & \dots & var_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \dots \\ \omega_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

Ou $\sigma_c^2 = \omega' \Sigma \omega$, onde ω é o vetor das ponderações e Σ representará a matriz de covariâncias. É útil destacar da álgebra matricial que a variância de uma carteira é uma forma quadrática semi-positiva, isto é, o produto entre os vetores de pesos e as matrizes de covariâncias sempre assumira valores maiores ou iguais a zero (FONSECA, 2003).

2.1.7 O modelo EWMA

O modelo de médias móveis exponencialmente ponderadas (EWMA) é comumente utilizado para substituir as variâncias e covariâncias equiponderadas como as que foram apresentadas anteriormente. O objetivo dos modelos EWMA consiste em atribuir pesos maiores às informações mais recentes que decaem de forma exponencial e infinita na medida em que novas informações são incorporadas (ALEXANDER, 2001). A justificativa de adotar modelos que sejam reativos a dados mais recentes tem o seguinte fundamento; supondo que um evento de considerável magnitude (que seja antigo o suficiente como para que a magnitude do mesmo não seja tão relevante para estimar as condições atuais de volatilidade) esteja presente em uma janela rolante de estimação de variâncias e covariâncias equiponderadas. Tal estimativa poderá não representar de forma suficientemente fiel as condições vigentes do mercado (ALEXANDER, 2001). *Efeitos fantasma* são aqueles que foram importantes em um certo período de tempo, porém, distorcem as estimativas amostrais equiponderadas que assumem ponderações iguais para cada evento no cálculo da volatilidade (independentemente do momento de ocorrência de esses eventos). Em uma janela rolante com 120 observações qualquer acontecimento exercerá a mesma influencia ao longo dos 120 instantes em consideração. Os modelos EWMA surgem como alternativa ao tornar efeitos recentes “mais relevantes” via maior ponderação do que observações mais antigas.

Uma média móvel exponencialmente ponderada é definida pela expressão

$$\hat{\sigma}_t^2 = (1 - \lambda)r_{t-1}^2 + \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (15)$$

Onde λ é a constante de alisamento e $\hat{\sigma}_t^2$ é a estimativa da variância. Será utilizado para a constante λ o valor 0.94 que é o normalmente utilizado no RiskMetrics.

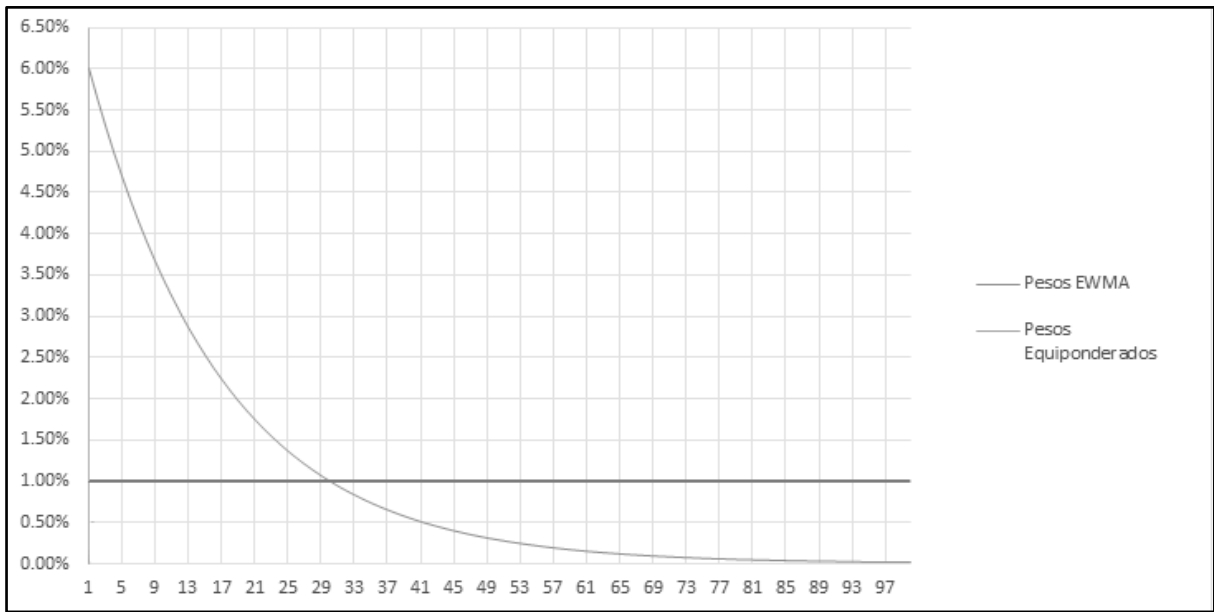


Figura 4 - Ponderações para médias equiponderadas e EWMA ao longo de 100 observações com $\lambda = 0.94$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

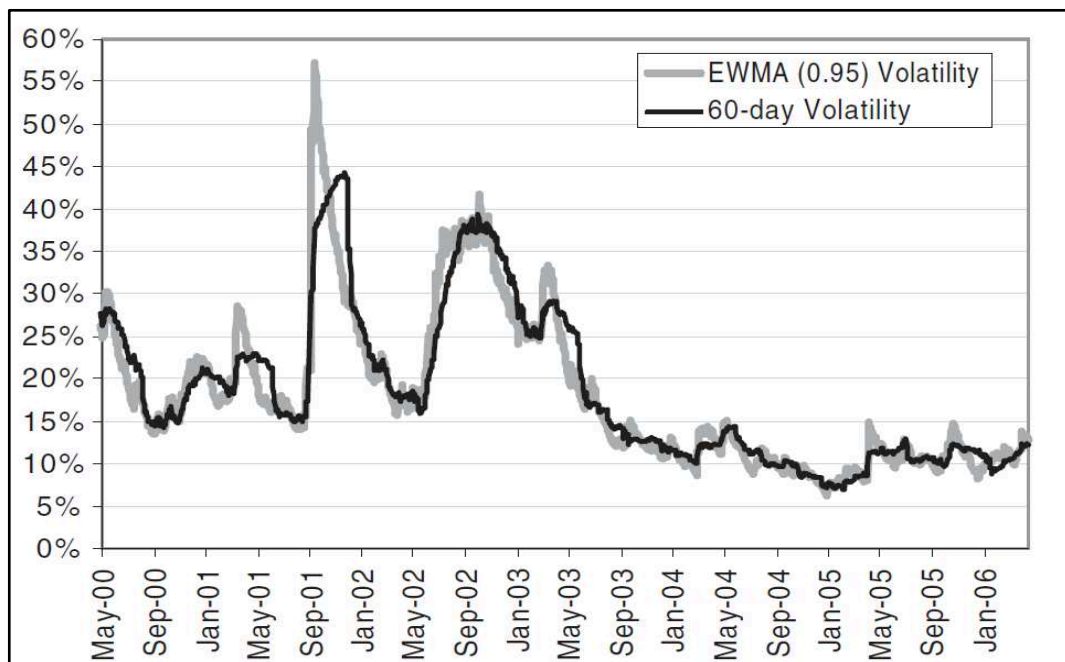


Figura 5 - Volatilidades equiponderadas de 60 dias vs. EWMA com $\lambda = 0.95$.

Fonte: Moving Average Models for Volatility and Correlation - Professor Carol Alexander.

2.1.8 Carteiras ótimas no cenário de média-variância

Para obter as carteiras ótimas foi utilizada a abordagem proposta por J. Cochrane descrita no livro *Asset Pricing* (Cochrane, 2000).

O problema de otimização pode ser descrito da seguinte maneira,

$$\min \omega' \Sigma \omega \text{ sujeito a } \omega' E = \mu; \omega' 1 = 1$$

Desta maneira pretende-se obter as ponderações que formar a carteira que minimiza a variância, representada por $\omega' \Sigma \omega$, para uma dada rentabilidade média $\omega' E = \mu$, de forma que o somatório de todas as ponderações deverá ser igual a 1, $\omega' 1 = 1$.

Sejam

$$A = E \Sigma^{-1} E; \quad B = E' \Sigma^{-1} 1; \quad C = 1' \Sigma^{-1} 1$$

As ponderações que minimizarão a variância para um dado retorno esperado serão:

$$\omega_c = \Sigma^{-1} \frac{E(C\mu - B) + 1(A - B\mu)}{(AC - B^2)}$$

Onde Σ^{-1} é a inversa da matriz de covariâncias e μ é a rentabilidade esperada desejada. É importante observar que o modelo permite vendas a descoberto.

2.2 DIVERSIFICAÇÃO EM UM AMBIENTE GLOBALIZADO

Um investidor que considera apenas o mercado em que reside, estará reduzindo suas possibilidades de investimento para uma parcela relativamente pequena quando comparada aos mercados globais (REILLY; NORTON, 2008). Se consideramos ativos de dívida e ações, o maior dos mercados corresponde ao 38% do total como mostrado na figura 4. Adicionalmente, submeter a totalidade dos recursos a um ambiente onde os ativos compartilham o mesmo risco sistêmico, geralmente, implica coeficientes de correlação positivamente elevados que dificultam a obtenção de volatilidades menores.

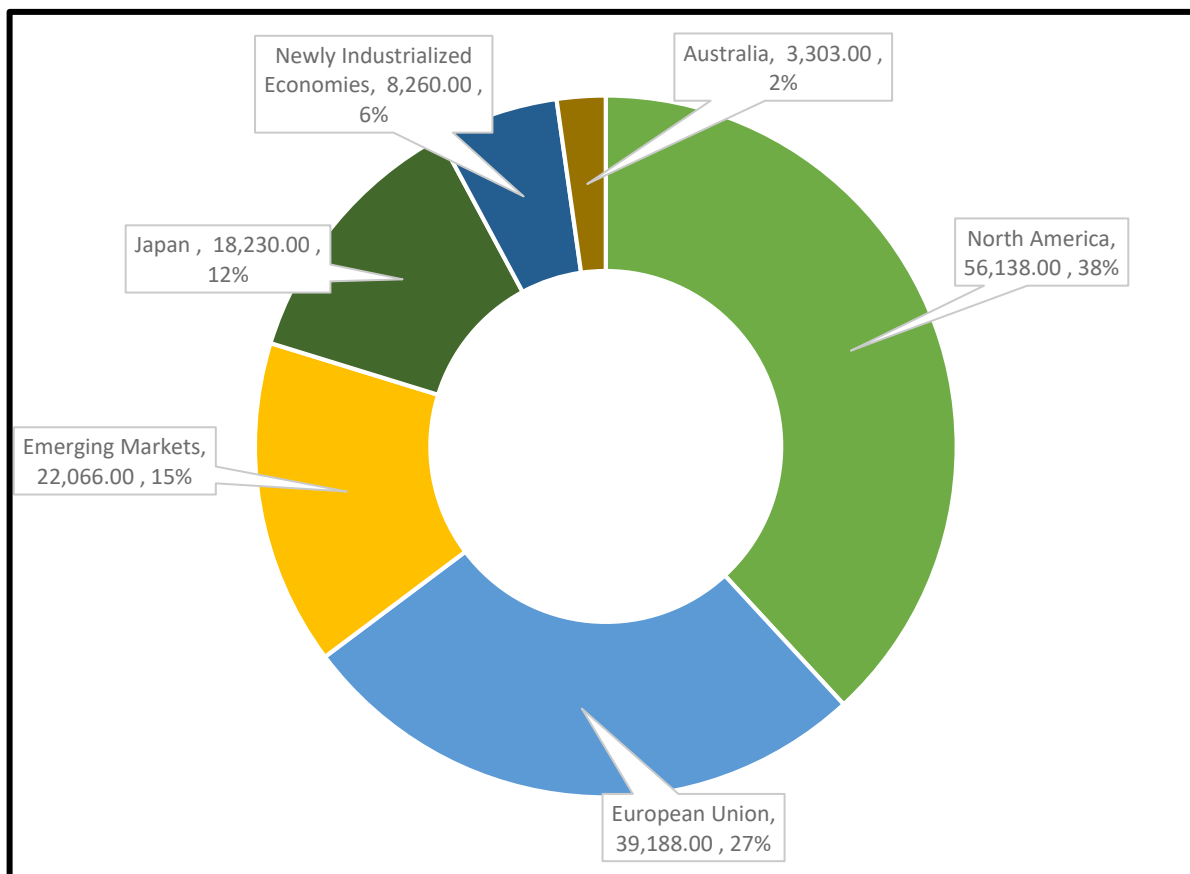


Figura 6 - Tamanhos relativos dos mercados mundiais ao considerar títulos de dívida e ações em bilhões de dólares estadunidenses.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados publicados por Goldman Sachs (2016).

