

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**Paula Manica Lazzari**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS ETAPAS CONSTRUTIVAS  
DE PONTES ESTAIADAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

Porto Alegre  
agosto 2016



**PAULA MANICA LAZZARI**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS ETAPAS CONSTRUTIVAS  
DE PONTES ESTAIADAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em  
Engenharia

**Orientador: Américo Campos Filho**

Porto Alegre  
agosto 2016

### CIP - Catalogação na Publicação

Manica Lazzari, Paula  
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS ETAPAS CONSTRUTIVAS DE  
PONTES ESTAIADAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS / Paula Manica Lazzari. -- 2016.  
301 f.

Orientador: Américo Campos Filho.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS,  
2016.

1. ponte estaiada. 2. etapas construtivas. 3.  
concreto armado. 4. concreto protendido. 5. ANSYS -  
UPF. I. Campos Filho, Américo, orient. II. Título.

**PAULA MANICA LAZZARI**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS ETAPAS CONSTRUTIVAS  
DE PONTES ESTAIADAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, na área de ESTRUTURAS, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 26 de agosto de 2016

**Prof. Américo Campos Filho**

Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
orientador

**Prof. Carlos Torres Formoso**

Dr. pela University of Salford, Grã Bretanha  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Daniel Domingues Loriggio (UFSC)**

Dr. pela Universidade de São Paulo

**Prof. Mauro de Vasconcellos Real**

**(FURG)**

Dr. pela Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul

**Prof. Inácio Benvegnu Morsch (UFRGS)**

Dr. pela Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul

**Prof. Samir Maghous (UFRGS)**

Dr. pela Ècole Nationale des Ponts et  
Chaussées



Dedico este trabalho aos meus pais, Arduino (*in  
memoriam*) e Teresinha, e à minha irmã, Bruna, pelo apoio  
e amor durante o período de desenvolvimento desta tese  
de doutorado.





## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer à Deus por sempre me dar muita força e coragem para vencer os novos desafios que vão surgindo ao longo de nossas vidas, e por jamais me deixar desistir de conquistar os meus grandes sonhos.

Agradeço ao Professor Américo pela amizade, pela constante motivação, pela paciência, pela disponibilidade, pela experiência transmitida e pela contribuição fundamental durante esta tese de doutorado.

Agradeço aos Professores Inácio Morsch e Mauro Real pela ajuda na utilização do ANSYS e pela disponibilidade na troca de ideias durante o aprendizado da utilização de novas ferramentas. Agradeço, de forma geral, a todos os professores, funcionários e colegas do PPGECC pela colaboração e convivência.

Agradeço a toda minha amável família, principalmente aos meus queridos pais Arduino (*in memoriam*) e Teresinha e à minha irmã Bruna, colega de profissão, pela paciência, compreensão, carinho e amor em todos os momentos da minha vida.

Agradeço a todas as pessoas especiais na minha vida: ao Daniel pelo carinho, paciência, compreensão e suporte técnico; às minhas grandes amigas, Paty, Lili, Lúcia, Graci, Luiza, Claudinha, Vanessinha, Soraia e Marcelle por me proporcionarem momentos únicos de muita alegria e descontração. Agradeço de forma geral a todos meus amigos que me deram muita força, incentivo e determinação.

Agradeço à coordenação e aos professores do curso de Engenharia Civil da PUCRS e da FSG pela confiança e colaboração em períodos que tive que me ausentar da instituição. Agradeço, também, ao Renan Ribeiro Setubal Gomes, engenheiro que acompanhou a obra da Ponte do Saber, pela disponibilidade e pelo grande apoio durante esta pesquisa.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela oportunidade de estar participando de um curso de excelência de doutorado, tendo nota máxima pela CAPES. E, ainda, por me proporcionar uma boa estrutura de ensino e pesquisa. Agradeço à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo suporte financeiro que permitiu a realização deste estudo.



Se empreender, não tenha medo de falhar.  
Se falhar, não tenha medo de chorar.  
Se chorar, repense sua vida, mas não recue.  
Dê sempre uma nova chance para si mesmo.  
Lute sempre pelos seus sonhos.  
Revolucione sua qualidade de vida.  
Seja profundamente apaixonado pela vida,  
pois a vida é um espetáculo imperdível!

*Augusto Cury*



## RESUMO

LAZZARI, P. M. **Simulação Numérica das Etapas Construtivas de Pontes Estaiadas através do Método dos Elementos Finitos**. 2016. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Este trabalho de doutorado versa sobre a simulação numérica das etapas construtivas de pontes estaiadas através do método dos elementos finitos, utilizando a plataforma ANSYS, versão 14.5. A justificativa da realização deste trabalho vem da crescente utilização deste tipo de estrutura de ponte no Brasil, devido, principalmente, ao seu bom comportamento estrutural e pela possibilidade de uso de uma estrutura mais leve, esbelta e econômica. Inicialmente, foi feita uma pesquisa abrangente sobre os componentes estruturais e concepções de projetos mais utilizados. Em seguida, estudaram-se as relações constitutivas de cada material constituinte, a fim de melhor representá-los na simulação numérica. Para a representação das equações constitutivas do concreto, implementou-se um novo modelo de material visco-elastoplástico com fissuração, com a ajuda da ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*), onde foram adicionadas novas sub-rotinas ao programa principal em linguagem FORTRAN. Como o objetivo final desta tese era trabalhar com análise estrutural das etapas construtivas de pontes estaiadas, envolvendo um número muito grande de elementos finitos, a implementação deste novo modelo possibilitou a utilização de elementos tridimensionais quadráticos de 20 nós (SOLID186) com armadura incorporada (REINF264), tornando a solução do problema mais rápida e eficaz. A fim de validar as sub-rotinas acrescentadas ao sistema, foram simuladas dezesseis vigas em concreto armado, ensaiadas por Leonhardt e Walther (1962) e por Bresler e Scordelis (1963), e uma viga segmentada com protensão externa, ensaiada por Aparicio et al (2002). A comparação de resultados das análises numéricas e experimentais mostraram boa aproximação. Após a validação das sub-rotinas, foi modelada numericamente a Ponte do Saber, localizada na cidade do Rio de Janeiro, seguindo fielmente as etapas construtivas adotadas na construção da ponte. A partir dos dados de monitoramento desta ponte, durante a fase executiva, foi possível comparar os valores obtidos no modelo numérico com as informações coletadas em campo, obtendo-se bons resultados.

Palavras-chave: ponte estaiada; etapas construtivas; concreto armado; concreto protendido; ANSYS; UPF's - *User Programmable Features*.



## ABSTRACT

LAZZARI, P. M. **Numerical Simulation of Construction Stages of Cable-stayed Bridges through the Finite Element Method**. 2016. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

This doctoral thesis presents the numerical simulation of the construction stages of cable-stayed bridges using the finite element method, through the ANSYS software, version 14.5. This work is justified by the increasing use of such structures in Brazil, mainly due to its good structural behavior and the possibility of using a lighter, slender and economic structure. Initially, it presents the results of a research about the structural components and the commonly used design concepts. Then, the constitutive relations of each constituent material were studied, in order to best represent them in the numerical simulation. For the representation of the constitutive equations of concrete, it was implemented a new model of visco-elastoplastic material with cracking. That was made with the help of the customization tool UPF (User Programmable Features), where new subroutines were added to the main program in FORTRAN language. The final goal of this thesis is to work with structural analysis of the construction stages of cable-stayed bridges, involving a very large number of finite elements. Therefore, the implementation of this new model enabled the use of three-dimensional quadratic elements of 20 nodes (SOLID186) with embedded reinforcement (REINF264), making the solution of the problem faster and more effective. In order to validate the subroutines added to the system, sixteen reinforced concrete beams tested by Leonhardt and Walther (1962) and by Bresler and Scordelis (1963), and a segmental beam with external prestressing, tested by Aparicio et al (2002) were simulated. The comparison of results of numerical and experimental analyzes showed good approximation. After validation of the subroutines, it was numerically modeled the Saber Bridge, located in the city of Rio de Janeiro, following exactly the constructive steps taken in the construction of the bridge. Based on the monitoring data of the bridge during the construction phase, it was possible to compare the values obtained from the numerical model with the information collected in the field, obtaining good results.

Keywords: cable-stayed bridge; construction stages; reinforced concrete; prestressed concrete; ANSYS; UPF's - User Programmable Features.





## LISTA DE SIGLAS

ANSYS – *Analysis Systems Incorporated*  
APDL – *ANSYS Parametric Design Language*  
BISO – *Bilinear Isotropic Hardening*  
*fib* – *Fédération Internationale du Béton*  
DLL – *Dynamic-link library*  
MEF – Método dos Elementos Finitos  
PPGEC – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
UPF – *User Programmable Features*

## LISTA DE SÍMBOLOS

### LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A_c$  : área de seção transversal de concreto  
 $A_s$  : área de armadura passiva inferior  
 $A'_s$  : área de armadura passiva superior  
 $A_p$  : área de armadura ativa  
 $E$  : módulo de elasticidade longitudinal  
 $E_c$  : módulo de elasticidade do concreto  
 $E_{ci}$  : módulo de elasticidade do concreto  
 $E_{ct}$  : módulo secante da origem do pico da tensão de compressão  
 $E_p$  : módulo de elasticidade do aço de protensão  
 $E_s$  : módulo de elasticidade do aço  
 $E_T$  : módulo tangente do aço  
 $F$  : função de plastificação; tensão efetiva  
 $F^a$  : vetor de carga aplicada  
 $F_i^{nr}$  : vetor correspondente às cargas internas de elementos  
 $G$  : módulo de elasticidade transversal  
 $G_0$  : módulo de deformação por corte do concreto não-fissurado  
 $G_c$  : módulo de elasticidade transversal  
 $H_s$  : parâmetro de endurecimento  
 $I_1$  : primeiro invariante do tensor de tensões

$J$	: função fluência
$J_2$	: segundo invariante do tensor desviador de tensões
$J_3$	: terceiro invariante do tensor desviador de tensões
$\mathbf{K}_i^T$	: matriz de rigidez tangente
$R$	: função de relaxação
$\tilde{R}$	: pontos discretos de $R$
$RH$	: umidade relativa do ar
$S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}$	: tensões desviadoras
$T$	: temperatura

## LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$a$	: vetor de fluxo plástico
$b$	: base da seção transversal
$c_1, c_2$	: parâmetros do material - critério de ruptura do concreto
$e$	: espessura total do elemento de concreto
$e_i$	: espessura da camada de concreto
$f_c, f_{ck}$	: resistência à compressão do concreto
$f_{cm}$	: resistência média de compressão do concreto
$f_{ctm}$	: resistência média de tração do concreto
$f_{2c}, f_{c2c}, f_{c2cm}$	: parâmetros utilizados no critério de ruptura do concreto
$f_y$	: tensão de escoamento da armadura passiva
$f_{ptk}$	: tensão de ruptura do aço de protensão
$h$	: espessura fictícia da peça
$k, x, y, h$	: parâmetros utilizados no critério de ruptura do concreto
$k$	: número plástico
$t$	: tempo
$u$	: perímetro em contato com a atmosfera
$\mathbf{u}_i$	: vetor de deslocamentos no incremento inicial
$\mathbf{u}_{i+1}$	: vetor de deslocamentos no incremento seguinte
$\Delta \mathbf{u}_i$	: incremento de deslocamento
$w$	: fator de peso, abertura de fissura

## LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$\Delta$  : incremento  
 $\Sigma$  : somatório

## LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\alpha$  : parâmetro do modelo de *tension stiffening* do concreto  
 $\alpha, \beta$  : parâmetros do material - critério de ruptura do concreto  
 $\beta$  : parâmetro do modelo de transferência de tensões de corte do concreto  
 $\varepsilon_c$  : deformação de compressão do concreto  
 $\varepsilon_{cl}$  : deformação na máxima tensão de compressão do concreto  
 $\varepsilon_{c,lim}$  : deformação última de compressão do concreto  
 $\varepsilon_{cn}$  : deformação tensão-independente  
 $\varepsilon_{cs}$  : deformação por retração do concreto  
 $\varepsilon_{cT}$  : deformação térmica  
 $\varepsilon_{cTu}$  : parâmetro que indica a deformação limite onde a colaboração do concreto entre fissuras não deve mais ser considerada  
 $\varepsilon_{c\sigma}$  : deformação tensão-dependente  
 $\varepsilon_T$  : deformação específica normal de tração do concreto  
 $\varepsilon_{tot}$  : deformação total  
 $\varphi_{bc}$  : coeficiente de fluência básico  
 $\varphi_{dc}$  : coeficiente de fluência por secagem  
 $\lambda$  : função que depende do ângulo  $\theta$  do concreto - critério de ruptura do concreto  
 $\lambda_c, \lambda_t$  : parâmetros utilizados no critério de ruptura do concreto  
 $\eta$  : coeficiente de viscosidade  
 $\eta_\mu$  : coeficiente de viscosidade da camada de concreto  
 $\nu$  : coeficiente de Poisson  
 $\pi$  : função residual  
 $\Psi_{1000}$  : função de relaxação do aço  
 $\sigma_I$  : tensão principal de tração no concreto  
 $\sigma_c$  : tensão no concreto  
 $\sigma_{com}, \tau_{com}$  : parâmetros utilizados no critério de ruptura do concreto  
 $\sigma_{ef}$  : tensão efetiva do concreto

$\sigma_\mu$  : somatório de todos os incrementos de tensão da umidade  $\mu$  em todos os incrementos de tempo

$\sigma_p$  : tensão de protensão inicial

$\sigma_s$  : tensão normal na armadura

$\sigma_{tot}$  : tensão total

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$  : tensões principais do concreto

$\sigma_0$  : tensão de escoamento inicial do concreto

$\theta$  : ângulo de similaridade do concreto - critério de ruptura do concreto

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  : tensões principais do concreto

$\tau_\mu$  : tempo de relaxação da camada de concreto

$\phi$  : diâmetro da barra da armadura, coeficiente de fluência, função de minimização

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	25
1.1 MOTIVAÇÃO .....	26
1.2 DIRETRIZES DE PESQUISA .....	29
<b>1.2.1 Objetivos</b> .....	30
1.2.1.1 Objetivo principal .....	30
1.2.1.2 Objetivos secundários .....	30
<b>1.2.2 Limitações</b> .....	30
<b>1.2.3 Delineamento</b> .....	31
<b>2 PONTE: UMA OBRA DE ARTE ESPECIAL</b> .....	33
2.1 DEFINIÇÃO .....	33
2.2 BREVE HISTÓRICO .....	34
2.3 SISTEMA ESTRUTURAL .....	37
<b>2.3.1 Ponte em laje</b> .....	37
<b>2.3.2 Ponte em viga</b> .....	38
<b>2.3.3 Ponte em pórtico</b> .....	39
<b>2.3.4 Ponte em arco</b> .....	40
<b>2.3.5 Ponte pênsil</b> .....	41
<b>2.3.6 Ponte estaiada</b> .....	42
<b>3 PONTES ESTAIADAS</b> .....	43
3.1 ASPECTOS HISTÓRICOS .....	43
3.2 CONCEPÇÃO ESTRUTURAL .....	48
<b>3.2.1 Categoria 1</b> .....	49
<b>3.2.2 Categoria 2</b> .....	50
<b>3.2.3 Categoria 3</b> .....	51
3.3 COMPONENTES ESTRUTURAIS .....	52
<b>3.3.1 Estais</b> .....	52
3.3.1.1 Distribuição transversal dos cabos .....	55
3.3.1.2 Distribuição longitudinal dos cabos .....	58
<b>3.3.2 Tabuleiro</b> .....	61
3.3.2.1 Tabuleiro de concreto .....	62
3.3.2.2 Tabuleiro metálico .....	62
3.3.2.3 Tabuleiro misto de concreto e aço .....	64
<b>3.3.3 Torre</b> .....	64

3.4 MÉTODOS CONSTRUTIVOS .....	67
<b>3.4.1 Cimbramento geral .....</b>	<b>67</b>
<b>3.4.2 Lançamentos progressivos .....</b>	<b>68</b>
<b>3.4.3 Balanços sucessivos .....</b>	<b>70</b>
3.5 DETALHES DO PROJETO DA PONTE DO SABER .....	73
<b>3.5.1 Características dos estais .....</b>	<b>75</b>
<b>3.5.2 Características do tabuleiro .....</b>	<b>77</b>
<b>3.5.3 Características da protensão diagonal e longitudinal .....</b>	<b>83</b>
<b>3.5.4 Detalhes do modelo de cálculo e das etapas de construção .....</b>	<b>84</b>
<b>4 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS .....</b>	<b>89</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	89
4.2 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA O CONCRETO .....	90
<b>4.2.1 Modelo para concreto comprimido .....</b>	<b>91</b>
4.2.1.1 Critério de ruptura .....	91
4.2.1.2 Critério de plastificação .....	96
4.2.1.3 Regra de endurecimento .....	97
4.2.1.4 Vetor de fluxo plástico .....	99
<b>4.2.2 Modelo para concreto tracionado .....</b>	<b>101</b>
4.2.2.1 Critério de fissuração .....	101
4.2.2.2 Colaboração do concreto entre fissuras .....	102
4.2.2.3 Modelo para transferência das tensões de corte .....	104
4.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA O AÇO .....	105
4.4 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS DEPENDENTES DO TEMPO .....	107
<b>4.4.1 Fluência e retração do concreto .....</b>	<b>107</b>
4.4.1.1 Modelo das camadas superpostas .....	112
4.4.1.1.1 <i>Descrição do modelo</i> .....	113
4.4.1.1.2 <i>Formulação matemática do modelo generalizado de Maxwell</i> .....	113
4.4.1.2 Inclusão da fluência no modelo .....	115
4.4.1.2.1 <i>Lei do tipo integral para fluência</i> .....	115
4.4.1.2.2 <i>Lei do tipo integral para relaxação</i> .....	116
4.4.1.2.3 <i>Relação entre as funções de fluência e relaxação</i> .....	117
4.4.1.3 Determinação dos parâmetros $E_{\mu}(t)$ e $\eta_{\mu}(t)$ .....	119
4.4.1.4 Determinação dos parâmetros da função de fluência .....	121
4.4.1.4.1 <i>Equação básica</i> .....	121
4.4.1.4.2 <i>Coefficiente de fluência</i> .....	123

4.4.1.4.3 Efeito do tipo de cimento e variação da temperatura.....	124
4.4.1.5 Cadeia de Kelvin generalizada .....	126
4.4.1.6 Calibração do modelo de Maxwell e Kelvin para o concreto viscoelástico .....	130
4.4.1.7 Inclusão da retração no modelo .....	132
<b>4.4.2 Relaxação das armaduras protendidas .....</b>	<b>134</b>
4.4.2.1 Formulação para o modelo de relaxação .....	134
4.4.2.2 Calibração do modelo de Maxwell para a armadura protendida .....	137
<b>5 MODELAGEM COMPUTACIONAL .....</b>	<b>139</b>
5.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E O SISTEMA ANSYS .....	139
5.2 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS .....	140
<b>5.2.1 SOLID186 .....</b>	<b>141</b>
<b>5.2.2 REINF264 .....</b>	<b>142</b>
<b>5.2.3 LINK180 .....</b>	<b>147</b>
<b>5.2.4 CONTA174 e TARGE170 .....</b>	<b>148</b>
5.3 MODELAGEM DO CONCRETO .....	150
5.4 MODELAGEM DO AÇO .....	156
5.5 ASPECTOS DA ANÁLISE NÃO-LINEAR .....	159
5.6 FLUXOGRAMAS DO MODELO IMPLEMENTADO .....	161
<b>6 VALIDAÇÃO DOS MODELOS IMPLEMENTADOS COM USERMAT .....</b>	<b>165</b>
6.1 VIGAS EM CONCRETO ARMADO DE LEONHARDT E WALTHER (1962) ....	166
<b>6.1.1 Características estruturais .....</b>	<b>166</b>
<b>6.1.2 Análise dos resultados obtidos na simulação numérica .....</b>	<b>169</b>
6.2 VIGAS EM CONCRETO ARMADO DE BRESLER E SCORDELIS (1963) .....	184
<b>6.2.1 Características estruturais .....</b>	<b>184</b>
<b>6.2.2 Análise dos resultados obtidos na simulação numérica .....</b>	<b>188</b>
6.3 VIGA EM CONCRETO SEGMENTADA DE PERFIL CAIXÃO COM PROTENSÃO EXTERNA .....	203
<b>6.3.1 Características estruturais .....</b>	<b>203</b>
<b>6.3.2 Análise dos resultados obtidos na simulação numérica .....</b>	<b>209</b>
<b>7 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA PONTE DO SABER .....</b>	<b>217</b>
7.1 MODELAGEM DA ESTRUTURA .....	217
<b>7.1.1 Elementos de concreto – SOLID186 .....</b>	<b>218</b>
<b>7.1.2 Elementos de armadura aderente – REINF264 .....</b>	<b>225</b>
<b>7.1.3 Elementos dos estais e dos cabos de protensão – LINK180 .....</b>	<b>232</b>
7.2 ETAPAS DE CÁLCULO – CASOS DE CARGA .....	232

7.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA SIMULAÇÃO NUMÉRICA .....	235
<b>8 CONCLUSÕES .....</b>	<b>267</b>
REFERÊNCIAS .....	271
APENDICE A .....	277
APÊNDICE B .....	283



## 1 INTRODUÇÃO

A construção de pontes sempre foi um indicativo importante do progresso de uma civilização. Devido a sua principal função de transpor obstáculos, ligando uma determinada região à outra, as pontes ajudam no crescimento do desenvolvimento social e econômico. É possível estreitar as relações comerciais entre cidades vizinhas, separadas por grandes rios ou vales profundos, dinamizando, assim, o transporte de seus produtos.

Além de funções viárias, as pontes também apresentam funções estáticas, cujo principal objetivo é transmitir toda a carga recebida pela estrutura para o terreno, e funções estéticas, apresentando uma harmonia com o ambiente e uma geometria equilibrada (PFEIL, 1983). A criação de passagens com elevada elegância e delineamento estético é capaz de transformar uma simples travessia em verdadeiros monumentos.

Todos os tipos estruturais de pontes ou viadutos, estaiadas ou suspensas, em vigas ou em arcos, são consideradas obras de arte especiais. As pontes estaiadas, objeto de estudo deste trabalho, conforme a *Fédération Internationale du Béton* (2000), encontram-se dentro do grupo das estruturas de pontes especiais, pois apresentam uma maior dificuldade na elaboração do projeto, elevado grau de responsabilidade e riscos assumidos pelo engenheiro, exigindo, assim, um acompanhamento rigoroso durante sua execução.

A utilização de pontes estaiadas vem crescendo rapidamente nos últimos anos, sendo uma alternativa eficaz para transpor grandes vãos, possibilitando o uso de estruturas mais leves, esbeltas e econômicas. Por ser uma estrutura extremamente sensível à sequência construtiva, uma compreensão profunda do comportamento estrutural deste sistema torna-se de fundamental importância.

A partir da simulação numérica das fases construtivas de pontes estaiadas, é possível realizar o acompanhamento da evolução de tensões e deslocamentos que ocorrem nos seus componentes estruturais (estais, tabuleiro e torre), prevendo os esforços adicionais na fase de elaboração do projeto. Desta forma, tem-se o domínio total das solicitações que ocorrem na estrutura ao longo das etapas construtivas, evitando-se, assim, possíveis erros na fase de execução da ponte.

Neste contexto, o presente trabalho tem por objetivo principal apresentar a análise numérica das etapas construtivas de uma ponte estaiada em elementos finitos. Para este estudo, foi utilizado o *software* ANSYS, versão 14.5, como ferramenta para a modelagem de uma estrutura executada através do sistema de balanços sucessivos, cujas aduelas são lançadas de forma conjunta com o lançamento dos estais. Para esta simulação, foi necessária a implementação de novos modelos constitutivos para o concreto e o aço, a fim de otimizar a análise numérica, utilizando o sistema de armadura incorporada no ANSYS.

O modelo numérico que representa o comportamento visco-elastoplástico do concreto e da armadura foi desenvolvido através da ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*) do ANSYS, onde foram adicionadas ao programa principal as novas sub-rotinas em linguagem FORTRAN. Antes de aplicar este novo modelo na análise de uma ponte real, validou-se as sub-rotinas implementadas com a simulação de dezesseis vigas experimentais em concreto armado (vigas de Leonhardt e Walther, 1962; e de Bresler e Scordelis, 1963) e de uma viga experimental segmentada com perfil caixão protendida (viga de Aparício et al, 2002).

Vale destacar que este estudo segue a linha de pesquisa de recentes trabalhos desenvolvidos no PPGEC/UFRGS com o uso do *software* ANSYS, programa muito bem aceito no meio acadêmico, justamente pelo constante desenvolvimento tecnológico. Entre estes trabalhos acadêmicos é possível destacar Kunzler (2013), que utilizou o programa para a análise paramétrica de vigas de concreto armado e protendido pré-tracionadas com abertura na alma; Villalba Fiore (2015), que implementou um modelo viscoelástico tridimensional para modelagem de túneis; Brinkhus (2015), que modelou vigas casteladas e vigas casteladas mistas; e Lazzari (2015), que simulou estruturas de concreto armado e protendido com ou sem aderência, sob estados planos de tensão, submetidos a cargas de curta e longa duração, a partir da implementação de modelos apropriados para o concreto e a armadura, através do sistema de customização do ANSYS.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Uma das grandes motivações para a realização desta pesquisa deve-se ao grande aumento da utilização de estruturas estaiadas. No Brasil, o primeiro projeto de ponte estaiada foi o da Ponte de Porto Alencastro, localizada sobre o Rio Paranaíba, na divisa entre Minas Gerais e Mato Grosso do Sul. Este projeto foi realizado, em 1978, pelas empresas Noronha Engenharia e

*Leonhardt & Andrà Consulting Engineers*. Porém, a Ponte Estação Metroviária Engenheiro Jamil Sabino (Ponte da Estação de Santo Amaro), localizada sobre o Rio Pinheiros, em São Paulo, foi a primeira ponte estaiada a ser inaugurada no Brasil, em 2002 (MACHADO, 2008).

Uma das pontes estaiadas, com bastante destaque nacional, é a Ponte do Saber, inaugurada em 2012, na cidade do Rio de Janeiro. Esta ponte apresenta um vão de 171 m e seção transversal com perfil caixão em concreto armado e protendido. Sua sequência construtiva seguiu basicamente as seguintes etapas: concretagem de segmento de 5 m, avanço da treliça de escoramento, concretagem de mais 5 m de segmento, protensão diagonal no interior da seção transversal e tensionamento dos estais (GARAMBONE, 2012). O quadro 1.1 mostra, de forma cronológica, algumas das pontes estaiadas mais importantes construídas no Brasil.

Quadro 1.1 – Pontes estaiadas mais importantes no Brasil

ANO	ESTADO	INFORMAÇÕES
2002	SP	Ponte da Estação de Santo Amaro
2002	MT	Ponte Sérgio Motta
2002	PI	Ponte João Isidoro França
2002	DF	Ponte Juscelino Kubitschek (ponte estaiada em arcos)
2003	MG/MS	Ponte de Porto Alencastro
2007	RN	Ponte Newton Navarro (maior vão livre = 212 m)
2008	SP	Ponte Octávio Frias de Oliveira
2011	AP	Ponte sobre o Rio Oiapoque (ainda não foi inaugurada devido â problemas políticos entre o Brasil e a Guiana Francesa)
2011	SP	Ponte Governador Orestes Quércia
2011	AM	Ponte Rio Negro (maior ponte fluvial do Brasil; maior vão livre = 200 m)
2012	RJ	Ponte do Saber (liga a ilha do Fundão com a Linha Vermelha)
2013	RS	Ponte Rodovia do Parque (BR-448)
2015	SC	Ponte Anita Garibaldi

(fonte: elaborado pela autora)

No estado do Rio Grande do Sul, esta tecnologia começou a ser usufruída pelos usuários somente a partir de janeiro de 2012, com a inauguração do viaduto estaiado sobre a BR-116 na cidade de São Leopoldo, dando acesso à Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Unisinos). A segunda obra de arte especial no Estado foi inaugurada no dia 20 de dezembro de 2013, localizada no trecho final da rodovia BR-448 (Rodovia do Parque) sobre o rio Gravataí, conectando as cidades de Porto Alegre e Canoas. Na figura 1.1 é possível observar as fotos destas duas estruturas.

Figura 1.1 – (a) viaduto estaiado sobre a BR-116 e (b) ponte estaiada sobre o rio Gravataí



(fonte: DNIT, 2014 e BR448 RODOVIA DO PARQUE, 2014)

Outros dois viadutos estaiados foram concluídos recentemente na cidade de Porto Alegre. Em junho de 2014, véspera da Copa do Mundo, foi inaugurado o Viaduto Pinheiro Borba, localizado nas proximidades do estádio Beira-Rio. Esta obra foi realizada para ajudar a melhorar o acesso no entorno do estádio. Em março de 2015 foi aberto ao público o viaduto da

Bento, que cruza a Terceira Perimetral com a Avenida Bento Gonçalves, na zona leste de Porto Alegre. Esta é a obra mais recente inaugurada no Estado e tem o objetivo de desafogar o trânsito próximo à região da Terceira Perimetral. Os projetos destes viadutos podem ser visualizados na figura 1.2.

Figura 1.2 – Projeto (a) do viaduto estaiado próximo ao Beira Rio e (b) do viaduto estaiado na Terceira Perimetral



(fonte: MOBILIDADE URBANA, 2014)

## 1.2 DIRETRIZES DE PESQUISA

A seguir será apresentado o método de pesquisa adotado neste trabalho, com definição dos objetivos do trabalho, limitações e delineamento

## 1.2.1 Objetivos

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

### 1.2.1.1 Objetivo principal

Este trabalho tem como objetivo principal realizar a simulação numérica das etapas construtivas de uma ponte estaiada através do método dos elementos finitos.

### 1.2.1.2 Objetivos secundários

Entre os objetivos secundários desta tese de doutorado, pode-se listar os seguintes itens:

- a) ampliação do conhecimento estrutural de pontes;
- b) estudo aprofundado sobre as funcionalidades do programa em elementos finitos ANSYS, versão 14.5;
- c) estudo dos modelos constitutivos dos materiais, aço e concreto;
- d) implementação numérica de um novo modelo para material visco-elastoplástico com fissuração através do sistema de customização do programa ANSYS (UPF);
- e) validação do modelo implementado através de comparações numérico x experimental entre resultados obtidos na modelagem de vigas em concreto armado e protendido;
- f) simulação numérica do processo construtivo de uma ponte estaiada real.

## 1.2.2 Limitações

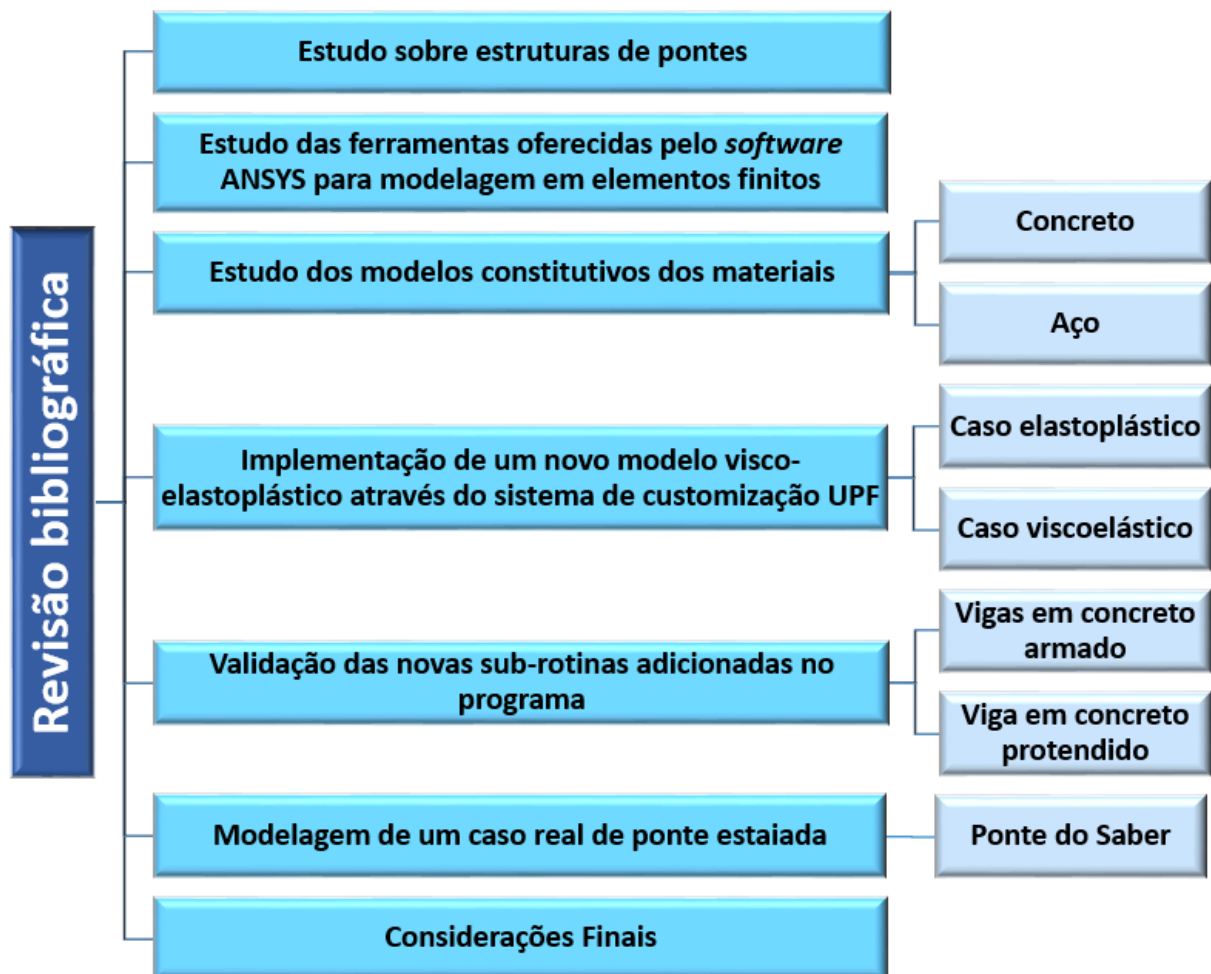
São limitações do trabalho:

- a) utilização de um único *software* para a modelagem das estruturas (ANSYS, versão 14.5);
- b) não serão abordados aspectos de pré-dimensionamento estrutural das pontes;
- c) não serão abordados efeitos dinâmicos, nem efeitos causados pela variação da temperatura;
- d) simulação numérica de uma única ponte estaiada real em concreto protendido com seção transversal perfil caixão – Ponte do Saber, no Rio de Janeiro.

### 1.2.3 Delineamento

As etapas do andamento do trabalho foram estabelecidas conforme o organograma representado na figura 1.3. Como pode-se observar, a revisão bibliográfica foi essencial para a resolução de cada etapa deste trabalho. Por este motivo, a mesma está conectada com todas as fases da realização do projeto.

Figura 1.3 – Organograma das etapas do projeto de pesquisa



(fonte: elaborada pela autora)

De acordo com este fluxograma, inicialmente foi feita uma pesquisa abrangente sobre aspectos estruturais e construtivos das pontes. Juntamente com o estudo das pontes, iniciou-se a pesquisa das ferramentas e funcionalidades do *software* ANSYS, versão 14.5. Em seguida, a fim de utilizar o modelo de armadura incorporada, foi feito um estudo de quais modelos constitutivos seriam os mais adequados para melhor representar o comportamento do concreto e do aço. Após

esta análise, implementou-se um modelo visco-elastoplástico, através do sistema de customização do ANSYS, com dois casos particulares: o viscoelástico, onde os efeitos ligados ao tempo, como fluência e retração do concreto e relaxação do aço são analisados; e o elastoplástico, que busca o estado de deformações após a aplicação de um determinado carregamento instantâneo. Com o objetivo de validar as sub-rotinas implementadas, foram testadas vigas em concreto armado, ensaiadas por Leonhardt e Walther (1962) e por Bresler e Scordelis (1963); e uma viga segmentada em concreto protendido ensaiada por Aparicio et al (2002). Após validadas as sub-rotinas, foi simulado um caso real de estrutura estaiada: Ponte do Saber. Por último, através de uma análise final dos resultados obtidos, foram feitas as considerações finais sobre o trabalho.

Com o objetivo de apresentar de forma clara e objetiva o estudo realizado, este trabalho foi dividido em oito capítulos. Neste **capítulo 1**, foram descritas as considerações iniciais sobre o tema, destacando os objetivos propostos e a importância do assunto abordado.

No **capítulo 2** é feita uma revisão sobre pontes em geral, a fim de conhecer brevemente seus aspectos históricos e estruturais. No **capítulo 3** foi feita uma revisão bibliográfica exclusivamente sobre os modelos estruturais de pontes estaiadas, objeto de estudo deste trabalho, e também são apresentados os detalhes do projeto da Ponte do Saber.

A definição dos modelos constitutivos dos materiais, tanto para o aço, quanto para o concreto, são apresentados no **capítulo 4**. No **capítulo 5** são descritos os estudos sobre a modelagem em elementos finitos no programa ANSYS, versão 14.5. E, ainda, explica-se como foram implementadas as novas sub-rotinas do material visco-elastoplástico com fissuração e como foi feita a conexão entre este novo material e o programa principal.

A fim de validar as sub-rotinas acrescentadas ao sistema, no **capítulo 6** foram simuladas dezesseis vigas em concreto armado, que abrangem variados comportamentos, incluindo situações de falhas por flexão e corte. Além destas vigas, foi analisada uma viga segmentada, com perfil caixão, em concreto protendido. No **capítulo 7** são apresentados os detalhes de modelagem e a análise de resultados da simulação numérica da Ponte do Saber. Por último, no **capítulo 8**, foram feitas as considerações finais e conclusões.



## 2 PONTE: UMA OBRA DE ARTE ESPECIAL

Neste capítulo é introduzido o conceito genérico de pontes, apresentando sua definição, um breve histórico da evolução deste tipo de estrutura e seus principais sistemas estruturais. Informações mais detalhadas sobre as pontes estaiadas serão apresentadas no **capítulo 3**.

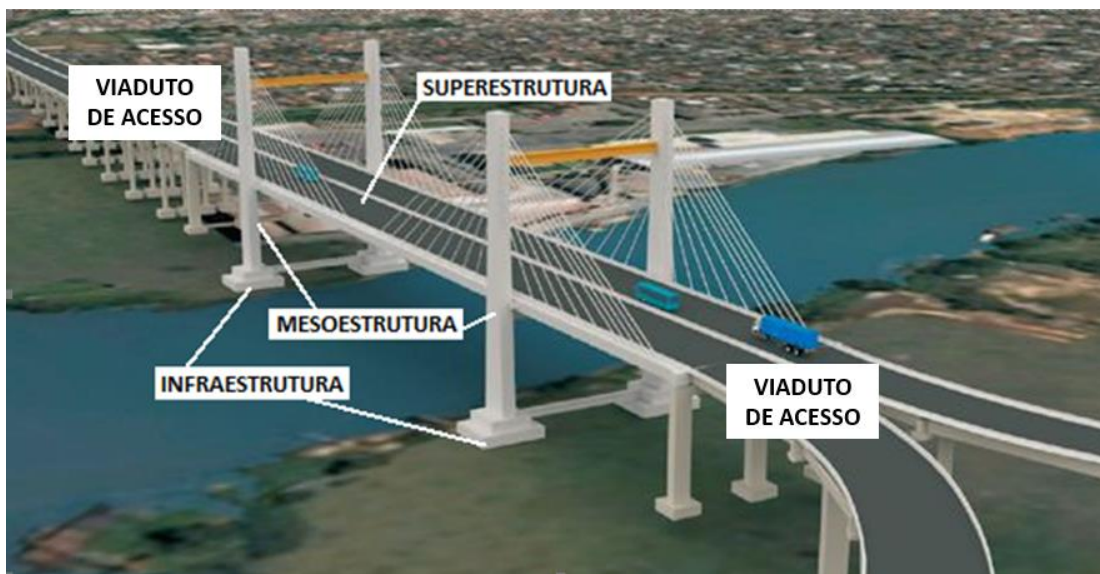
### 2.1 DEFINIÇÃO

Várias são as definições encontradas na literatura, mas pode-se dizer simplesmente que, uma ponte é um meio de transpor um obstáculo (rios, braços de mar, vales) conduzindo o tráfego entre dois pontos. Pfeil (1985) define ponte como uma obra de arte especial. De forma geral, as pontes são construídas com projetos específicos elaborados para cada tipo de obra. É importante lembrar que, quando se tem uma estrutura, que vence obstáculo não constituído por água, esta é denominada de viaduto. A grande maioria das pontes (MATTOS, 2001):

[...] é composta por lajes, vigas principais e secundárias, pilares e as fundações. A laje recebe as cargas dos veículos e pedestres e as transfere para as vigas, que as transmitem para os pilares. Os pilares recebem as cargas verticais e horizontais da superestrutura transferindo-as para as fundações, que as transmitem para o terreno.

A estrutura de uma ponte pode ser dividida em quatro partes: a infraestrutura, a mesoestrutura, a superestrutura e os encontros. A **superestrutura** corresponde à parte superior, isto é, ao tabuleiro da ponte e ao vigamento principal e secundário, que absorvem todas as cargas do tráfego, transmitindo-as à mesoestrutura. Na **mesoestrutura** são encontrados os pilares e/ou arcos, que recebem os esforços da superestrutura, e transferem-nos para as fundações. Esta parte intermediária da estrutura também pode receber diretamente outras forças solicitantes importantes, tais como pressões do vento e pressão da água em movimento. A **infraestrutura** é composta pelas fundações e tem o objetivo de distribuir os esforços provenientes da superestrutura e da mesoestrutura ao terreno. Os **encontros** têm por finalidade absorver os esforços horizontais de aceleração e frenagem aplicados no tabuleiro. Servem também como apoio externo e alguns autores os classificam como parte integrante da infraestrutura (PFEIL, 1985). Na figura 2.1 estão indicadas as partes de uma ponte estaiada, localizada no trecho final da rodovia BR-448, Rodovia do Parque.

Figura 2.1 – Esquema representativo da divisão estrutural de ponte



(fonte: baseado em PINIWEB, 2014)

## 2.2 BREVE HISTÓRICO

As primeiras pontes surgiram de forma natural, pela queda de troncos das árvores sobre os rios, criando a possibilidade de passagens para outra margem. O homem aperfeiçoou os “incidentes” naturais e passou a criar outras pontes feitas de troncos e de pedras, associando-as a outros tantos recursos disponíveis na natureza, como cipós, cordas, pedras e travas feitas com pedaços de madeira, para que estas não fossem derrubadas facilmente (MEYER, 2011). Um exemplo de ponte pré-histórica, em pedra, está apresentado na figura 2.2(a).

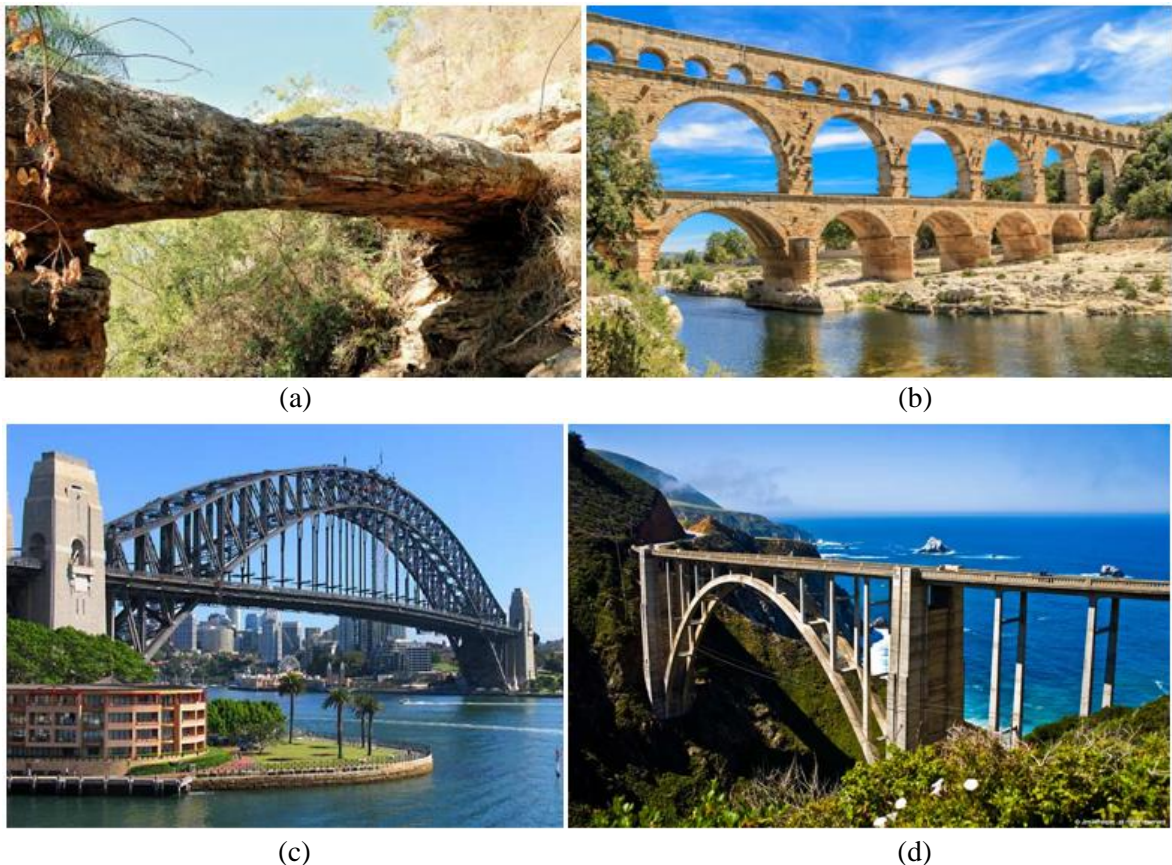
Segundo Mattos (2001), a ponte em arco foi a forma estrutural mais utilizada ao longo do tempo. Os romanos, que foram os primeiros grandes construtores de pontes, utilizavam este estilo para a construção de suas pontes e aquedutos. Com o avanço desta tecnologia, os romanos começaram a utilizar arcos vazados, ao invés de arcos plenos, tendo uma economia significativa de custo em relação aos materiais. Na figura 2.2(b), tem-se a famosa ponte em arco *Pont du Gard*, (aqueduto romano) localizada no sul da França.

A utilização do ferro em estruturas de pontes iniciou em 1779 com a construção da *Coalbrookdale Bridge*, na Inglaterra. Este material despontou com o advento da revolução industrial e a comprovação da economia, devido, principalmente, à rapidez de execução, a alta capacidade de carga, a padronização e a sua aplicação em grandes vãos. Na figura 2.2(c), tem-

se um exemplo de ponte com arco em estrutura metálica, *Sydney Harbour Bridge*, um dos cartões postais de Sydney, inaugurada em 1932. É utilizada pelo sistema ferroviário, rodoviário, por ciclistas e pedestres.

As primeiras pontes em arco em concreto armado surgiram na segunda década do século XX, substituindo as tradicionais pontes em arcos de alvenaria de pedra. Geralmente, elas eram usadas para vãos acima de 30 m, alcançando uma boa eficiência estrutural e ainda uma grande economia de material em sua construção (PFEIL, 1983). Um exemplo deste tipo de estrutura é a *Bixby Creek Bridge*, localizada na Califórnia, 190 km ao sul de São Francisco. Na figura 2.2(d), é possível ver esta ponte rodoviária, inaugurada em 1932.

Figura 2.2 – Exemplo de ponte (a) pré-histórica; (b) em arco; (c) em estrutura metálica e (d) em arco em concreto armado



(fonte: WIKIPÉDIA, 2014)

As pontes em concreto protendido começaram a ser empregadas após a Segunda Guerra Mundial. A evolução dos estudos dos materiais, como o aço, para o emprego como material de construção, e o surgimento do concreto protendido representou um grande avanço para as

superestruturas, possibilitando que vãos cada vez maiores pudessem ser habilmente vencidos (MATTOS, 2001). Um exemplo de ponte com estrutura em concreto protendido é a *Narrows Bridge* sobre o rio Swan na cidade de Perth, Austrália. Na figura 2.3 (a), é possível visualizar as três fases construtivas desta ponte. Pode-se notar que a parte da direita é a ponte antiga, construída entre os anos de 1957 à 1959. Na parte esquerda, entre 1999 à 2001, teve a ampliação da ponte rodoviária e na parte central foi construída uma ponte ferroviária, em estrutura metálica, inaugurada em 2005.

Segundo Petroski (1995), no período pós guerra, na busca de reconstruir a Europa, houve grande estímulo para o uso de novas tecnologias, com o objetivo de vencer vãos cada vez maiores de forma econômica e priorizando uma estética diferenciada. Desta forma, com a intensificação de estudos nesta área, iniciou-se a construção de pontes utilizando a tecnologia de cabos de aço tracionados, permitindo a construção de uma superestrutura mais leve e esbelta com a capacidade de ultrapassar vãos de até 1.000 m. Na figura 2.3(b), tem-se a ponte ferroviária estaiada *Jerusalem Chords Bridge*, inaugurada, em 2008, na cidade de Jerusalém, em Israel.

Figura 2.3 – Exemplo de ponte com estrutura (a) em concreto protendido e (b) estaiada



(fonte: imagens da autora)

## 2.3 SISTEMA ESTRUTURAL

O tipo de estrutura está condicionado à dimensão do vão e irá determinar o grau de dificuldade de execução do projeto. Em relação à classificação do sistema estrutural, nos próximos itens, são apresentadas as características das pontes em laje, em viga, em pórtico, em arco, ponte pênsil e ponte estaiada.

### 2.3.1 Ponte em laje

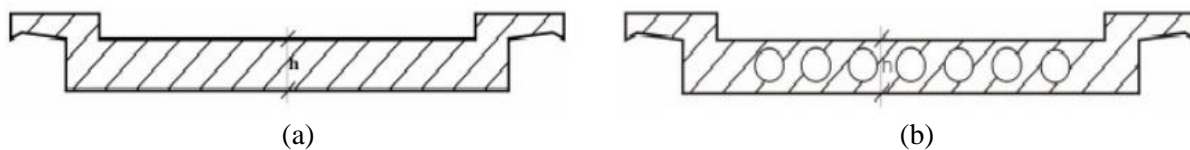
As pontes em laje não possuem vigamentos na sua seção transversal, podendo ter um sistema estrutural simplesmente apoiado ou contínuo. As vantagens da utilização deste sistema é a simplicidade no sistema de fôrmas, armaduras e concretagens, facilitando a execução e agilizando o processo. Outras vantagens, que podem ser citadas, são: grande resistência à torção e grande resistência à fissuração. Por outro lado, a grande desvantagem da utilização de pontes em laje é o elevado peso próprio, inviabilizando sua utilização em estruturas de grandes vãos (VITORIO, 2002).

A estrutura pode ser formada por elementos pré-moldados ou moldados no local. Conforme Mason (1977), estas pontes são indicadas para atender pequenos vãos, de 10 à 30 metros, e pequenas relações altura/vão. As lajes podem ser maciças ou vazadas, visando reduzir o peso próprio.

As **lajes maciças**, quando executadas em concreto convencional, podem atingir vãos de até 15 m com uma relação altura/vão de no máximo  $1/24$ . Já, quando executadas em concreto protendido, essa relação é de  $1/30$  podendo chegar a vãos de 36 m. Conforme o DNER (1996), “a laje maciça é especialmente indicada para pontes esconsas, pontes de largura variável e pontes de plantas irregulares”. Detalhe de ponte em laje maciça pode ser observado na figura 2.4(a).

As **lajes vazadas**, como ilustrado na figura 2.4(b), são indicadas para vãos maiores que 12 m. Segundo DNER (1996), para aberturas com até 60% da espessura total da estrutura, a laje pode ser calculada como isótropa, ou ortótropa. Para aberturas maiores, o tabuleiro deverá ser calculado como estrutura celular.

Figura 2.4 – Seção transversal de ponte em laje (a) maciça e (b) vazada



(fonte: VITÓRIO, 2002)

### 2.3.2 Ponte em viga

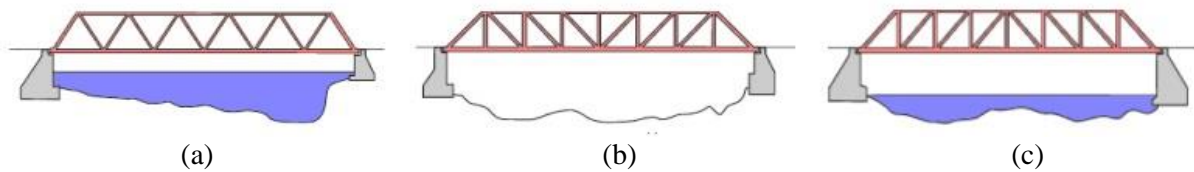
Basicamente, uma ponte em viga é uma estrutura horizontal rígida apoiada sobre duas colunas, uma em cada extremidade. Estas são capazes de suportar o carregamento permanente e acidental e se caracterizam por apresentarem vinculações que não transmitem momentos fletores da superestrutura para a infraestrutura. As vigas principais, que suportam o tabuleiro, são denominadas de longarinas e costuma-se utilizar transversinas para aumentar a rigidez do conjunto. Em geral, são mais trabalhosas que estruturas em laje, acarretando em maior tempo de projeto e execução, e maior custo (ROSEMBLUM, 2009).

A altura das vigas pode ser constante ou variável. A escolha fica a critério da que melhor se ajustar à variação dos momentos fletores. Por exemplo, em vigas simplesmente apoiadas sem balanços, o momento fletor diminui no sentido do meio para os apoios, podendo, assim, reduzir a altura da viga nos apoios. Já para vigas contínuas, Gerber e simplesmente apoiadas com balanços, a altura é menor no meio e vai aumentando em direção aos apoios. A principal desvantagem está no uso ineficiente do material da alma, pois a proporção de material empregado é muito maior do que a quantidade de material utilizado em um arco ou em qualquer outra estrutura que é solicitada, preferencialmente, de forma axial (O'CONNOR, 1976).

Pontes em viga de alma vazada (treliçada) são estruturas mais leves, econômicas e de execução mais rápida. Segundo O'Connor (1976), uma ponte em treliça permite uma altura maior que uma ponte em viga de alma cheia, apresentando, assim, deformações reduzidas. Normalmente, estas são construídas de aço ou madeira e apresentam a seguinte classificação (figura 2.5):

- a) *Treliça Warren*: estrutura simples e contínua, sem elementos verticais, empregada para vencer pequenos vãos, entre 50 e 100 m de comprimento;
- b) *Treliça Pratt*: possui elementos diagonais, sujeitos a forças de tração e elementos verticais resistentes a força de compressão, permitindo que as diagonais sejam mais finas, levando à redução do custo de projeto;
- c) *Treliça Howe*: os elementos diagonais estão dispostos na direção contrária ao centro do vão, suportando as forças de compressão e necessitando perfis maiores. É empregada em vãos de até 500 m.

Figura 2.5 – Esquema de pontes em (a) treliça *Warren*, (b) treliça *Pratt* e (c) treliça *Howe*

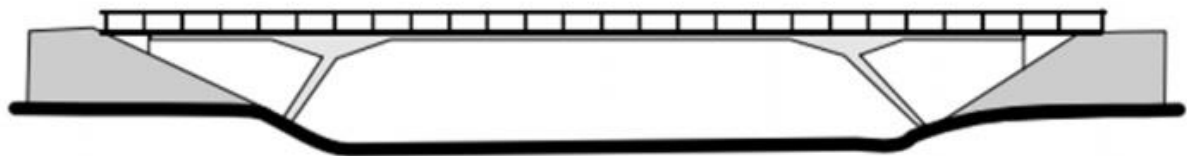


(fonte: ROSEMBLUM, 2009)

### 2.3.3 Ponte em pórtico

Nas pontes em pórtico, a superestrutura e a mesoestrutura estão monoliticamente ligadas, eliminando-se o uso de aparelhos de apoio, tornando-a uma estrutura de fácil manutenção. Isto é conveniente quando há pilares esbeltos e existe a necessidade da redução do comprimento de flambagem (característica do pilar bi-engastado), ou quando se deseja ter manutenção mínima, uma vez que inexistem articulações e aparelhos de apoio (MASON, 1977). A figura 2.6 mostra um exemplo simples de uma ponte em pórtico.

Figura 2.6 – Exemplo de uma ponte em pórtico



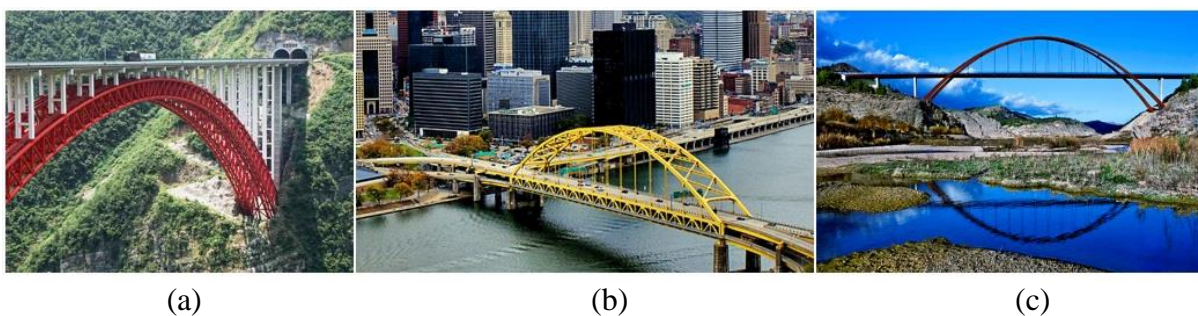
(fonte: DNER, 1996)

### 2.3.4 Ponte em arco

Uma ponte em arco é uma estrutura semicircular que transmite naturalmente seu peso para os suportes localizados em cada uma das suas extremidades. Portanto, as pontes em arco podem ser construídas em concreto armado convencional, aproveitando ao máximo a boa resistência à compressão que o concreto possui, com baixo consumo de material e, ainda, exigindo armações não exageradas nas peças (MORRISSEY, 2000). Segundo Mason (1977), utilizava-se este modelo estrutural em vales profundos ou em cursos de água a vencer, isto é, quando não era possível a implantação de apoios intermediários e escoramentos.

Costuma-se classificar as pontes em arco de acordo com a disposição do tabuleiro. As pontes com tabuleiro superior são sustentadas por montantes, as com tabuleiro inferior são sustentadas por tirantes ou pendurais, e as com o arco intermediário são sustentadas, lateralmente, por montantes e no centro por pendurais. As figuras 2.7(a), 2.7(b) e 2.7(c) mostram, respectivamente, estes três tipos de estrutura de ponte em arco.

Figura 2.7 - Exemplo de ponte em arco (a) inferior – Ponte do Rio *Zhijinghe* (China); (b) superior – *Fort Pitt Bridge* (Pittsburgh, EUA); (c) intermediário – *La Vicaria Bridge* (Espanha)



(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

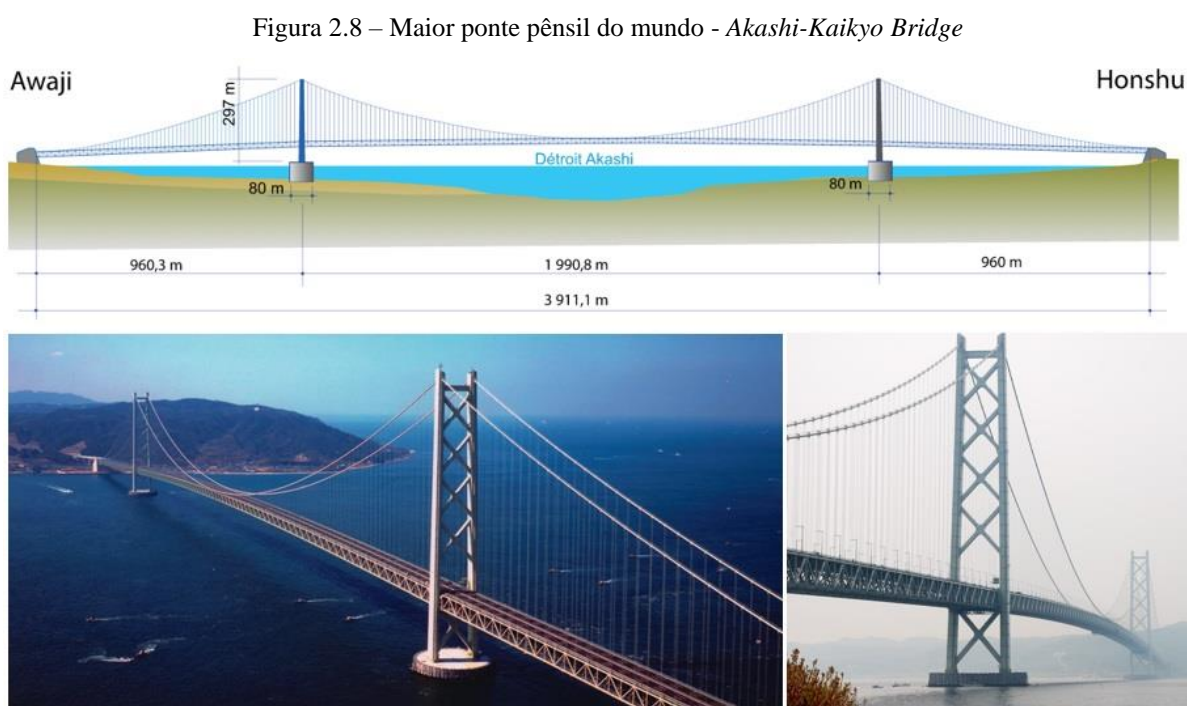
Entre os aspectos positivos da utilização de pontes em arco, pode-se citar: ultrapassagem de grandes vãos, comprovada eficiência estrutural e economia no material de construção. O principal fator limitante para a construção de pontes em arco com vãos maiores é a resistência das fundações aos esforços horizontais. Quanto maior o vão, maiores serão os esforços que as fundações deverão absorver. Por outro lado, o elevado custo de projeto, tanto em relação à sua concepção, quanto execução, e a dificuldade de construção dos arcos são alguns pontos negativos deste tipo estrutural (PFEIL, 1983).



### 2.3.5 Ponte pênsil

Ponte pênsil ou ponte suspensa surgiu a partir do século XIX. Neste tipo de estrutura o tabuleiro é sustentado por cabos metálicos atirantados (pendurais), ligados a dois cabos maiores que, por sua vez, são ligados à torres de sustentação. A principal vantagem deste estilo de estrutura é a possibilidade de vencer grandes vãos.

A Ponte Akashi-Kaikyo, localizada no estreito de Akashi (Japão) é, atualmente, a maior ponte pênsil do mundo, apresentando um vão de 1.991 m de comprimento. A figura 2.8 mostra um corte longitudinal do projeto desta ponte e duas fotos da obra já concluída.



(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

Mason (1977), chama a atenção que a ponte pênsil está sujeita a grandes cargas de vento, apresentando movimentos do tabuleiro que podem tornar o tráfego desconfortável e até perigoso. Por esta razão, é de extrema importância garantir a rigidez à torção do tabuleiro, evitando possíveis movimentos aerodinâmicos que comprometam a estabilidade da estrutura. Segundo O'Connor (1976), esta garantia vem do sistema de vigas no nível do tabuleiro. Conforme o mesmo autor, deve-se seguir uma ordem para a execução da superestrutura que vem a ser: torres, cabos, pendurais e tabuleiro.

### **2.3.6 Ponte estaiada**

As pontes estaiadas são estruturas que consistem basicamente de um tabuleiro (em concreto armado, protendido ou em estrutura metálica), suportado por cabos de aço retos e inclinados, chamados de estais, que são fixados nas torres. Entre suas vantagens estão a capacidade de vencer grandes vãos, esbeltez da seção transversal, economia em material, e estética diferenciada, tornando-se, em muitas cidades, um belo atrativo turístico.

Segundo Mason (1977), em comparação com as pontes pênséis, as pontes estaiadas possuem pendurais mais rígidos, dando maior eficiência em relação à carga móvel sem apresentar instabilidade aerodinâmica. O tabuleiro pode ser de estrutura metálica, de concreto armado ou protendido e apresentam menores flechas, em comparação com as pontes pênséis.

Torneri (2002) comenta que as pontes estaiadas são mais econômicas para vãos inferiores a 1.500 m, devido à maior eficácia dos estais. Em pontes com vão superior a 1.500 m, os esforços normais transmitidos ao tabuleiro pelos estais passam a ser muito elevados, surgindo dificuldades construtivas. Para estes casos recomenda-se a utilização de pontes pênséis. No próximo capítulo serão apresentados aspectos históricos, características estruturais e métodos construtivos das pontes estaiadas.

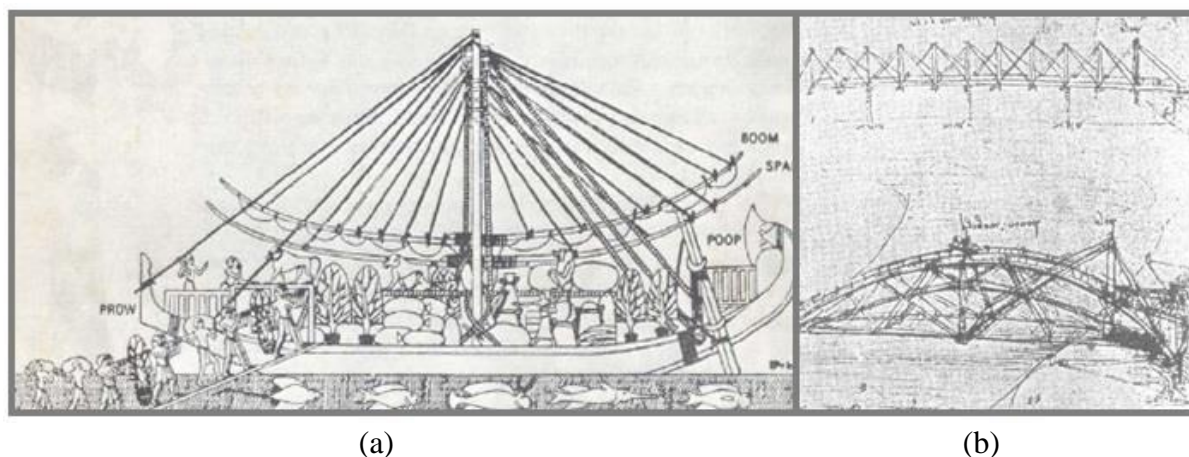
### 3 PONTES ESTAIADAS

Neste capítulo são apresentados: um breve histórico das pontes estaiadas, as características de seus elementos estruturais e os seus principais métodos construtivos. Além disso, estão indicados os detalhes do projeto da Ponte do Saber, que foram importantes para a modelagem numérica e análise de resultados, apresentados no **capítulo 7**.

#### 3.1 ASPECTOS HISTÓRICOS

O princípio estrutural das pontes estaiadas surgiu a partir do século XV com a utilização de cabos de sustentação em passarelas, embarcações e tendas. Com a evolução da tecnologia e dos materiais, houve a possibilidade de aperfeiçoamento destas técnicas e sua utilização nas mais diversas áreas. Assim, as pontes estaiadas surgiram como uma alternativa eficaz para transpor grandes vãos, possibilitando a utilização de estruturas mais leves, esbeltas e econômicas (WITTFOHT, 1984). Segundo Meyer (2011), os egípcios já utilizavam esta morfologia estrutural na sustentação dos mastros em seus barcos a vela (figura 3.1a). O próprio Leonardo da Vinci, entre os séculos XV e XVI, já sugeria este tipo de estrutura em seus esboços, conforme mostra a figura 3.1(b).

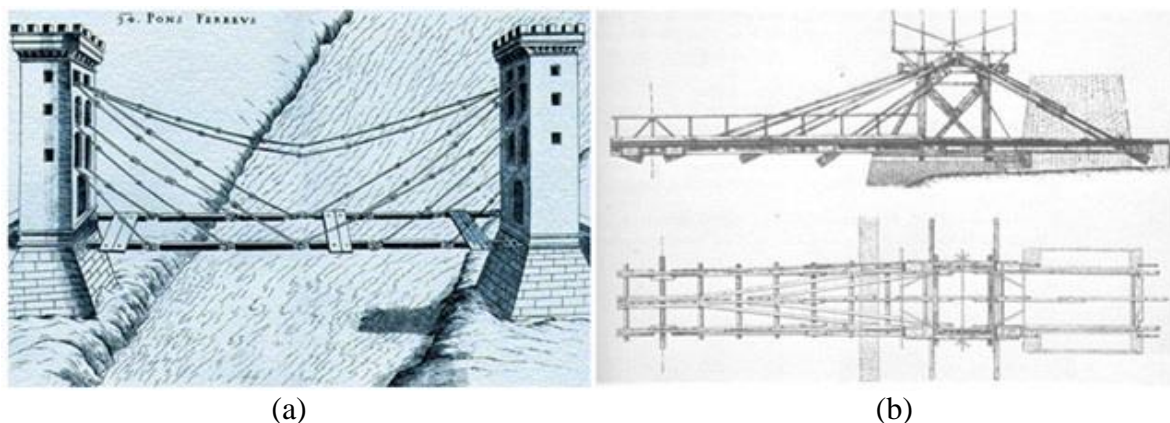
Figura 3.1 – (a) embarcação egípcia construída com estais (b) esboço de Leonardo da Vinci de estruturas com estais



(fonte: MEYER, 2011)

O primeiro registro de utilização de uma ponte do tipo estaiada para transposição de obstáculos é de 1617, quando o croata Faustus Verantius propôs um sistema de pontes que consistia em um tabuleiro de madeira suportado por barras de aço inclinadas, conforme ilustra a figura 3.2(a). Uma das primeiras pontes documentadas, construída com estais, data de 1784 e foi construída toda em madeira, inclusive os estais, por um carpinteiro alemão, chamado C. J. Löscher, na cidade de Fribourg na Suíça. A figura 3.2(b) mostra esta ponte, que tinha um vão de 32 m (TROITSKY, 1977).

Figura 3.2 – (a) sistema proposto por *Faustus Verantius*; (b) croqui ponte estaiada de madeira



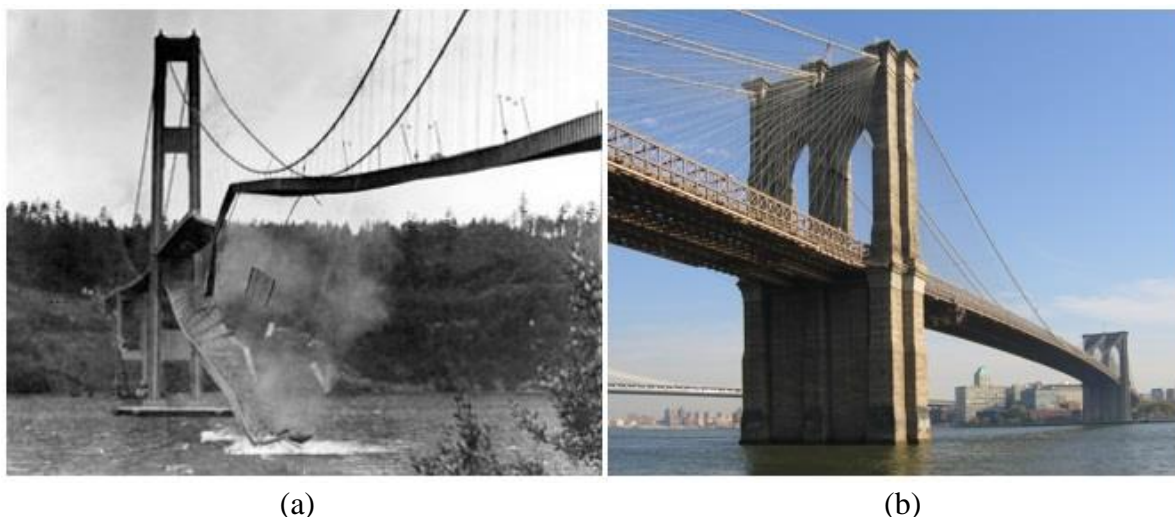
(fonte: TROITSKY, 1977)

Com o avanço das ligas metálicas, os projetos estruturais começaram a se tornar mais viáveis e capazes de suportar maiores esforços e maiores vãos. Em 1817, dois engenheiros britânicos projetaram a *King's Meadows*, uma passarela estaiada com um vão de 33,6 m, usando estais de arame e mastro de ferro em forma celular (MAZARIM, 2011).

Apesar de diversas estruturas apresentarem um comportamento estrutural dentro do esperado, alguns acidentes foram decisivos para o parcial abandono desta técnica durante muitos anos. Estes acidentes, envolvendo as pontes estaiadas e pontes pênséis, ocorreram principalmente pela falta de conhecimento dos aspectos aerodinâmicos destas estruturas. A maneira como o vento provoca efeitos de vibração e ressonância no tabuleiro e nos estais foi uma questão estudada durante muitos anos (LEONHARDT, 1995). Um exemplo clássico é a ponte pênsil Tacoma Narrows, que entrou em colapso quatro meses após sua inauguração, em 1940, devido a oscilações torcionais excessivas do tabuleiro, provocado por ventos de 65 km/h (figura 3.3a).

A construção de pontes de estrutura mista, que utilizam ao mesmo tempo sistemas de cabos pênseis e estais, suspendeu o avanço científico da solução de pontes exclusivamente estaiadas por um grande período. Um exemplo famoso deste tipo de solução estrutural é a ponte do Brooklyn, concluída no ano de 1883 em Nova York. Esta ponte, projetada por John Roebling, apresenta o trecho central de 486,5 m sustentado completamente pelos cabos parabólicos e os trechos próximos aos pilares sustentado por estais protendidos (figura 3.3b). Esta obra é considerada por diversos autores como sendo a primeira obra de arte especial onde os estais ocupam um papel importante, suportando quase a totalidade de cargas permanentes (TORNERI, 2002).

Figura 3.3 – (a) colapso Ponte Tacoma Narrows; (b) *Brooklyn Bridge*



(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

Em 1938 o engenheiro alemão Franz Dischinger projetou uma ponte com 409,85 m de vão central sobre o rio Elba na Alemanha, utilizando cabos parabólicos, cabos verticais e estais pré-tensionados. Através deste projeto, ele descobriu que estes cabos protendidos melhoravam de forma significativa a rigidez e a estabilidade aerodinâmica da ponte (DISCHINGER, 2014).

Em 1955, Dischinger entregou o projeto da ponte Stromsund (figura 3.4a), estruturada inteiramente em aço, vencendo um vão de 182 m. Mesmo possuindo um grande espaçamento dos pontos de fixação dos estais no tabuleiro, esta ponte é considerada pelos autores uma das primeiras pontes estaiadas modernas do mundo. Outra ponte que também é considerada uma das primeiras pontes estaiadas modernas, é a ponte que atravessa o canal de Donzère, na França.

Esta ponte, finalizada em 1952, é formada por uma estrutura mista de concreto e aço, e apresenta um vão central de 81 m (figura 3.4b).

Figura 3.4 – (a) Ponte Stromsund, Suécia (b) Pont Donzère-Mondragon, França



(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

O maior desenvolvimento destas pontes ocorreu nos anos após a Segunda Guerra Mundial, quando estradas, cidades e pontes necessitavam ser reconstruídas. Desta forma, as pontes estaiadas começaram a ser amplamente utilizadas, principalmente na Europa e na América do Norte, mostrando-se um sistema econômico e apresentando uma estrutura mais leve e uma rigidez suficiente para vencer o vão necessário (MAZARIM, 2011). O quadro 3.1 indica algumas pontes estaiadas que foram destaque pela inovação no período pós-guerra.

Quadro 3.1 – Pontes estaiadas no período pós-guerra

VÃO (m)	PONTE	LOCAL	ANO
260	Theodor Heuss	Alemanha	1957
235	Maracaibo	Venezuela	1962
280	Friedrich Ebert	Alemanha	1967
319	Knee	Alemanha	1969
282	Wadi-Kuf	Líbia	1971
258	Oberkassel	Alemanha	1973
320	Brotonne	França	1977
368	Düsseldorf Flehe	Alemanha	1979

(fonte: MAZARIM, 2011)

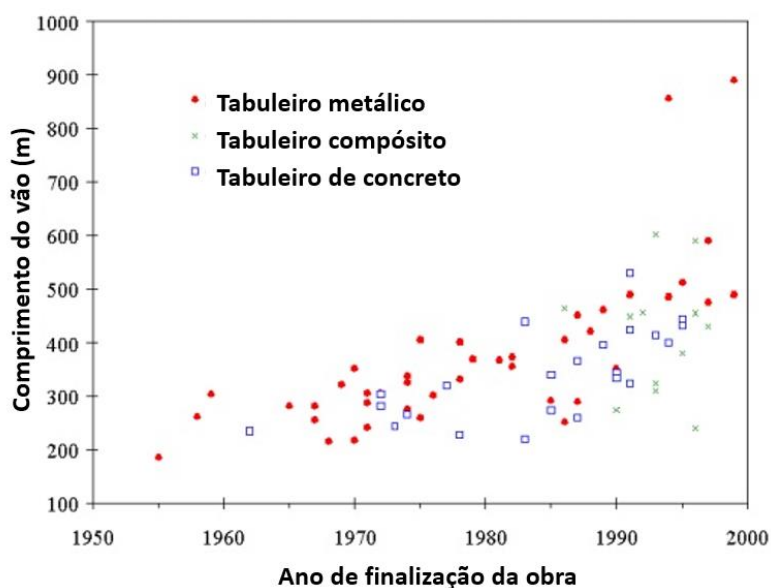
Fritz Leonhardt, um dos grandes pesquisadores da época, provou que a utilização de formas aerodinâmicas é muito mais vantajosa do que a utilização de seções com elevada rigidez, contribuindo com a redução do peso da estrutura. O desenvolvimento da teoria do cálculo e estabilidade destas estruturas, acompanhada pela melhoria dos processos de solda e da qualidade dos aços, permitiu um importante avanço no desenvolvimento deste sistema estrutural (MEYER, 2011).

A partir da década de 70, as pontes estaiadas foram tornando-se estruturas mais esbeltas, utilizando de maneira mais racional e consciente as propriedades físicas dos materiais empregados. Grande parte deste progresso veio devido ao avanço dos métodos de dimensionamento destas estruturas, além da experiência adquirida com o grande número de pontes executadas no período pós-guerra (MAZARIM, 2011). Mazarim (2011) complementa que mesmo assim:

[...] durante as décadas de 70 e 80, os vãos atingidos pelas pontes estaiadas no período não avançaram muito além dos 500 m. Quando era necessário transpor um vão maior que este, a solução de ponte pênsil ainda se mostrava mais viável, tanto técnica quanto financeiramente.

No gráfico da figura 3.5 é possível visualizar a relação do tipo de material utilizado nas pontes estaiadas e os vãos atingidos entre os anos de 1950 e 2000. Observa-se que a partir da década de 90 começa a surgir pontes com vãos superiores a 500 m (KAROUMI, 1998).

Figura 3.5 – Gráfico da evolução das pontes estaiadas em relação aos vãos



(fonte: KAROUMI, 1998)

No quadro 3.2 estão indicadas as dez pontes estaiadas que apresentam os maiores vãos até os dias de hoje (LBE, 2014). Observa-se que a partir da década de 90, as pontes mostraram um rápido desenvolvimento, apresentando vãos cada vez maiores. Atualmente, a ponte estaiada com maior vão é a Russky Bridge, localizada na Rússia, com vão de 1.104 m.

Quadro 3.2 – Pontes estaiadas com os maiores vãos

VÃO (m)	PONTE	LOCAL	ANO
1104	Russky	Rússia	2012
1088	Sutong	China	2008
1018	Stonecutters	China	2009
926	Edong	China	2009
890	Tatara	Japão	1999
856	Pont de Normandie	França	1995
818	Jiuliang	China	2012
816	Jiangsha	China	2009
800	Incheon	Coreia do Sul	2009
737	Zoloty Rog	Rússia	2011

(fonte: LBE, 2014)

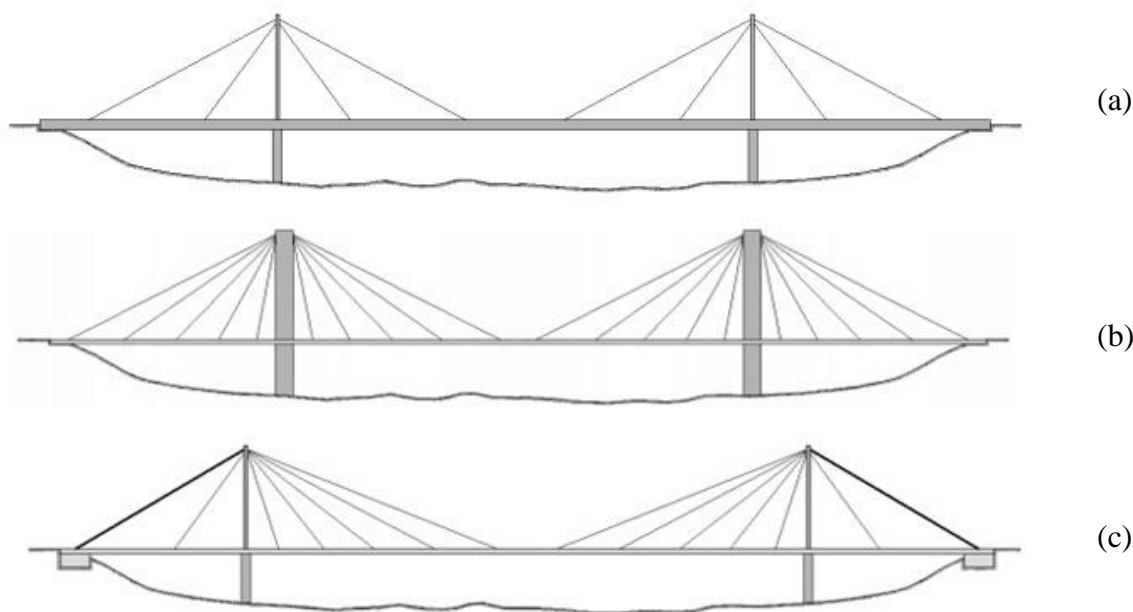
### 3.2 CONCEPÇÃO ESTRUTURAL

De acordo com Gimsing (2012), as pontes estaiadas são sistemas que oferecem inúmeras possibilidades de concepções estruturais e aplicações inovadoras, sendo papel do projetista combinar estas possibilidades com intuito de otimizar o seu comportamento global. Além do estudo da melhor geometria estrutural, também é muito importante o conhecimento de todos os componentes estruturais empregados e a característica de cada material.

Walther et al (1999) ilustra três concepções estruturais, em relação à disposição dos estais, que ajudam a esclarecer como as propriedades de cada elemento alteram o caminhamento das cargas e modificam o comportamento estrutural global da estrutura. Na figura 3.6 estão representadas estas três categorias estruturais e nos itens 3.2.1 a 3.2.3 são apresentadas suas características.



Figura 3.6 – Concepções estruturais (a) categoria 1, (b) categoria 2, (c) categoria 3



(fonte: WALTHER et al, 1999)

### 3.2.1 Categoria 1

Nesta categoria o tabuleiro é muito rígido e o espaçamento longitudinal dos estais é grande, fazendo com que grande parte da carga caminhe pelas vigas longitudinais, causando elevados momentos fletores. Ou seja, as torres e os estais são submetidos a esforços menores, permitindo, assim, seções mais esbeltas destes elementos.

Esta concepção estrutural foi muito usada durante a construção das primeiras pontes estaiadas modernas, que apresentavam vãos menores. Quando há a existência de grandes vãos, este tipo de solução não é aconselhável, pois, com os grandes espaçamentos entre os pontos de fixação dos estais, o tabuleiro passa a ter a necessidade de uma elevada rigidez às flexões longitudinais.

Outro fator negativo deste tipo de geometria é em relação ao método construtivo, tornando-se necessário construir uma grande extensão de tabuleiro até que se atinja o próximo ponto de fixação do estai. Um exemplo típico desta categoria é a ponte Theodor Heuss, construída em 1957 na Alemanha. Na figura 3.7 pode-se visualizar esta obra de arte especial projetada por Fritz Leonhardt, Erwin Beyer e Louis Wintergerst. Esta ponte apresenta uma estrutura metálica com um vão principal de 260 m sobre o Rio Reno.

Figura 3.7 – *Theodor Heuss Bridge*

(fonte: GRASSL, 2014)

### 3.2.2 Categoria 2

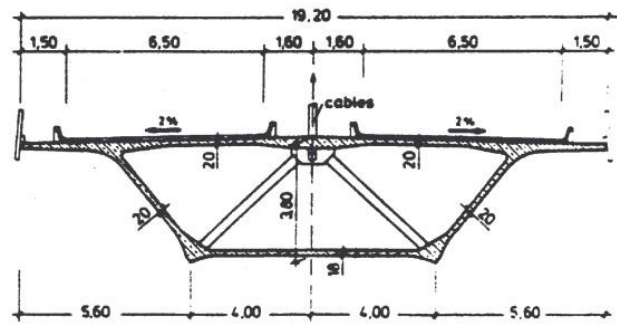
Na categoria 2 os estais têm uma responsabilidade maior pelo carregamento atuante no tabuleiro, pois apresentam espaçamento menor entre os pontos de ancoragem. Como a flexão longitudinal atuante é reduzida, o tabuleiro passa a ter uma geometria mais leve e esbelta, contribuindo significativamente com o fator estético. Outro fator importante é a maior verticalidade dos estais, reduzindo, de forma significativa, os esforços horizontais que surgem no tabuleiro.

Este tipo de geometria favoreceu o uso do método dos balanços sucessivos, permitindo que os tabuleiros sejam executados a partir das torres em direção aos vãos. Um exemplo conhecido deste tipo estrutural é a ponte Brotonne, construída na França em 1977. Esta ponte apresenta 320 m de vão principal e seu tabuleiro, em perfil caixão, é formado por elementos pré-moldados protendidos. A figura 3.8(a) mostra uma foto desta estrutura e a figura 3.8(b) indica a seção transversal do tabuleiro.

Figura 3.8 – (a) ponte *Brotonne*, França e (b) seção transversal do tabuleiro



(a)



(b)

(fonte: LEONHARDT; ZELLNER, 1991)

### 3.2.3 Categoria 3

As pontes da categoria 3 são caracterizadas por não apresentarem simetria. As cargas atuantes nestas estruturas são transmitidas para um elemento externo capaz de garantir estabilidade ao conjunto. Estes elementos são chamados de blocos de ancoragem e recebem o carregamento pelos estais de retaguarda, responsáveis por estabilizar a estrutura. Os blocos são estruturas de grandes dimensões e resistem aos esforços provenientes dos estais que sustentam o tabuleiro.

Este tipo de solução é muito útil quando não há a possibilidade da execução de pilares no centro do vão, seja por interferência de alguma estrutura já existente ou devido a fatores topográficos. Como exemplo deste tipo de geometria pode-se destacar a Ponte do Saber, no Rio de Janeiro, e a Ponte Erasmus, na Holanda que se destacam por sua geometria diferenciada (Figura 3.9).

Figura 3.9 - (a) Ponte do Saber e (b) Ponte *Erasmus*

(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

### 3.3 COMPONENTES ESTRUTURAIS

Conforme visto anteriormente, as pontes estaiadas podem variar sua geometria de diversas maneiras, dependendo da necessidade ou do aspecto visual desejado. Para que isso seja possível é de extrema importância o estudo dos seus componentes estruturais: estais, tabuleiro e torre.

Por este motivo, é feita uma análise de maneira isolada de cada componente estrutural que compõe este sistema. Nos itens 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3, segundo Mazarim (2011), são apresentadas as características estruturais referentes aos estais, tabuleiro e torre/mastro/pilone, respectivamente.

#### 3.3.1 Estais

Os estais são os elementos estruturais responsáveis pela transferência do carregamento atuante no tabuleiro para a torre. Segundo recomendações do DNER (1996), os estais devem ter um espaçamento entre seis a doze metros.

Basicamente, estes são formados por três componentes: elementos de tensionamento, sistemas de ancoragem e sistemas de proteção. A figura 3.10 mostra a representação destes elementos no viaduto de acesso à Unisinos, em São Leopoldo/RS.

Figura 3.10 – Representação dos componentes dos estais



(fonte: adaptado de COMITÊ OBRAS BR116, 2016)

Os **elementos de tensionamento** são responsáveis pela suspensão das cargas do tabuleiro até os mastros. Estes elementos podem ser formados por um conjunto de barras ou de cordoalhas, que formam os estais. Na solução com barras rígidas os estais podem ser compostos por barras únicas ou diversas barras paralelas entre si.

A utilização de cordoalhas é a solução mais bem aceita e adotada. As cordoalhas são compostas por um feixe de fios, que são dispostos circundando um núcleo central em uma ou mais camadas (figura 3.11). Os estais são formados pelo conjunto de cordoalhas dispostas de forma helicoidal, obtendo-se o seu diâmetro de acordo com a necessidade de projeto. Na prática, a cordoalha mais usual em estais é a de sete fios com aço de relaxação baixa e diâmetro nominal de 15,7 mm.

Figura 3.11 – Exemplo de seções de cordoalhas



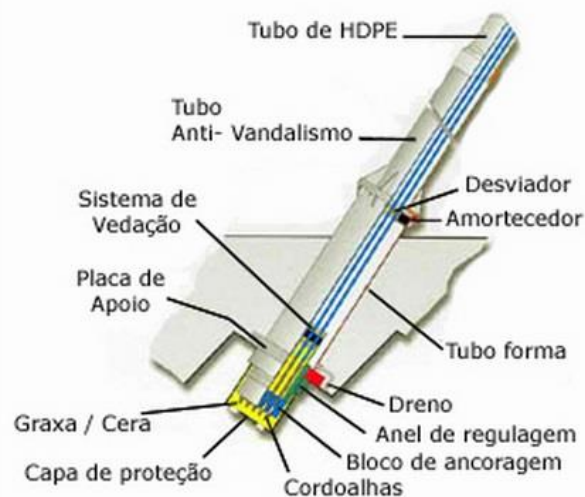
(fonte: MAZARIM, 2011)

Os tipos de **ancoragem dos estais** variam de acordo com a tecnologia que cada empresa utiliza. De forma geral, os sistemas de ancoragem devem ser capazes de realizar ajustes ao longo da execução da ponte, mantendo as tensões e o nivelamento dos estais e tabuleiro. Estas

ancoragens também são importantes para futuras manutenções da ponte. Muitos fabricantes internacionais, como a empresa italiana *Tensacciai*, através de sua associação com a empresa brasileira Protende, oferecem uma gama de unidades de ancoragem certificadas, com dimensões preestabelecidas para atender os mais variados tipos de projetos. No caso específico da empresa italiana, existem ancoragens no padrão de 4 a 169 cordoalhas (GOMES, 2013).

A **proteção** mais largamente utilizada nos estais são tubos de polietileno de elevada resistência mecânica, que são resistentes à ação de raios ultravioleta e protegem o aço contra corrosão e efeitos do tempo. Esta proteção também é muito explorada do ponto de vista estético, utilizando cores de acordo com o idealizado do projeto arquitetônico. Além deste sistema, ainda há a opção de galvanização das cordoalhas, mantendo-as expostas. O **tubo anti-vandalismo** (figura 3.12) também vem sendo utilizado. Este consiste em um tubo de aço de elevada resistência utilizado até uma altura suficiente para que os estais não sofram com a ação de vândalos. A FIB (2005) especifica que esta proteção deve ser instalada sem interferir no funcionamento do estai, ou seja, não impondo forças ou deslocamentos.

Figura 3.12 – Sistema de ancoragem e proteção dos estais



(fonte: PROTENDE, 2014)

Para a realização de um pré-dimensionamento dos estais, é comum realizar simplificações de cálculo, a fim de determinar um estudo de viabilidade inicial e estimar as forças nos estais para a construção de um primeiro modelo numérico. Segundo Gomes (2013), o tabuleiro é considerado como uma estrutura contínua sobre apoios elásticos e a força dos estais pode ser estimada através da expressão 3.1. O autor ressalta que este procedimento, na prática, leva a

um superdimensionamento dos estais nos vãos laterais e a um subdimensionamento dos estais do vão central.

$$N_i = \frac{G + Q}{\text{sen}\alpha_i} \quad (3.1)$$

Onde:

- $G$ : carga permanente;
- $Q$ : carga variável;
- $\alpha_i$ : inclinação do estai  $i$  com o plano horizontal.

Para a avaliação da seção transversal, Walther et al (1999) recomenda a utilização do parâmetro indicado na equação 3.2. Este parâmetro indica se o critério predominante para o dimensionamento dos cabos será resistência ou fadiga. Em pontes rodoviárias com tabuleiro de concreto, por exemplo, o critério de resistência é o predominante, sendo que este parâmetro varia entre 0,2 a 0,3. Já para pontes ferroviárias com tabuleiro metálico, este parâmetro varia entre 1,0 a 2,0, indicando que critério de fadiga é o predominante.

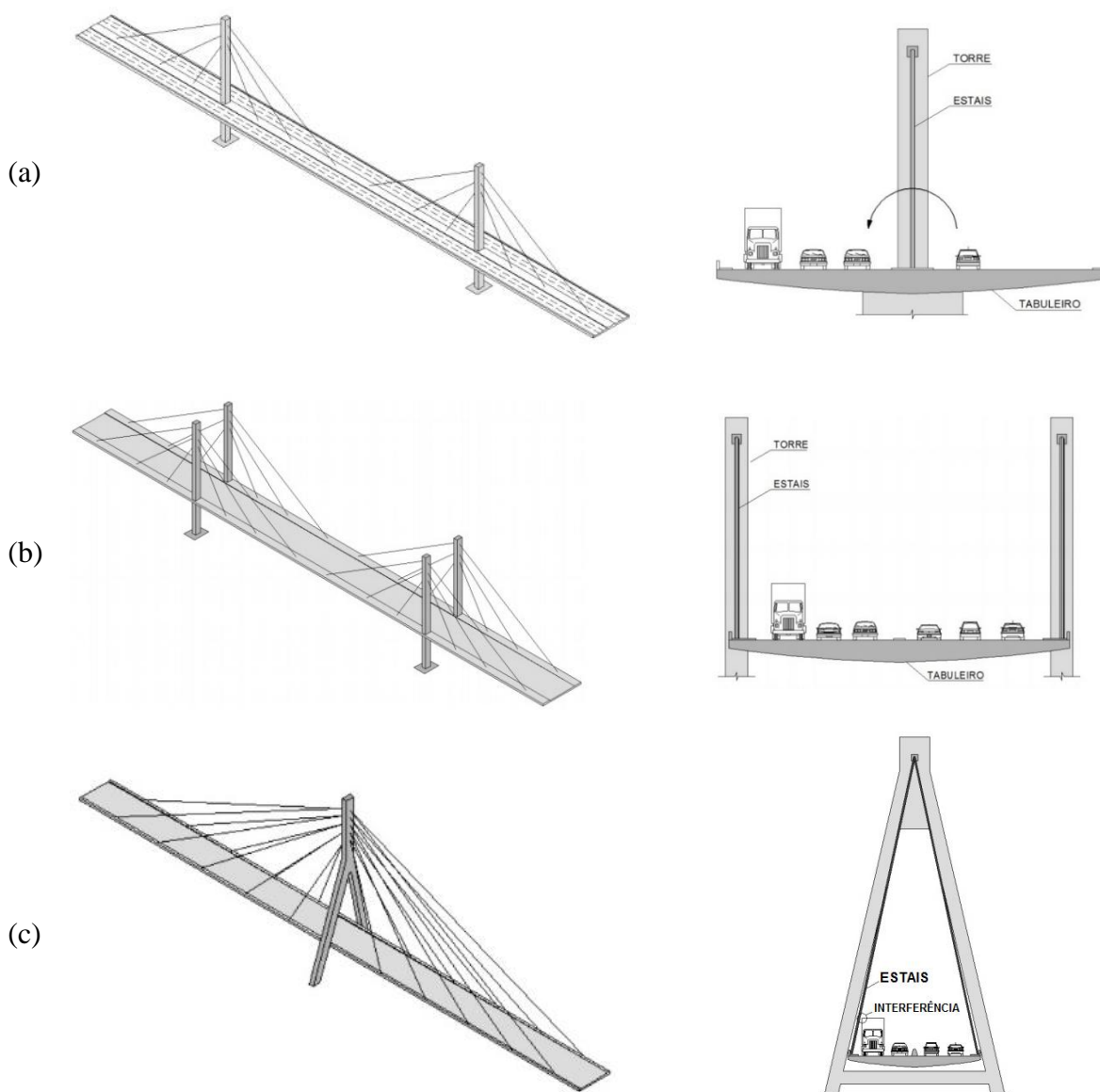
$$\vartheta = \frac{Q}{G} \quad (3.2)$$

A disposição transversal e longitudinal dos estais nas pontes estaiadas será responsável pela definição do seu desempenho estrutural, do custo de execução e projeto, da rigidez das peças e da metodologia construtiva. As geometrias mais comuns e mais aceitas estão descritas nos itens 3.3.1.1 e 3.3.1.2.

#### 3.3.1.1 Distribuição transversal dos cabos

Segundo Gimsing (2012), a distribuição transversal dos cabos pode ocorrer de diversas maneiras, cada uma com suas vantagens e desvantagens, sejam estas visuais ou estruturais. Entre as geometrias mais utilizadas, atualmente, pode-se citar: (a) plano vertical central único, (b) dois ou três planos verticais de apoio e (c) dois planos inclinados de apoio (figura 3.13).

Figura 3.13 – Distribuição transversal dos cabos (a) plano vertical central único, (b) dois planos verticais de apoio, (c) dois planos inclinados de apoio



(fonte: MAZARIM, 2011)

As pontes com um **plano central de cabos** mostram-se estruturas sensivelmente esbeltas e agradáveis aos olhos. Do ponto de vista estrutural, estas apresentam dois pontos negativos. Um deles, é a rigidez do tabuleiro que controla os efeitos de torção e a estabilidade estrutural. Como a suspensão do tabuleiro é feita apenas pelo seu apoio central, quando há a aplicação de cargas acidentais assimétricas no tabuleiro, surgem esforços de torção consideráveis.

O segundo aspecto negativo é que apenas um plano de suspensão resiste à carga transmitida para os cabos. Ou seja, a força que passa pelos estais é extremamente alta, necessitando-se de



estais com maior diâmetro e ancoragens mais resistentes. Um exemplo deste tipo de distribuição é visto na *Sunshine Skyway Bridge*, na Flórida (figura 3.14a).

A solução com **dois planos verticais de apoio** apresenta duas grandes vantagens. Uma delas é em relação à largura do tabuleiro, que é ideal para absorver os esforços de torção gerados, principalmente, por cargas dinâmicas e assimétricas. E, ainda, se torna extremamente útil quando o projeto prevê um número maior de faixas de rodagem. A outra grande vantagem desta geometria é que a mesma possibilita o posicionamento dos mastros pelo lado de fora do tabuleiro, evitando uma possível interferência do mastro com as faixas de rodagem.

Nesta geometria, o esforço predominante é a flexão transversal do tabuleiro, podendo ser comparado a uma laje biapoiada. No caso da utilização de tabuleiros largos, pode-se utilizar o sistema de protensão transversal, a fim de reduzir os efeitos da flexão, adotando tabuleiros mais leves e esbeltos. Um exemplo deste tipo de solução pode ser visto na Ponte Barrios de Luna, na Espanha (figura 3.14b).

No sistema de **dois planos inclinados de apoio**, geralmente, utilizam-se torres com a geometria em formato de A. Esta solução é vantajosa pela não interferência das torres com o tabuleiro e se mostra bem agradável do ponto de vista estético. Uma desvantagem deste sistema é a possível interferência dos cabos com o gabarito rodoviário da ponte. Este tipo de interferência se mostra mais claro e evidente em pontes com dimensões mais reduzidas, e, principalmente, quando os pilares são baixos, forçando uma inclinação indesejada dos estais. Um exemplo deste sistema pode ser visto na figura 3.14c, a *Tatara Bridge*, construída em 1999 no Japão.

Figura 3.14 – Exemplo de distribuição transversal dos cabos (a) *Sunshine Skyway Bridge*, (b) Ponte Barrios de Luna, (c) *Tatara Bridge*



(a)



(b)



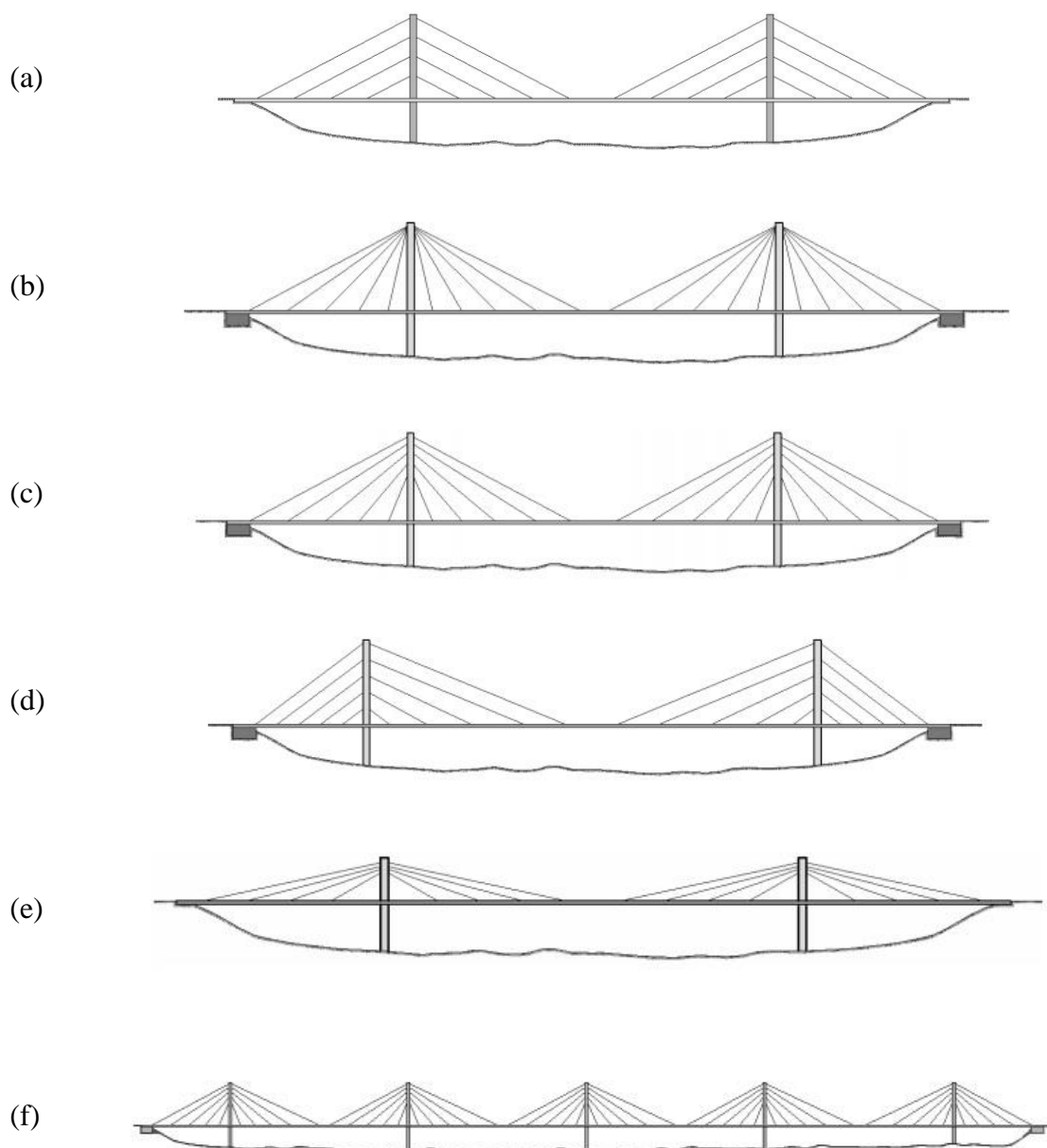
(c)

(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

### 3.3.1.2 Distribuição longitudinal dos cabos

Além da distribuição transversal dos cabos, também deve-se analisar como será feita sua distribuição longitudinal, observando as necessidades do projeto e o efeito visual desejado. As geometrias mais comuns são as seguintes: harpa, leque, semi-harpa, assimétrica, extradorso e múltiplos vãos. Na figura 3.15 é representado um croqui de cada tipo de geometria.

Figura 3.15 – Distribuição longitudinal dos cabos (a) harpa, (b) leque, (c) semi-harpa, (d) assimétrica, (e) extradorso e (f) múltiplos vãos



(fonte: MAZARIM, 2011)

Na geometria em **Harpa** os cabos são distribuídos de forma igual, sendo paralelos entre si e ancorados nos pilares. Como esta solução é a mais aceita no ponto de vista da estética, muitas pontes foram concebidas desta maneira, mesmo não sendo a geometria mais eficiente, uma vez que quanto maior a inclinação dos estais, menor a sua eficiência. Para os carregamentos permanentes, as forças verticais são encaminhadas para a fundação e os esforços horizontais atuando no mastro ficam em equilíbrio estático. Quando se tem cargas assimétricas, esforços horizontais são introduzidos nos pilares, exigindo uma maior rigidez, tornando-o mais robusto que em outras distribuições geométricas. Na figura 3.16(a), tem-se um exemplo deste tipo estrutural, a Ponte Kniebrücke, localizada na Alemanha.

Na geometria em **Leque** os estais são fixos no topo dos pilares e apresentam uma maior verticalidade. Por este motivo, os esforços horizontais introduzidos no tabuleiro pelos estais são reduzidos, evitando acúmulos de tensões nas ancoragens no tabuleiro. Outra vantagem é que a flexão dos mastros não é tão elevada quanto no sistema em harpa, uma vez que os cabos introduzem esforços horizontais menores. A utilização de estais com pequenos diâmetros é possível graças ao reduzido espaçamento dos estais ao longo do tabuleiro, ajudando, desta forma, no efeito estético de transparência.

Por outro lado, a principal desvantagem deste sistema é no projeto e execução das ancoragens dos cabos no topo do pilar. Devido à grande complexidade, o custo, tanto no cálculo dos esforços, quanto na execução detalhada da ancoragem de cada cabo neste trecho, torna-se extremamente elevado. Além disso, o emaranhado de cabos no topo dos pilares apresenta um visual menos leve que o sistema em harpa. A *Ed Hendler Bridge*, considerada a primeira ponte estaiada dos Estados Unidos, representa um exemplo de ponte em Leque (figura 3.16b).

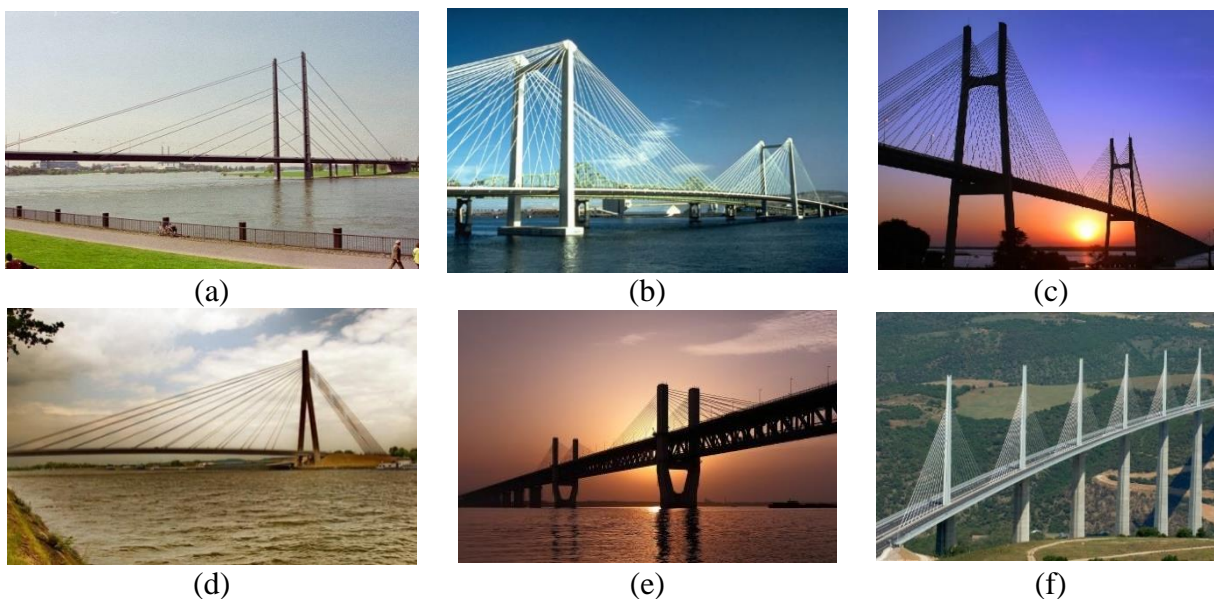
A concepção **Semi-harpa** é uma solução intermediária entre o sistema Harpa e Leque, aproveitando-se das melhores qualidades de cada um. Gimising (2012) nomeia este mesmo sistema de semileque. A distribuição das ancoragens ao longo do pilar faz com que estas ligações se tornem menos complexas. Além disso, a inclinação variável dos cabos faz com que os esforços horizontais aplicados no tabuleiro sejam menores, bem próximos aos da geometria em leque. Por estes motivos, esta solução tem-se mostrado a mais difundida no mundo inteiro. Como exemplo deste modelo estrutural, pode-se citar a *Puente Rosario-Victoria*, localizada na Argentina (figura 3.16c).

A solução **Assimétrica** é muito útil quando existem interferências geométricas ou topográficas no projeto, impedindo que a estrutura tenha seus carregamentos permanentes auto equilibrados em torno dos mastros. Desta forma, os estais de retaguarda, que equilibram o sistema, ficam ancorados em blocos de ancoragem. Estas estruturas auxiliares são peças de concreto de grandes dimensões, e seu peso próprio é capaz de resistir aos esforços provenientes dos cabos. A *Pont de Lanaye* da Bélgica representa um exemplo de ponte assimétrica (figura 3.16d).

No modelo estrutural **Extradorso** a torre é mais baixa que nas pontes estaiadas comuns. Este sistema é, frequentemente, utilizado quando existem limitações de altura, como, por exemplo, em zonas próximas a aeroportos. Como os cabos que chegam ao tabuleiro têm ângulos pequenos, os esforços de compressão no tabuleiro tornam-se bem maiores. A ponte chinesa *Wuhu* é um dos exemplos de ponte extradorso (figura 3.16e).

A solução com múltiplos vãos pode utilizar qualquer uma das geometrias descritas anteriormente, porém de forma repetida. Este tipo de ponte vem sendo largamente usado principalmente nas regiões onde se tem grandes vãos, tais como vales, rios e grandes montanhas. Um exemplo tradicional é o *Viaduto de Millau*, na França (figura 13.6f).

Figura 3.16 – Exemplos de distribuição longitudinal dos cabos (a) *Kniebrücke* – Alemanha (b) *Ed Hendler Bridge* - EUA, (c) *Puente Rosario-Victoria* – Argentina, (d) *Pont de Lanaye* – Bélgica, (e) *Ponte Wuhu* - China e (f) *Millau Viaduct* - França



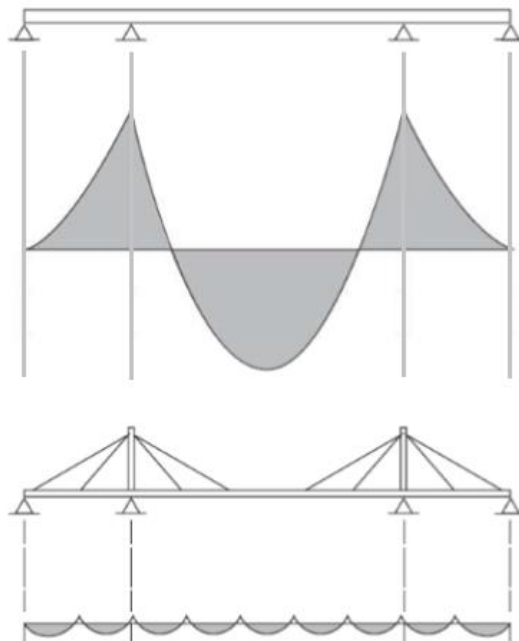
(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

### 3.3.2 Tabuleiro

Os tabuleiros, ou também conhecidos como vigas de enrijecimento, das primeiras pontes estaiadas eram construídos em estrutura metálica, pois precisavam ser suficientemente rígidos para resistir aos esforços de flexão longitudinal, que surgiam devido ao grande espaçamento dos pontos de fixação dos estais. Ao passar do tempo, com o avanço nas modelagens numéricas, houve um aperfeiçoamento na geometria utilizada, passando-se a conceber estruturas mais aerodinâmicas.

A função principal do tabuleiro é absorver as cargas permanentes e as cargas móveis, transferindo-as para os pontos de ancoragem dos estais. A figura 3.17 mostra os diagramas de momentos fletores, para cargas permanentes, de uma viga contínua em comparação com o de um tabuleiro estaiado. Observa-se que, quanto maior o número de apoios, ou seja, maior o número de estais, menores são os valores de flexão.

Figura 3.17 – Diagramas de momentos fletores para carga permanente



(fonte: GIMSING, 2012)

O sistema estrutural, o método construtivo e o custo total da obra influenciam de forma direta a escolha do material a ser utilizado. Os tipos de tabuleiros a serem estudados são: tabuleiro de concreto, tabuleiro metálico e tabuleiro misto de concreto e aço. A seguir são analisadas as particularidades de cada alternativa.

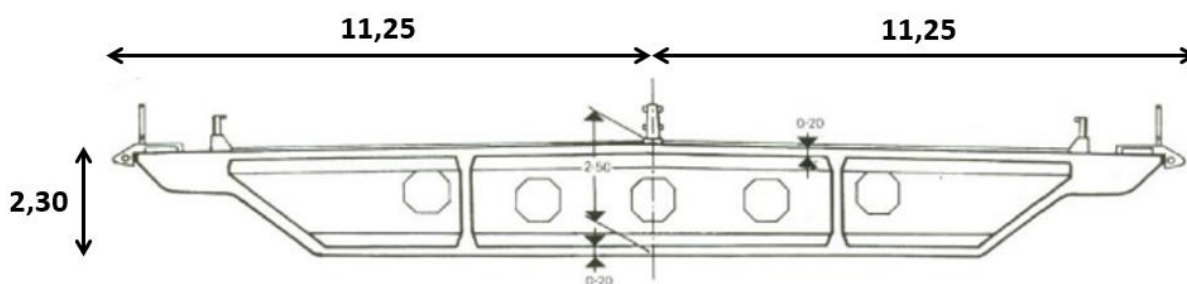
### 3.3.2.1 Tabuleiro de concreto

O **tabuleiro de concreto** das pontes estaiadas pode ser moldado *in loco* ou feito com aduelas pré-moldadas. A principal vantagem na utilização de tabuleiros de concreto é o menor custo, quando comparado aos de aço. No entanto, o maior peso próprio aumenta o dimensionamento das seções transversais dos estais, torres e pilares.

As primeiras pontes estaiadas com seção de concreto eram estruturas extremamente pesadas, de geometria robusta e com custo de execução elevado. Ao passar do tempo, a experiência e a tecnologia se desenvolveram e possibilitaram um dimensionamento mais otimizado, levando em conta aspectos da resistência mecânica, aerodinâmica e peso.

Com o surgimento do concreto protendido, foi possível a utilização de seções transversais mais esbeltas e de seções vazadas. A vantagem no uso deste tipo de seção é a redução do consumo de material, aliviando o peso da estrutura. A utilização do concreto protendido nas pontes estaiadas, gera um melhor aproveitamento da resistência à compressão do concreto, reduzindo os efeitos de flexão do tabuleiro. A Ponte Barrios de Luna é um exemplo de ponte estaiada que usa concreto protendido na sua seção transversal. Esta ponte possui um vão central de 440 m e seção transversal vazada conforme indica a figura 3.18. Nota-se que esta seção de 22,5 m de largura e 2,30 m de altura é esbelta para o seu comprimento de 440 m.

Figura 3.18 – Seção transversal da Ponte Barrios de Luna – Espanha



(fonte: WALTHER et al, 1985)

### 3.3.2.2 Tabuleiro metálico

Os **tabuleiros com seção em aço** foram muito utilizados nas primeiras pontes estaiadas, principalmente pela facilidade de execução e por ser um material bem conhecido e estudado na época. A grande vantagem na utilização deste tipo de tabuleiro está na redução do peso próprio

da estrutura, podendo ser até 80% mais leves que os tabuleiros em concreto. Isto gera uma redução de peso total da estrutura, favorecendo o dimensionamento dos estais, pilares e fundações. Entretanto, o custo do aço e da técnica construtiva são superiores ao de uma estrutura de concreto.

No Brasil, o custo para a execução de pontes estaiadas com tabuleiro metálico é muito elevado devido ao preço cobrado pelo material e pelas empresas que executam este tipo de estrutura. Para pontes de pequenos e médios vãos, onde os estais representam apenas cerca de 10 a 20 % do custo total, a utilização de seções de aço não representa grande economia para os estais. Por outro lado, para pontes com vãos muito grandes, o elevado peso próprio passa a ser uma preocupação fundamental e a utilização de seções de aço torna-se muito atrativa (WALTHER et al, 1985).

Outro fator que se deve chamar a atenção é a verificação da ação do vento na estrutura. Com a redução do peso total, a estrutura torna-se mais suscetível a oscilações, podendo até, em alguns casos, entrar em ressonância. Como exemplo deste tipo de tabuleiro, pode-se mencionar as pontes com grandes vãos: Ponte Stonecutters, Ponte Sutong e Ponte Russky. Na figura 3.19 tem-se representado o tabuleiro da Ponte Stonecutters, localizada em Hong Kong. Ela foi dimensionada para resistir à ação de ventos de até 95 m/s e possui tabuleiro duplo em estrutura metálica, composto por caixões de aço com placas ortotrópicas.

Figura 3.19 – Tabuleiro metálico – Ponte *Stonecutters*



(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

### 3.3.2.3 Tabuleiro misto de concreto e aço

Nos **tabuleiros mistos** é utilizado concreto para a laje e aço para os demais elementos estruturais. As grandes vantagens são: redução do peso próprio da estrutura, facilidades de içamento dos elementos de aço, rapidez de execução e durabilidade da laje de concreto.

As pontes com seções mistas, em geral, não possuem uma boa concepção estrutural. Isto ocorre, pois as vigas longitudinais em aço estão submetidas a elevadas tensões de compressão, acentuadas pela retração e fluência, que podem tornar-se críticas ocasionando problemas de instabilidade local. Recomenda-se, então, a utilização do concreto em todos os elementos altamente comprimidos, como por exemplo a laje e as vigas longitudinais, e do aço nos elementos onde predominam os esforços de tração ou flexão, como as vigas transversais e de contraventamento (WALTHER et al, 1985). A Ponte da Passagem, localizada no Espírito Santo é um exemplo de ponte estaiada com estrutura mista. Ela é composta por mastros metálicos e tabuleiro misto de concreto e aço (figura 3.20).

Figura 3.20 – Ponte estaiada com laje mista – Ponte da Passagem



(fonte: VITORIA, 2014)

### 3.3.3 Torre

As torres ou pilones ou mastros são, geralmente, elementos de grande altura, sendo solicitados, predominantemente, pelo esforço de compressão, gerado pelo peso próprio e pela componente vertical dos estais. Estas torres devem ser projetadas para resistir aos esforços de aceleração e frenagem de veículos, forças do vento e ações sísmicas, garantindo a estabilidade global da estrutura. O comportamento da torre depende de sua interação com todos os demais elementos,



como por exemplo: conexão com o tabuleiro, ligação com o sistema de cabos e condições de vinculação externa de toda a estrutura.

Segundo Gomes (2013), obtém-se uma boa eficiência estrutural quando as solicitações chegam de forma suave no pilone, sem variações bruscas de direção. Desta forma, os efeitos de flexão são minimizados, prevendo-se com maior precisão a estabilidade global da estrutura, facilitando, assim, o seu dimensionamento e detalhamento.

Usualmente, os pilones são construídos em concreto armado, aproveitando a boa resistência do material para absorver os esforços de compressão. Se justificaria, do ponto de vista econômico, uma torre feita em aço, se esta estivesse submetida a condições desfavoráveis de fundação e precisasse ter uma altura consideravelmente elevada (SVENSSON, 2011).

No estudo da **conexão com o tabuleiro**, uma torre esbelta tem pouca resistência às solicitações de momentos fletores longitudinais e necessita de um tabuleiro mais rígido. Já, para uma torre mais rígida, podem-se adotar tabuleiros mais esbeltos, desde que sejam dispostos um número suficiente de estais, de modo que não fiquem submetidos a grandes esforços de flexão.

A **ligação entre o sistema de cabos e a torre** também é um detalhe importante que deve ser analisado. Para o sistema de cabos em harpa, normalmente utilizam-se torres com rigidez à flexão mais elevadas para resistir a cargas assimétricas no tabuleiro. Já no sistema em leque, os momentos fletores longitudinais são transferidos aos cabos de ancoragem, tendo pouca influência a rigidez longitudinal das torres (TORNERI, 2002).

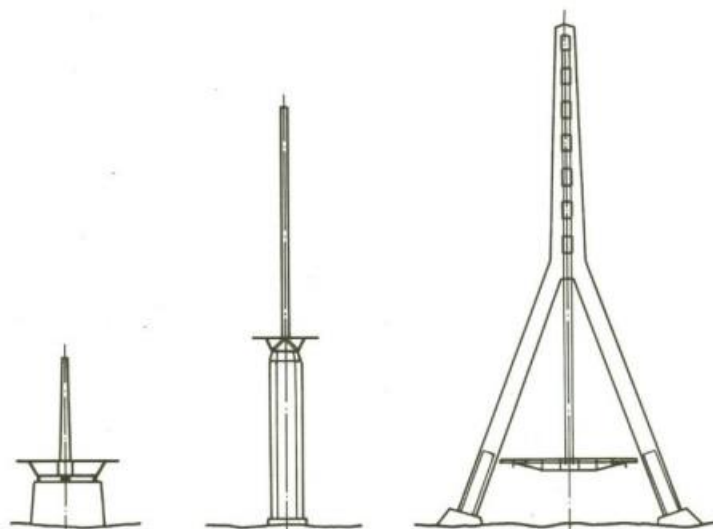
A definição da **altura da torre** está diretamente ligada à configuração dos cabos, ou seja, à inclinação dos estais. Aconselha-se que o ângulo de inclinação entre o cabo mais longo e a horizontal seja superior a 25°, caso contrário, as deflexões no tabuleiro se tornarão muito altas. Segundo Walther et al (1985), adota-se uma altura de torre de 20% a 25% do vão central.

A **seção transversal da torre** depende basicamente da solicitação normal a que ela estará sujeita, sendo predominante sobre as demais. É usual a utilização de seções caixão com elevadas espessuras das paredes.

Segundo DNER (1996), existem dois **tipos principais de torres**: com mastro único ou com dois mastros. As torres com **mastro único** são utilizadas em geral para pontes de pequenos e médios vãos. Nas torres com **dois mastros** recomenda-se o alinhamento do plano de cabos com

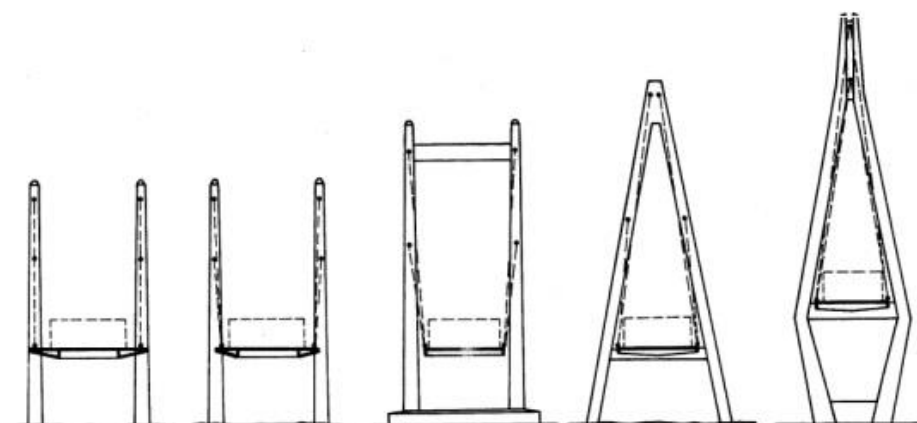
o eixo do mastro, evitando-se a introdução de flexão transversal na torre e grandes deslocamentos. As figuras 3.21 e 3.22 ilustram estes tipos de torres.

Figura 3.21 – Exemplos de torres com mastro único



(fonte: DNER. 1996)

Figura 3.22 – Exemplo de torres com dois mastros



(fonte: DNER. 1996)

Em relação à **vinculação da torre**, existem três tipos básicos. O primeiro corresponde à torre fixa na base, onde são gerados elevados momentos fletores, exigindo um aumento da rigidez da estrutura global. O segundo tipo corresponde à fixação da torre na superestrutura, sendo utilizado em pontes com um único plano de estais e com tabuleiro de seção caixão. E, na terceira condição de apoio, a torre é articulada na base na direção longitudinal, reduzindo os seus

momentos de flexão, utilizado normalmente em estruturas com más condições de solo de fundação.

### 3.4 MÉTODOS CONSTRUTIVOS

O estudo do método construtivo a ser utilizado deve ser feito logo nas primeiras fases do projeto, por influenciar de forma significativa na concepção de ponte. A escolha do melhor processo depende das condições locais, dos custos das diversas soluções possíveis, da segurança durante a construção da obra, dos prazos de execução e da capacidade técnica do empreiteiro (FERRAZ, 2001).

O conhecimento das tecnologias atuais para a construção de pontes estaiadas é de fundamental importância, principalmente para o controle das solicitações que surgem na estrutura durante as etapas de construção. Entre os principais métodos construtivos aplicados pode-se citar: cimbramento geral, balanços sucessivos e lançamentos progressivos.

#### 3.4.1 Cimbramento geral

Este processo é um dos mais antigos e mais utilizados. É recomendado quando a ponte está localizada em uma região de baixo gabarito e solo com boa capacidade resistente. Segundo Almeida (1986 apud MATTOS, 2001), não é recomendada:

[...] a aplicação deste sistema construtivo quando: altura de escoramento elevada ( $H > 15\text{m}$ ); obras com grandes comprimentos ( $L > 400\text{m}$ ); caixas de rios profundos e rios sem regimes bem definidos; rios com grandes velocidades ( $v > 3\text{m/s}$ ); cronogramas de execução apertados.

Neste método, pode-se utilizar o sistema de escoramento fixo ou o sistema de escoramento móvel com fôrmas deslizantes. Como é nesta fase que acontecem muitos acidentes, Mattos (2001) alerta que este tipo de obra exige um cuidado especial com o projeto de escoramentos, devendo ser compatível com o tipo de obra e com o plano de concretagem.

O **escoramento fixo** consiste na montagem de apoios temporários, retirados após a sua utilização, podendo ou não ser reutilizados em outras etapas da construção da ponte. Os tipos

de escoramentos fixos mais comuns são: cimbramento de madeira e cimbramento metálico. Conforme Stucchi (1999) deve-se ter os seguintes cuidados na utilização de escoramentos fixos:

- a) fundações e contraventamento do escoramento;
- b) contra-flechas para compensar recalques ou deformações de vigas e treliças;
- c) cuidados na concretagem: os recalques e deformações devem ocorrer antes do final da concretagem; as juntas devem ser tratadas;
- d) cuidado na desforma: desencunhar do centro para os apoios de todos os vãos e somente depois desmontar o escoramento;
- e) vistoria antes, durante e depois da concretagem.

O **escoramento móvel ou deslizante** consiste em um sistema de treliças móveis em estrutura metálica que é deslocado à medida que a concretagem avança. Conforme Stucchi (1999) deve-se ter os seguintes cuidados na utilização de escoramentos móveis:

- a) escolher a posição da junta e seu tratamento;
- b) influência do método construtivo no cálculo;
- c) interferências que podem prejudicar a movimentação das fôrmas ou da treliça;
- d) levar em conta os mesmos cuidados do escoramento fixo, comentados anteriormente.

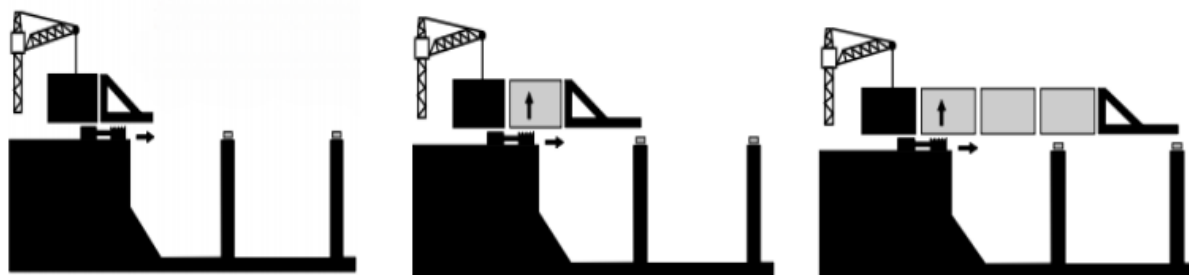
Segundo Ytza (2009), é importante ressaltar que:

[...] esse tipo de solução construtiva provoca uma elevada dificuldade na hora da resolução da estrutura. As pontes estaiadas apresentam uma alta hiperestaticidade e se além desse problema se adiciona a dificuldade do cimbramento, a solução estrutural torna-se muito complexa.

### **3.4.2 Lançamentos progressivos**

Segundo Leonhardt (1979), este processo de construção consiste na execução de segmentos da superestrutura nas margens da obra, sendo empurrados até a posição de projeto, por meio de macacos hidráulicos. Geralmente, os segmentos são executados sobre fôrmas metálicas e concretados sobre o anterior, dando continuidade a armadura. A figura 3.23 mostra um esquema deste método.

Figura 3.23 – Construção por incrementos modulados



(fonte: DNER. 1996)

Entre as vantagens deste método, pode-se citar: eliminação do cimbramento, redução de fôrmas, redução de mão de obra, rápida execução da superestrutura e industrialização da construção. Conforme Souza (1983), este processo construtivo é econômico para vãos entre 30 e 60 metros e ideal para projetos com comprimentos superiores a 150 metros, evitando-se, assim, o uso de pilares provisórios.

Neste tipo de construção a protensão é aplicada em duas etapas. A primeira ocorre na fase construtiva, sendo aplicada em função da variação das solicitações devido ao peso próprio durante a execução da obra. A segunda etapa é aplicada após a execução do tabuleiro, para a complementação da primeira etapa, tendo em vista as solicitações de sobrecarga permanente e carga móvel (ALMEIDA, 2000).

Um exemplo onde foi empregado este método construtivo é famoso *Viaduc de Millau* na França, construído entre 2001 e 2004. Este viaduto, considerado, atualmente, o mais alto do mundo, tem uma extensão total de 2.460 m e uma altura de 270 m no seu ponto mais alto. O mesmo apresenta oito vãos apoiados em sete pilares de concreto, com alturas variando de 77 m à 245 m. Os seis vãos centrais têm 342 m e os dois vãos laterais 204 m. Na primeira etapa, após a concretagem das fundações, foram construídos os pilares *in loco*, através do procedimento de fôrmas deslizantes, agilizando de forma significativa o processo. Alguns pilares treliçados provisórios foram montados para auxiliar no lançamento do tabuleiro metálico através do método de incrementos modulares. No canteiro, eram montadas as partes do tabuleiro metálico e os mastros eram erguidos, juntamente com os estais. O conjunto de 171 m era deslizado sobre os pilares desde a extremidade até a posição de projeto, com a ajuda de GPS e macacos hidráulicos. As figuras 3.24 e 3.25 mostram a etapa de lançamento do conjunto.

Figura 3.24 – Exemplo de construção por incrementos modulados – *Viaduc de Millau*



(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

Figura 3.25 – Exemplo de construção por incrementos modulados – *Viaduc de Millau* – vista frontal



(fonte: WIKIPEDIA, 2014)

### 3.4.3 Balanços sucessivos

Este sistema construtivo foi criado em 1930 pelo engenheiro brasileiro Emílio Baumgart. Ele utilizou este método na construção do vão central da Ponte do Herval, localizada sobre o Rio do Peixe, em Santa Catarina. Sua principal vantagem é a ausência de escoramentos, liberando assim todo o espaço embaixo da ponte. É ideal para pontes que devem transpor vales profundos,

onde o escoramento é impraticável. Apresenta, ainda, um bom rendimento da mão de obra, devido à mecanização do processo, utilizando diversas frentes de trabalho. Ferraz (2001) alerta que é necessária uma grande capacidade técnica do empreiteiro responsável pela obra, devido às dificuldades evidentes da aplicação deste processo construtivo.

Conforme Ferraz (2001), neste processo a obra é construída em segmentos pré-moldados ou moldados no local, denominados de aduelas, que vão avançando sobre o obstáculo a ser vencido. Estas aduelas têm um comprimento de 2 a 5 metros, dependendo da capacidade portante do escoramento superior.

Quando as aduelas são **moldadas *in loco***, a concretagem é executada com o auxílio de fôrmas deslizantes, escoradas nos trechos já construídos. Cada novo trecho é executado no próprio local da obra, exigindo um canteiro de obras mais completo. Assim que a resistência de projeto é atingida, as aduelas são protendidas. Entre as vantagens na concretagem das aduelas *in loco*, tem-se que a armadura passiva é capaz de atravessar a junta entre aduelas e pode-se ter uma diminuição do volume de concreto nos segmentos a medida que se avança para o meio do vão. Os cabos de protensão são locados posteriormente e o tempo de execução de cada aduela varia entre 5 a 10 dias. Este método é muito útil quando as condições geométricas e logísticas da execução da ponte não permitem que as peças sejam içadas até o local da obra (YTZA, 2009).

Segundo Ytza (2009), as aduelas **pré-moldadas** são transportadas:

[...] por meio de treliças metálicas até a extremidade do balanço, onde são protendidas longitudinalmente. Entre as aduelas pode-se usar cola a base de resina epóxi, que serve para lubrificar a superfície, diminuir os efeitos das imperfeições entre as juntas, impermeabilizar a junta e contribuir para a transmissão de tensões de cisalhamento.

Considerando uma estrutura simétrica, o sistema de avanços sucessivos inicia-se de cada apoio do vão e finaliza-se exatamente na metade do vão, evitando-se assim articulações onde poderiam ocorrer futuras patologias. É necessário haver um rigoroso controle na execução, principalmente em relação às deformações para que não ocorram problemas quando os trechos se encontrarem no meio do vão. Recomenda-se que a concretagem do trecho central seja realizada nos períodos com menor variação térmica, a fim de prevenir esforços no trecho até o endurecimento do concreto.

Segundo Mason (1977), após a concretagem do fechamento do vão central surge um esforço denominado de momento de restituição ou hiperestático da deformação lenta ou adaptação por

fluência. Este esforço ocorre em função da alteração do sistema estrutural que impede a deformação diferida do concreto que prosseguiria até sua estabilização final. Com a continuidade central, o aumento da rotação diferida na seção é impedido, surgindo, assim, o esforço hiperestático. Este esforço é nulo no instante da ligação, crescendo progressivamente até um limite em função do fenômeno da relaxação.

Com a finalidade de evitar grandes desequilíbrios entre as cargas, deve-se projetar a obra para que os balanços sejam feitos de forma simétrica em relação ao apoio. Se os balanços forem desiguais ou existir balanço em apenas um vão, pode-se utilizar lastro no vão anterior ao balanço ou ainda estais ajustáveis ao desenvolvimento do vão, sendo suportados por torres provisórias e ancoradas no apoio anterior (MATTOS, 2001).

Um exemplo de estrutura onde foi empregado este método construtivo com aduelas pré-moldadas é a *Rusky Island Bridge*, considerada, atualmente, a ponte estaiada com o maior vão do mundo (figura 3.26). A mesma está localizada na Rússia, na costa do Oceano Pacífico, e apresenta 1.104 m de vão principal, ultrapassando a *Sutong Bridge* na China, que tem 1.088 m de comprimento. Foi construída entre 2008 e 2012 sob condições climáticas extremas, tendo temperaturas que variavam de  $-36^{\circ}\text{C}$  no inverno e  $37^{\circ}\text{C}$  no verão. Seu tabuleiro é totalmente em estrutura metálica (RUSBRIDGE, 2014).

Figura 3.26 – Exemplo de construção por balanços sucessivos na construção da *Rusky Island Bridge* na Rússia



(fonte: RUSBRIDGE, 2014)



Outro exemplo clássico está representado na figura 3.27 que mostra a Ponte Octavio Frias de Oliveira, construída no estado de São Paulo e inaugurada no ano de 2008. Esta ponte foi construída através do método de balanços sucessivos moldados *in loco*.

Figura 3.27 – Exemplo de construção por balanços sucessivos moldado *in loco* – Ponte Octavio Frias de Oliveira



(fonte: MAZARIM, 2011)

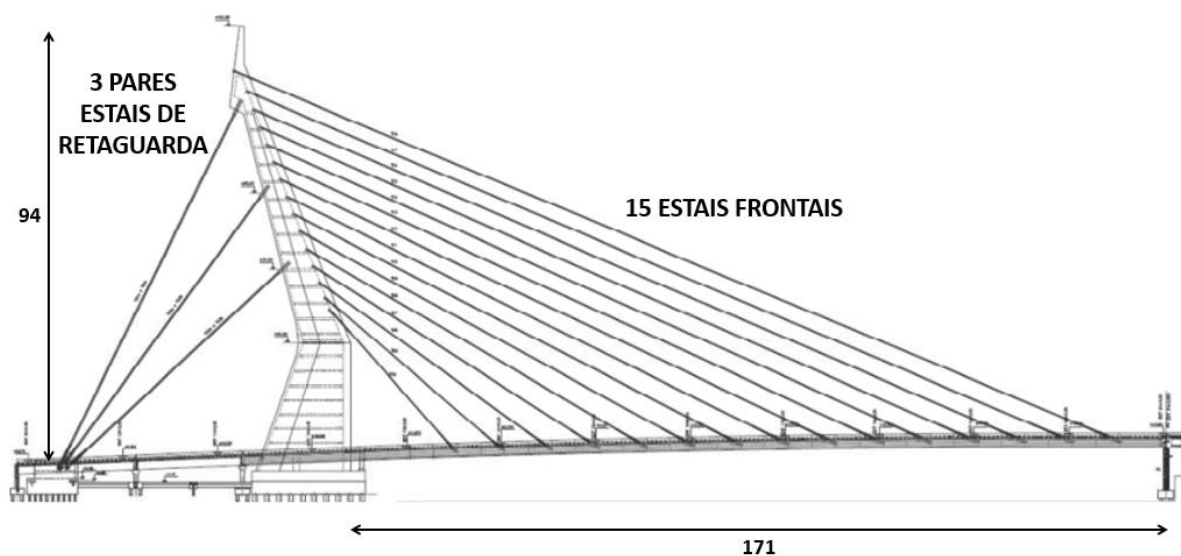
### 3.5 DETALHES DO PROJETO DA PONTE DO SABER

Neste item, serão apresentadas as características dos elementos estruturais e detalhes de projeto da Ponte do Saber, estrutura escolhida para o estudo das fases construtivas neste trabalho. Esta ponte estaiada foi inaugurada em 2012 no Rio de Janeiro e é uma das alternativas para atender a grande demanda de veículos na região da Cidade Universitária (UFRJ), dando acesso à Via Expressa Presidente João Goulart (Linha Vermelha).

Segundo Gomes (2013), três requisitos principais precisavam ser atendidos no projeto desta ponte: de tráfego, ambiental e arquitetônico. Em relação ao **tráfego**, foram projetadas duas faixas de rolamento, ambas com o mesmo sentido Ilha do Fundão – Linha Vermelha, com largura de 4,50 m cada. Do ponto de vista **ambiental**, o projeto deveria apresentar baixo impacto na região, sem causar interferência no fluxo hidrodinâmico do canal, ou seja, a estrutura não deveria ter apoios, exigindo uma solução estrutural com vão principal de grande dimensão. E, o último requisito, exigia que a estrutura fosse **diferenciada**, já que se localizaria

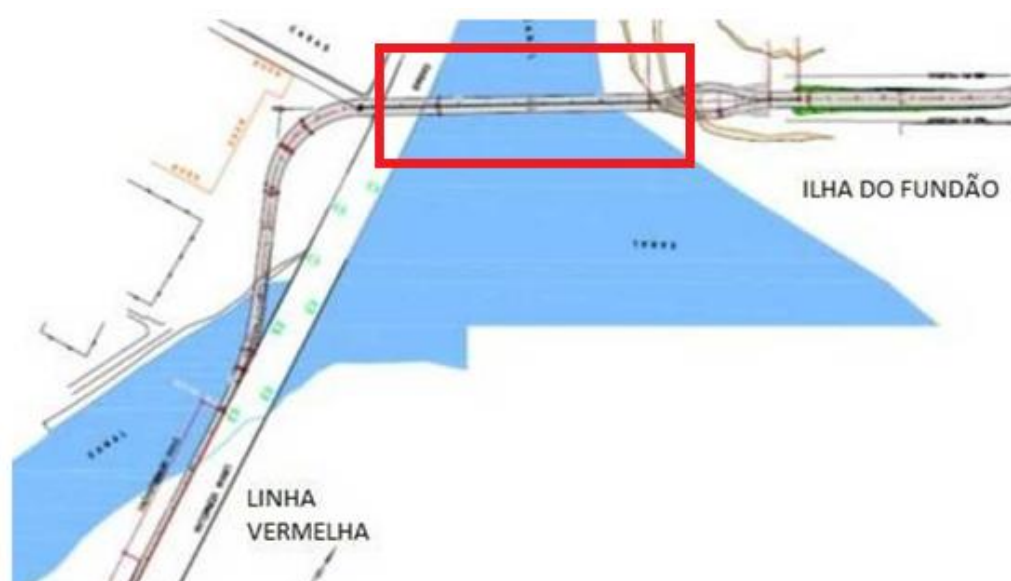
em uma região próxima ao aeroporto internacional do Galeão, aumentando sua visibilidade aos turistas que chegariam na cidade. Desta forma, foi estabelecida a solução de ponte estaiada com pilone único e estais dispostos de forma assimétrica, centralizado no tabuleiro. A figura 3.28 mostra uma vista lateral do projeto e a figura 3.29 mostra a localização do traçado geométrico em planta.

Figura 3.28 – Vista lateral da Ponte do Saber



(fonte: GARAMBONE, 2012)

Figura 3.29 – Traçado geométrico em planta da Ponte do Saber



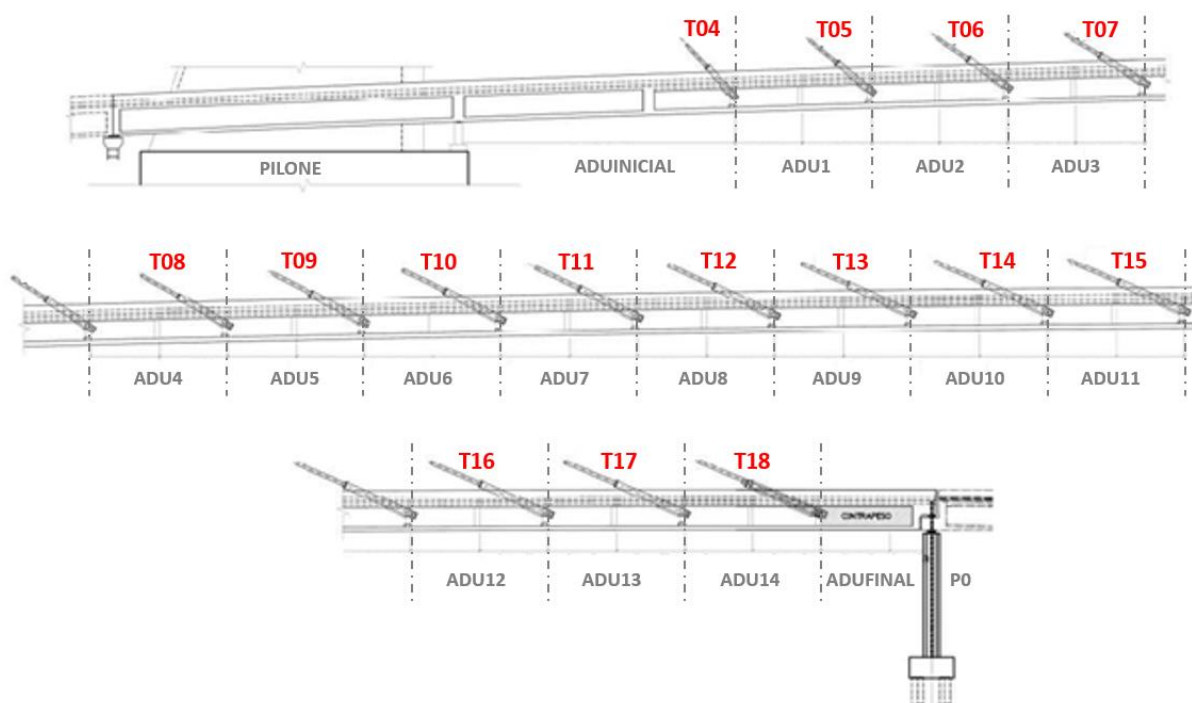
(fonte: GOMES, 2013)

Esta ponte apresenta 170,46 m de vão frontal e pilone com 94 m de altura. Nos próximos itens, serão apresentadas as características estruturais e os detalhes de cálculo e dos estágios de construção da ponte, conforme Gomes (2013), Toledo (2014) e Garambone (2012).

### 3.5.1 Características dos estais

A Ponte do Saber é composta por um total de 21 estais. Entre estes, 6 pertencem aos três pares de estais de retaguarda e 15 são estais frontais, espaçados a cada 10 m ao longo do tabuleiro e a cada 4 m ao longo da torre. Os estais de retaguarda foram dimensionados para contrabalançar o avanço das aduelas frontais, que tencionavam os estais frontais durante a fase construtiva, gerando inflexão no eixo geométrico do mastro. Os estais frontais são numerados de T04 a T18 e os estais de retaguarda de T01, T02 e T03. Na figura 3.30 é possível observar a posição dos estais ao longo do tabuleiro, sendo que o estai T04 é o mais próximo do pilone, ancorado a aproximadamente 21 m a partir da face da torre.

Figura 3.30 – Posição dos estais frontais no tabuleiro



(fonte: baseado em GARAMBONE, 2012)

As cordoalhas empregadas na obra foram fornecidas pela empresa espanhola *Tycsa* e são compostas por sete fios galvanizados. Estas cordoalhas se equivalem ao aço CP-177RB com diâmetro externo de 15,7 mm. As ancoragens utilizadas no projeto foram fabricadas no Brasil, pela empresa *Tensacciai*, apresentando as mesmas características técnicas das ancoragens fabricadas pela empresa na Europa. As ancoragens adotadas no projeto variaram de 31 a 127 cordoalhas. Nos estais do tabuleiro foram utilizadas ancoragens de 31, 37 e 55 cordoalhas e nos estais de retaguarda adotou-se estais de 127 cordoalhas, sendo este a primeira vez a ser utilizado no Brasil. No quadro 3.3 são indicadas as ancoragens utilizadas em cada estai e a seção de aço correspondente.

Quadro 3.3 – Ancoragens e área de aço em cada estai

ESTAI	UNIDADE DE ANCORAGEM	SEÇÃO DE AÇO (cm <sup>2</sup> )	ESTAI	UNIDADE DE ANCORAGEM	SEÇÃO DE AÇO (cm <sup>2</sup> )
T01	127Ø	190,5	T10	55Ø	82,5
T02	127Ø	190,5	T11	55Ø	82,5
T03	127Ø	190,5	T12	55Ø	82,5
T04	31Ø	46,5	T13	55Ø	82,5
T05	31Ø	46,5	T14	55Ø	82,5
T06	37Ø	55,5	T15	55Ø	82,5
T07	37Ø	55,5	T16	55Ø	82,5
T08	37Ø	55,5	T17	55Ø	82,5
T09	55Ø	82,5	T18	55Ø	82,5

(fonte: baseado em GOMES, 2013)

Em relação ao processo executivo, o estaiamento foi dividido em duas fases distintas. Na primeira fase foi feita a montagem de todos os elementos componentes do estai (tubo PEAD, anti-vandalismo, ancoragens, cordoalhas) e na segunda, as cordoalhas foram protendidas sequencialmente até chegar na força requerida em projeto. A empresa executora dos serviços utilizou o sistema de isoalongamento, cujo objetivo é obter o mesmo alongamento em todas as cordoalhas no fim do processo, ou seja, as mesmas forças em um mesmo estai. Na figura 3.31 é possível observar o momento da protensão dos estais com ajuda de macacos hidráulicos do tipo monocordoalha (cada cordoalha é protendida por vez).

Figura 3.31 – Detalhe da protensão dos estais



(fonte: GOMES, 2013)

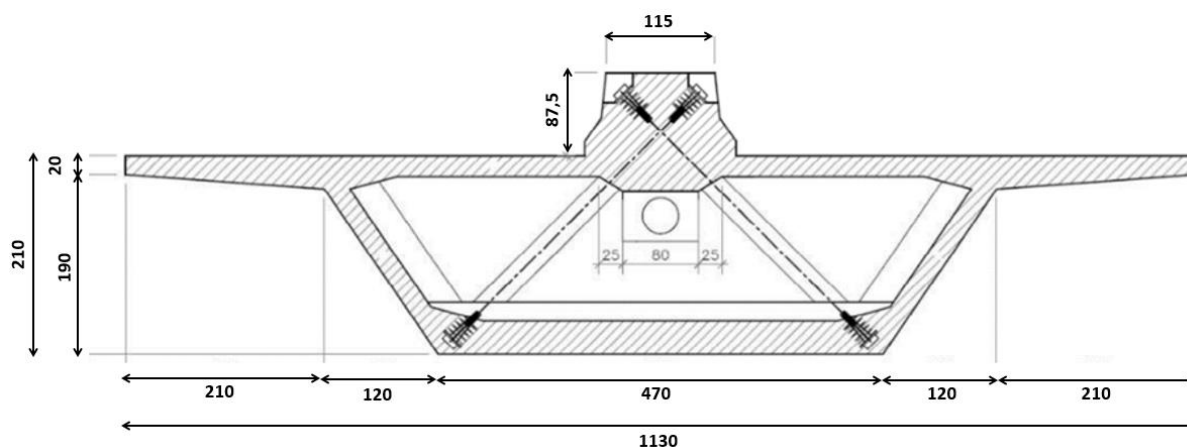
As forças nas cordoalhas tendem a sofrer alterações com o avanço das etapas de estaiamento. Isto deve-se, principalmente, pela esbeltez do tabuleiro, gerando grandes deslocamentos na extremidade da viga de enrijecimento ao se aplicar o peso de uma nova aduela ou protender um novo estai. No caso da Ponte do Saber, a execução do estaiamento teve ajuda de células de carga, instaladas em cada estai, que registraram a força aplicada na cordoalha de referência. O objetivo da implantação das células de carga era fazer o monitoramento das forças ao longo de todas as etapas construtivas e, também, por toda a vida útil da obra. Os dados registrados por este monitoramento foram fundamentais para fazer as comparações entre os resultados obtidos em obra e os alcançados através da simulação numérica.

### 3.5.2 Características do tabuleiro

No projeto do tabuleiro foram levados em conta aspectos como: seção transversal, material e disposição dos estais ao longo do tabuleiro. O projeto básico-conceitual previa apenas sete estais frontais, espaçados a cada 21 m, o que exigiria uma seção transversal mais robusta e antieconômica. Também foi cogitada a utilização do tabuleiro em aço, a fim de reduzir o peso da estrutura. Porém, o custo envolvido na fabricação e na logística para a montagem,

inviabilizava esta solução. Desta forma, foi adotada uma seção transversal de perfil caixão em concreto armado, com protensão aderente diagonal e longitudinal, apresentando largura total de 11,3 m e altura total de 2,1 m (figura 3.32). A resistência à compressão prevista em projeto para o concreto foi de 50 MPa. Porém, o ensaio de compressão simples em laboratório registrou resistência média de 69 MPa. A distribuição dos estais localiza-se no ponto central do tabuleiro.

Figura 3.32 – Seção transversal do tabuleiro (cm)



(fonte: GARAMBONE, 2012)

Esta seção transversal apresenta uma viga longitudinal central de enrijecimento com altura total de 124,5 cm, balanços laterais de 2,1 m de comprimento, laje superior com espessura de 22 cm na parte central e espessura variando de 20 cm a 35 cm nos balanços. A laje inferior tem espessura de 35 cm e nervuras inclinadas laterais de espessura igual a 22 cm. Uma imagem da parte superior do tabuleiro, durante a fase construtiva, é apresentada na figura 3.33.

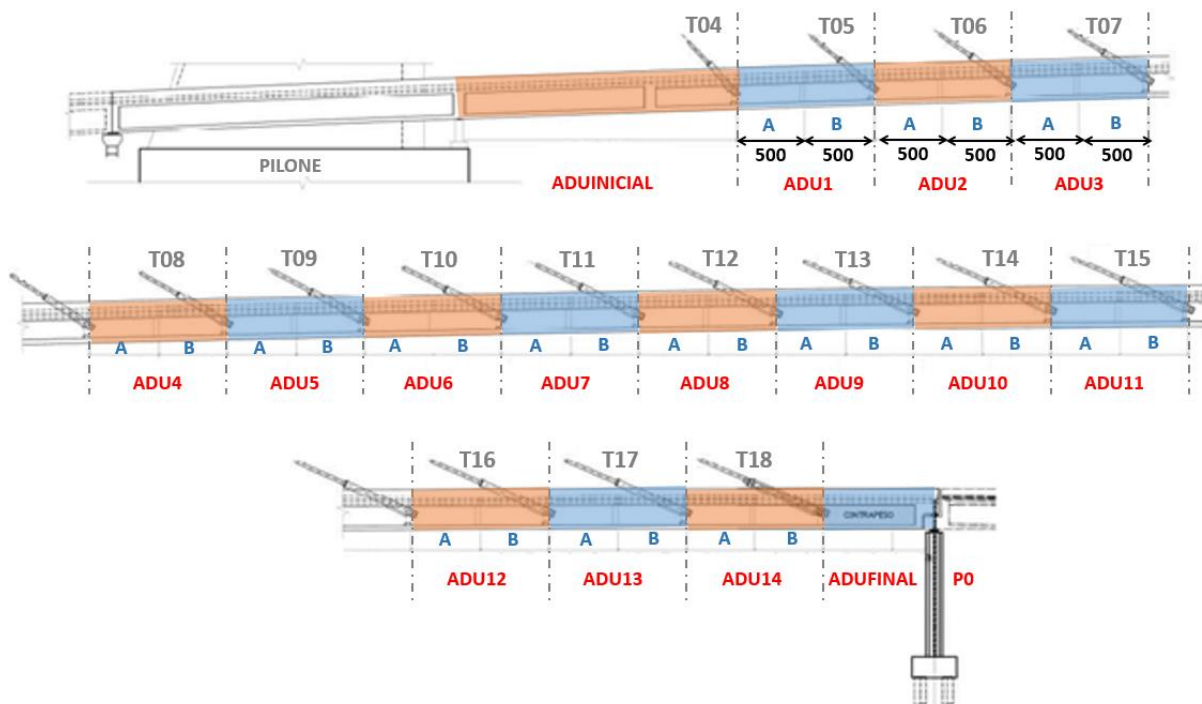
Na figura 3.34 é possível observar as posições das dezesseis aduelas ao longo do eixo longitudinal da ponte. Além das aduelas inicial e final, existem 14 aduelas, espaçadas a cada 10 m, que se dividem em aduelas do tipo A (5 m) e do tipo B (5 m), conforme especificado em projeto. O apoio P0 localiza-se na extremidade direita da ponte e corresponde ao ponto onde a aduela final será apoiada. É importante comentar que a conexão entre o tabuleiro e o pilone foi considerada monolítica, ou seja, não existe aparelho de apoio entre estas estruturas.

Figura 3.33 – Tabuleiro na fase construtiva



(fonte: GOMES, 2013)

Figura 3.34 – Posição das aduelas ao longo do tabuleiro



(fonte: baseado em GARAMBONE, 2012)

Nos 35 cm finais das aduelas tipo B foi projetada uma seção de enrijecimento em forma de W com protensão aderente (WCP), que abrange as almas da seção transversal e apresentam dois tirantes inclinados responsáveis por transmitir a reação da viga de enrijecimento ao ponto de aplicação de carga do estai. Cada um destes tirantes é protendido por um cabo aderente de  $12\phi 12,7$  mm. Já, nos 35 cm finais das aduelas tipo A foi projetada a mesma seção enrijecida (WSP), porém sem cabos de protensão, apresentando apenas armadura passiva. Na figura 3.35 observa-se uma foto que mostra esta seção enrijecida na parte interna da seção transversal da ponte.

Figura 3.35 – Seção enrijecida em W (vista interna da seção transversal)



(fonte: TOLEDO, 2014)

No quadro 3.4 estão indicados os comprimentos das aduelas inicial, final, do tipo A, do tipo B e, também, das seções de enrijecimento do tipo WCP (em forma de W com protensão aderente) e WSP (em forma de W sem protensão). A soma do comprimento da aduela (A ou B), 465 cm, com o comprimento da seção de enrijecimento (WCP ou WSP), 35 cm, totalizam 5 metros. O comprimento total do tabuleiro frontal em balanço corresponde a 170,46 m, e seu apoio na extremidade direita é denominado de P0, sendo posicionado às margens da Linha Vermelha.



Quadro 3.4 – Comprimento das aduelas

ADUELA	COMPRIMENTO (cm)	ADUELA	COMPRIMENTO (cm)	ADUELA	COMPRIMENTO (cm)
INICIAL	1.995	05B	465	10B	465
WCP	35	WCP	35	WCP	35
01A	465	06A	465	11A	465
WSP	35	WSP	35	WSP	35
01B	465	06B	465	11B	465
WCP	35	WCP	35	WCP	35
02A	465	07A	465	12A	465
WSP	35	WSP	35	WSP	35
02B	465	07B	465	12B	465
WCP	35	WCP	35	WCP	35
03A	465	08A	465	13A	465
WSP	35	WSP	35	WSP	35
03B	465	08B	465	13B	465
WCP	35	WCP	35	WCP	35
04A	465	09A	465	14A	465
WSP	35	WSP	35	WSP	35
04B	465	09B	465	14B	465
WCP	35	WCP	35	WCP	35
05A	465	10A	465	FINAL	1.016
WSP	35	WSP	35	TOTAL	17.046

(fonte: baseado em GOMES, 2013)

Como o tabuleiro de uma estrutura estaiada é submetido a elevados valores de compressão, torna-se imprescindível o estudo da fluência nestes elementos. Para compensar os efeitos da deformação lenta nas etapas construtivas, os projetistas estabelecem o greide em um nível acima da cota do projeto geométrico. Este procedimento pode resultar em problemas de desníveis no momento de fechamento do vão central ou de extremidade.

No quadro 3.5 estão apresentadas as cotas do tabuleiro referente ao projeto estrutural (fase final), medido em obra, e projeto geométrico, adotadas na Ponte do Saber. Observa-se que a maior diferença se encontra perto do vão central (T11 e T11A), região onde foram obtidos os maiores deslocamentos.

Quadro 3.5 – Cotas do greide de projeto final e do greide de projeto geométrico

Ponto Notável	Projeto do tabuleiro Fase final	Projeto Geométrico	$\Delta$ (m)
	Cota do topo da laje (A)	Cota do topo da laje (B)	[A-B]
PILONE	11,228	11,228	0,000
T04	12,041	12,009	0,032
T04A	12,212	12,166	0,046
T05	12,370	12,314	0,056
T05A	12,518	12,460	0,058
T06	12,627	12,596	0,031
T06A	12,775	12,731	0,044
T07	12,902	12,854	0,048
T07A	13,042	12,977	0,065
T08	13,144	13,089	0,055
T08A	13,260	13,199	0,061
T09	13,357	13,300	0,057
T09A	13,470	13,399	0,071
T10	13,582	13,488	0,094
T10A	13,675	13,574	0,101
T11	13,775	13,653	0,122
T11A	13,850	13,727	0,123
T12	13,912	13,794	0,118
T12A	13,967	13,855	0,112
T13	14,013	13,911	0,102
T13A	14,051	13,961	0,090
T14	14,080	14,005	0,075
T14A	14,096	14,043	0,053
T15	14,127	14,076	0,051
T15A	14,155	14,101	0,054
T16	14,177	14,123	0,054
T16A	14,188	14,136	0,052
T17	14,180	14,147	0,033
T17A	14,161	14,148	0,013
T18	14,151	14,147	0,004
T18A	14,138	14,136	0,002
PFINAL	14,128	14,128	0,000

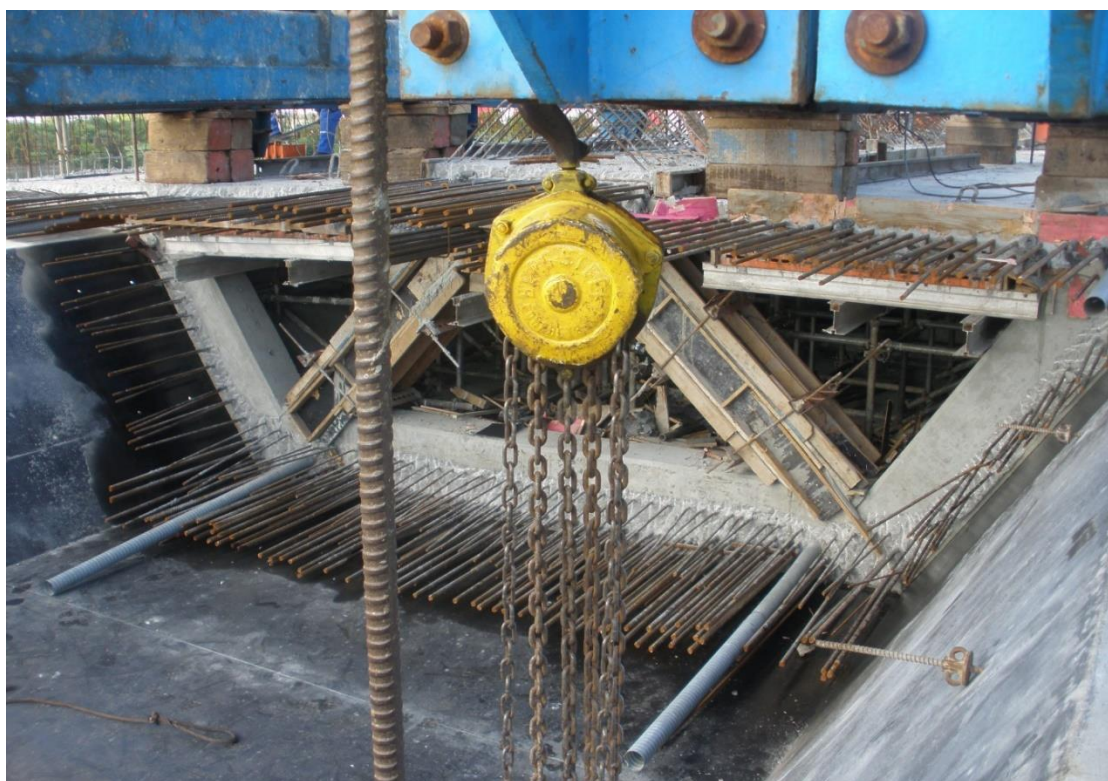
(fonte: GOMES, 2013)

### 3.5.3 Características da protensão diagonal e longitudinal

No tabuleiro, além da armadura passiva, foram adicionados cabos de protensão aderente na diagonal (ao longo das 15 seções do tipo WCP), conforme explicado anteriormente, e cabos de protensão aderente ao longo do eixo longitudinal da ponte, na parte inferior e superior. Durante a sequência construtiva, a protensão aderente diagonal ocorria antes do estaiamento do estai ancorado na respectiva seção. Já, a protensão dos cabos longitudinais ocorreu somente após a execução do atirantamento do P0 (apoio localizado na extremidade direita do tabuleiro).

Na figura 3.36 observa-se a concretagem *in loco* de uma das aduelas do tipo B. Nesta foto é possível visualizar a seção enrijecida em forma de W, as armaduras passivas do tabuleiro e ainda os dutos longitudinais (bainhas galvanizadas) onde serão inseridas as armaduras de protensão na parte inferior e superior do tabuleiro. As informações sobre as armaduras de protensão utilizadas estão listadas no quadro 3.6.

Figura 3.36 – Concretagem do tabuleiro



(fonte: GOMES, 2013)

Quadro 3.6 – Características dos cabos de protensão

	PROTENSÃO DIAGONAL	PROTENSÃO LONGITUDINAL INFERIOR	PROTENSÃO LONGITUDINAL SUPERIOR
Força Inicial (tf)	170	266	266
Área cordoalha (cm <sup>2</sup> )	0,987	0,987	0,987
Módulo de elasticidade (kN/cm <sup>2</sup> )	19.000	19.000	19.000
Cabo	CP-190RB	CP-190RB	CP-190RB
F <sub>ptk</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	190	190	190
Cabo	12φ12,7 mm	19φ12,7 mm	19φ12,7 mm
Área aço (cm <sup>2</sup> )	11,844	18,753	18,753
Tensão Inicial (kN/cm <sup>2</sup> )	140,75	139,1	139,1
Alongamento previsto (mm)	25	280	600
Comprimento cabo (m)	4,5	40	90
Número de cabos	30 (15x2)	4	4

(fonte: GARAMBONE, 2012)

### 3.5.4 Detalhes do modelo de cálculo e das etapas de construção

Para a construção da Ponte do Saber foi utilizado o método dos balanços sucessivos com aduelas moldadas *in loco*. A partir deste método, foi possível construir o pilone de forma paralela ao estaiamento do tabuleiro. A figura 3.37 mostra o lançamento das aduelas do tabuleiro de forma sequencial.

Figura 3.37 – Construção por balanços sucessivos



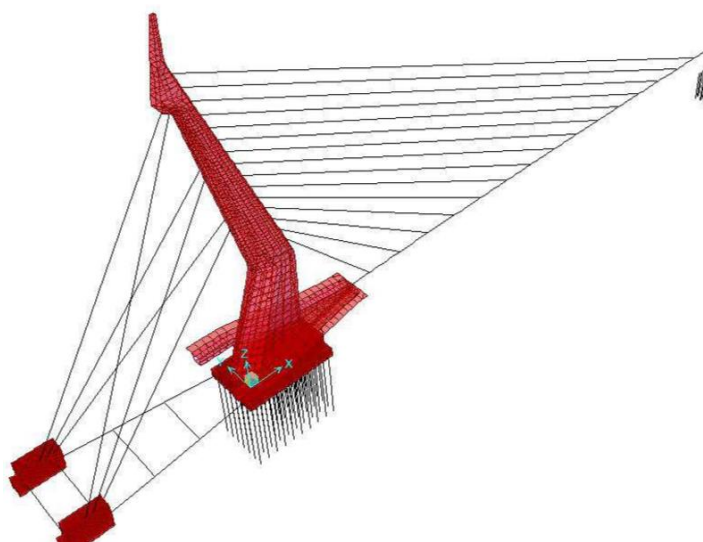
(fonte: GARAMBONE, 2012)

A empresa responsável pelo cálculo estrutural, VGarambone Projetos e Consultoria Ltda, elaborou um plano de estaiamento do tabuleiro, fornecendo as elevações e as forças de montagem dos estais, com a finalidade de garantir a estabilidade da estrutura durante a fase executiva. A aduela inicial, localizada entre a extremidade do pilone e o estai T04, foi totalmente escorada durante a sua concretagem. Já, nas aduelas seguintes foi utilizado o método dos balanços sucessivos, seguindo o seguinte ciclo principal:

- a) execução da aduela tipo A (5 m);
- b) avanço da treliça sobre a aduela tipo A;
- c) execução da aduela tipo B (5 m);
- d) protensão dos tirantes da seção enrijecida tipo WCP;
- e) protensão do estai;
- f) avanço da treliça sobre aduela tipo B.