É possível observar na figura 2.4 que o maior dos mercados, o norte-americano, representa apenas um terço da capitalização de mercado global (considerando títulos de dívida e ações). Consequentemente, qualquer investidor que se limite a comprar ativos provenientes de apenas um mercado poderá estar incorrendo em altos custos de oportunidade.

Deve-se destacar que, na Figura 5, a China recebe dimensões bastante pequenas por causa do não cumprimento de certas medidas relacionadas à mobilidade de capital que o índice MSCI (*Morgan Stanley Capital International*) exige como pré-requisito para calcular a capitalização mercado total, porém se estima que o *marketcap* chinês passe a ser dez vezes maior uma vez cumpridos os requisitos técnicos.

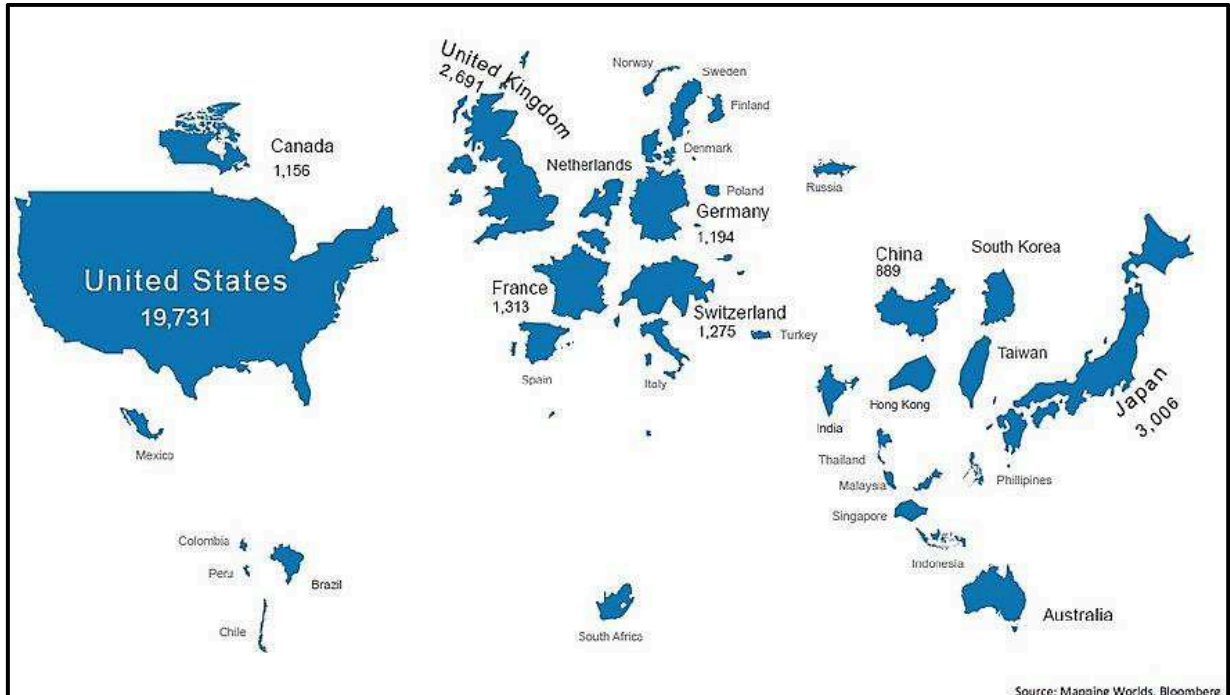


Figura 7 - Mapa mundial determinado por capitalização de mercado.
Fonte: Bank of America.

Como mencionado anteriormente, além do volume oportunidades de investimento que se ignoram ao restringir o cenário de média-variância a um mercado doméstico, ainda está a questão da diversidade de tais oportunidades; investidores que aplicam recursos globalmente poderiam obter matrizes de covariâncias/correlações cuja covariância/correlação média seja menor a partir, justamente, de este princípio de diversidade (REILLY; NORTON, 2008), obtendo assim oportunidades de formação de carteiras com melhor relação risco-retorno.

3 RESULTADOS DA PESQUISA E SIMULAÇÕES

Aqui são descritos os resultados do método de seleção de ativos, assim como também a obtenção das estimativas, via simulações, necessários ao propósito da pesquisa.

3.1 DADOS

No que respeita aos dados, foram escolhidos três mercados dos quais foi possível obter as séries históricas de retornos diários utilizadas nas rotinas de otimização. A seleção compreendeu títulos dos mercados brasileiro (IBOVESPA), europeu (EUROSTOXX) e norte-americano (S&P500). Para selecionar os títulos dos índices mencionados adotou-se o critério negociabilidade, de forma a empregar os papeis com maior liquidez. Para o cálculo da negociabilidade foram selecionados os trinta ativos atualmente mais importantes para cada um dos índices e foi calculada a média histórica do volume de transações dos ativos com negociações no período 2000-2016, os 10 ativos com as maiores médias foram os selecionados.

A partir da base de dados do *yahoo finance* (para os índices EUROSTOXX e S&P500) e *Economática* (IBOVESPA) foram obtidas 4435 observações de retornos ajustadas por proventos no período que se estende do 01/01/2000 ao 31/12/2016. Como nem todas as informações decorrentes das bases de dados estavam sincronizadas, empregou-se o software STATA13 com a finalidade de complementar a preparação dos dados a partir do módulo *CARRYFORWARD* (KANTOR, David; 2016). Os ativos brasileiros, europeus e norte-americanos estão listados de acordo com a sua respectiva identificação (*Ticker*), nome da empresa e setor no qual se desempenha na Tabela 1.

IBOVESPA			EUROSTOXX			S&P500		
TICKER	NOME	SETOR	TICKER	NOME	SETOR	TICKER	NOME	SETOR
BBAS3	Banco do Brasil S.A.	Serviços Financeiros	AI.PA	Air Liquide S.A.	Gás e Petroquímica	BAC	Bank of America Co.	Serviços Financeiros
BRKM5	Braskem S.A.	Petroquímico	ASML.AS	Advanced Semiconductor Materials International S.A.	Semicondutores	CMCS.A.	Comcast Co.	Telecomunicações
CMIG4	Cia. Energética de Minas Gerais S.A.	Energia	BN.PA	Danone S.A.	Alimentos	CSCO	Cisco Systems Inc.	Hardware & Networking
ITSA.4	Investimento Itaú S.A.	Serviços Financeiros	DAI.DE	Daimler S.A.	Automobilístico	GE	General Electric Co.	Diversos
LAME4	Lojas Americanas S.A.	Varejo	IBE.MC	Iberdrola S.A.	Energia	INTC	Intel Co.	Semicondutores
OIBR4	Oi S.A.	Telecomunicações	MC.PA	LVMH Moët Hennessy Louis Vuitton S.A.	Bens de Luxo	MSFT	Microsoft Co.	Tecnologia
PETR4	Petróleo Brasileiro S.A.	Petróleo	OR.PA	L'Oréal S.A.	Cosméticos	ORCL	Oracle Co.	Softwares
USIM5	Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais S.A.	Aço	SA.PA	Sanofi S.A.	Farmacêutico	PFE	Pfizer Inc.	Farmacêutico
VALE5	Vale S.A.	Mineração	SAP.DE	SAP S.A.	Softwares	T	AT&T Inc.	Telecomunicações
VIVT4	Vivo S.A.	Telecomunicações	SU.PA	Schneider Electric S.A.	Energia	WFC	Wells Fargo & Co.	Serviços Financeiros

**Tabela 1 – Ativos selecionados do IBOVESPA, EUROSTOXX e S&P500.
Elaborado pelo autor.**

Observa-se, também, que o critério de seleção por negociabilidade também resultou em empresas operando em diversos setores econômicos. Isto é importante pois implica que todas as carteiras domésticas e globais estarão diversificadas em termos setoriais.

3.2 SIMULAÇÕES

Para obter carteiras otimizadas foi utilizada a metodologia proposta por J. Cochrane descrita no livro *Asset Pricing* (COCHRANE, 2000). Tal abordagem minimiza a volatilidade condicionada a um valor esperado sem restrições de vendas a descoberto; o valor esperado é definido como a média do retorno esperado para todo o período de otimização; o processo foi implementado no software MATLAB.

A partir do MATLAB, foi possível gerar códigos capazes de: construir as matrizes de covariâncias (e de correlações), obter as séries históricas de correlação média para cada uma das rolagens amostrais, obter vetores contendo as alocações otimizadas para portfolios eficientes, medidas de performance, e rentabilidades acumulados para cada estratégia de otimização.

Resumidamente, primeiro se calculam as matrizes de covariâncias e os retornos esperados a partir dos dados amostrais. Essas variáveis foram suficientes para a obtenção dos vetores de pesos que permitem a variância mínima para uma rentabilidade esperada previamente definida (Como proposto em COCHRANE, 2000), utiliza-se o método de rolagem amostral de forma a obter medidas de performance dos distintos portfolios otimizados.

Basicamente, o processo de *rolagem amostral* consiste em multiplicar cada vetor com alocações ótimas obtido para um período t com os valores das rentabilidades observadas no período subsequente $t+1$. O resultado da rolagem amostral propiciou as medidas que foram utilizadas para avaliar os métodos, sendo estas, retorno médio, volatilidade e Índice de Sharpe; assim como, também, foi possível analisar a trajetória de rentabilidade acumulada das diversas otimizações em cada período.

De forma a que os estimadores de rentabilidade esperada não utilizassem informações demasiado antigas no cálculo dos parâmetros necessários ao problema de otimização, optou-se por fracionar a amostra em 4 partes; o processo de rolagem amostral descrito anteriormente foi executado em cada uma das partes.

É importante destacar que os resultados obtidos em cada rolagem amostral são com estimadores de retornos *in sample*; ou seja, o modelo obtém alocações ótimas a partir dos retornos já realizados no período de otimização. De forma a testar como os modelos (nacionais e internacionais) funcionariam em um ambiente de incertezas nos retornos, optou-se por desconsiderar, para o cálculo das rentabilidades esperadas, as observações de retorno para os últimos três meses em cada um dos quatro períodos de análise (Os períodos de outubro-dezembro de 2003, 2007, 2011 e 2016); em seguida, o script foi executado normalmente com as novas rentabilidades esperadas (ausentes de informações relativas aos últimos 3 meses de cada amostra). Como resultado desse processo, obtiveram-se as medidas de performance *out of sample* (fora da amostra) para aproximadamente 65 retornos diários resultantes do mencionado procedimento.

Os gráficos e tabelas de elaboração própria foram gerados no software EXCEL.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados encontram-se apresentados em gráficos e tabelas, as tabelas contrastam as performances dos índices de mercado com os resultados das rolagens amostrais para otimizações domésticas e otimizações internacionais. As medidas de performance das estratégias de otimização são calculadas a partir das séries de retorno das rolagens amostrais. Primeiramente se analisará a evolução das correlações médias ao longo do tempo; em seguida, é comparado o desempenho dos mercados nacionais com as carteiras otimizadas nacionalmente e as carteiras otimizadas internacionalmente. A seguir se apresentam as composições dos portfólios internacionais em cada período e, finalmente, as rentabilidades acumuladas dos diferentes índices e rotinas de otimização utilizadas.

4.1 PERÍODO 2000-2003

Observa-se que, ao longo do período 2000-2003, os ativos internacionais possibilitaram a formação de matrizes de correlações que, em média, permaneceram abaixo das obtidas por meio carteiras nacionais. Isto condiz com as formulações expostas previamente e deveria possibilitar a, pelo menos, formar carteiras de menor volatilidade.