Este plano de estaiamento foi definido através do estudo numérico da estrutura final. O modelo da Ponte do Saber foi calculado no *software* SAP2000 e foram utilizados elementos de barra ao longo do tabuleiro e elementos de casca no pilone, conforme mostra a figura 3.38.

Figura 3.38 – Modelo da Ponte do Saber no SAP2000



(fonte: GOMES, 2013)

A partir da análise global da estrutura finalizada, levando em conta os carregamentos da fase construtiva, foi feita uma retroanálise com o objetivo de informar ao construtor as forças de montagem (ou pré-alongamentos) dos estais e contraflechas que deveriam ser aplicadas em

cada fase construtiva da obra. Gomes (2013) chama a atenção que, por não estarem disponíveis programas que levassem em consideração os efeitos reológicos do aço e do concreto, foram feitas estimativas e estas foram inseridas nos modelos. O objetivo da análise dos estágios de construção é que as forças resultantes da obra acabada sejam obtidas no fim da construção.

Segundo Toledo (2014), a consideração dos efeitos reológicos dos materiais, em um projeto de ponte estaiada, é de extrema importância, a fim de avaliar o real comportamento estrutural durante as fases construtivas. O monitoramento dos deslocamentos verticais na extremidade de cada aduela e o controle das tensões aplicadas em cada estai são essenciais para um bom projeto de uma ponte estaiada. A não consideração dos efeitos do tempo (retração, relaxação e fluência), principalmente em estruturas de concreto protendido, ou a sua consideração de forma incorreta, pode acarretar erros no real posicionamento do greide da ponte.

Logo após a definição do plano de estaiamento, estabelecido pelo projetista, foi montado um sistema de acompanhamento das forças nos estais e elevações em cada fase de construção. A partir deste cuidadoso monitoramento, não houve a necessidade de reprotensão global da estrutura, mesmo sendo esta uma prática comum em estruturas estaiadas.

O controle constante das elevações durante cada fase construtiva apresentou um alto grau de complexidade, considerando que existiam carregamentos variáveis durante a construção que não estariam mais presentes após o término da obra. Além disso, a temperatura também influenciava bastante no controle do greide de projeto do tabuleiro. Desta forma, a fim de evitar grande interferência da temperatura, os levantamentos das cotas eram feitos sempre às 7 hs da manhã com equipamentos topográficos.

Como nesta obra, todo o tabuleiro foi projetado e executado acima do greide geométrico, foi previsto um desnível de 23,5 cm acima do apoio P0, na extremidade direita da ponte. Desta forma, o apoio do tabuleiro sobre P0 foi imposto pela protensão de dois cabos verticais, ancorados previamente no bloco de fundação. Como esta protensão era provisória, também foi projetado um contrapeso na extremidade da seção caixão, evitando que o tabuleiro se separasse do apoio.

O tempo de construção da ponte levou em torno de um ano. No quadro 3.7 estão indicadas as datas de estaiamento dos estais frontais T04 a T18.

Quadro 3.7 – Datas de execução dos estai frontais

ESTAI	DATA EXECUÇÃO DOS ESTAIS	DIAS	DIA INICIAL	DIA FINAL	DIAS ACUMULADOS
T04	07/04/2011	-	0	28	28
T05	30/05/2011	53	28	81	81
T06	11/06/2011	12	81	93	93
T07	23/06/2011	12	93	105	105
T08	05/07/2011	12	105	117	117
T09	15/07/2011	10	117	127	127
T10	26/07/2011	11	127	138	138
T11	05/08/2011	10	138	148	148
T12	23/08/2011	18	148	166	166
T13	01/09/2011	9	166	175	175
T14	10/09/2011	9	175	184	184
T15	24/09/2011	14	184	198	198
T16	28/10/2011	34	198	232	232
T17	12/11/2011	15	232	247	247
T18	28/11/2011	16	247	263	263

(fonte: baseado em GOMES, 2013)





## 4 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Neste capítulo são apresentados os modelos constitutivos para representar o comportamento do concreto e do aço. Além disso, também é exposta a modelagem das propriedades dos materiais dependentes do tempo.

### 4.1 INTRODUÇÃO

Para que as estruturas apresentem um bom desempenho, é muito importante o conhecimento aprofundado das propriedades mecânicas de cada material. Utilizando os materiais de maneira racional, ou seja, aproveitando a boa resistência do aço à tração e a boa resistência do concreto à compressão, consegue-se obter estruturas que trabalhem de forma otimizada.

O concreto estrutural, que foi utilizado ao longo das simulações numéricas, é um material constituído da mistura de agregados e uma pasta de cimento, associados com barras de armadura. Por serem formados por vários materiais, estas estruturas comportam-se de maneira altamente complexa, apresentando uma resposta não-linear.

Desta forma, o conhecimento das equações constitutivas, que representam o comportamento dos materiais, como o concreto e o aço, é essencial para a análise de estruturas. Estes modelos são compatíveis com a idealização da estrutura, modelam o comportamento dos materiais nas condições de carregamento previsto e envolvem um número reduzido de variáveis, sem prejudicar a eficiência computacional.

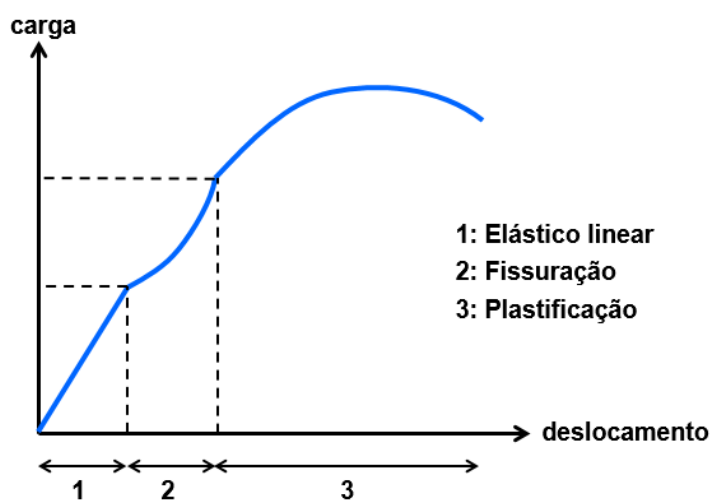
Neste trabalho, o comportamento do concreto estrutural foi fundamentado em dois modelos constitutivos diferentes. O primeiro trata-se de um **modelo elastoplástico**, baseado em critérios de ruptura, de plastificação e em uma regra de endurecimento, designado para análises instantâneas. O segundo modelo trata-se de um **modelo viscoelástico**, no qual não estão incluídos processos de ruptura, sendo utilizado para o caso de análises diferidas. Estes dois modelos podem ser utilizados em conjunto, porém são designados por diferentes incrementos: nas análises elastoplásticas através de incrementos de carga, e nas análises viscoelásticas, através de incrementos de tempo.

Para a situação em que se tem a ação de cargas instantâneas, interessando apenas o efeito imediato, é utilizado, portanto, um modelo elastoplástico, até que seja atingida a superfície de ruptura. A partir deste momento considera-se que o ponto de integração esteja fissurado ou esmagado. Para o caso do concreto fissurado leva-se em conta a contribuição do concreto entre as fissuras para a rigidez total da estrutura.

## 4.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA O CONCRETO

Um elemento de concreto estrutural, quando submetido a uma sollicitação de flexão, apresenta três fases típicas (figura 4.1). Na primeira fase, **estádio I**, o concreto não está fissurado e o material apresenta um comportamento elástico-linear. Nesta fase, as tensões são proporcionais às deformações e a curva de carga coincide com a de descarga. Na segunda fase, **estádio II**, o concreto rompe à tração, formando-se as fissuras. A terceira fase, **estádio III**, é caracterizada pela plastificação do aço e do concreto comprimido.

Figura 4.1 – Diagrama carga x deslocamento típico do concreto estrutural



(fonte: elaborada pela autora)

Como o comportamento do concreto estrutural é extremamente complexo, a montagem de equações constitutivas, considerando todas as características do material, não é uma tarefa simples. A maioria dos modelos constitutivos reproduz as relações tensão-deformação para diferentes condições de carga e podem ser classificados como: modelos baseados na teoria da elasticidade, na teoria da plasticidade e na mecânica da fratura e do dano.

Os **modelos baseados na teoria da elasticidade** foram os primeiros modelos a serem utilizados para a análise de estruturas de concreto armado. Inicialmente, estes eram limitados a situações com cargas proporcionais e, após o desenvolvimento de pesquisas, estes modelos foram utilizados também com cargas repetidas e cíclicas. Neste modelo o material apresenta deformações instantâneas e reversíveis, quando submetido a um estado de tensões. As deformações específicas aparecem simultaneamente com as tensões e permanecem constantes ao longo do tempo. Os **modelos que seguem a teoria da plasticidade** são usados para descrever o comportamento inelástico dos materiais, sendo inicialmente desenvolvida para o estudo de metais e materiais geotécnicos. Esta teoria considera que o material apresenta deformações imediatas e não-reversíveis. Os modelos que trabalham com a **mecânica da fratura e do dano** tentam reproduzir o mecanismo interno de microfissuras e o crescimento de defeitos e microcavidades que surgem em materiais frágeis, como o concreto, com o aumento das deformações (CEB 230, 1996).

Como o concreto é um material que possui sua resistência à compressão muito maior que sua resistência à tração, foram utilizados dois modelos diferentes para descrever o seu comportamento. Para o **concreto comprimido** foi adotado um modelo elastoplástico com endurecimento e, para o **concreto tracionado**, foi utilizado um comportamento elástico-linear até a ruptura, a partir da qual é considerado um modelo de contribuição do concreto entre fissuras. Estes dois modelos são descritos a seguir, considerando carregamentos monotônicos.

#### **4.2.1 Modelo para concreto comprimido**

A fim de descrever o comportamento do concreto comprimido, foi utilizado o modelo elastoplástico. Este modelo é composto por um critério de ruptura, por um critério de plastificação e por uma regra de endurecimento que estão detalhados nos itens 4.2.1.1, 4.2.1.2 e 4.2.1.3, respectivamente.

##### **4.2.1.1 Critério de ruptura**

O critério de ruptura de um material isotrópico, concreto não-fissurado, é uma função do estado de tensão, independente da escolha do sistema de coordenadas em que a tensão está definida. Uma forma mais conveniente de expressar o critério de ruptura é utilizando os invariantes de

tensão, conforme indica a expressão (4.1). Estes três invariantes permitem uma interpretação simples, independente das propriedades do material (Código Modelo da *fib* 2010, 2012), sendo definidos pelas expressões (4.2), (4.3) e (4.4).

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0 \quad (4.1)$$

Onde:

- $I_1$ : primeiro invariante do tensor de tensões;
- $J_2$ : segundo invariante do tensor desviador de tensões;
- $J_3$ : terceiro invariante do tensor desviador de tensões.

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (4.2)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 \right] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 \quad (4.3)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} S_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & S_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & S_{zz} \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

Em que  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  e  $S_{zz}$  são as tensões desviadoras, que são definidas pelas expressões (4.5), (4.6) e (4.7).

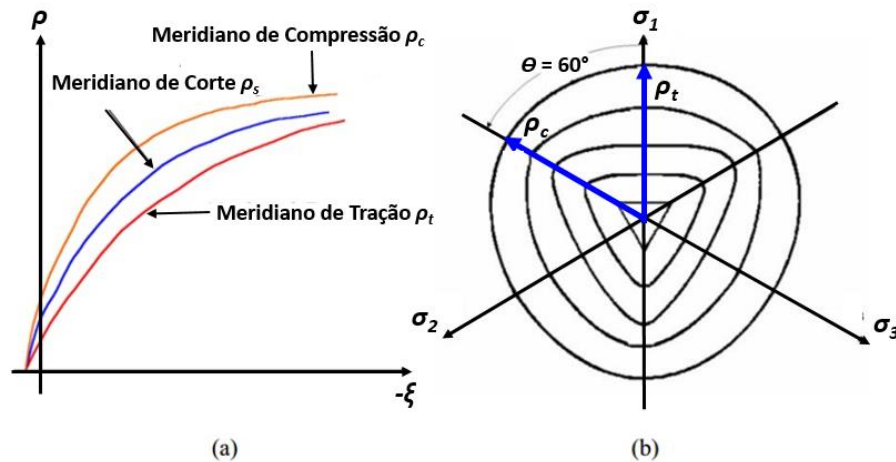
$$S_{xx} = \frac{(2 \cdot \sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz})}{3} \quad (4.5)$$

$$S_{yy} = \frac{(2 \cdot \sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz})}{3} \quad (4.6)$$

$$S_{zz} = \frac{(2 \cdot \sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy})}{3} \quad (4.7)$$

A superfície de ruptura, em um espaço tridimensional de tensões, pode ser melhor visualizada através de seus meridianos e de suas seções transversais, conforme mostra a figura 4.2. As seções transversais são curvas de interseção entre a superfície de ruptura e um plano desviador, que é perpendicular ao eixo hidrostático. Os meridianos da superfície de ruptura são curvas de interseção entre esta superfície e um plano meridiano, que contém o eixo hidrostático (CHEN; HAN, 1988).

Figura 4.2 – Características das superfícies de ruptura: (a) meridianos da superfície de ruptura; (b) seções dos planos desviadores



(fonte: CHEN; HAN, 1988)

Observa-se que as seções transversais da superfície de ruptura apresentam setores de simetria, tornando-se necessário analisar apenas o trecho entre  $\theta = 0^\circ$  e  $\theta = 60^\circ$ . Estas seções transversais dependem do ângulo  $\theta$ , definido como ângulo de orientação do estado de tensões no plano desviador. O meridiano correspondente à  $\theta = 60^\circ$  é chamado de meridiano de compressão, e o meridiano determinado por  $\theta = 0^\circ$  é chamado de meridiano de tração. Além disso, o meridiano definido por  $\theta = 30^\circ$  é chamado de meridiano de corte.

Segundo Chen e Han (1988), a superfície de ruptura do concreto apresenta as seguintes características:

- a) depende dos três invariantes de tensão ( $I_1, J_2, J_3$ );
- b) apresenta uma forma suave e convexa, com exceção do seu vértice;
- c) os meridianos são parabólicos e abrem no sentido negativo do eixo hidrostático;
- d) a curva de ruptura é aproximadamente triangular para tensões de tração e baixas tensões de compressão, tornando-se mais circular a medida que as tensões de compressão aumentam.

Com base nas características da superfície de ruptura do concreto observadas experimentalmente, diversos critérios de ruptura têm sido propostos. A maioria destes critérios são apresentados em Chen e Han (1988) e Menétry e Willam (1995), conforme o número de constantes do material, que aparecem na expressão do critério de ruptura. Assim, os critérios foram classificados como sendo de um até cinco parâmetros. Entre os modelos mais refinados para a descrição da resistência triaxial do concreto, têm-se as superfícies de quatro parâmetros

de Ottosen (1977) e de cinco parâmetros de Willam-Warnke (1975). Estas superfícies têm sido amplamente utilizadas, pois reproduzem as mais importantes características da superfície de ruptura do concreto e apresentam ótimas aproximações com os dados experimentais disponíveis, conforme apresentado em Chen e Han (1988).

Neste trabalho, utilizou-se o critério de ruptura proposto por Ottosen (1977), o qual é adotado pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012). Neste critério, a superfície de ruptura para o concreto, submetido a estados multiaxiais de tensões, é dada pela expressão (4.8). A função  $\lambda$  é definida pela expressão (4.9), onde  $\cos 3\theta$  é equivalente à expressão (4.10).

$$\alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (4.8)$$

$$\lambda = c_1 \cdot \cos \left[ \frac{1}{3} \cdot \arccos(c_2 \cdot \cos 3\theta) \right] \quad (4.9)$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (4.10)$$

Sendo:

- $f_{cm}$ : resistência média à compressão do concreto;
- $\alpha, \beta, c_1$  e  $c_2$ : parâmetros do material;
- $\lambda$ : função que depende do ângulo  $\theta$  do concreto;
- $\theta$ : ângulo de similaridade do concreto.

Os quatro parâmetros do material ( $\alpha, \beta, c_1$  e  $c_2$ ) dependem da resistência à compressão uniaxial ( $f_{cm}$ ), da resistência à tração uniaxial ( $f_{ctm}$ ), da resistência à compressão biaxial ( $f_{c2cm}$ ) e de um estado de ruptura sobre o meridiano de compressão ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) descrito por  $\sigma_{com}$  e  $\tau_{com}$ . Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são determinados através das equações (4.11) e (4.12), conforme o Código Modelo da *fib* 2010 (2012). As expressões (4.13), (4.14), (4.15) e (4.16) indicam os parâmetros  $k, f_{2c}, x, y, h, f_{c2c}$ , e  $\tau_{com}$  para o cálculo de  $\alpha$  e  $\beta$ . As expressões (4.17) e (4.18) mostram o valor da resistência média à compressão ( $f_{cm}$ ) e o valor da resistência média à tração do concreto ( $f_{ctm}$ ), respectivamente.

$$\alpha = \frac{h \cdot \beta - \sqrt{2}}{y} \quad (4.11)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{2} - \frac{3 \cdot y}{k \cdot f_{2c}}}{h - \frac{9 \cdot y}{f_{2c} - k}} \quad (4.12)$$

$$k = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \quad f_{2c} = \frac{f_{c2cm}}{f_{cm}} \quad x = \frac{\sigma_{com}}{f_{cm}} \quad y = \frac{\tau_{com}}{f_{cm}} \quad (4.13)$$

$$h = -\frac{\sqrt{2} \cdot x + y}{\frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}} \quad (4.14)$$

$$f_{c2c} = \left(1,2 - \frac{f_c}{1000}\right) \cdot f_c \quad (f_c = f_{cm} \text{ para } f_{c2c} = f_{c2cm}) \quad (4.15)$$

$$\tau_{com} = \left[185 - 180 \cdot \frac{f_{cm}}{100} + 260 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^2 - 84 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^3\right] \quad (4.16)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (4.17)$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3} \text{ para concreto } \leq C50 \quad (4.18)$$

Sendo:

- $f_{cm}$ : resistência média à compressão do concreto (MPa);
- $f_{ctm}$ : resistência média à tração do concreto (MPa);
- $f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto (MPa);
- $\sigma_{com}$ : -240 MPa.

Os parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  são determinados através das equações (4.19) e (4.20), conforme o Código Modelo da *fib* 2010 (2012). Os valores de  $\lambda_c$  e  $\lambda_t$  são determinados através das expressões (4.21) e (4.22), respectivamente.

$$\begin{cases} c_1 = [2 \cdot \cos \theta - 1] \cdot \lambda_t + 4 \cdot [1 - \cos \theta] \cdot \lambda_c & \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \leq \frac{1}{2} \\ c_1 = \frac{\lambda_c}{\cos \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cdot \arccos(c_2) \right]} & \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\begin{cases} c_2 = 1 & \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \leq \frac{1}{2} \\ c_2 = \cos \left\{ 3 \cdot \arctg \left[ \frac{\left(2 \cdot \frac{\lambda_c}{\lambda_t} - 1\right)}{\sqrt{3}} \right] \right\} & \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\lambda_c = \lambda(\theta = 60^\circ) = \left(1 - \frac{h}{3 \cdot y}\right) \cdot \sqrt{3} \cdot \beta + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot y} \quad (4.21)$$

$$\lambda_t = \lambda(\theta = 0^\circ) = \left(2 \cdot \sqrt{3} - \frac{f_{2c} \cdot h}{\sqrt{3} \cdot y}\right) \cdot \beta + \frac{\sqrt{3}}{f_{2c}} + \frac{\sqrt{2} \cdot f_{2c}}{\sqrt{3} \cdot y} \quad (4.22)$$

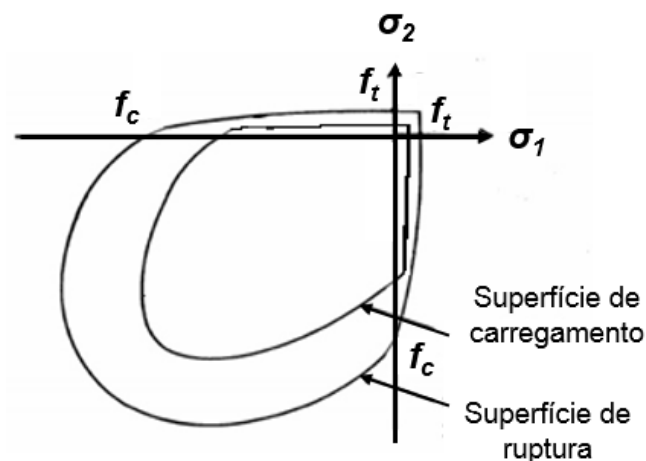
#### 4.2.1.2 Critério de plastificação

Neste trabalho, considera-se que o concreto comprimido tenha endurecimento isotrópico e que as superfícies de plastificação tenham a mesma forma da superfície de ruptura. Considerando a tensão efetiva ou uniaxial equivalente  $\sigma_{ef} = f_{cm}$  e operando a equação (4.8), obtém-se a expressão (4.23) para a superfície de plastificação.

$$F = \frac{\lambda\sqrt{J_2} + \beta I_1 + \sqrt{(\lambda\sqrt{J_2} + \beta I_1)^2 + 4\alpha J_2}}{2} = \sigma_{ef} \quad (4.23)$$

Considerando a tensão de plastificação inicial nula, o domínio plástico, cujo material possui comportamento elastoplástico com endurecimento, ocorre dentro do intervalo  $0 \leq \sigma_{ef} \leq f_{cm}$ . A partir da figura 4.3 pode-se visualizar este intervalo.

Figura 4.3 – Superfície de ruptura e de carregamento



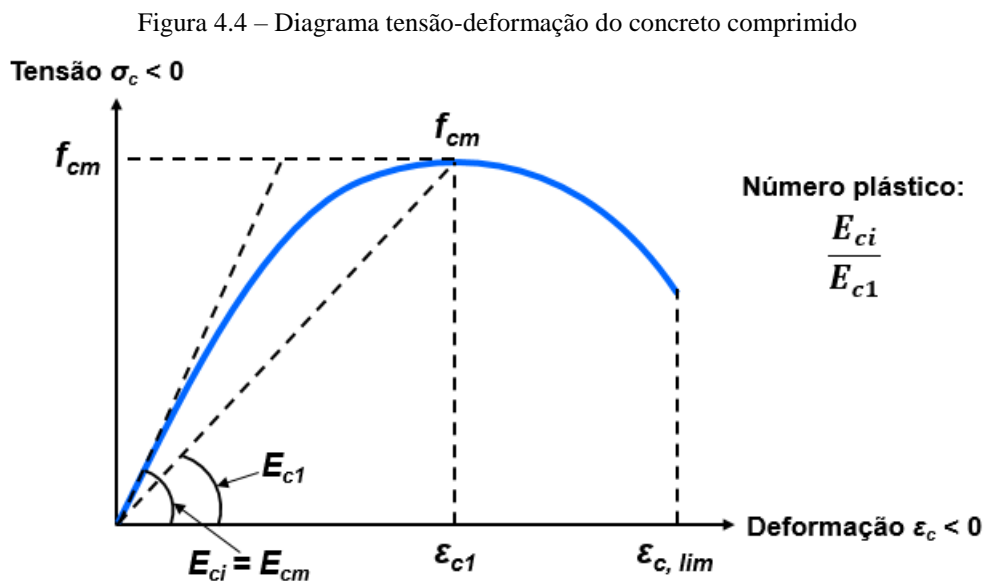
(fonte: OTTOSEN, 1977)



#### 4.2.1.3 Regra de endurecimento

A regra de endurecimento define como as superfícies de plastificação (superfícies de carregamento) se movimentam durante a deformação plástica. Em regra, é determinada pela relação tensão-deformação plástica efetiva, onde é possível extrapolar os resultados de um simples ensaio uniaxial para uma situação multiaxial.

Neste trabalho, usou-se, como regra de endurecimento, a curva correspondente ao diagrama tensão-deformação para uma solitação uniaxial de compressão, proposto pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012), apresentado na figura 4.4. A equação (4.24) representa esta curva, onde os valores de  $\eta$  e  $k$  são indicados nas expressões (4.25) e (4.26), respectivamente. Os quadros (4.1) e (4.2) são fornecidos pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012) com os valores dos parâmetros  $E_{ci}$ ,  $E_{c1}$ ,  $\varepsilon_{c1}$  e  $\varepsilon_{c,lim}$ , conforme os concretos C12 à C120.



(fonte: CÓDIGO MODELO DA *FIB* 2010, 2012)

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left( \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (4.24)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (4.25)$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (4.26)$$

Em que:

- $\varepsilon_c$ : deformação de compressão;
- $\varepsilon_{c1}$ : deformação na máxima tensão de compressão;
- $\varepsilon_{c,lim}$ : deformação última de compressão;
- $E_{ci}$ : módulo de elasticidade do concreto;
- $E_{c1}$ : módulo secante correspondente à máxima tensão de compressão;
- $k$ : número plástico.

Quadro 4.1 – Valores dos coeficientes para concretos C12 à C50

CONCRETO	C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	1,2	1,6	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$E_{ci}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	2710	2880	3030	3200	3360	3500	3630	3750	3860
$E_{c1}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	1110	1220	1330	1490	1650	1820	2000	2160	2320
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	-1,9	-2	-2,1	-2,2	-2,3	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6
$\varepsilon_{c,lim}$ (‰)	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,4
k	2,44	2,36	2,28	2,15	2,04	1,92	1,82	1,74	1,66

(fonte: CÓDIGO MODELO DA FIB 2010, 2012)

Quadro 4.2 – Valores dos coeficientes para concretos C55 à C120

CONCRETO	C55	C60	C70	C80	C90	C100	C110	C120
$f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	5,5	6	7	8	9	10	11	12
$E_{ci}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	3970	4070	4260	4440	4600	4750	4890	5030
$E_{c1}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	2470	2620	2890	3140	3380	3600	3930	4270
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	-2,6	-2,7	-2,7	-2,8	-2,9	-3	-3	-3
$\varepsilon_{c,lim}$ (‰)	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3	-3	-3	-3
k	1,61	1,55	1,47	1,41	1,36	1,32	1,24	1,18

(fonte: CÓDIGO MODELO DA FIB 2010, 2012)

A fim de se obter uma relação  $\sigma_c = \sigma_c(E_{ci}, k, f_{cm}, \varepsilon_{c1}, \varepsilon_p)$ , substitui-se na expressão (4.24) a equação (4.27). Em seguida, organizam-se os termos conforme a expressão (4.28) e obtêm-se as expressões dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  indicados nas equações (4.29), (4.30) e (4.31), respectivamente.

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{ci}} + \varepsilon_p \quad (4.27)$$

$$a. \sigma_c^2 + b. \sigma_c + c = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_c = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4. a. c}}{2. a} \quad (4.28)$$

$$a = \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \cdot \left( \frac{k-2}{f_{cm}} + \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \right) \quad (4.29)$$

$$b = \frac{1}{f_{cm}} \cdot \left( 1 + \frac{\varepsilon_p \cdot (k-2)}{\varepsilon_{c1}} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \cdot \left( k - \frac{2 \cdot \varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right) \quad (4.30)$$

$$c = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left( k - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right) \quad (4.31)$$

#### 4.2.1.4 Vetor de fluxo plástico

No modelo implementado, considera-se plasticidade associada, por simplificação, já que há poucas evidências experimentais disponíveis para o concreto, segundo Owen e Hinton (1980). Desta forma, dentro do domínio plástico, na relação tensão-deformação, o vetor de fluxo plástico é normal à superfície de plastificação. Assim, este vetor pode ser obtido em termos da função de plastificação, através da expressão (4.32), sendo  $\sigma$  igual à expressão (4.33).

$$a = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = C_1 a_1 + C_2 a_2 + C_3 a_3 \quad (4.32)$$

$$\sigma = \{ \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz} \} \quad (4.33)$$

Os coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ , e  $a_3$  são determinados pelas expressões (4.34), (4.35) e (4.36). Os invariantes de tensão  $I_1$  e  $J_2$  foram definidos nas equações (4.2) e (4.3), e as tensões desviadoras

$S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}$  foram apresentadas, respectivamente, pelas equações (4.5), (4.6) e (4.7). Nas equações abaixo,  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  são as tensões totais de corte.

$$a_1 = \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\} \quad (4.34)$$

$$a_2 = \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sigma} \{S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}, 2\tau_{xy}, 2\tau_{xz}, 2\tau_{yz}\} \quad (4.35)$$

$$a_3 = \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} = \left\{ \begin{array}{l} \left( S_{yy}S_{zz} - \tau_{yz}^2 + \frac{J_2}{3} \right), 2(\tau_{xz}\tau_{xy} - S_{xx}\tau_{yz}), \\ \left( S_{xx}S_{zz} - \tau_{xz}^2 + \frac{J_2}{3} \right), 2(\tau_{xy}\tau_{yz} - S_{yy}\tau_{xz}), \\ \left( S_{xx}S_{yy} - \tau_{xy}^2 + \frac{J_2}{3} \right), 2(\tau_{yz}\tau_{xz} - S_{zz}\tau_{xy}) \end{array} \right\} \quad (4.36)$$

Os coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$ , e  $C_3$  são determinados pelas equações (4.37), (4.38) e (4.39). Substituindo-se a função  $F$ , determinada pela equação (4.23), nas expressões acima, encontram-se as componentes do vetor de fluxo plástico. As derivadas dependentes da função  $F$  estão apresentadas no trabalho de Prates Junior (1992).

$$C_1 = \frac{\partial F}{\partial I_1} \quad (4.37)$$

$$C_2 = \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} - \frac{\operatorname{tg} 3\theta}{\sqrt{J_2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (4.38)$$

$$C_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2\cos 3\theta} \frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (4.39)$$

## 4.2.2 Modelo para concreto tracionado

Uma das características do concreto é possuir a sua resistência à tração muito inferior à resistência à compressão, resultando em fissuração com baixos níveis de tensão. As fissuras induzem a um forte comportamento não-linear, influenciando no desempenho carga-deslocamento de estruturas de concreto armado e protendido. Desta forma, a fissuração se torna um fator importante na análise estrutural, sendo fundamental para a precisão dos resultados.

Neste trabalho, o concreto tracionado é modelado como sendo um material elástico com amolecimento. Antes de fissurar, o concreto comporta-se como um material elástico-linear e, após a fissuração, utiliza-se o modelo de fissuras distribuídas. O modelo de fissuração utilizado é baseado na formulação apresentada por Hinton (1988) e aprimorada por Martineli (2003). A seguir, são descritos os procedimentos utilizados no modelo de fissuras distribuídas: critério de fissuração, uma regra para a colaboração do concreto entre fissuras e um modelo para a transferência das tensões de corte.

### 4.2.2.1 Critério de fissuração

No modelo de fissuras distribuídas necessita-se, apenas, que se atualize a relação tensão-deformação, modificando-se apenas as propriedades do material para considerar o dano por fissuração. O critério utilizado para a avaliação da fissuração do concreto consiste em verificar se o nível de tensão dos pontos de integração dos elementos atingiram a superfície de ruptura. Como o ponto pode alcançar a superfície de ruptura por fissuração ou por esmagamento do concreto, adotou-se o critério proposto pelo boletim nº 156 do CEB (1983) para distinguir estas situações. De acordo com este critério, tem-se que:

- a) se  $\sigma_1 \geq f_{tm}/2$ , o ponto de integração fissurou;
- b) se  $\sigma_1 < f_{tm}/2$ , o ponto de integração esmagou.

No qual  $\sigma_1$  é a tensão principal de tração, que pode ser determinada pela expressão (4.40).

$$\sigma_1 = \frac{2 \cdot \sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cdot \text{sen} \left( \theta + \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (4.40)$$

Para um ponto fissurado, o concreto, que inicialmente é considerado isotrópico, torna-se ortotrópico. Admite-se que uma fissura tenha se formado num plano ortogonal à tensão principal de tração  $\sigma_1$ , e os eixos materiais locais coincidem com as direções principais. A direção da fissura é calculada, resolvendo-se um problema de autovetores. Calculam-se os cossenos diretores dos ângulos formados entre o autovalor equivalente à tensão principal máxima  $\sigma_I$  e o estado de tensão que originou a fissura.

As propriedades materiais variam dependendo do estado de deformação e tensão. O módulo de elasticidade longitudinal se reduz na direção perpendicular ao plano da fissura e o efeito de Poisson é desprezado, conforme Hinton (1988). O módulo de elasticidade transversal, paralelo ao plano da fissura, também é reduzido.

No modelo implementado, é permitida a ocorrência de dois planos de fissuras em cada ponto de integração. Desta forma, para carregamentos posteriores, uma segunda fissura pode ocorrer no ponto já fissurado. Neste caso, utiliza-se o procedimento da fissura fixa, em que a direção do primeiro conjunto de fissuras permanece fixa e a tensão de tração é avaliada perpendicularmente ao plano de fissuração já existente. Se a tensão exceder a resistência do concreto à tração, então um novo plano de fissuras será formado, perpendicular ao já existente, e todas as componentes de tensão serão zeradas.

#### 4.2.2.2 Colaboração do concreto entre fissuras

Conforme Hinton (1988), os primeiros estudos feitos em análise numérica de concreto estrutural admitiam que o concreto era um material elástico-frágil, sob tração. Desta forma, quando uma fissura ocorria, a tensão normal à fissura era zerada.

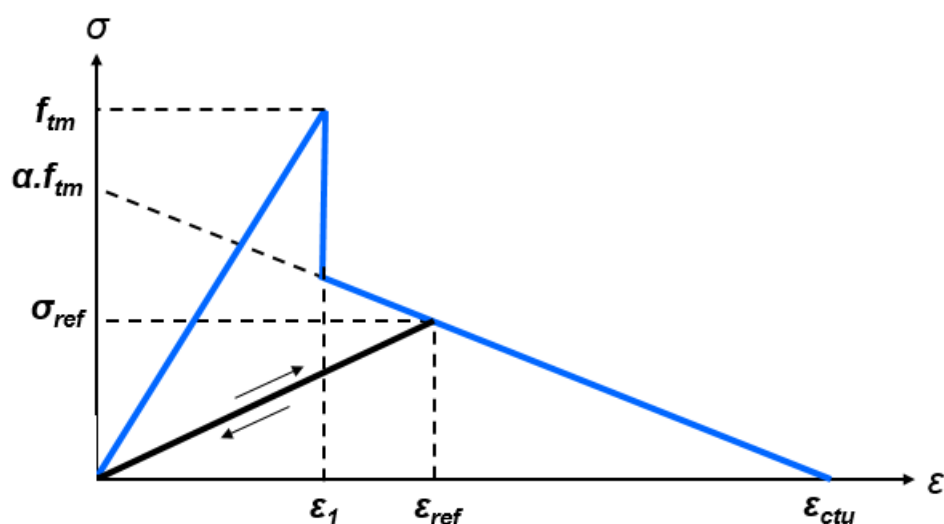
Porém, quando ocorre a fissuração, o concreto entre fissuras continua resistindo a esforços de tração, suportando um certo nível de tensão. Os efeitos da aderência entre o concreto e as barras de aço contribuem ativamente para a rigidez total das estruturas. Este fenômeno é conhecido como “efeito de enrijecimento à tração” ou *tension stiffening*, sendo de fundamental importância na análise de peças fletidas de concreto.

A aderência é responsável pela transmissão do esforço entre o aço e o concreto fissurado e depende principalmente de fatores como a resistência do concreto e características das barras de armadura, como o diâmetro e conformação superficial. A consideração da aderência no

Método dos Elementos Finitos depende da forma de conectar os elementos de aço aos de concreto.

Neste trabalho, utiliza-se a opção adotada por Hinton (1988), que sugere a modificação da curva tensão-deformação do concreto. A degradação da aderência, que ocasiona perdas de resistência à tração na pós-fissuração, é considerada através da introdução de um ramo descendente na curva tensão-deformação (figura 4.5). Isto significa dizer que o concreto é um material com amolecimento em tração.

Figura 4.5 – Curva tensão-deformação para o concreto tracionado



(fonte: baseado em HINTON, 1988)

A relação constitutiva adotada foi utilizada por Martineli (2003), sendo expressa pela relação (4.41). Nesta expressão,  $\alpha$  é um parâmetro que define a inclinação do ramo linear descendente e  $\varepsilon_{ctU}$  é um parâmetro que indica a deformação limite para a qual a colaboração do concreto entre fissuras não deve mais ser considerada. Adotou-se, os valores de 0,6 e 0,001 para  $\alpha$  e  $\varepsilon_{ctU}$ , respectivamente.

$$\sigma = \alpha \cdot f_{cm} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ctU}}\right) \quad (4.41)$$

A redistribuição de tensões devido à fissuração em outros pontos de integração ou carregamentos posteriores, pode eventualmente forçar algum ponto previamente fissurado a fechar total ou parcialmente. Neste caso, se a deformação atual  $\varepsilon$  é pequena comparada à

deformação  $\varepsilon_{ref}$ , armazenada como a máxima deformação de tração alcançada através da fissura pelo ponto de integração em questão, a tensão normal à fissura,  $\sigma$ , é calculada através da equação (4.42).

$$\sigma = \frac{\sigma_{ref}}{\varepsilon_{ref}} \varepsilon \quad (4.42)$$

Onde  $\sigma_{ref}$  é a tensão interpolada correspondente à deformação  $\varepsilon_{ref}$ . A trajetória desta “descarga” secante pode ser visualizada na figura 4.5. A reabertura da fissura segue a mesma trajetória até  $\varepsilon_{ref}$  ser excedida, após a qual segue a trajetória descendente definida pela equação acima.

#### 4.2.2.3 Modelo para transferência das tensões de corte

De forma geral, as primeiras fissuras que surgem no concreto sob tração, formam-se de forma perpendicular à direção da mais alta tensão principal de tração  $\sigma_1$ . As direções principais acabam se modificando, devido a mudança no carregamento ou por não-linearidades na estrutura, produzindo deslocamentos relativos das faces da fissura. Isto causa o surgimento de tensões de corte no plano da fissura, cujo valor depende das condições locais desta fissura.

No concreto existem dois mecanismos principais de transferência de esforços verticais, que são controlados pela abertura de fissura, diminuindo a capacidade de transferência de corte (*shear transfer*), quando ocorre o aumento desta abertura. Estes dois mecanismos são os seguintes:

- a) engrenamento dos agregados: depende do tipo e da granulometria dos agregados;
- b) efeito de pino da armadura (*dowel effect*): depende do diâmetro das barras, da taxa de armadura e da inclinação das barras em relação ao plano da fissura.

Os mecanismos mencionados acima não podem ser incluídos diretamente no modelo de fissuras distribuídas. Por isso, utilizou-se uma aproximação também adotada por Hinton (1988), que consiste em adotar um valor reduzido para o módulo de elasticidade transversal do concreto correspondente ao plano fissurado,  $G_0$ , através de um fator  $\beta$  que varia entre 0 e 1. Desta forma, o novo valor para o módulo de elasticidade transversal,  $G_c$ , é dado pela equação (4.43).



$$G_c = \beta \cdot G_0 \quad (4.43)$$

O fator  $\beta$  é calculado, segundo Hinton (1988), através da equação (4.44) e se relaciona com a deformação específica normal de tração do concreto,  $\varepsilon_T$ . O módulo de deformação por corte do concreto não-fissurado  $G_0$ , é fornecido pela expressão (4.45), onde  $E_c$  é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

$$\beta = 1 - \left( \frac{\varepsilon_T}{0,005} \right)^{0,3} \quad (4.44)$$

$$G_0 = \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4.45)$$

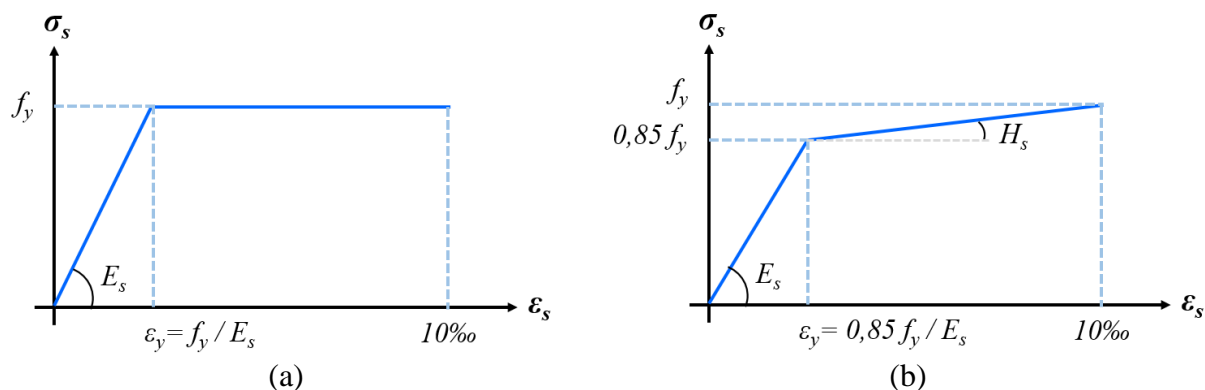
Analisando as expressões acima, observa-se que, quanto maior a deformação específica,  $\varepsilon_T$ , menor será  $\beta$  e  $G_c$ , e, conseqüentemente, menor será a tensão de corte transferida através da fissura. Caso a fissura feche, o módulo inicial,  $G_0$ , é novamente adotado.

### 4.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA O AÇO

Considerando que as barras de aço resistam apenas a esforços axiais, adotou-se, neste trabalho, um modelo uniaxial para representar seu comportamento. O aço é representado como um material elastoplástico perfeito, ou seja, apresenta o mesmo comportamento em tração e compressão. A representação se dá por um diagrama tensão-deformação bilinear.

Para as armaduras passivas, as barras seguem dois comportamentos, dependendo do processo de fabricação do material. Para aços com patamar de escoamento bem definido e com dureza material, adotou-se o modelo **elastoplástico perfeito** (figura 4.6a). Para os aços encruados a frio utilizou-se um comportamento **elastoplástico com endurecimento linear** a partir de 0,85 da tensão de escoamento (figura 4.6b).

Figura 4.6 – Modelos para armaduras passivas (a) elastoplástico perfeito e (b) elastoplástico com endurecimento linear



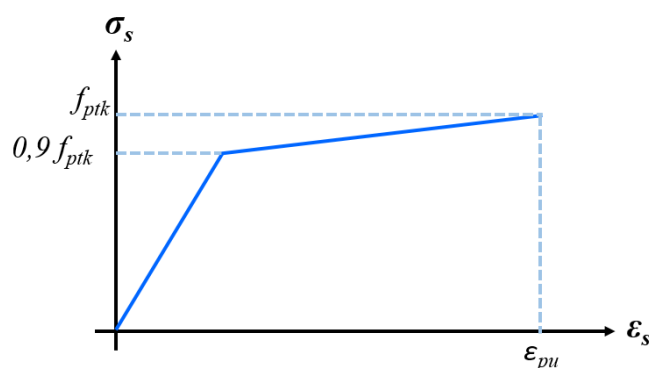
(fonte: elaborada pela autora)

O parâmetro de endurecimento utilizados pelo aço de armadura passiva com patamar bem definido foi igual a 1% do valor do módulo de elasticidade. Já, para os aços encruados a frio (aço B), foi utilizado como parâmetro de endurecimento o valor fornecido pela expressão (4.46).

$$H_s = \frac{0,15 \cdot f_y}{10\% - \frac{0,85 \cdot f_y}{E_s}} \quad (4.46)$$

Para as armaduras ativas, o material tem um comportamento elástico linear até atingir 90% do valor da tensão de ruptura  $f_{ptk}$ . Após atingido este valor, apresenta um comportamento com endurecimento linear, conforme apresentado na figura 4.7.

Figura 4.7 – Modelo elastoplástico com endurecimento linear para armaduras ativas



(fonte: elaborada pela autora)

## 4.4 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS DEPENDENTES DO TEMPO

Como a maior parte das estruturas na engenharia é composta por materiais que apresentam comportamentos viscosos, a sua análise não é baseada apenas por parâmetros instantâneos, ou seja, respostas imediatas do material após um dado carregamento. Desta forma, a influência de um carregamento é dependente, além de sua intensidade, da idade do material na data de aplicação da carga, do tempo em que ela permanece atuante e do histórico de tensões em que a estrutura foi submetida previamente (SIQUEIRA, 2014).

Os efeitos dependentes do tempo, como a fluência e a retração no concreto e a relaxação no aço protendido, influenciam significativamente o comportamento do concreto estrutural, principalmente em estruturas que apresentam um longo tempo de construção, como é o caso das pontes, devendo, sempre que possível, ser considerados nas análises numéricas. Para o concreto, as deformações por **fluência** e **retração** possuem a mesma ordem de grandeza das deformações imediatas geradas por níveis usuais de tensão. O efeito de **relaxação** na armadura de protensão gera uma perda de tensão significativa ao longo do tempo. Portanto, estes efeitos devem ser levados em consideração nas análises computacionais, cujas características estão explicitadas nos itens 4.4.1 e 4.4.2, de acordo com Machado (2002), Dias (2013), Siqueira (2014) e com o Código Modelo da *fib* 2010 (2012).

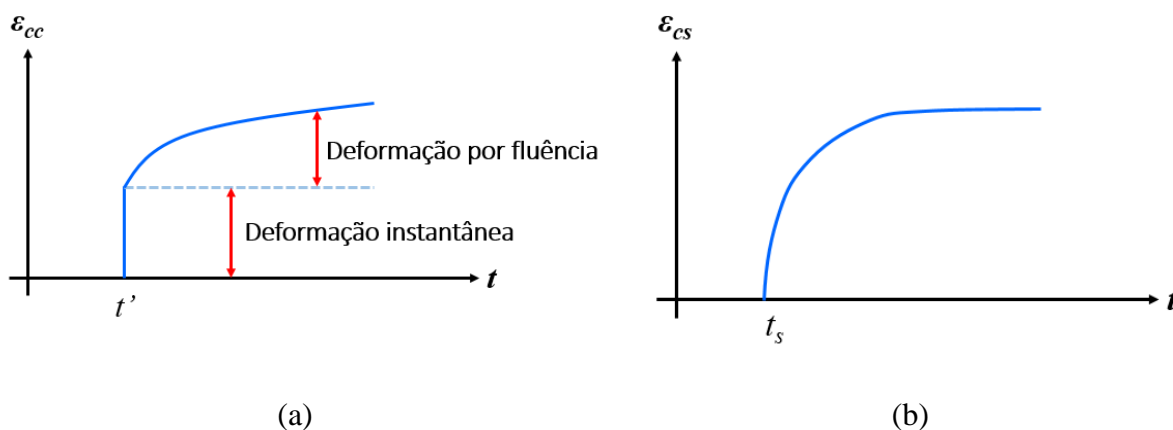
### 4.4.1 Fluência e retração do concreto

O concreto, ao ser solicitado por cargas de longa duração, apresenta, inicialmente, uma deformação instantânea, seguida de uma deformação lenta, que se desenvolve ao longo do tempo (figura 4.8a). O efeito que descreve esta deformação lenta é chamado de **fluência** (*creep*), cuja principal característica consiste no aumento das deformações com o decorrer do tempo, mesmo sob tensões constantes.

O fenômeno da **fluência** pode se manifestar com diferentes intensidades e formas de desenvolvimento. Este efeito é observado, de modo mais acentuado, para as primeiras idades do concreto devido à circulação de água na massa de concreto e a sua dissipação para o exterior. A **fluência** depende, principalmente, da umidade do ar, da temperatura ambiente, das dimensões da peça, das condições de cura, da composição do concreto, do tipo de cimento, da idade do carregamento e do período transcorrido após a sua aplicação.

Posteriormente à concretagem e cura do elemento estrutural, na prática, ainda se observa uma certa quantidade de água localizada em vasos capilares no interior da peça de concreto. Esta quantidade de água acumulada é referente ao resíduo da reação de hidratação do cimento, que surge devido ao fator água/cimento ser maior que o mínimo necessário para se trabalhar com o concreto. Após um determinado período, esta água começa a evaporar, e, como os vasos capilares têm sua pressão interna reduzida, tende a ocorrer o esmagamento dos mesmos. Este efeito provoca uma perda de volume, chamada de **retração** (*shrinkage*), e está representado na figura 4.8(b) (MEHTA; MONTEIRO, 2008).

Figura 4.8 – (a) Evolução da deformação por fluência para uma tensão constante aplicada em  $t'$  (b) Curva de deformação por retração



(fonte: elaborada pela autora)

Segundo Creus (1986), a **retração** diminui seus efeitos com o envelhecimento e secagem do material e a **fluência** é menor quanto maior a idade do início de aplicação de carga na estrutura, devido ao envelhecimento do concreto, ou seja, ao aumento gradativo do seu módulo de elasticidade e da sua resistência. Como o módulo de elasticidade se relaciona de forma inversa com a fluência, quanto mais envelhecido o material na data de aplicação de carga, menores serão as taxas de deformações diferidas. A retração, por ser uma deformação imposta, provoca tensões de tração e, conseqüentemente, fissuras.

Conforme Mehta e Monteiro (2008), a proteção e a cura prolongada das superfícies são fundamentais para diminuir a retração nas primeiras idades. Entre os fatores que influenciam o efeito de **retração**, pode-se citar: tipo e classe de cimento, finura dos grãos de cimento, quantidade de água, presença de agregados finos, temperatura do ambiente, umidade e cura.

De acordo com o Código Modelo da *fib* 2010 (2012), a deformação total no tempo,  $\varepsilon_c(t)$ , levando em conta os efeitos de retração, fluência e temperatura, de uma peça em concreto, uniaxialmente carregada a partir de um tempo  $t'$ , com uma tensão constante  $\sigma_c(t')$ , pode ser expressa segundo a equação (4.47).

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t') + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (4.47)$$

Onde:

$\varepsilon_{ci}(t')$ : deformação inicial devido ao carregamento;

$\varepsilon_{cc}(t)$ : deformação por fluência, para um tempo  $t > t'$ ;

$\varepsilon_{cs}(t)$ : deformação por retração;

$\varepsilon_{cT}(t)$ : deformação térmica.

A equação (4.48) agrupa as parcelas das deformações tensão-dependente e tensão-independente. Os valores dos termos  $\varepsilon_{c\sigma}(t)$  e  $\varepsilon_{cn}(t)$ , somados nesta equação, estão expressos respectivamente nas equações (4.49) e (4.50).

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c\sigma}(t) + \varepsilon_{cn}(t) \quad (4.48)$$

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \varepsilon_{ci}(t') + \varepsilon_{cc}(t) \quad (4.49)$$

$$\varepsilon_{cn}(t) = \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (4.50)$$

Onde:

$\varepsilon_{c\sigma}(t)$ : deformação tensão-dependente;

$\varepsilon_{cn}(t)$ : deformação tensão-independente.

A partir das equações apresentadas acima, observa-se que para as **deformações tensão-dependentes** são realizadas duas análises de forma independente. Na primeira delas, atribui-se ao concreto um modelo elastoplástico para o cálculo da deformação inicial devido ao carregamento,  $\varepsilon_{ci}(t')$ , e na segunda análise, considera-se um modelo viscoelástico para o cálculo da deformação por fluência  $\varepsilon_{cc}(t)$ .

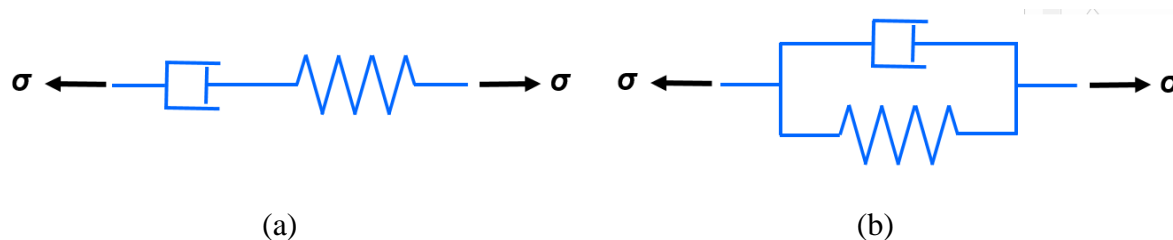
Quanto às parcelas da **tensão-independente**, considera-se apenas o efeito da deformação por retração,  $\varepsilon_{cs}(t)$ . Neste trabalho não foi considerado o efeito da deformação térmica  $\varepsilon_{cT}(t)$ , sendo

as condições de temperatura utilizadas apenas na calibração do desenvolvimento das propriedades do concreto no decorrer do tempo.

Um **modelo viscoelástico** é utilizado para representar as deformações imediatas, juntamente com as deformações não-imediatas. As deformações instantâneas provêm do **modelo elástico**, aparecendo de forma simultânea às tensões correspondentes, sem variar ao longo do tempo. Já as deformações não-imediatas, provêm do **modelo viscoso**, aparecendo com o passar do tempo, a medida em que o material é submetido a um certo carregamento.

Segundo Creus (1986), os modelos viscoelásticos são formulados a partir da união de dois elementos reológicos básicos: elementos elásticos (molas) e viscosos (amortecedores). Estes elementos fazem parte do **modelo de Maxwell** e do **modelo de Kelvin**, ambos implementados neste trabalho. O **modelo de Maxwell** é formado por elementos elásticos (mola) em série com elementos viscosos (amortecedor), conforme apresentado na figura 4.9(a). Já o **modelo de Kelvin** é composto por estes mesmos elementos, porém dispostos de forma paralela (figura 4.9b). Para o elemento de mola assume-se resposta instantânea e totalmente reversível às cargas e deformações aplicadas. Já para o amortecedor, considera-se uma taxa de resposta proporcional à força ou deformação aplicada. No quadro 4.3 são apresentadas as equações de equilíbrio, equações de compatibilidade e as relações constitutivas para os dois modelos, sendo os subíndices  $E$  e  $\eta$  referentes às tensões ou deformações na mola e no amortecedor, respectivamente.

Figura 4.9 – (a) Modelo de Maxwell e (b) Modelo de Kelvin



(fonte: baseada em CREUS, 1986)

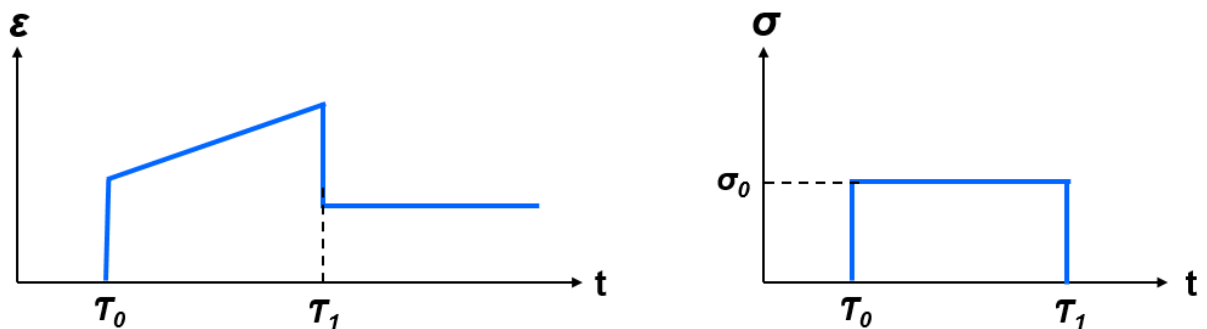
Quadro 4.3 – Equações e relações constitutivas dos modelos de Maxwell e Kelvin

	MODELO DE MAXWELL	MODELO DE KELVIN
Equação de equilíbrio	$\sigma(t) = \sigma_E(t) = \sigma_\eta(t)$	$\sigma(t) = \sigma_E(t) + \sigma_\eta(t)$
Equação de compatibilidade	$\varepsilon(t) = \varepsilon_E(t) + \varepsilon_\eta(t)$	$\varepsilon(t) = \varepsilon_E(t) = \varepsilon_\eta(t)$
Relação constitutiva da mola	$\sigma_E(t) = E \cdot \varepsilon_E(t)$	$\sigma_E(t) = E \cdot \varepsilon_E(t)$
Relação constitutiva do amortecedor	$\sigma_\eta(t) = \eta \cdot \dot{\varepsilon}_\eta(t)$	$\sigma_\eta(t) = \eta \cdot \dot{\varepsilon}_\eta(t)$

(fonte: baseado em CREUS, 1986)

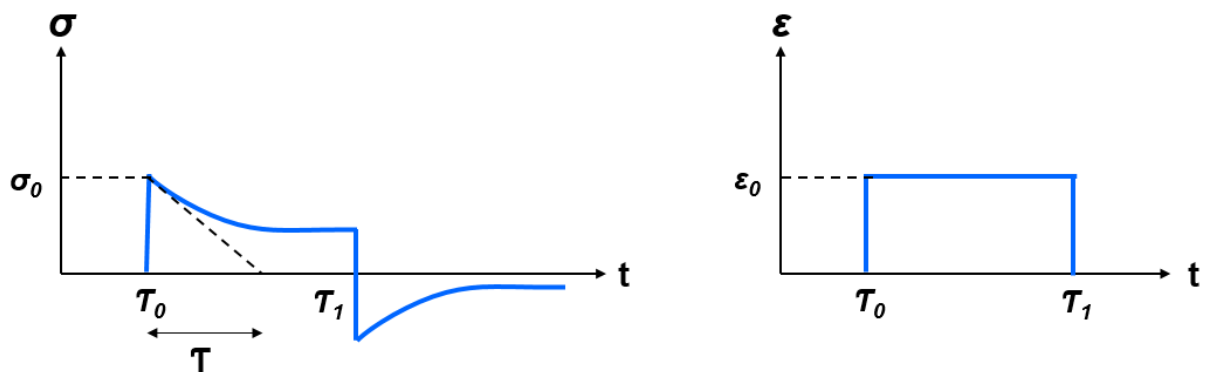
A figura 4.10 mostra a resposta do modelo de Maxwell quando submetido a uma tensão constante (teste de fluência). Já na figura 4.11, observa-se a resposta deste mesmo modelo à imposição de uma deformação constante (teste de relaxação).

Figura 4.10 – Resposta do modelo de Maxwell ao teste de fluência



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 4.11 – Resposta do modelo de Maxwell ao teste de relaxação



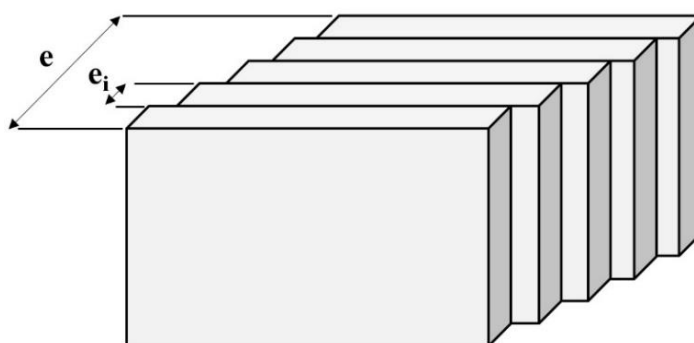
(fonte: elaborada pela autora)

Como estes modelos são muito simples para representar o comportamento de um material tão complexo quanto o concreto, uma melhor aproximação do comportamento viscoelástico pode ser obtida empregando modelos combinados de um grande número de molas e amortecedores em série ou em paralelo. Para o modelo generalizado de Maxwell, por exemplo, foi utilizado o modelo das camadas superpostas, através de um conjunto de cinco elementos tipo Maxwell. As características deste modelo, apresentadas no próximo item, correspondem a uma situação de sollicitação uniaxial. Para generalizá-lo para o caso multiaxial, admite-se que o concreto tenha comportamento isotrópico e que coeficiente de Poisson tenha o mesmo valor utilizado para cargas de curta duração. Nos próximos itens são apresentados detalhes dos modelos generalizados de Maxwell e de Kelvin.

#### 4.4.1.1 Modelo das camadas superpostas

Segundo Pande et al (1977), o modelo das camadas superpostas define que o sólido analisado é composto por várias camadas, superpostas entre si, sendo que cada camada pode possuir tanto espessuras quanto propriedades mecânicas diferentes (figura 4.12). As camadas sofrem a mesma deformação total, sendo que cada uma contribui com uma parcela, conforme sua espessura  $e_i$ .

Figura 4.12 – Modelo das camadas superpostas



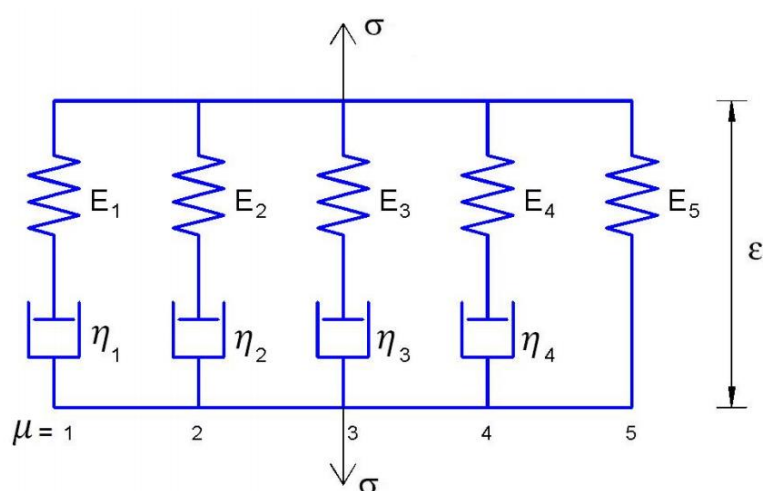
(fonte: elaborada pela autora)



#### 4.4.1.1.1 Descrição do modelo

Para este trabalho, um dos modelos reológicos adotados para simular o comportamento viscoelástico do concreto, foi o Modelo da Cadeia de Maxwell de Bazant e Wu (1974) com cinco elementos, associados em paralelo, de acordo com a figura 4.13. Este modelo é computacionalmente adequado, quando se utiliza uma formulação, baseada em elementos finitos, com integração com intervalos discretos de tempo.

Figura 4.13 – Modelo de Maxwell generalizado



(fonte: elaborada pela autora)

Cada unidade  $\mu$  da cadeia é composta por molas elásticas, com módulo de elasticidade  $E_\mu(t)$ , que depende da idade  $t$  do material, conectadas em série com amortecedores viscosos, com coeficientes de viscosidade  $\eta_\mu(t)$ . Este modelo não possui a componente plástica, ou seja, todos os elementos de atrito possuem tensão de plastificação nula.

#### 4.4.1.1.2 Formulação matemática do modelo generalizado de Maxwell

O campo de tensão  $\sigma(t)$  aplicado na cadeia, pode ser expresso através da expressão (4.51).

$$\sigma(t) = \sum_{\mu=1}^5 \sigma_\mu(t) \quad (4.51)$$

Onde:

$\sigma(t)$ : tensão total, atuante na cadeia de Maxwell, dependente da idade  $t$  do concreto;

$\sigma_\mu(t)$ : tensão atuante em uma unidade  $\mu$ , dependente da idade  $t$  do concreto.

Cada elemento da cadeia possui uma mola e um amortecedor conectados em série. Na expressão (4.52) está escrita a equação diferencial que relaciona tensão e deformações. Os coeficiente de viscosidade,  $\eta_\mu(t)$ , são determinados a partir da equação (4.53).

$$\dot{\varepsilon}(t) = \left( \frac{\dot{\sigma}_\mu(t)}{E_\mu(t)} + \frac{\sigma_\mu(t)}{\eta_\mu(t)} \right) \quad (4.52)$$

Onde:

$\dot{\varepsilon}(t)$ : deformação total, dependente da idade  $t$  do concreto;

$E_\mu(t)$ : módulo de elasticidade da mola  $\mu$ , dependente da idade  $t$  do concreto;

$\eta_\mu(t)$ : coeficiente de viscosidade da unidade  $\mu$ , dependente da idade  $t$  do concreto.

$$\eta_\mu(t) = E_\mu(t)\tau_\mu \quad (4.53)$$

Em que:

$\tau_\mu$ : tempo de relaxação da unidade  $\mu$ , considerado constante no tempo.

Os tempos de relaxação de cada unidade  $\mu$ , de acordo com o período de tempo que se deseja descobrir, após a aplicação da carga, são obtidos pela expressão (4.54). Considera-se, na unidade  $\mu = 5$ , cuja mola não está acoplada a nenhum amortecedor, que  $\tau_5 = 10^{30}$ , ou seja,  $\tau_5$  e  $\eta_5$  tendem ao infinito. Desta forma, a deformação torna-se assintoticamente convergente para uma certa data, conforme o comportamento real do concreto.

$$\tau_\mu = 10^{\mu-1}, \mu = 1, \dots, 4 \quad (4.54)$$

A tensão resultante para o elemento de Maxwell no tempo  $t$ , devido a um carregamento  $t'$ , é representada pela solução da equação diferencial (4.52), sendo expressa pela expressão (4.55). A função de relaxação do modelo  $R(t, t')$ , que representa a tensão resultante para uma deformação unitária, imposta em  $t$  igual a  $t'$  e mantida constante para  $t$  maior que  $t'$ , pode ser calculada a partir da expressão (4.56).

$$\sigma(t, t') = \sigma_{\mu}(t') e^{\frac{-(t-t')}{\tau_{\mu}}} \quad (4.55)$$

$$R(t, t') = \sum_{\mu=1}^5 E_{\mu}(t') e^{\frac{-(t-t')}{\tau_{\mu}}} \quad (4.56)$$

A determinação dos módulos  $E_{\mu}(t')$  desta função é feita a partir da função de relaxação  $\tilde{R}_i(t_i, t')$ , cujos valores discretos no tempo  $t_i$ , são conhecidos. Bazant (1982) propôs um algoritmo que determina automaticamente os parâmetros  $E_{\mu}(t)$ , cuja solução está apresentada no item 4.4.1.3 deste trabalho.

#### 4.4.1.2 Inclusão da fluência no modelo

Segundo Creus (1986), no domínio das tensões de utilização, devido a tensões em dois instantes diferentes, as deformações por fluência podem ser consideradas como aditivas, obedecendo ao princípio da superposição de efeitos. De acordo com o Código Modelo da *fib* 2010 (2012), a superposição linear de deformações é normalmente aceita, quando se trabalha com níveis de tensão menores que 40% do valor da resistência média à compressão do concreto.

##### 4.4.1.2.1 Lei do tipo integral para fluência

Para uma história prescrita de tensões, o somatório das respostas lineares de deformação, devido aos pequenos incrementos de tensão uniaxiais aplicados antes do tempo  $t$ , induz a uma lei do tipo integral para fluência (expressão 4.57).

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \int_0^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad (4.57)$$

Onde:

- t: idade atual do concreto, em dias;
- $\varepsilon_{tot}(t)$ : deformação axial total (inclui as parcelas dependentes e independentes do tempo);
- $\varepsilon_n(t)$ : deformação axial inelástica (decorrente da fluência, retração, dilatação térmica, etc.);

$J(t, \tau)$ : deformação no tempo  $t$ , causada por uma tensão unitária constante, agindo no intervalo entre  $\tau$  e  $t$ ;  
 $\sigma$ : tensão uniaxial.

Assim como o módulo de elasticidade longitudinal dos materiais elásticos, a função fluência relaciona a tensão aplicada com a deformação ocorrida. Esta, porém, não é somente um número, mas sim uma função dependente do tempo e da idade do material, no instante da aplicação da carga. Seja  $\sigma(t)$  caracterizado por um valor inicial  $\sigma(t')$  para  $\tau = t'$ , conforme expressão (4.58), pode-se então reescrever a equação (4.57) através da expressão (4.59).

$$\sigma(t) = 0, \text{ para } t < t'; \quad (4.58)$$

$$\Delta\sigma(t') = \sigma(t')$$

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \sigma(t')J(t, t') + \int_{t'}^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad (4.59)$$

Onde:

$\tau$ : tempo no qual os incrementos de tensão  $d\sigma(\tau)$  são aplicados.

O valor de  $\tau$  está contido, portanto, no intervalo  $t' \leq \tau \leq t$ . Se  $\sigma(t')$  varia em passos discretos  $\Delta\sigma(t_i)$ , obtém-se a expressão (4.60).

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = \sigma(t')J(t, t') + \sum_{i=1}^n J(t, t_i)\Delta\sigma(t_i) \quad (4.60)$$

#### 4.4.1.2.2 Lei do tipo integral para relaxação

Para uma história prescrita de deformações, o somatório das respostas lineares de tensão, devido aos pequenos incrementos de deformações uniaxiais aplicados antes do tempo  $t$ , induz a uma lei do tipo integral para relaxação (expressão 4.61). Nesta equação,  $R(t, \tau)$  é a tensão no tempo  $t$  causada por uma deformação unitária constante agindo no intervalo entre  $\tau$  e  $t$ , também conhecida como função de relaxação.

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t, \tau) d[\varepsilon_{tot}(\tau) - \varepsilon_n(\tau)] \quad (4.61)$$

Seja a deformação dependente da tensão,  $\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t)$ , caracterizada por um valor inicial,  $\varepsilon_{tot}(t') - \varepsilon_n(t')$ , para  $\tau = t'$  (expressão 4.62), pode-se, então, reescrever a equação (4.61), conforme mostra a expressão (4.63).

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = 0, \text{ para } t < t'; \quad (4.62)$$

$$\Delta[\varepsilon_{tot}(t') - \varepsilon_n(t')] = \varepsilon_{tot}(t') - \varepsilon_n(t')$$

$$\sigma(t, t') = [\varepsilon_{tot}(t') - \varepsilon_n(t')]R(t, t') + \int_{t'}^t R(t, \tau) d[\varepsilon_{tot}(\tau) - \varepsilon_n(\tau)] \quad (4.63)$$

Onde  $\tau$  é o tempo no qual os incrementos de deformação  $d[\varepsilon_{tot}(\tau) - \varepsilon_n(\tau)]$  são aplicados. O valor de  $\tau$  está contido, portanto, no intervalo  $t' \leq \tau \leq t$ . Se  $\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t)$  varia em passos discretos  $\Delta[\varepsilon_{tot}(t_i) - \varepsilon_n(t_i)]$ , tem-se a expressão (4.64).

$$\sigma(t, t') = [\varepsilon_{tot}(t') - \varepsilon_n(t')]R(t, t') + \sum_{i=1}^n R(t, \tau) d[\varepsilon_{tot}(t_i) - \varepsilon_n(t_i)] \quad (4.64)$$

#### 4.4.1.2.3 Relação entre as funções de fluência e relaxação

De acordo com a expressão (4.65), a relação entre as funções de fluência e relaxação pode ser obtida considerando-se a história de deformações na equação (4.59) como sendo uma função do tipo salto unitário.

$$\varepsilon_{tot}(t) - \varepsilon_n(t) = 0, \text{ para } t < t'; \quad (4.65)$$

$$\varepsilon_{tot}(t, t') - \varepsilon_n(t) = 1, \text{ para } t \geq t'$$

A resposta de tensão é definida por  $\sigma(t, t') = R(t, t')$ . Substituindo a resposta de tensão na equação (4.59), e considerando que  $R(t, t')$  é igual ao módulo de elasticidade longitudinal  $E_c(t')$  do concreto no tempo  $t'$ , obtém-se a expressão (4.66).

$$E_c(t')J(t, t') + \int_{t'}^t J(t, \tau) dR(\tau) = 1 \quad (4.66)$$

Através da equação (4.66) é possível determinar a função relaxação a partir da função fluência. Esta relação é necessária para a obtenção dos módulos de elasticidade dos elementos do modelo de Maxwell, vistos no item 4.4.1.1.2 deste capítulo. Estes valores são obtidos a partir de uma função de relaxação  $\tilde{R}_i(t_i, t')$ , cujos valores discretos, nos tempos  $t_i$ , são conhecidos.

Para a resolução da equação (4.66) é necessária uma regra de aproximação. Utiliza-se, neste trabalho, a regra trapezoidal (expressão 4.67), por induzir uma precisão mais adequada para histórias usuais de deformação.

$$\varepsilon_{tot}(t_k) - \varepsilon_n(t_k) = \sum_{i=1}^K \frac{1}{2} [J(t_k, t_i) + J(t_k, t_{i-1})] \Delta\sigma(t_i) \quad (4.67)$$

Usando esta regra para aproximar a equação (4.66), obtém-se como solução a expressão (4.68).

$$\Delta\tilde{R}_i = \frac{\sum_{j=1}^{i-1} \Delta\tilde{R}_j [J(t_i, t_j) + J(t_i, t_{j-1}) - J(t_{i-1}, t_j) - J(t_{i-1}, t_{j-1})]}{-[J(t_i, t_j) + J(t_i, t_{j-1})]} \quad (4.68)$$

Com um valor inicial de  $\Delta\tilde{R}_i = E_c(t')$ , então encontra-se a expressão (4.69).

$$\tilde{R}_i(t_i, t') = \tilde{R}_i(t_{i-1}, t') + \Delta\tilde{R}_i \quad (4.69)$$

Desta forma, conhecendo-se os valores de  $J(t_i, t')$  para quaisquer valores de  $t'$  e  $t-t'$ , dentro da faixa de tempo considerada, obtêm-se os respectivos valores de  $\tilde{R}(t_i, t')$  nos  $N$  tempos discretos. Entre os valores de  $t'$  e  $t-t'$ , considera-se uma variação linear com  $\log(t')$  e  $\log(t-t')$ .

Os valores expressos pela expressão (4.70) representam tempos discretos de duração de carga. Neste caso foram utilizados 30 tempos discretos, indicando três décadas de tempo em escala logarítmica e 10 passos por década.

$$(t_i - t') = 10^{\frac{1}{10}}(t_{i-1} - t') \quad (4.70)$$

Onde:

$$(t_1 - t') = 3,52 \text{ dias};$$

$$(t_{30} - t') = 2800 \text{ dias}.$$

Para a escolha das idades  $t'$  de carregamento utilizou-se a equação (4.71). Buscando uma boa representatividade do espectro de relaxação, foram adotadas oito idades de carregamento, iniciando em  $t'_1 = 2,8 \text{ dias}$ , o que resultou em uma idade final  $t'_8 = 8854,28 \text{ dias}$ .

$$t'_i = \sqrt[10]{t'_{i-1}} \quad (4.71)$$

Onde:

$$t'_1 = 2,8 \text{ dias};$$

$$t'_8 = 8854,28 \text{ dias}.$$

#### 4.4.1.3 Determinação dos parâmetros $E_\mu(t)$ e $\eta_\mu(t)$

Para uma idade  $t'$ , a equação da curva de relaxação pode ser determinada pelo método dos mínimos quadrados, a partir dos pontos conhecidos  $\tilde{R}(t_i, t')$ . A aplicação deste método é feita através da minimização da soma dos quadrados do desvio  $\phi$ , conforme expressão (4.72). Para melhorar o ajuste da função é usado o termo residual  $\pi$ , definido pela expressão (4.73). As variáveis  $\varpi_1 = 0,01$  e  $\varpi_2 = 0,08$  representam os pesos adotados para o termo residual.

$$\phi = \sum_{i=1}^{30} [R(t_i, t') - \tilde{R}(t_i, t')]^2 + \pi \quad (4.72)$$

$$\pi = \varpi_1 \sum_{\mu=1}^3 (E_{\mu+1} - E_\mu)^2 + \varpi_2 \sum_{\mu=1}^2 (E_{\mu+2} - 2E_{\mu+1} + E_\mu)^2 \quad (4.73)$$

Substituindo-se a função de relaxação da equação (4.56), na expressão (4.72) do desvio, sem o termo residual, obtém-se a expressão (4.74). O termo  $E_\mu(t')$  é obtido através da condição de minimização, expressa por (4.75).

$$\phi = \sum_{i=1}^{30} \left[ \sum_{\mu=1}^5 E_\mu(t') e^{\frac{-(t-t')}{\tau_\mu}} - \tilde{R}(t_i, t') \right]^2 \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial E_\mu} = 0, \mu = 1, \dots, 5 \quad (4.75)$$

A equação (4.75) forma um sistema de cinco equações com cinco incógnitas. Como a curva de relaxação é positiva, a resolução deste sistema conduz a valores positivos de  $E_\mu(t')$ . A solução da equação  $j$  deste sistema é indicada pela expressão (4.76), sendo reescrita na forma da expressão (4.77). E, ainda, matricialmente é possível representar a equação (4.77) pela relação (4.78). As expressões de A e B estão indicadas em (4.79).

$$\sum_{i=1}^{30} \left[ \sum_{\mu=1}^5 E_\mu(t') e^{\frac{-(t-t')}{\tau_\mu}} - \tilde{R}(t_i, t') \right] \sum_{i=1}^{30} e^{\frac{-(t-t')}{\tau_j}} = 0 \quad (4.76)$$

$$\sum_{i=1}^{30} \left[ \sum_{\mu=1}^5 E_{\mu}(t') e^{-\left(\frac{t-t'}{\tau_{\mu}} + \frac{t-t'}{\tau_j}\right)} \right] = \sum_{i=1}^{30} \tilde{R}(t_i, t') e^{-\frac{t-t'}{\tau_j}} \quad (4.77)$$

$$[A]\{E\}=\{B\} \quad (4.78)$$

$$A_{jk} = \sum_{i=1}^{30} e^{-\left(\frac{t-t'}{\tau_{\mu}} + \frac{t-t'}{\tau_j}\right)}, k = 1, \dots, 5;$$

$$E_j = E_j(t'); \quad (4.79)$$

$$B_j = \sum_{i=1}^{30} \tilde{R}(t_i, t') e^{-\frac{t-t'}{\tau_j}}$$

Inserindo o termo residual  $\pi$ , de ajuste da função, nas equações da expressão (4.75), os elementos  $A_{jk}$  da matriz  $[A]$  devem ser corrigidos conforme o quadro 4.4.

Quadro 4.4 – Correção da equação do método dos mínimos quadrados com inclusão do termo residual

TERMO DA MATRIZ DE ORIGEM	TERMO FINAL COM CORREÇÃO
$A_{1,1}$	$A_{1,1} + \varpi_1 + \varpi_2$
$A_{1,2}$	$A_{1,2} - \varpi_1 + 2\varpi_2$
$A_{1,3}$	$A_{1,3} + \varpi_2$
$A_{2,1}$	$A_{2,1} - \varpi_1 - 2\varpi_2$
$A_{2,2}$	$A_{2,2} + 2\varpi_1 + 5\varpi_2$
$A_{2,3}$	$A_{2,3} - \varpi_1 - 4\varpi_2$
$A_{2,4}$	$A_{2,4} + \varpi_2$
$A_{3,1}$	$A_{3,1} + \varpi_2$
$A_{3,2}$	$A_{3,2} - \varpi_1 + 4\varpi_2$
$A_{3,3}$	$A_{3,3} + 2\varpi_1 + 5\varpi_2$
$A_{3,4}$	$A_{3,4} - \varpi_1 - 2\varpi_2$
$A_{4,3}$	$A_{4,3} - \varpi_1 - 2\varpi_2$
$A_{4,4}$	$A_{4,4} + \varpi_1 + \varpi_2$

(fonte: SIQUEIRA, 2014)

Resolvendo o sistema de equações da expressão (4.75), determinam-se os valores dos módulos de elasticidade da cadeia de Maxwell  $E_{\mu}(t')$ , para os valores de  $t'$  nos quais são dados os pontos



discretos  $\tilde{R}(t_i, t')$ . Havendo a necessidade de extrapolação destes valores de  $E_\mu(t')$ , para uma idade  $t$ , deve-se utilizar a expressão (4.80) de interpolação.

$$E_\mu(t) = \frac{E_\mu(t'_{i-1})[\log(t'_i) - \log(t)] + E_\mu(t'_i)[\log(t) - \log(t'_{i-1})]}{\log(t'_i) - \log(t'_{i-1})}, \quad (4.80)$$

para  $i = 2, \dots, 8$  e  $\mu = 1, \dots, 5$

Com os valores de  $E_\mu$  determinados para as cinco camadas, obtêm-se os respectivos valores de  $\eta_\mu$ , através da equação (4.53). Desta forma, utilizando este modelo, tais valores de  $E_\mu$  e  $\eta_\mu$  podem ser obtidos para qualquer idade  $t$  do concreto na fase viscoelástica. Desta forma, a atualização dos módulos de elasticidade de cada elemento da cadeia é feita de acordo com o envelhecimento do material.

#### 4.4.1.4 Determinação dos parâmetros da função de fluência

Nos itens a seguir são apresentados, inicialmente, a equação básica da função de fluência, conforme o Código Modelo da *fib* 2010 (2012), e, posteriormente, a formulação para obter o coeficiente de fluência. Por último, são indicadas as equações para consideração do efeito do tipo de cimento e da variação da temperatura.

##### 4.4.1.4.1 Equação básica

Conforme apresentado anteriormente, para a obtenção da função de relaxação  $R(t, t')$ , torna-se necessário conhecer alguns valores da função de fluência  $J(t, t')$ . Para este trabalho, foi utilizada a formulação apresentada pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012), válida para concretos submetidos a uma tensão máxima menor que  $0,4f_{cm}$  e sob um carregamento aplicado no tempo  $t'$ , conforme exposto na equação (4.81). O módulo de elasticidade do concreto,  $E_c$ , aos 28 dias de idade, é determinado a partir da resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias  $f_{cm}$ , e pelo tipo de agregado presente no concreto, conforme apresenta a equação (4.82).

$$J(t, t') = \frac{1}{E_c(t')} + \frac{\phi(t, t')}{E_c} \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned}
 E_c &= 25.800 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}}, f_{cm} \text{ em MPa, para agregados do tipo basalto} \\
 E_c &= 21.500 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}}, f_{cm} \text{ em MPa, para agregados do tipo quartzo} \\
 E_c &= 19.400 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}}, f_{cm} \text{ em MPa, para agregados do tipo calcário} \\
 E_c &= 15.100 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}}, f_{cm} \text{ em MPa, para agregados do tipo arenito}
 \end{aligned}
 \tag{4.82}$$

Onde:

$t$ : idade atual do concreto, em dias;

$t'$ : idade do concreto no início da aplicação da carga, em dias;

$J(t, t')$ : deformação no tempo  $t$ , causada por uma tensão unitária constante, agindo no intervalo entre  $t$  e  $t'$ ;

$E_c(t')$ : módulo de elasticidade no tempo  $t'$ ;

$\phi(t, t')$ : coeficiente de fluência.

Com base no valor de  $E_c$  é possível estimar o  $E_c(t')$  para uma idade  $t'$  qualquer, através da equação (4.83). A variável  $\beta_{cc}(t')$  é definida pela expressão (4.84).

$$E_c(t') = \beta_{cc}(t')^{\frac{1}{2}} E_c \tag{4.83}$$

$$\beta_{cc}(t') = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t'_T} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \tag{4.84}$$

Onde:

$t'_T$ : é um ajuste do tempo, em função de efeitos providos de temperaturas diferentes de 20 °C, com limite entre 0 °C e 80 °C;

$s$ : parâmetro dependente do tipo de cimento utilizado no concreto, assumindo o valor de 0,20 para cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial; 0,25 para cimento de endurecimento rápido e normal; e 0,38 para cimento de endurecimento lento. Para concretos com  $f_{cm} > 60$  MPa,  $s = 0,20$ .

#### 4.4.1.4.2 Coeficiente de fluência

O cálculo do coeficiente de fluência  $\varphi(t, t')$ , depende de vários parâmetros que devem ser levados em consideração. A expressão (4.85) é a equação geral deste coeficiente e mostra a soma do coeficiente de fluência básico com o coeficiente de fluência de secagem.

$$\varphi(t, t') = \varphi_{bc}(t, t') + \varphi_{dc}(t, t') \quad (4.85)$$

Onde:

t: idade atual do concreto, em dias;

t': idade do concreto no início da aplicação da carga, em dias;

$\varphi_{bc}(t, t')$ : coeficiente de fluência básico;

$\varphi_{dc}(t, t')$ : coeficiente de fluência por secagem.

O coeficiente de fluência básico é calculado a partir da expressão (4.86), sendo suas variáveis calculadas a partir da expressão (4.87) e (4.88). Por sua vez, o coeficiente de fluência por secagem, que é uma variável dependente principalmente da umidade do ar e da espessura fictícia da peça, é calculado através da equação (4.89). As quatro variáveis desta equação são calculadas a partir das expressões (4.90), (4.91), (4.92) e (4.93).

$$\varphi_{bc}(t, t') = \beta_{bc}(f_{cm}) + \beta_{bc}(t, t') \quad (4.86)$$

Onde:

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1,8}{(f_{cm})^{0,7}} \quad (4.87)$$

$$\beta_{bc}(t, t') = \ln \left[ \left( \frac{30}{t_{0,adj}} + 0,035 \right)^2 (t - t') + 1 \right] \quad (4.88)$$

$$\varphi_{dc}(t, t') = \beta_{dc}(f_{cm})\beta(RH)\beta_{dc}(t')\beta_{dc}(t, t') \quad (4.89)$$

Onde:

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{(f_{cm})^{1,4}} \quad (4.90)$$

$$\beta(RH) = \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \frac{h}{100}}} \quad (4.91)$$

$$\beta_{dc}(t') = \frac{1}{0,1 + t_{0,adj}^{0,2}} \quad (4.92)$$

$$\beta_{dc}(t, t') = \left( \frac{(t - t')}{\beta_h + (t - t')} \right)^{\gamma(t')} \quad (4.93)$$

Sendo:

$f_{cm}$ : resistência à compressão média do concreto aos 28 dias, em MPa;

RH: umidade relativa do ar, em %;

$h = \frac{2A_c}{u}$ : espessura fictícia da peça, em mm, onde  $A_c$  é a área da seção transversal e  $u$  é o perímetro em contato com a atmosfera;

$\gamma(t')$  e  $\beta_h$ : são variáveis calculadas de acordo com as equações (4.94) e (4.95), respectivamente.

$$\gamma(t') = \frac{1}{2,3 + \frac{3,5}{\sqrt{t_{0,adj}}}} \quad (4.94)$$

$$\beta_h = 1,5h + 250\alpha_{f_{cm}} \leq 1500\alpha_{f_{cm}} \quad (4.95)$$

Sendo:

$$\alpha_{f_{cm}} = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (4.96)$$

#### 4.4.1.4.3 Efeito do tipo de cimento e variação da temperatura

Os efeitos sobre as deformações por fluência, referentes ao tipo de cimento e à variação da temperatura ao longo do tempo, são considerados através de correções dos coeficientes e funções descritos anteriormente. Os efeitos de altas ou baixas temperaturas e a maturidade do concreto, devem ser considerados, ajustando-se o valor do tempo  $t'$ , conforme observa-se na expressão (4.97). A variável  $t'_T$  é calculada através da expressão (4.98).

$$t_{0,adj} = t'_T \left( \frac{9}{2 + (t'_T)^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (4.97)$$

Onde:

$t'_T$ : é um ajuste do tempo, em função de efeitos providos de temperaturas diferentes de 20 °C, com limite entre 0 °C e 80 °C;

$\alpha$ : parâmetro dependente do tipo de cimento utilizado na elaboração do concreto, sendo admitidos os valores de 1 para cimento de endurecimento rápido e alta

resistência inicial; 0 para cimento de endurecimento rápido e normal; e -1 para cimento de endurecimento lento.

$$t'_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[ 13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} \right] \quad (4.98)$$

Onde:

$\Delta t_i$ : número de dias em que a temperatura T prevaleceu;

$T(\Delta t_i)$ : temperatura média atuante por um período de  $\Delta t_i$  dias.

O efeito da temperatura no desenvolvimento do tempo da fluência é levado em conta através da expressão (4.99). O coeficiente de correção  $\beta_T$  é expresso pela equação (4.100).

$$\beta_{H,T} = \beta_h \beta_T \quad (4.99)$$

$$\beta_T = \exp \left[ \frac{1500}{273 + T} - 5,12 \right] \quad (4.100)$$

Onde:

$\beta_{H,T}$ : coeficiente dependente da temperatura que substitui o coeficiente  $\beta_h$  na equação (4.93);

$T$ : temperatura em °C.

Já o efeito da temperatura no coeficiente de fluência é considerado através das expressões (4.101) e (4.102). O coeficiente de correção  $\varphi_T$  é expresso através da equação (4.103).

$$\varphi_{bc,T} = \varphi_{bc} \varphi_T \quad (4.101)$$

$$\varphi_{dc,T} = \varphi_{dc} \varphi_T^{1,2} \quad (4.102)$$

$$\varphi_T = \exp[0,015(T - 20)] \quad (4.103)$$

Onde:

$\varphi_{bc,T}$ : coeficiente dependente da temperatura que substitui  $\varphi_{bc}$  na equação (4.85);

$\varphi_{dc,T}$ : coeficiente dependente da temperatura que substitui  $\varphi_{dc}$  na equação (4.85);

$\varphi_{bc}$ : coeficiente de fluência básico expresso pela equação (4.86);

$\varphi_{dc}$ : coeficiente de fluência por secagem expresso pela equação (4.89);

$T$ : temperatura em °C.

Nesta formulação há também a consideração do efeito da temperatura sobre a resistência média à compressão  $f_{cm}$  e sobre o módulo de elasticidade  $E_c$ , respectivamente através das equações (4.104) e (4.105).

$$f_{cm}(T) = f_{cm}(1,06 - 0,003T) \quad (4.104)$$

$$E_c(T) = E_c(1,06 - 0,003T) \quad (4.105)$$

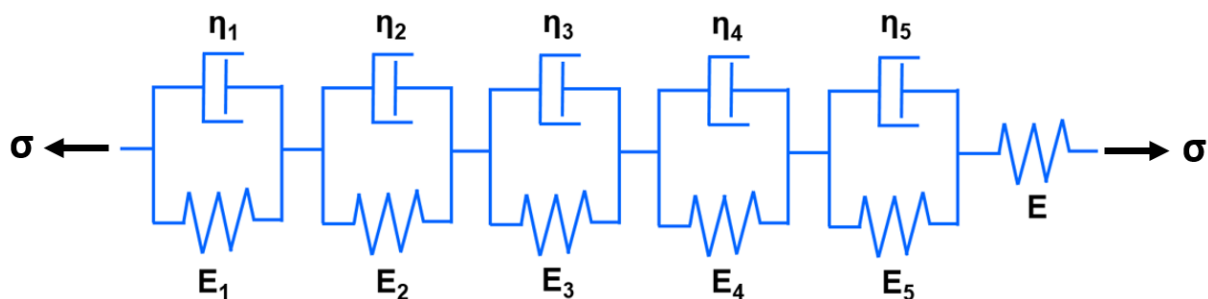
Onde:

- $f_{cm}(T)$ : resistência à compressão a uma temperatura T;
- $f_{cm}$ : resistência à compressão a uma temperatura de 20°C;
- $E_c(T)$ : módulo de elasticidade a uma temperatura T;
- $E_c$ : módulo de elasticidade a uma temperatura de 20°C;
- $T$ : temperatura em °C.

#### 4.4.1.5 Cadeia de Kelvin generalizada

A cadeia de Kelvin generalizada, composta por cinco elementos de Kelvin em série, foi implementada para a simulação do comportamento viscoelástico do concreto. Na figura 4.14 observa-se este modelo.

Figura 4.14 – Modelo de Kelvin generalizado



(fonte: elaborada pela autora)

A implementação foi fundamentada nos trabalhos de Bazant e Prasannan (1989a) e Bazant e Prasannan (1989b), os quais apresentaram uma formulação para o tratamento da fluência no concreto baseado na micromecânica do processo de envelhecimento. Este modelo, conhecido como *Teoria da Solidificação para a Fluência do Concreto*, indica que o envelhecimento do

material afeta os efeitos decorrentes da fluência, ou seja, quanto mais velho for o concreto, menores serão os efeitos da fluência.

Conforme os mesmos autores, este modelo sugere o uso de uma lei constitutiva de fluência sem envelhecimento, onde o envelhecimento do material é expressado através da solidificação do concreto, ou seja, pelo incremento de volume de pasta de cimento hidratado. Este aumento de uma fração de volume do material solidificado (cimento hidratado) é tratado como um material viscoelástico sem envelhecimento descrito por uma cadeia Kelvin com parâmetros (módulo de elasticidade e viscosidade) independentes da idade, facilitando a implementação numérica.

Desta forma, inicialmente, os parâmetros são calculados através da calibração de um modelo experimental, e, posteriormente, ficam constantes durante a análise, como na clássica viscoelasticidade linear. De acordo com o modelo proposto, para o caso de uma tensão constante, aplicada em uma idade  $t'$ , a função de fluência é expressa através da equação (4.106).

$$J(t, t') = \frac{1}{E_c(t')} + \frac{\phi(t, t')}{V(t)} \quad (4.106)$$

Sendo:

$t$ : idade atual do concreto, em dias;

$t'$ : idade do concreto no início da aplicação da carga, em dias;

$J(t, t')$ : deformação no tempo  $t$ , causada por uma tensão unitária constante, agindo no intervalo entre  $t$  e  $t'$ ;

$E_c(t')$ : módulo de elasticidade no tempo  $t'$ ;

$\phi(t, t')$ : coeficiente de fluência;

$V(t)$ : volume de concreto em função do envelhecimento do material.

Adotou-se neste trabalho como tempos de duração de carga, para representar a função de fluência de forma adequada, os tempos discretos obtidos pela equação (4.107). De acordo com Bazant & Wu (1974), para este tipo de análise, os passos de tempo,  $\Delta t_r$ , são melhores quando escolhidos valores crescentes com uma taxa de variação constante. A partir das curvas de fluência geradas pelos pontos discretizados, os valores  $E_\mu$  para cada elemento da cadeia são encontrados através uso do método dos mínimos quadrados.

$$\Delta t_r = (t_r - t_0) = 10^{\left(\frac{1}{ndec}\right)} \cdot (t_{r-1} - t_0) \quad (4.107)$$

Sendo:

$\Delta t_r$ : intervalo entre os pontos discretizados, neste caso optou-se por 30 pontos  
( $r=1, 2, \dots, 30$ );

$t_r$ : pontos referentes aos tempos discretizados ( $r=1, 2, \dots, 30$ );

$t_0$ : idade de início de carregamento do problema estrutural;

$ndec$ : número de décadas de tempo em escala logarítmica.

Segundo Bazant e Prasanna (1988), o modelo reológico proposto é sem envelhecimento, ou seja, seus parâmetros elásticos e viscosos são independentes do tempo, tornando a análise numérica da fluência mais simples e a cadeia de Kelvin mais vantajosa, se comparada com a cadeia de Maxwell. A equação diferencial para uma cadeia de Kelvin em série sem envelhecimento é dada pela equação (4.108). Integrando esta equação para uma tensão constante, aplicada em uma idade  $t'$ , em uma cadeia de  $n$  elementos Kelvin, resulta a deformação viscosa indicada na equação (4.109). Esta expressão é conhecida como série de Dirichlet (ou Prony) e pode ser aproximada para várias curvas de fluência. O tempo de retardação, indicado na expressão (4.110), fornece uma regra para a taxa de fluência, a qual é necessária para a análise de grandes sistemas estruturais. Para calibração do modelo Kelvin generalizado foram considerados, neste trabalho, tempos de retardação fixos, representados pela equação (4.111).

$$E_\mu \cdot \varepsilon_\mu + \eta_\mu \cdot \dot{\varepsilon}_\mu = \sigma \quad (4.108)$$

Sendo:

$E_\mu$ : módulo de elasticidade da  $\mu$ -ésima unidade da cadeia de Kelvin;

$\eta_\mu$ : viscosidade da  $\mu$ -ésima unidade da cadeia de Kelvin;

$\varepsilon_\mu$ : deformação da  $\mu$ -ésima unidade da cadeia de Kelvin.

$$\varepsilon_{vp}(t) = \sigma \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{E_\mu} (1 - e^{-(t-t')/\theta_\mu}) \quad (4.109)$$

Sendo:

$\theta_\mu$ : tempo de retardamento à fluência da  $\mu$ -ésima unidade.

$$\theta_\mu = \frac{\eta_\mu}{E_\mu} \quad (4.110)$$



$$\theta_1 = 1, \quad \theta_\mu = \theta_1 \cdot 10^{\mu-1} \quad \text{para} \quad \mu = 2, \dots, 5. \quad (4.111)$$

A escolha dos tempos de retardação não é totalmente arbitrária, sendo importante que estes valores cubram o período total de interesse. O uso de um algoritmo exponencial possibilita gradualmente o crescimento do valor dos passos de tempo a valores muito superiores ao menor tempo de retardação, mantendo a estabilidade e boa precisão. Neste caso, é assumido que nos intervalos entre cada passo de tempo  $(t_i, t_{i+1})$  a tensão varia linearmente e, assim, soluções exatas para as equações diferenciais podem ser obtidas.

Comparando as duas formulações para  $J(t, t')$ , dadas em (4.81) e (4.106), tem-se que  $V(t) = E_c$ . Os parâmetros  $E_\mu$  podem ser obtidos discretizando a função  $\phi(t, t')$  do Código Modelo da *fib* 2010 (2012), usando L pontos determinados de acordo com o número de pontos de tempo da análise, conforme indica a equação (4.107). Empregando o ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados, tem-se o sistema expresso na equação (4.112).

$$\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^n C_j f_j(x_i) f_k(x_i) = \sum_{i=1}^L y_i f_k(x_i) \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, n \quad (4.112)$$

Sendo:

$$y_i = \left[ \frac{(t - t')}{\beta_H + (t - t')} \right]^{0,3} \quad (4.113)$$

$$\beta_H = 150 \left\{ 1 + \left( 1,2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right\} \frac{h}{100} + 250 \leq 1500 \quad (4.114)$$

A função a ser aproximada, já sem os coeficientes, está indicada na equação (4.115). A expressão (4.116) apresenta os coeficientes a serem aproximados, que gera o sistema de equações lineares, indicado na equação (4.117). Com a resolução do sistema obtêm-se os parâmetros  $E_j$  da cadeia.

$$f_i = (1 - e^{-(t-t')/\theta_\mu}) \quad (4.115)$$

$$C_j = \frac{1}{E_j} \quad (4.116)$$

$$[A]\{X\} = [B] \quad (4.117)$$

Sendo:

$$A(i, j) = \sum_{k=1}^L \left[ 1 - e^{-(t-t')_k/\theta_i} \right] \left[ 1 - e^{-(t-t')_k/\theta_j} \right] \quad (4.118)$$

$$B(i) = \sum_{k=1}^L \phi(t, t')_k \left[ 1 - e^{-(t-t')_k/\theta_i} \right] \quad (4.119)$$

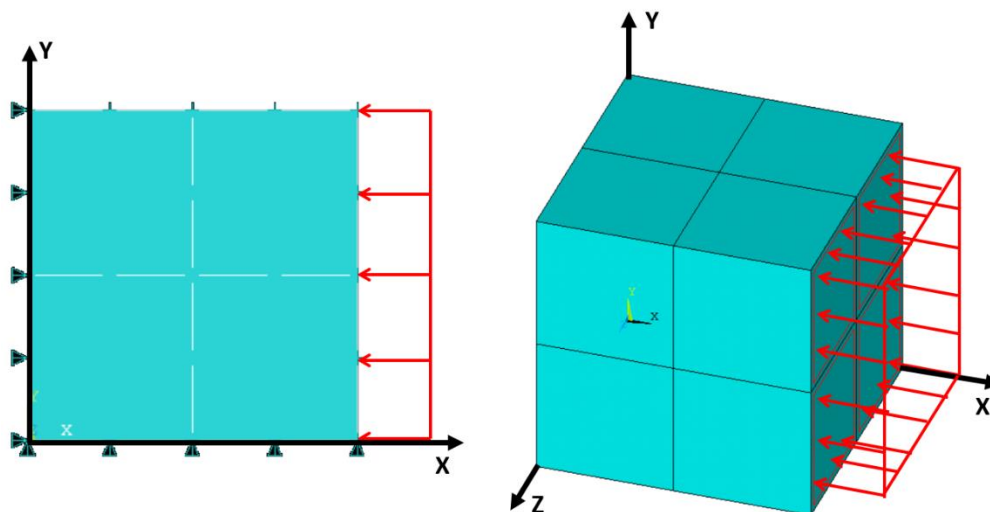
$$X(j) = \frac{1}{E_j} \quad (4.120)$$

$$\eta_j = \frac{\theta_j}{E_j} \quad (4.121)$$

#### 4.4.1.6 Calibração do modelo de Maxwell e Kelvin para o concreto viscoelástico

A fim de verificar o modelo de Maxwell e o modelo de Kelvin, implementados para simular a fluência no concreto, foi feita a comparação entre as curvas de fluência obtidas pelos dois modelos e pela formulação apresentada no Código Modelo da *fib* 2010 (2012). Para esta calibragem, aplicou-se uma pressão de compressão em uma das faces de um cubo 1x1x1 cm de concreto (figura 4.15) para idade de aplicação de carga ( $t'$ ) igual a 28 dias. No quadro 4.5 seguem as informações do concreto e das etapas de carregamento.

Figura 4.15 – Cubo 1x1x1 cm de concreto modelado no ANSYS



(fonte: elaborada pela autora)

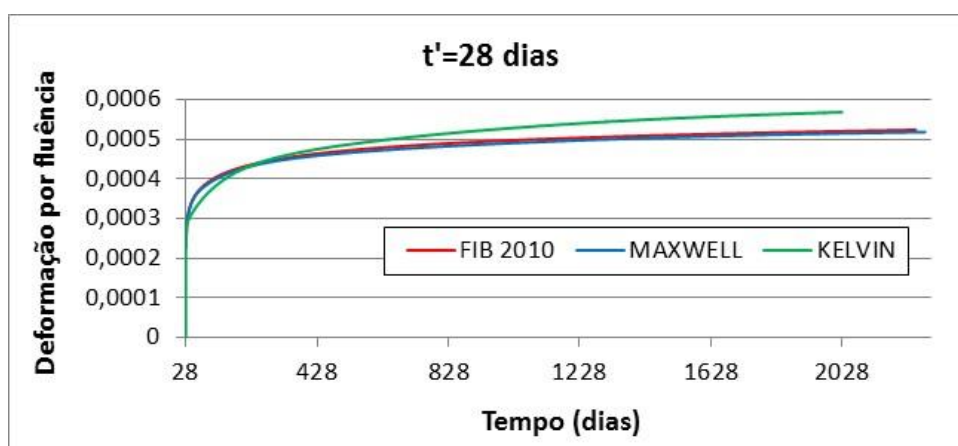
Quadro 4.5 – Informações do problema e das etapas de carregamento

INFORMAÇÕES DO PROBLEMA PARA CALIBRAGEM	
Resistência à compressão ( $f_{ck}$ )	5 kN/cm <sup>2</sup>
Agregado	basalto
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,2
Umidade do ar ( $RH$ )	75%
Espessura fictícia ( $h$ )	13,33 cm
Tipo de cimento ( $\alpha$ )	$\alpha = 0 \rightarrow$ intermediário (for strength classes 32.5 R, 42.5 N)
Temperatura	20°C
ETAPAS DE CARREGAMENTO	
1º: ETAPA 1 (depende do tempo)	Análise até a idade inicial do carregamento
2º: ETAPA 2	Aplicação da pressão de compressão (1 kN/cm <sup>2</sup> )
3º: ETAPA 1 (depende do tempo)	Análise de 2000 dias após a aplicação da pressão

(fonte: elaborado pela autora)

Na figura 4.16 está traçado o gráfico de deformação por fluência em relação ao tempo (dias) para a idades de aplicação de carga igual a 28 dias. A partir da comparação entre as curvas obtidas pelo método analítico e pelo modelo computacional (Maxwell e Kelvin), pode-se observar uma boa concordância dos resultados, indicando que a implementação computacional foi feita de forma adequada. Esta mesma verificação também foi feita para mais sete idades de aplicação de carga (2,8; 8,85; 88,54; 280; 885,44; 2800 e 8854,38), obtendo-se resultados similares ao gráfico da figura 4.16.

Figura 4.16 – Calibração do efeito de fluência pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012) – início de aplicação de carga aos 28 dias



(fonte: elaborada pela autora)

#### 4.4.1.7 Inclusão da retração no modelo

As deformações por retração do concreto foram incluídas no modelo a partir da consideração de deformações impostas à estrutura, tal como na inclusão do fenômeno da fluência, uma vez que, em ambos os casos, não há acréscimo de tensões no concreto. Para tanto, na avaliação da tensão em cada ponto de integração, a deformação total passa a ser reduzida desta parcela relativa a retração.

A partir da determinação dos parâmetros de retração, é feito o cálculo da deformação imposta de acordo com recomendações do Código Modelo da *fib* 2010 (2012). A equação (4.122) representa o cálculo da deformação devido à retração. O coeficiente de retração nominal  $\varepsilon_{cs0}$  é obtido através da expressão (4.123).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0} \beta_s (t - t_s) \quad (4.122)$$

Em que:

$\varepsilon_{cs0}$ : coeficiente de retração nominal;

$\beta_s$ : coeficiente que descreve o desenvolvimento da retração com o tempo;

$t$ : idade do concreto em dias;

$t_s$ : idade de início da consideração da retração do concreto em dias.

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \quad (4.123)$$

Sendo:

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = \left[ 160 + 10 \beta_{sc} \left( 9 - \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \quad (4.124)$$

Em que:

$f_{cm0}$ : 10 MPa;

$\beta_{sc}$ : é uma variável dependente do tipo do cimento, sendo adotados os valores de 8 para cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial, 5 para cimento de endurecimento rápido e normal e 4 para cimento de endurecimento lento.

Os valores de  $\beta_{RH}$  são definidos pela expressão (4.125), e dependem da umidade relativa do ar. A variável  $\beta_{sRH}$  é calculada a partir da equação (4.126).

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \beta_{sRH} \text{ para } 40\% \leq RH \leq RH_T \\ 0,25 \text{ para } RH \geq RH_T \end{cases} \quad (4.125)$$

$$\beta_{sRH} = 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \quad (4.126)$$

Sendo:

RH : umidade relativa da atmosfera em %.

O limite de aplicabilidade da equação (4.125) é definido pela expressão (4.127). Os coeficientes  $\beta_{s1}$  e  $\beta_{s1,T}$  da equação (4.127) são obtidos pelas expressões (4.128) e (4.129), respectivamente.

$$RH_T = 99\beta_{s1} + \beta_{s1,T} \leq 100\% \quad (4.127)$$

$$\beta_{s1} = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,1} \leq 1,0 \quad (4.128)$$

$$\beta_{s1,T} = \left(\frac{T - 20}{25}\right)^3 \quad (4.129)$$

Sendo:

$f_{cm}$  : resistência à compressão aos 28 dias em MPa;

$T$ : temperatura em °C.

O desenvolvimento da retração com o tempo é calculado de acordo com a função (4.130). A variável  $\alpha_{st}$  é obtida pela equação (4.131).

$$\beta_s(t - t_s) = \left[ \frac{(t - t_s)/t_1}{\alpha_{st} + (t - t_s)/t_1} \right]^{0,5} \quad (4.130)$$

$$\alpha_{st} = 0,035h^2 \quad (4.131)$$

Onde:

$h$  :  $h = 2A_c/u$ , é a espessura fictícia da peça, em mm, onde  $A_c$ , é a área da seção transversal e  $u$  é o perímetro em contato com a atmosfera;

$t_1$ : é igual a 1 dia.

Algumas correções necessitam ser feitas, quando o efeito da temperatura é considerado, como a substituição da equação (4.131) pela função (4.132). Da mesma forma, o valor de  $\beta_{RH}$  da equação (4.123) precisa ser alterado para  $\beta_{RH,T}$ , obtido pela expressão (4.133). A temperatura padrão é de 20 °C. O fator de correção  $\beta_{ST}$  é expresso através da equação (4.134). As equações (4.132) e (4.133) descrevem o efeito de uma temperatura constante, diferente de 20 °C, num intervalo de tempo  $\Delta t_i$ , ocorrida durante a fase de endurecimento do concreto.

$$\alpha_{st}(T) = 0,035h^2 e^{-0,06[T(\Delta t_i) - 20]} \quad (4.132)$$

$$\beta_{RH,T} = \beta_{RH}\beta_{st} \quad (4.133)$$

$$\beta_{st} = 1 + \left( \frac{4}{103 - RH} \right) \left[ \frac{T(\Delta t_i) - 20}{40} \right] \quad (4.134)$$

Sendo:

$\alpha_{st}(T)$  : coeficiente dependente da temperatura que substitui  $\alpha_{st}$  na equação (4.130);

$\beta_{RH,T}$ : coeficiente dependente da temperatura que substitui  $\beta_{RH}$  na equação (4.123).

## 4.4.2 Relaxação das armaduras protendidas

Quando uma deformação é mantida constante em uma armadura protendida, a tensão diminui com o tempo, verificando-se o comportamento chamado de relaxação. A relaxação, que é um fenômeno viscoelástico da mesma natureza da fluência no concreto, deve ser estudado especialmente nos cabos de protensão, devido a suas elevadas tensões.

### 4.4.2.1 Formulação para o modelo de relaxação

A cadeia de Maxwell com cinco elementos de Bazant & Wu (1974) foi utilizada para representar o comportamento da relaxação da armadura protendida no modelo numérico. Como o aço de protensão é um material sem envelhecimento, apenas uma curva de relaxação é suficiente para a calibração dos parâmetros da cadeia. A determinação da função de relaxação  $R(t, t')$  é obtida a partir dos termos  $E_\mu(t')$  que pode ser feita a partir de uma função de relaxação  $\tilde{R}_i(t_i, t')$ , cujos valores discretos nos tempos  $t_i$  são conhecidos.

Diferentemente do que ocorre para o concreto, existem formulações específicas para a obtenção do efeito da relaxação na armadura protendida. Desta forma, dispensa-se o uso das curvas de fluência para a determinação dos pontos discretos da função de relaxação. A intensidade da relaxação do aço de protensão, segundo o Código Modelo da *fib* 2010 (2012), para qualquer tempo  $t$ , em dias, é dada pela expressão (4.135).

$$\rho_t = \psi_{1000} \left( \frac{3t}{125} \right)^k \quad (4.135)$$

Sendo:

$\psi_{1000}$  : relaxação das barras após 1000 horas a 20 °C;

$t$ : tempo em dias;

$k$ : 0,15.

A determinação do coeficiente de relaxação para 1000 horas,  $\Psi_{1000}$ , é feita através dos coeficientes  $\Psi_{60}$ ,  $\Psi_{70}$ ,  $\Psi_{80}$ , que são medidos em testes com amostras de aço submetidas a deformações constantes, a 20° C, com tensões iniciais de 60%, 70% e 80% da resistência característica do aço de protensão ( $f_{ptk}$ ). Sendo assim, determina-se  $\Psi_{1000}$  através da equação (4.136) de Vasconcelos (1980). Os valores dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  estão indicados nas expressões (4.137), (4.138) e (4.139), respectivamente. A partir dos dados do quadro 4.6 pode-se determinar os coeficientes de relaxação em 1000 horas para diferentes tensões iniciais de protensão, dados pela NBR 6118/2014.

$$\psi_{1000} = a \left( \frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} \right)^2 + b \left( \frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} \right) + c \quad (4.136)$$

$$a = 50\psi_{60} - 100\psi_{70} + 50\psi_{80} \quad (4.137)$$

$$b = -75\psi_{60} + 140\psi_{70} - 65\psi_{80} \quad (4.138)$$

$$c = 28\psi_{60} - 48\psi_{70} + 21\psi_{80} \quad (4.139)$$

Quadro 4.6 – Valores de  $\psi_{1000}$  para cordoalhas, segundo a NBR 6118/2014

$\sigma_{p0}$	Relaxação Normal	Baixa Relaxação
$0,6f_{ptk}$	0,035	0,013
$0,7f_{ptk}$	0,07	0,025
$0,8f_{ptk}$	0,12	0,035

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014)

A função de relaxação dos pontos discretos é obtida a partir da expressão (4.140). Os valores de duração de carga ( $t-t'$ ) foram escolhidos da mesma forma que para o efeito de fluência, em escala logarítmica, conforme a equação (4.141).

$$\tilde{R}_i(t_i, t') = E_p \left[ 1 - \psi_{1000} \left( \frac{3(t_i - t')}{125} \right)^k \right] \quad (4.140)$$

$$(t_i - t') = 10^{\frac{1}{10}}(t_{i-1} - t'), \text{ com } i=2, \dots, 40 \quad (4.141)$$

Sendo:

$E_p$ : módulo de elasticidade longitudinal;

$(t_1 - t')$ : 3,52 dias;

$(t_{40} - t')$ : 22241,2 dias;

$t'$ : 2,8 dias.

A partir dos pontos discretos, pode-se calcular os valores de  $E_\mu$  através do procedimento mostrado no item 4.4.1.3, adotando-se os valores dos fatores peso  $w_1$  e  $w_2$  como 0,08 e 0,25, respectivamente. Os módulos  $E_\mu$  permanecem constantes ao longo do tempo, sendo os valores obtidos pela resolução do sistema da expressão (4.78), utilizados para qualquer idade de análise.

Os coeficientes de viscosidade  $\eta_\mu$  dos elementos da cadeia de Maxwell são calculados pela equação (4.53) e os tempos de relaxação são considerados constantes e definidos pela equação (4.54). O incremento de tensão, em cada intervalo de tempo, para cada elemento da cadeia de Maxwell, é dado pela expressão (4.142). O incremento de deformação viscoelástica da unidade  $\mu$  da armadura é calculado através da equação (4.143). A tensão total que atua na armadura protendida, até um tempo  $t$ , é escrita pela expressão (4.144).

$$\Delta\sigma_\mu = E_\mu(\Delta\varepsilon_{tot} - \Delta\varepsilon_{v\mu}) \quad (4.142)$$

$$\Delta\varepsilon_{v\mu} = \frac{\sigma_\mu}{\eta_\mu} \Delta t \quad (4.143)$$

$$\sigma_{Ptot} = \sigma_{P0} + \sum_{i=0}^t (\Delta\sigma_{Ptot}) \quad (4.144)$$

Sendo:

$\Delta\varepsilon_{tot}$  : incremento de deformação total da armadura;

$\Delta\varepsilon_{v\mu}$ : incremento de deformação viscoelástica da unidade  $\mu$  da armadura;



- $\sigma_{\mu}$ : somatório de todos os incrementos de tensão da unidade  $\mu$  em todos os incrementos de tempo;
- $\Delta t$ : valor do incremento de tempo considerado;
- $\sigma_{P0}$ : tensão inicial de protensão após as perdas iniciais;
- $\Delta\sigma_{Ptot}$ : o incremento de tensão da armadura ativa, que representa a perda de tensão pelo efeito da relaxação.

Após um certo período de tempo, a deformação viscoelástica total, ou seja, a soma de todos os incrementos de deformação viscoelástica de uma unidade  $\mu$ , pode vir a ultrapassar o valor da deformação total. Neste caso, a partir deste instante de tempo, a unidade  $\mu$  não contribuirá mais com a parcela de incremento de tensão  $\Delta\sigma_{\mu}$  para a obtenção do incremento de tensão total  $\Delta\sigma_{Ptot}$  (expressão 4.145). A variável  $N$  corresponde ao número de unidades ativas do modelo reológico de Maxwell, que contribuem com uma parcela de tensão.

$$\Delta\sigma_{Ptot} = \sum_{\mu=1}^N \Delta\sigma_{\mu} \quad (4.145)$$

#### 4.4.2.2 Calibração do modelo de Maxwell para a armadura protendida

A fim de verificar o modelo de Maxwell, implementado para simular a relaxação da armadura de protensão, foi feita a comparação entre as curvas de relaxação obtidas pelo modelo e pela formulação apresentada no Código Modelo da *fib* 2010 (2012). Para esta calibragem, aplicou-se uma tensão inicial de 96 kN/cm<sup>2</sup>, que corresponde a 60% da resistência característica do aço de protensão ( $f_{ptk} = 160$  kN/cm<sup>2</sup>), em uma barra de aço de 100 cm de comprimento (figura 4.17). O valor do parâmetro  $\Psi_{1000}$  utilizado foi igual a 0,035, considerando relaxação normal. O módulo de elasticidade do material é equivalente a 20.000 kN/cm<sup>2</sup>.

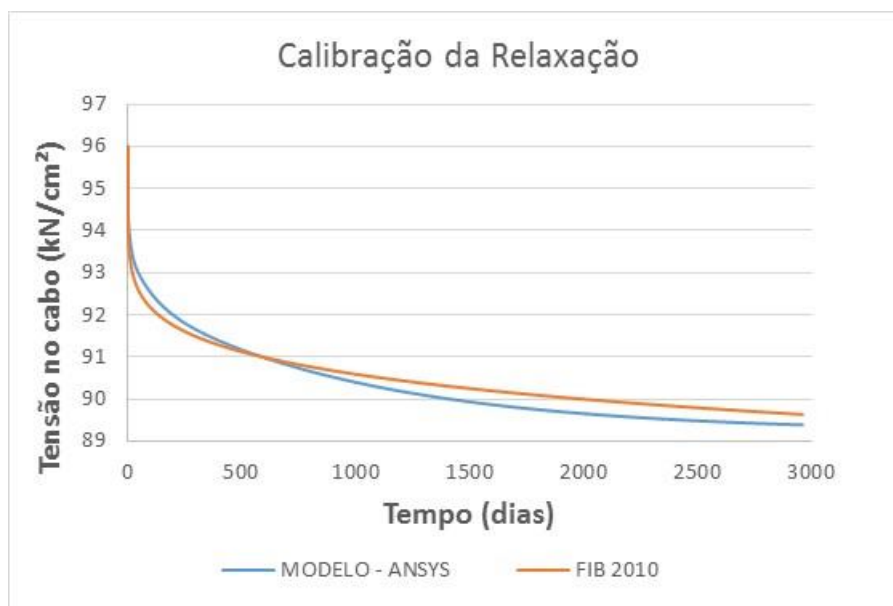
Figura 4.17 – Barra de 100 cm de comprimento modelada no ANSYS



(fonte: elaborada pela autora)

A partir da equação (4.140) foi obtida a função de relaxação para cada tempo ( $t_i-t$ ), e esta foi multiplicada pela deformação inicial ( $\epsilon_o = \sigma_o/E = 96/20.000 = 0,0048$ ), a fim de obter a tensão no cabo naquele instante. Na figura 4.18 está representado o gráfico da tensão de relaxação em relação ao tempo (dias). A partir da comparação entre as curvas obtidas pelo método analítico e pelo modelo computacional, pode-se observar uma boa concordância dos resultados, indicando que a implementação computacional foi feita de forma satisfatória.

Figura 4.18 – Calibração do efeito de relaxação pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012)



(fonte: elaborada pela autora)

## 5 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Neste capítulo são apresentadas as informações sobre os elementos finitos utilizados nas simulações numéricas, que estão detalhadas nos **capítulos 6 e 7**. Além disso, são apresentados detalhes do modelo implementado na rotina USERMAT e como foi feita a sua compatibilização com o ANSYS.

### 5.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E O SISTEMA ANSYS

O método dos elementos finitos surgiu em 1955 e é uma das principais abordagens para a análise de problemas estruturais. Seu objetivo é dividir um meio contínuo em elementos discretos, cujo comportamento individual é conhecido, formando uma malha de elementos. As dimensões e a forma dos elementos finitos são estabelecidas através da conectividade entre seus nós. A partir do cálculo dos deslocamentos nodais são fornecidas as tensões e deformações no interior dos elementos e as reações nos pontos de apoio (SORIANO; LIMA, 1998).

Optou-se por utilizar o método dos elementos finitos neste trabalho, pois é uma das maneiras mais eficientes de se analisar de forma não-linear o comportamento de estruturas de concreto armado e protendido. Este tipo de análise numérica permite a consideração do comportamento não-linear dos materiais concreto e aço, da fissuração do concreto e da plastificação do concreto e do aço.

Para as análises estruturais realizadas ao longo deste trabalho, foi utilizado o programa de simulação numérica em elementos finitos ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*), versão 14.5. Este *software* é muito bem aceito no meio acadêmico, principalmente pela sua constante busca no desenvolvimento tecnológico e investimentos em novas pesquisas (ANSYS, 2013).

O programa ANSYS apresenta duas interfaces básicas: sistema APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) e o sistema WORKBENCH. O sistema **WORKBENCH** apresenta uma interface gráfica mais amigável e de fácil manipulação. Já o sistema **APDL**, conhecido por ANSYS Clássico, é mais antigo e, por isso, mais difundido e mais aceito na comunidade acadêmica. Além de ser o mais utilizado entre os pesquisadores, esta ferramenta permite ao

usuário um maior controle sobre a simulação numérica. Por estes motivos, foi o sistema utilizado neste trabalho.

A partir do *software* ANSYS APDL é possível fazer análises estáticas, dinâmicas, de fluídos, de materiais lineares ou não-lineares, atribuindo-lhes comportamentos elástico, plástico, viscoso ou uma combinação entre as mesmas. Acoplado a este sistema, existe uma ferramenta de desenho, capaz de modelar os elementos estruturais de maneira simplificada. Outra opção para a entrada de dados é através da leitura de um arquivo no formato texto (.txt) com uma lista de comandos. Neste arquivo constam informações da geometria, restrições, etapas de carregamentos e método de análise estrutural.

A plataforma ANSYS oferece opções diversificadas para a escolha de elementos finitos e de modelos constitutivos de materiais, que possam representar de forma real o comportamento total da estrutura. Além destes elementos finitos e modelos constitutivos pré-definidos internamente no programa principal, o sistema disponibiliza uma ferramenta de customização **UPF (User Programmable Features)**, que permite, por exemplo, a implementação numérica de novos materiais e novos elementos finitos através de programação em linguagem FORTRAN, C ou C++. Na área acadêmica, esta ferramenta mostra-se extremamente importante, permitindo uma maior integração entre o usuário e o programa.

A seguir são apresentados os elementos finitos utilizados durante a modelagem dos exemplos apresentados nos **capítulos 6 e 7**, as características da modelagem do concreto e do aço e alguns aspectos da análise não-linear. Além disso, é feito um detalhamento dos procedimentos de “linkagem” entre as novas sub-rotinas implementadas e o programa principal.

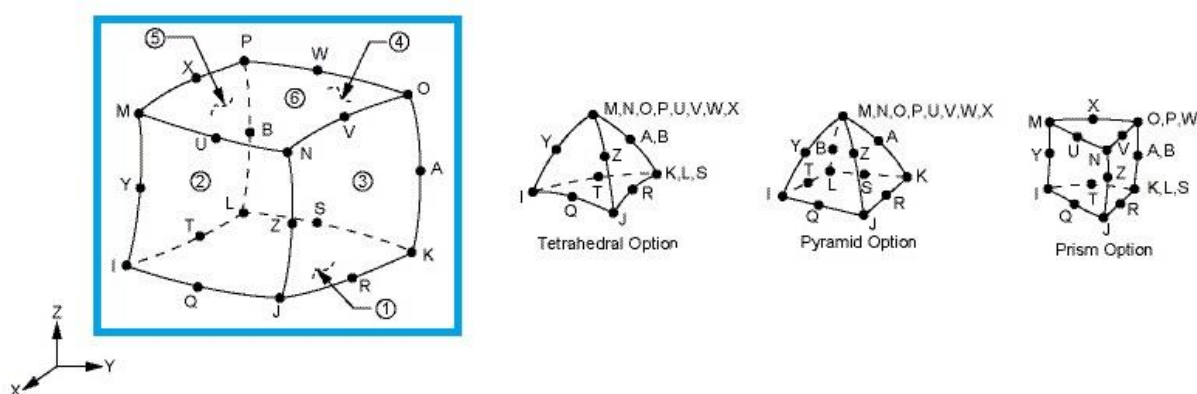
## 5.2 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

A biblioteca ANSYS fornece uma série de elementos finitos, cada um destinado a suprir uma determinada função estrutural. Ao selecionar o tipo de elemento, foi levado em conta aspectos como número de graus de liberdade, tipo de deformação possível, esforço computacional e outros parâmetros disponíveis para se obter os resultados de forma mais fiel possível. Nos itens 5.2.1, 5.2.2, 5.2.3 e 5.2.4 são apresentadas as características dos elementos utilizados para representação do aço e concreto nas estruturas de concreto estrutural. Os detalhes completos destes elementos finitos, podem ser encontrados no *Help* do ANSYS.

## 5.2.1 SOLID186

O SOLID186 é um elemento quadrático tridimensional com três graus de liberdade por nó (translação segundo X, Y e Z). É composto por 20 nós distribuídos conforme o esquema mostrado na figura 5.1, permitindo a formulação de materiais com plasticidade, fluência e grandes deformações. Além de sua configuração com base hexaédrica, o elemento SOLID186 pode ter uma configuração piramidal, prismática ou tetraédrica, o que permite adaptar-se à geometria do modelo. Nenhuma constante é necessária para este elemento.

Figura 5.1 – Elemento SOLID186

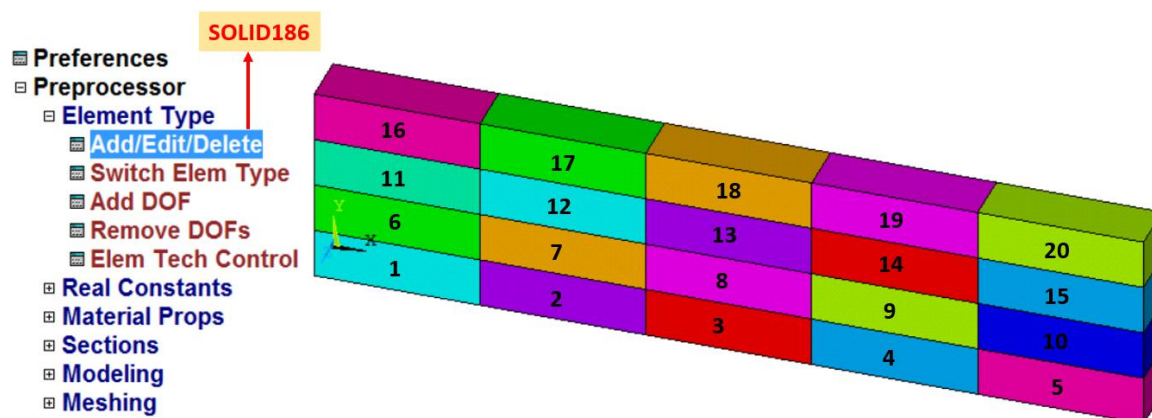


(fonte: ANSYS, 2013)

O elemento hexaédrico SOLID186 foi utilizado para modelagem das peças em concreto e foi escolhido por obter bons resultados, sem a necessidade de uma discretização extremamente refinada, reduzindo de forma significativa o tempo de análise estrutural. Outro fator importante na escolha deste elemento é devido a sua compatibilidade com o elemento REINF264, fundamental para a representação do concreto com armadura incorporada. As análises foram feitas com incrementos de deslocamento, por apresentar uma estabilidade computacional melhor se comparado aos incrementos de força.

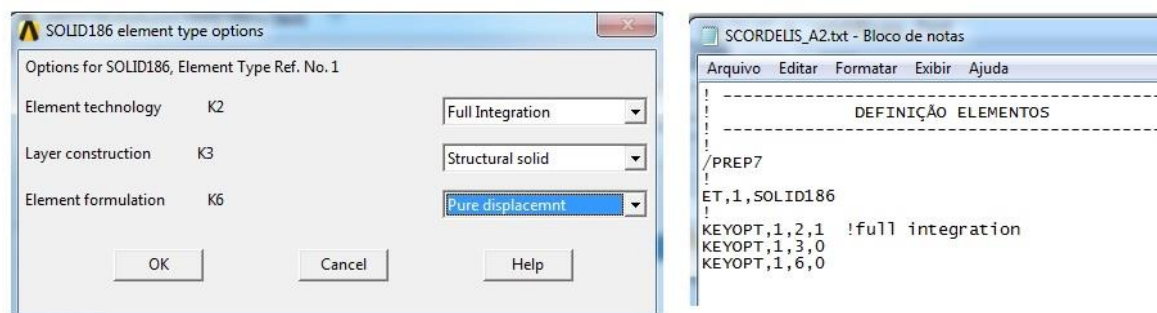
Na figura 5.2 está indicado como adicionar o elemento SOLID186 através do menu principal e um exemplo de discretização da viga A2 de Bresler e Scordelis (1963) com apenas 20 elementos. Foram feitos testes de malhas com dois e oito elementos ao longo da seção transversal, porém não houve alterações significativas nos resultados apresentados. A figura 5.3 mostra a janela de opções deste elemento e como é feito o seu lançamento através da programação.

Figura 5.2 – Exemplo de discretização com elemento SOLID186



(fonte: baseado em ANSYS, 2013)

Figura 5.3 – Janela de opções e programação do SOLID186



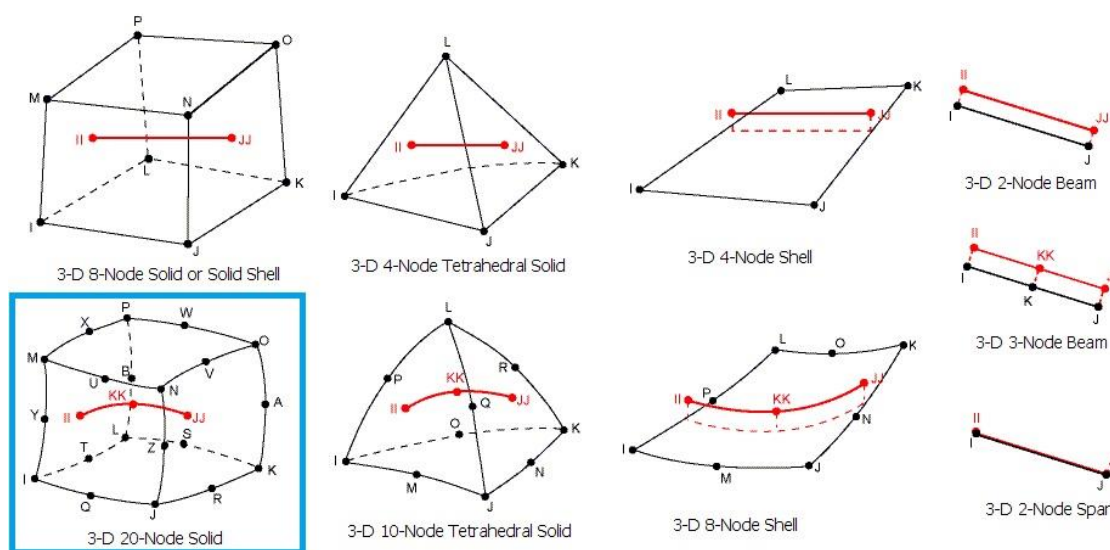
(fonte: baseado em ANSYS, 2013)

## 5.2.2 REINF264

O elemento de armadura REINF264 pode ser utilizado juntamente com elementos de barra, de placa ou casca ou nos elementos sólidos. Este elemento é adequado para a simulação de fibras de reforço com orientações arbitrárias. Cada fibra é modelada separadamente, como uma barra que tem apenas rigidez axial. É possível especificar várias fibras de reforço REINF264 em um único elemento base. As coordenadas nodais, graus de liberdade, e conectividade do elemento REINF264 são idênticas às do elemento base, que, neste trabalho, é o SOLID186.

O elemento REINF264 permite modelos com plasticidade, fluência, tensão inicial, e grandes deformações. É usado unicamente para representação de forma discreta da armadura. Para o caso de armadura distribuída na modelagem, pode-se adotar o elemento REINF265. Já, no caso plano é utilizado o elemento REINF263. Na figura 5.4 são indicados os tipos de elementos finitos que suportam o elemento de armadura REINF264, destacando-se o elemento hexaédrico de 20 nós.

Figura 5.4 – Elemento REINF264

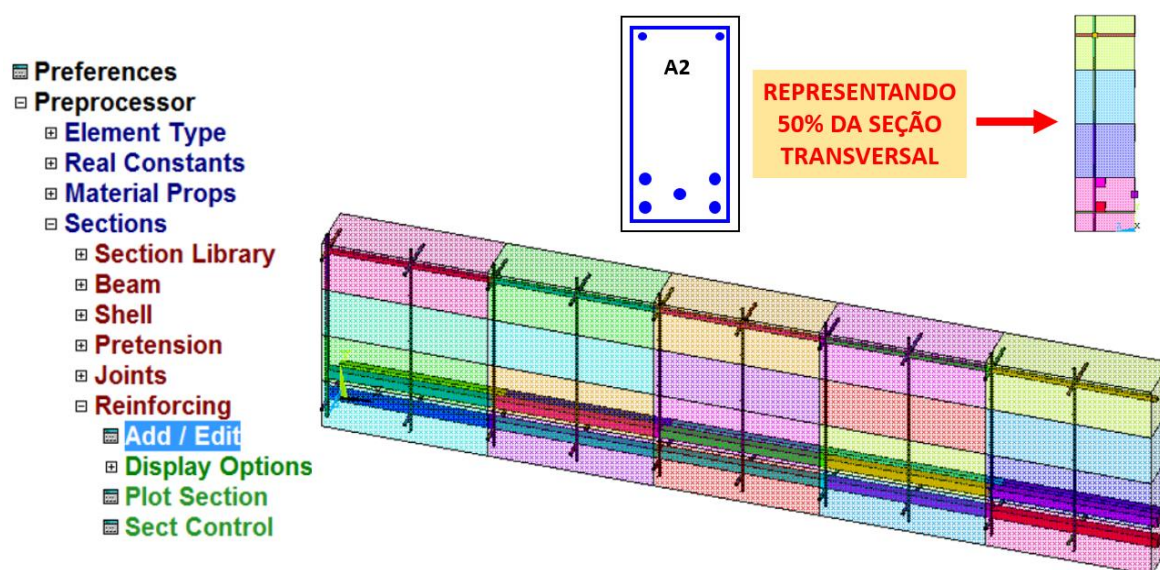


(fonte: ANSYS, 2013)

Este elemento foi utilizado para representar as barras de armadura aderente ao longo das vigas de concreto estrutural, de forma incorporada. Além disso, pode ser utilizado para a representação da armadura ativa nas vigas submetidas à pré-tração com aderência inicial.

Na figura 5.5 está indicado como adicionar este elemento através do menu principal. Ainda nesta figura é apresentado um exemplo de discretização da viga A2 de Bresler e Scordelis (1963), a fim de visualizar os elementos de armadura REINF264.

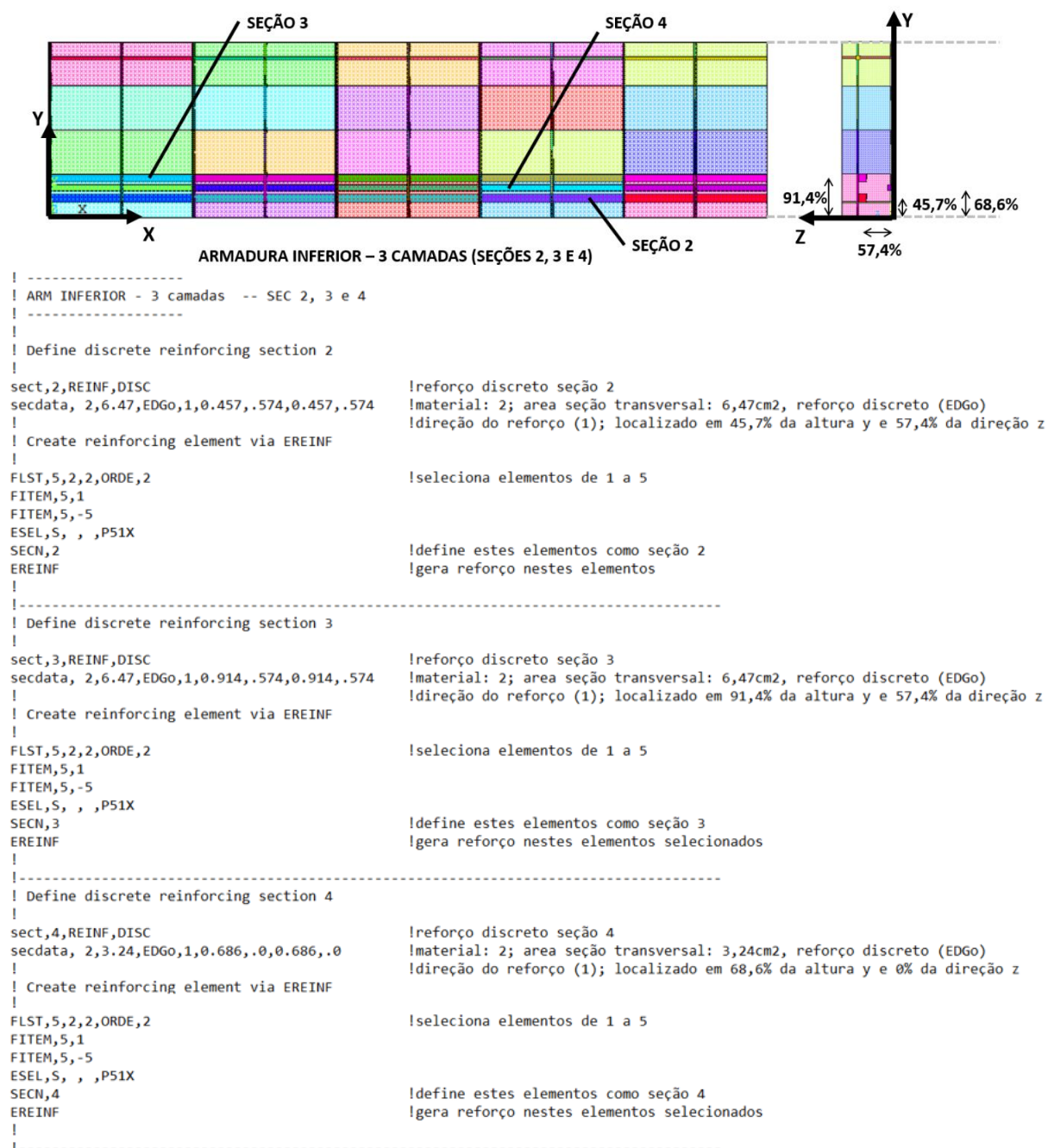
Figura 5.5 – Exemplo de discretização com elemento REINF264 – viga A2



(fonte: baseado em ANSYS, 2013)

A programação é o método mais eficiente para o lançamento dos elementos de armadura, facilitando a verificação de possíveis erros de lançamento. Como exemplo de implementação deste elemento através da programação, é apresentado nas figuras 5.6, 5.7 e 5.8 o lançamento das armaduras longitudinais (superiores e inferiores) e das armaduras transversais da mesma viga indicada na figura 5.5, de forma comentada. Lembra-se que as armaduras devem ser indicadas em cada elemento de forma normalizada.

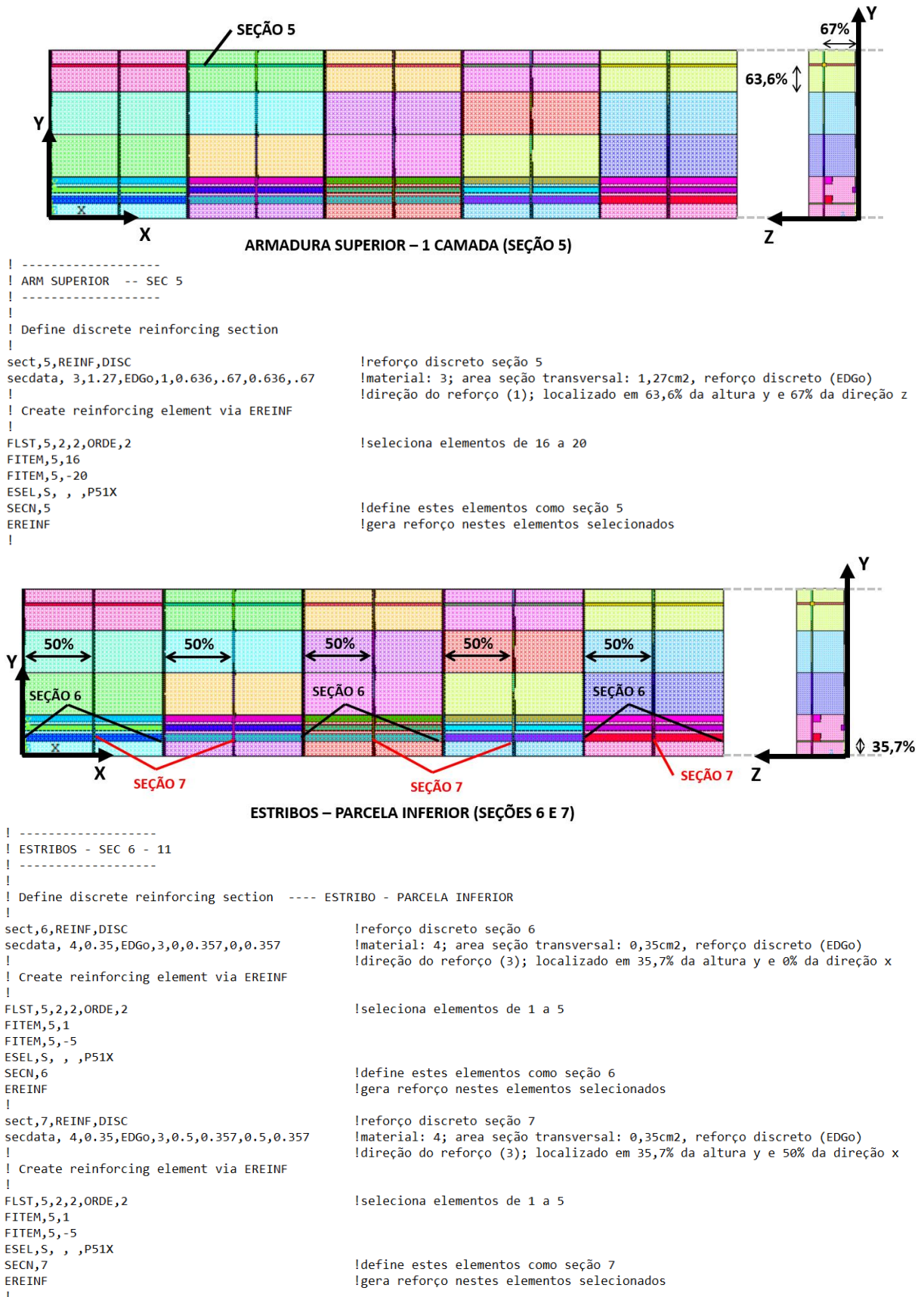
Figura 5.6 – Exemplo de programação do elemento REINF264 – Armadura Inferior



(fonte: elaborada pela autora)

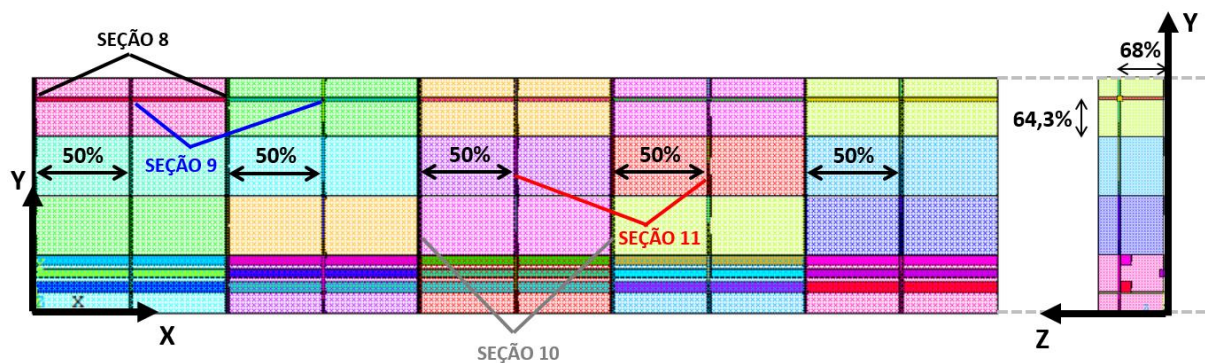


Figura 5.7 – Exemplo de programação do elemento REINF264 – Armadura Superior + Estribos (inferior)



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 5.8 – Exemplo de programação do elemento REINF264 – Estribos (parcela superior e vertical)

**ESTRIBOS – PARCELA SUPERIOR (SEÇÕES 8 E 9) E VERTICAL (SEÇÕES 10 E 11)**

```

|-----
|
| Define discrete reinforcing section ---- ESTRIBO - PARCELA SUPERIOR
|
sect,8,REINF,DISC                                !reforço discreto seção 8
secdata, 4,0.35,EDGo,3,0,0.643,0,0.643          !material: 4; area seção transversal: 0,35cm2, reforço discreto (EDGo)
!                                                !direção do reforço (3); localizado em 64,3% da altura y e 0% da direção x
! Create reinforcing element via EREINF
|
FLST,5,2,2,ORDE,2                                !seleciona elementos de 16 a 20
FITEM,5,16
FITEM,5,-20
ESEL,S, , ,P51X
SECN,8
EREINF
!                                                !define estes elementos como seção 8
!                                                !gera reforço nestes elementos selecionados
|
sect,9,REINF,DISC                                !reforço discreto seção 9
secdata, 4,0.35,EDGo,3,0.5,0.643,0.5,0.643      !material: 4; area seção transversal: 0,35cm2, reforço discreto (EDGo)
!                                                !direção do reforço (3); localizado em 64,3% da altura y e 50% da direção x
! Create reinforcing element via EREINF
|
FLST,5,2,2,ORDE,2                                !seleciona elementos de 16 a 20
FITEM,5,16
FITEM,5,-20
ESEL,S, , ,P51X
SECN,9
EREINF
!                                                !define estes elementos como seção 9
!                                                !gera reforço nestes elementos selecionados
|
|-----
|
| Define discrete reinforcing section ---- ESTRIBO - PARCELA VERTICAL
|
sect,10,REINF,DISC                               !reforço discreto seção 10
secdata, 4,0.35,EDGo,2,0,.68,0,.68              !material: 4; area seção transversal: 0,35cm2, reforço discreto (EDGo)
!                                                !direção do reforço (2); localizado em 68% da direção z e 0% da direção x
! Create reinforcing element via EREINF
|
FLST,5,2,2,ORDE,2                                !seleciona elementos de 1 a 20
FITEM,5,1
FITEM,5,-20
ESEL,S, , ,P51X
SECN,10
EREINF
!                                                !define estes elementos como seção 10
!                                                !gera reforço nestes elementos selecionados
|
sect,11,REINF,DISC                               !reforço discreto seção 11
secdata, 4,0.35,EDGo,2,0.5,.68,0.5,.68         !material: 4; area seção transversal: 0,35cm2, reforço discreto (EDGo)
!                                                !direção do reforço (2); localizado em 68% da direção z e 50% da direção x
! Create reinforcing element via EREINF
|
FLST,5,2,2,ORDE,2                                !seleciona elementos de 1 a 20
FITEM,5,1
FITEM,5,-20
ESEL,S, , ,P51X
SECN,11
EREINF
!                                                !define estes elementos como seção 11
!                                                !gera reforço nestes elementos selecionados
|

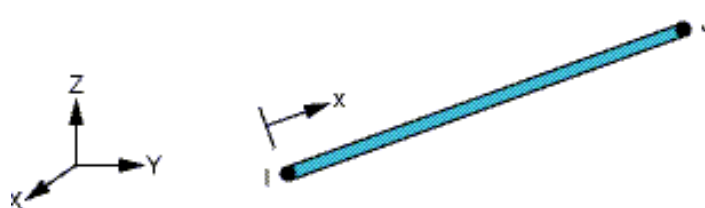
```

(fonte: elaborada pela autora)

### 5.2.3 LINK180

O LINK180 é um elemento unidimensional com três graus de liberdade em cada nó (translação segundo X, Y e Z), onde plasticidade, viscoelasticidade e grandes deformações podem ser consideradas. Este elemento permite a introdução de deformações ou tensões iniciais (figura 5.9). O mesmo pode ser utilizado para representar, de forma discreta, armadura ativa com e sem aderência.

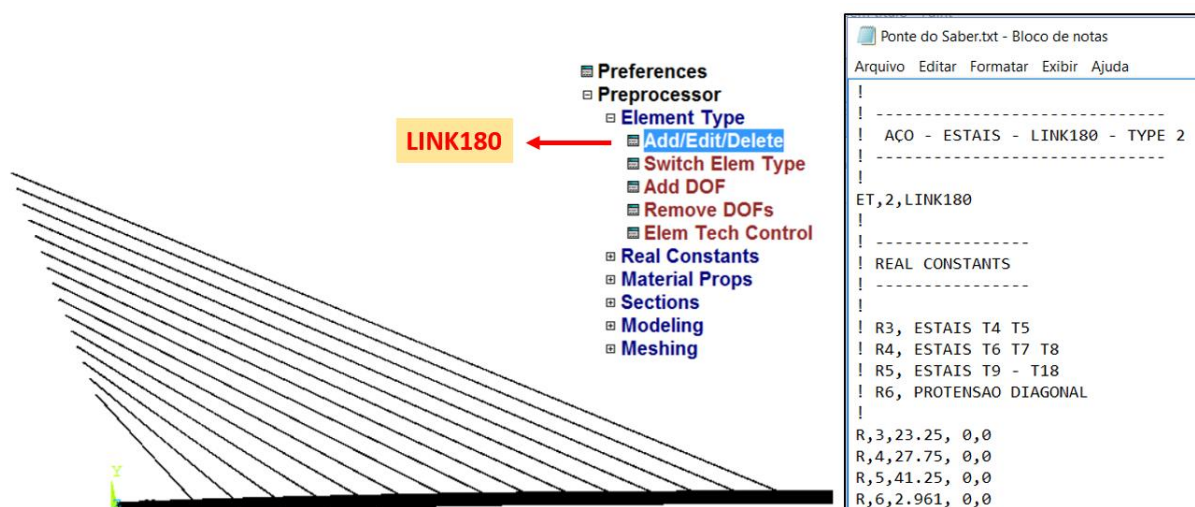
Figura 5.9 – Elemento LINK180



(fonte: ANSYS, 2013)

Na figura 5.10 está indicado como adicionar este elemento através do menu principal e um exemplo de utilização nos estais da Ponte do Saber. Para adicionar a área de aço do elemento LINK180, são criadas *real constant*, conforme indica a janela de entrada de dados (à direita da figura).

Figura 5.10 – Exemplo de discretização com elemento LINK180 – Estais da Ponte do Saber



(fonte: baseado em ANSYS, 2013)

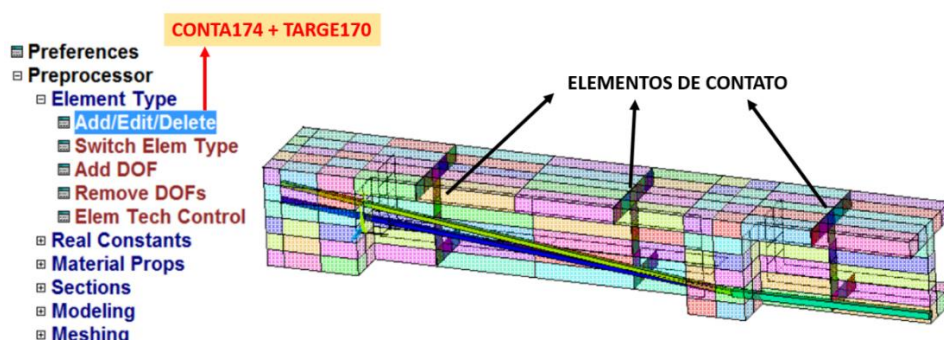
Caso a protensão seja com aderência, pode-se utilizar o elemento REINF264 (admitindo uma tensão inicial na armadura incorporada) ou o elemento LINK180 (utilizando modelagem discreta da armadura). É importante lembrar que a utilização do elemento LINK180 muitas vezes implica em uma limitação da malha de elementos finitos de concreto, em função do posicionamento da armadura. Isto ocorre porque a armadura lançada com o elemento LINK180 comporta-se de forma discreta, onde os nós do elemento LINK180 devem coincidir, necessariamente, com os nós dos elementos SOLID186.

## 5.2.4 CONTA174 e TARGE170

O CONTA174 é um elemento tridimensional de 8 nós (*surface-to-surface contact*), usado para representar o contato deslizante entre uma superfície deformável (composta por elementos CONTA174) e uma superfície alvo (composta por elementos TARGE170). Estes dois elementos devem ser utilizados sempre em conjunto, sendo que o elemento CONTA174 pertence a uma das faces da junta e o elemento TARGE170 à outra face. A superfície alvo é discretizada por um conjunto de elementos do segmento alvo (TARGE170) e está acoplada com sua superfície de contato, associada através de um conjunto de *real constants*. O CONTA174 fica localizado na superfície de elementos sólidos ou de casca tridimensionais com nós centrais, apresentando as mesmas características geométricas da superfície que está conectado.

Estes elementos foram utilizados para representar as três juntas secas da viga segmentada em concreto protendido de Aparicio et al (2002). Na figura 5.11 é possível observar este exemplo e como é feito a seleção destes elementos no menu principal. No **capítulo 6** serão apresentados os detalhes da modelagem e análise desta estrutura.

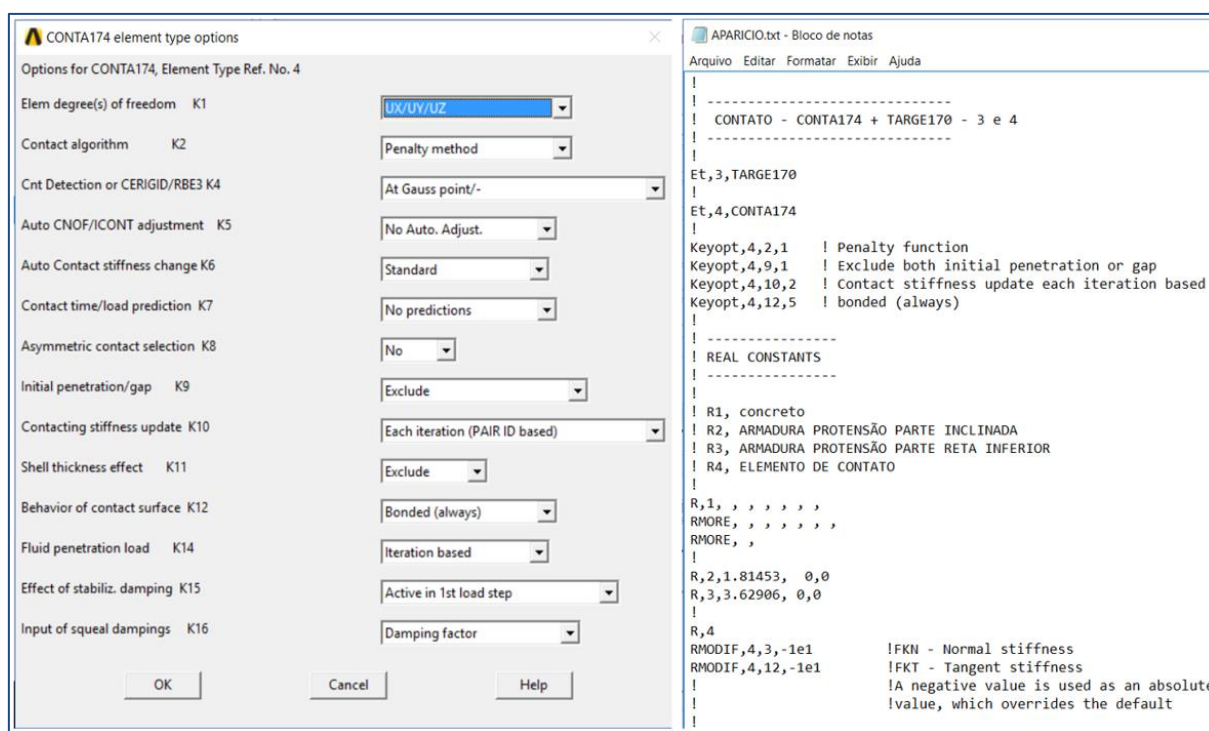
Figura 5.11 – Exemplo de discretização com elementos CONTA174 e TARGE170



(fonte: baseado em ANSYS, 2013)

A figura 5.12 mostra a janela de opções do elemento CONTA174 e, ao lado, é indicado o lançamento dos elementos de contato através da programação. As características apresentadas nesta figura referem-se, ainda, ao exemplo da viga segmentada de Aparicio et al (2002). Estas opções foram lançadas conforme indicações de Wahab (2014), sendo ajustadas de acordo com as condições de contorno do exemplo. As *real constants* do elemento CONTA174 foram consideradas negativas, nas opções 3 e 12, para anular as propriedades iniciais referente às tensões de tração e cisalhamento, respectivamente, a fim de utilizar um modelo constitutivo específico para representar a conexão entre juntas e ajustar estes valores posteriormente.

Figura 5.12 – Janela de opções do CONTA174 e programação dos elementos CONTA174 + TARGE170



(fonte: baseado em ANSYS, 2013)

Segundo Wahab (2014), o *Cohesive Zone Model* (CZM, CBDD) é um modelo que apresenta comportamento bilinear com amolecimento linear, caracterizado por uma máxima tração e máxima separação, sendo o mais indicado para representar o processo de separação entre juntas secas ou coladas. No ANSYS, este modelo pode ser utilizado de forma conjunta com os elementos de contato (CONTA174 + TARGE170), fornecendo, por exemplo, os valores de abertura de junta e tensões resultantes nas faces dos elementos. A formulação detalhada deste modelo constitutivo para juntas é apresentada no livro de Wahab (2014).

### 5.3 MODELAGEM DO CONCRETO

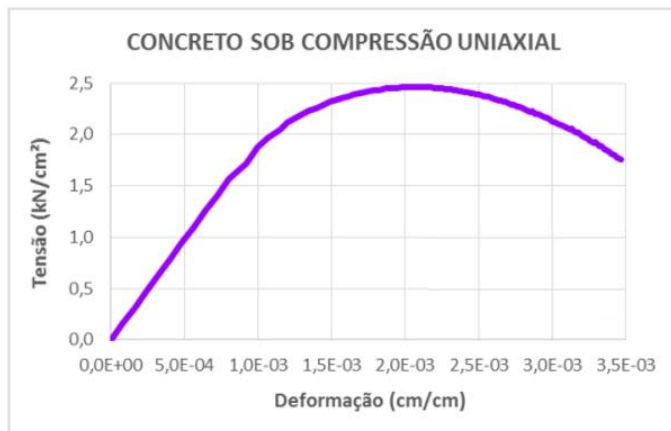
Além de uma grande variedade de elementos finitos, o programa ANSYS disponibiliza alguns modelos constitutivos para a representação do comportamento de cada material. Para o concreto, por exemplo, existe o modelo elastoplástico, com fissuração, baseado na superfície de *Willam & Warnke*. Esta superfície de ruptura possui cinco parâmetros. O ponto fraco deste modelo, é que o mesmo só pode ser utilizado com o elemento SOLID65, o qual não permite o uso de armadura incorporada, exigindo uma quantidade muito maior de elementos finitos para representar de forma fiel a estrutura. Assim, as simulações numéricas em concreto estrutural tornam-se extremamente lentas, exigindo máquinas com alta capacidade computacional.

Como o objetivo final desta tese é trabalhar com análise estrutural das etapas construtivas de pontes estaiadas, envolvendo um número muito grande de elementos finitos, torna-se necessário o uso de armadura incorporada na modelagem das estruturas de concreto. Desta forma, a fim de utilizar os elementos SOLID186 e REINF264, houve a necessidade de estudar a ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*) do ANSYS. Com ajuda desta ferramenta, foi possível a implementação numérica de um novo material visco-elastoplástico com fissuração para o concreto baseado no critério de ruptura de *Ottosen*, recomendado pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012). A formulação deste modelo foi apresentada de forma detalhada no **capítulo 4**.

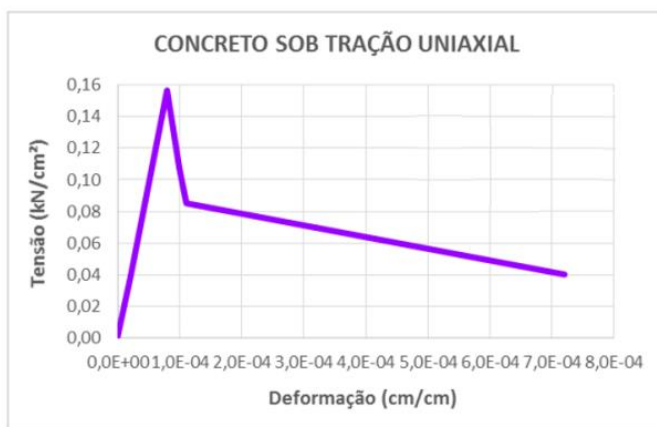
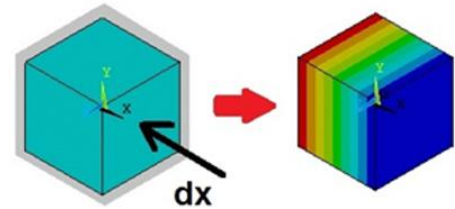
A fim de fazer uma verificação inicial em relação ao comportamento do concreto à compressão e à tração, considerando o novo material, modelou-se um cubo de concreto com dimensões 1x1x1 cm com resistência à compressão de 25 MPa. Restringiu-se os deslocamentos verticais nos nós onde a coordenada  $y$  era igual a zero; e os deslocamentos horizontais nos nós onde a coordenada  $x$  era igual a zero, e os deslocamentos na direção  $z$  nos nós onde a coordenada  $z$  era igual a zero. O *script* para o teste de tração ou compressão uniaxial está indicado no apêndice B1. Realizaram-se os seguintes testes (diagramas tensão-deformação estão apresentados na figura 5.13):

- a) compressão uniaxial: aplicou-se um incremento de deslocamento de compressão na direção  $dx$ , até a ruptura;
- b) tração uniaxial: aplicou-se um incremento de deslocamento de tração na direção  $dx$ , até a ruptura;
- c) compressão biaxial: aplicou-se um incremento de deslocamento de compressão nas direções  $dx$  e  $dy$ , até a ruptura, onde  $dx = dy$ .

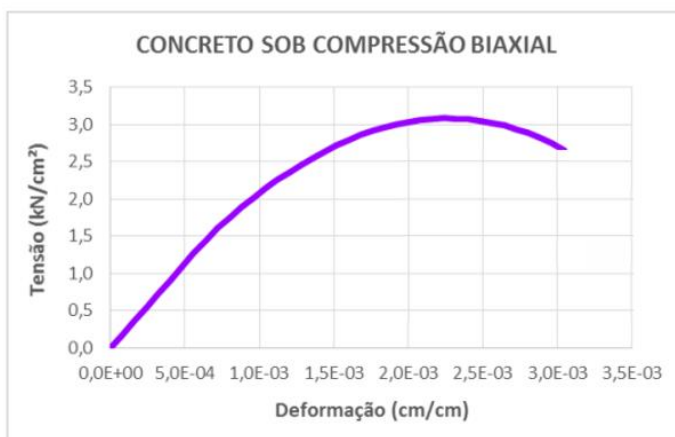
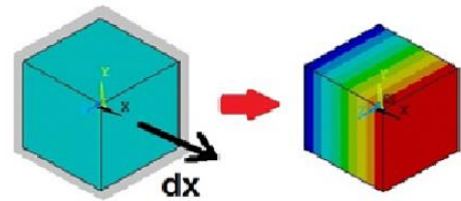
Figura 5.13 – Diagrama tensão-deformação do concreto sob (a) compressão uniaxial; (b) tração uniaxial e (c) compressão biaxial



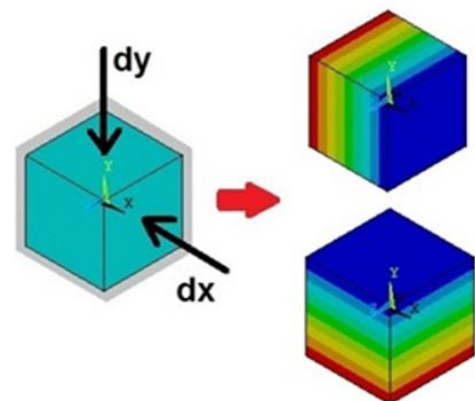
(a)



(b)



(c)



(fonte: elaborada pela autora)

Este novo modelo para o concreto foi implementado através da rotina USERMAT (*user material routine*), disponibilizada no sistema de customização do ANSYS. A linguagem de programação utilizada nas sub-rotinas do modelo foi FORTRAN. Após a criação deste material, tornou-se possível a utilização de elementos com armadura incorporada, diminuindo de forma significativa o tempo de análise.

Conforme já comentado anteriormente, o sistema UPF fornece ao usuário a liberdade de escrever suas próprias rotinas, de acordo com as necessidades de projeto. A partir desta ferramenta, pode-se definir um novo comportamento de material, um elemento finito especial, um novo modelo de contato, ou, ainda um novo critério de falha. Para que este sistema esteja disponível, deve-se instalar o ANSYS, versão 14.5, ativando o item **ANSYS Customization Files**, conforme indica o apêndice A. Além deste detalhe, também devem ser instalados os programas **Visual Studio 2008 SP1** (incluindo o MS C++ compiler) e o **compilador Intel FORTRAN 11.1**, conforme indicado no mesmo apêndice.

Após a instalação dos programas, é possível trabalhar na rotina USERMAT, escrevendo as novas equações constitutivas do material pelo sistema UPF. Para o caso do concreto, o novo modelo foi criado dentro da sub-rotina USERMAT3D, que é chamada pela rotina USERMAT nos casos de elementos tridimensionais. Esta rotina USERMAT contém outras três sub-rotinas editáveis: a USERMATPS, para elementos sob estado plano de tensões; a USERMATBM, para elementos tridimensionais da categoria BEAM; e a USERMAT1D, para elementos unidimensionais. Esta rotina está disponível para uma família de 18 elementos, tais como: LINK180, SHELL181, PLANE182, PLANE183, SOLID185, SOLID186, SOLID187, BEAM188 e BEAM189 (ANSYS, 2013).

Na rotina USERMAT pode-se usar apenas três linguagens de programação: FORTRAN, C ou C++. Esta rotina é usada em qualquer análise do ANSYS que requer comportamento mecânico, sendo chamada em cada ponto de integração do material, para cada iteração de *Newton-Raphson*. No incremento de tempo inicial, o programa ANSYS guarda as tensões, deslocamentos e as variáveis necessárias para o funcionamento da rotina USERMAT, sendo atualizadas ao final do incremento de tempo. Os parâmetros de entrada, necessários para o funcionamento do novo modelo constitutivo, fornecidos pelo arquivo de entrada de dados são definidos pelo comando **TB, USER** (ANSYS, 2013).



Entretanto, antes de usar a nova sub-rotina é necessário fazer a sua compilação e ligação com o sistema ANSYS. A “linkagem” entre as novas sub-rotinas implementadas e o programa principal e a compilação destas sub-rotinas podem ser feitas de três maneiras: pelo comando /UPF, por *dynamic-link library* (DLL) ou, ainda, criando um ANSYS executável customizado (ANSYS, 2013).

As opções de comando /UPF e de criar uma biblioteca de vínculo dinâmico (DLL) são métodos mais rápidos e de fácil utilização. A opção de criar um novo executável ANSYS é bem mais geral e permite a utilização de todos os métodos UPF’s disponíveis. Porém, este método é o que exige mais tempo e esforço computacional. Neste trabalho, utilizou-se a opção de criação de uma *dynamic-link library* (DLL) por razões de facilidade e rapidez. O procedimento de “linkagem” também está detalhado no apêndice A.