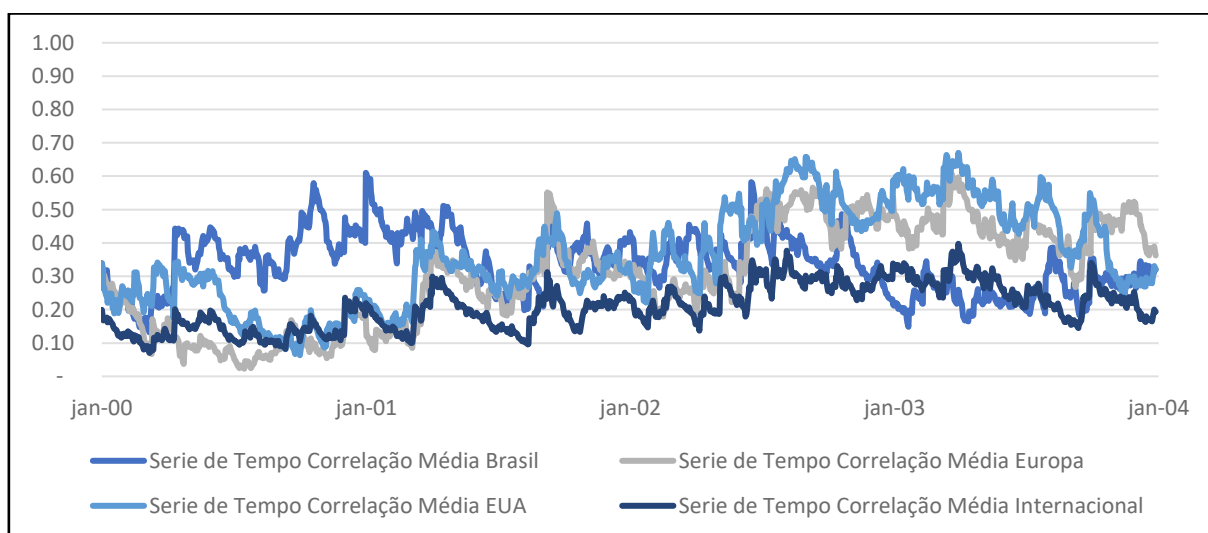


Figura 8 – Série temporal das correlações médias no período 2000-2003.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Um ponto interessante é o de setembro de 2001, onde se verifica um aumento na correlação média em todas as séries temporais aqui expostas, provavelmente devido aos *eventos do 11 de*

Setembro. De qualquer forma, as matrizes de correlações globais continuaram apresentando menor média.

Analisando o caso brasileiro no período 2000-2003 observa-se uma considerável diferença entre as correlações médias nacionais e internacionais no período. Isto fez com que as carteiras otimizadas internacionalmente superassem as nacionais em termos de risco-retorno.

Brasil 2000-2003			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
IBOVESPA	6.59%	30.34%	0.22
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	9.49%	28.26%	0.34
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	13.96%	26.32%	0.53
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	18.43%	25.50%	0.72
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	9.06%	18.01%	0.50
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	14.73%	19.11%	0.77
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	20.39%	20.79%	0.98
Correlação Média Ativos Nacionais	0.3360		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2094		

Tabela 2 - Resultado cenário brasileiro-internacional 2000-2003.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A eventual superioridade se fundamenta, neste caso, por volatilidades inferiores nas otimizações globais. É importante apontar também a superioridade de ambas rotinas de otimização em relação ao índice de mercado local (IBOVESPA).

O mercado europeu também apresentou correlações médias superiores àquelas formadas a partir das matrizes de correlações internacionais. O índice local (EUROSTOXX) apresentou retornos médios consideravelmente negativos.

Europa 2000-2003			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
EUROSTOXX	-13.62%	28.61%	-0.48
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	7.99%	28.17%	0.28
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	12.80%	33.36%	0.38
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	17.61%	39.07%	0.45
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	9.06%	18.01%	0.50
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	14.73%	19.11%	0.77
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	20.39%	20.79%	0.98
Correlação Média Ativos Nacionais	0.3070		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2094		

Tabela 3 - Resultado cenário europeu-internacional 2000-2003.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados para o mercado europeu no período 2000-2003 também apontam superioridade das carteiras internacionais em relação ao índice e às carteiras das rotinas domésticas. Neste caso, os índices de risco-retorno foram superiores não apenas níveis de volatilidade mais baixos, mas também rentabilidades mais elevadas.

No caso norte-americano as carteiras otimizadas localmente obtiveram retornos bastante próximo dos almejados, porém, com maiores níveis de volatilidade; isto resultou em casos onde o índice risco-retorno das otimizações norte-americanas supera as internacionais.

EUA 2000-2003			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a.)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
S&P500	-6.51%	21.52%	-0.30
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	16.27%	28.63%	0.57
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	24.30%	32.12%	0.76
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	32.34%	36.18%	0.89
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	9.06%	18.01%	0.50
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	14.73%	19.11%	0.77
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	20.39%	20.79%	0.98
Correlação Média Ativos Nacionais	0.3601		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2094		

Tabela 4 - Resultado cenário norte-americano-internacional 2000-2003.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na medida em que se eleva o rendimento almejado as carteiras internacionais passam a apresentar maior performance em relação às otimizações domésticas.

Os gráficos de pesos na carteira internacional mostram participação de ativos de todos os mercados no período em análise; isto é um resultado importante, pois reforça o argumento de que as condições que minimizavam a variância do retorno objetivo ao longo do período amostral utilizaram elementos únicos decorrentes de todos os mercados em análise.

O gráfico de rentabilidades acumuladas (Figura 12) mostra uma importante superioridade das carteiras otimizadas em relação aos índices de mercado. A carteira internacional obtém a segunda maior rentabilidade acumulada, porém, com menores níveis de volatilidade.

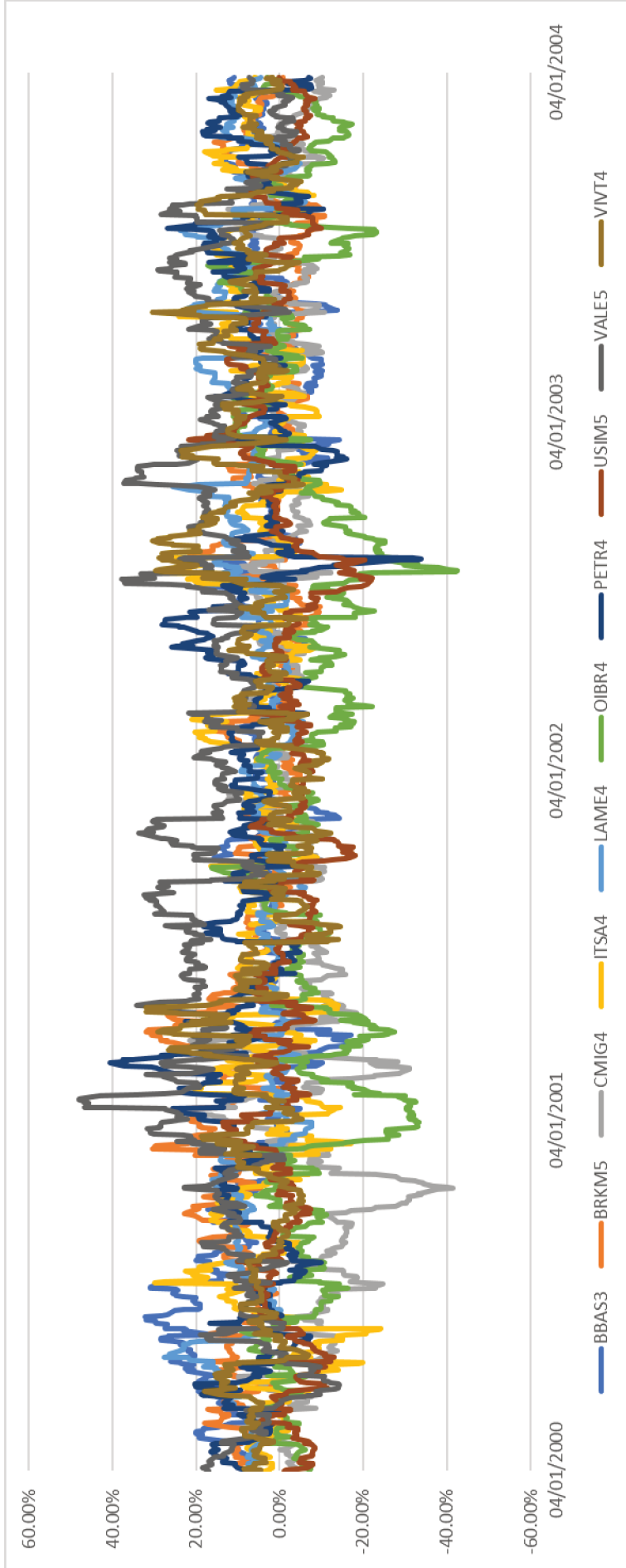
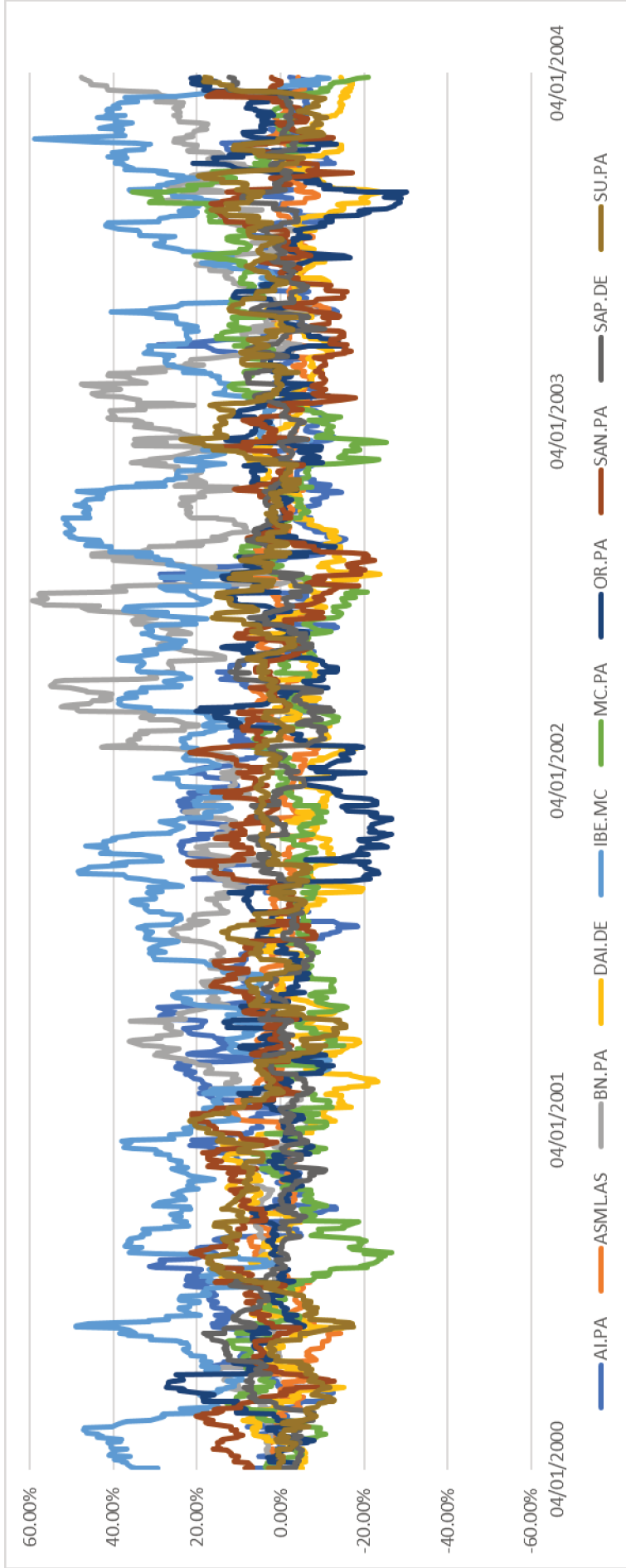


Figura 9 – Série temporal das ponderações de ativos brasileiros na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2000-2003. Fonte: Elaborado pelo autor.