Na figura 5.14 é apresentado um exemplo de utilização do novo modelo de concreto implementado através do comando TB, USER, que requer apenas seis variáveis para o seu cálculo: módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, resistência à compressão do concreto, tipo de agregado utilizado, variável que indica como serão as etapas de cálculo e a data inicial do material. Todos os outros parâmetros necessários são calculados ou indicados internamente.

Figura 5.14 – Exemplo de arquivo de entrada de dados com a rotina USERMAT

```

! -----
! CONCRETO - USER - material 200
! -----
!
! Material Model from the Customer
!
tb,user,200,1,6           ! Material 200, 1 temperatura, 6 constantes (prop)
tbtemp,1.0              ! temperatura 1
tbdata,1,E1, v1, fc,1,212121.006,0 ! temp 1, E, Poisson, fc, agregado, etapas cálculo, data inicial
tb,state,200,,9        ! define 9 state variables
!

```

(fonte: elaborada pela autora)

Em relação à variável “agregado”, estão disponíveis internamente na USERMAT3D quatro tipos de agregados para o cálculo do módulo de elasticidade. A numeração do tipo de agregado é a seguinte: 1 – agregado tipo basalto; 2 – agregado tipo quartzo; 3 – agregado tipo calcário; 4 – agregado tipo arenito.

O parâmetro correspondente às “etapas de cálculo”, presente na figura 5.14, é referente aos dois procedimentos distintos utilizados para simular o comportamento visco-elastoplástico do concreto: ETAPA 1 e ETAPA 2. Abaixo explica-se cada uma das etapas:

- a) **ETAPA 1:** determina-se a resposta da estrutura ao longo do tempo através de um processo de incremento do tempo real. O intervalo de tempo utilizado foi de um dia. Nesta etapa é adotado para o concreto um **comportamento viscoelástico**, levando-se em conta os efeitos de fluência, retração e relaxação;
- b) **ETAPA 2:** busca-se o equilíbrio da estrutura após a aplicação do incremento de carga de um carregamento instantâneo. Esta fase corresponde ao estado estável, onde o **comportamento elastoplástico** da estrutura é analisado.

No modelo computacional, permite-se que sejam aplicados tantos carregamentos quanto necessários, sendo as etapas executadas sucessivamente, de acordo com as datas especificadas dos carregamentos. No exemplo apresentado na figura 5.14, o parâmetro que indica a quantidade e a ordem de execução destas etapas está representado pelo número 212121.006. Os números localizados à esquerda do ponto representam as etapas de cálculo, ordenadas da direita para a esquerda; e os números localizados à direita do ponto representam o número total de carregamentos. Ou seja, neste exemplo serão realizadas seis etapas de cálculo na seguinte ordem: etapa 1 + etapa 2 + etapa 1 + etapa 2 + etapa 1 + etapa 2. Os dias transcorridos durante as etapas 1 são lançados através da variável *nsubst* do ANSYS, que corresponde ao número de incrementos de carga, sendo indicado para cada caso de carga no *script* de entrada de dados.

A fim de exemplificar a explicação acima, na figura 5.15, é apresentado um arquivo de entrada de dados para dois carregamentos (*load step*) de uma das vigas de concreto armado de Leonhardt e Walther (1962), viga ET3. Neste exemplo, a variável “etapas de cálculo” corresponde ao número 21.002. Este valor indica que serão realizados dois carregamentos, iniciando por uma etapa 1 e finalizando por uma etapa 2. No primeiro carregamento (etapa 1) são levados em conta apenas os efeitos dependentes do tempo no concreto, como retração e fluência, durante os 28 dias após a concretagem da peça. Como a estrutura está escorada até os 28 dias, não se aplica carga nenhuma, apenas são considerados 28 incrementos de carga (*nsubst* = 28), que simulam cada dia da análise, no *script* de entrada de dados. Na etapa 2 é aplicada carga instantânea até a ruptura da viga. Esta carga é aplicada no modelo através de 400 incrementos de deslocamento vertical (*nsubst* = 400).

Figura 5.15 – Exemplo de arquivo de entrada de dados com etapas de carregamento

```

!-----
!                                     CARREGAMENTO
!-----
!      1o CASO DE CARGA - Etapa 1 - Incremento de TEMPO 0-28 dias
!-----
/PREP7
!
antype,0                !análise estática
solcontrol,on
NROPT,FULL,,ON         !ferramenta newton-raphson completo para convergencia
!
autots,on
nsubst,28,1000,28      !indica número de incrementos; 28 dias
ncnv,2,,3000          !critério de parada para terminar a análise
neqit,100              !número máximo de iterações de equilíbrio
CNVTOL,F,,0.1,2,,     !tolerância em termo de força
CNVTOL,U,,0.1,2,,     !tolerância em termo de deslocamento
outrres,all,all
!
time,28                !tempo (não interfere na usermat)
eresx,no
!
LSWRITE,1,             !número do caso de carga (load step)
!-----
!      2o CASO DE CARGA - Etapa 2 - Incremento de FORÇA
!-----
/PREP7
!
nssel,s,loc,x,105      !seleciona nós com coordenada x=105
nssel,r,loc,y,35       !a partir da seleção anterior, reselectiona
!                       !nós com coordenada y=35
d,all,uy,-3            !aplica deslocamento uy=-3 para os nós selecionados
allsel                 !seleciona tudo
!
antype,0                !análise estática
solcontrol,on
NROPT,FULL,,ON         !ferramenta newton-raphson completo para convergencia
!
autots,on
nsubst,400,1000,400    !indica número de incrementos; uy/400
ncnv,2,,3000          !critério de parada para terminar a análise
neqit,100              !número máximo de iterações de equilíbrio
CNVTOL,F,,0.2,2,,     !tolerância em termo de força
CNVTOL,U,,0.2,2,,     !tolerância em termo de deslocamento
outrres,all,all
!
time,1                 !tempo (não interfere na usermat)
eresx,no
!
LSWRITE,2,             !número do caso de carga (load step)

```

(fonte: elaborada pela autora)

Cabe destacar que podem ser utilizados mais que um material USERMAT3D no *script* de entrada de dados, desde que sejam numerados a partir do número 200. Esta consideração foi feita na programação da rotina USERMAT3D, a fim de ter um controle maior sobre os elementos com o novo material e, ainda, para não ocorrer interferência com outros elementos com materiais originais do ANSYS.

Para a análise da Ponte do Saber, por exemplo, foram utilizados 16 materiais USERMAT3D diferentes, com numeração variando entre 200 a 215. A única diferença entre estes 16 concretos é a data inicial. Ou seja, através da variável “data inicial” é possível indicar o tempo exato em que este elemento deve ser considerado no cálculo. Se a data inicial for menor que a data atual (data da concretagem), considera-se uma rigidez muito baixa para estes elementos, simulando

um elemento desativado. Se a data inicial for maior ou igual a data atual, então leva-se em conta a rigidez real do elemento, e o cálculo é realizado conforme as equações constitutivas implementadas na USERMAT3D (elemento ativado). A partir deste controle foi possível o cálculo das etapas construtivas da ponte, sem a necessidade de utilizar os elementos de ativação e desativação (*birth/death*) disponíveis no *software*, deixando a análise não-linear mais estável.

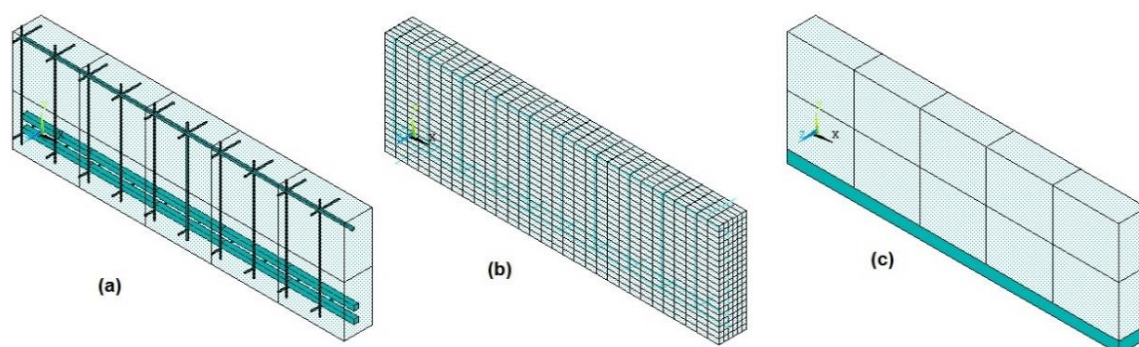
## 5.4 MODELAGEM DO AÇO

Conforme visto no capítulo de modelos constitutivo para armadura, sabe-se que, em uma estrutura de concreto estrutural, as barras de aço resistem, fundamentalmente, a esforços axiais. Portanto, é necessário apenas um modelo uniaxial para descrever seu comportamento. As barras de aço podem ser modeladas de três formas: discreta, incorporada (*embedded*) ou distribuída:

- a) **armadura discreta:** a armadura é representada por elementos unidimensionais, tipo treliça, cujas matrizes de rigidez são superpostas às dos elementos de concreto. Tem a desvantagem de limitar a malha de elementos finitos de concreto em função da distribuição da armadura;
- b) **armadura incorporada:** a barra de armadura é considerada como uma linha de material mais rígido e pode ser locada em qualquer posição no interior de um elemento de concreto. Os deslocamentos ao longo da barra de armadura são expressos em função dos deslocamentos nodais do elemento de concreto. Com isto, obtém-se para a armadura uma matriz de rigidez com as mesmas dimensões que a matriz de rigidez do concreto. A matriz de rigidez do elemento de concreto armado vai ser a soma das matrizes de rigidez da armadura e do concreto;
- c) **armadura distribuída:** admite-se que o concreto é uniformemente armado dentro de cada elemento finito. É conveniente no caso de placas e cascas com armadura densamente distribuída, onde se usa uma discretização em camadas. É uma solução prática para modelos de grande escala, porém tem menos precisão nos dados de esforços nas armaduras.

Estes três modelos estão disponíveis no ANSYS (versão 14.5) e suas representações gráficas são apresentadas na figura 5.16. Devido às vantagens da armadura incorporada, em grande parte das análises realizadas foi adotada esta forma para representação das armaduras. Para a representação dos cabos de protensão sem aderência, foi utilizado o modelo discreto.

Figura 5.16 – Modelos para a armadura (a) incorporado; (b) discreto e (c) distribuído

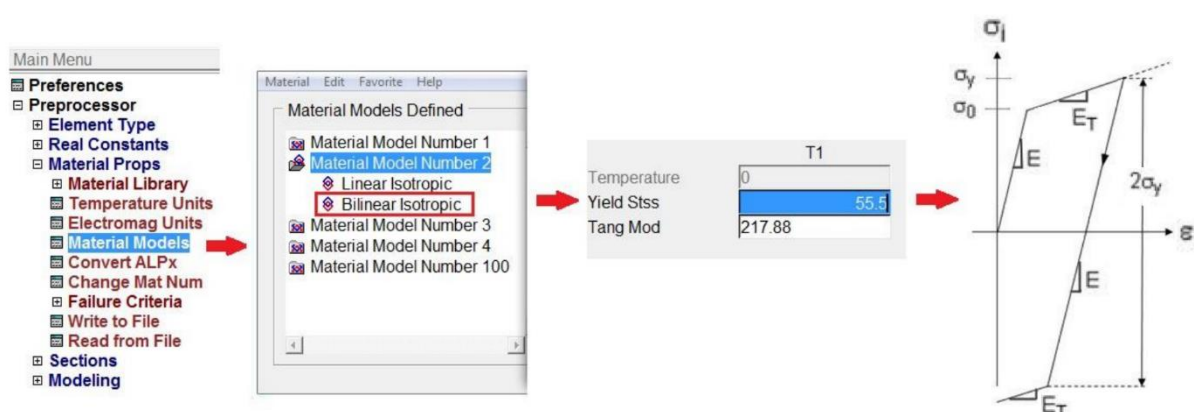


(fonte: elaborada pela autora)

Neste trabalho, foram utilizados dois modelos constitutivos diferentes para o aço. Nas armaduras passivas adotou-se o modelo BISO (*Bilinear Isotropic Hardening*), disponível na biblioteca interna do ANSYS. E, nas armaduras protendidas foi utilizado o modelo constitutivo criado a partir do sistema de customização UPF, usando a sub-rotina USERMAT1D.

O modelo constitutivo bilinear, BISO, está ilustrado na figura 5.17. A inclinação inicial da curva tensão-deformação é o módulo de elasticidade do material,  $E$ . Após a tensão de escoamento inicial ( $\sigma_0$ ), o diagrama continua ao longo de uma linha com inclinação definida pelo módulo tangente ( $E_T$ ), que é o módulo de elasticidade tangente, especificado pelo usuário. O módulo tangente não pode ser inferior a zero, ou maior do que o módulo de elasticidade.

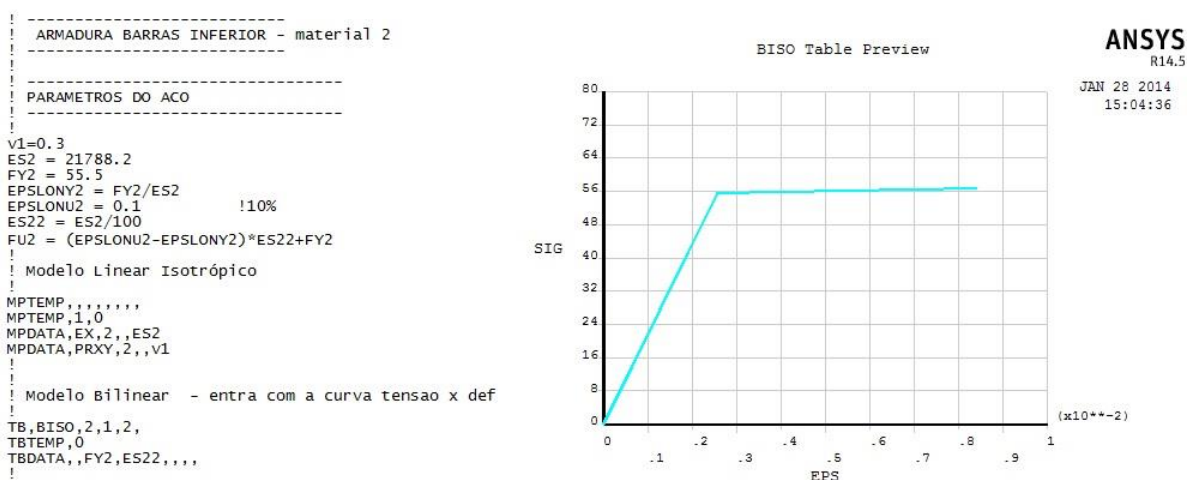
Figura 5.17 – Modelo BISO – ANSYS



(fonte: baseado em ANSYS, 2013)

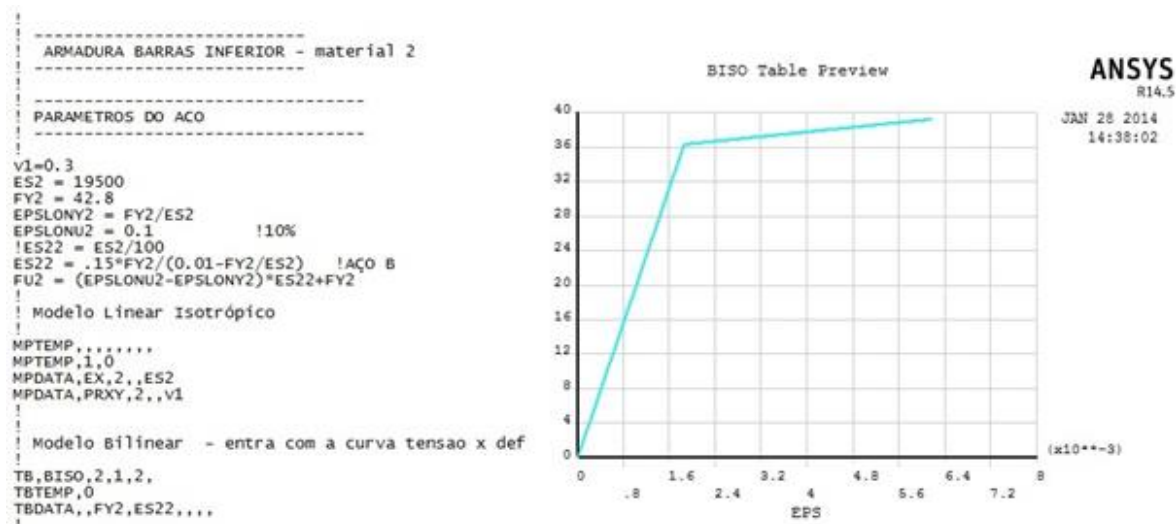
A figura 5.18 representa um exemplo de entrada de dados a partir de programação do modelo constitutivo bilinear BISO para aços laminados a quente, com patamar de escoamento bem definido (classe A). Para os aços encruados a frio é indicado na figura 5.19 um exemplo de *script* e gráfico, onde pode-se observar uma inclinação maior do segundo trecho do gráfico, devido a utilização do módulo resistente específico para a aço de classe B. Os dados necessários para o lançamento destes diagramas foram apresentados no **capítulo 4**.

Figura 5.18 – Exemplo modelo BISO – aço classe A



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 5.19 – Exemplo modelo BISO – aço classe B



(fonte: elaborada pela autora)

Para modelar computacionalmente o aço de protensão em peças de concreto, prevendo uma tensão inicial na armadura, houve a necessidade de criar um novo modelo de material para o

aço, implementado a partir da sub-rotina USERMAT1D. Com ajuda desta ferramenta, foi possível a implementação numérica de um novo material com propriedades dependentes do tempo, considerando o efeito de relaxação do aço protendido conforme as recomendações do Código Modelo da *fib* 2010 (2012).

Na figura 5.20, é apresentado um exemplo de *script* de entrada de dados do novo modelo de armadura implementado através do comando TB, USER. Este comando requer os dados de apenas cinco variáveis para o seu cálculo, sendo estas o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, a tensão de ruptura, a tensão inicial da armadura de protensão, e a data de aplicação da protensão. Assim como a USERMAT3D, esta sub-rotina pode ser utilizada para mais que um material. Na Ponte do Saber, por exemplo, foi necessário adicionar 15 materiais do tipo USERMAT1D para representar os 15 estais frontais, diferenciando-os, além da área da seção transversal, principalmente, pela data inicial de protensão. Este dado é de fundamental importância para considerar de forma adequada os efeitos diferidos nas etapas construtivas da estrutura.

Figura 5.20 – Exemplo de utilização da rotina USERMAT para o aço de protensão

```

! -----
! ARMADURA ATIVA - material 2
! -----
!
! PARAMETROS DO ACO
! -----
!
tb,user,2,2,5           ! Material 2, 2 temperaturas, 5 constantes (prop)
tbtemp,1.0             ! Primeira temperatura
tbdata,1,20500,0.3,179,96,28 ! Temperatura 1, E, poisson, Fptk, tensão inicial de protensão, data protensão
tb,state,1,,9         ! Define 9 variáveis de estado

```

(fonte: elaborada pela autora)

## 5.5 ASPECTOS DA ANÁLISE NÃO-LINEAR

A aplicação do método dos elementos finitos na análise de estrutura de concreto resulta na montagem de um sistema de equações não-lineares, que deve ser resolvido através de um método numérico. Na solução deste sistema é empregado o método de *Newton-Raphson*, que já está disponibilizado internamente no sistema ANSYS e se mostra um algoritmo de convergência bastante eficaz. Sua formulação, baseada em Bathe (1996), consiste em um processo iterativo para resolução de sistema de equações não-lineares e pode ser escrita conforme as expressões (5.1) e (5.2).

$$[K_i^T]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (5.1)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (5.2)$$

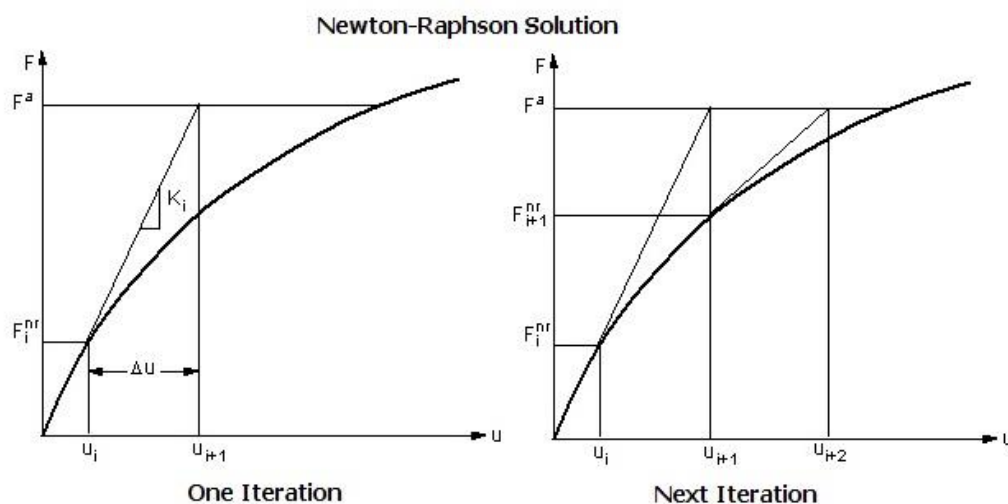
Sendo:

- $K_i^T$ : matriz de rigidez tangente;
- $F^a$ : vetor de carga aplicada;
- $F_i^{nr}$ : vetor correspondente às cargas internas de elementos.

Na figura 5.21 é indicado o método de *Newton-Raphson* aplicado em uma iteração e na iteração seguinte. O algoritmo deste procedimento pode ser simplificado nas seguintes etapas:

- a) Adotar um deslocamento ou força inicial. Usualmente, corresponde ao deslocamento da solução que convergiu no último *step*;
- b) Calcular a matriz de rigidez tangente e o vetor de forças a partir do deslocamento da etapa 1;
- c) Calcular o vetor  $\{\Delta u_i\}$  a partir da equação (5.1);
- d) Adicionar  $\{\Delta u_i\}$  com  $\{u_i\}$  para obter a aproximação seguinte  $\{u_{i+1}\}$ ;
- e) Repetir os passos 2 a 4 até que a convergência seja obtida. Ao não convergir, o próprio programa cria um *substep* intermediário automaticamente por “n” tentativas definidas pelo usuário, otimizando o método de convergência.

Figura 5.21 – Método de *Newton-Raphson*



(fonte: ANSYS, 2013)



Para a obtenção da curva carga-deslocamento completa das vigas em concreto armado e protendido foi empregado o método de incremento de deslocamentos ou método de incremento de carga. Após o processamento, o programa oferece os resultados de forma gráfica ou através de listagem de resultados adequados às características de todos os elementos utilizados. Um exemplo de rotina de pós processamento está descrito no apêndice B2.

## 5.6 FLUXOGRAMAS DO MODELO IMPLEMENTADO

O algoritmo computacional utilizado para representar o modelo visco-elastoplástico do concreto, descrito no **capítulo 4**, foi desenvolvido considerando-se dois casos de análise:

- a) **ETAPA 1:** utiliza-se o **modelo viscoelástico** para os materiais, sendo permitida a análise das peças estruturais submetidas apenas a cargas de serviço;
- b) **ETAPA 2:** utiliza-se o **modelo elastoplástico** para os materiais, sendo que as estruturas podem ser estudadas até a sua carga de ruptura.

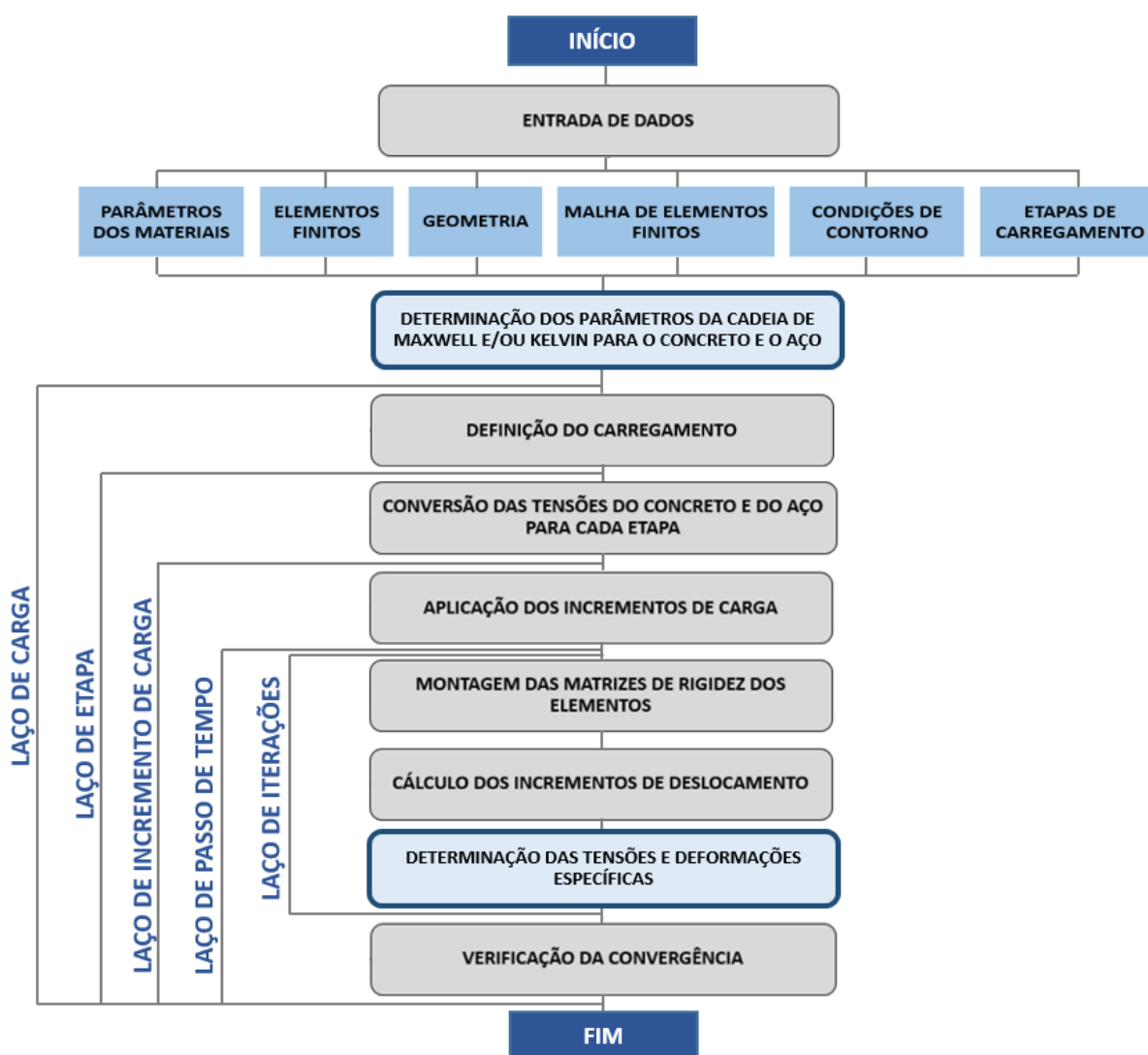
O carregamento pode consistir de forças concentradas, de superfície, de volume, de protensão ou, ainda, de incrementos de deslocamento. A indicação de convergência em cada incremento de carga é dada através do Método de *Newton-Raphson*.

Nas análises, é possível considerar vários carregamentos aplicados em datas distintas, entre as quais ocorrem os fenômenos dependentes do tempo. Assim, à medida em que as cargas são lançadas nas suas respectivas datas, as duas etapas são executadas de forma sucessiva. Quando se passa de uma fase para outra, é feita uma conversão das tensões correspondente ao número de camadas utilizadas em cada uma das etapas, sendo dependente do tipo de modelo viscoelástico utilizado (Maxwell ou Kelvin).

No fluxograma da figura 5.22 é apresentada a esquematização do programa principal, sendo inicialmente feita a leitura do *script* de entrada de dados necessários para o funcionamento do algoritmo. Entre estes dados, pode-se citar: parâmetros dos materiais, tipos de elementos finitos, definição da geometria, malha de elementos finitos, condições de contorno e etapas de carregamento. Em seguida, são determinados os parâmetros do modelo de Maxwell e/ou de Kelvin, dependendo do método escolhido pelo usuário, cujas etapas de cálculo são apresentadas no fluxograma 5.23 e 5.24, respectivamente, respeitando a formulação apresentada no **capítulo 4**.

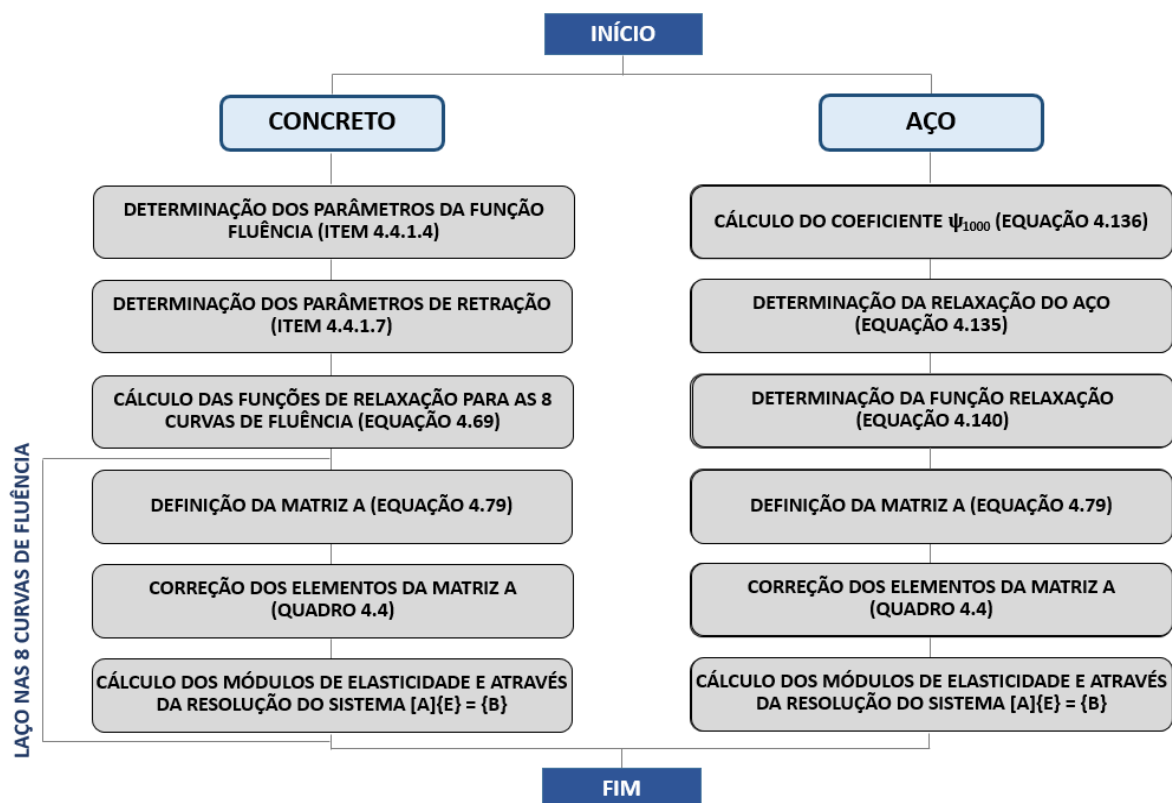
Sabe-se que as sub-rotinas implementadas no programa principal (USERMAT) já estão compatibilizadas com as variáveis do ANSYS. Desta forma, um conjunto de laços, faz o processamento dos resultados. Cada vez que é atingida a convergência, para um determinado incremento de carga, os resultados obtidos são registrados. Para a determinação das deformações específicas e tensões (fluxograma 5.25), devido à presença de inúmeros modelos para o concreto e para o aço, foi necessária a implementação de várias sequências de sub-rotinas e comandos.

Figura 5.22 – Fluxograma do programa principal



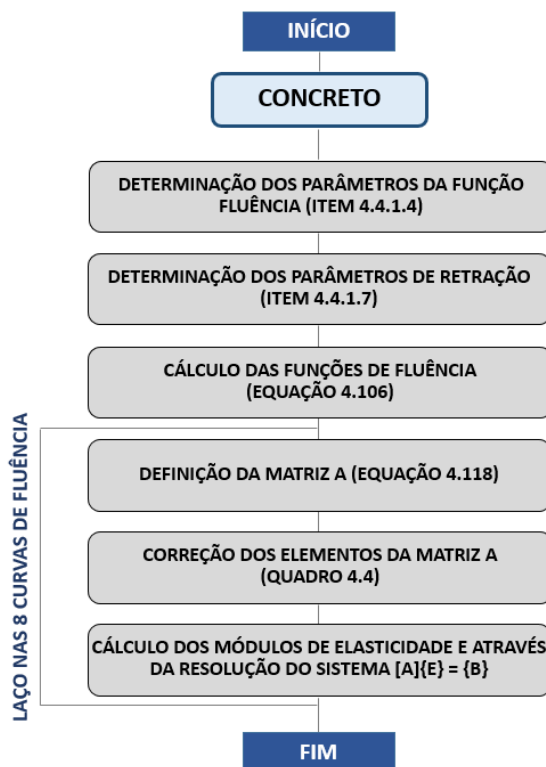
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 5.23 – Determinação dos parâmetros da cadeia de Maxwell para o concreto e o aço



(fonte: elaborada pela autora)

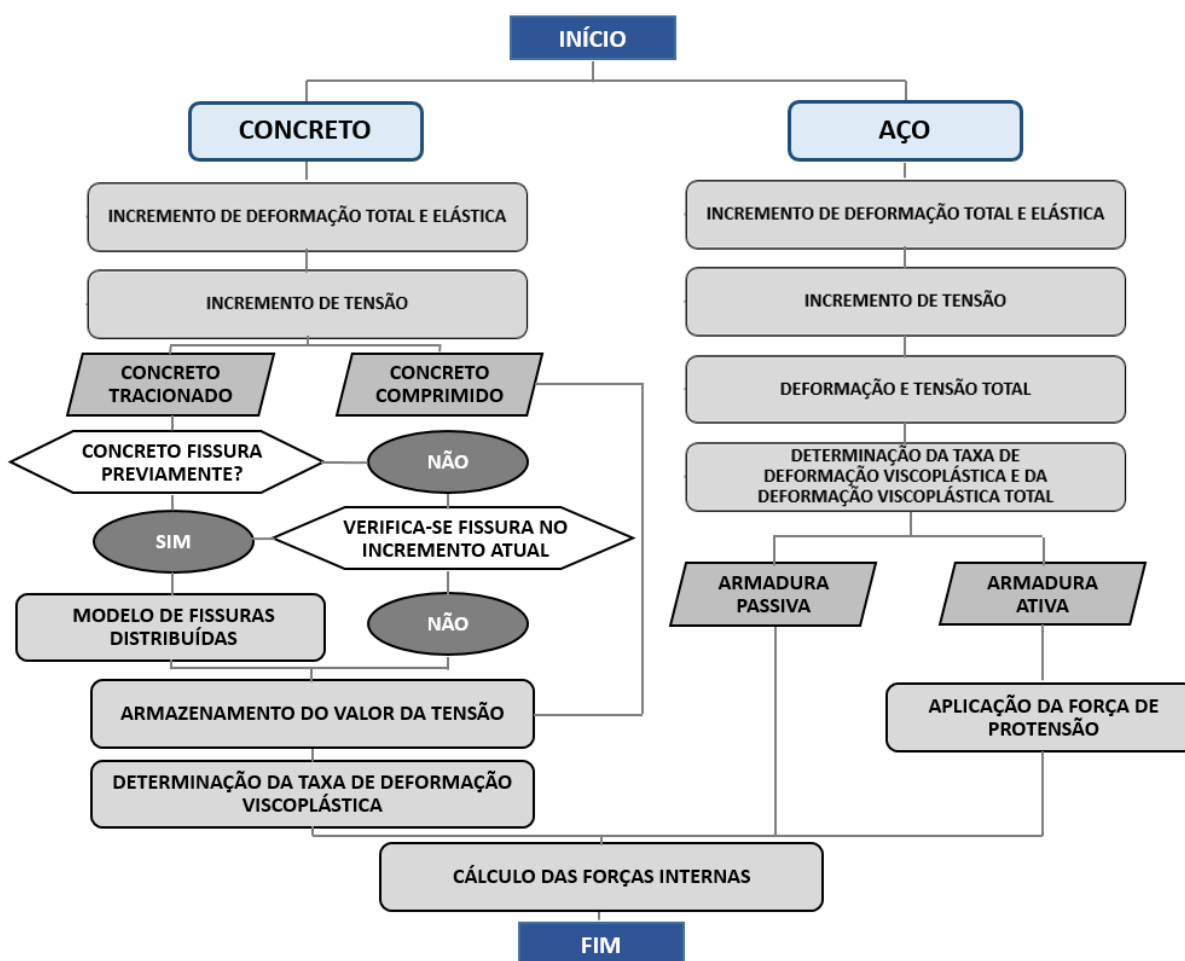
Figura 5.24 – Determinação dos parâmetros da cadeia de Kelvin para o concreto



(fonte: elaborada pela autora)

As sub-rotinas implementadas na USERMAT, que determinam as tensões e deformações específicas, são chamadas em cada ponto de integração do elemento, para cada iteração de *Newton-Raphson*. A partir do incremento de tensão, que é calculado a partir do incremento de deformação elástica, que corresponde ao incremento de deformação total menos o incremento de deformação plástica, é verificado se o concreto já está fissurado. Em caso afirmativo, é chamado o modelo de fissuras distribuídas, onde as tensões são corrigidas em função da fissuração e são armazenadas as tensões atualizadas. Em caso negativo, verifica se ocorre fissura no incremento atual. Caso sim, calcula-se a direção da fissura e entra-se no modelo de fissuras distribuídas. Caso o concreto não fissurou, continua-se no modelo elastoplástico e é feito o cálculo do incremento de deformação plástica, que é descontado do incremento de deformação total no início da sub-rotina.

Figura 5.25 – Determinação das tensões e deformações específicas



(fonte: elaborada pela autora)

## 6 VALIDAÇÃO DOS MODELOS IMPLANTADOS NA *USERMAT*

Ao longo dos **capítulos 4 e 5** foram apresentadas as principais características sobre os modelos constitutivos dos materiais e as informações sobre a modelagem computacional. Com o objetivo de verificar a eficiência deste modelo para análise não-linear de estruturas em concreto armado e protendido, são apresentados, neste capítulo, estudos comparativos entre análise experimental e numérica.

Inicialmente, a verificação da formulação proposta é feita, comparando-se os resultados obtidos através do modelo computacional com valores determinados experimentalmente para vigas de concreto armado. Estes resultados experimentais foram apresentados por Leonhardt e Walther (1962) e referem-se a um estudo sobre a resistência à flexão e ao esforço cortante de quatro vigas em concreto armado.

Complementando o estudo das vigas de Leonhardt e Walther (1962), foi feito o estudo comparativo de doze vigas em concreto armado, ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963). A partir da simulação numérica destas dezesseis vigas em concreto armado, apresentam-se os resultados obtidos pela análise numérica, para tensões no concreto e na armadura e a resposta carga-deslocamento.

Adicionalmente, é apresentada a verificação do modelo quanto à protensão, a partir da análise de uma viga em concreto segmentada protendida. Esta viga, ensaiada experimentalmente por Aparicio et al (2002) apresenta seção transversal tipo perfil caixão e cabos de protensão não aderente. Foram comparados os diagramas carga x flecha, tensões no concreto e nas armaduras ativas e as tensões nos cabos de protensão em relação ao deslocamento.

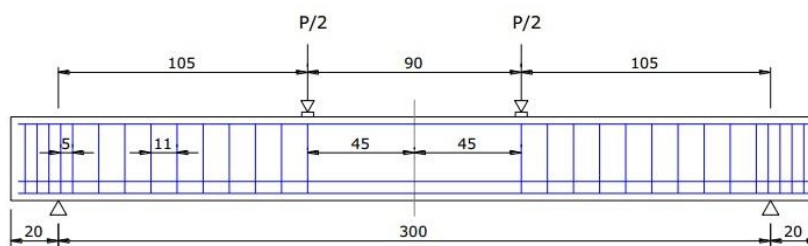
Nos próximos itens são apresentadas as informações e análises feitas nos ensaios das vigas de Leonhardt e Walther (1962), Bresler e Scordelis (1963) e de Aparicio et al (2002).

## 6.1 VIGAS EM CONCRETO ARMADO DE LEONHARDT E WALTHER (1962)

### 6.1.1 Características estruturais

Apresenta-se o estudo de um conjunto de quatro vigas, denominadas ET1, ET2, ET3 e ET4, ensaiadas por Leonhardt e Walther (1962). As vigas foram submetidas a duas cargas concentradas, cujas posições podem ser vistas na figura 6.1. A resistência média (cilíndrica) à compressão do concreto, com base nos resultados experimentais, foi tomada como sendo de 24,2 MPa.

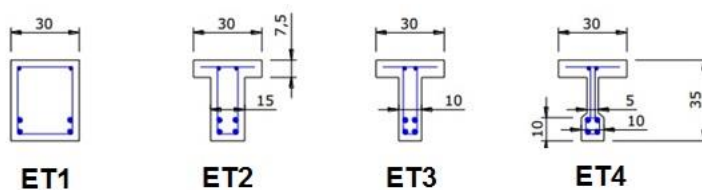
Figura 6.1 – Croqui longitudinal do carregamento (unidades em cm)



(fonte: baseado em LEONHARDT; WALTHER, 1962)

De acordo com a figura 6.2, todas as vigas possuem a mesma armadura longitudinal. Esta consiste, inferiormente, de quatro barras de 20 mm de diâmetro ( $f_y = 428$  MPa), sendo duas localizadas a 3 cm da borda inferior e duas localizadas a 6 cm da mesma borda e, superiormente, de duas barras de 8 mm de diâmetro ( $f_y = 465$  MPa), localizadas a 3 cm da borda superior. Todas as barras são de aço encruado a frio (antiga classe B). Os estribos verticais têm 6 mm de diâmetro ( $f_y = 320$  MPa), aço laminado a quente (antiga classe A), e são espaçados conforme mostra a figura 6.1. O módulo de elasticidade do aço,  $E_s$ , é considerado igual a 210.000 MPa para o aço classe A e 195.000 MPa<sup>2</sup> para o aço da classe B.

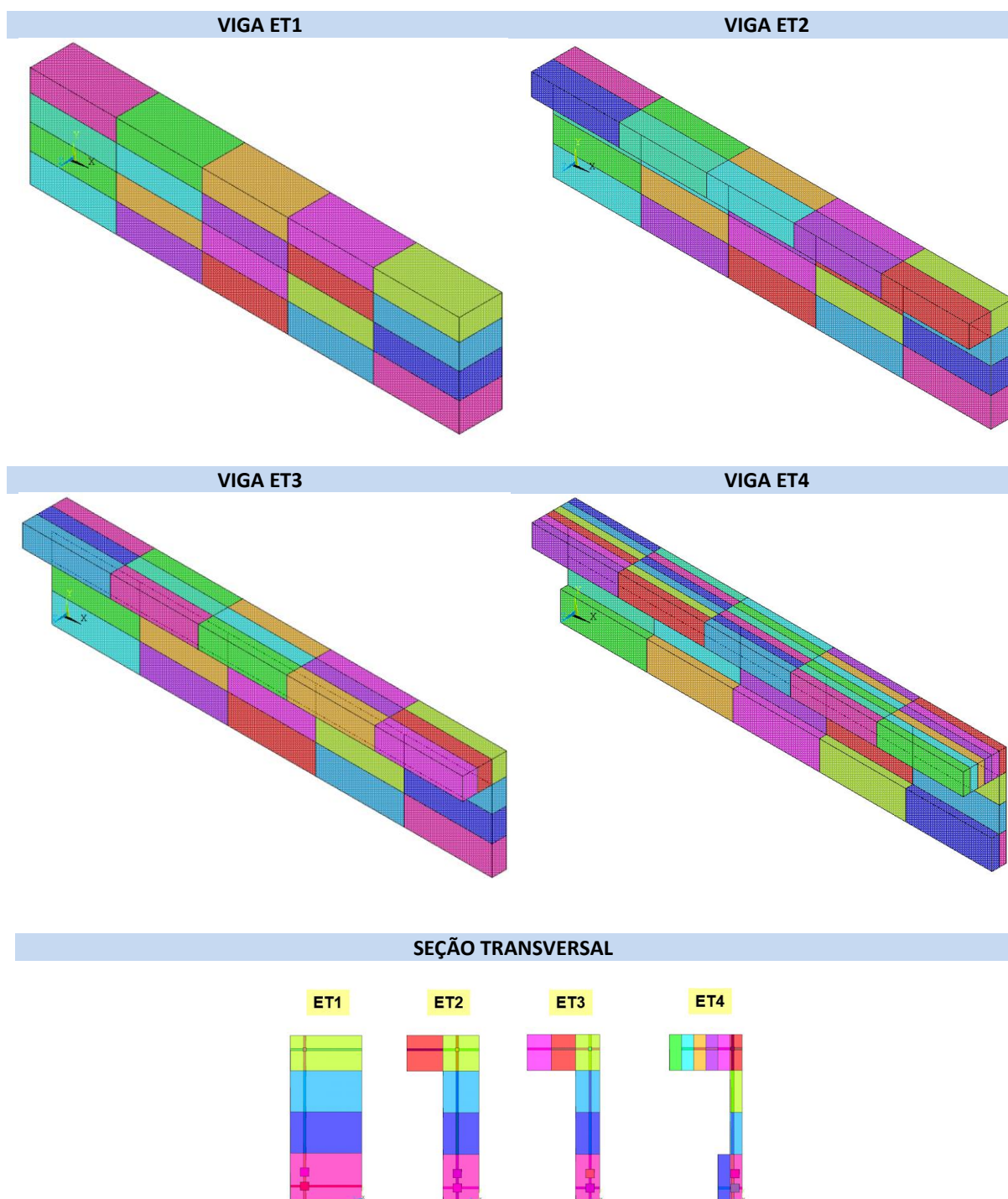
Figura 6.2 – Seção transversal das vigas de Leonhardt e Walther (unidades em cm)



(fonte: baseado em LEONHARDT; WALTHER, 1962)

Para o estudo computacional destas quatro vigas, dividiu-se a altura em quatro elementos finitos e o comprimento longitudinal em cinco. Como estas vigas apresentavam simetria de geometria e de carregamento, modelou-se apenas um quarto da viga. A figura 6.3 mostra a discretização das vigas ET1, ET2, ET3 e ET4.

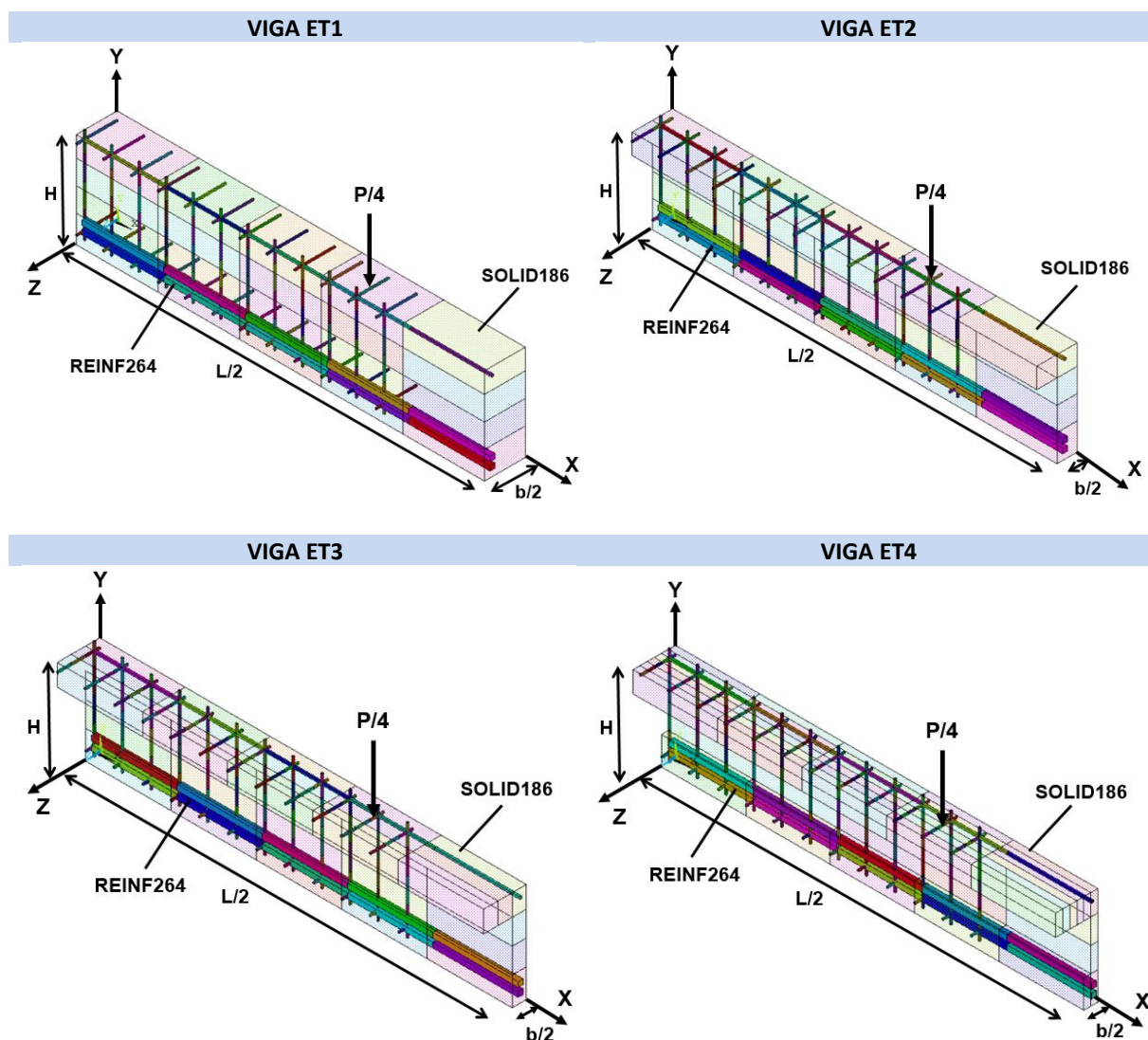
Figura 6.3 – Malha em elementos finitos para análise computacional das quatro vigas de Leonhardt e Walther



(fonte: elaborada pela autora)

Adotou-se, desta forma, uma malha de elementos finitos constituída por elementos hexaédricos quadráticos de 20 nós (SOLID186). No interior destes elementos foram acrescentados os elementos REINF264, representando a armadura passiva incorporada da viga. Em relação às restrições, foram adicionados: restrição ao deslocamento na direção X na superfície do plano YZ em  $X = L/2$ , restrição ao deslocamento na direção Z na superfície do plano XY em  $Z = 0$ , e restrição ao deslocamento na direção Y nos nós inferiores da extremidade esquerda (quando  $X = 0$  e  $Y = 0$ ). O carregamento foi aplicado em forma de incrementos de deslocamento nos nós da face superior da viga, na posição  $X = 105$  cm. Na figura 6.4 é possível visualizar a discretização da armadura incorporada nas quatro vigas de Leonhardt e Walther.

Figura 6.4 – Discretização em elementos finitos para análise computacional das vigas de Leonhardt e Walther



(fonte: elaborada pela autora)

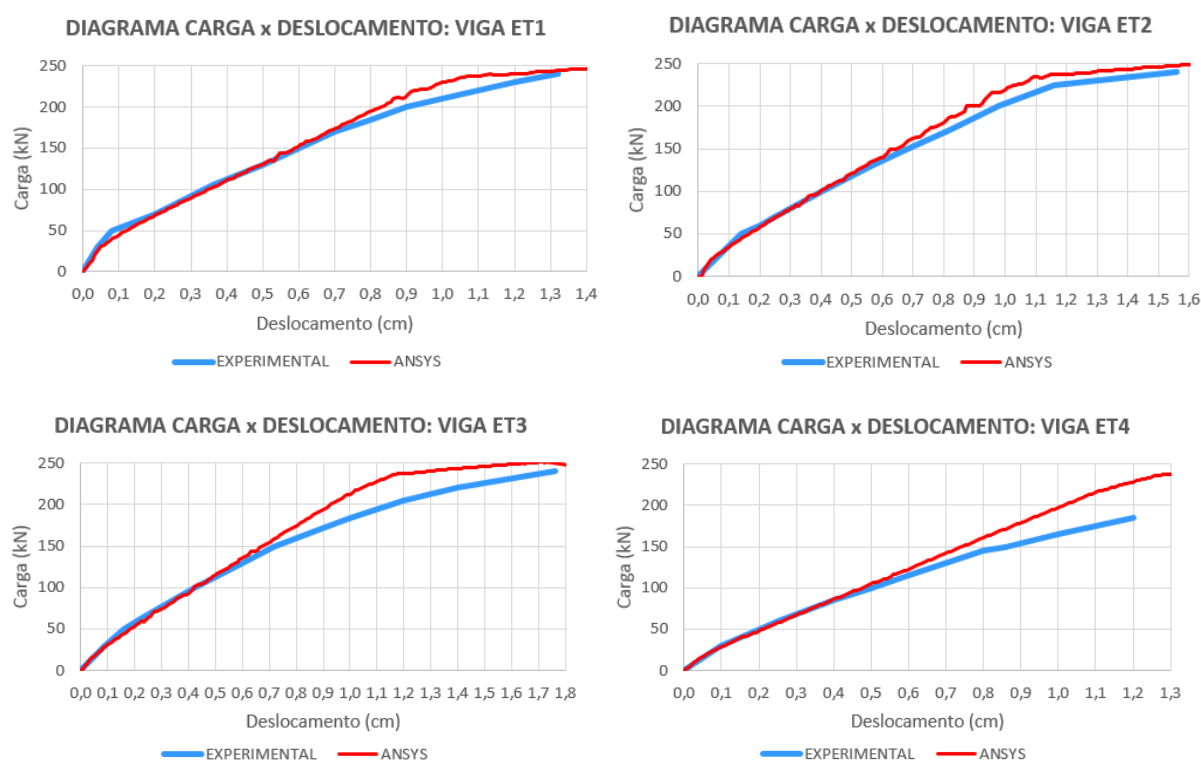


Para as armaduras, foi utilizado o modelo constitutivo bilinear BISO. Já para o concreto, foi utilizado o novo modelo implementado através da rotina USERMAT3D.

### 6.1.2 Análise dos resultados obtidos na simulação numérica

Para a validação da análise numérica foram traçadas curvas do tipo carga-deslocamento, deformada da estrutura, diagramas de tensões no concreto e na armadura. Nos valores comparados, não está sendo considerado o peso próprio, apenas a carga concentrada. Na figura 6.5 é possível observar as curvas carga-deslocamento e a evolução das flechas ao longo do carregamento das vigas ET1, ET2, ET3 e ET4. O deslocamento foi medido no ponto central inferior do vão da viga.

Figura 6.5 – Diagrama carga-deslocamento das vigas ET1, ET2, ET3 e ET4



(fonte: elaborada pela autora)

Para simular o carregamento instantâneo destas vigas até a sua ruptura, foi aplicado um deslocamento vertical na posição em que, no ensaio experimental, a carga concentrada estava localizada ( $X = 105$  cm). Nesta análise, foram utilizados dois casos de cargas: etapa 1 e etapa 2. No primeiro caso de carga, levou-se em consideração os 28 dias para representar a análise do tempo, e na etapa 2 (análise elastoplástica) o deslocamento foi dividido em 400 incrementos.

Também foi feito o teste com aplicação de 400 incrementos de força, ao invés de deslocamentos, chegando-se a resultados muito similares.

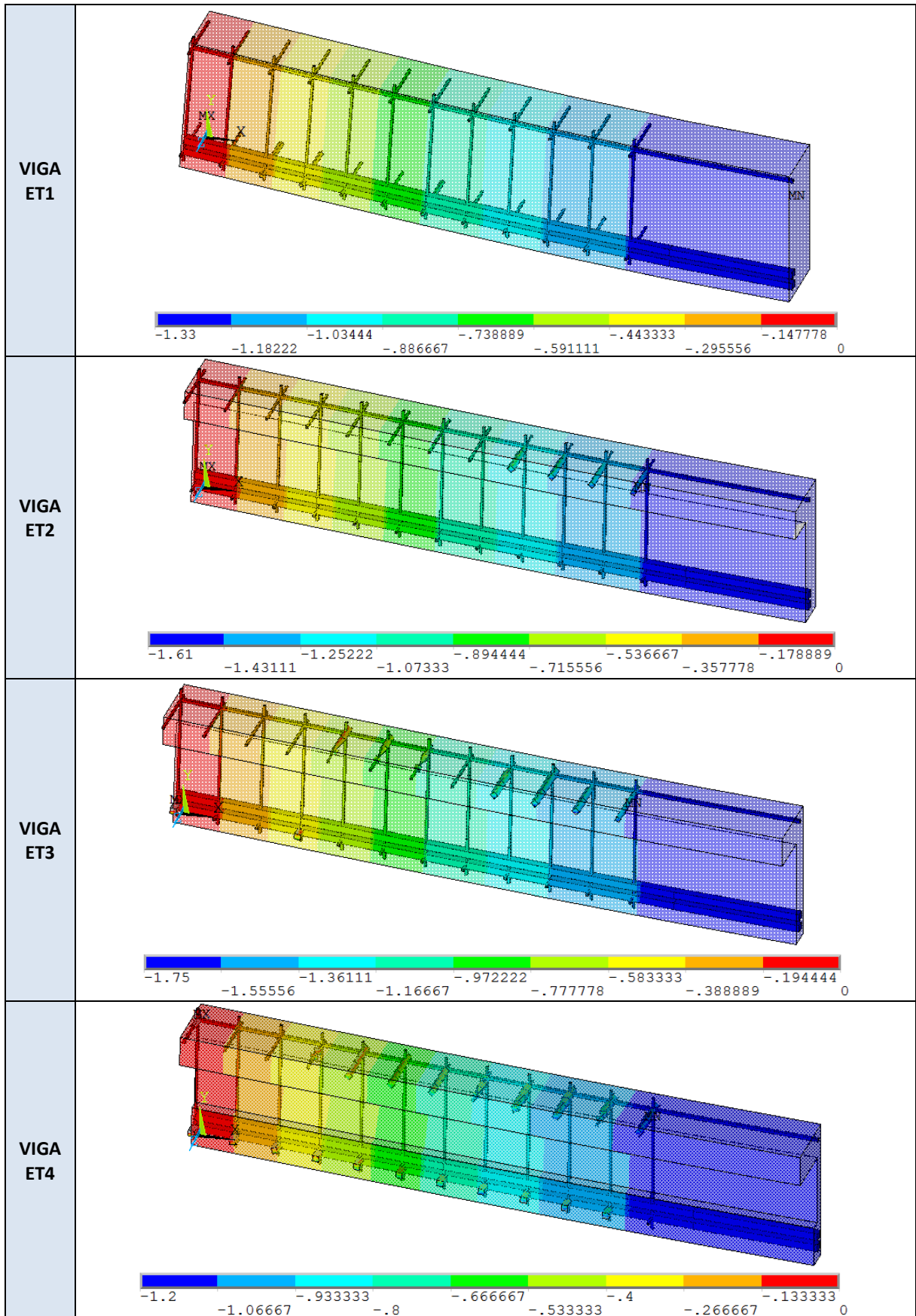
O eixo das cargas do diagrama carga-deslocamento foi obtido multiplicando por quatro o valor das reações verticais nos nós de apoio, uma vez que apenas um quarto da estrutura foi representada no modelo numérico. Na maioria das vigas os resultados do diagrama carga-deslocamento apresentam boa correlação entre as curvas apresentadas, constando-se também uma carga de ruptura muito semelhante à encontrada nos ensaios experimentais. Apenas na viga ET4, a qual rompe por cisalhamento, que houve uma diferença maior, apresentando uma carga de ruptura aproximadamente 15% superior ao esperado. Para verificar este resultado, foi feito um teste, refinando a malha das quatro vigas, porém esta diferença ficou na mesma ordem de grandeza e os resultados foram similares ao da malha original.

O quadro 6.1, mostra as deformadas do conjunto de vigas de Leonhardt e Walther (1962) no fim da aplicação do carregamento, ou seja, no instante em que ocorre a ruptura. Pode-se observar, portanto, a deformação atingida pela estrutura antes do seu colapso.

A fim de observar a distribuição de tensões ao longo da estrutura, indica-se nos quadros 6.2 a 6.13 a evolução da distribuição de tensões no concreto e nas armaduras (longitudinais e transversais) para as vigas ET1, ET2, ET3 e ET4. A partir da análise dos quadros 6.10 a 6.13, observa-se que à medida que a largura da alma da viga diminui, as tensões nos estribos aumentam, levando ao esgotamento de suas capacidades resistentes.

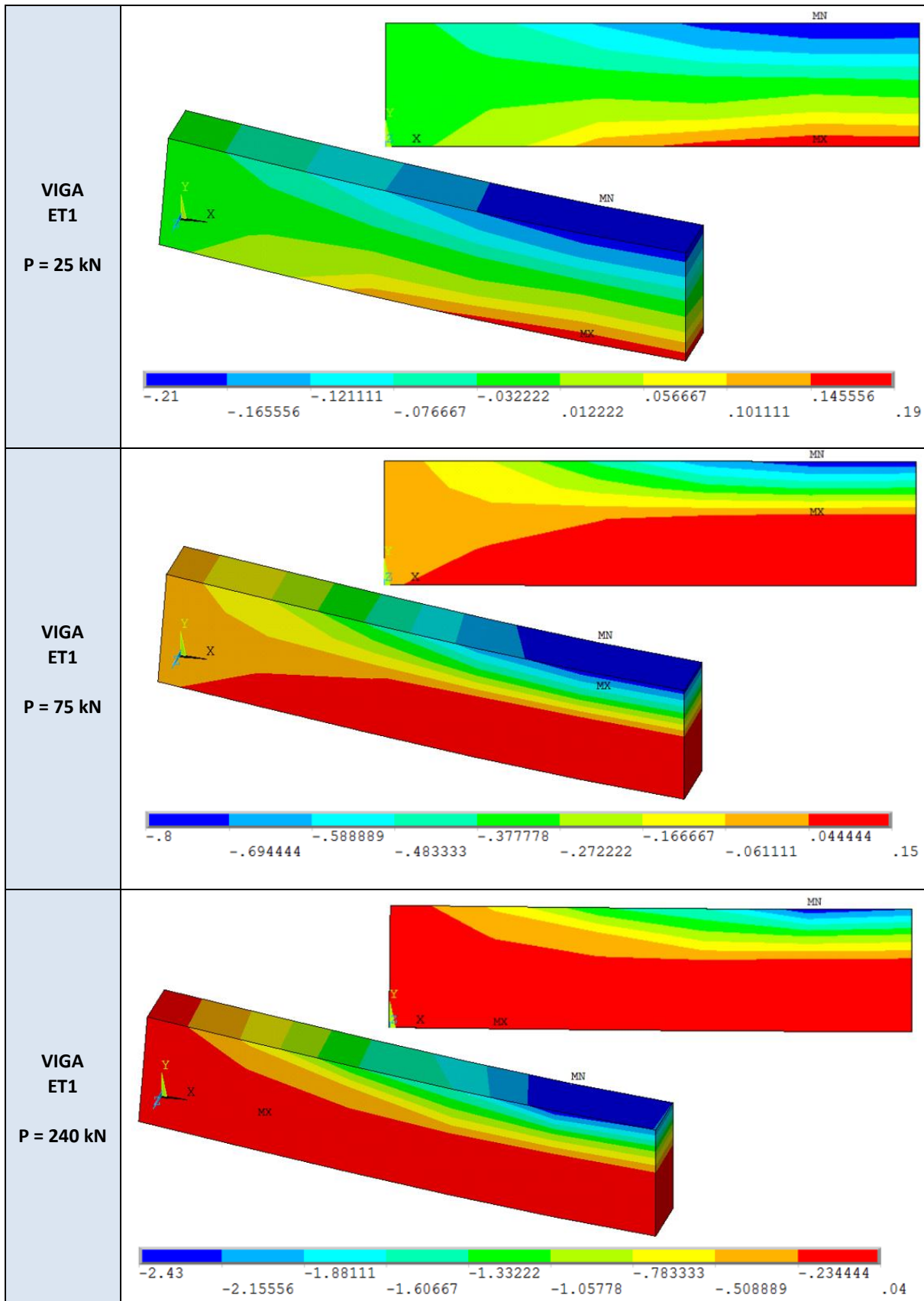
No diagrama de tensões axiais da armadura (quadros 6.6 a 6.13) pode-se observar que, na viga ET1, quando a carga de ruptura é atingida, a armadura inferior já se encontra no patamar de escoamento enquanto que os estribos estão levemente tracionados. Nas vigas ET2 e ET3 também pode-se verificar que a armadura inferior atinge o patamar de escoamento, no entanto, os estribos também são solicitados com cargas próximas a sua tensão axial máxima. A viga ET4 atinge a tensão máxima nos estribos antes de iniciar o processo de escoamento da armadura inferior. Desta forma fica evidente que a viga ET1 rompe por flexão, as vigas ET2 e ET3 rompem por flexão e cisalhamento e a viga ET4 rompe por cisalhamento. É importante observar que na situação de ruptura de todas as vigas, os valores de tensão de compressão máxima estão acima do valor da resistência do concreto. Esta imprecisão deve-se à extrapolação das tensões dos pontos de Gauss para os nós do elemento finito.

Quadro 6.1 – Deslocamentos verticais finais nas vigas ET1, ET2, ET3 e ET4 (cm)



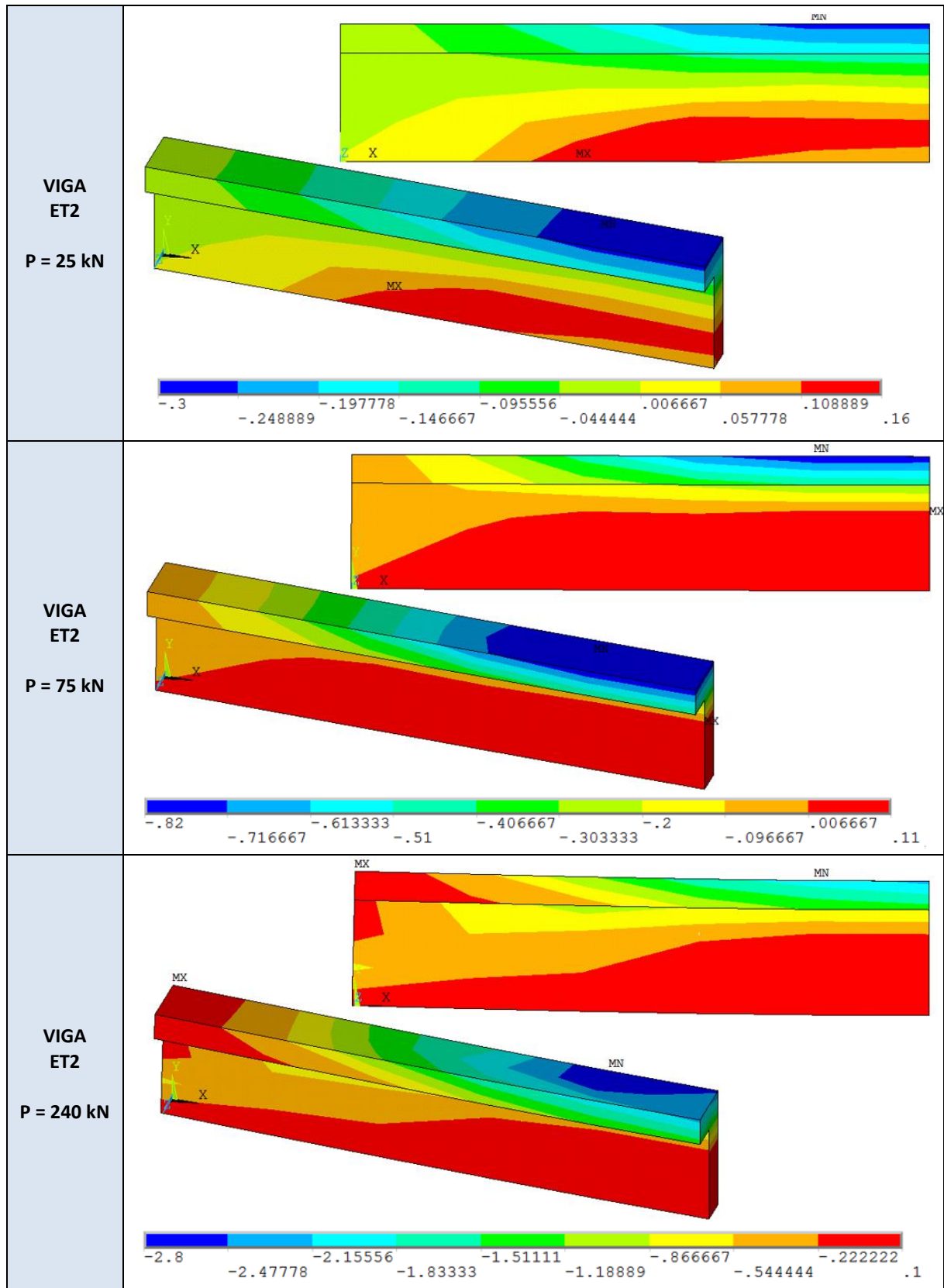
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.2 – Evolução da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, viga ET1 (kN/cm<sup>2</sup>)



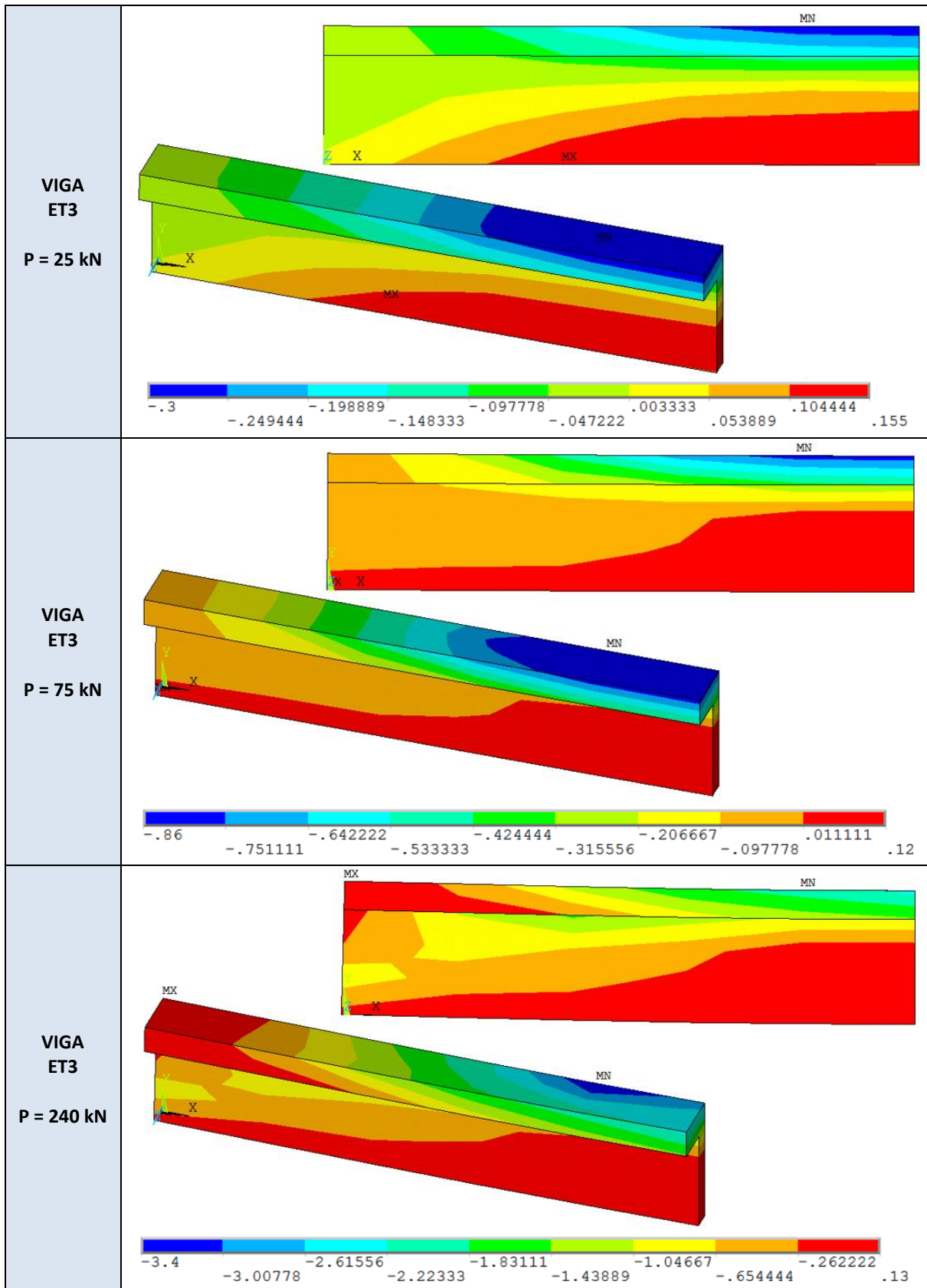
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.3 – Evolução da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, viga ET2 (kN/cm<sup>2</sup>)



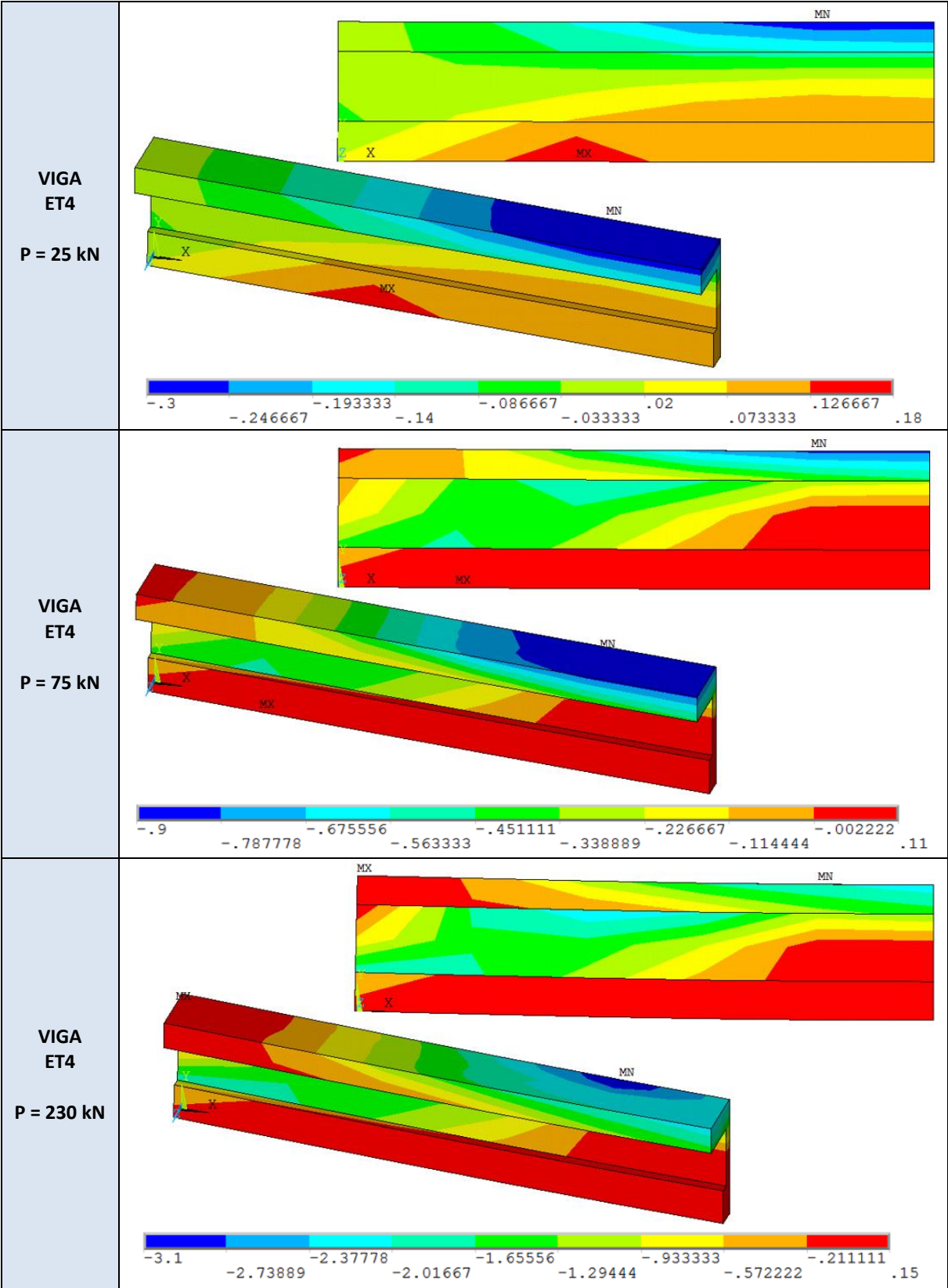
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.4 – Evolução da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, viga ET3 (kN/cm<sup>2</sup>)



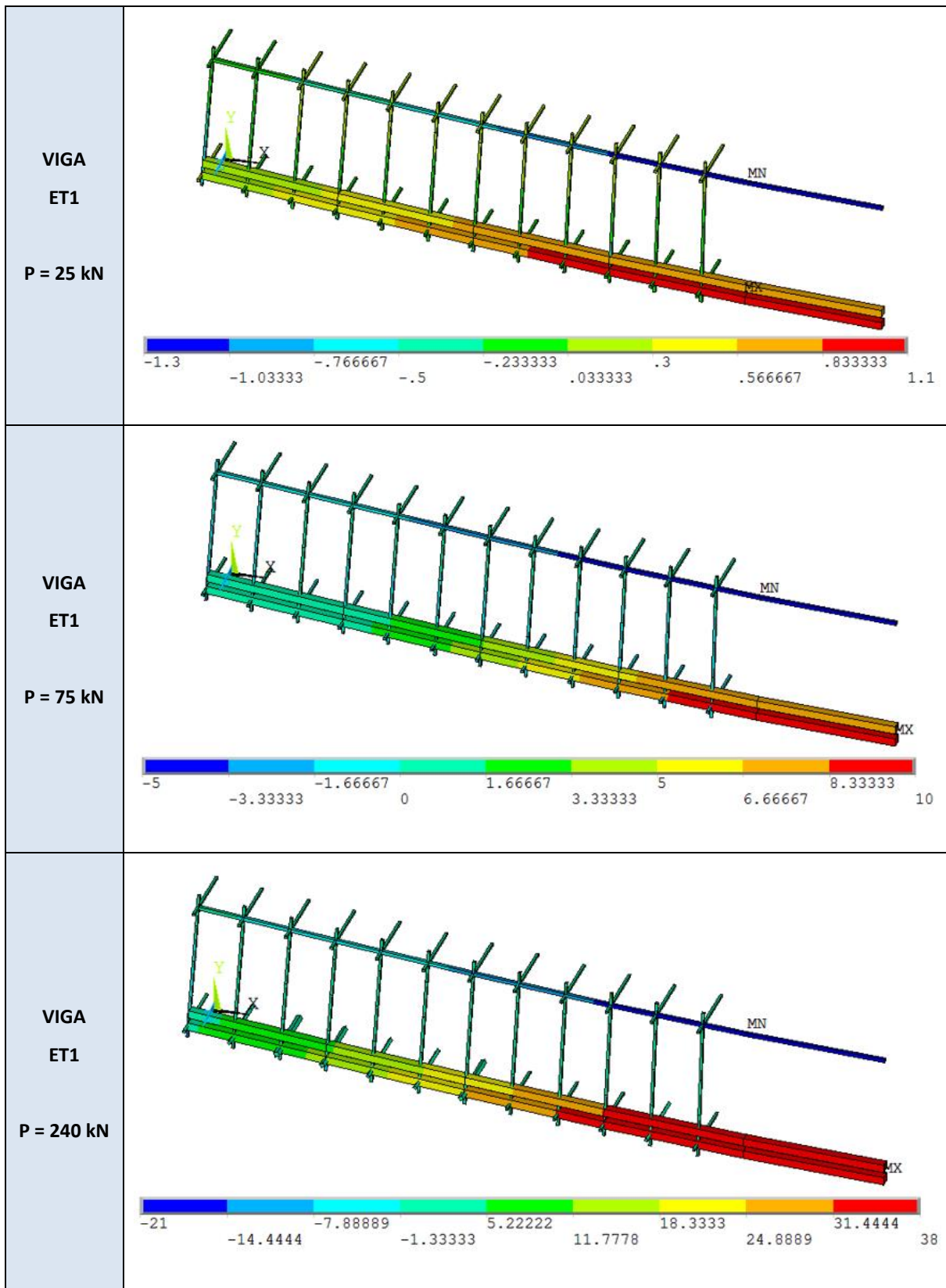
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.5 – Evolução da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, viga ET4 (kN/cm<sup>2</sup>)



(fonte: elaborado pela autora)

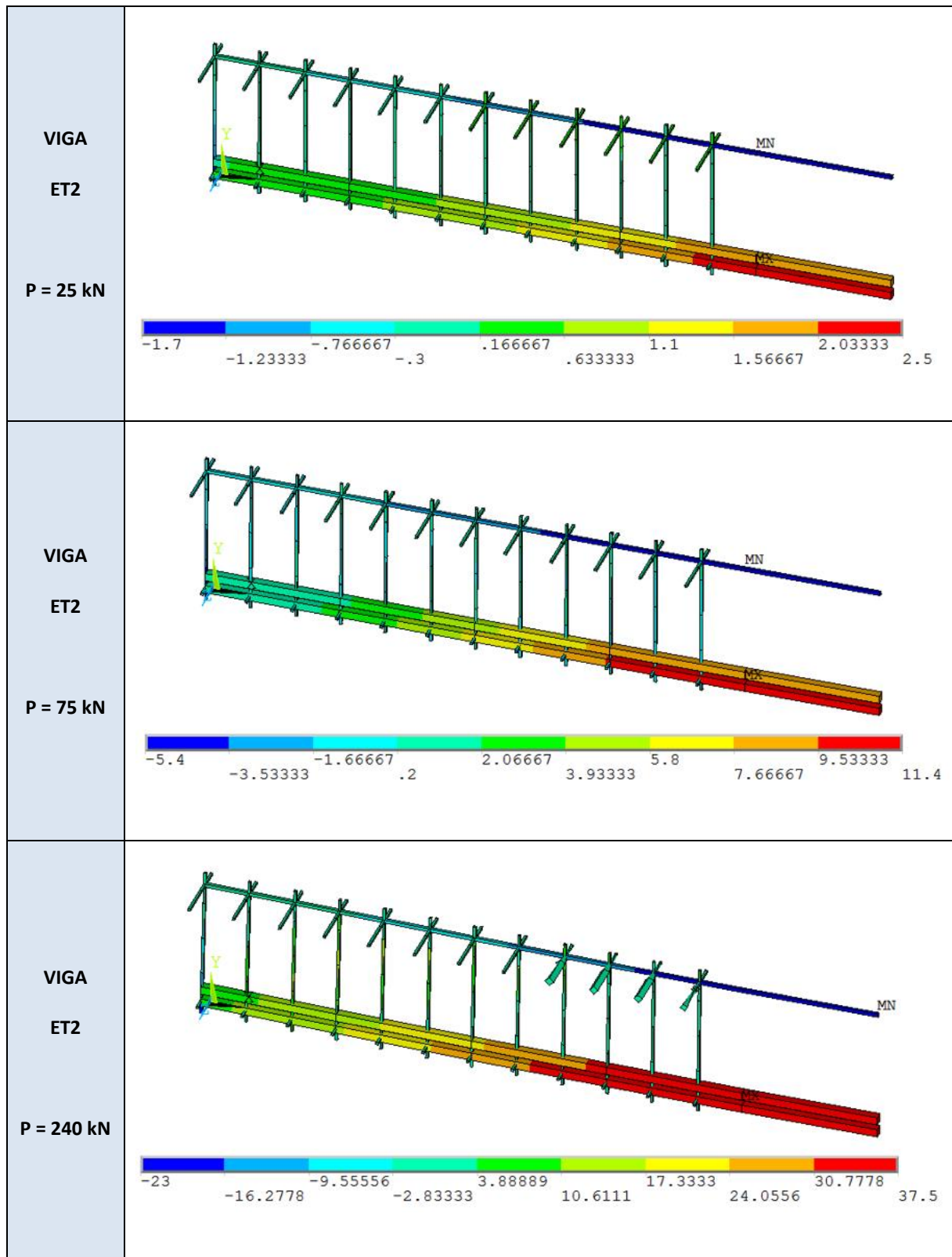
Quadro 6.6 – Evolução das tensões na armadura longitudinal e estribos da viga ET1, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



(fonte: elaborado pela autora)

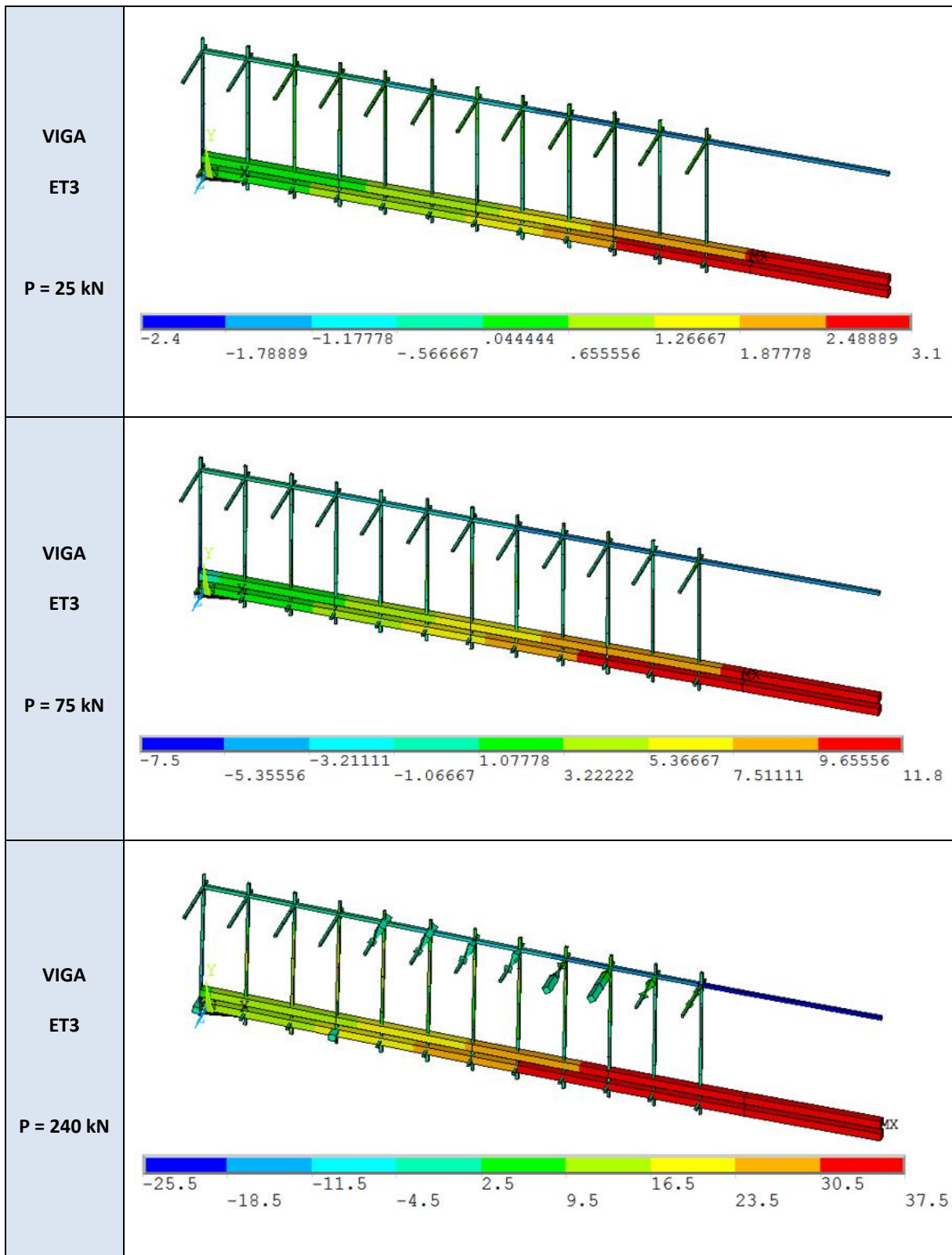


Quadro 6.7 – Evolução das tensões na armadura longitudinal e estribos da viga ET2, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



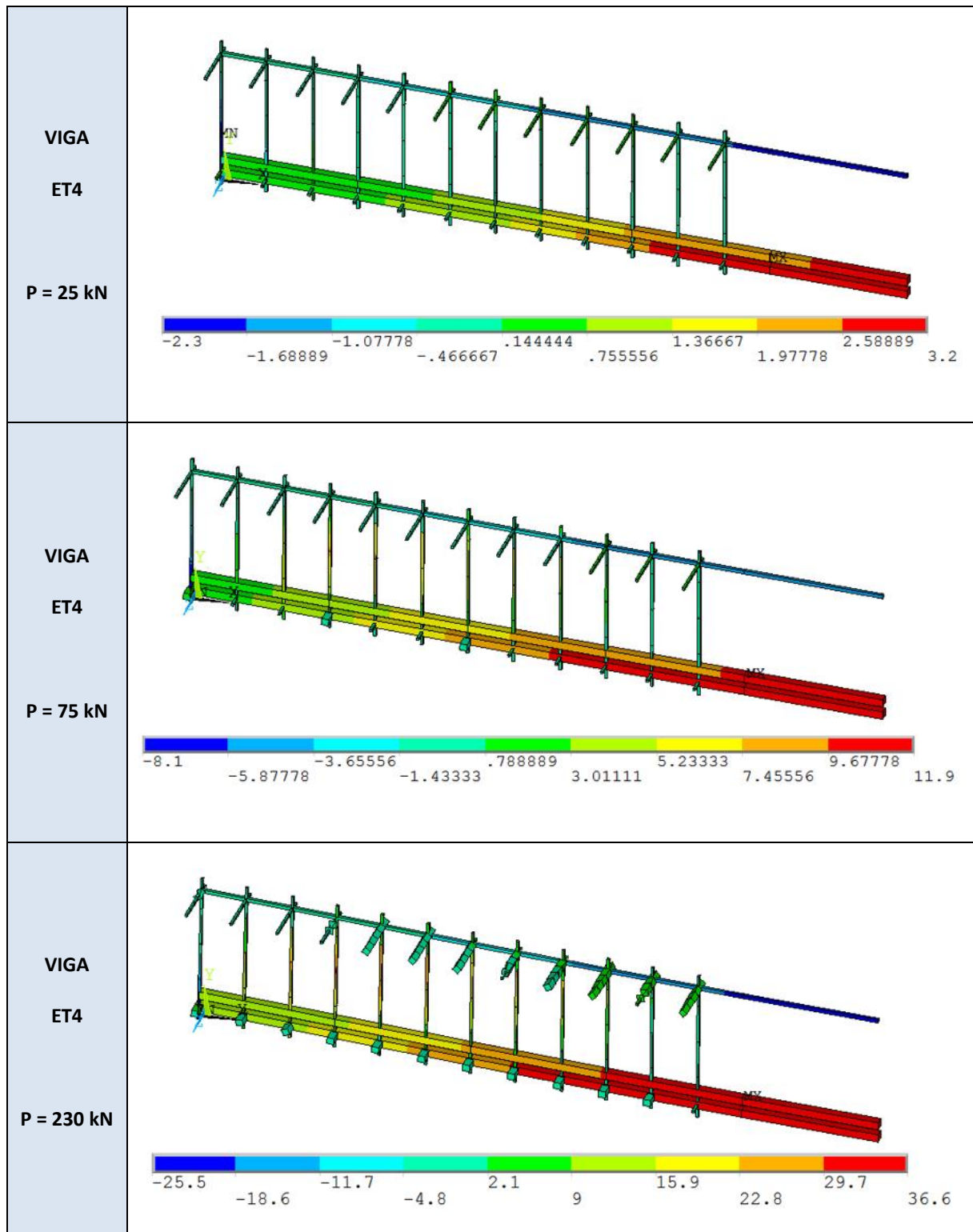
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.8 – Evolução das tensões na armadura longitudinal e estribos da viga ET3, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



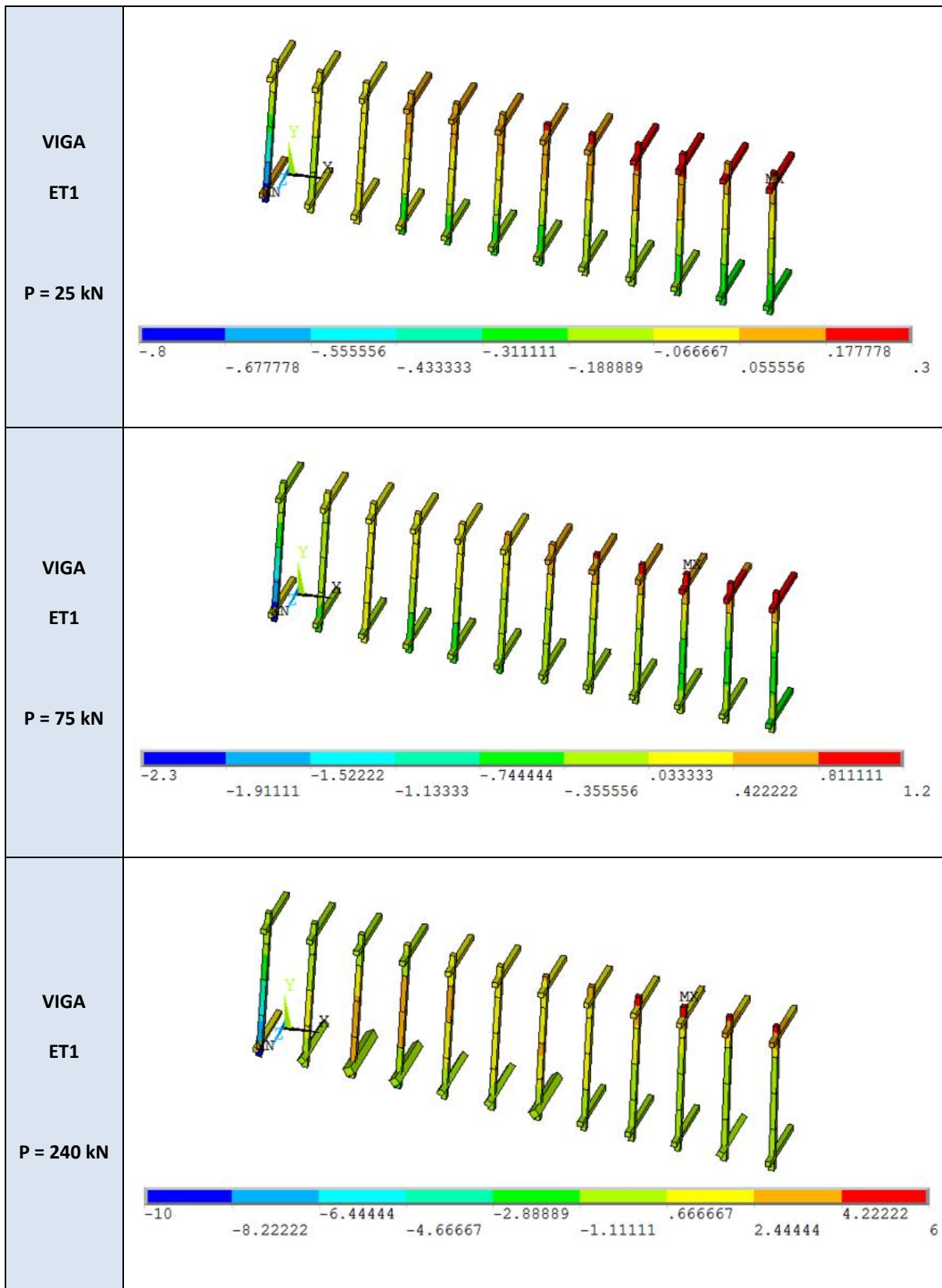
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.9 – Evolução das tensões na armadura longitudinal e estribos da viga ET4, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



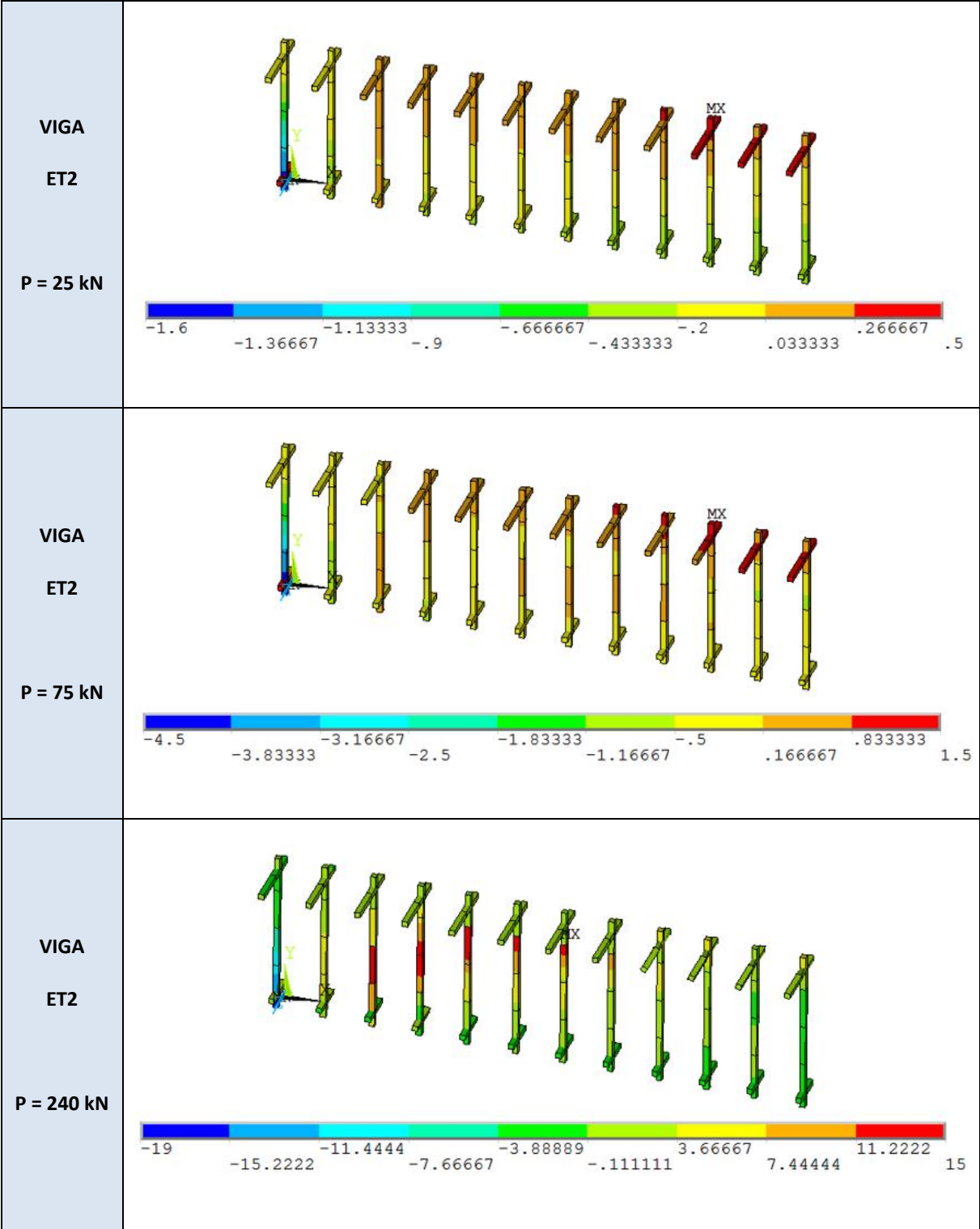
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.10 – Evolução das tensões na armadura transversal da viga ET1, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



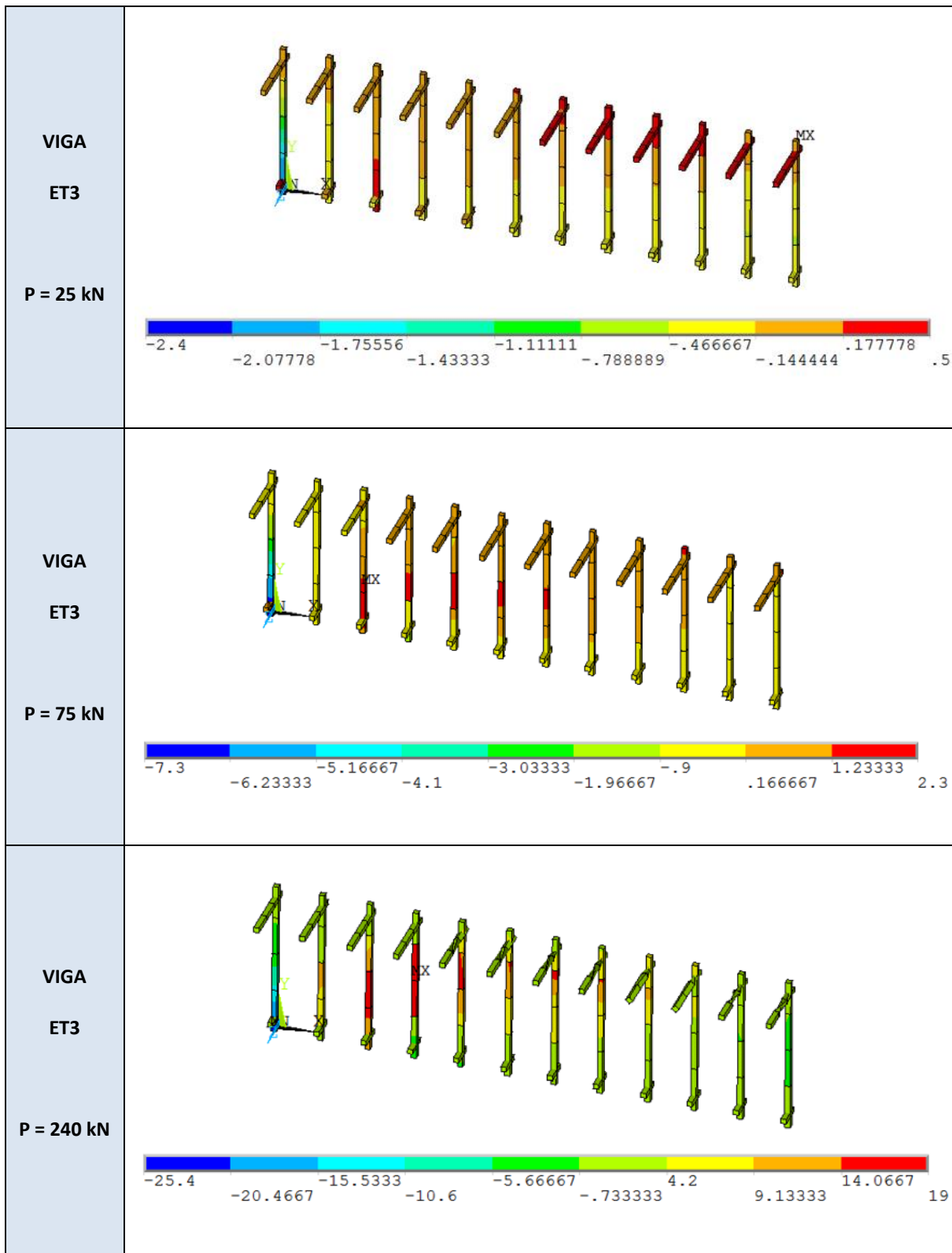
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.11 – Evolução das tensões na armadura transversal da viga ET2, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



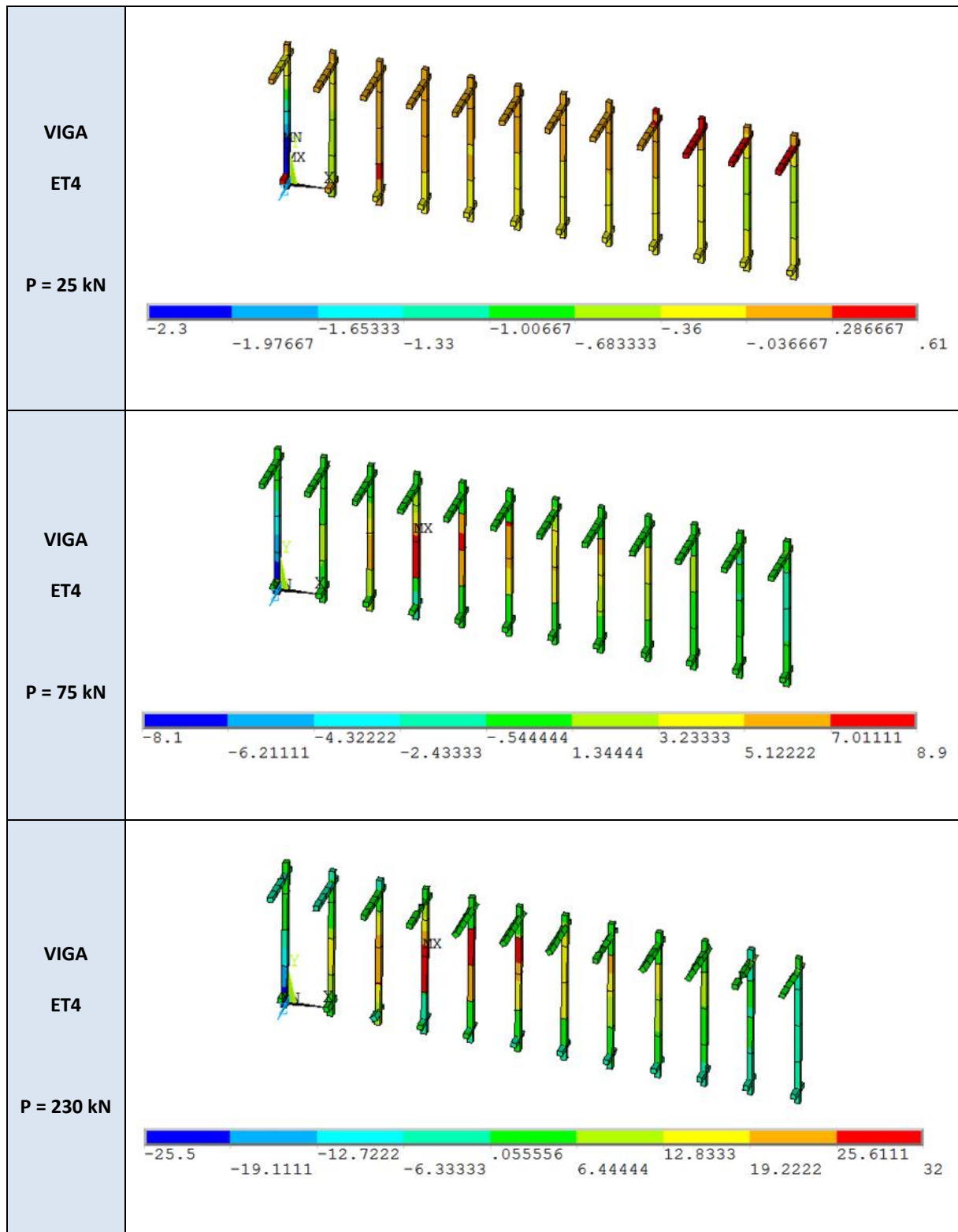
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.12 – Evolução das tensões na armadura transversal da viga ET3, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.13 – Evolução das tensões na armadura transversal da viga ET4, segundo o modelo computacional (kN/cm<sup>2</sup>)



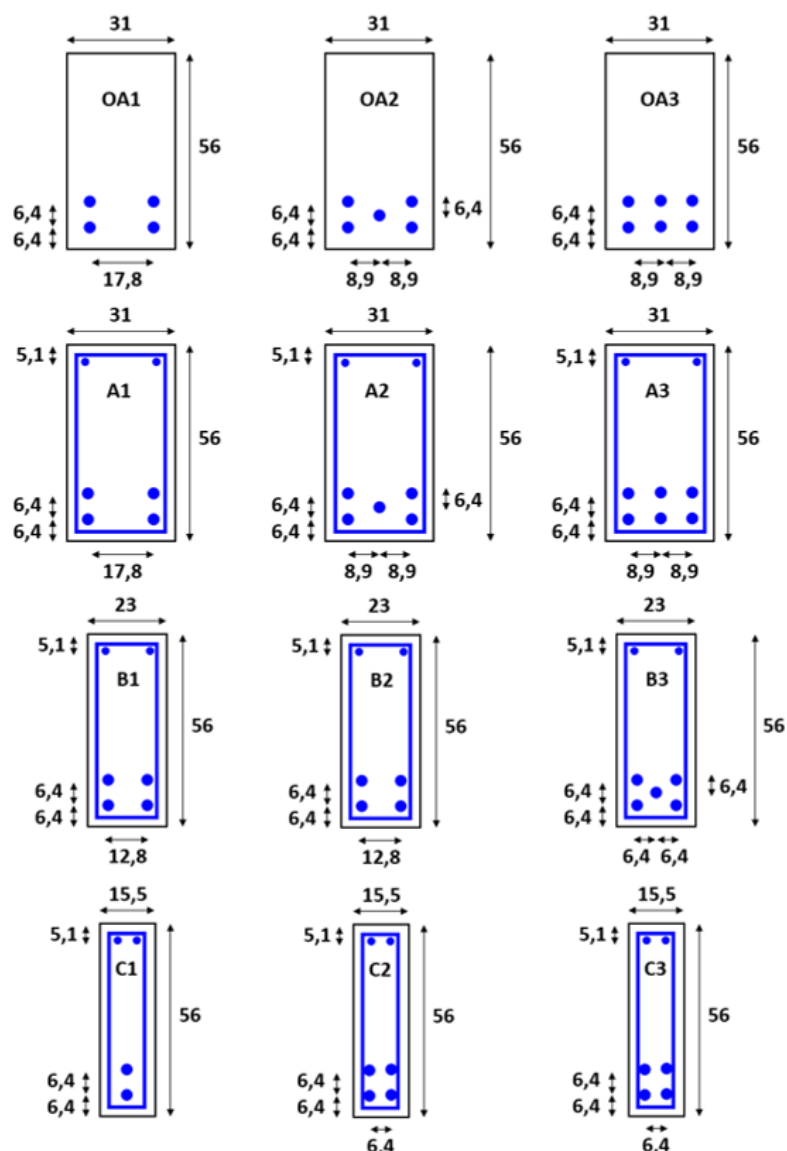
(fonte: elaborado pela autora)

## 6.2 VIGAS EM CONCRETO ARMADO DE BRESLER E SCORDELIS (1963)

### 6.2.1 Características estruturais

As doze vigas em concreto armado ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963) foram divididas em quatro séries (OA, A, B e C) de três vigas (1, 2 e 3). Cada série se diferencia pela quantidade de armadura longitudinal e transversal, pelo comprimento do vão, pelas dimensões da seção transversal e pela resistência do concreto (figura 6.6). Vale salientar que as vigas da série OA não contêm estribos. Todas as vigas foram submetidas a cargas concentradas, aplicadas em seu centro, como pode ser observado na Figura 6.7.

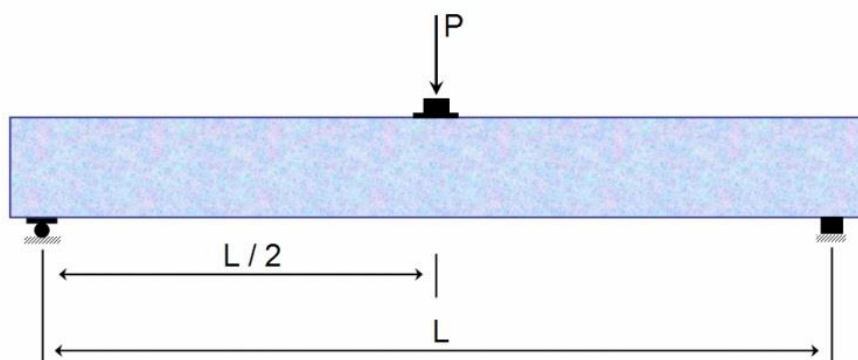
Figura 6.6 – Detalhes das seções transversais das vigas de Bresler e Scordelis (unidade em cm)



(fonte: adaptada de BRESLER; SCORDELIS, 1963)



Figura 6.7 – Croqui longitudinal do carregamento das vigas de Bresler e Scordelis



(fonte: adaptada de BRESLER; SCORDELIS, 1963)

Detalhes sobre a seção transversal, vão e características do concreto de cada viga são apresentados no quadro 6.14. Observa-se que o vão das vigas de número 1 é o menor (3,66 m), aumentando para 4,57 m nas vigas de número 2 e para 6,4 m para as vigas de número 3. Conforme indicado neste quadro, a altura de todas as vigas é de 56 cm.

Quadro 6.14 – Propriedades do concreto e da seção transversal das vigas

VIGAS	$f_c$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	vão (cm)	h (cm)	b (cm)	OBSERVAÇÃO
OA1	22,5	24.130	366			
OA2	23,7	24.130	457	56	31	sem estribos
OA3	37,6	34.470	640			
A1	24,1	24.130	366			
A2	24,3	24.130	457	56	31	com estribos
A3	35,0	34.470	640			
B1	24,8	24.130	366			
B2	23,2	24.130	457	56	23	com estribos
B3	38,7	34.470	640			
C1	29,6	24.130	366			
C2	23,8	24.130	457	56	15,5	com estribos
C3	35,0	34.470	640			

(fonte: BRESLER; SCORDELIS, 1963)

Nos quadros 6.15 e 6.16 são apresentadas as características das armaduras transversais e longitudinais. O quadro 6.15 mostra as informações de tensão de escoamento e módulo de elasticidade para as armaduras inferiores ( $A_s$ ), superiores ( $A'_s$ ) e estribos. Os dados sobre o detalhamento, quantidade de barras e bitolas utilizadas, estão listados no quadro 6.16. Este quadro indica que as barras de armadura longitudinal tracionada têm um diâmetro de 28,7 mm

e as barras da armadura comprimida, um diâmetro de 12,7 mm. Quando usados, os estribos apresentam uma bitola de 6,4 mm.

Quadro 6.15 – Propriedades das armaduras longitudinais e transversais das vigas

SÉRIES	A <sub>s</sub>		A' <sub>s</sub>		ESTRIBOS	
	f <sub>y</sub> (MPa)	E <sub>s</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	E <sub>s</sub> (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	E <sub>s</sub> (MPa)
1	555	217.870				
2	555	217.870	345,4	201.330	325,4	189.610
3	553	205.460				

(fonte: BRESLER; SCORDELIS, 1963)

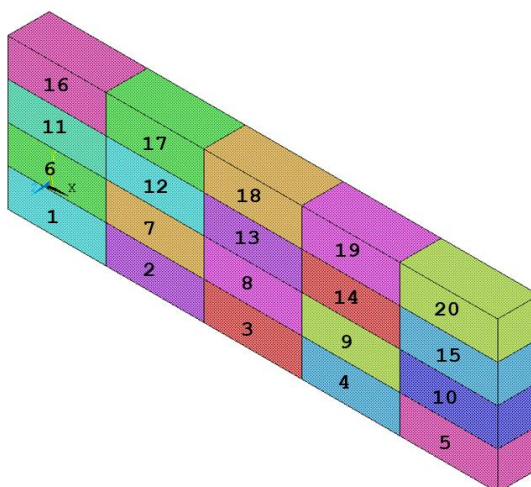
Quadro 6.16 – Detalhamento das armaduras longitudinais e transversais nas vigas

VIGAS	A <sub>s</sub>		A' <sub>s</sub>		ESTRIBOS
	Área (cm <sup>2</sup> )	Barras	Área (cm <sup>2</sup> )	Barras	
OA1	25,88	4φ28,7 mm			
OA2	32,35	5φ28,7 mm	-	-	-
OA3	38,81	6φ28,7 mm			
A1	25,88	4φ28,7 mm			
A2	32,35	5φ28,7 mm	2,53	2φ12,7 mm	φ6,4 mm c/ 21 cm
A3	38,81	6φ28,7 mm			
B1	25,88	4φ28,7 mm			
B2	25,88	4φ28,7 mm	2,53	2φ12,7 mm	φ6,4 mm c/ 19 cm
B3	32,35	5φ28,7 mm			
C1	12,94	2φ28,7 mm			
C2	25,88	4φ28,7 mm	2,53	2φ12,7 mm	φ6,4 mm c/ 21 cm
C3	25,88	4φ28,7 mm			

(fonte: BRESLER; SCORDELIS, 1963)

Para o estudo computacional adotou-se uma malha de elementos finitos constituída por vinte elementos tipo SOLID186. A fim de aproveitar a simetria de geometria e de carregamento, modelou-se apenas um quarto de viga para a análise computacional. A modelagem de cada viga iniciou com o lançamento de um volume, sendo este dividido em 4 elementos na altura e em 5 elementos no eixo longitudinal. As doze vigas, independentemente do comprimento do vão, foram modeladas com esta mesma discretização apresentada na figura 6.8. Um exemplo de *script* para entrada de dados da viga A1 está descrito no apêndice B3.

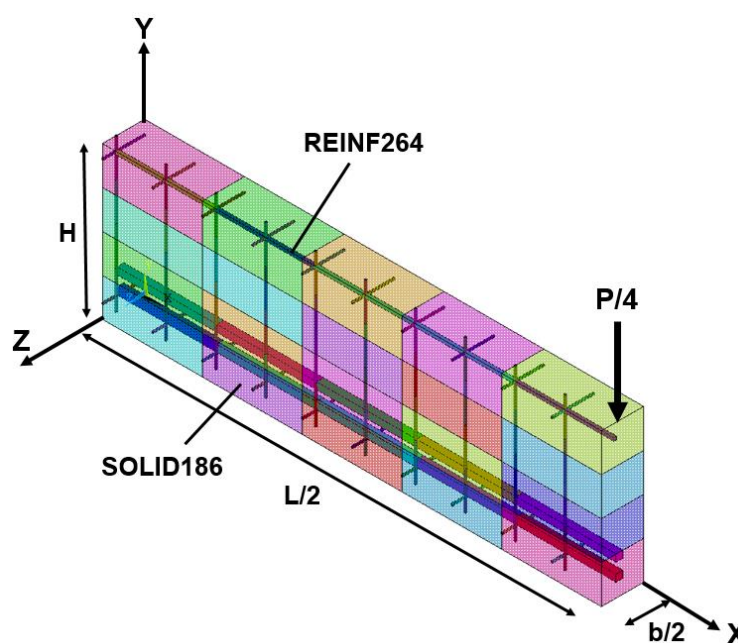
Figura 6.8 – Malha de elementos finitos adotada para análise computacional



(fonte: elaborada pela autora)

Foram acrescentados os elementos REINF264 para representar a armadura incorporada da viga. Em relação às restrições, foram adicionados: apoio simples na direção X na superfície do plano YZ em  $X = L/2$ , apoio simples na direção Z na superfície do plano XY em  $Z = 0$ , e apoio simples na direção Y nos nós inferiores da extremidade esquerda (quando  $X = 0$  e  $Y = 0$ ). A carga é aplicada em forma de incrementos de deslocamento nos nós superiores na metade do vão ( $X = L/2$ ). Na figura 6.9 é possível visualizar a discretização da armadura incorporada ao longo do modelo.

Figura 6.9 – Discretização em elementos finitos para análise computacional



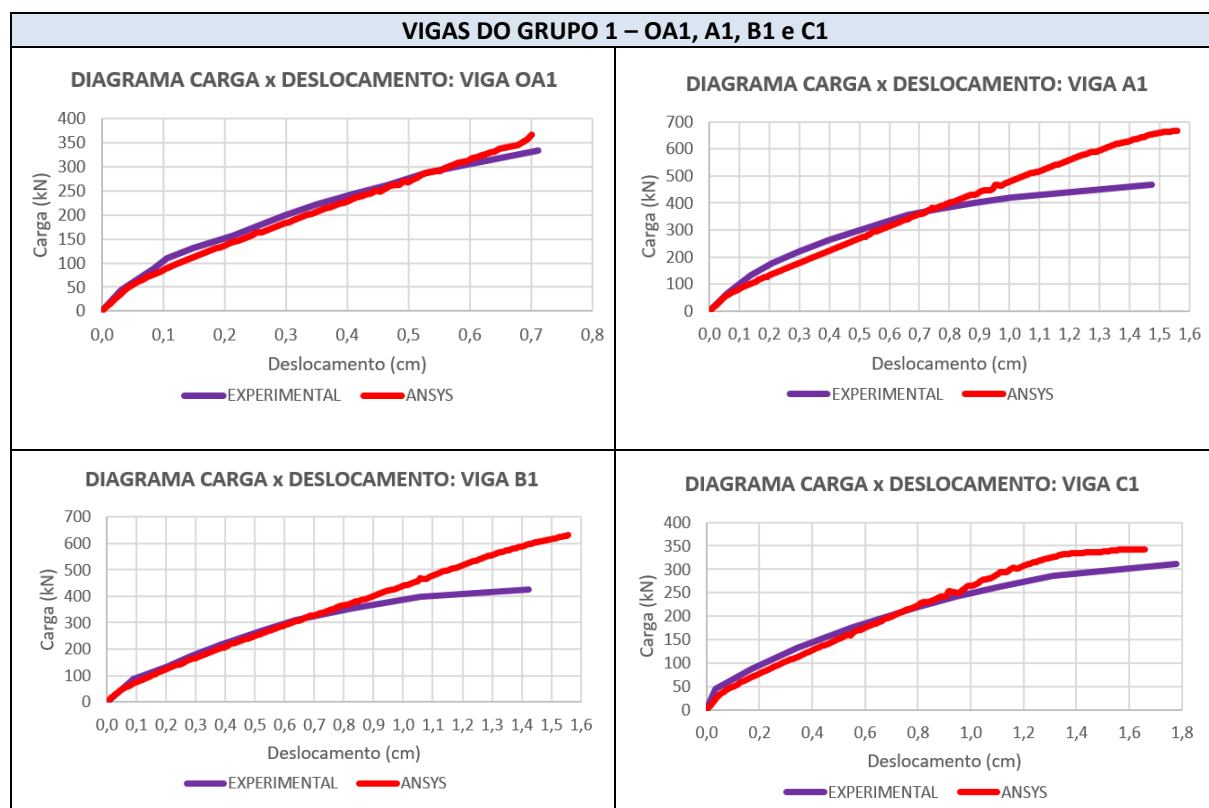
(fonte: elaborada pela autora)

## 6.2.2 Análise dos resultados obtidos na simulação numérica

Para a validação da análise numérica foram traçadas curvas do tipo carga-deslocamento, diagramas de deslocamentos verticais finais, diagramas de tensões no concreto e na armadura. Nos valores comparados a seguir, está sendo considerada apenas a carga concentrada vertical no meio do vão, ou seja, o peso próprio não é levado em conta.

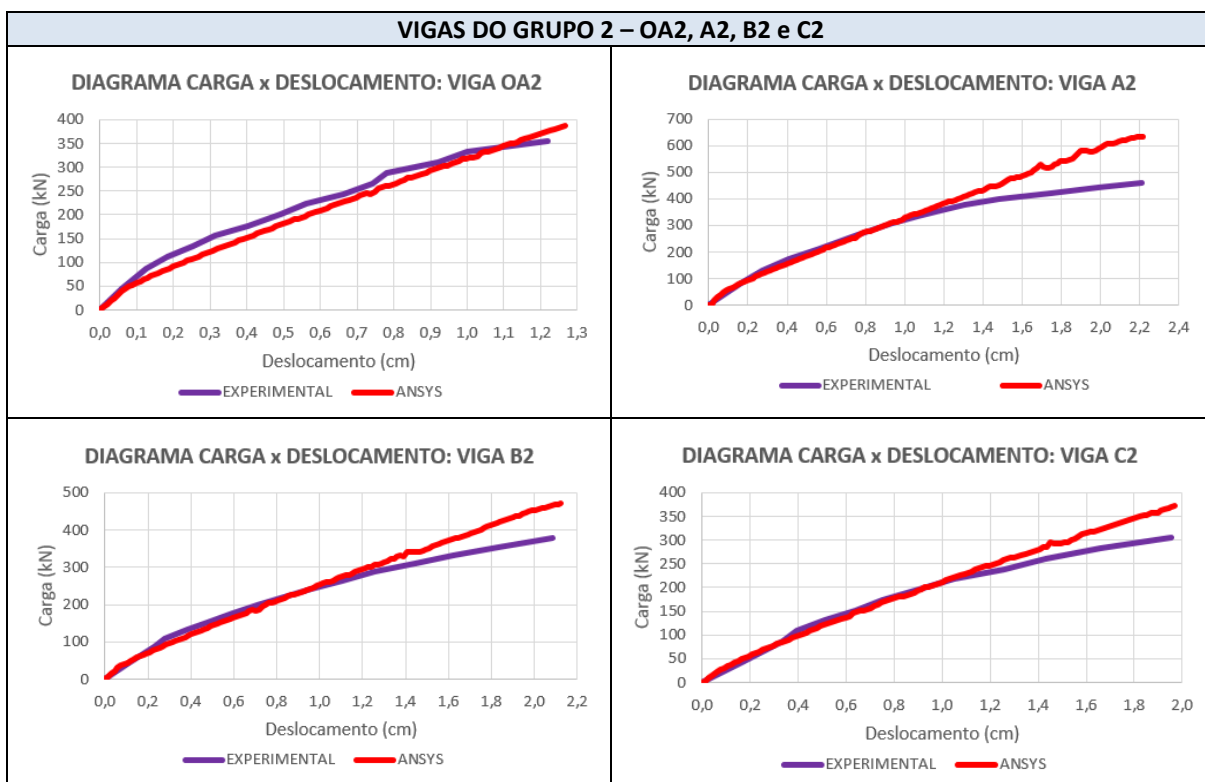
Nos quadros 6.17, 6.18 e 6.19 é possível observar a comparação entre as curvas carga-deslocamento, obtidas de forma experimental e numérica, das vigas dos grupos 1, 2 e 3, respectivamente. Assim com as vigas de Leonhardt, foram utilizados dois casos de carga: etapa 1 (28 dias) + etapa 2. Para simular o carregamento instantâneo (etapa 2) destas vigas até a sua ruptura, foi aplicado um deslocamento vertical nos nós da parte superior do meio do vão, sendo este dividido em 400 incrementos. O eixo vertical do diagrama carga-deslocamento corresponde à soma dos valores das reações verticais dos nós de apoio, multiplicada por quatro, devido à simplificação feita. Para o eixo horizontal, determinou-se o deslocamento vertical no nó do vão central, na parte inferior da estrutura. De um modo geral obteve-se boa correlação entre as respostas numéricas e os resultados experimentais de Bresler e Scordelis (1963).

Quadro 6.17 – Comparação entre diagramas carga-deslocamento – vigas Grupo 1



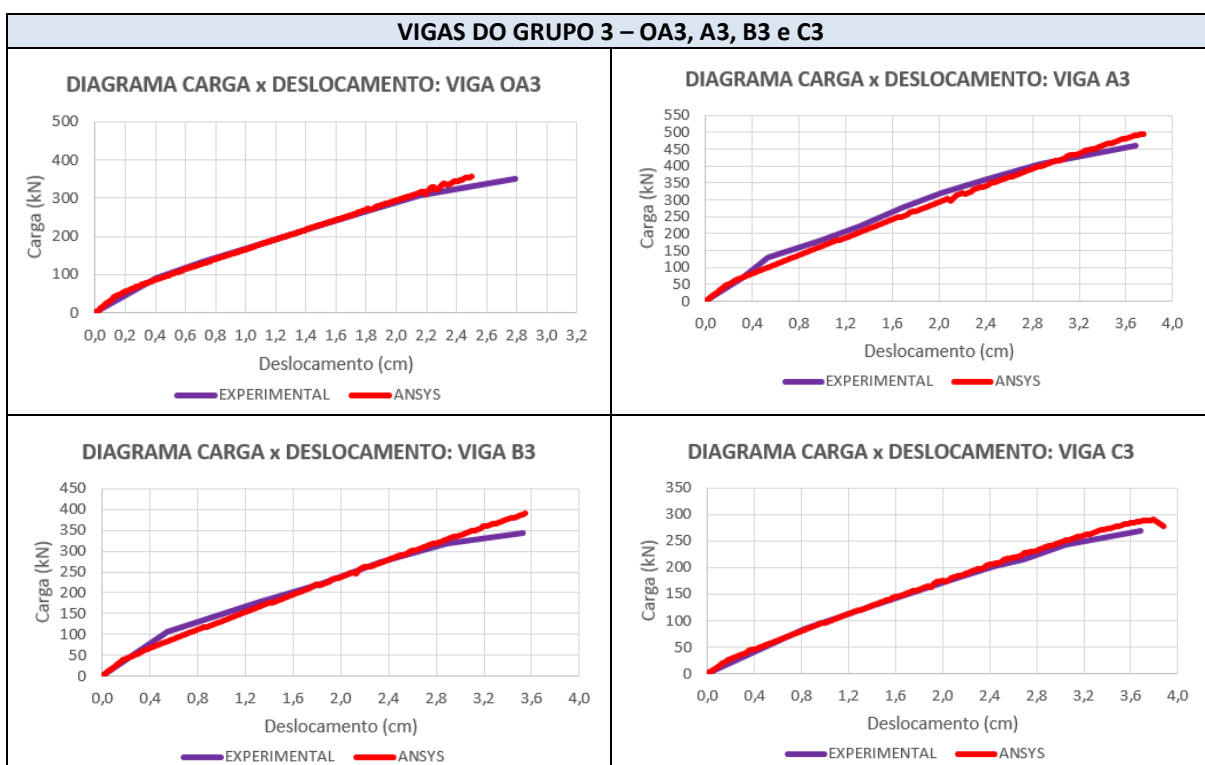
(fonte: elaborada pela autora)

Quadro 6.18 – Comparação entre diagramas carga-deslocamento – vigas Grupo 2



(fonte: elaborada pela autora)

Quadro 6.19 – Comparação entre diagramas carga-deslocamento – vigas Grupo 3



(fonte: elaborada pela autora)

A partir da análise dos gráficos acima, observa-se que as curvas com comportamento mais linear caracterizam a ruptura por cisalhamento. Já as curvas que, próximas a ruptura, tendem a ficar horizontais, caracterizam a etapa de escoamento da armadura e plastificação do concreto comprimido, com ruptura por flexão. Percebeu-se, ainda, que as vigas que rompem por flexão (Grupo 3) foram aquelas que apresentaram os melhores resultados.

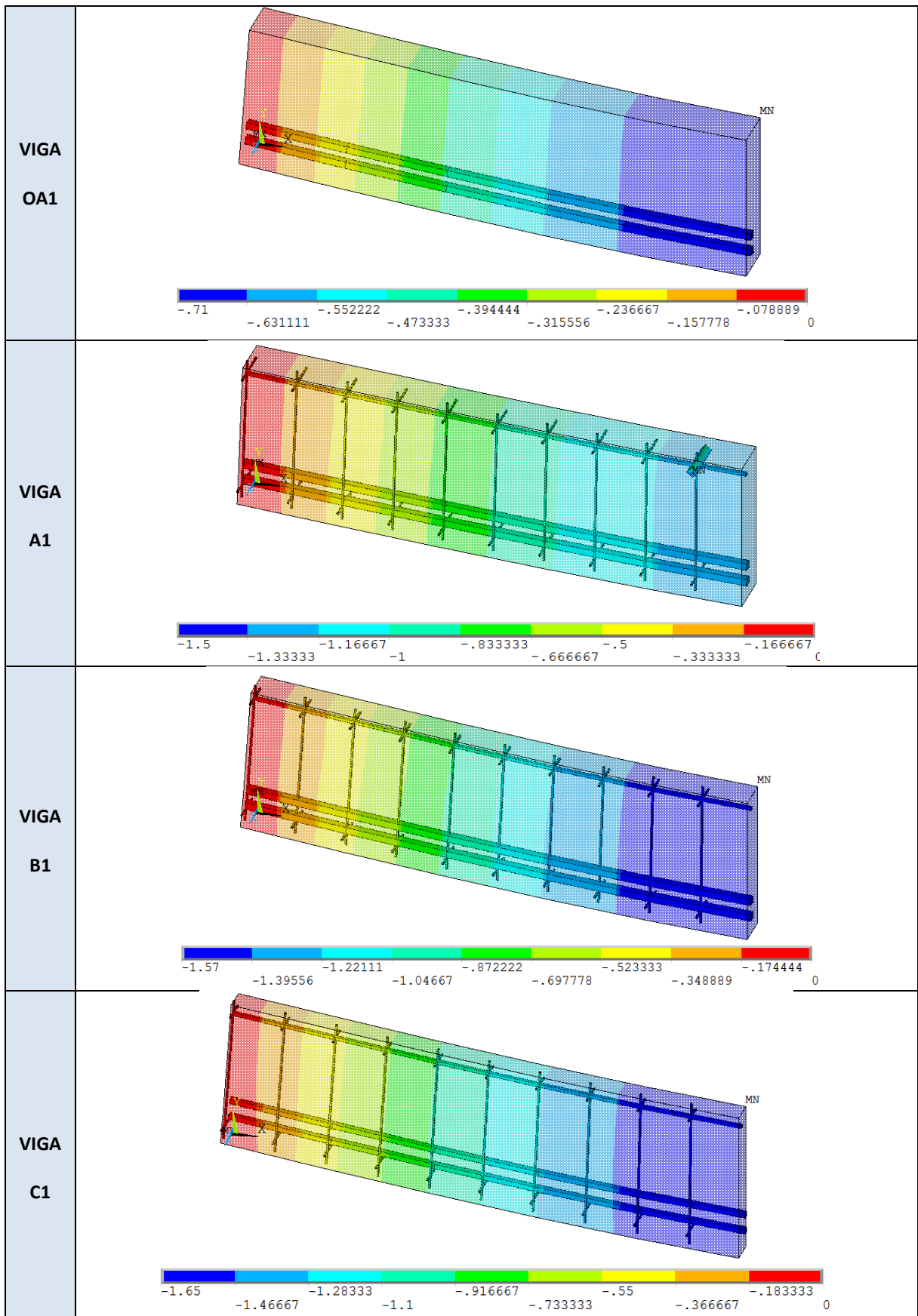
As cargas de ruptura, obtidas pelo modelo numérico, ficaram próximas das respostas experimentais, principalmente, nas vigas que rompem à flexão. Foi feito um estudo de refinamento de malha, porém os resultados não tiveram alterações significativas, se comparado com a malha original. Os menores valores destas cargas de ruptura foram obtidos pelas vigas da série C, ou seja, as vigas com menores dimensões de seções transversais. As vigas que suportaram maior valor de carga foram as vigas da série A.

Os quadros 6.20 a 6.22, mostram as deformadas do conjunto de vigas de Bresler e Scordelis (1963) ao final do carregamento, ou seja, no instante em que ocorre a ruptura. Pode-se observar, portanto, a flecha máxima atingida pela estrutura antes do seu colapso. A fim de observar a distribuição de tensões no concreto e na armadura ao longo da estrutura, indica-se nos quadros 6.23, 6.26 e 6.29 a distribuição de tensões para as vigas mais curtas (Grupo 1); nos quadros 6.24, 6.27 e 6.30 a distribuição de tensões para as vigas com vão intermediário (Grupo 2); e, finalmente, nos quadros 6.25, 6.28 e 6.31 a distribuição de tensões para as vigas com maior vão (Grupo 3), no momento de aplicação da carga de ruptura.

As vigas de maiores comprimentos de vãos (Grupo 3) rompem por flexão, ocorrendo uma pequena influência do cisalhamento. Nestas vigas é possível observar que as armaduras inferiores já estão entrando em escoamento (quadro 6.28). Já, as vigas de comprimentos de vãos intermediários (Grupos 1 e 2) rompem por flexão e cisalhamento, apresentando estribos mais solicitados na região de fissuras inclinadas, em comparação aos estribos das vigas do Grupo 3 (quadros 6.29 e 6.30).

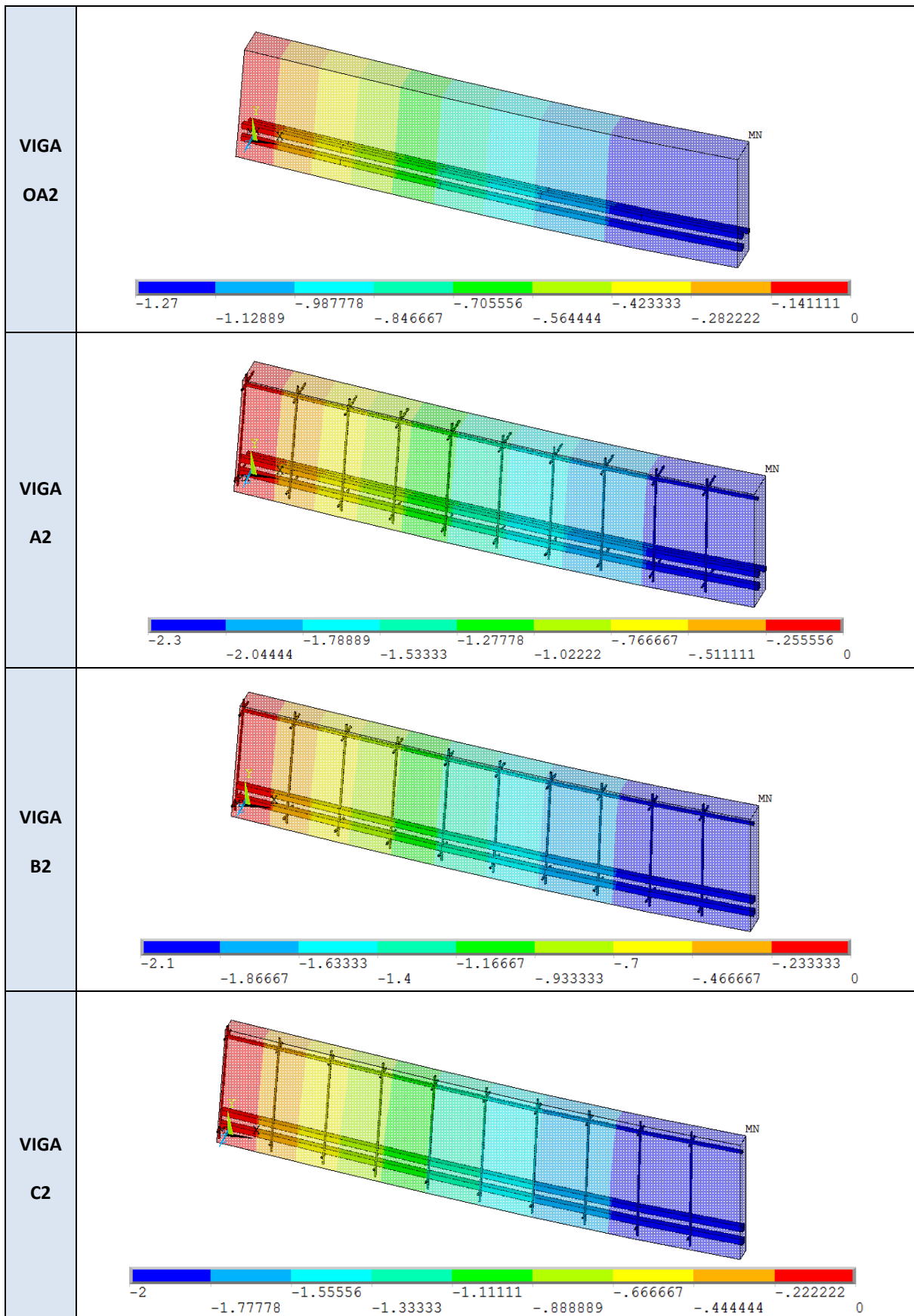
Nos quadros 6.23, 6.24 e 6.25 observa-se que na situação de ruptura da maioria das vigas aparecem valores de tensão de compressão máxima acima do valor da resistência do concreto. Esta imprecisão deve-se à extrapolação das tensões dos pontos de Gauss para os nós do elemento finito.

Quadro 6.20 – Deslocamentos verticais finais nas vigas do Grupo 1 (cm)



(fonte: elaborado pela autora)

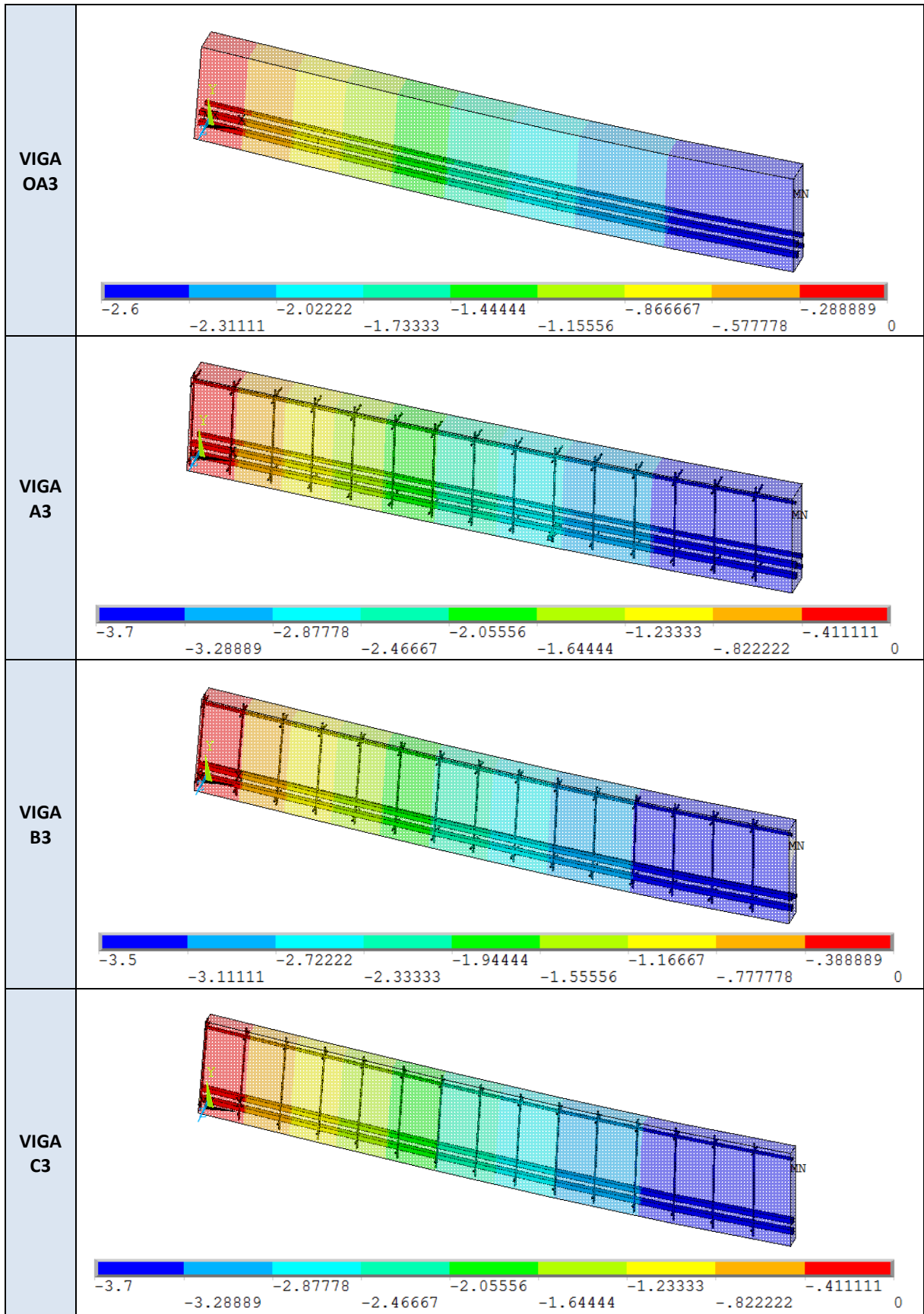
Quadro 6.21 – Deslocamentos verticais finais nas vigas do Grupo 2 (cm)



(fonte: elaborado pela autora)

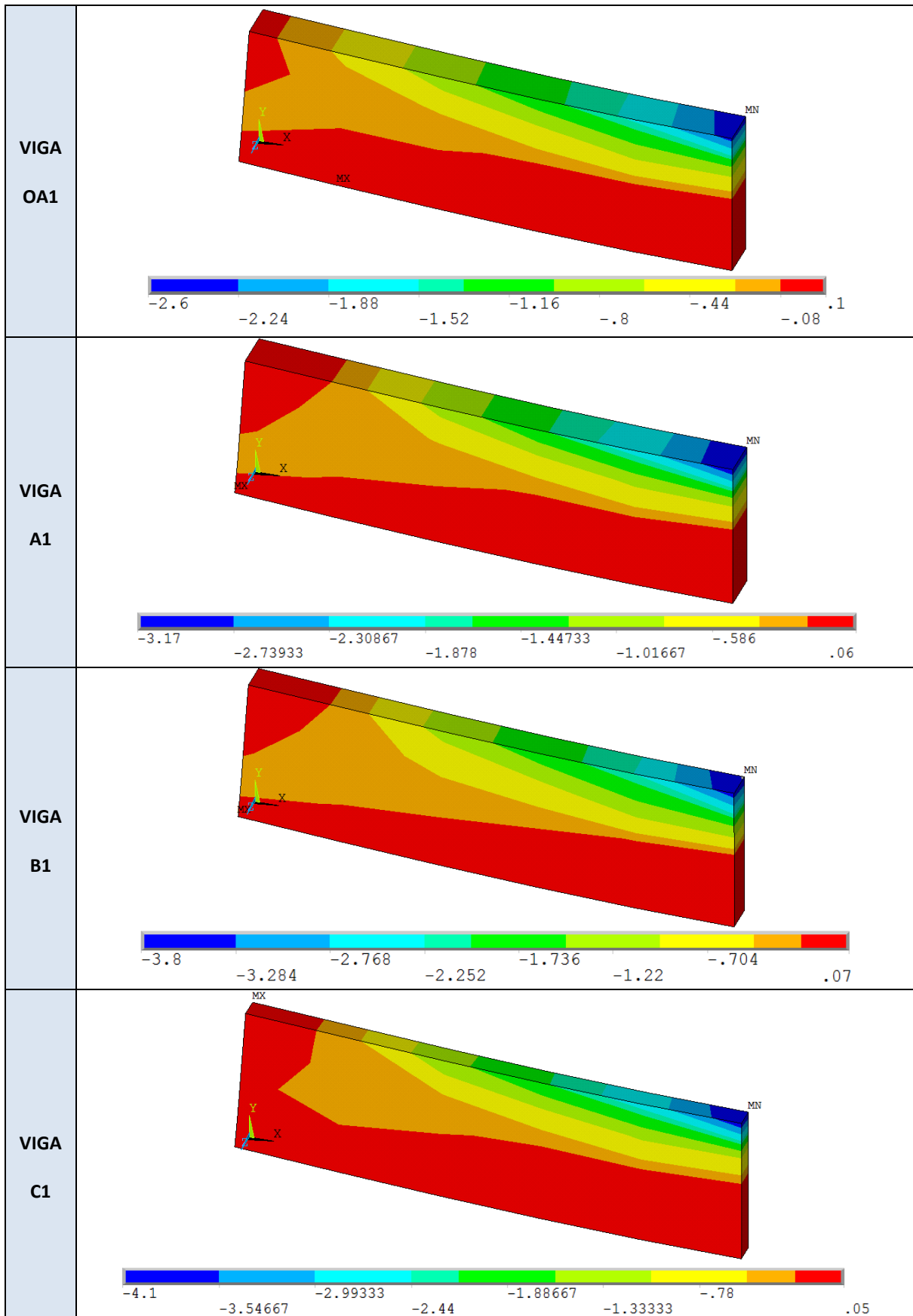


Quadro 6.22 – Deslocamentos verticais finais nas vigas do Grupo 3 (cm)



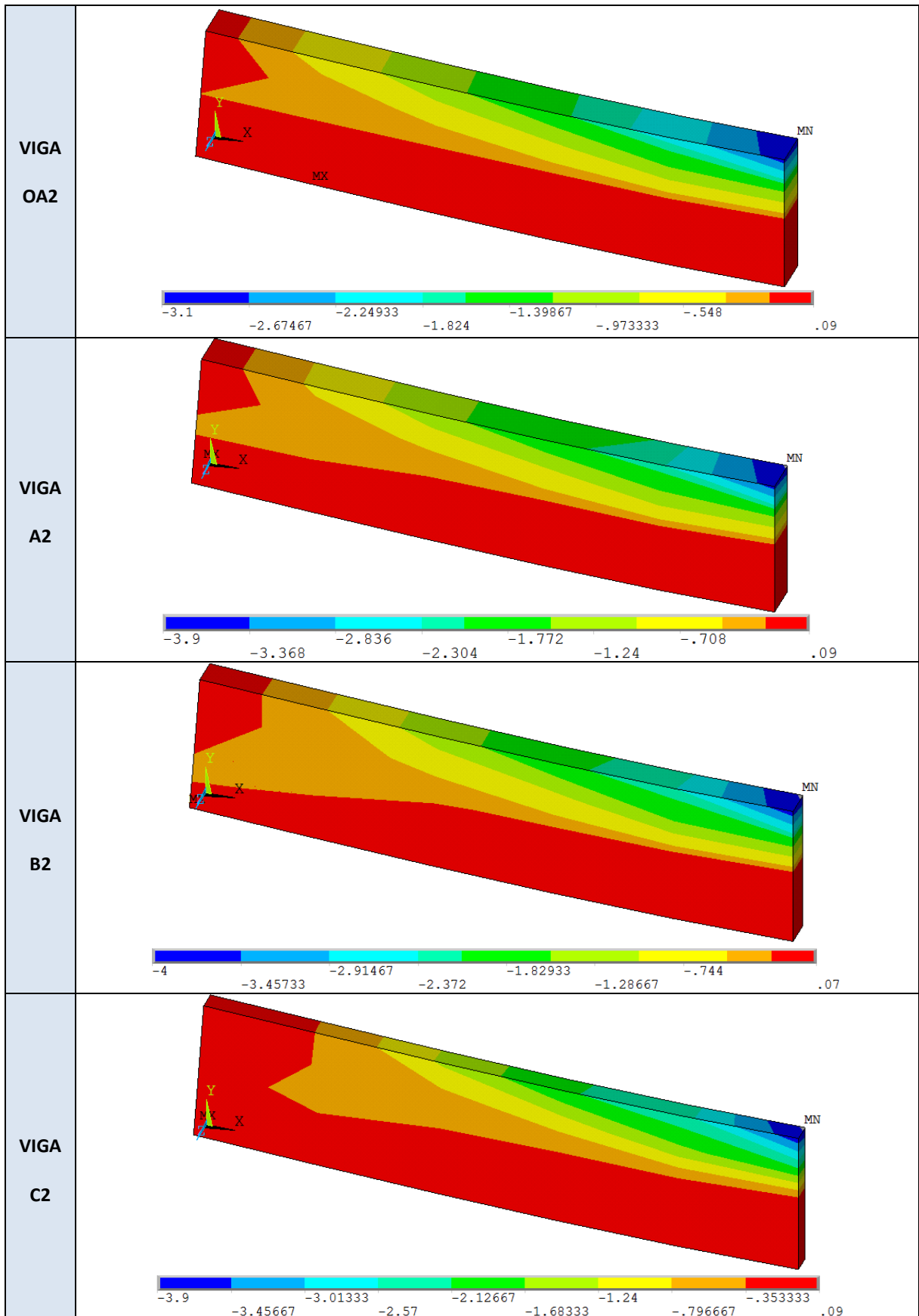
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.23 – Diagramas da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, vigas Grupo 1 (kN/cm<sup>2</sup>)



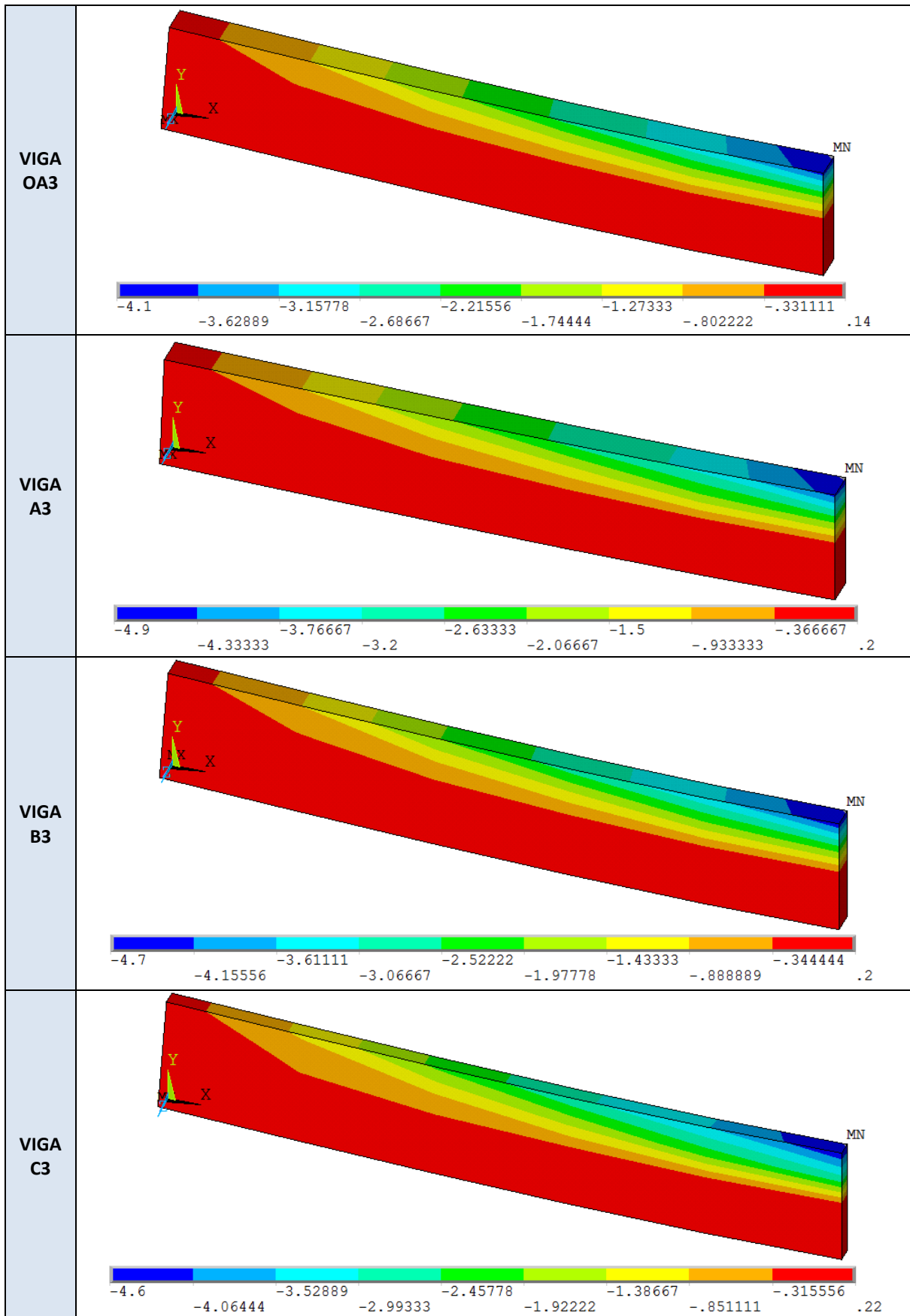
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.24 – Diagramas da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, vigas Grupo 2 (kN/cm<sup>2</sup>)



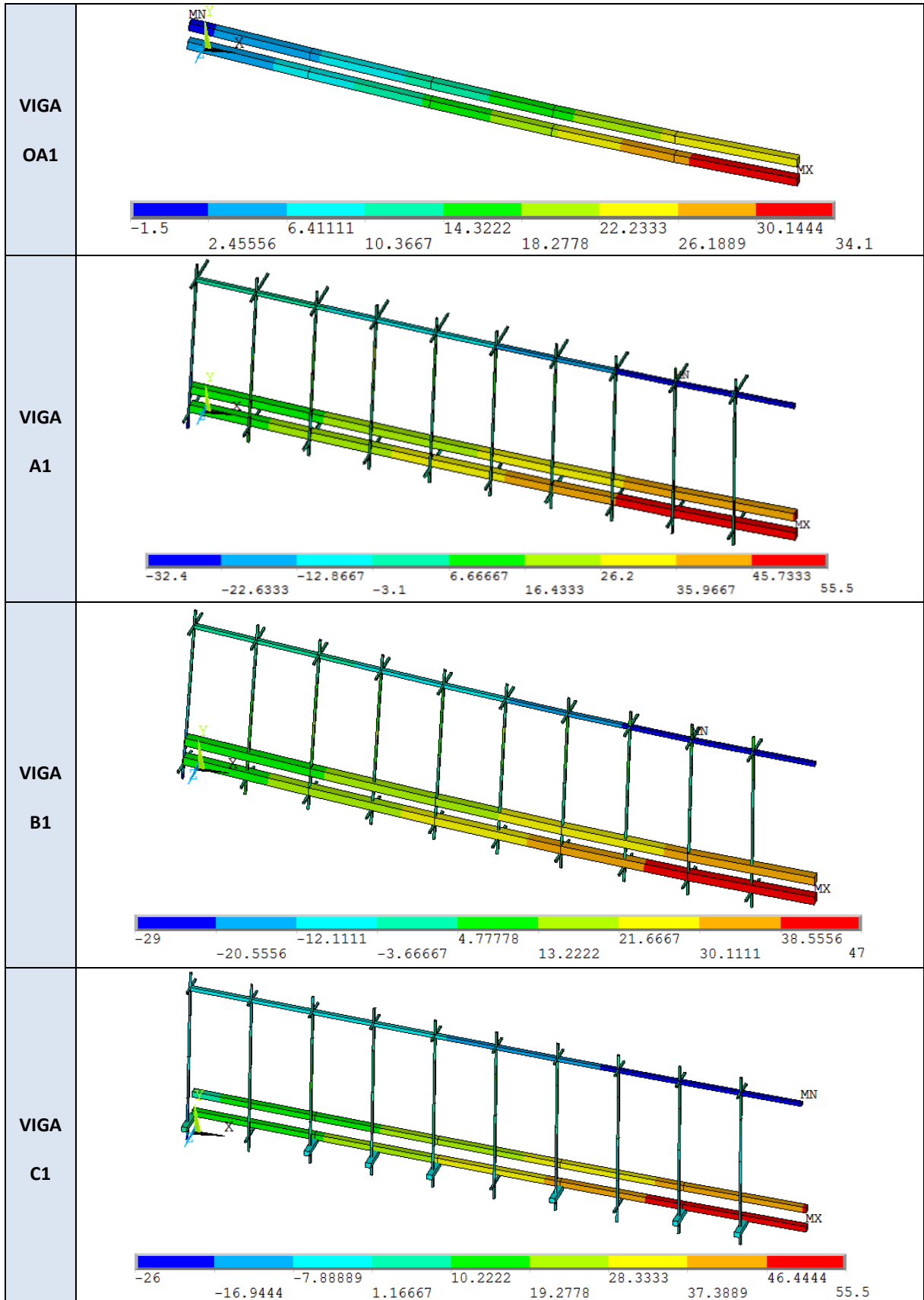
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.25 – Diagramas da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, vigas Grupo 3 (kN/cm<sup>2</sup>)



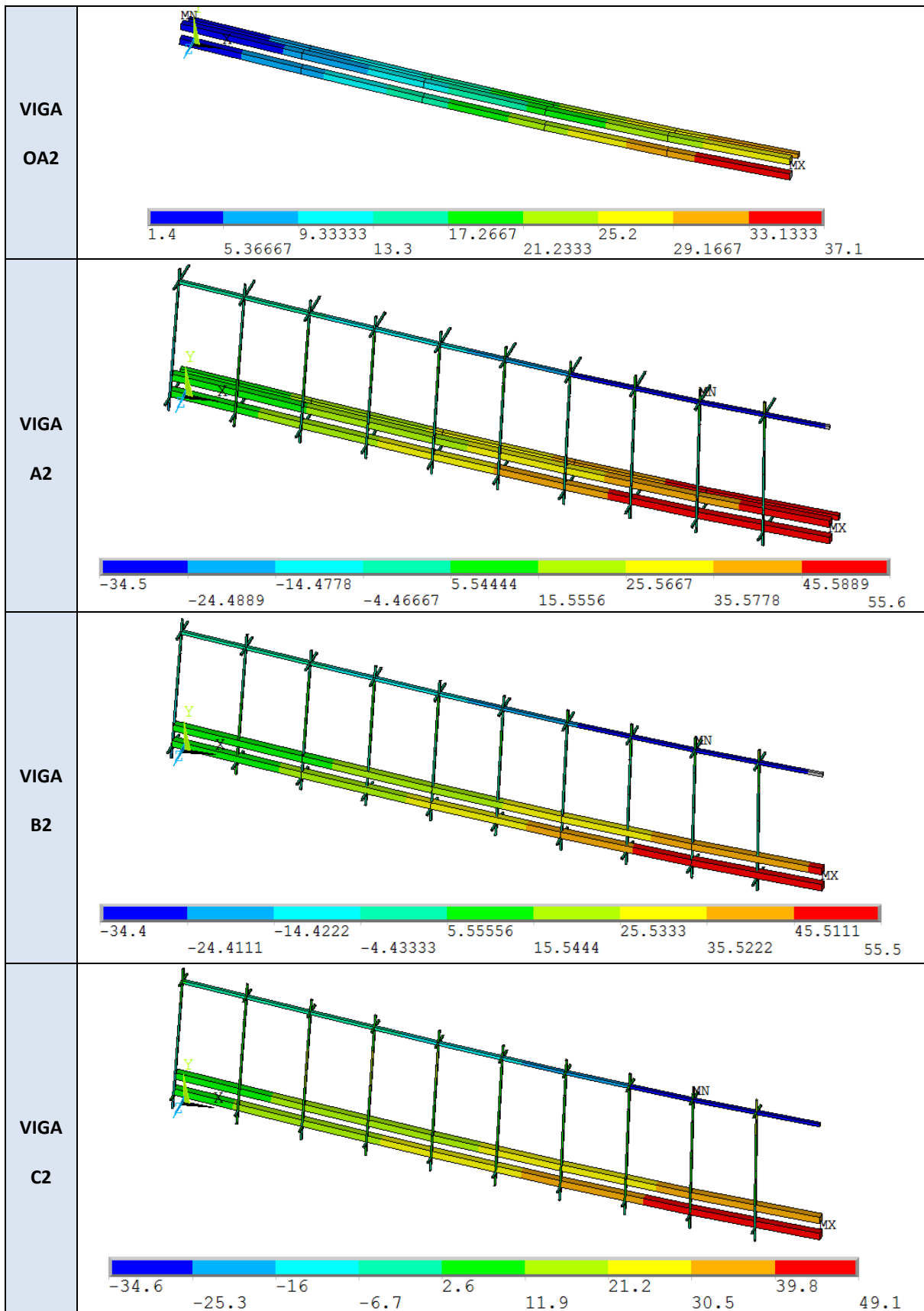
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.26 – Diagramas das tensões na armadura longitudinal e estribos das vigas do Grupo 1 (kN/cm<sup>2</sup>)



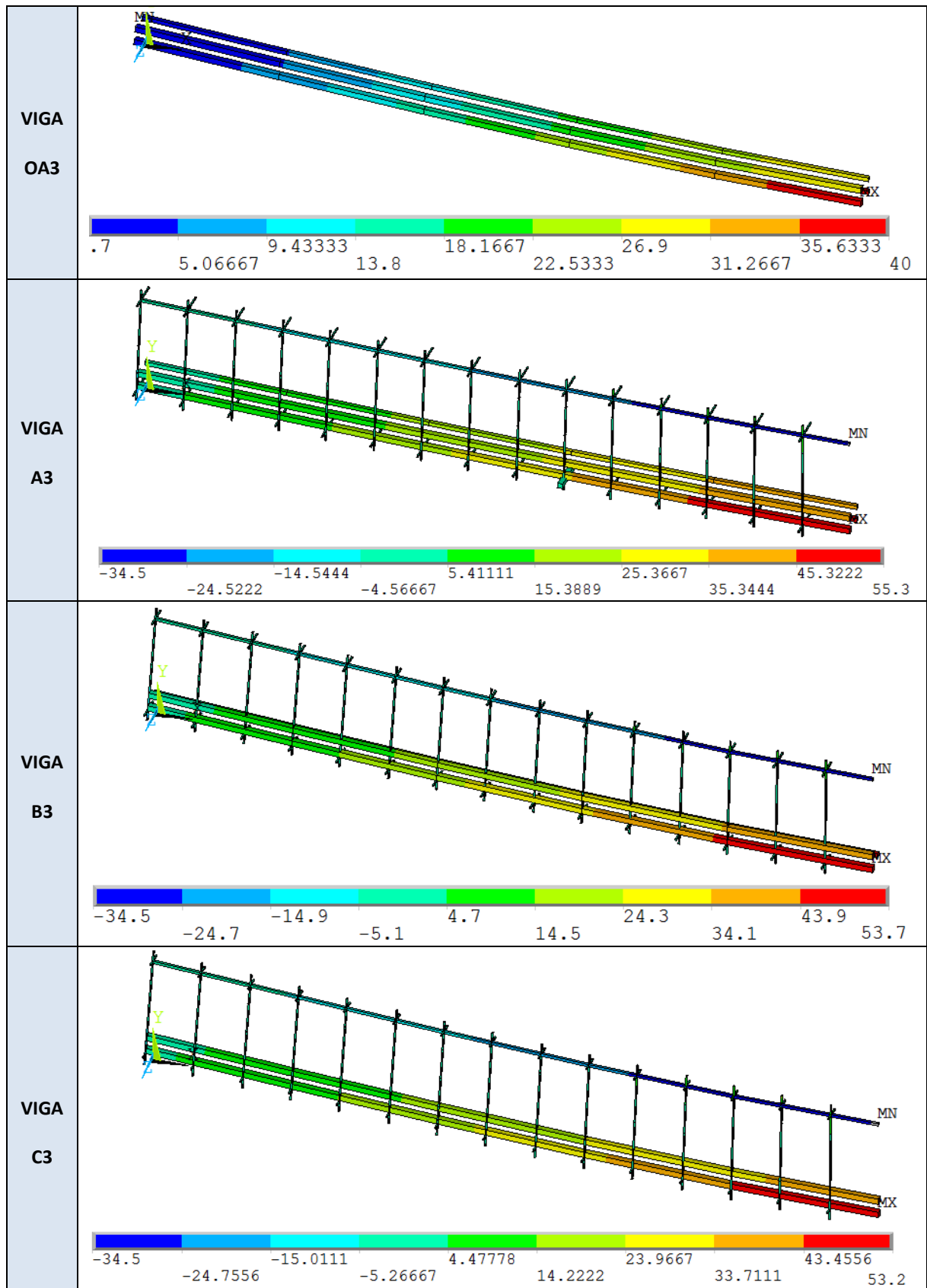
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.27 – Diagramas das tensões na armadura longitudinal e estribos das vigas do Grupo 2 (kN/cm<sup>2</sup>)