**Figura 10 – Série temporal das ponderações de ativos europeus na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2000-2003.
Fonte: Elaborado pelo autor.**

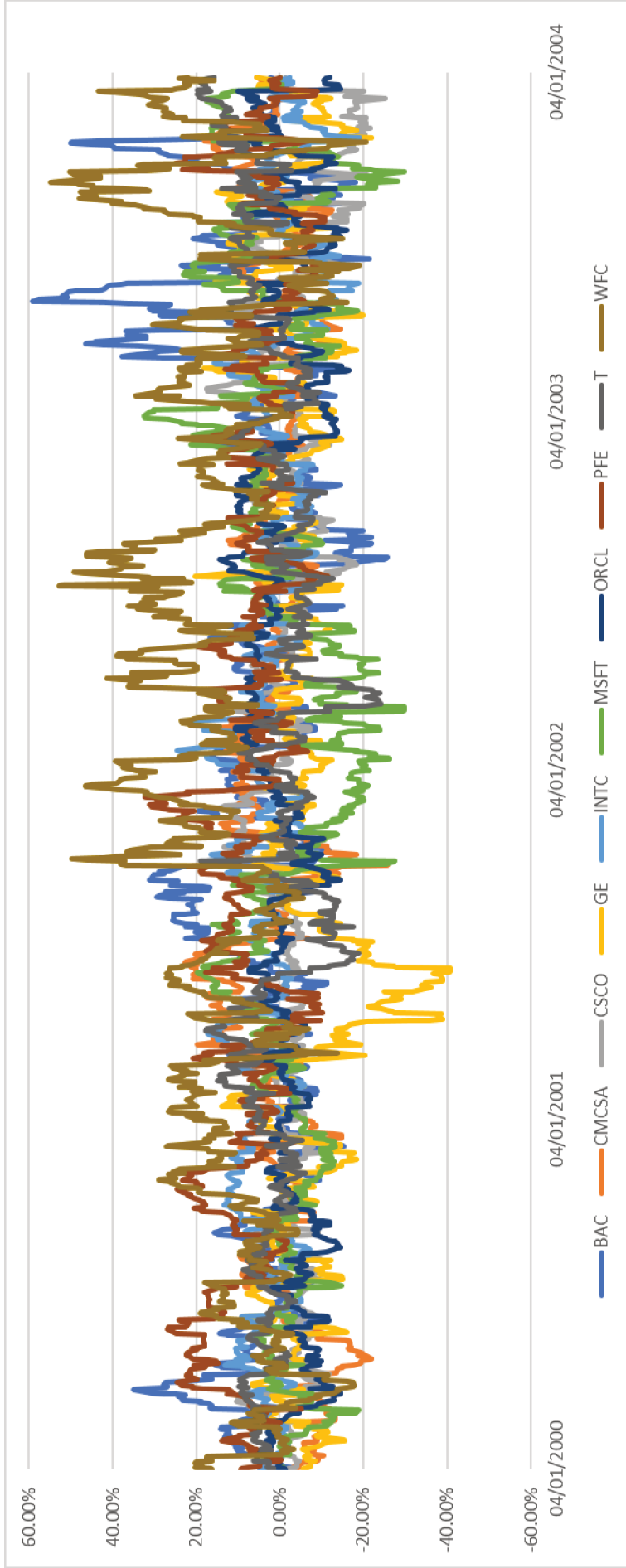


Figura 11 – Série temporal das ponderações de ativos norte-americanos na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2000-2003.

Fonte: Elaborado pelo autor.

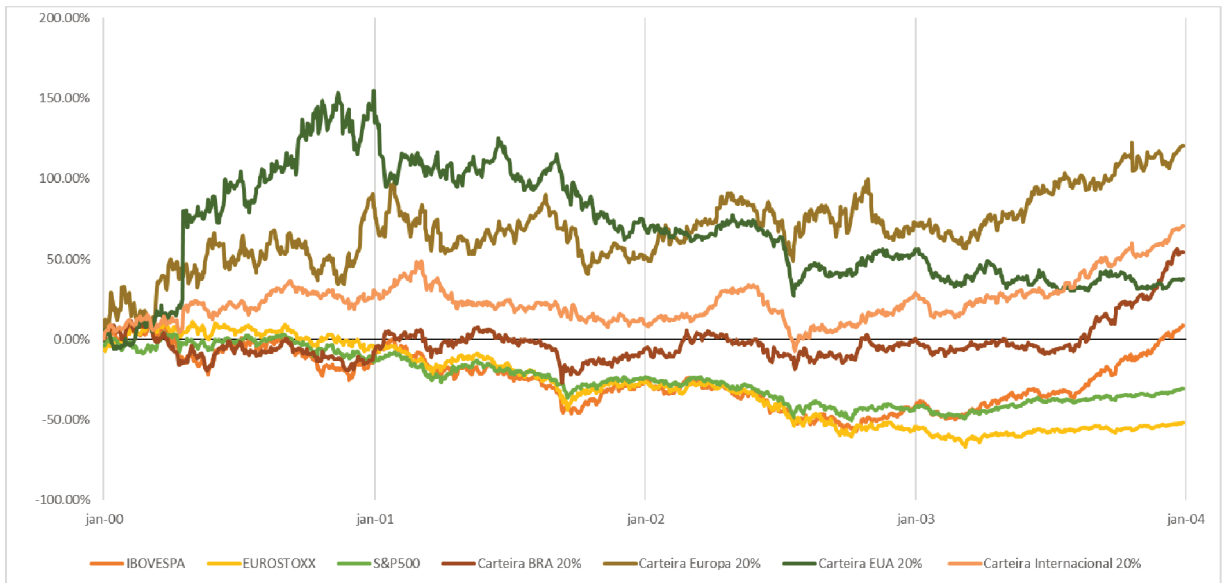


Figura 12 – Série temporal dos retornos acumulados de índices, otimizações domésticas/internacionais no período 2000-2003.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 PERÍODO 2004-2007

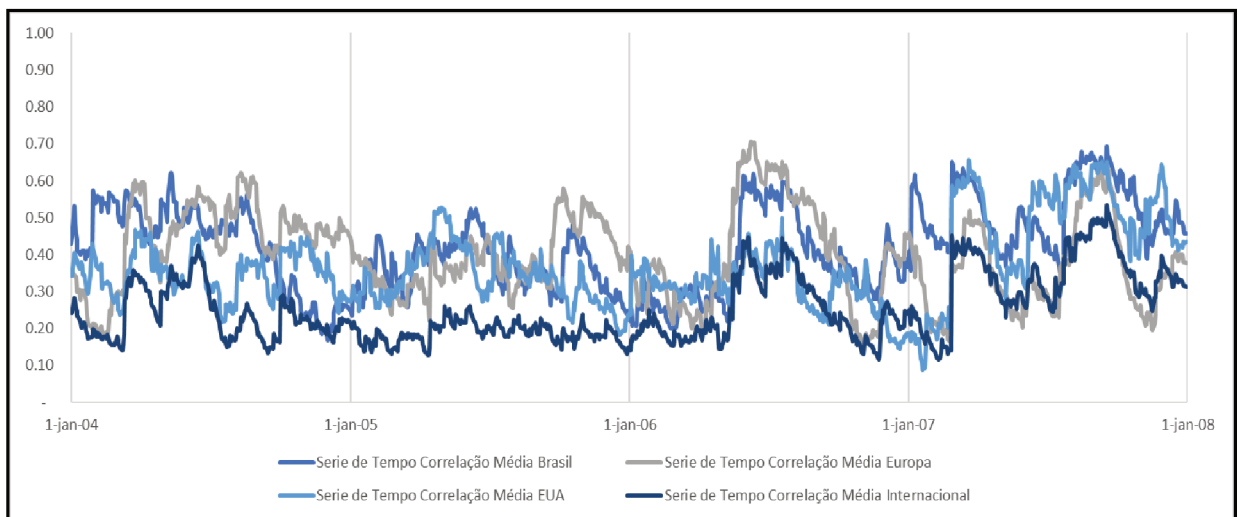


Figura 13 – Série temporal das correlações médias no período 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O período a seguir apresenta maior correlação entre os mercados. As matrizes de correlações internacionais conseguiram manter correlações médias inferiores às domésticas. O cenário econômico foi de expansão em todos os mercados.

Brasil 2004-2007			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
IBOVESPA	25.50%	25.62%	1.00
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	17.74%	26.77%	0.66
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	23.47%	25.64%	0.92
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	29.20%	25.01%	1.17
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	18.63%	16.11%	1.16
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	24.28%	17.18%	1.41
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	29.92%	18.60%	1.61
Correlação Média Ativos Nacionais	0.4214		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2516		

Tabela 5 - Resultado cenário brasileiro-internacional 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O IBOVESPA neste período apresentou um desempenho consideravelmente bom. Apenas otimizações domésticas de elevadas rentabilidades exigidas conseguem igualar a performance do índice. Por outro lado, novamente as carteiras internacionais permitiram resultados superiores aos do mercado brasileiro. Tais resultados se devem principalmente a volatilidades menores.

Europa 2004-2007			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
EUROSTOXX	11.26%	13.64%	0.83
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	14.68%	14.73%	1.00
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	18.88%	15.90%	1.19
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	23.08%	18.20%	1.27
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	18.63%	16.11%	1.16
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	24.28%	17.18%	1.41
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	29.92%	18.60%	1.61
Correlação Média Ativos Nacionais	0.3981		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2516		

Tabela 6 - Resultado cenário europeu-internacional 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O mercado europeu também esteve em expansão, diferentemente do caso brasileiro, as carteiras otimizadas localmente conseguiram melhor relação risco-retorno em relação ao índice EUROSTOXX. Da mesma forma que aconteceu com o caso brasileiro, as carteiras internacionais voltam a superar as otimizações regionais.

EUA 2004-2007			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a.)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
S&P500	6.72%	11.87%	0.57
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	16.43%	18.14%	0.91
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	22.45%	21.48%	1.04
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	28.46%	25.20%	1.13
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	18.63%	16.11%	1.16
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	24.28%	17.18%	1.41
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	29.92%	18.60%	1.61
Correlação Média Ativos Nacionais	0.3675		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2516		

Tabela 7 - Resultado cenário norte-americano-internacional 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No período 2004-2007 o mercado norte-americano passa a ter uma expansão de aproximadamente 6.72% a.a. com a saída da crise *dotcom*. As carteiras otimizadas domesticamente superam o índice; e estas, são superadas pelas carteiras internacionais. Na medida em que se eleva a rentabilidade exigida, as carteiras internacionais conseguem resultados cada vez mais favoráveis em termos de risco-retorno.

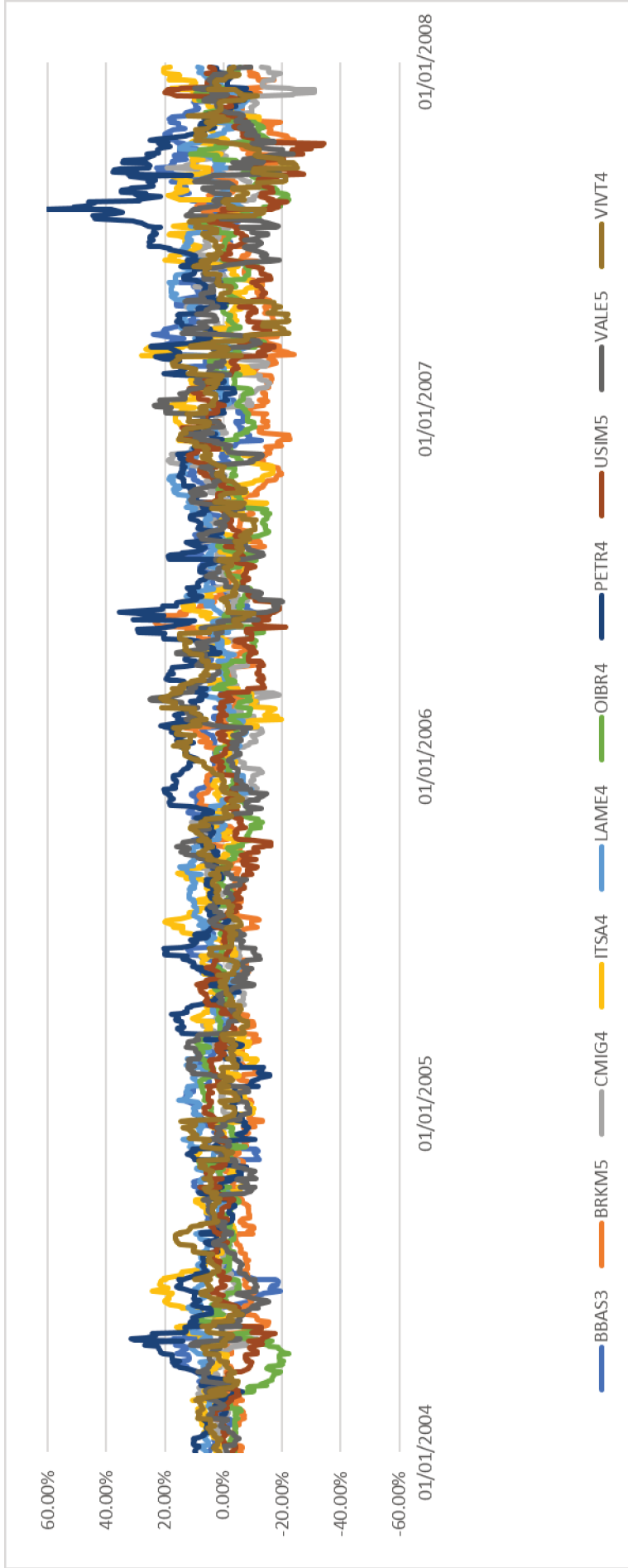


Figura 14 – Série temporal das ponderações de ativos brasileiros na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