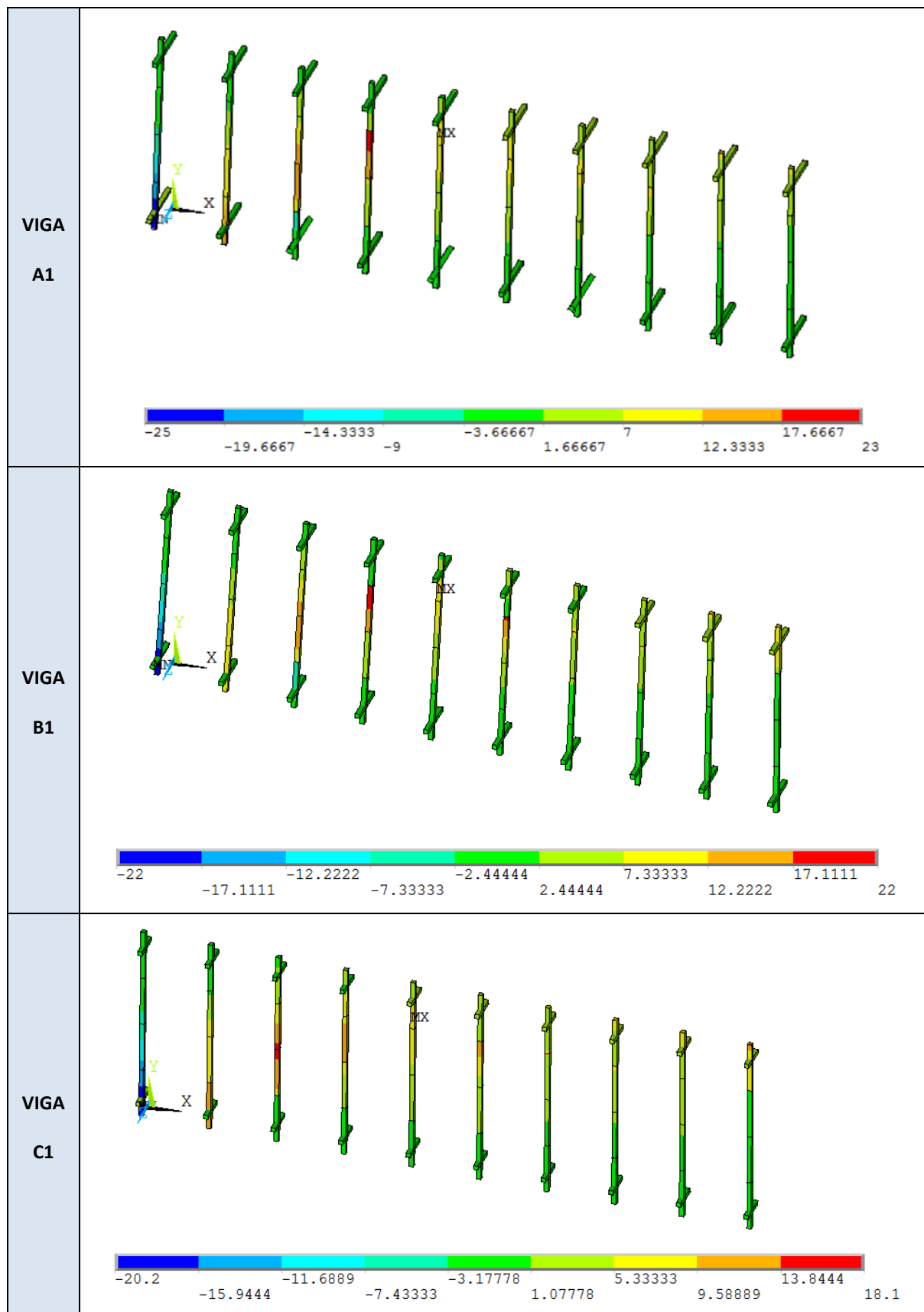
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.28 – Diagramas das tensões na armadura longitudinal e estribos das vigas do Grupo 3 (kN/cm<sup>2</sup>)



(fonte: elaborado pela autora)

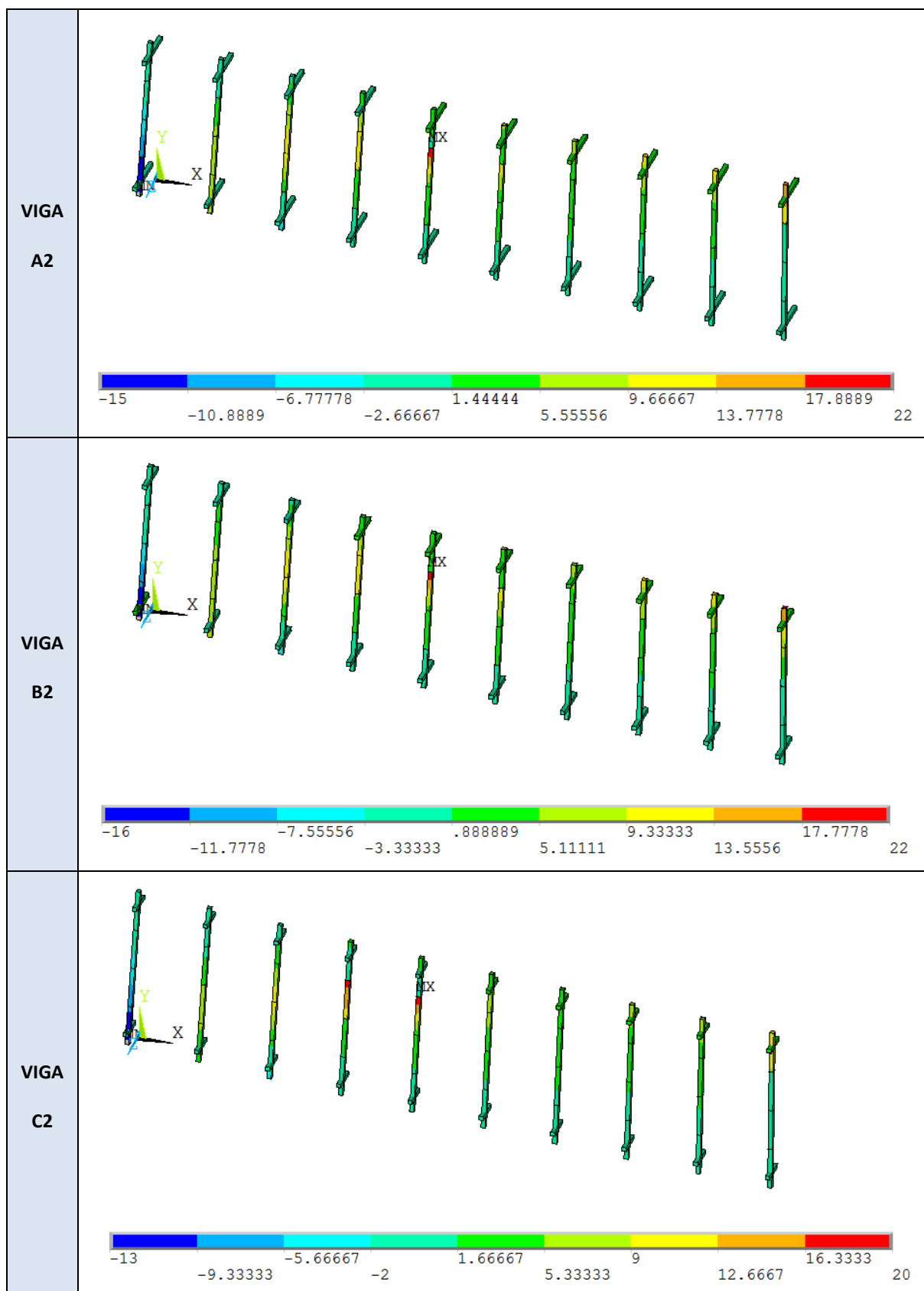
Quadro 6.29 – Diagramas das tensões na armadura transversal das vigas do Grupo 1 (kN/cm<sup>2</sup>)



(fonte: elaborado pela autora)

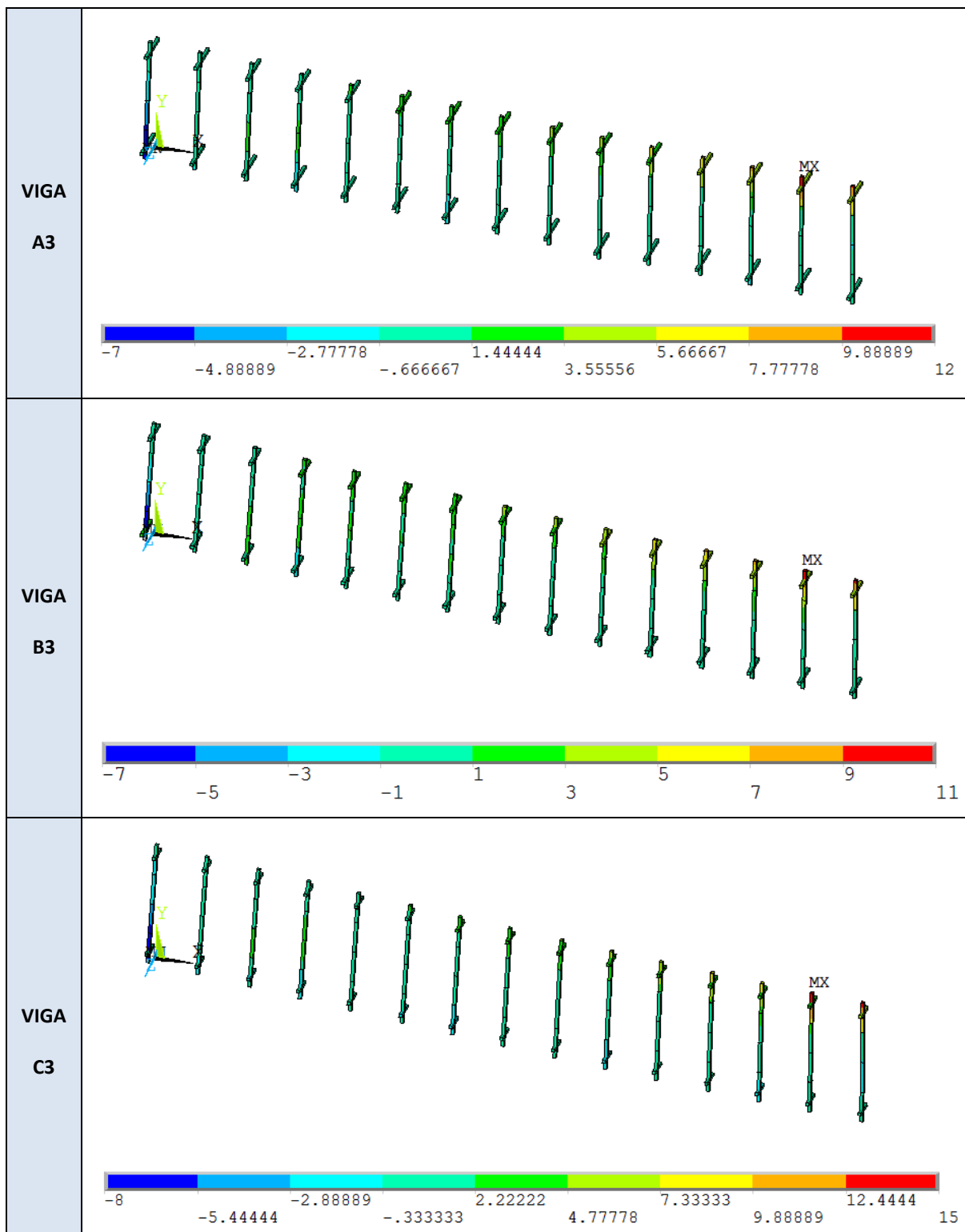


Quadro 6.30 – Diagramas das tensões na armadura transversal das vigas do Grupo 2  
(kN/cm<sup>2</sup>)



(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.31 – Diagramas das tensões na armadura transversal das vigas do Grupo 3 (kN/cm<sup>2</sup>)



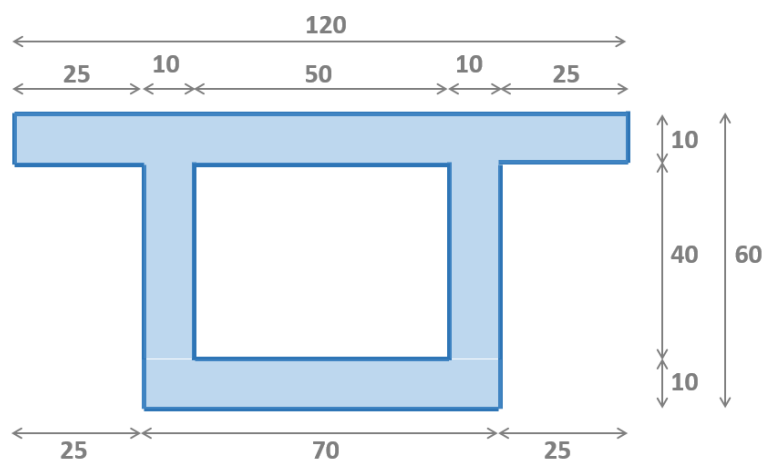
(fonte: elaborado pela autora)

## 6.3 VIGA EM CONCRETO SEGMENTADA DE PERFIL CAIXÃO COM PROTENSÃO EXTERNA

### 6.3.1 Características estruturais

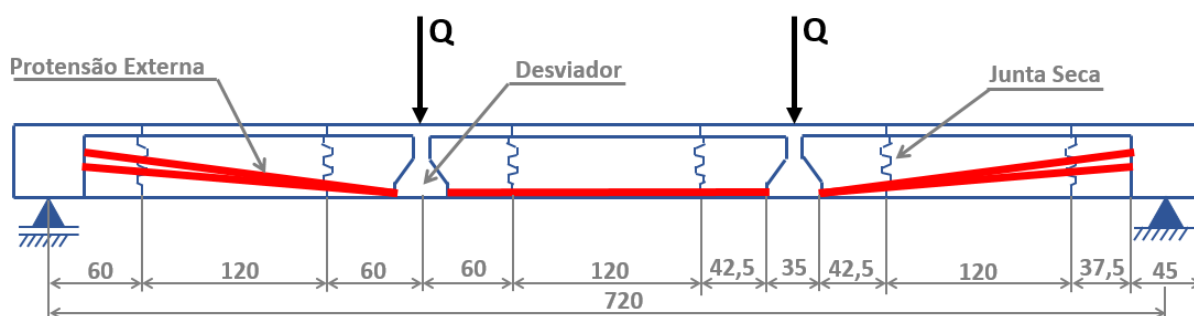
A viga biapoiada em concreto apresenta seção transversal perfil caixão e 7,2 m de vão, sendo ensaiada experimentalmente por Aparicio et al (2002). As dimensões da seção transversal estão indicadas na figura 6.10. As sete aduelas de concreto, conectadas por juntas secas, podem ser observadas na figura 6.11. A armadura de protensão, de aço CP-190 RB, é constituída de quatro cordoalhas de 15,2 mm de diâmetro, cuja posição está indicada na figura 6.11. A tensão inicial de protensão nos cabos é de 876 MPa. O módulo de elasticidade do aço de protensão equivale a 195.000 MPa e o seu limite de resistência à tração é de 1.900 MPa. A resistência média à compressão do concreto é de 45 MPa.

Figura 6.10 – Seção transversal da viga segmentada (unidades em cm)



(fonte: elaborada pela autora)

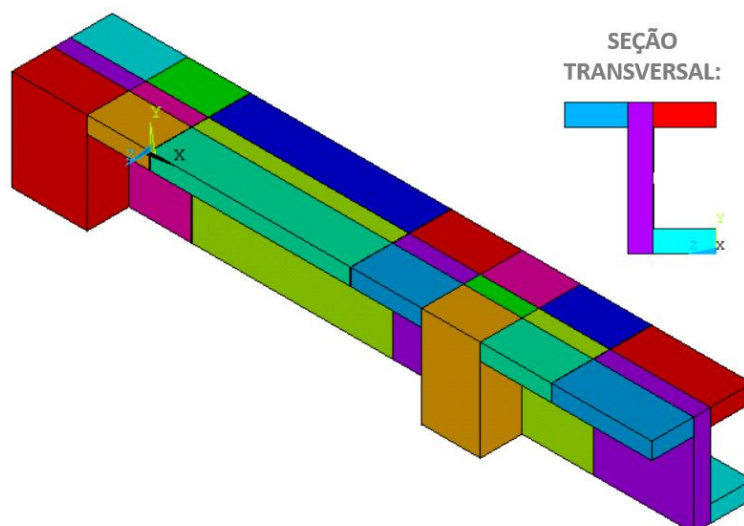
Figura 6.11 – Croqui longitudinal com o carregamento aplicado na viga segmentada (unidades em cm)



(fonte: elaborada pela autora)

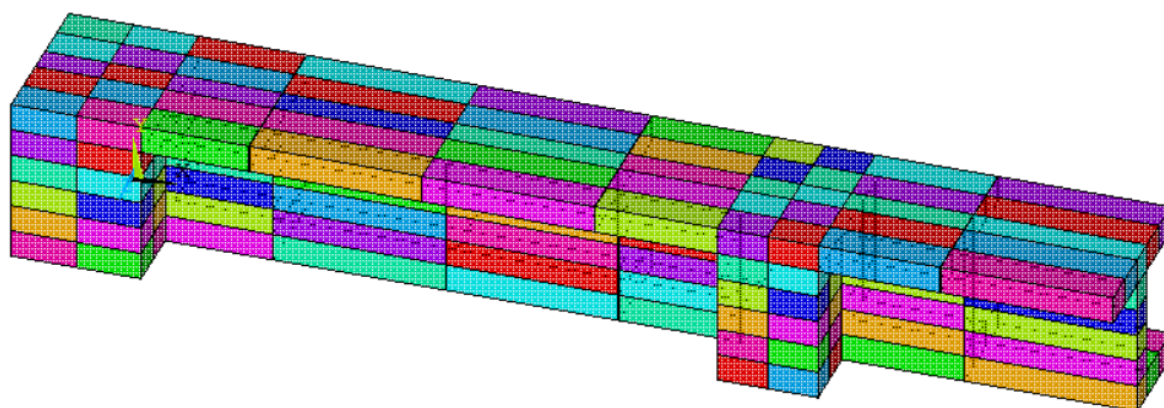
A representação dos elementos de concreto desta viga segmentada foi feita através de uma malha constituída por 192 elementos tipo SOLID186. A fim de aproveitar a simetria de geometria e de carregamento, considerou-se apenas um quarto de viga para a análise computacional. A modelagem iniciou com a criação de volumes, respeitando a geometria da peça e as zonas com junta seca, conforme mostra a figura 6.12. A geometria do bloco de concreto na região do desviador foi simplificada, a fim de facilitar o lançamento dos elementos finitos. Estes volumes foram discretizados em elementos finitos de concreto, sendo que a malha final pode ser observada na figura 6.13. Também foi necessária a utilização de uma placa metálica na extremidade da viga, devido a concentração de tensões gerada nos elementos de concreto pela ancoragem da armadura de protensão. Esta placa está representada na figura 6.14.

Figura 6.12 – Malha de volumes – viga segmentada



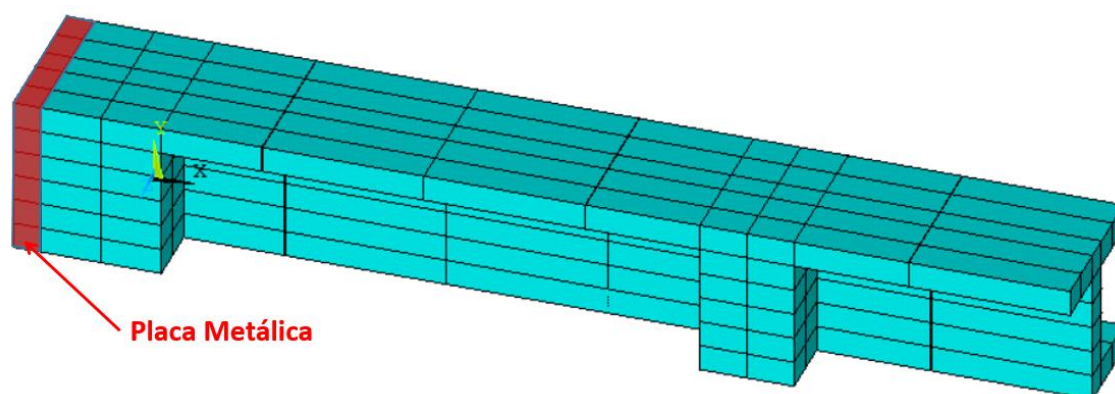
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 6.13 – Malha de elementos finitos – viga segmentada



(fonte: elaborada pela autora)

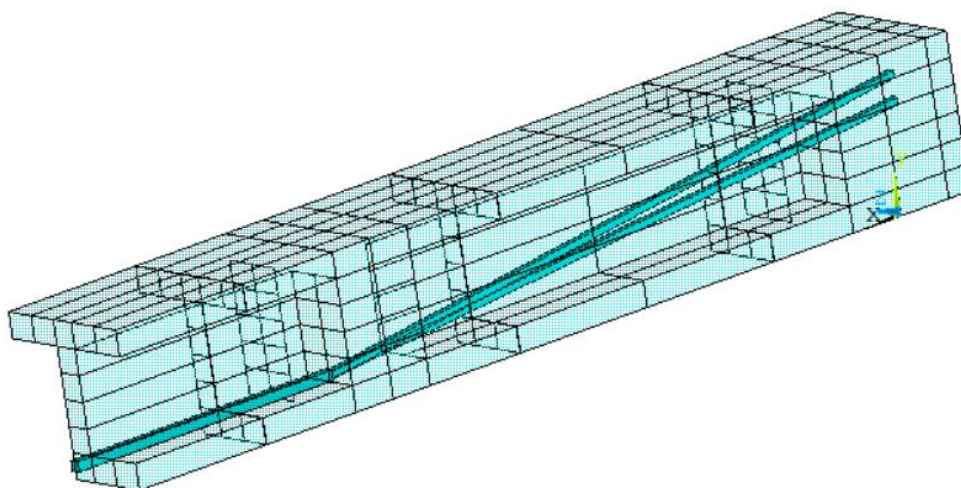
Figura 6.14 – Representação da placa metálica



(fonte: elaborada pela autora)

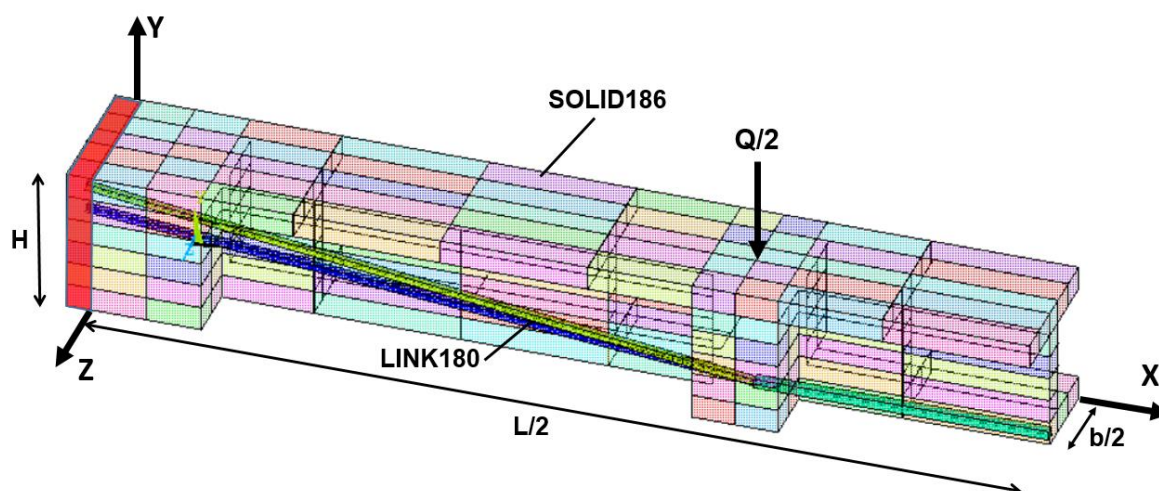
Além dos elementos sólidos tridimensionais, também foram acrescentados três elementos LINK180 na face interna do perfil caixão, representando a armadura de protensão não-aderente referente à parcela horizontal e inclinada do cabo (figura 6.15). Estes elementos estão conectados ao concreto apenas nas duas extremidades da viga e na posição do desviador, o qual permite o deslizamento do cabo no eixo longitudinal. Este desviador localiza-se na parte inferior, quando  $X = 240$  cm. Neste mesmo alinhamento ( $X = 240$  cm) é aplicada a carga em forma de incrementos de força nos nós superiores. Em relação às restrições, foram adicionados: apoio simples na direção  $X$  na superfície do plano  $YZ$  em  $X = L/2$ , apoio simples na direção  $Z$  na superfície do plano  $XY$  em  $Z = 0$ , e apoio simples na direção  $Y$  nos nós inferiores da extremidade esquerda (quando  $X = 0$  e  $Y = 0$ ). Na figura 6.16 é possível visualizar a discretização dos elementos de concreto e da armadura de protensão ao longo do modelo.

Figura 6.15 – Representação dos elementos de protensão



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 6.16 – Discretização em elementos finitos para análise computacional



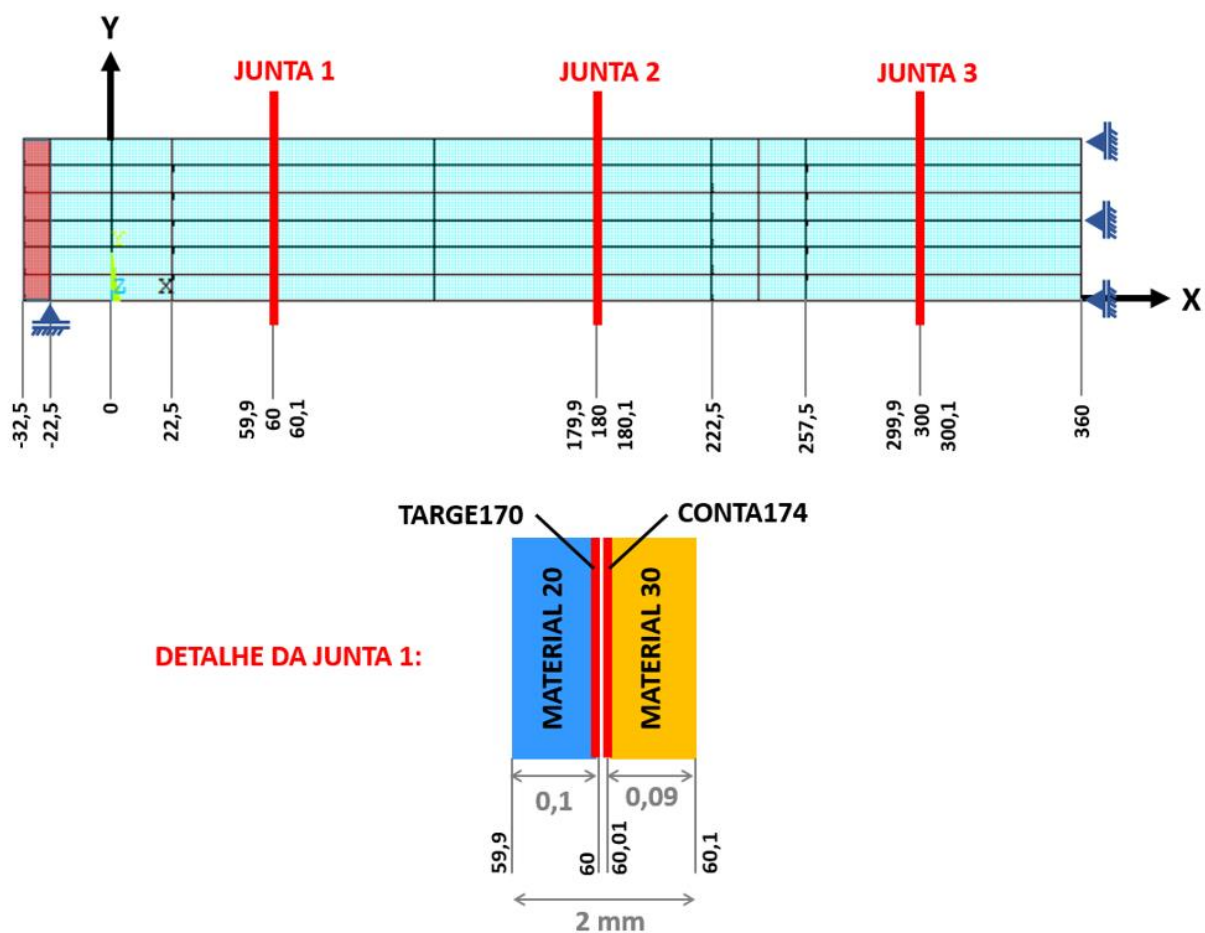
(fonte: elaborada pela autora)

Para o concreto e para a armadura de protensão, foram utilizados os novos modelos implementados através das rotinas USERMAT3D e USERMAT1D, respectivamente. Para a placa metálica, foi utilizado o material elástico-linear, disponibilizado pelo ANSYS, considerando coeficiente de Poisson igual a 0,3 e módulo de elasticidade longitudinal igual a 200.000 MPa.

As três juntas secas foram modeladas conforme o detalhe apresentado na figura 6.17. Com a finalidade de evitar problemas de concentração de tensões, foi acrescentado um material elástico-linear de aproximadamente 1 mm de espessura nas faces das juntas. Além destes novos elementos com material elástico-linear, de acordo com o detalhe apresentado, observa-se, também, a utilização dos elementos de contato TARGE170 e CONTA174 em cada uma das faces da junta. Estes elementos são separados por uma abertura muito pequena de 0,1 mm. Esta separação mínima tornou-se necessária para facilitar o lançamento dos elementos de contato no ANSYS. Este procedimento foi baseado em exemplos apresentados por Wahab (2014).

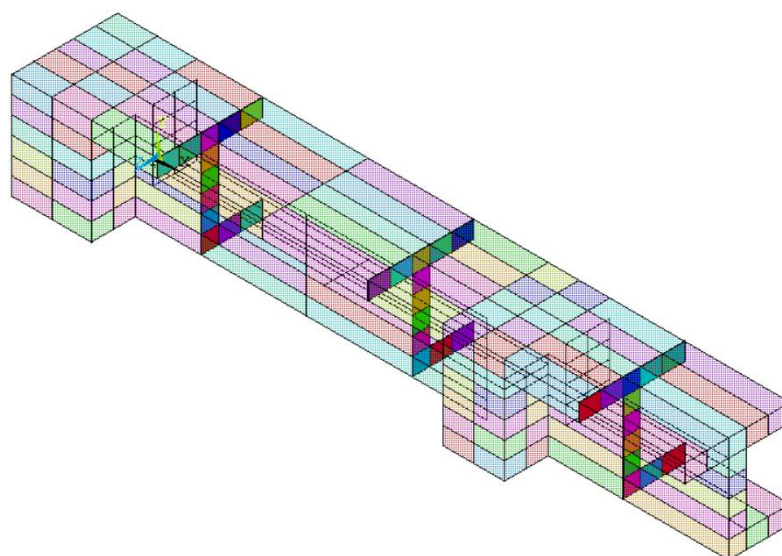
Na figura 6.18 é apresentada a discretização dos elementos de contato ao longo das três juntas secas existentes na viga segmentada. A malha destes elementos seguiu a mesma discretização definida para os elementos de concreto. Como os elementos TARGE170 e CONTA174 são separados por uma distância muito pequena, a visualização de suas superfícies fica prejudicada. Na parte de análise de resultados, porém, é possível observar melhor o comportamento destes elementos.

Figura 6.17 – Detalhamento modelagem juntas (unidades em cm)



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 6.18 – Discretização dos elementos de contato TARGE170 e CONTA174



(fonte: elaborada pela autora)

Para os materiais de números 20 e 30, utilizados para representar o comportamento elástico linear dos elementos constituintes das juntas, foi considerando um coeficiente de Poisson igual a 0,2 e módulo de elasticidade longitudinal igual a 20.000 MPa, ou seja, simulando o elemento de concreto na fase elástica. Esta numeração diferenciada foi adotada apenas para facilitar a modelagem e por permitir uma visualização dos elementos de forma mais prática.

Nos elementos de contato TARGE170 e CONTA174 foi utilizado o modelo *Cohesive Zone Material* (CZM, CBDD), disponibilizado na biblioteca de materiais do ANSYS e indicado por Wahab (2014) para representar o comportamento dos elementos de contato. Entre as opções disponíveis para este material optou-se pelo modelo CBDD – comportamento bilinear do material com amolecimento linear que permite separação máxima entre os elementos. É importante deixar claro que este modelo é válido apenas para elementos de contato. O exemplo deste modelo nesta viga é apresentado no apêndice B4.

O desviador foi considerado no modelo, através do comando CP do programa ANSYS, o qual permite a modificação dos graus de liberdade de nós acoplados. Para utilizar este comando, é necessário selecionar o nó da viga e o nó do desviador, e indicar qual a direção que deverá ser restringida. Na figura 6.19 observa-se a aplicação deste comando CP para os nós de números 1098 (pertencente à viga) e 2196 (pertencente ao desviador), afastados de 0,1 mm. Neste exemplo, o comando está restringindo o movimento nas direções Y e Z.

Figura 6.19 – Ativação do desviador no *script* de entrada de dados

```
! -----
!           DESVIADOR
! -----
!
!CP,,UY,node_vigta,node_cabo
CP,1,UY,1098,2196
CP,2,UZ,1098,2196
!
```

(fonte: elaborada pela autora)

Após a modelagem, realizou-se o cálculo da estrutura, considerando que o ensaio tivesse sido realizado aos 28 dias, junto com a protensão da armadura ativa. No próximo item são apresentadas as análises dos resultados obtidos através do estudo de dois modelos numéricos: um considerando o desviador ativo, permitindo um deslizamento do cabo neste ponto; e outro sem deslizamento. No apêndice B4 é apresentado o *script* de entrada de dados do exemplo da viga segmentada com deslizamento.

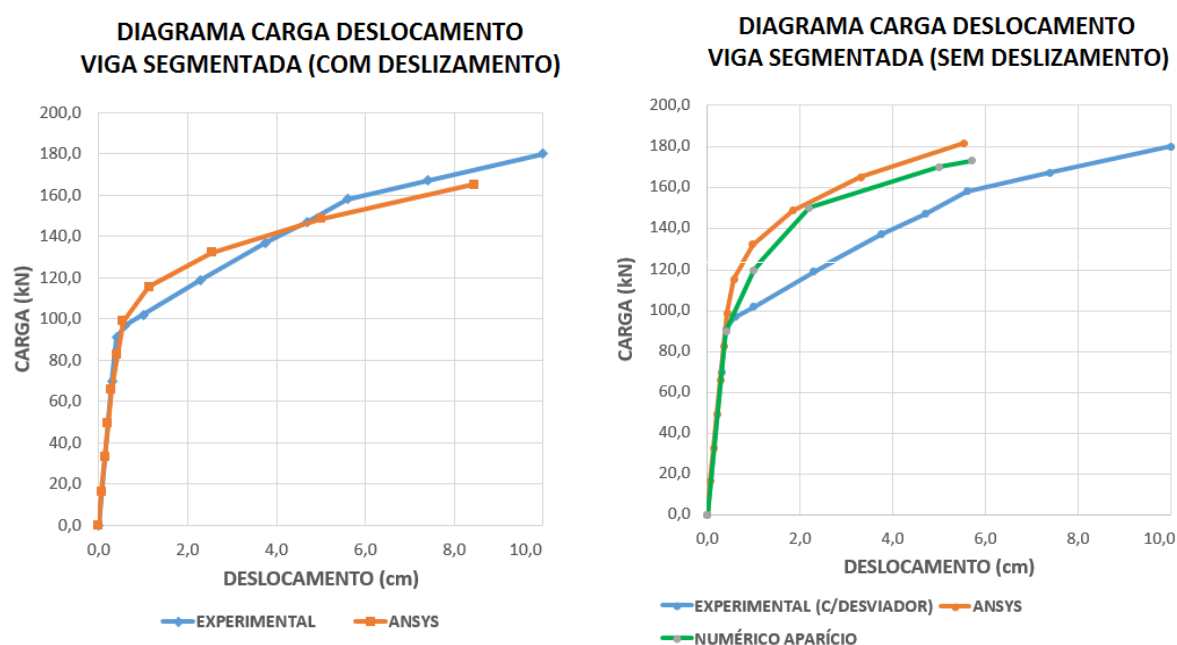


### 6.3.2 Análise dos resultados obtidos na simulação numérica

Para a validação da análise numérica foram traçadas curvas do tipo carga-deslocamento, carga-tensão na armadura ativa, deformada da estrutura e diagramas de tensões no concreto. Em relação às etapas de cálculo, inicialmente foi considerada a protensão, aplicada aos 28 dias, juntamente com o peso próprio da viga. Na etapa seguinte, iniciou-se o carregamento instantâneo desta viga até a sua ruptura, aplicando-se 400 incrementos de força.

Para a analisar de melhor forma os resultados, foram estudadas duas situações: modelo numérico considerando ou não o deslizamento do cabo junto ao desviador. No artigo de Aparicio et al (2002), são apresentados o diagrama carga-deslocamento para o caso experimental com deslizamento e o diagrama carga-deslocamento numérico para o mesmo modelo sem deslizamento. Na figura 6.20 observa-se a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo no ANSYS com os dois diagramas apresentados por Aparicio et al (2002). O deslocamento foi medido no ponto central inferior do vão da viga, e o eixo das cargas do diagrama carga-deslocamento foi obtido, multiplicando por dois o valor das reações verticais nos nós de apoio.

Figura 6.20 – Diagrama carga-deslocamento da viga segmentada com e sem deslizamento



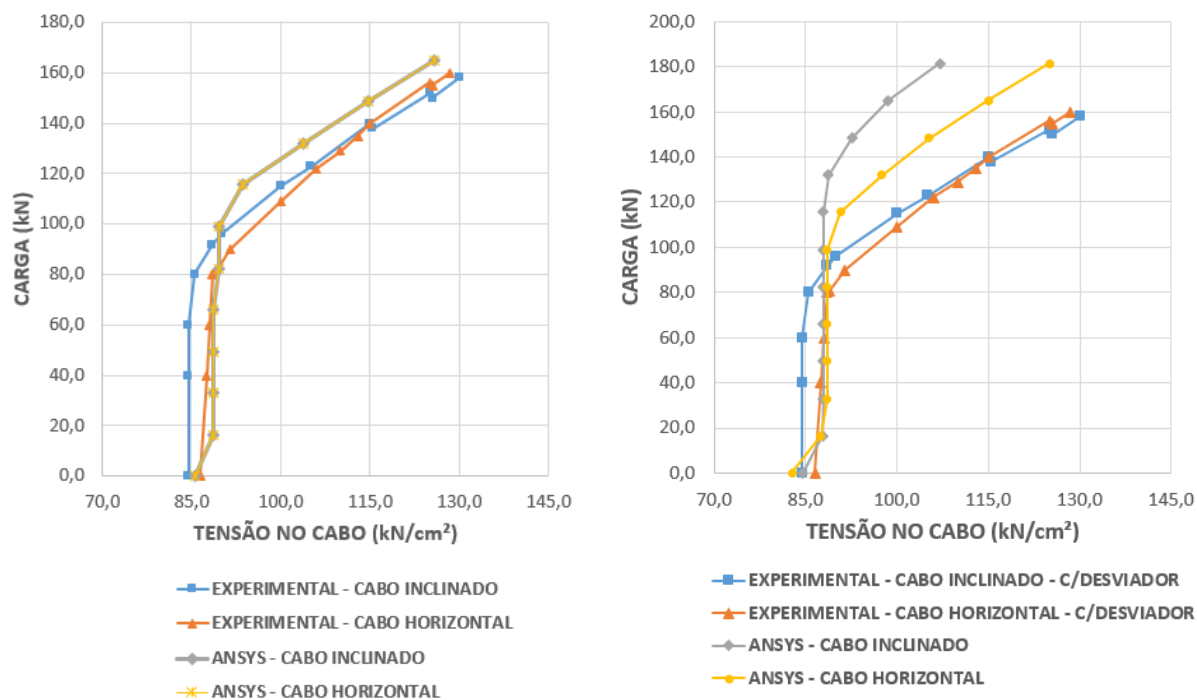
(fonte: elaborada pela autora)

De forma geral, os resultados dos diagramas carga-deslocamento apresentaram boa correlação entre as curvas apresentadas. No gráfico com deslizamento, constatou-se também uma carga de ruptura muito semelhante à encontrada no ensaio experimental. A partir da análise do diagrama carga-deslocamento da viga segmentada sem deslizamento (gráfico à direita da figura 6.20) é possível perceber uma boa aproximação entre a curva da análise numérica no ANSYS e a curva numérica apresentada no artigo de Aparicio et al (2002). Ainda, neste gráfico, observa-se que a consideração do deslizamento altera o comportamento da viga. Quando é permitido o deslizamento axial do cabo de protensão, a viga sofre maiores deslocamentos verticais e apresenta uma menor capacidade de carga, se comparado à situação de cabo fixo no ponto do desviador.

Na figura 6.21 são apresentados os gráficos carga-tensão na armadura ativa para a viga segmentada com e sem deslizamento. Quando é simulado o deslizamento axial do cabo (figura 6.20a), a tensão na parte horizontal e na parte inclinada apresentam o mesmo valor, pois o atrito do desviador está sendo desprezado. Por este motivo as curvas obtidas pelo modelo numérico no ANSYS para o cabo horizontal e inclinado estão sobrepostas. Ao observar as curvas experimentais, nota-se que, mesmo com o desviador, elas não estão sobrepostas. Uma das explicações para este comportamento, seria a possível presença de atrito no desviador.

Em ambos os gráficos pode-se observar que, devido a abertura das juntas, ocorre um aumento significativo das tensões nos cabos. No gráfico 6.20(b) é possível notar que a tensão obtida no ANSYS para o cabo inclinado é diferente da tensão do cabo horizontal. Estas tensões apresentam valores maiores que os obtidos no caso com deslizamento. Este efeito ocorre, pois, quando não existe deslizamento, a capacidade de carga se torna um pouco maior, os deslocamentos verticais são menores e, conseqüentemente, as juntas começam a se abrir a partir de uma carga mais elevada.

Figura 6.21 – Diagrama carga-tensão na armadura da viga segmentada (a) com deslizamento e (b) sem deslizamento



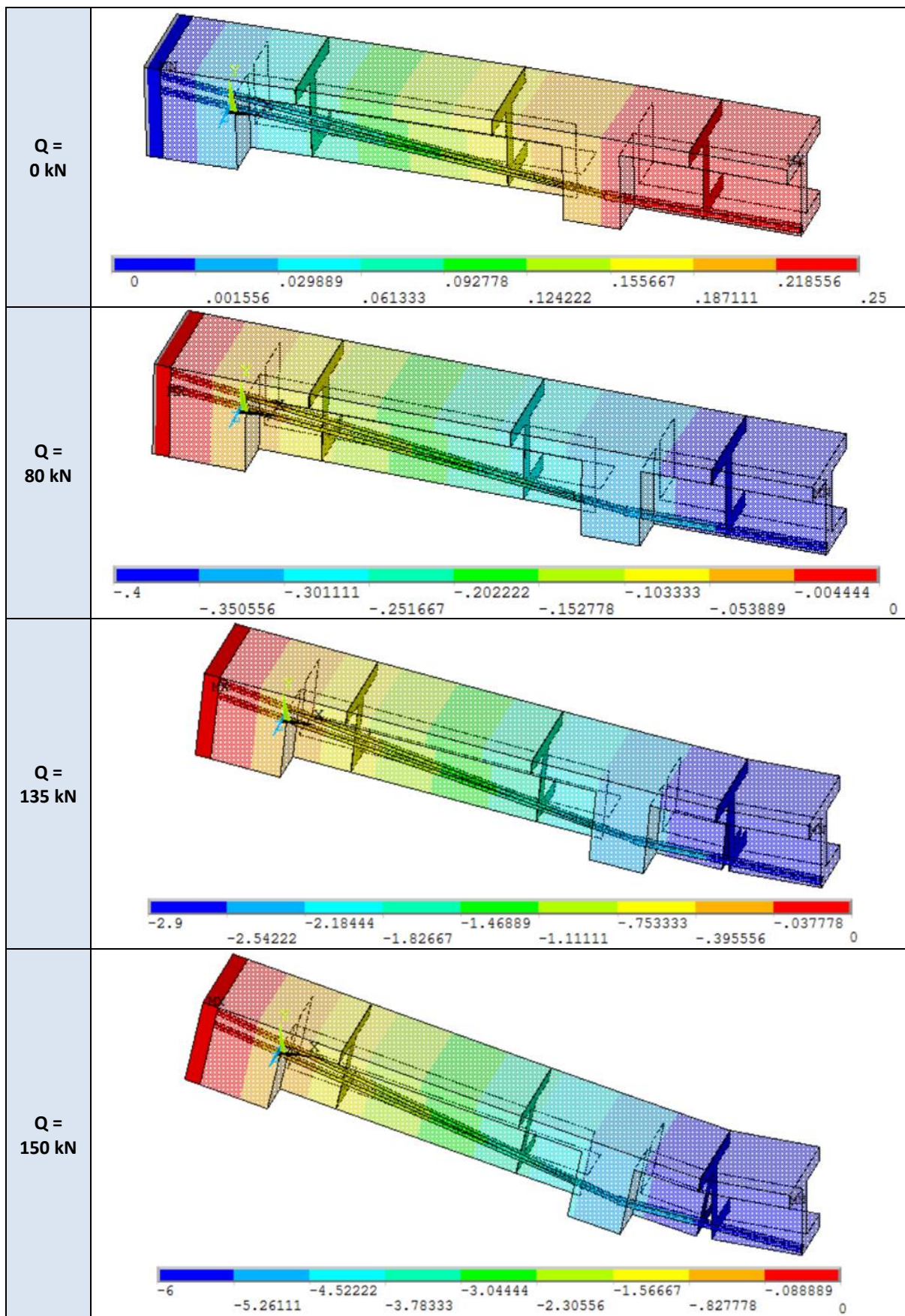
(a)

(b)

(fonte: elaborada pela autora)

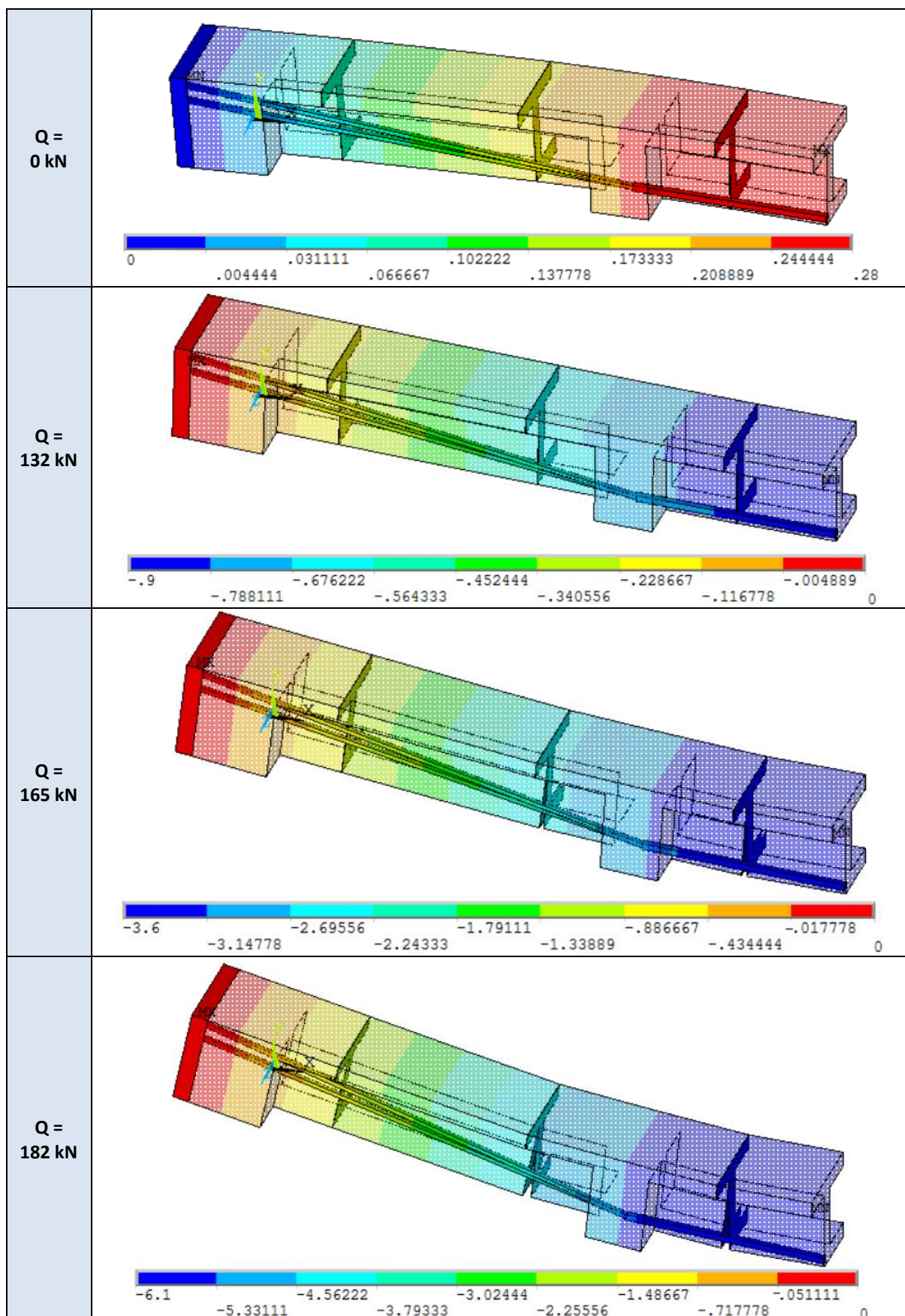
Nos quadros 6.32 e 6.33 é apresentada a evolução da deformada da viga segmentada com deslizamento e sem deslizamento, respectivamente, iniciando com uma contra-flecha (peso próprio e protensão) e finalizando com a abertura das juntas, deixando de apresentar um comportamento monolítico. Na viga com deslizamento, abre apenas a junta mais próxima ao centro do vão. E, na viga sem deslizamento, abre inicialmente a junta mais próxima ao vão central e, em seguida, abre a junta central. Estas deformadas estão representadas com um fator de amplificação de 10 vezes. O valor da abertura final das juntas pode ser observado no quadro 6.34.

Quadro 6.32 – Evolução dos deslocamentos verticais na viga segmentada com deslizamento (cm)



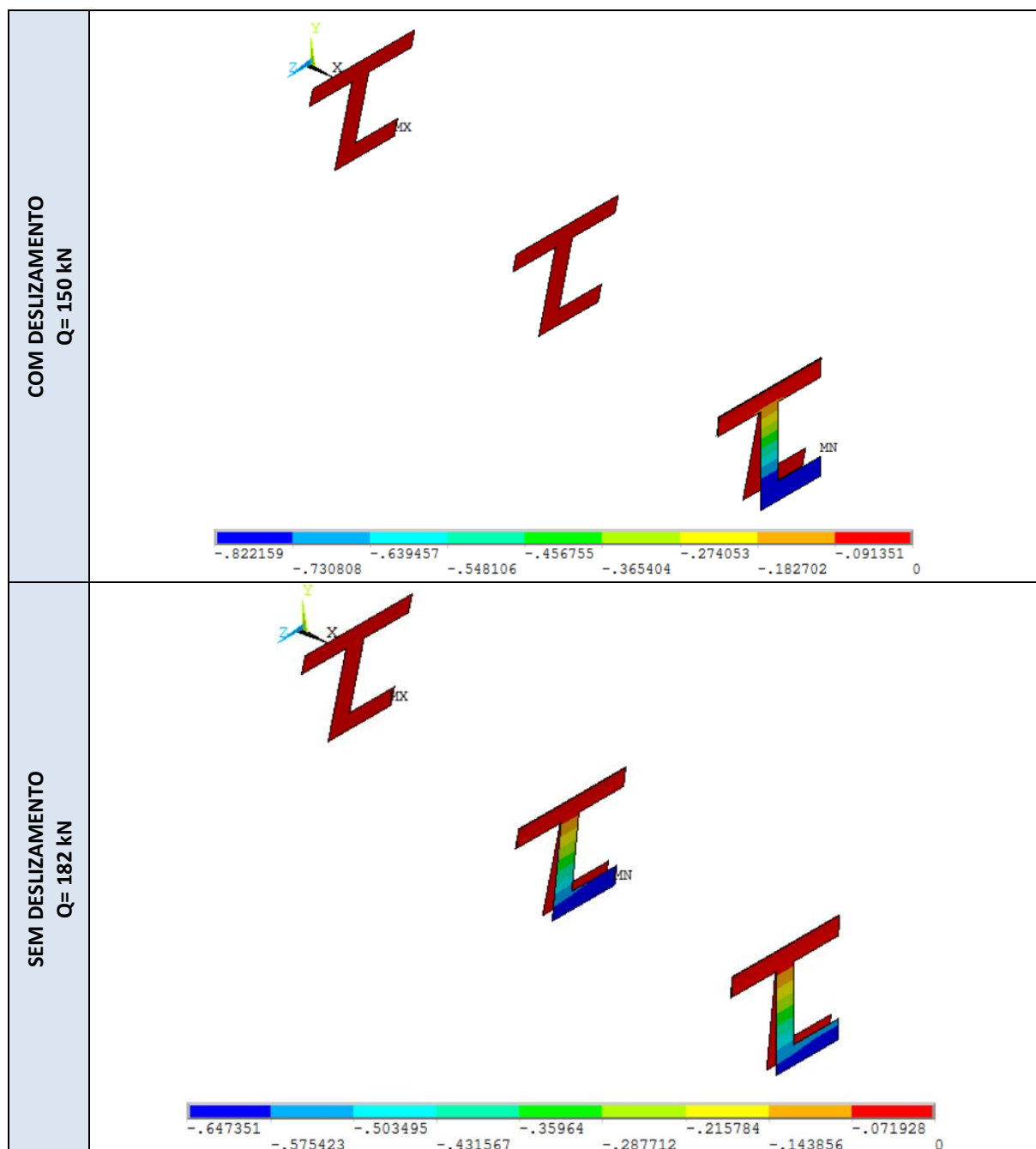
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.33 – Evolução dos deslocamentos verticais na viga segmentada sem deslizamento (cm)



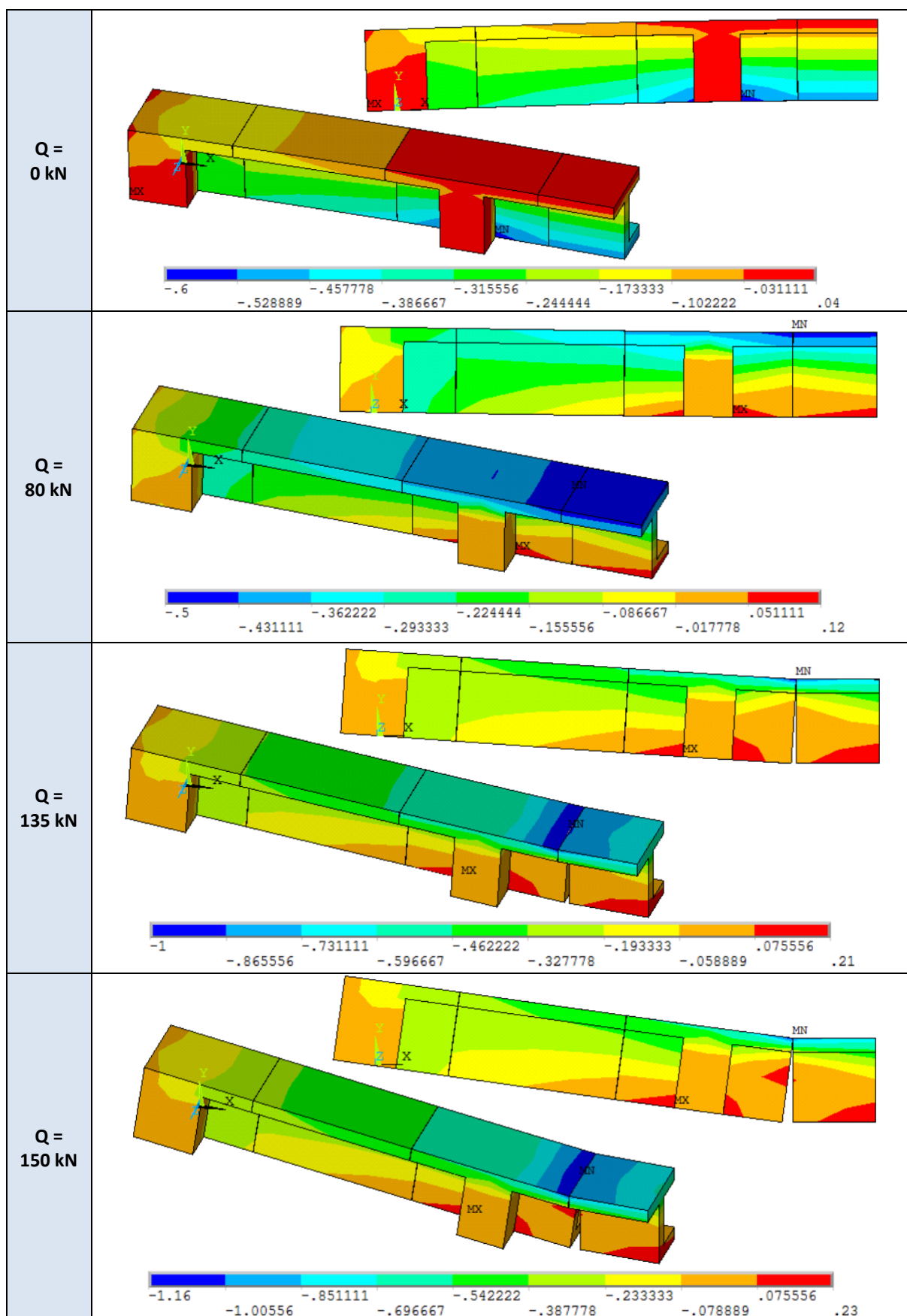
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.34 – Representação da abertura final das juntas da viga segmentada com e sem deslizamento (cm)



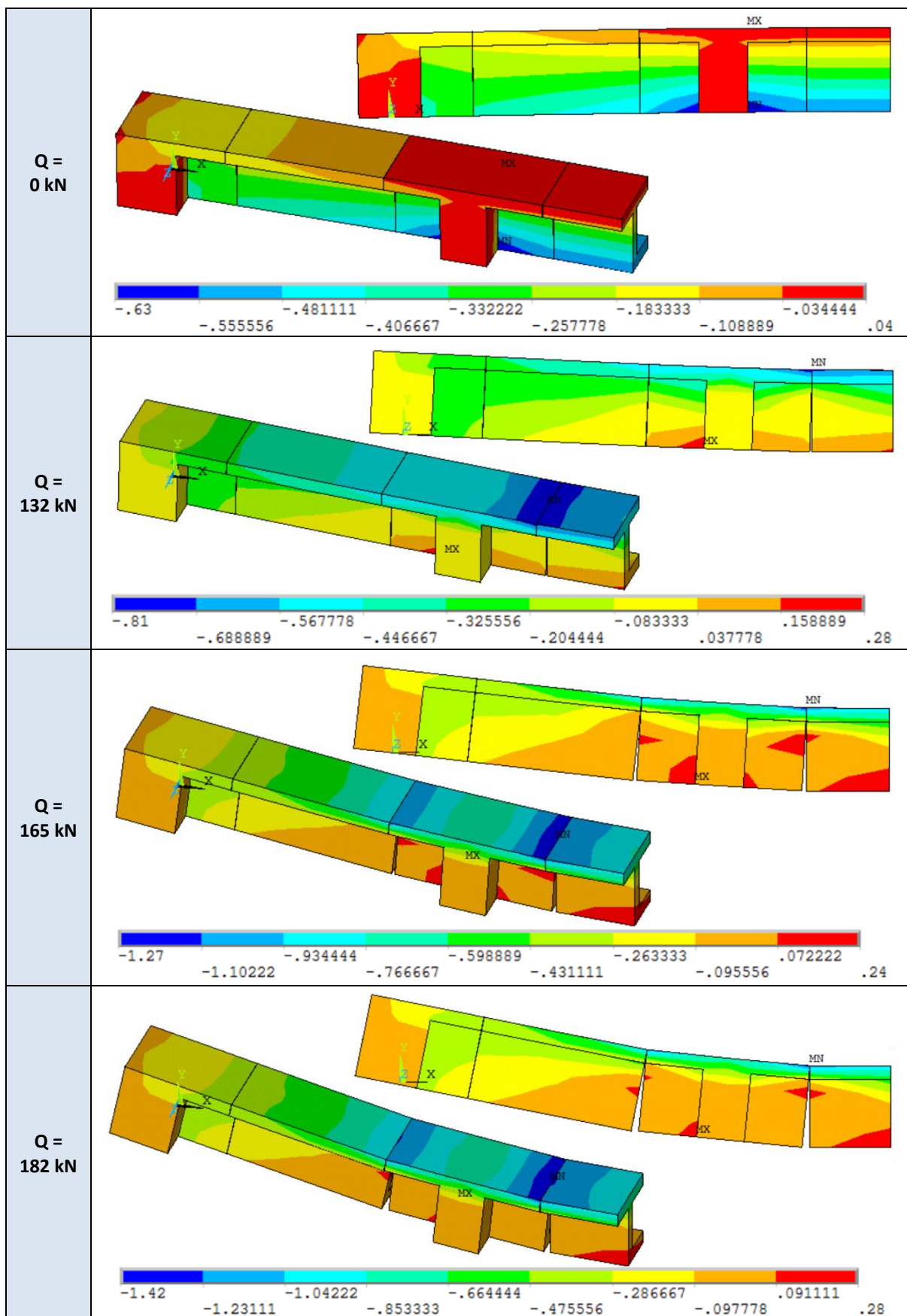
(fonte: elaborado pela autora)

A distribuição das tensões no concreto é apresentada nos quadros 6.35 e 6.36, para as vigas segmentadas com deslizamento e sem deslizamento, respectivamente. Nestes diagramas observa-se que, a medida que a carga vai sendo aplicada, ocorre um aumento de tensões de compressão nesta região. Já, as tensões de tração tendem a aumentar ao aproximar-se do estado limite último, provocando a abertura das juntas. No momento em que ocorre a abertura das juntas, as tensões são zeradas nas faces.

Quadro 6.35 – Diagramas da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, viga com deslizamento (kN/cm<sup>2</sup>)

(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 6.36 – Diagramas da componente de tensão  $\sigma_x$  no concreto, viga sem deslizamento (kN/cm<sup>2</sup>)



(fonte: elaborado pela autora)



## 7 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA PONTE DO SABER

Neste capítulo é apresentado o estudo das etapas construtivas de uma ponte estaiada real, utilizando o *software* ANSYS, versão 14.5, com o novo modelo constitutivo implementado na USERMAT. A ponte escolhida para a simulação foi a Ponte do Saber, localizada sobre o Canal do Fundão, no Rio de Janeiro. Os detalhes do projeto estão apresentados no **capítulo 3**, item 3.5.

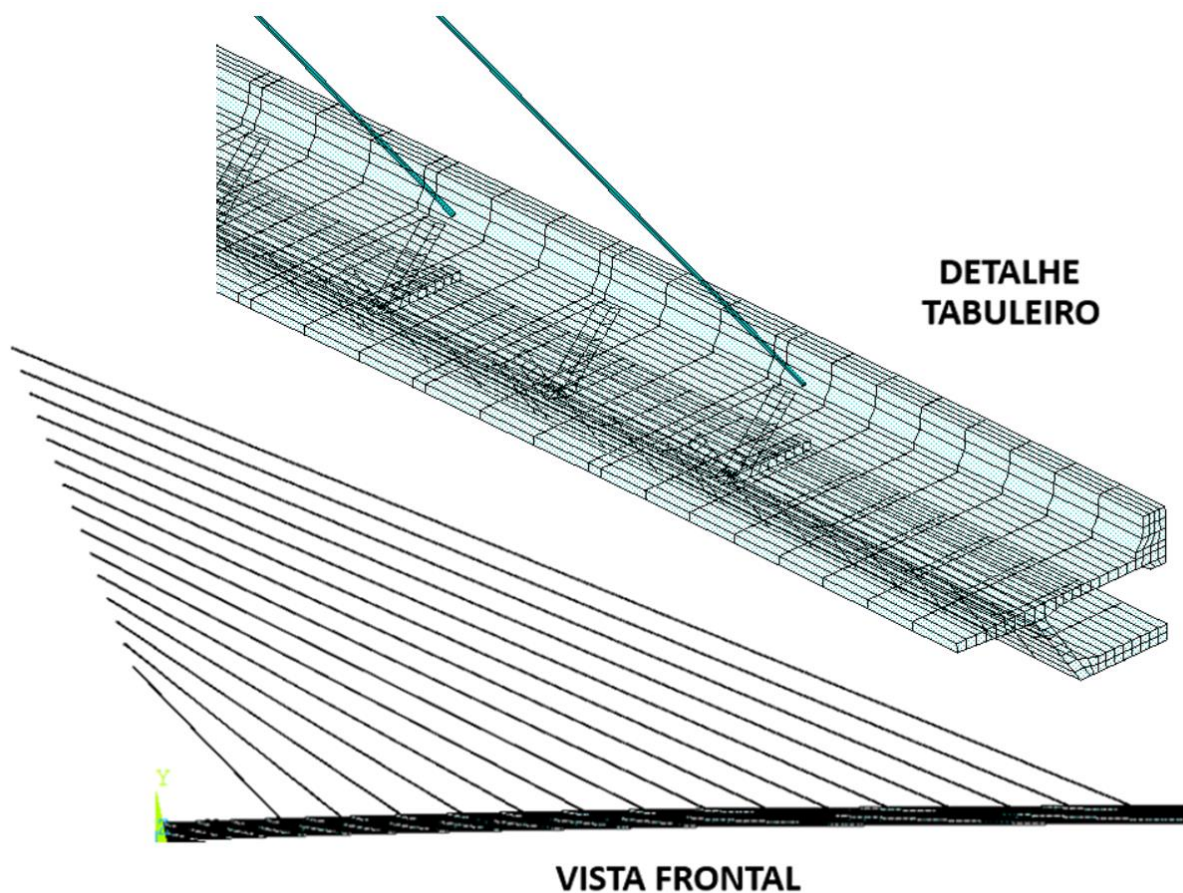
A escolha do estudo da Ponte do Saber se justifica pela publicação dos trabalhos de mestrado de Gomes (2013) e Toledo (2014), que apresentam de forma detalhada os dados sobre a geometria e materiais utilizados nesta estrutura, e, ainda, explicam como foram feitas as etapas construtivas desta ponte estaiada. A seguir, são indicadas as informações sobre a modelagem, as etapas de cálculo (casos de carga) e as análises feitas a partir dos resultados obtidos.

### 7.1 MODELAGEM DA ESTRUTURA

Por questões de tamanho do problema a ser resolvido, a modelagem numérica da Ponte do Saber considerou apenas o tabuleiro frontal e os estais frontais. O pilone, estais de retaguarda e blocos de fundações não foram modelados. Ainda, para reduzir o número de elementos finitos, foi aproveitada a simetria transversal da ponte, modelando-se apenas cinquenta por cento do tabuleiro. Na figura 7.1 observa-se a vista frontal do modelo total lançado no ANSYS e o detalhe dos elementos do tabuleiro.

Os elementos de concreto foram representados pelo SOLID186, os elementos de armadura passiva aderente foram representados pelo REINF264, e os elementos pertencentes aos estais e aos cabos de protensão diagonal foram representados pelo LINK180. Como condições de contorno foi considerado engastado os nós superiores dos estais e os nós da extremidade esquerda do tabuleiro. No quadro 7.1 está indicada a quantidade de cada elemento utilizado no modelo. Nos próximos itens apresentam-se com detalhes a modelagem destes elementos.

Figura 7.1 – Modelo lançado no ANSYS. Versão 14.5



(fonte: elaborada pela autora)

Quadro 7.1 – Quantidade de elementos finitos utilizados no modelo

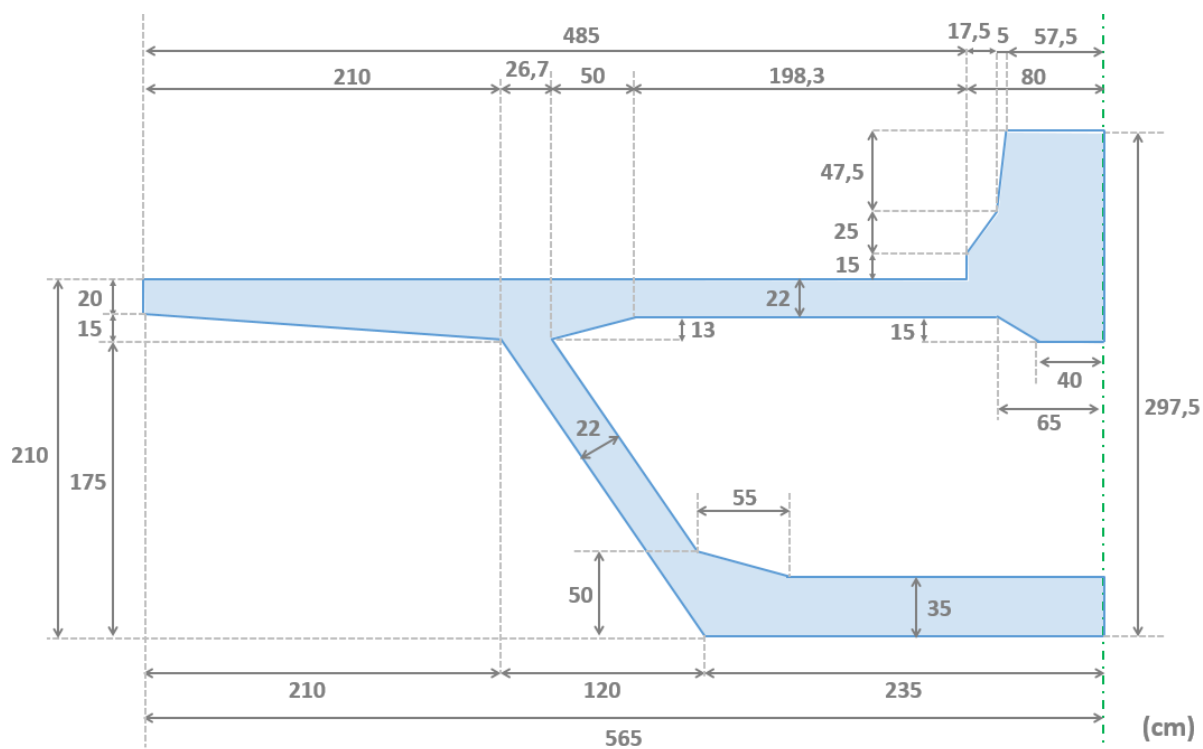
TIPO	QUANTIDADE
SOLID186	9.866
REINF264	39.188
LINK180	315
<b>TOTAL</b>	<b>49.369</b>

(fonte: elaborado pela autora)

### 7.1.1 Elementos de concreto – SOLID186

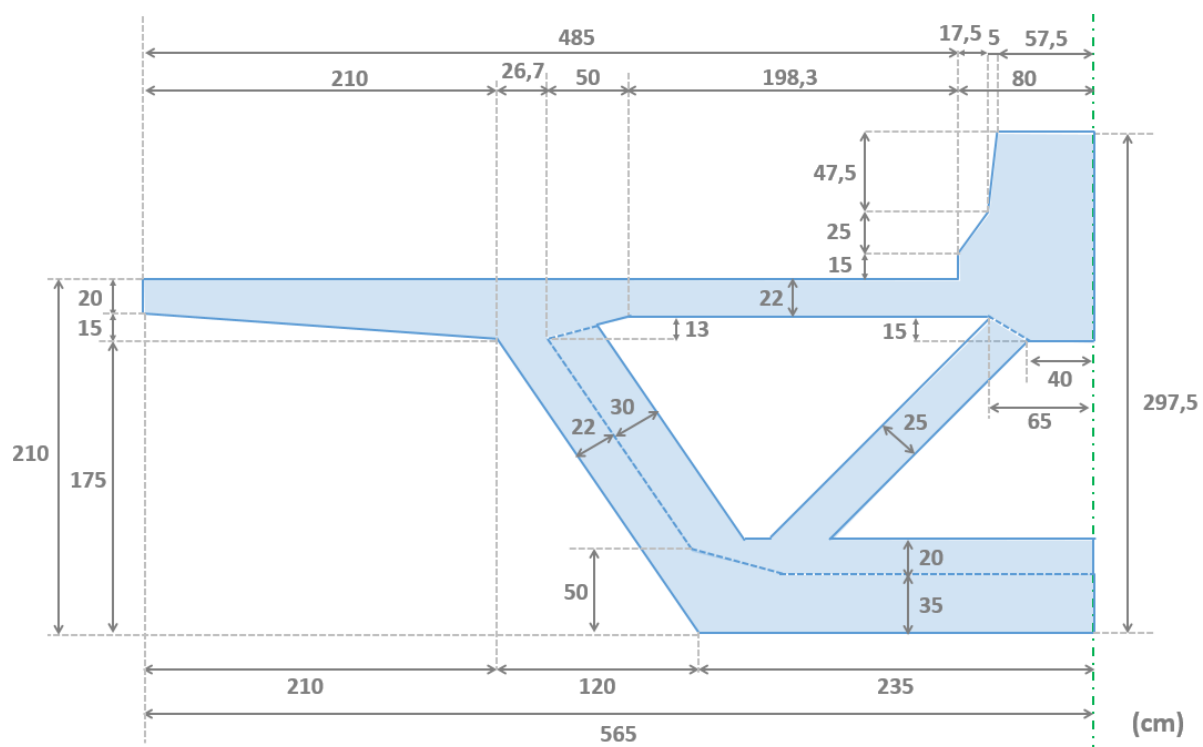
A primeira etapa da modelagem foi lançar os elementos de concreto do tabuleiro. Conforme já comentado neste trabalho, a ponte apresenta três seções transversais diferentes: seção padrão, seção enrijecida do tipo WCP e seção enrijecida do tipo WSP. As geometrias destas seções podem ser observadas nas figuras 7.2, 7.3 e 7.4.

Figura 7.2 – Seção transversal padrão



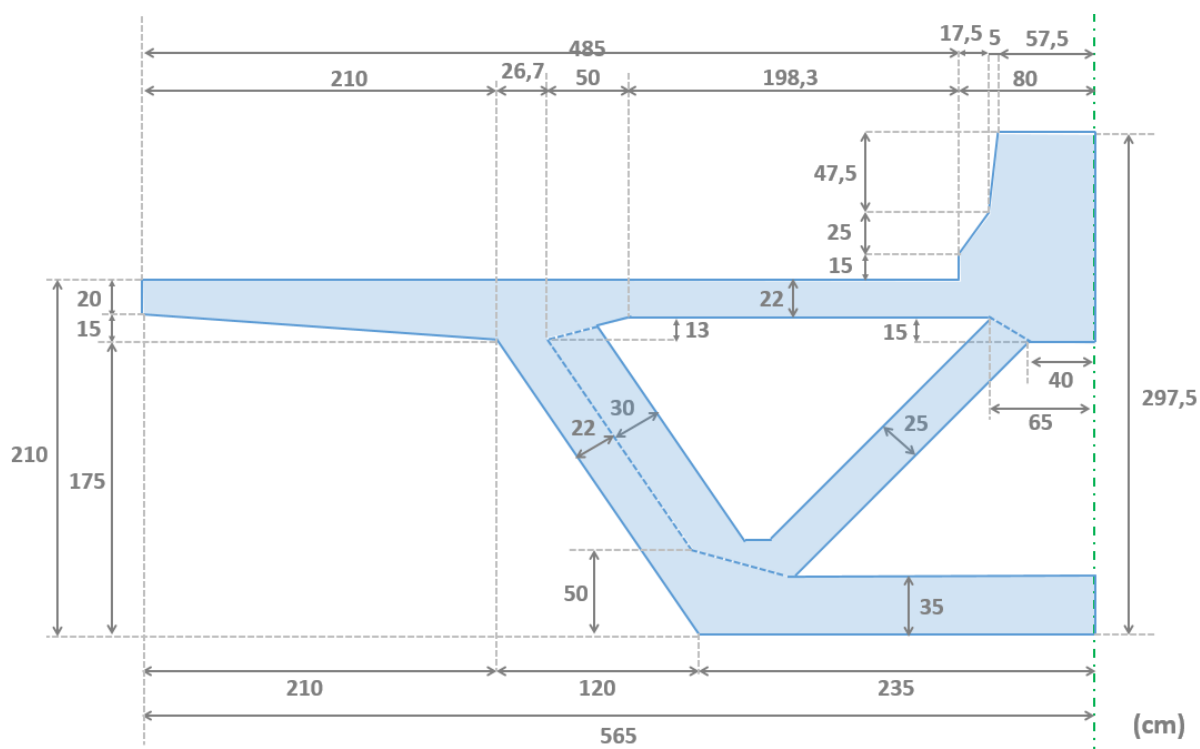
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.3 – Seção transversal enrijecida do tipo WCP



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.4 – Seção transversal enrijecida do tipo WSP

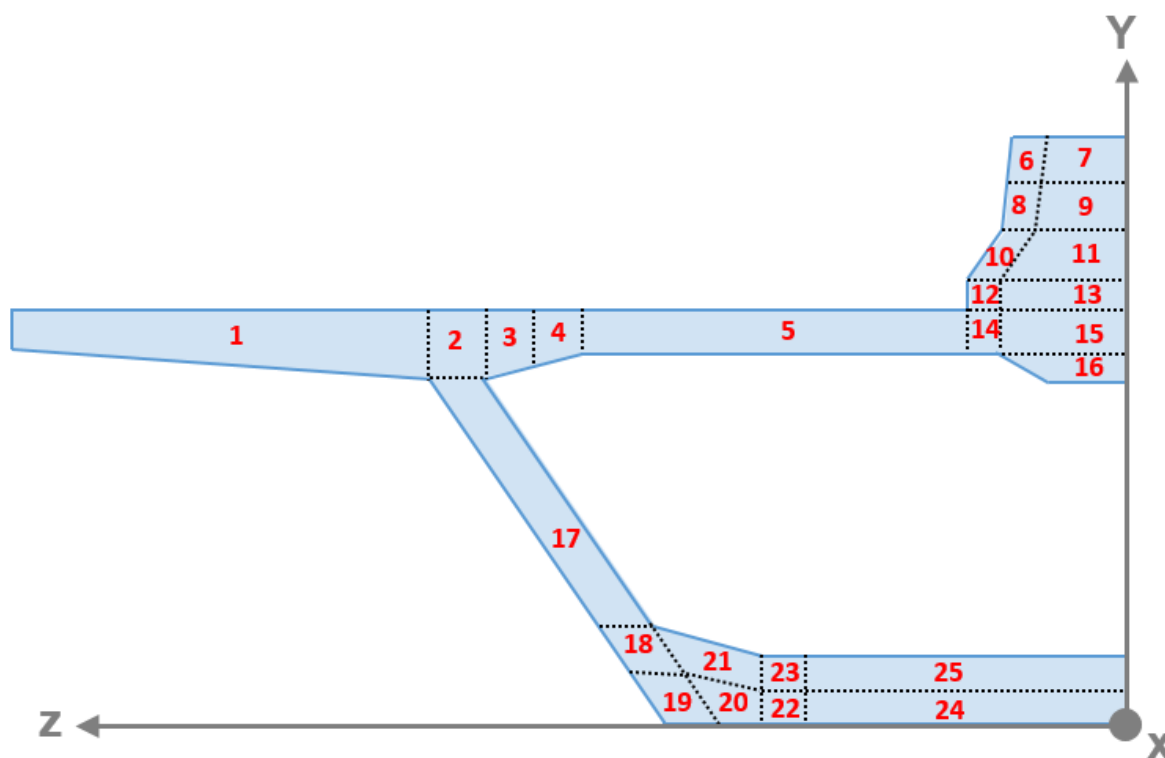


(fonte: elaborada pela autora)

A fim de discretizar estas três seções transversais de maneira a coincidir todos os nós dos elementos de concreto entre uma seção e outra, inicialmente, dividiram-se estas seções em volumes para, posteriormente, ser estabelecido o número de elementos por cada volume. Na seção padrão foram lançados 25 volumes. Nas seções enrijecidas do tipo WCP e WSP foram previstos 30 e 29 volumes, respectivamente. Nas figuras 7.5, 7.7 e 7.9 é possível observar o detalhamento dos volumes para cada seção transversal.

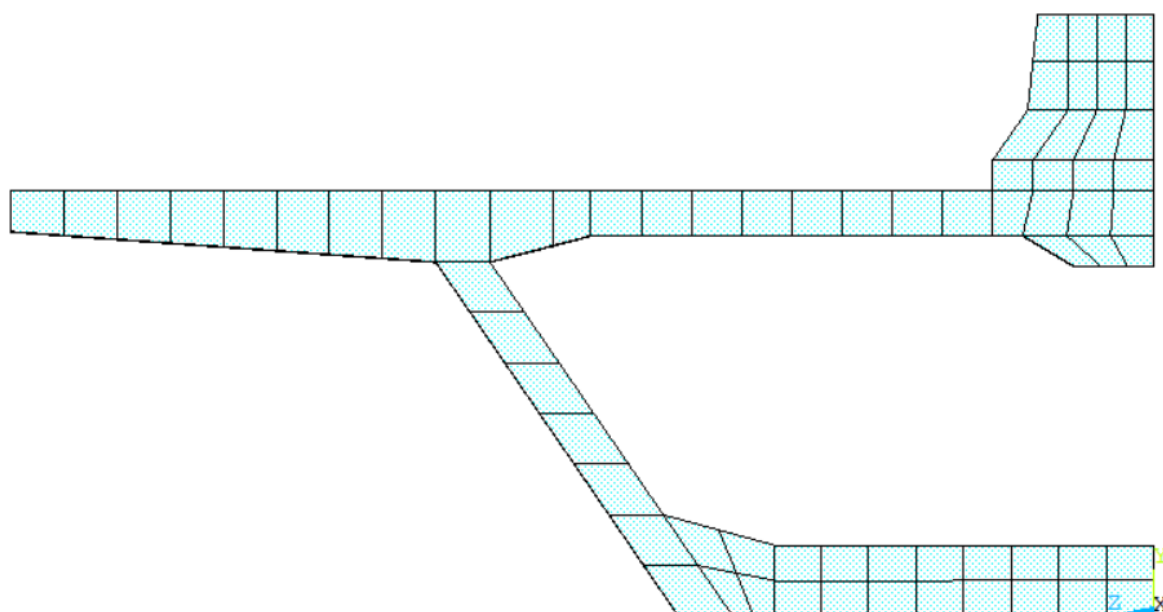
As figuras 7.6, 7.8 e 7.10 mostram como ficou a discretização de elementos finitos na seção padrão, seção enrijecida tipo WCP e seção enrijecida tipo WSP, respectivamente. Os elementos que constituem estas malhas são os elementos SOLID186. Na figura 7.11 pode-se visualizar a malha de elementos de concreto das aduelas inicial e aduela 01 com as seções de enrijecimento, juntamente com os estais T04 e T05.