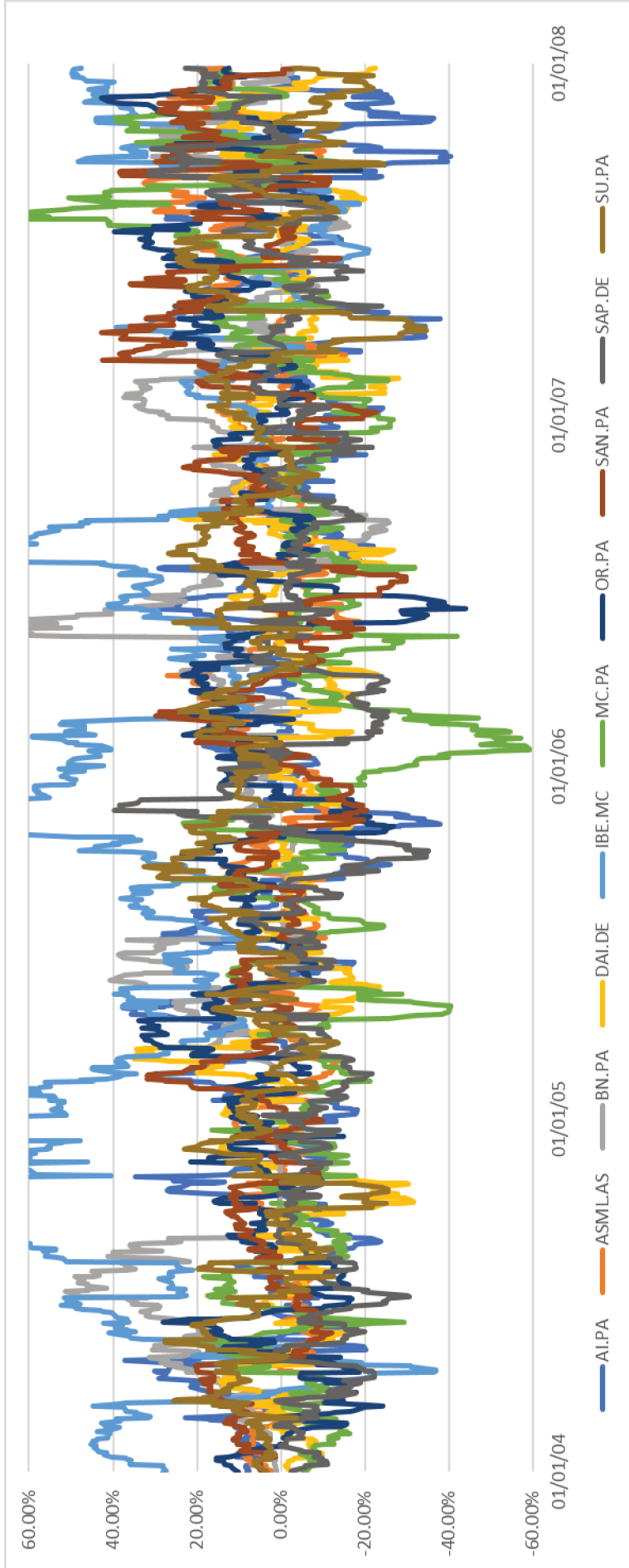


Figura 15 – Série temporal das ponderações de ativos europeus na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

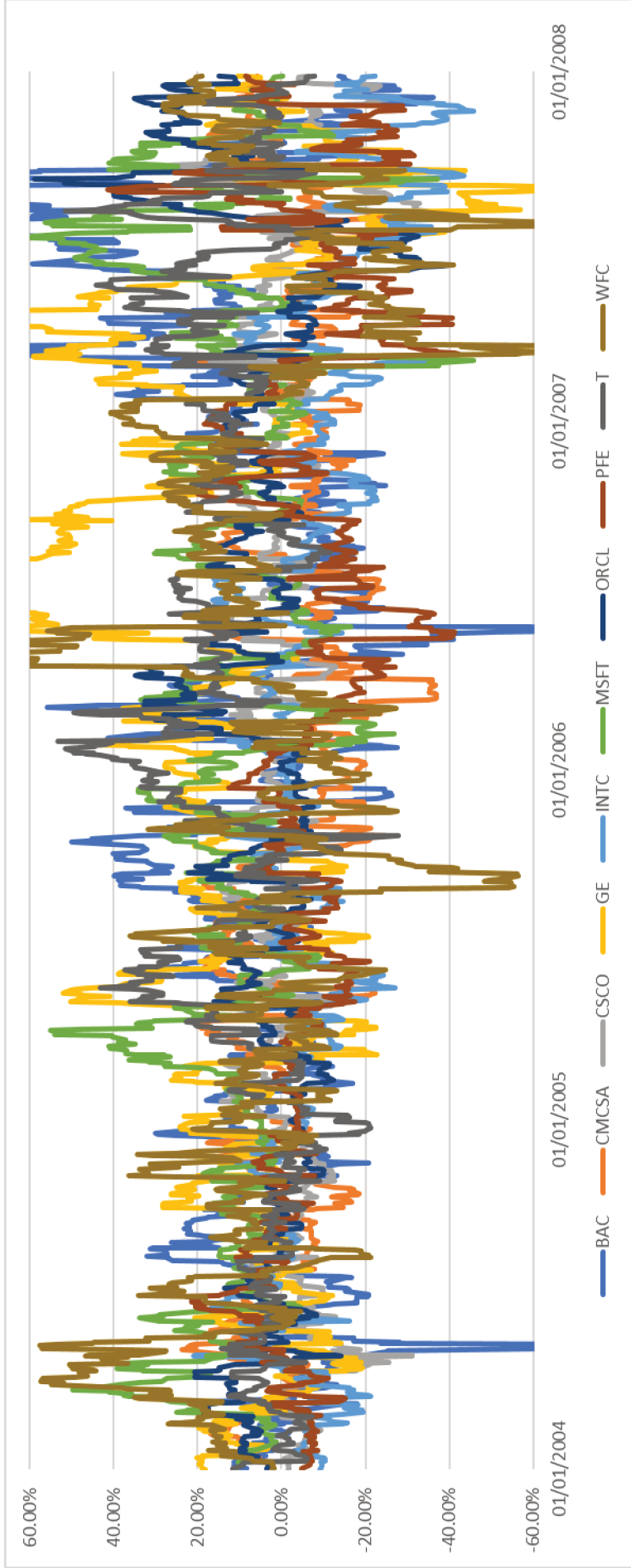


Figura 16 – Série temporal das ponderações de ativos norte-americanos na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 12 – Série temporal das ponderações na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A carteira internacional com retorno objetivo de 20% a.a. também constata presença de ativos dos três mercados em análise ao longo do período. Destacam-se as altas ponderações que recebem os mercados europeu e norte-americano.

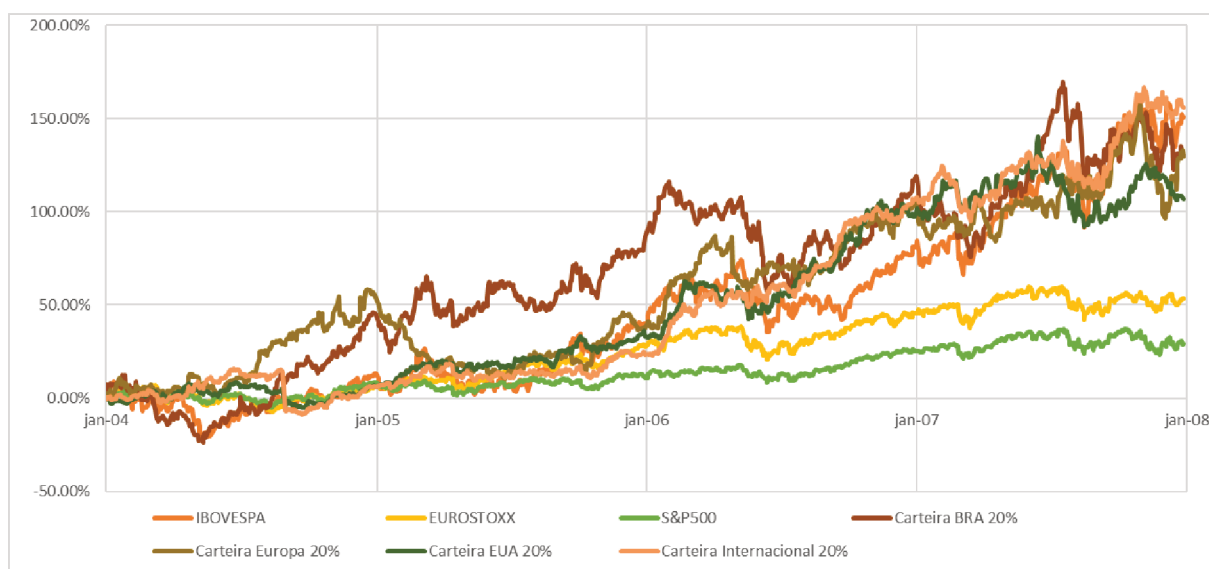


Figura 17 – Série temporal dos retornos acumulados de índices, otimizações domésticas/internacionais no período 2004-2007.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com os mercados em expansão tanto os índices como as estratégias nacionais e internacionais apresentaram resultados acumulados consideravelmente elevados, destaca-se o IBOVESPA.

4.3 PERÍODO 2008-2011

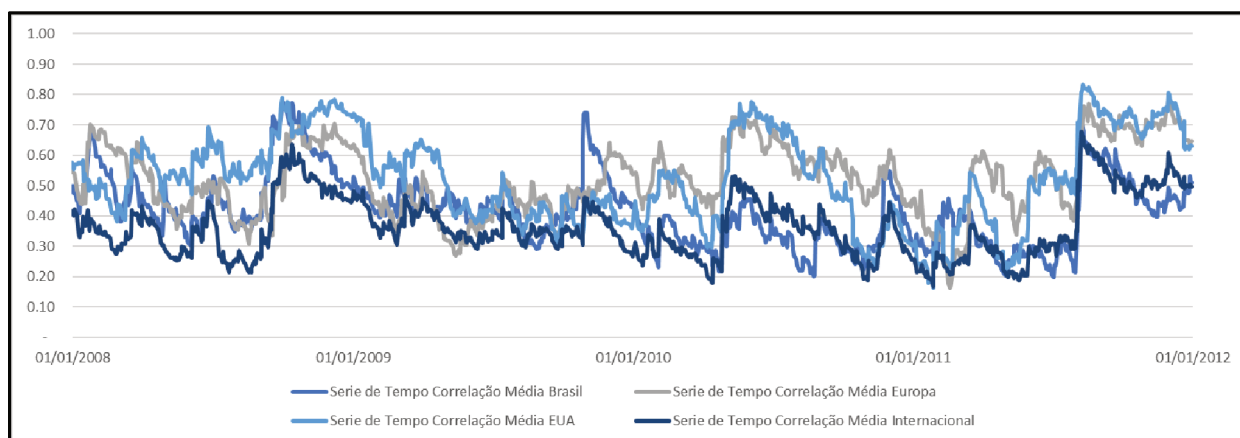


Figura 18 – Série temporal das correlações médias no período 2008-2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O período 2008-2011 esteve marcado pelo que ficou reconhecido como a *Grande Recessão*. As correlações médias aumentaram consideravelmente nos mercados europeu e norte-americano e no cenário internacional; o mercado brasileiro manteve níveis aproximados aos do período anterior.

Brasil 2008-2011			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
IBOVESPA	-2.86%	33.66%	-0.08
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	11.50%	26.78%	0.43
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	15.96%	28.05%	0.57
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	20.41%	30.07%	0.68
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	12.45%	22.16%	0.56
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	19.35%	23.24%	0.83
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	26.25%	24.78%	1.06
Correlação Média Ativos Nacionais	0.4180		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.3644		

Tabela 8 - Resultado cenário brasileiro-internacional 2008-2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Um resultado interessante é o fato de que a proximidade entre as correlações médias na Tabela 8 possibilitaram a obtenção de carteiras brasileiras com volatilidades muito próximas às globais; quando comparados os todos os períodos brasileiros da análise, o de 2008-2011 foi o único em apresentar volatilidades tão próximas. A proximidade nos índices de Sharpe também reflete

que, mesmo com o mercado em queda, o Brasil poderia ter se mantido relativamente distante dos principais efeitos da crise de 2008.

Europa 2008-2011			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a.)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
EUROSTOXX	-15.48%	30.18%	-0.51
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	15.69%	26.63%	0.59
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	22.41%	29.47%	0.76
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	29.14%	32.84%	0.89
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	12.45%	22.16%	0.56
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	19.35%	23.24%	0.83
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	26.25%	24.78%	1.06
Correlação Média Ativos Nacionais	0.5213		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.3644		

Tabela 9 - Resultado cenário europeu-internacional 2008-2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados europeus de 2008-2011 apontam apenas uma pequena superioridade das carteiras internacionais em relação às domésticas; os níveis de volatilidade nas segundas foram mais favoráveis, porém a carteira não obteve bons resultados ao tentar atingir a meta de 15 a.a.

EUA 2008-2011			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a.)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
S&P500	-3.74%	28.25%	-0.13
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	24.55%	29.45%	0.83
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	31.50%	31.46%	1.00
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	38.45%	33.86%	1.14
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	12.45%	22.16%	0.56
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	19.35%	23.24%	0.83
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	26.25%	24.78%	1.06
Correlação Média Ativos Nacionais	0.5237		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.3644		

Tabela 10 - Resultado cenário norte-americano-internacional 2008-2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

De forma similar ao caso europeu, as carteiras norte-americanas conseguiram rentabilidades consideravelmente superiores àquelas almejadas nas rotinas de otimização. Isto fez com que, a pesar das volatilidades superiores apresentadas e da acentuada diferença entre as correlações medias locais e globais, as otimizações domésticas superassem as carteiras internacionais em termos de risco e de retorno.

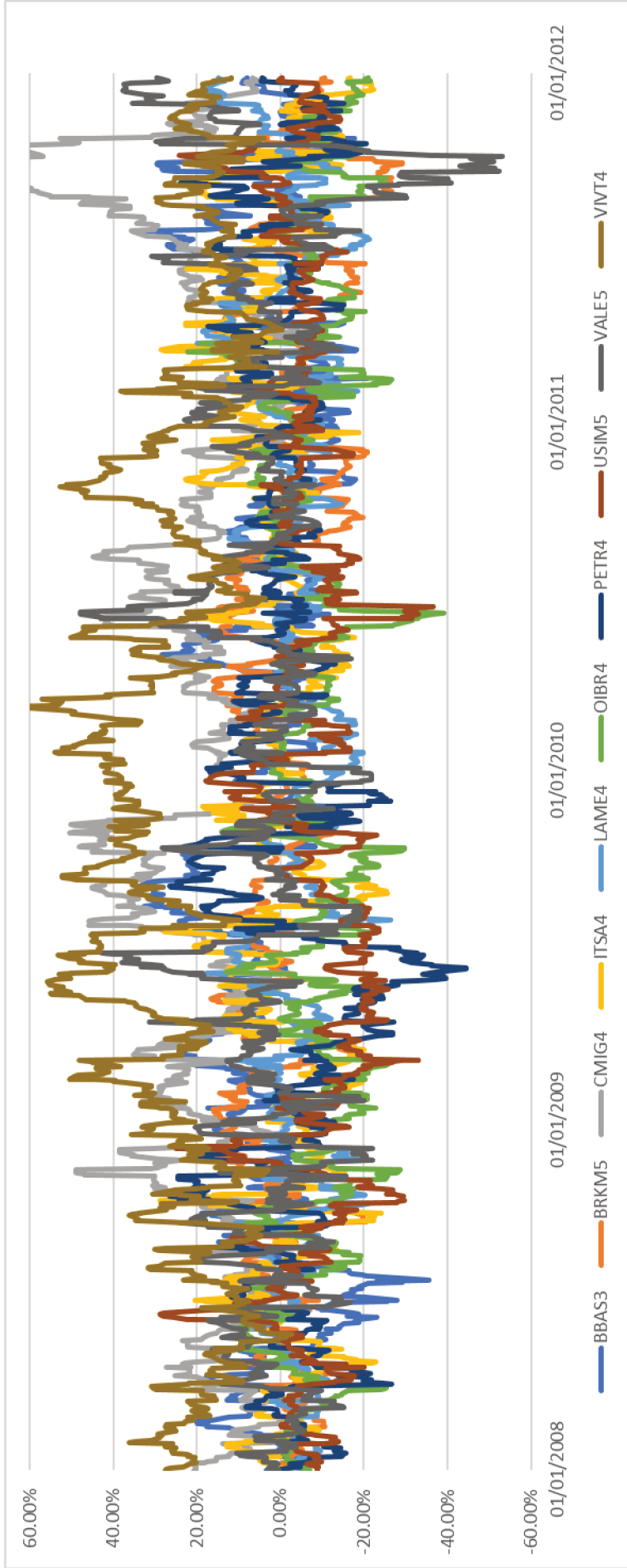
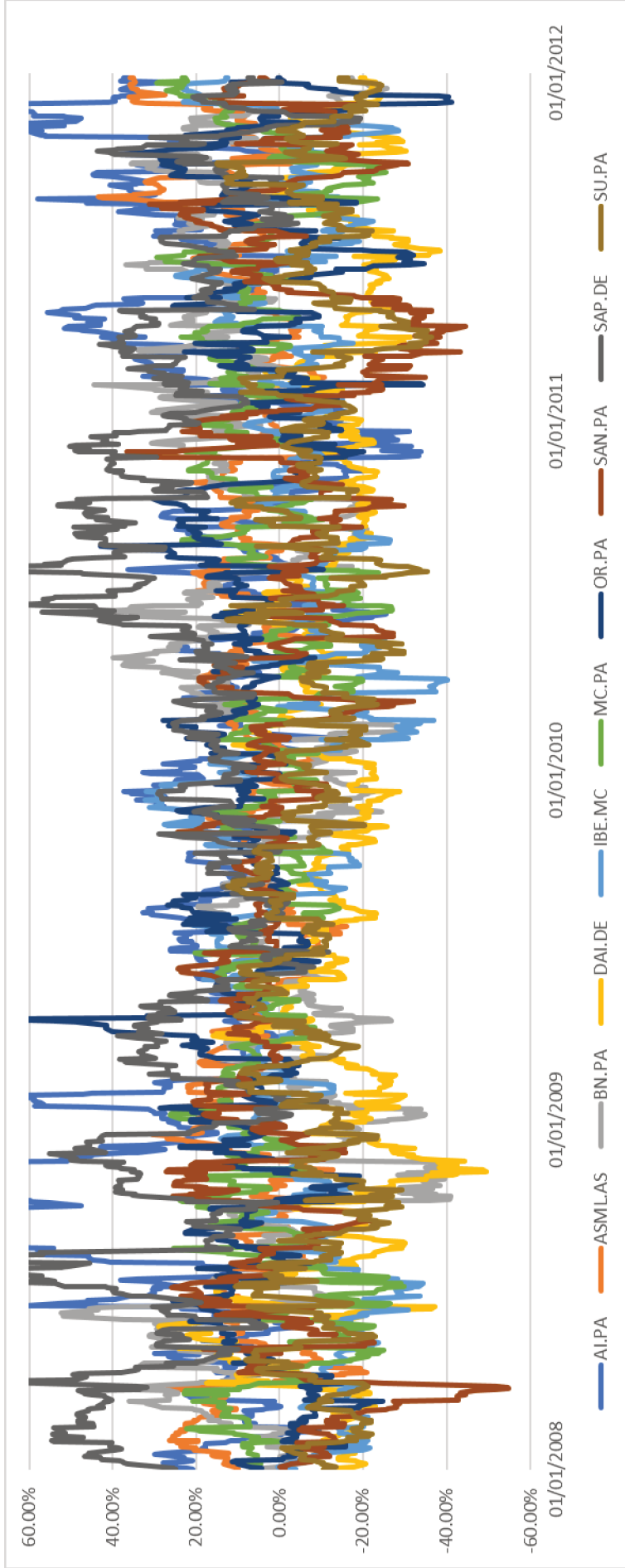


Figura 19 – Série temporal das ponderações de ativos brasileiros na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2008-2011.
Fonte: Elaborado pelo autor.



**Figura 20 – Série temporal das ponderações de ativos europeus na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2008-2011.
Fonte: Elaborado pelo autor.**

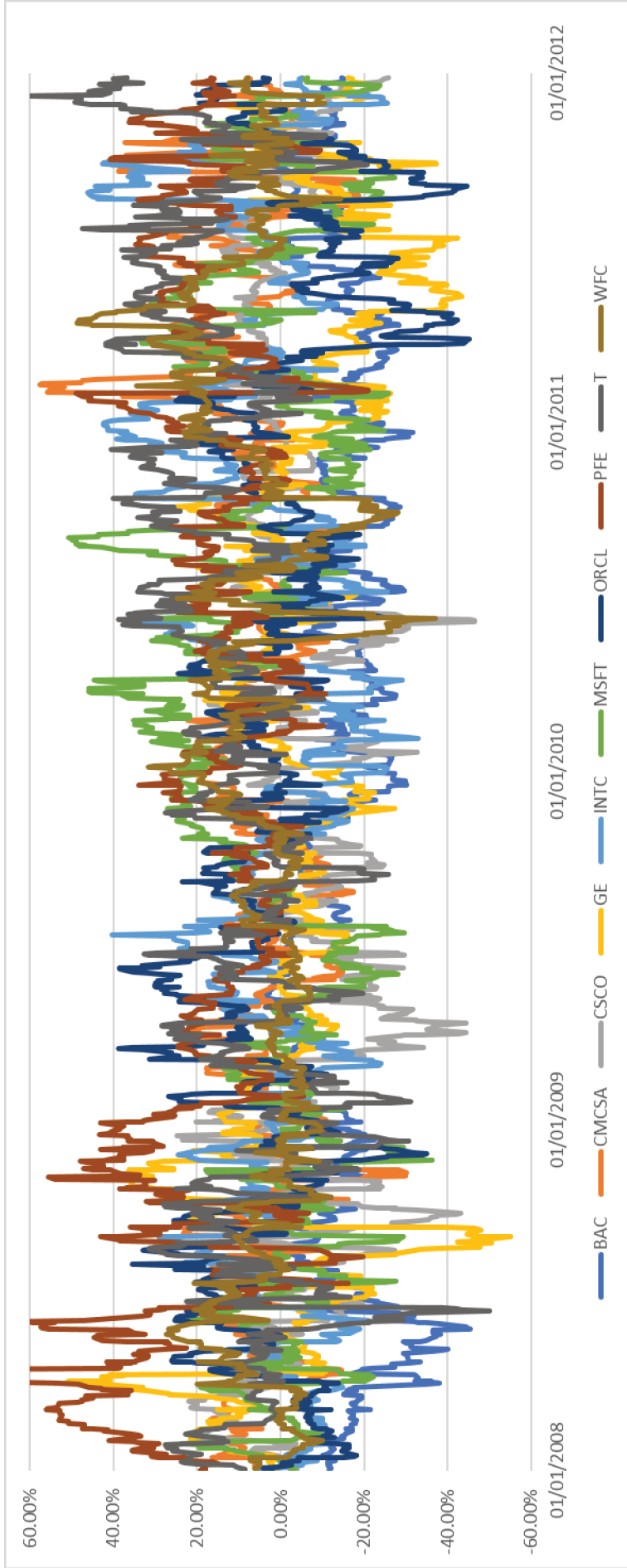


Figura 21 – Série temporal das ponderações de ativos norte-americanos na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2008-2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

As séries históricas de pesos na carteira internacional mostram ativos brasileiros tendo maior destaque ao longo do período inteiro, quando comparado com o período anterior. Os dois mercados restantes mantiveram o nível de participação anteriormente exibido.

Os retornos acumulados para o período mostram que as carteiras domésticas conseguiram resultados positivos de maneira bastante antecipada à carteira internacional.

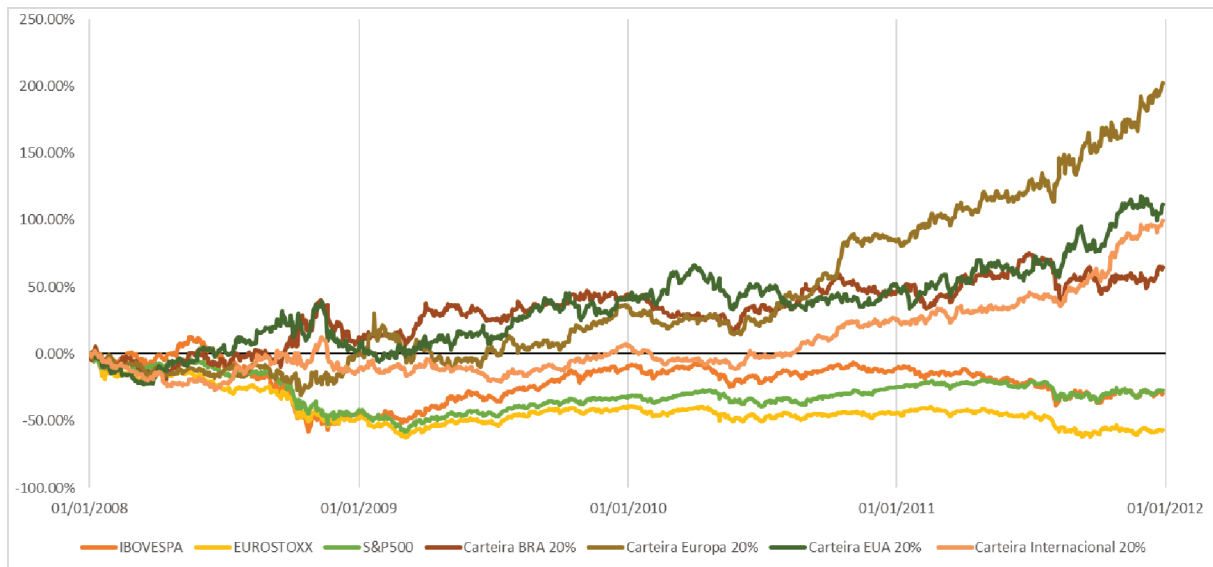


Figura 22 – Série temporal dos retornos acumulados de índices, otimizações domésticas/internacionais no período 2008-2011.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4 PERÍODO 2012-2016

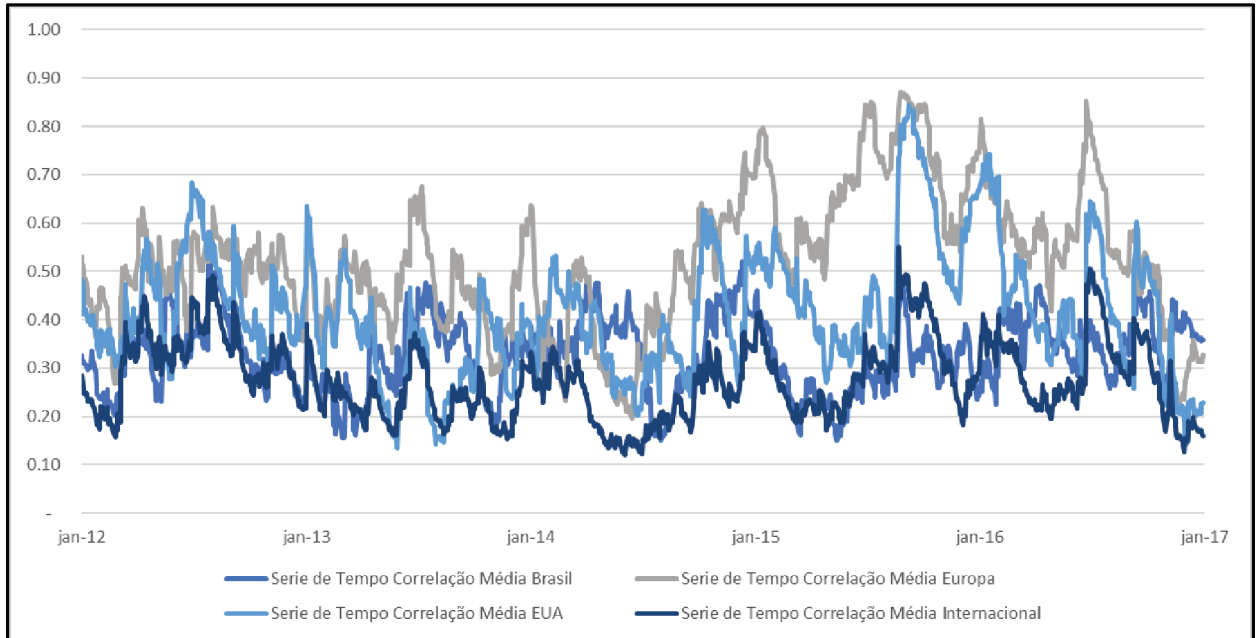


Figura 23 – Série temporal das correlações médias no período 2012-2016.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O último período em análise mostra as turbulências vivenciadas no mercado chinês (a meados de 2015 e janeiro de 2016) e o BREXIT (Junho/2016) que levaram os níveis de correlação média aos patamares mais elevados do período 2000-2016. Curiosamente, os níveis de correlações médias brasileiros se mostraram menos reativos dos apresentados na Europa e EUA; isto propiciou a que a correlação média global não fosse elevada.

Brasil 2012-2016			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
IBOVESPA	1.15%	22.91%	0.05
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	3.82%	22.34%	0.17
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	7.51%	23.66%	0.32
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	11.21%	25.52%	0.44
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	20.88%	15.61%	1.34
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	25.67%	16.85%	1.52
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	30.46%	18.63%	1.63
Correlação Média Ativos Nacionais	0.3276		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2752		

Tabela 11 - Resultado cenário brasileiro-internacional 2012-2016.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A pior performance das otimizações brasileiras acontece neste período. Passa a ser mais acentuada a superioridade das otimizações internacionais em relação às do IBOVESPA.

Europa 2012-2016			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
EUROSTOXX	6.67%	19.61%	0.34
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	19.36%	19.32%	1.00
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	22.85%	22.95%	1.00
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	26.33%	27.59%	0.95
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	20.88%	15.61%	1.34
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	25.67%	16.85%	1.52
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	30.46%	18.63%	1.63
Correlação Média Ativos Nacionais	0.5234		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2752		

Tabela 12 - Resultado cenário europeu-internacional 2012-2016.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O índice EUROSTOXX apresentou uma forte melhoria em relação ao período antecedente; as otimizações locais se aproximam de seus retornos objetivo e o diferencial em termos de risco-retorno, mais uma vez, se dá através da inferior volatilidade das carteiras internacionais.

O S&P também apresentou bom desempenho no período, destaca-se a menor diferença entre as otimizações locais e internacionais.

EUA 2012-2016			
Ativos	Retorno Médio (a.a.)	Volatilidade (a.a)	Sharpe (E(ret)/Sigma)
S&P500	11.23%	12.65%	0.89
Otimização Doméstica Alvo 15% a.a.	19.84%	15.08%	1.32
Otimização Doméstica Alvo 20% a.a.	27.05%	17.83%	1.52
Otimização Doméstica Alvo 25% a.a.	34.26%	21.42%	1.60
Otimização Internacional Alvo 15% a.a.	20.88%	15.61%	1.34
Otimização Internacional Alvo 20% a.a.	25.67%	16.85%	1.52
Otimização Internacional Alvo 25% a.a.	30.46%	18.63%	1.63
Correlação Média Ativos Nacionais	0.4145		
Correlação Média Ativos Internacionais	0.2752		

Tabela 13 - Resultado cenário norte-americano-internacional 2012-2016.

Fonte: Elaborado pelo autor.

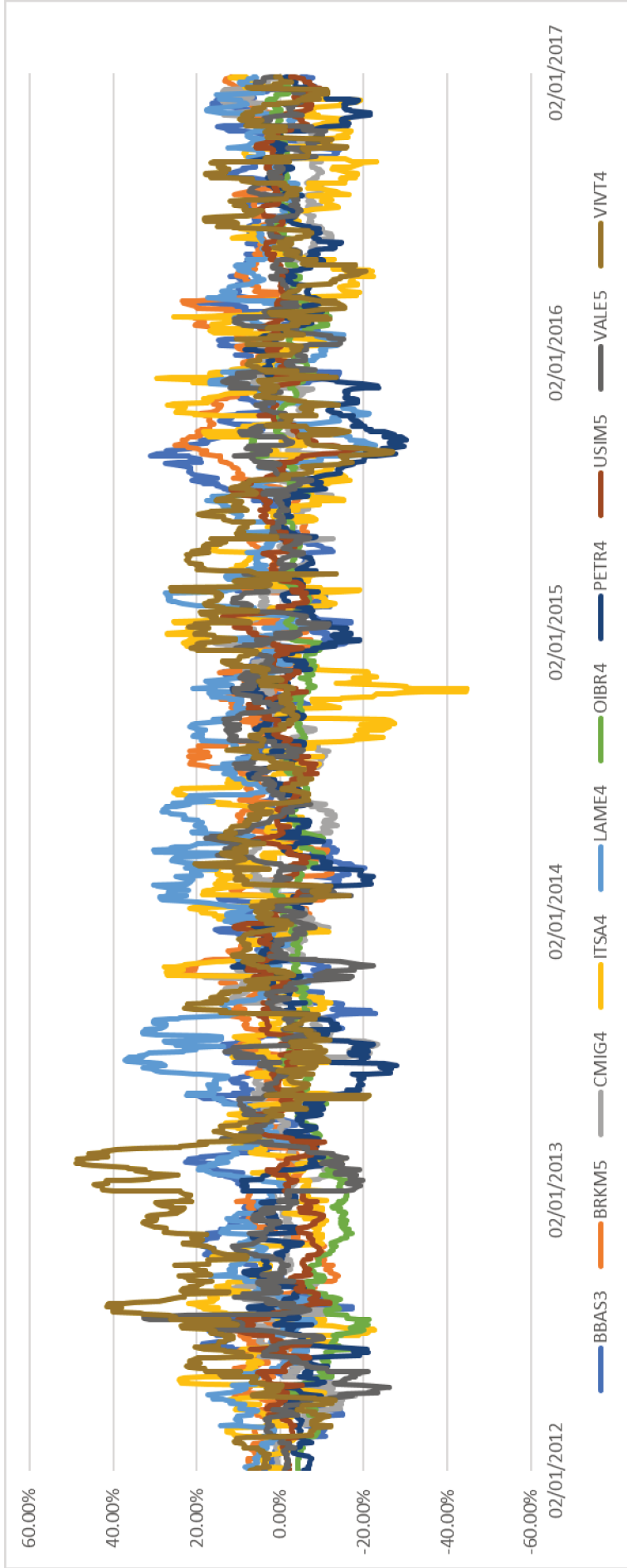


Figura 24 – Série temporal das ponderações de ativos brasileiros na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2012-2016. Fonte: Elaborado pelo autor.

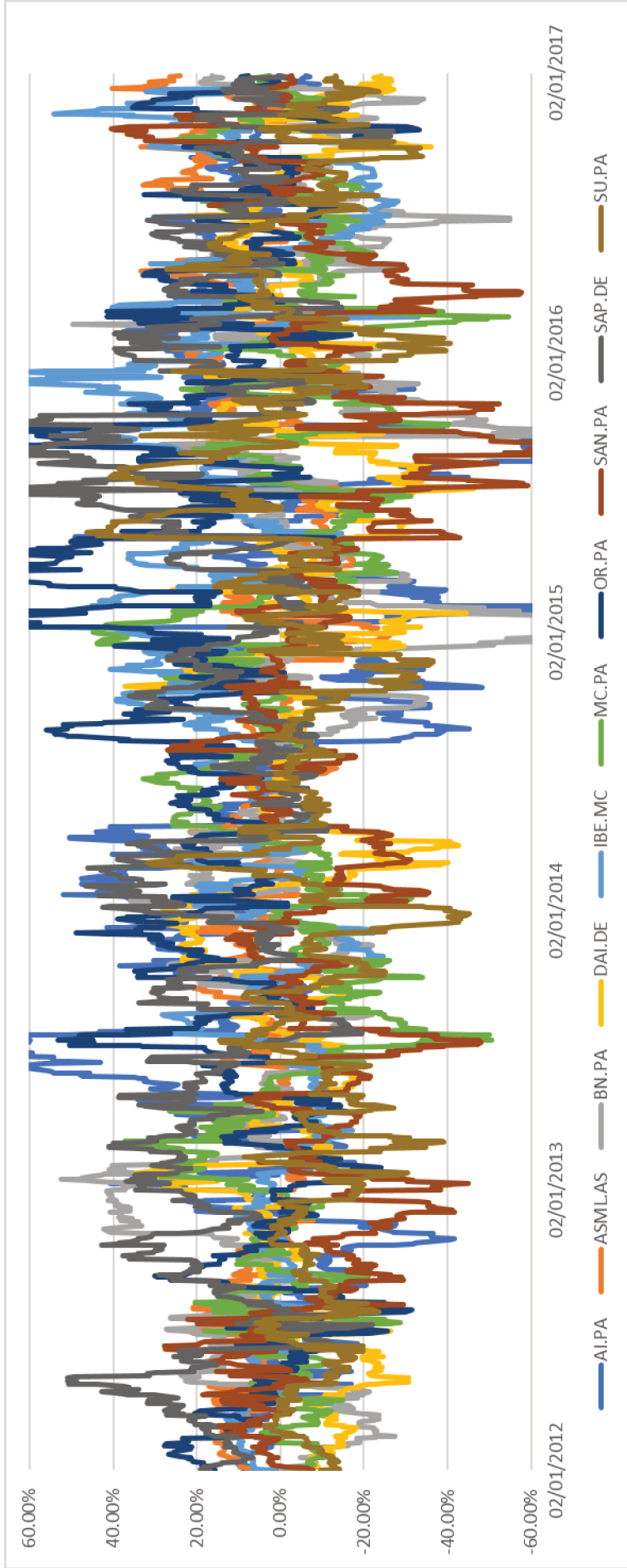


Figura 25 – Série temporal das ponderações de ativos europeus na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2012-2016.
Fonte: Elaborado pelo autor.

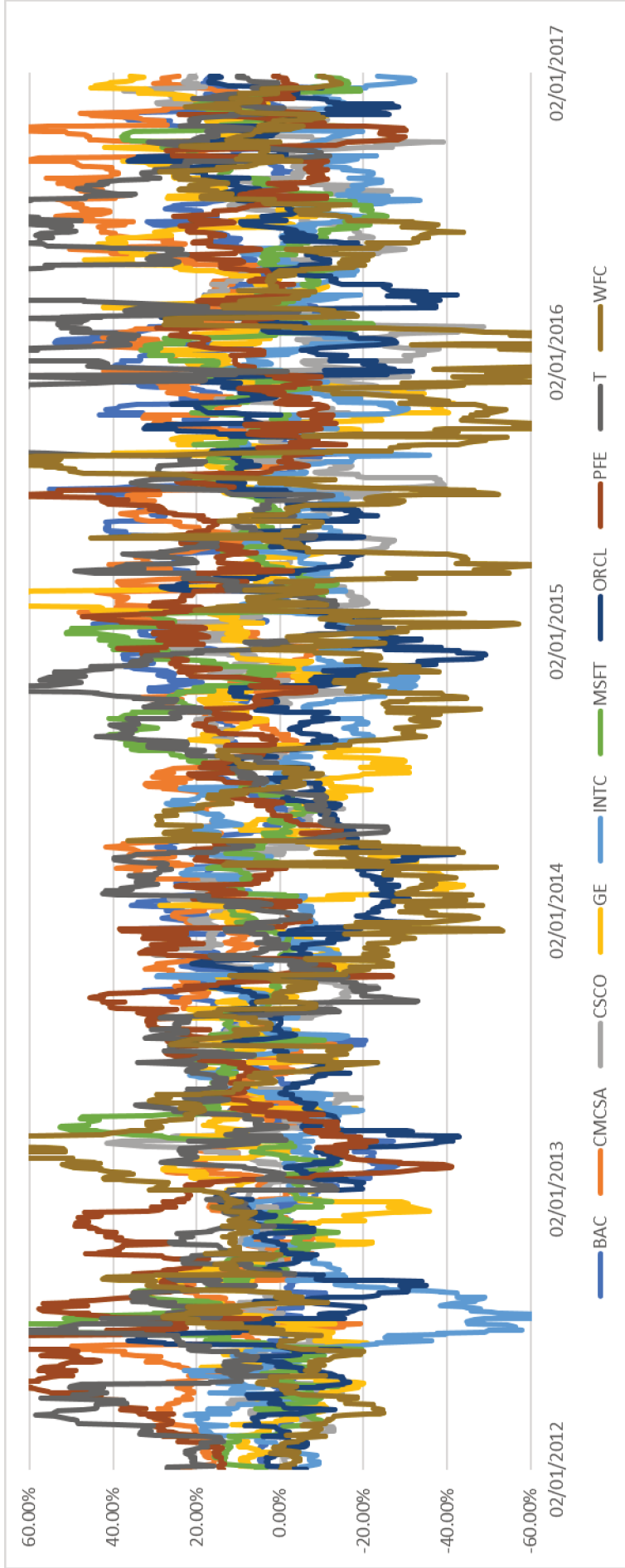


Figura 26 – Série temporal das ponderações de ativos norte-americanos na carteira internacional com retorno esperado de 20% a.a. no período 2012-2016.

Fonte: Elaborado pelo autor.



Figura 27 – Série temporal dos retornos acumulados de índices, otimizações domésticas/internacionais no período 2012-2016.
Fonte: Elaborado pelo autor.

As rentabilidades acumuladas foram elevadas tanto para as carteiras formadas a partir do EUROSTOXX e do S&P500 como também para a carteira internacional. Verifica-se a baixa performance das otimizações brasileiras e do IBOVESPA.

4.5 PERFORMANCE *OUT OF SAMPLE*

Os resultados para a metodologia *out of sample* proposta para os estimadores da rentabilidade esperada, como explicada na seção 3.2, se encontram resumidos na tabela 14. Os períodos 1, 2, 3 e 4 referem-se ao intervalo de tempo entre outubro e dezembro dos anos 2003, 2007, 2011 e 2016 respectivamente; 65 rentabilidades foram obtidas para cada um dos períodos com carteiras otimizadas com rendimento esperado igual a 20% a.a.; a partir das rentabilidades foram geradas as medidas de performance.

Os resultados apontam que, nos curtos períodos em análise, as carteiras otimizadas localmente não conseguiram superar os índices de referência; porém, destacam-se os resultados obtidos a partir das rotinas internacionais, tanto em termos de risco como de retorno.

	BRA	EUROPA	EUA	INT	IBOVESPA	EUROSTOXX	S&P500
1	0.55%	-0.03%	0.10%	0.18%	0.45%	0.19%	0.14%
2	-0.01%	-0.01%	-0.24%	-0.08%	0.04%	0.00%	-0.08%
3	-0.04%	0.28%	0.17%	0.22%	0.17%	0.12%	0.21%
4	-0.24%	0.12%	0.19%	0.18%	0.05%	0.13%	0.06%
RETORNO MÉDIO	0.07%	0.09%	0.06%	0.12%	0.18%	0.11%	0.08%
	BRA	EUROPA	EUA	INT	IBOVESPA	EUROSTOXX	S&P500
1	1.02%	0.66%	1.50%	0.85%	1.28%	0.95%	0.64%
2	1.85%	1.00%	1.79%	1.11%	1.84%	0.86%	1.22%
3	1.64%	1.49%	1.58%	1.40%	1.58%	2.13%	1.61%
4	1.83%	1.34%	0.97%	1.14%	1.50%	0.73%	0.53%
VOLATILIDADE MÉDIA	1.58%	1.12%	1.46%	1.12%	1.55%	1.17%	1.00%
SHARPE MÉDIO	0.042	0.079	0.039	0.110	0.114	0.095	0.080

Tabela 14 - Medidas de performance resultantes da metodologia *out of sample* aplicada neste trabalho.
Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES

No presente trabalho, foram aplicadas técnicas quantitativas de otimização para dois tipos de carteiras: as formadas unicamente com ativos domésticos, e as que considerassem tanto os ativos domésticos como os internacionais. O procedimento foi aplicado nos mercados brasileiro, europeu e norte-americano; os resultados apontam, majoritariamente, superioridade dos métodos de otimização em relação aos índices de referência; ao mesmo tempo que sugerem que carteiras que incorporam ativos estrangeiros tendem a apresentar volatilidades consideravelmente menores junto a índices de Sharpe, no geral, superiores.

As séries de tempo de correlações medias internacionais apresentaram médias inferiores em todos os períodos analisados, isto provavelmente tenha sido o fator predominante na obtenção de volatilidades mais baixas nas otimizações internacionais.

É importante destacar que o modelo não aborda as especificações mais sofisticadas para a modelagem do contexto de média variância, assim como também não incorpora custos de transação e variações cambiais. Mesmo assim, os métodos utilizados são capazes de capturar efeitos consideráveis para indicar eventuais vantagens ao considerar ambientes globais.

Um problema verificado, e já apontado pela teoria, tem sido as estimativas dos retornos. Zakamulin 2015 menciona que “[...] *mean-variance portfolio optimization is difficult to implement, due to the challenges associated with forecasting the mean returns.*” (ZAKAMULIN, VALERIY; 2015). É possível observar que, utilizando estimativas de retorno in sample ao longo dos diversos casos analisados, na maioria das vezes os retornos obtidos estiveram bastante além ou aquém do esperado. Quando utilizada a aproximação *out of sample*, os retornos estiveram ainda mais distantes dos esperados. Isto repercutiu nos valores do índice de Sharpe. Porém, continuam a se destacar os resultados obtidos por otimizações internacionais.

A diversificação global apresentou melhor performance ajustada pelo risco na medida em que eram exigidas rentabilidades médias mais elevadas nas rotinas de otimização; isto seria um indicador de que as carteiras internacionais foram capazes de minimizar o risco de forma mais eficiente quando submetidas à exigência de rentabilidades cada vez maiores; provavelmente

devido a uma maior diversidade em termos de oportunidades de investimento, algo que condiz com os fundamentos que foram propostos ao longo do trabalho (REILLY; NORTON, 2008).

Finalmente, cabe apontar que nas carteiras internacionais verifica-se a presença de ativos dos três mercados em todos os períodos em análise; sustentando, ao igual que no caso anterior, que as características de rentabilidade e variabilidade individual e *principalmente* conjunta dos ativos espalhados através dos diferentes mercados possibilitou a formação de fronteiras com características mais atrativas em termos de risco e retorno.

5.2 RECOMENDAÇÕES

Como mencionado anteriormente, um dos problemas evidenciados nos resultados das rotinas de otimização tem sido a estimativa das rentabilidades para os portfolios. Aconselha-se, portanto, o emprego de estimativas de rentabilidades mais robustas; assim como também analisar a performance dos diferentes cenários, domésticos e internacionais, com procedimentos *out of sample* mais completos.

Impactos em termos de variações cambias, custos das transações e impostos não foram incorporados na análise.

Métodos mais sofisticados para a estimação de matrizes de covariâncias também podem ser utilizados de forma a analisar as diferenças entre otimizações domésticas e globais. Assim como também metodologias cujo foco seja apenas na diversificação do risco (ignorando o cálculo de rentabilidades esperadas).

Finalmente, neste trabalho foram considerados os principais ativos para três mercados; seria interessante, também, incorporar novos mercados com características diferentes de forma a enriquecer a análise.

Os pontos mencionados nesta seção ficam como consideração para que trabalhos futuros sejam capazes de gerar resultados mais completos.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, Carol. **Modelos de Mercados**: Uma guia para informações financeiras. São Paulo: Saraiva, 2001

BANK OF AMERICA. **Size of the world determined by marketcap**. Disponível em: <http://www.marketwatch.com/story/heres-the-map-of-the-world-if-size-was-determined-by-market-cap-2015-08-12>- Último acesso: 29/08/2016

BARNES, Mark; BERCEL, Anthony; ROTHMAN, Steven. **Global Equities: Do Countries Still Matter?** Boston: PanAgora Asset Management White Paper, 2000.

COCHRANE, John H. **Asset Pricing**. Chicago: Graduate School of Business, 2000. 462 p.

DOLLAR, David; KRAAY, Aart, **Growth Is Good for the Poor**, Washington: World Bank Policy Research Department Working Paper No. 2587, 2001a.

DOLLAR, David; KRAAY, Aart, **Trade, Growth and Poverty**, Washington: World Bank Policy Research Department Working Paper No. 2615, 2001b.

FONSECA, Manuel Alcino R. da. **Álgebra Linear Aplicada a Finanças, Economia e Econometria**. São Paulo: Manole, 2003.

FORBES, Kristin; RIGOBON, Roberto. **No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements**. Journal of Finance, 2002.

GOLDMAN SACHS. **Interactive guide to capital markets**. Disponível em: <http://www.goldmansachs.com/s/interactive-guide-to-capital-markets/> Último acesso: 29/08/2016

KANTOR, Davi. Função *CARRYFORWARD*, STATA13. 2016

KRUGMAN, Paul R.; OBSTFELD, Maurice. **Economia Internacional**. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2012. 554 p.

LORETAN, M.; ENGLISH, W.B.. **Evaluation “Correlation Breakdowns” During Periods of Market Volatility**. Washington, D.C.: Federal Reserve Board, 2000.

MARÍN, José M.; RUBIO, Gonzalo. **Economía Financiera**. [s.i]: Antoni Bosch, 2011. 1012 p.

NORTON, Edgar A.; REILLY, Frank K.. **Investimentos**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning Nacional, 2008. 564 p. Tradução da edição norte-americana.

RODRIQUEZ, Francisco; RODRIK, Dani. **Trade Policy and Economic Growth: a Skeptic’s Guide to the Cross-National Evidence**. Massachusetts & Cambridge: National Bureau of Economic Research, 2000

PEÑA, Daniel. **Fundamentos de Estadística**. 3. ed. Madri: Alianza Editorial, 2008. 683 p.

ZACHMANN, Karin. **Risk - A Multidisciplinary Introduction**. Switzerland: Springer International 2014

ZAKAMULIN, VALERIY. **A Test of Covariance-Matrix Forecasting Methods**. Norway, The Journal of Portfolio Management, 2015.