Figura 7.5 – Seção transversal padrão – detalhamento dos volumes



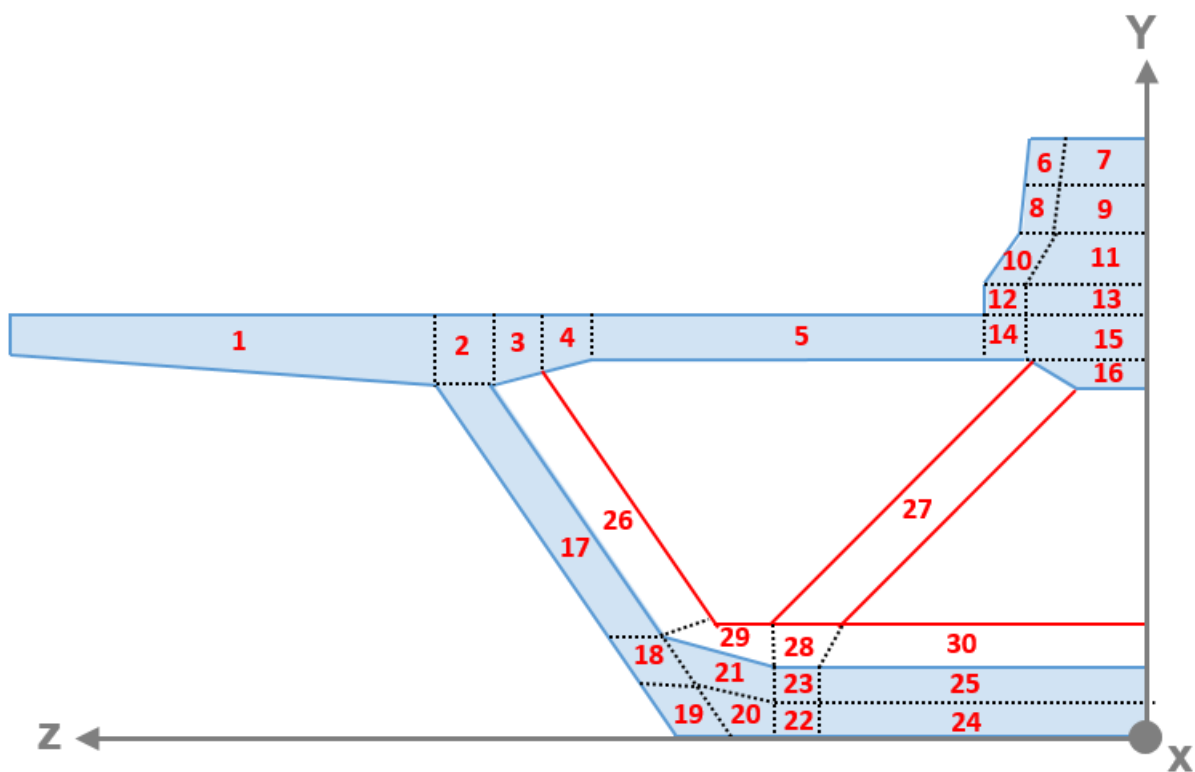
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.6 – Seção transversal padrão – malha de elementos finitos



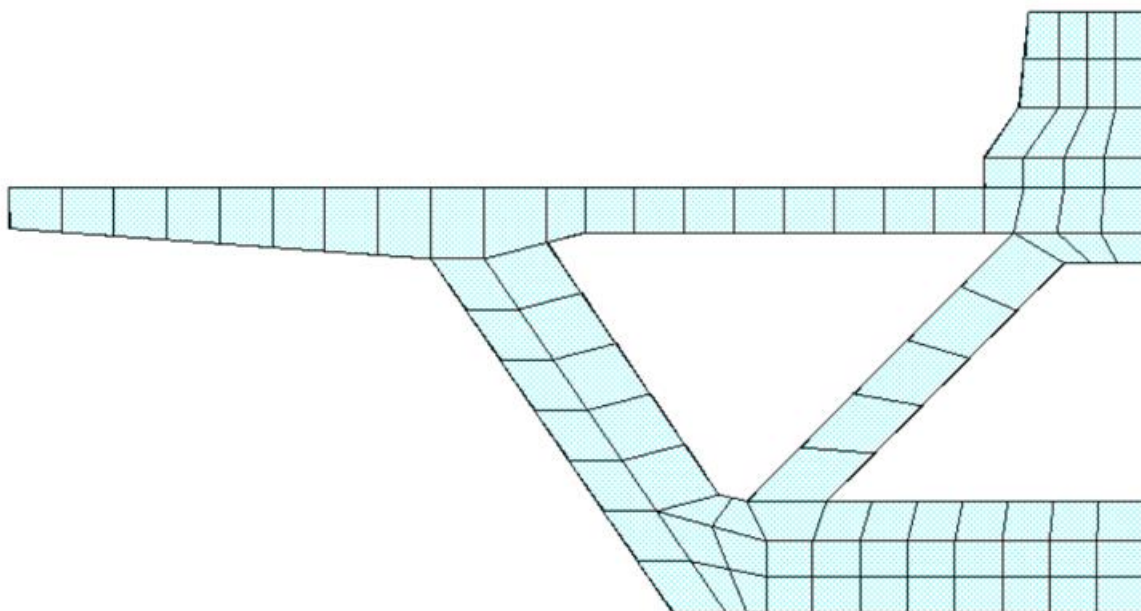
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.7 – Seção transversal enrijecida do tipo WCP – detalhamento dos volumes



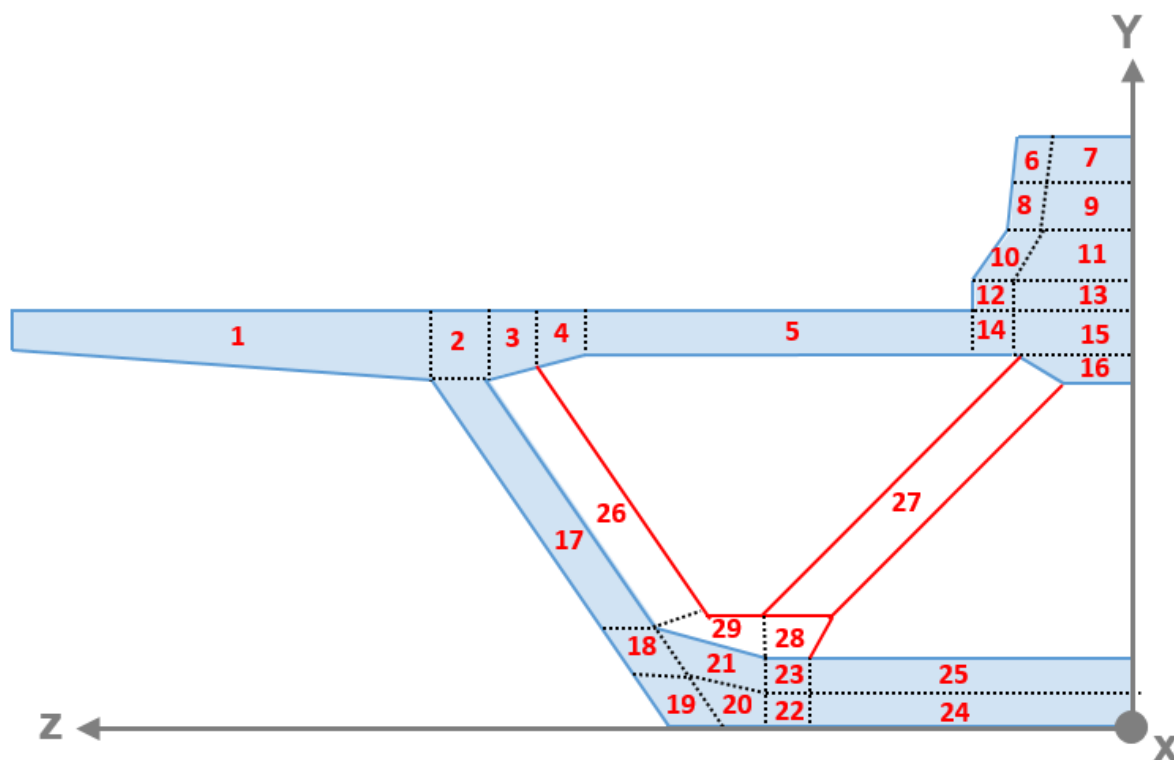
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.8 – Seção transversal enrijecida do tipo WCP – malha de elementos finitos



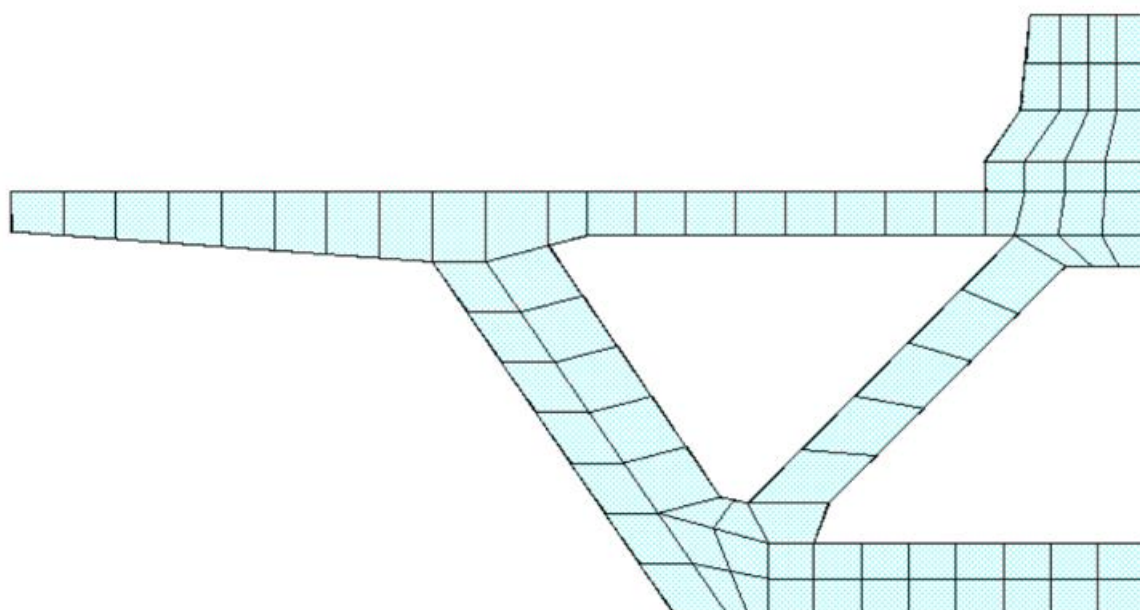
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.9 – Seção transversal enrijecida do tipo WSP – detalhamento dos volumes



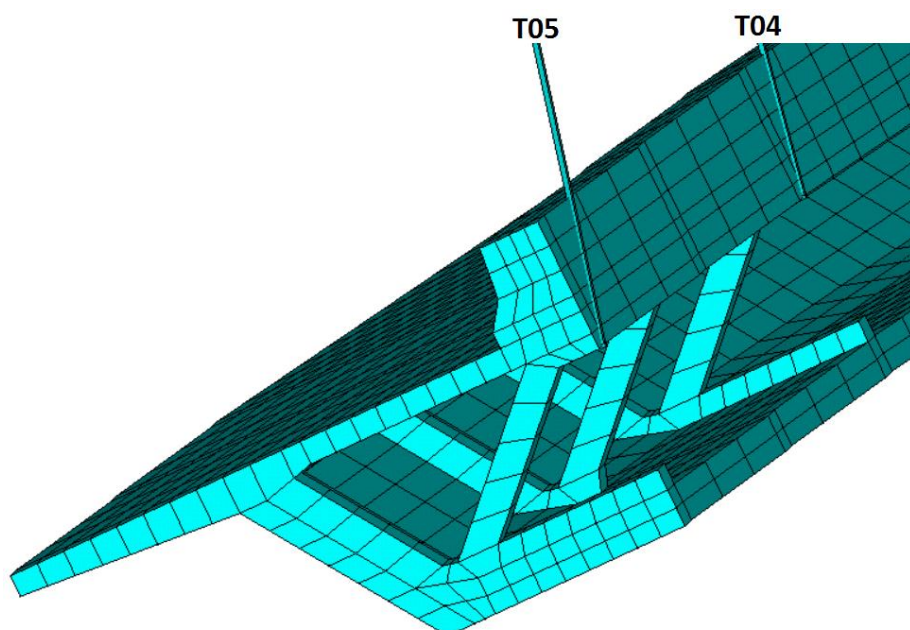
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.10 – Seção transversal enrijecida do tipo WSP – malha de elementos finitos



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.11 – Representação das aduelas inicial e aduela 01



(fonte: elaborada pela autora)

Para cada uma das 16 aduelas (aduela inicial + 14 aduelas de 10 m + aduela final) foi criado um material diferente, sendo que a única diferença entre estes é referente à data de concretagem, ou seja, a data de ativação da aduela. No quadro 7.2 estão apresentadas estas informações.

Quadro 7.2 – Número do material no ANSYS com sua respectiva data de ativação

<b>Aduelas de Concreto</b>	<b>Nº Material ANSYS</b>	<b>Comprimento (m)</b>	<b>DATA DE ATIVAÇÃO (dias)</b>
Aduela Inicial	200	20,3	0
Aduela 01	201	10	29
Aduela 02	202	10	82
Aduela 03	203	10	94
Aduela 04	204	10	106
Aduela 05	205	10	118
Aduela 06	206	10	128
Aduela 07	207	10	139
Aduela 08	208	10	149
Aduela 09	209	10	167
Aduela 10	210	10	176
Aduela 11	211	10	185
Aduela 12	212	10	199
Aduela 13	213	10	233
Aduela 14	214	10	248
Aduela Final	215	10,16	264

(fonte: elaborado pela autora)



O novo modelo de material visco-elastoplástico implementado na rotina USERMAT3D foi utilizado para representar o comportamento do concreto. O valor do coeficiente de Poisson foi considerado igual a 0,2 e para o valor da resistência à compressão do concreto foi adotado valor igual a 69 MPa. O tipo de agregado utilizado foi o basalto.

### 7.1.2 Elementos de armadura aderente – REINF264

Após concluído o lançamento de todas as aduelas com os elementos de concreto, foi feito um teste elástico-linear para verificar se todos os nós do modelo estavam conectados e, em seguida, iniciou-se o estudo das armaduras passivas pertencentes ao tabuleiro. A partir das plantas de armadura, disponibilizadas por Garambone (2012), montaram-se os quadros 7.3, 7.4 e 7.5 com as informações das armaduras passivas longitudinal superior, longitudinal inferior e longitudinal lateral, respectivamente, lançadas em cada volume do tabuleiro.

Estas armaduras foram modeladas através dos elementos REINF264, utilizando-se o modelo de armadura incorporada. Nestes quadros são indicadas as informações para o lançamento no ANSYS, tais como: comprimento do volume ( $L_{VOLUME}$ ) ou altura do volume ( $H_{VOLUME}$ ); número de elementos no volume; espaçamento entre barras de um mesmo volume; área de armadura adotada em cada barra ( $A_{ADOTADA}$ ); posição normalizada da armadura em relação ao elemento ( $Y_{LS}$ ,  $Z_{LS}$ ,  $Y_{LI}$ ,  $Z_{LI}$ ,  $Y_{LATERAL}$ ,  $Z_{LATERAL}$ ,  $Y_{TS}$ ,  $X_{TS}$ ,  $Y_{TI}$ ,  $X_{TI}$ ,  $Z_{TLATERAL}$  ou  $X_{TLATERAL}$ ); número da seção para controle no ANSYS; e número de barras por elemento.

Quadro 7.3 – Características da armadura longitudinal superior da seção padrão

ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR (LS)								
ANSYS								
VOLUME	$L_{VOLUME}$ (cm)	Nº elementos	Espaçamento entre barras (cm)	$A_{ADOTADA}$ (cm <sup>2</sup> )	$Y_{LS}$	$Z_{LS}$	Nº Seção (ANSYS)	Nº Barras/ Elemento
1	210,0	8	210/8=26,25	2,15	0,74	0,5	2	1
2	26,7	1	-	9,82	0,76	0,5	8	1
3	30,9	1	-	9,82	0,73	0,5	10	1
4	19,1	1	-	9,82	0,73	0,5	10	1
5	198,3	8	198,3/8=24,79	9,21	0,68	0,5	14	1
6 e 7	57,5	4	57,5/4=14,38	17,87	0,62	0,5	16	1
21	55,0	2	55/2=27,50	4,02	0,67	0,5	43	1
23 e 25	165,0	7	165/7=23,57	4,77	0,60	0,5	47	1

(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.4 – Características da armadura longitudinal inferior da seção padrão

ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR (LI)								
ANSYS								
VOLUME	L <sub>VOLUME</sub> (cm)	Nº elementos	Espaçamento entre barras (cm)	A <sub>ADOTADA</sub> (cm <sup>2</sup> )	Y <sub>LI</sub>	Z <sub>LI</sub>	Nº Seção (ANSYS)	Nº Barras/Elemento
1	210,0	8	210/8=26,25	2,15	0,25	0,5	3	1
2	26,7	1	-	6,28	0,21	0,5	9	1
3	30,9	1	-	6,28	0,25	0,5	11	1
4	19,1	1	-	6,28	0,25	0,5	11	1
5	198,3	8	198,3/8=24,79	6,28	0,30	0,5	15	1
16	40,0	3	40/3=13,33	14,73	0,52	0,5	24	1
20	55,0	2	55/2=27,50	22,10	0,36	0,5	44	1
22 e 24	165,0	7	165/7=23,57	14,12	0,45	0,5	48	1

(fonte: elaborado pela autora)

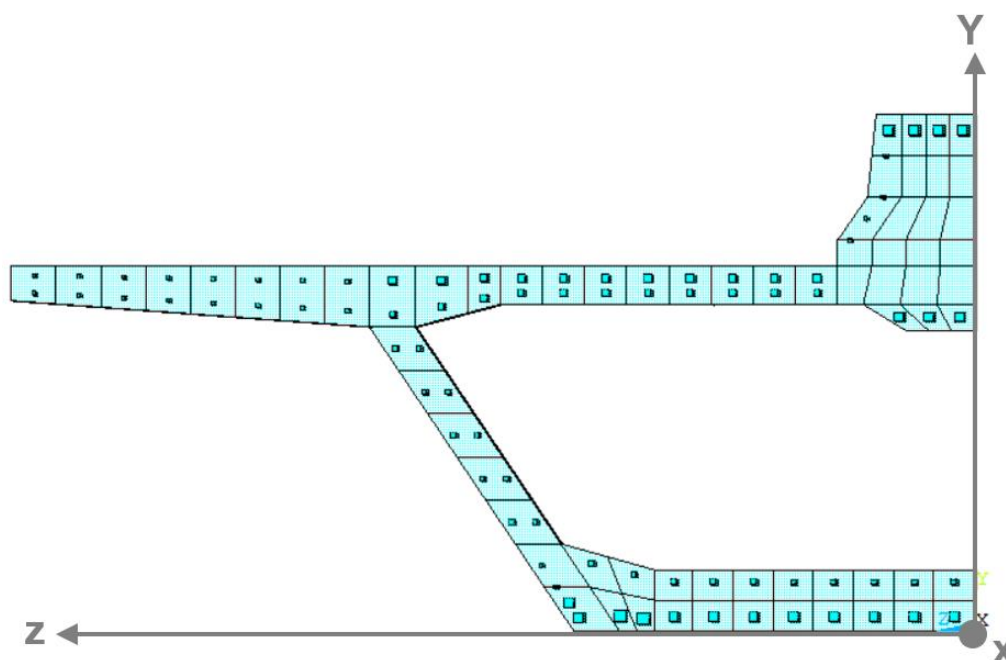
Quadro 7.5 – Características da armadura longitudinal lateral da seção padrão

ARMADURA LONGITUDINAL LATERAL								
ANSYS								
VOLUME	H <sub>VOLUME</sub> (cm)	Nº elementos	Espaçamento entre barras (cm)	A <sub>ADOTADA</sub> (cm <sup>2</sup> )	Y <sub>LATERAL</sub>	Z <sub>LATERAL</sub>	Seção (ANSYS)	Nº Barras/Elemento
6 e 8	23,75	1	-	2,01	0	0,43	17	1
10	25,0	1	-	2,01	0 e 0,5	0,35	22 e 23	2
17	125,0	5	25,0	4,02	0,5	0,24 e 0,76	29 e 30	2
18	26,7	1	-	2,01	0 e 0,5	0,24	35 e 36	2
19	26,7	1	-	14,73	0,3 e 0,65	0,3	39 e 40	2

(fonte: elaborado pela autora)

Na figura 7.12 observa-se a discretização de todas as armaduras longitudinais na seção transversal padrão da ponte. As características das armaduras transversais superiores, inferiores e laterais estão indicadas nos quadros 7.6, 7.7 e 7.8, respectivamente. Cada aduela apresenta 465 cm de comprimento (na direção x), sendo dividida em 3 elementos de 155 cm. Em cada elemento foram adicionadas 2 armaduras transversais, uma na posição inicial do elemento ( $X_{TS} = 0$ ) e outra na posição central ( $X_{TS} = 0,5$ ). A posição das armaduras transversais, juntamente com as armaduras longitudinais, na seção transversal padrão da ponte, pode ser observada na figura 7.13.

Figura 7.12 – Lançamento das armaduras passivas longitudinais



(fonte: elaborada pela autora)

Quadro 7.6 – Características da armadura transversal superior da seção padrão

ARMADURA TRANSVERSAL SUPERIOR (TS)								
ANSYS								
VOLUME	Comprimento da aduela (cm)	Nº elementos	Comprimento do elemento (cm)	A <sub>ADOTADA</sub> (cm <sup>2</sup> )	Y <sub>TS</sub>	X <sub>TS</sub>	Seção (ANSYS)	Nº Barras/Elemento
1-5,14,15	465	3	465/3=155	15,58	0,85	0 e 0,5	4 e 5	2
6 e 7	465	3	465/3=155	10,39	0,79	0 e 0,5	18 e 19	2
21	465	3	465/3=155	4,08	0,76	0 e 0,5	41 e 42	2
23 e 25	465	3	465/3=155	10,39	0,76	0 e 0,5	45 e 46	2

(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.7 – Características da armadura transversal inferior da seção padrão

ARMADURA TRANSVERSAL INFERIOR (TI)								
ANSYS								
VOLUME	Comprimento da aduela (cm)	Nº elementos	Comprimento do elemento (cm)	A <sub>ADOTADA</sub> (cm <sup>2</sup> )	Y <sub>TI</sub>	X <sub>TI</sub>	Seção (ANSYS)	Nº Barras/Elemento
1 e 2	465	3	465/3=155	4,08	0,17	0 e 0,5	6 e 7	2
3-5,14, 15	465	3	465/3=155	6,36	0,17	0 e 0,5	12 e 13	2
16	465	3	465/3=155	10,39	0,33	0 e 0,5	25 e 26	2
19,20,22,24	465	3	465/3=155	10,39	0,24	0 e 0,5	37 e 38	2

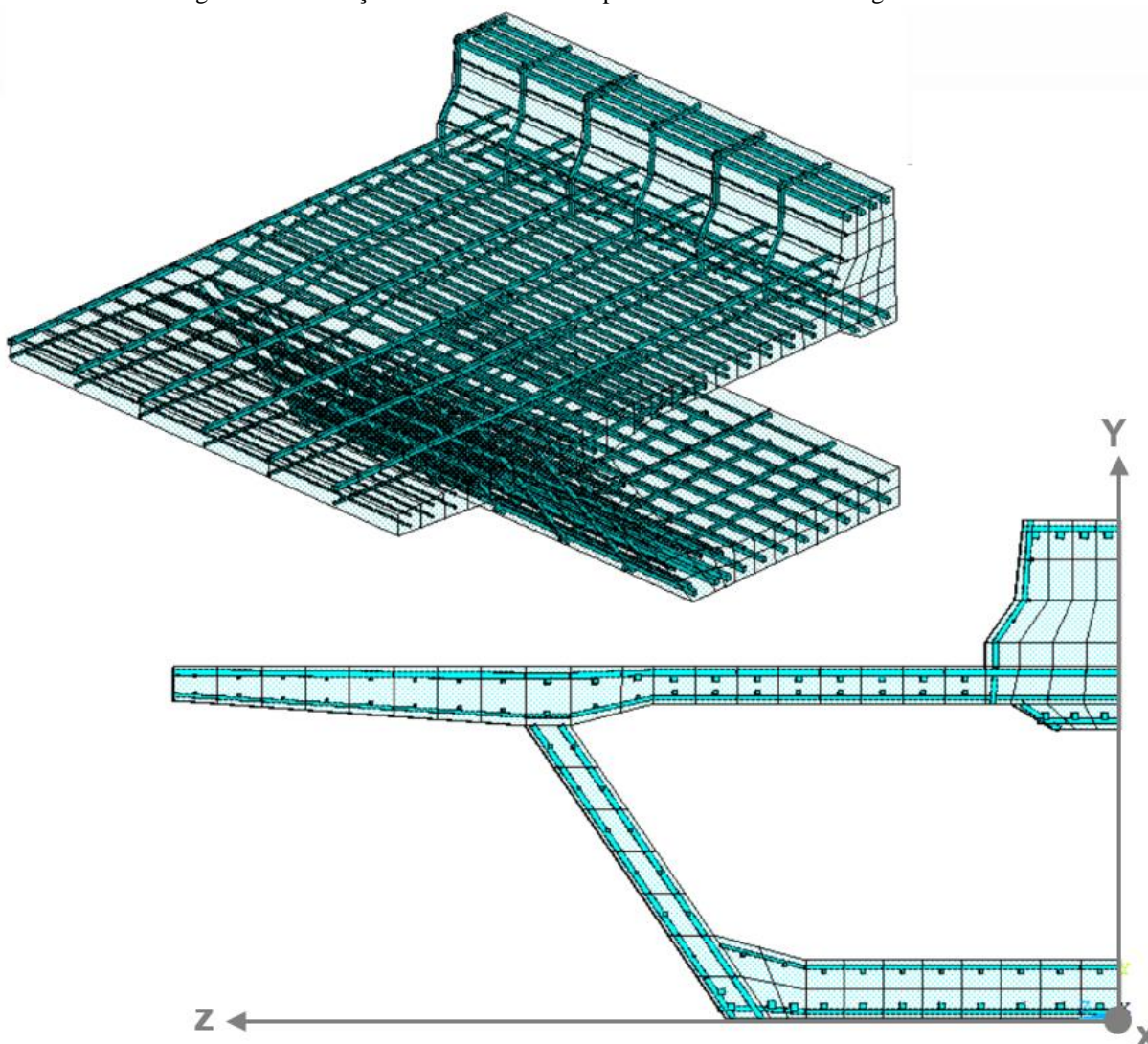
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.8 – Características da armadura transversal lateral da seção padrão

ARMADURA TRANSVERSAL LATERAL								
ANSYS								
VOLUME	Comprimento da aduela (cm)	Nº elementos	Comprimento do elemento (cm)	$A_{ADOTADA}$ (cm <sup>2</sup> )	$Z_{TLATERAL}$	$X_{TLATERAL}$	Seção (ANSYS)	Nº Barras/Elemento
6,8,10,12,14	465	3	465/3=155	10,39	0,3	0 e 0,5	20 e 21	2
16	465	3	465/3=155	10,39	0,3	0 e 0,5	27 e 28	2
17,18,19 (1)	465	3	465/3=155	12,71	0,19	0 e 0,5	31 e 32	2
17,18,19 (2)	465	3	465/3=155	12,71	0,81	0 e 0,5	33 e 34	2

(fonte: elaborado pela autora)

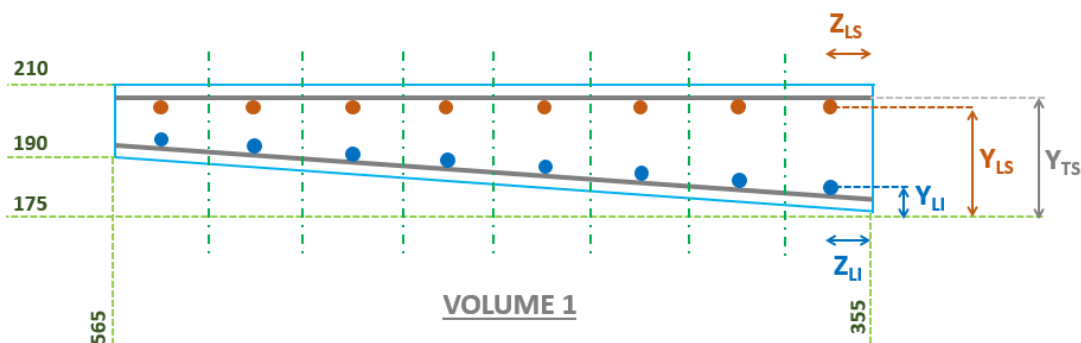
Figura 7.13 – Lançamento das armaduras passivas transversais e longitudinais



(fonte: elaborada pela autora)

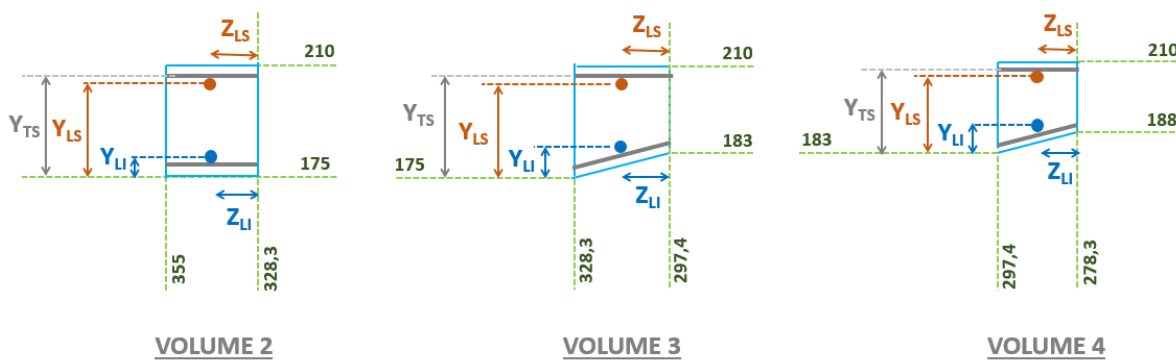
A fim de ilustrar as informações apresentadas nos quadros acima, as figuras 7.14 a 7.16 mostram os detalhes de lançamento das armaduras passivas (REINF264) ao longo dos volumes 1, 2, 3, 4 e 5. Para representar o comportamento das armaduras passivas foi utilizado o modelo constitutivo bilinear BISO, disponível na biblioteca do ANSYS. Para este modelo foi adotado coeficiente de Poisson de 0,3, módulo de elasticidade igual a 210.000 MPa e resistência do aço de 500 MPa.

Figura 7.14 – Exemplo de lançamento da armadura passiva – volume 1



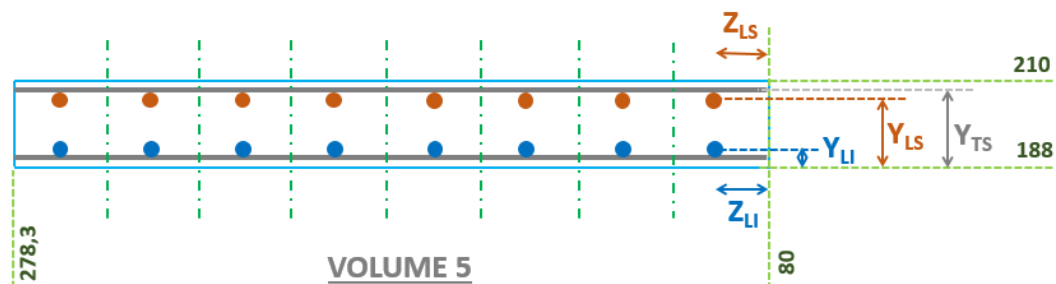
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.15 – Exemplo de lançamento da armadura passiva – volumes 2, 3 e 4



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.16 – Exemplo de lançamento da armadura passiva – volume 5



(fonte: elaborada pela autora)

As seções transversais enrijecidas do tipo WCP e WSP receberam as mesmas armaduras longitudinais implementadas na seção transversal padrão da ponte. Estas aduelas, de 35 cm de espessura, apresentam um reforço de armaduras transversais que estão detalhados nos quadros 7.9 a 7.11.

Quadro 7.9 – Características da armadura transversal superior da seção enrijecida

ARMADURA TRANSVERSAL SUPERIOR - REFORÇO								
ANSYS								
VOLUME	Comprimento do da seção w (cm)	Nº elementos	Comprimento do elemento (cm)	A <sub>ADOTADA</sub> (cm <sup>2</sup> )	Y <sub>TS</sub>	X <sub>TS</sub>	Seção (ANSYS)	Nº Barras/ Elemento
1-5,14,15	35	1	35	19,64	0,85	0,5	49	1
6 e 7	35	1	35	8,04	0,79	0,5	51	1
18,21,23,25	35	1	35	22,11	0,76	0,5	58	1
28-30	35	1	35	19,64	0,75	0,5	59	1

(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.10 – Características da armadura transversal inferior da seção enrijecida

ARMADURA TRANSVERSAL INFERIOR - REFORÇO								
ANSYS								
VOLUME	Comprimento do da seção w (cm)	Nº elementos	Comprimento do elemento (cm)	A <sub>ADOTADA</sub> (cm <sup>2</sup> )	Y <sub>TI</sub>	X <sub>TI</sub>	Seção (ANSYS)	Nº Barras/ Elemento
1-5,14,15	35	1	35	8,69	0,17	0,5	50	1
16	35	1	35	8,04	0,33	0,5	53	1
19,20,22,24	35	1	35	36,84	0,24	0,5	57	1

(fonte: elaborado pela autora)

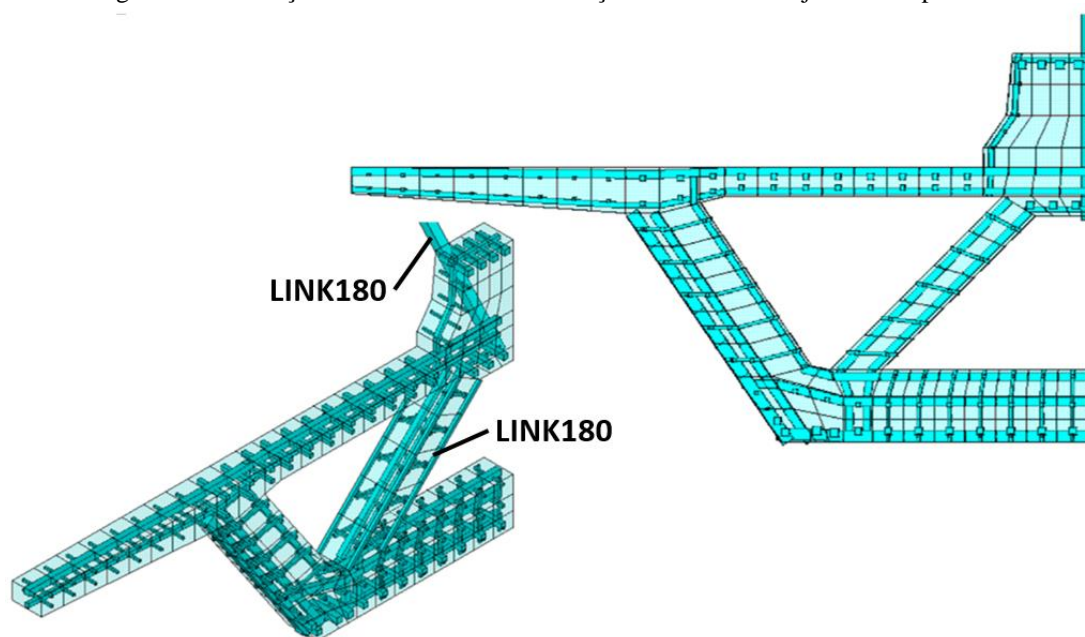
Quadro 7.11 – Características da armadura transversal lateral da seção enrijecida

ARMADURA TRANSVERSAL LATERAL - REFORÇO								
ANSYS								
VOLUME	Comprimento do da seção w (cm)	Nº elementos	Comprimento do elemento (cm)	A <sub>ADOTADA</sub> (cm <sup>2</sup> )	Z <sub>LATERAL</sub>	X <sub>LATERAL</sub>	Seção (ANSYS)	Nº Barras/ Elemento
6,8,10,12,14	35	1	35	8,04	0,3	0,5	52	1
2,17,18,19 (1)	35	1	35	46,66	0,19	0,5	54	1
2,17,18,19 (2)	35	1	35	22,11	0,81	0,5	55	1
3,26	35	1	35	12,28	0,84	0,5	56	1
22,23,27,28 (1)	35	1	35	14,73	0,2	0,5	60	1
22,23,27,28 (2)	35	1	35	14,73	0,8	0,5	61	1

(fonte: elaborado pela autora)

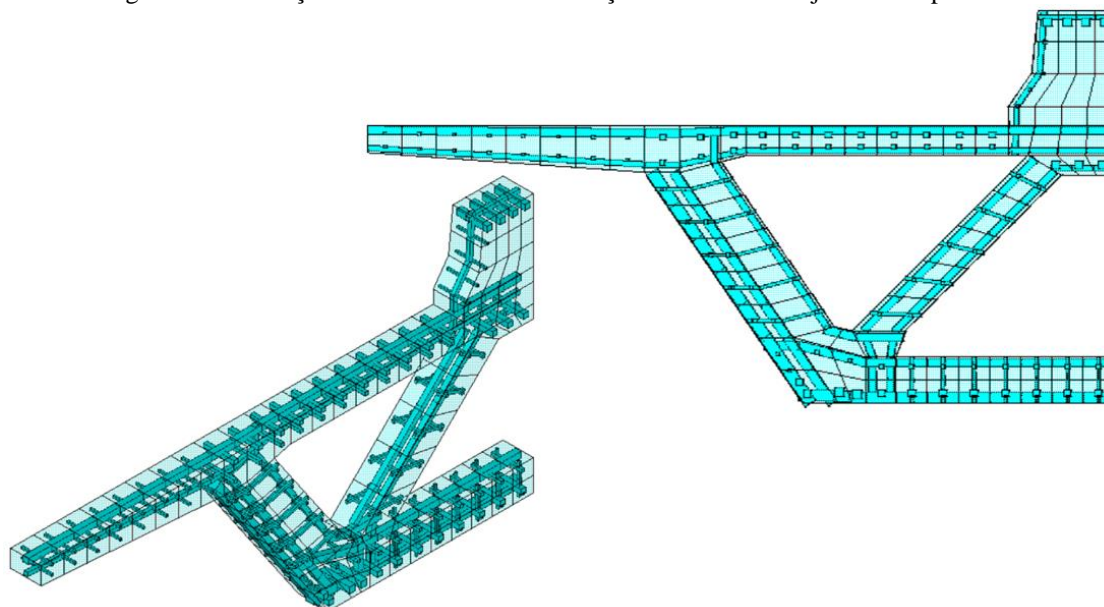
Em relação aos estribos destes elementos de reforço, foi adicionado aos volumes 17, 24, 25, 26 e 30, armadura de  $\phi 12,5$  c/15; e ao volume 27, armadura de  $\phi 10$  c/10. As figuras 7.17 e 7.18 mostram a discretização dos estribos e das armaduras de reforço nas seções do tipo WCP e WSP, respectivamente. Os números das seções adotadas no ANSYS para representar os estribos variam de 62 a 73. Na figura 7.17 é possível observar, também, os elementos LINK180, representados pelo estai e pelos cabos de protensão longitudinal.

Figura 7.17 – Lançamento das armaduras na seção transversal enrijecida do tipo WCP



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.18 – Lançamento das armaduras na seção transversal enrijecida do tipo WSP



(fonte: elaborada pela autora)

### 7.1.3 Elementos dos estais e dos cabos de protensão – LINK180

O elemento LINK180 foi escolhido para representar os 15 estais frontais e os cabos de protensão aderente diagonais, pertencentes à seção tipo WCP. Como os cabos de protensão longitudinal foram adicionados na estrutura somente após a construção de todas as aduelas, estes não foram considerados no modelo. Em relação aos estais, a fim de obter o mesmo greide de projeto, foram impostos deslocamentos nos nós superiores, pertencentes à conexão com o pilone. Os números dos materiais utilizados para representar os estais e os cabos de protensão diagonal estão listadas no quadro 7.12. As informações sobre os materiais utilizados e as tensões iniciais impostas nos cabos de protensão diagonais são as mesmas apresentadas no item 3.5.3. A seção de aço, utilizada em cada estai, está listada no item 3.5.1.

Quadro 7.12 – Número dos materiais utilizados no ANSYS

ESTAIS	Nº MATERIAL ANSYS PROTENSÃO DIAGONAL	Nº MATERIAL ANSYS ESTAIS
T04	10	100
T05	11	101
T06	12	102
T07	13	103
T08	14	104
T09	15	105
T10	16	106
T11	17	107
T12	18	108
T13	19	109
T14	20	110
T15	21	111
T16	22	112
T17	23	113
T18	24	114

(fonte: elaborado pela autora)

## 7.2 ETAPAS DE CÁLCULO – CASOS DE CARGA

Para a simulação numérica das etapas de construção da Ponte do Saber, no ANSYS, dividiu-se o cálculo em 78 casos de carga (quadro 7.13). De forma geral, a aduela inicial e as quatorze aduelas de 10 m de comprimento apresentam a seguinte sequência construtiva:



- a) ETAPA 1: análise dos efeitos do tempo durante os dias de concretagem da aduela;
- b) ETAPA 2: consideração do peso próprio (PP) da aduela e da carga da treliça de lançamento da próxima aduela. A partir da aduela 01, além de considerar o peso da treliça que auxiliará na concretagem da próxima aduela, também se leva em conta a retirada da carga da treliça utilizada na aduela anterior;
- c) ETAPA 2: realiza-se o tensionamento do estai localizado ao final da aduela. Este estaiamento é realizado através da imposição de deslocamento no nó superior, correspondente ao nó onde o estai se conectaria à torre;
- d) ETAPA 1: aplica-se um incremento de tempo de um dia, a fim de ativar o modelo da protensão para os cabos diagonais e para o estai na próxima etapa. Este incremento é necessário, pois o modelo só é ativado em uma etapa 2. Desta forma, para evitar problemas de convergência, a etapa de ativação do modelo de protensão foi considerada de forma separada, sendo após a imposição do deslocamento no estai;
- e) ETAPA 2: ativa-se o modelo da protensão, levando-se em conta a partir desta data os efeitos do tempo no material.

Quadro 7.13 – Etapas de cálculo utilizadas no modelo

Nº DO CASO DE CARGA	ETAPA	DATA (dias)	ADUELA	DESCRIÇÃO DO CASO DE CARGA
1	1	28	ADUINICIAL	28 dias de concretagem
2	2	28	ADUINICIAL	Consideração do PP + carga da treliça
3	2	28	ADUINICIAL	Estaiamento de T04
4	1	29	ADUINICIAL	Incremento de 1 dia
5	2	29	ADUINICIAL	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
6	1	81	ADU01	52 dias de concretagem
7	2	81	ADU01	Consideração do PP + carga da treliça
8	2	81	ADU01	Estaiamento de T05
9	1	82	ADU01	Incremento de 1 dia
10	2	82	ADU01	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
11	1	93	ADU02	11 dias de concretagem
12	2	93	ADU02	Consideração do PP + carga da treliça
13	2	93	ADU02	Estaiamento de T06
14	1	94	ADU02	Incremento de 1 dia
15	2	94	ADU02	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
16	1	105	ADU03	11 dias de concretagem
17	2	105	ADU03	Consideração do PP + carga da treliça
18	2	105	ADU03	Estaiamento de T07
19	1	106	ADU03	Incremento de 1 dia
20	2	106	ADU03	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai

continua

continuação

<b>Nº DO CASO DE CARGA</b>	<b>ETAPA</b>	<b>DATA (dias)</b>	<b>ADUELA</b>	<b>DESCRIÇÃO DO CASO DE CARGA</b>
21	1	117	ADU04	11 dias de concretagem
22	2	117	ADU04	Consideração do PP + carga da treliça
23	2	117	ADU04	Estaiamento de T08
24	1	118	ADU04	Incremento de 1 dia
25	2	118	ADU04	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
26	1	127	ADU05	9 dias de concretagem
27	2	127	ADU05	Consideração do PP + carga da treliça
28	2	127	ADU05	Estaiamento de T09
29	1	128	ADU05	Incremento de 1 dia
30	2	128	ADU05	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
31	1	138	ADU06	10 dias de concretagem
32	2	138	ADU06	Consideração do PP + carga da treliça
33	2	138	ADU06	Estaiamento de T10
34	1	139	ADU06	Incremento de 1 dia
35	2	139	ADU06	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
36	1	148	ADU07	9 dias de concretagem
37	2	148	ADU07	Consideração do PP + carga da treliça
38	2	148	ADU07	Estaiamento de T11
39	1	149	ADU07	Incremento de 1 dia
40	2	149	ADU07	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
41	1	166	ADU08	17 dias de concretagem
42	2	166	ADU08	Consideração do PP + carga da treliça
43	2	166	ADU08	Estaiamento de T12
44	1	167	ADU08	Incremento de 1 dia
45	2	167	ADU08	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
46	1	175	ADU09	8 dias de concretagem
47	2	175	ADU09	Consideração do PP + carga da treliça
48	2	175	ADU09	Estaiamento de T13
49	1	176	ADU09	Incremento de 1 dia
50	2	176	ADU09	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
51	1	184	ADU10	8 dias de concretagem
52	2	184	ADU10	Consideração do PP + carga da treliça
53	2	184	ADU10	Estaiamento de T14
54	1	185	ADU10	Incremento de 1 dia
55	2	185	ADU10	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
56	1	198	ADU11	13 dias de concretagem
57	2	198	ADU11	Consideração do PP + carga da treliça
58	2	198	ADU11	Estaiamento de T15
59	1	199	ADU11	Incremento de 1 dia
60	2	199	ADU11	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai

continua

continuação

Nº DO CASO DE CARGA	ETAPA	DATA (dias)	ADUELA	DESCRIÇÃO DO CASO DE CARGA
61	1	232	ADU12	33 dias de concretagem
62	2	232	ADU12	Consideração do PP + carga da treliça
63	2	232	ADU12	Estaiamento de T16
64	1	233	ADU12	Incremento de 1 dia
65	2	233	ADU12	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
66	1	247	ADU13	14 dias de concretagem
67	2	247	ADU13	Consideração do PP + carga da treliça
68	2	247	ADU13	Estaiamento de T17
69	1	248	ADU13	Incremento de 1 dia
70	2	248	ADU13	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
71	1	263	ADU14	15 dias de concretagem
72	2	263	ADU14	Consideração do PP + carga da treliça
73	2	263	ADU14	Estaiamento de T18 (imposição de deslocamentos)
74	1	264	ADU14	Incremento de 1 dia
75	2	264	ADU14	Ativa protensão do cabo diagonal e do estai
76	1	279	ADUFINAL	15 dias de concretagem
77	2	279	ADUFINAL	Consideração do PP da aduela
78	2	279	ADUFINAL	Imposição de $DY = 0$ no ponto de extremidade P0

(fonte: elaborado pela autora)

### 7.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS PELA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A análise dos resultados iniciou-se com o traçado dos gráficos de elevação do tabuleiro ao longo das fases construtivas da ponte. Nas figuras 7.19 a 7.47 estão indicados estes gráficos para as principais etapas da construção da Ponte do Saber, ou seja, os casos de carga onde se aplica o peso próprio da aduela e os casos de carga onde se aplica o estaiamento. A descrição de cada caso de carga pode ser observada no quadro 7.13, apresentado anteriormente.

A partir da análise destes resultados, observa-se que a curva obtida pelo ANSYS fica levemente abaixo do greide, nos casos onde se aplica o peso próprio da aduela, e volta para a posição do greide ou fica levemente superior a este, quando é feito o estaiamento. Já, a curva do monitoramento, nas etapas iniciais, coincide com a curva do greide após a aplicação do peso próprio da aduela, e fica acima do greide logo após a etapa de estaiamento. A partir do caso de carga N° 32, que corresponde a aplicação do peso próprio da aduela 6, já se observa que a curva

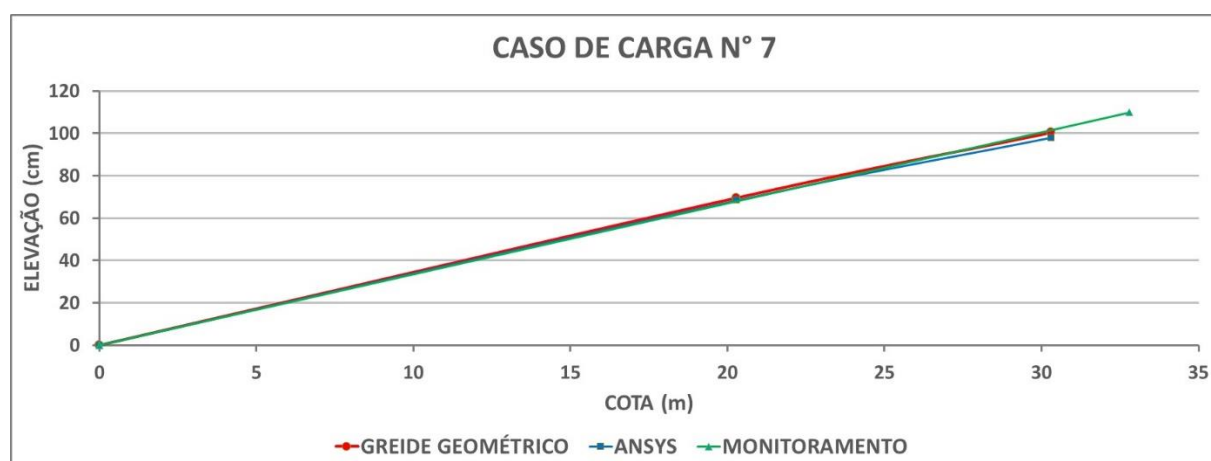
do monitoramento está acima do greide, tanto na fase de estaiamento, quanto na fase de aplicação do peso próprio.

O estaiamento foi simulado de maneira a respeitar que o tabuleiro retornasse à posição do greide, após a imposição de deslocamentos no nó superior do estai. Como os dados de monitoramento da ponte foram disponibilizados somente após a modelagem e cálculo da ponte no ANSYS, gerou-se uma diferença nos valores determinados nas duas situações.

O método simplificado, utilizado em projeto, considerou deslocamentos verticais maiores, gerando, por exemplo, uma diferença de 42 cm em relação ao greide, no caso de carga N° 77. Observou-se, que, por não terem sido utilizados no projeto *softwares* que considerassem precisamente os efeitos de fluência no concreto, as estimativas foram exageradas, gerando uma diferença significativa em relação ao greide no momento de encontro com a outra extremidade.

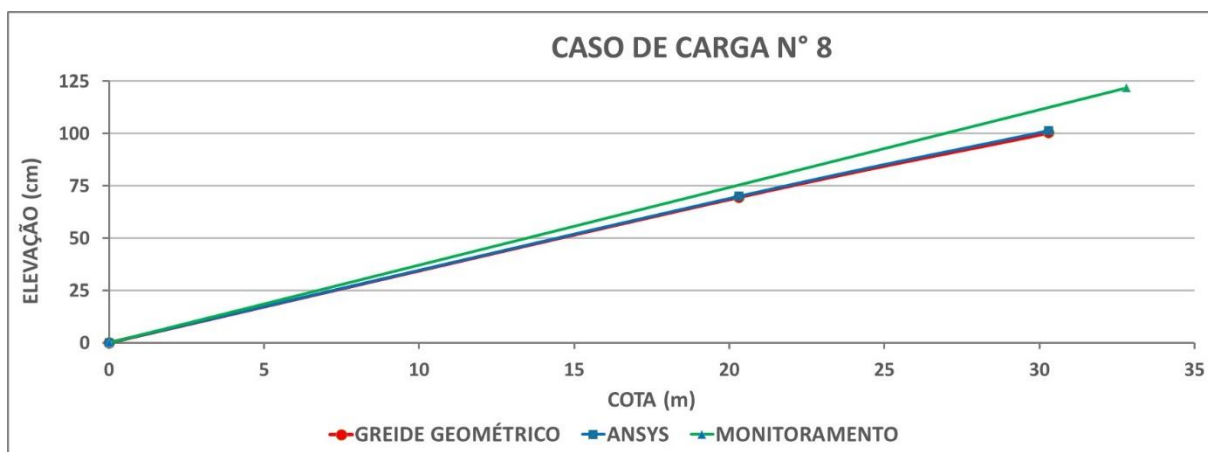
Ao analisar a fluência no modelo do ANSYS, observou-se que seus efeitos não foram tão significativos, quanto se estimou em projeto. Isto deve-se ao fato de que regiões dos elementos de concreto estarem sendo submetidas a esforços de tração e compressão de forma alternada, ao longo da sua construção. Esta é uma situação bem diferente de uma peça que está submetida, unicamente, à ação de compressão, onde os efeitos de fluência serão mais significativos.

Figura 7.19 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 7



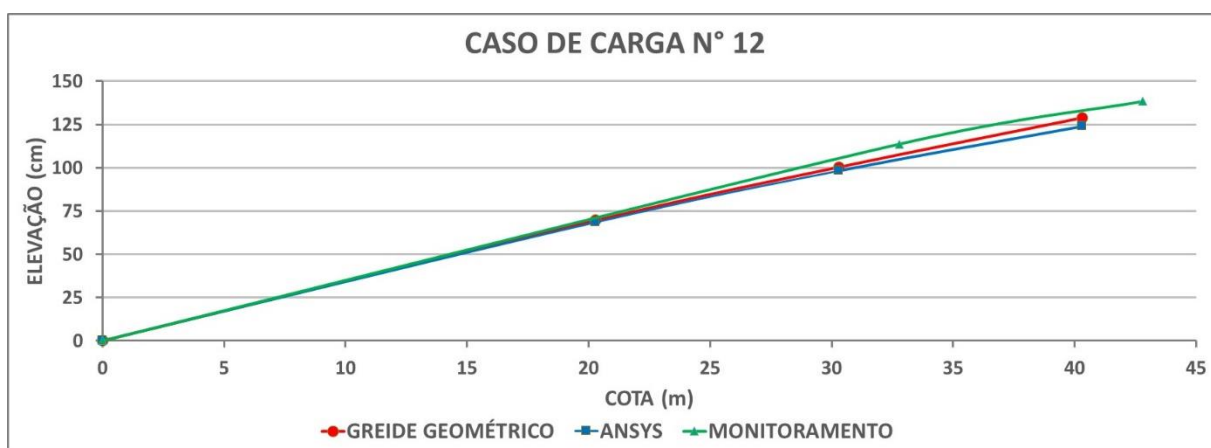
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.20 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 8



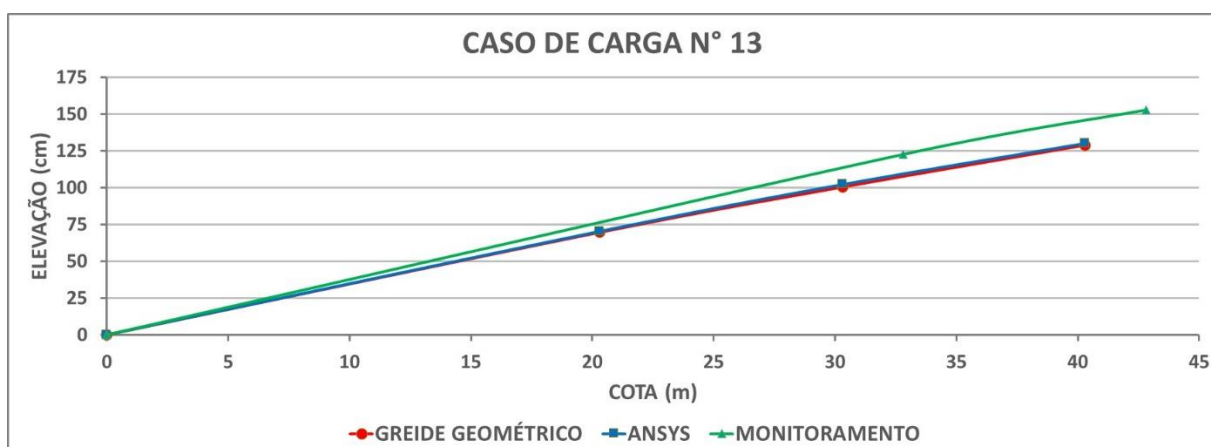
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.21 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 12



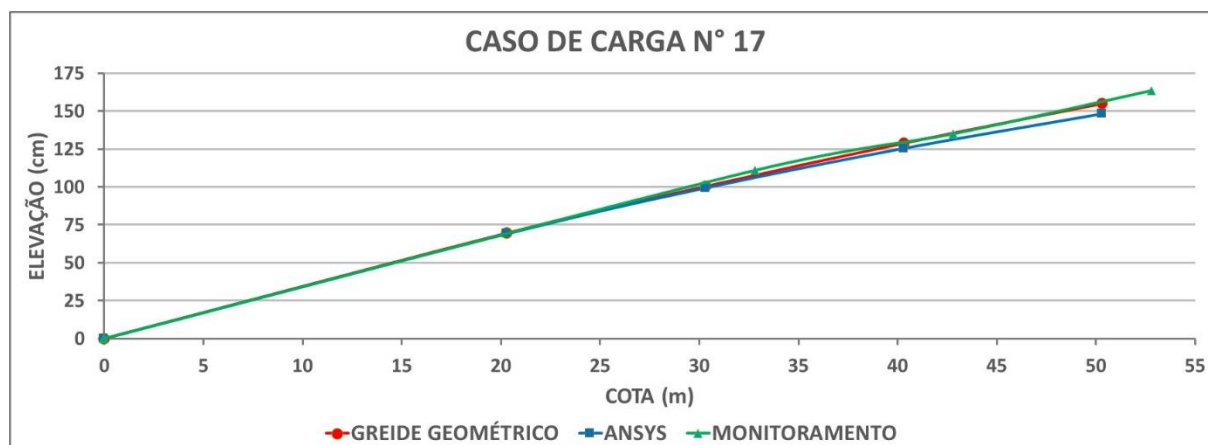
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.22 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 13



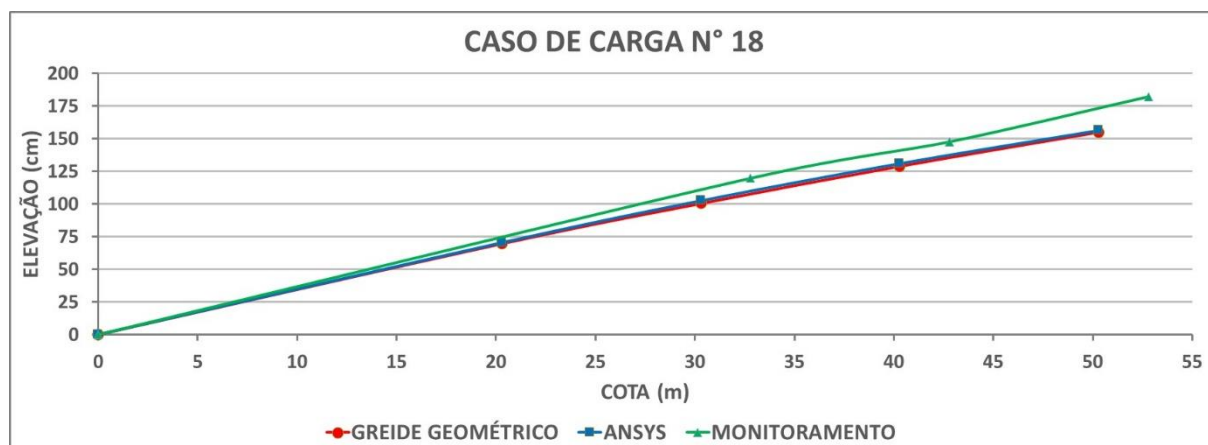
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.23 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 17



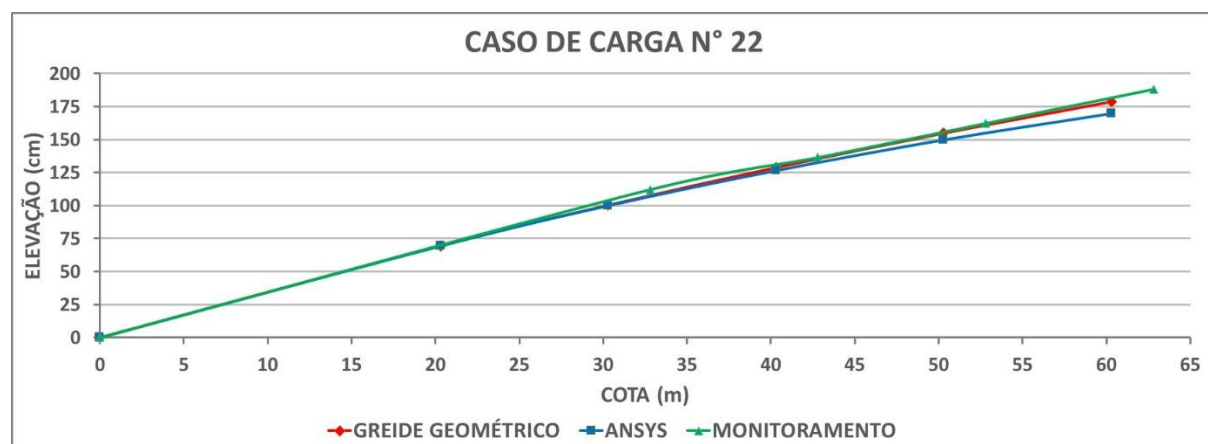
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.24 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 18



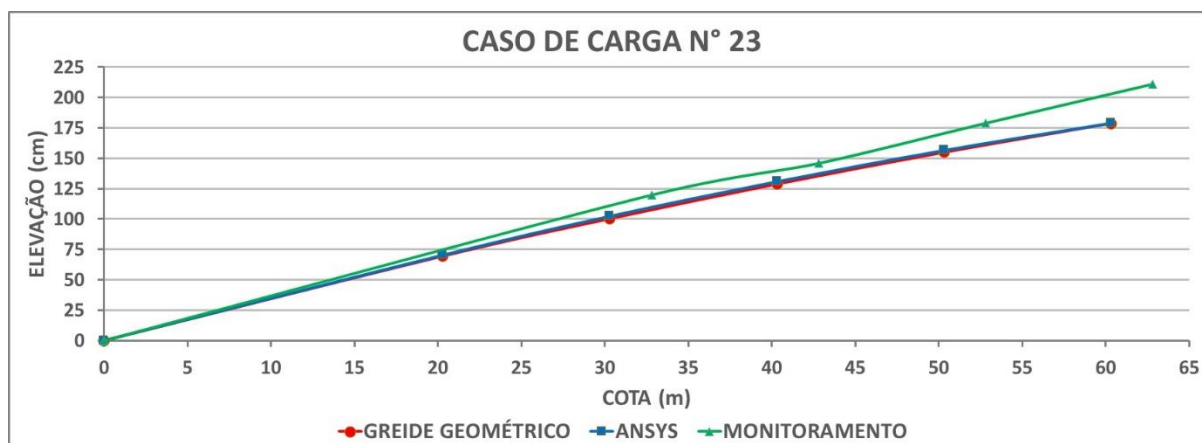
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.25 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 22



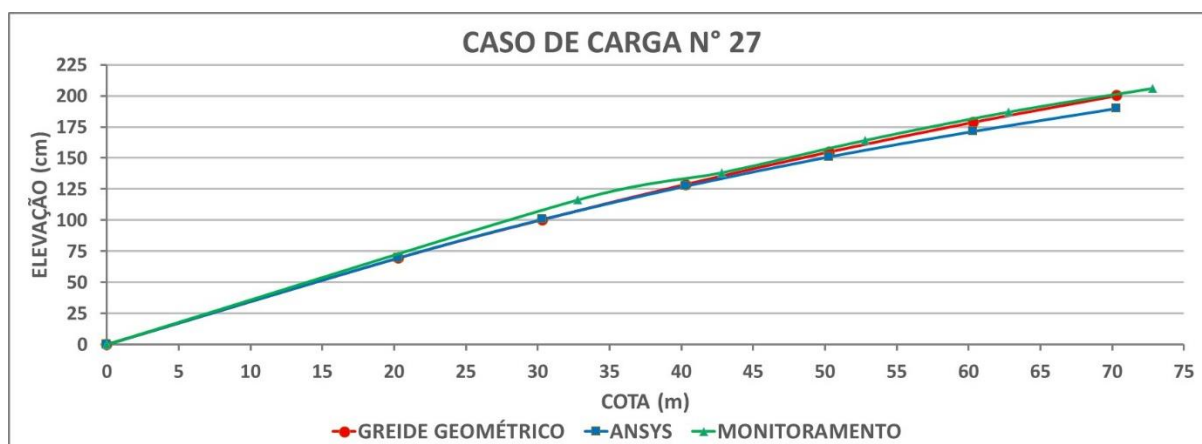
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.26 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 23



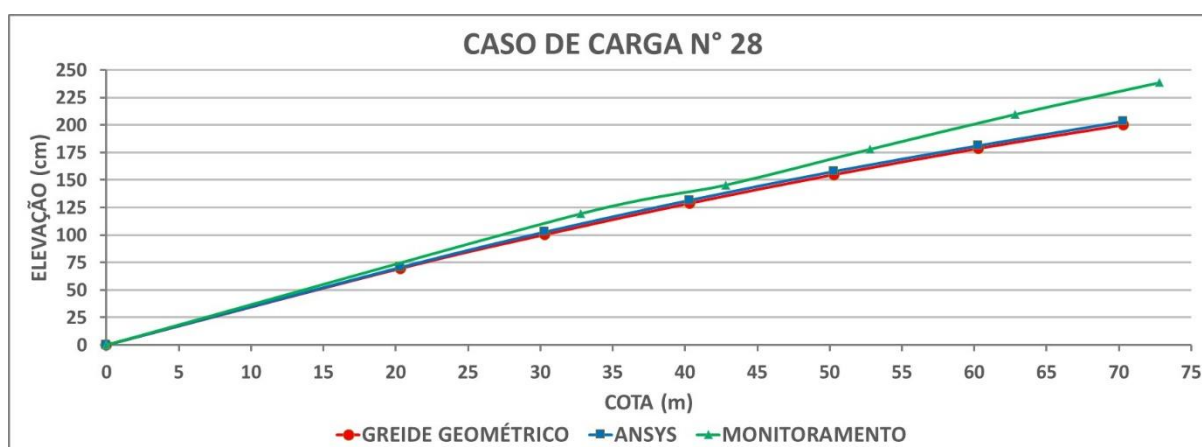
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.27 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 27



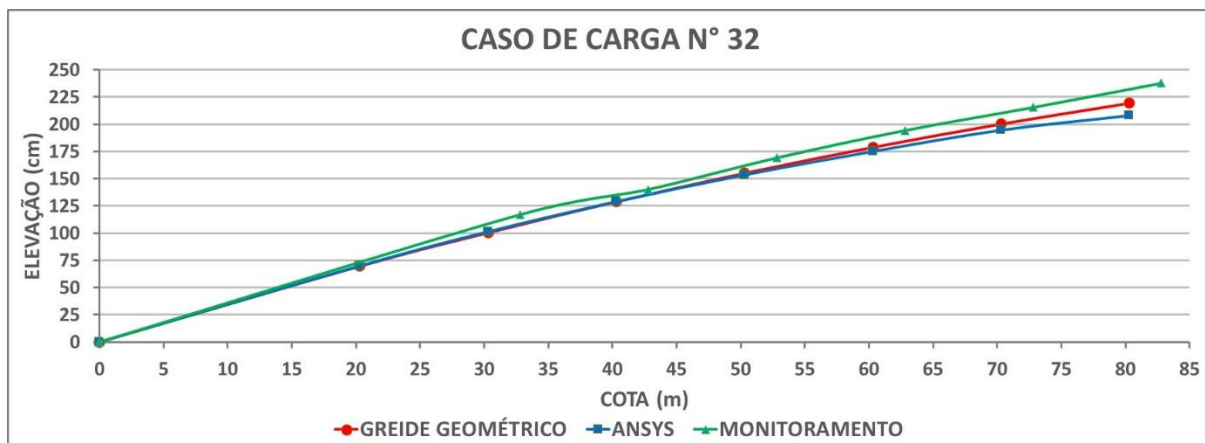
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.28 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 28



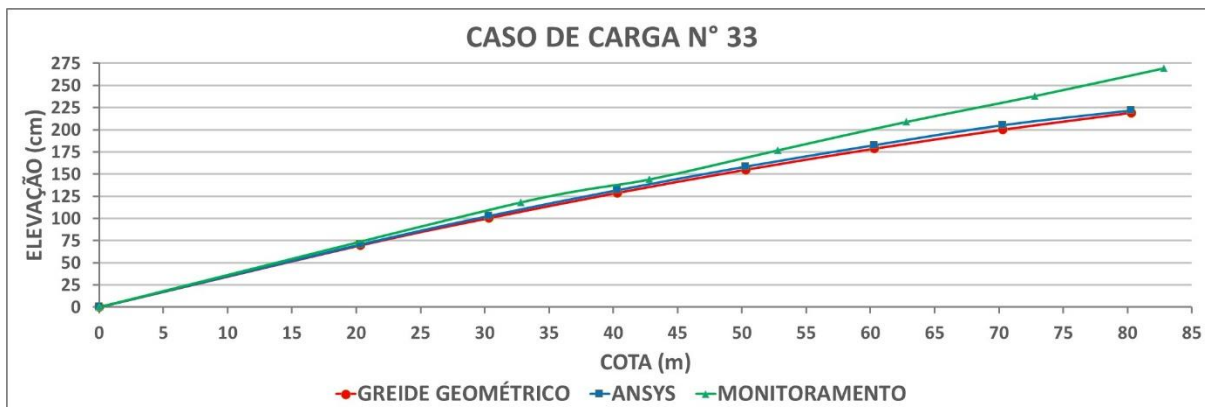
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.29 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 32



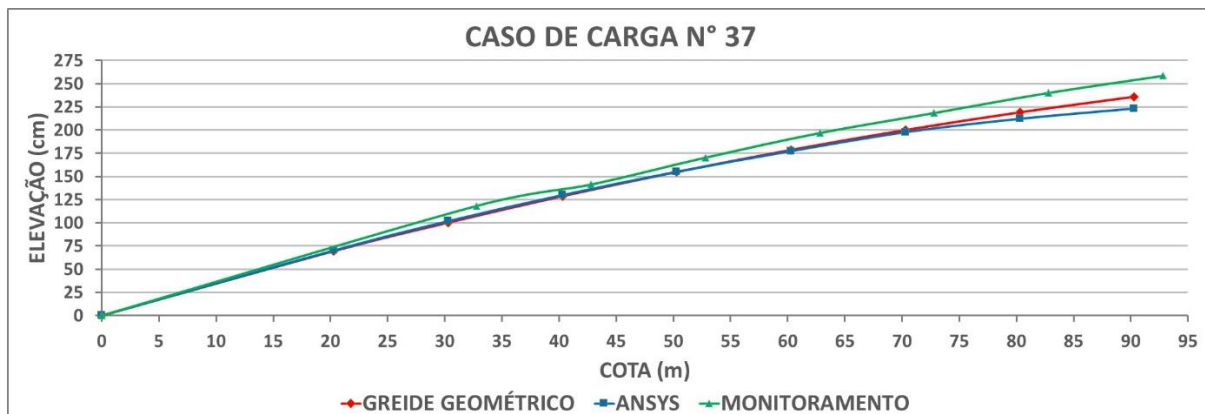
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.30 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 33



(fonte: elaborada pela autora)

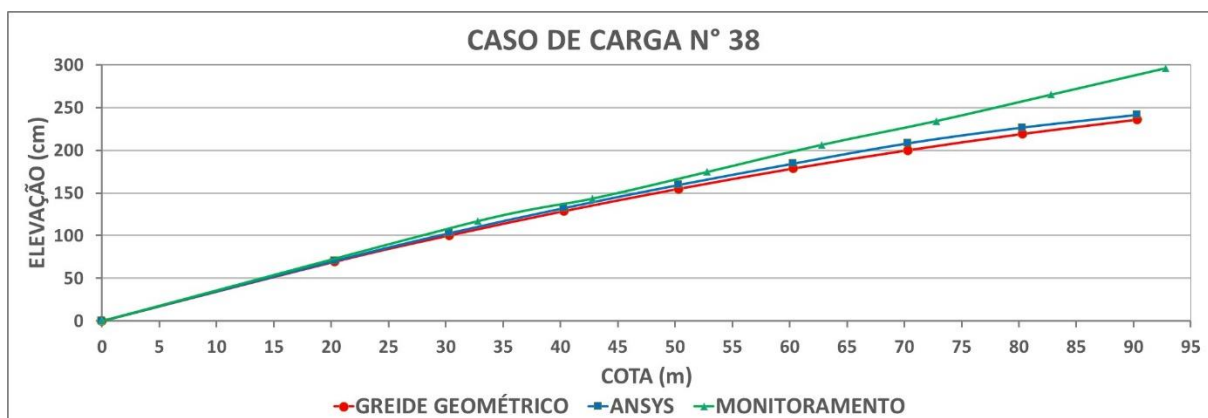
Figura 7.31 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 37



(fonte: elaborada pela autora)

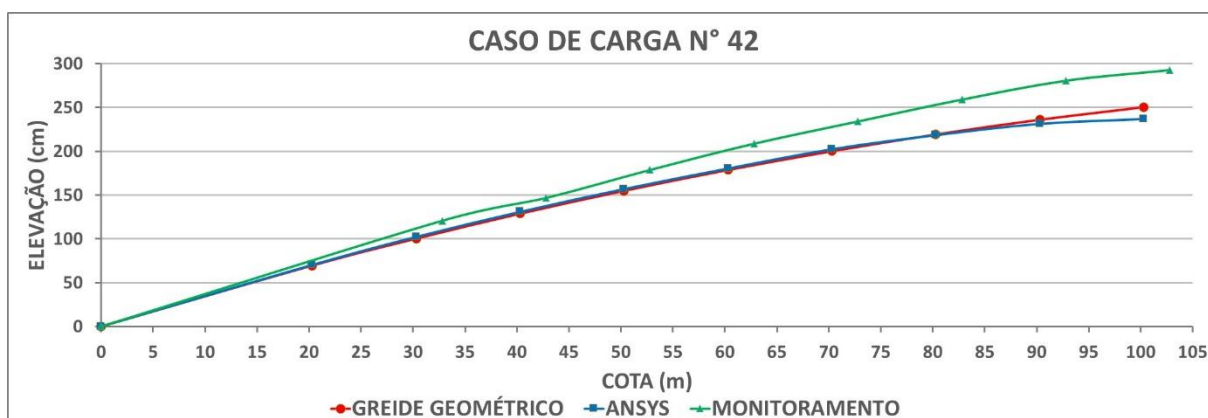


Figura 7.32 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 38



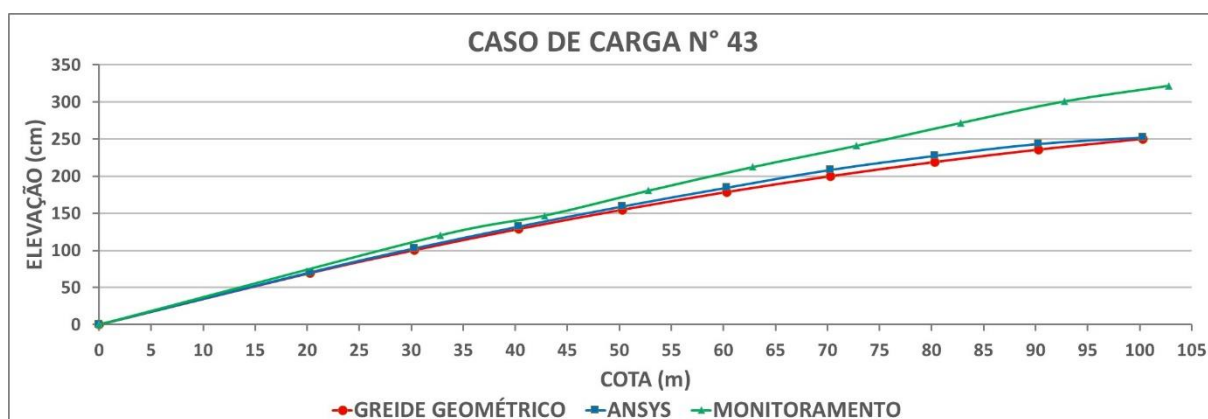
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.33 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 42



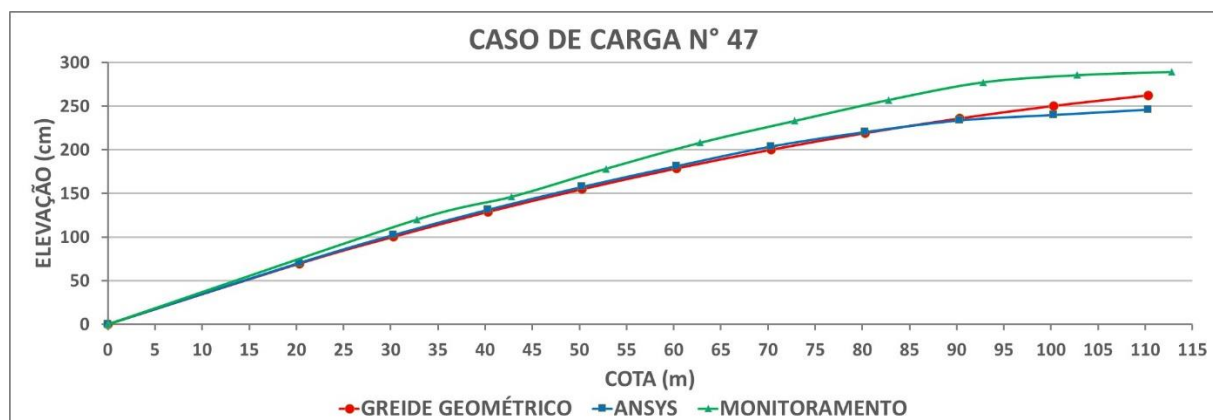
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.34 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 43



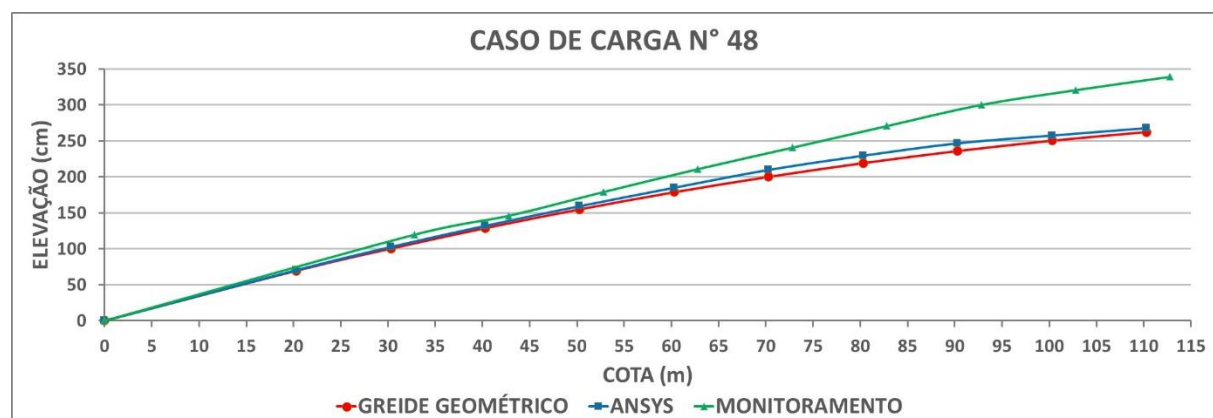
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.35 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 47



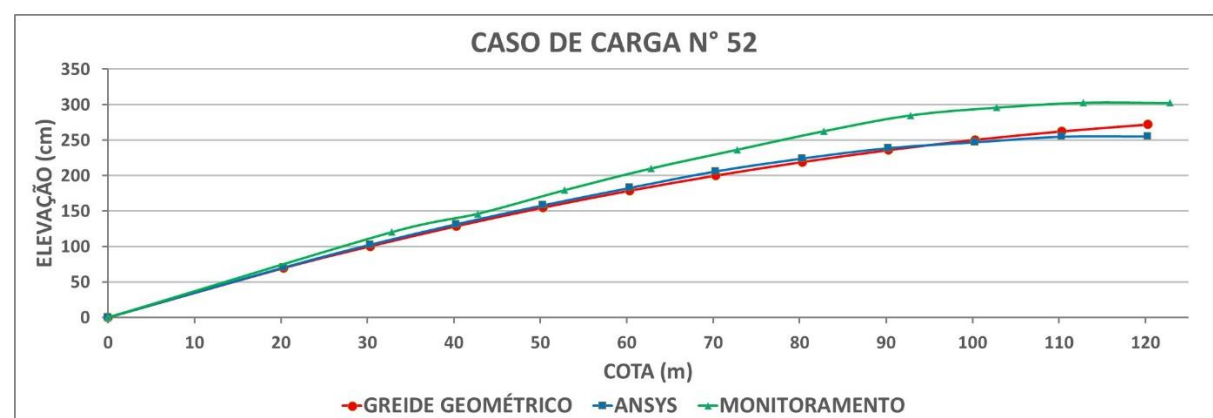
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.36 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 48



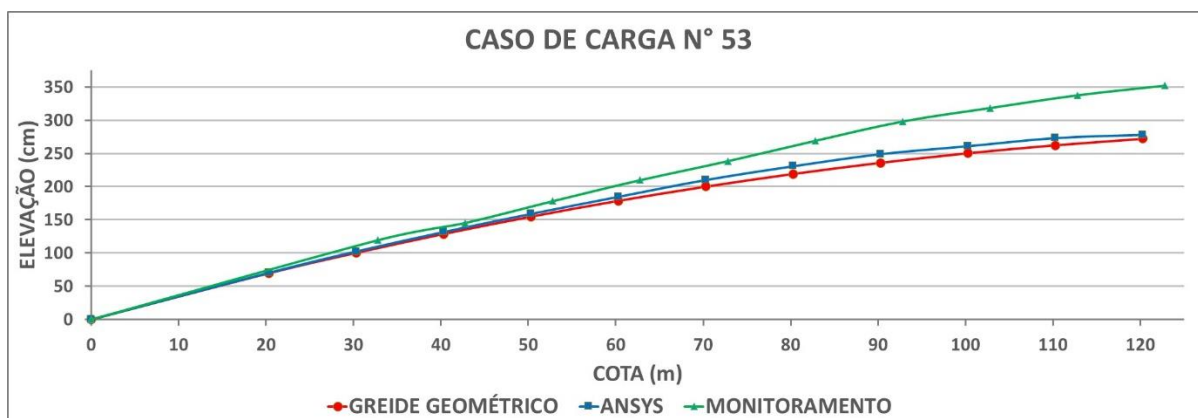
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.37 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 52



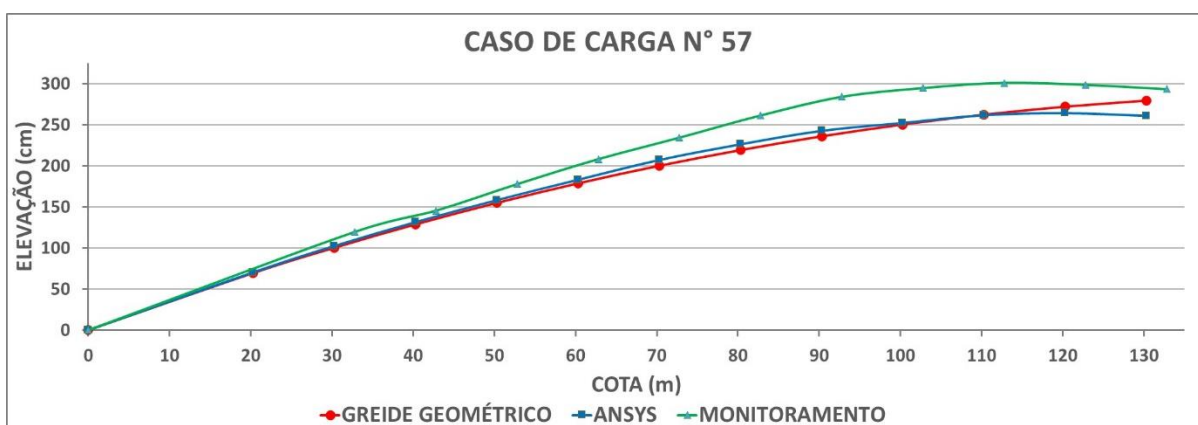
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.38 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 53



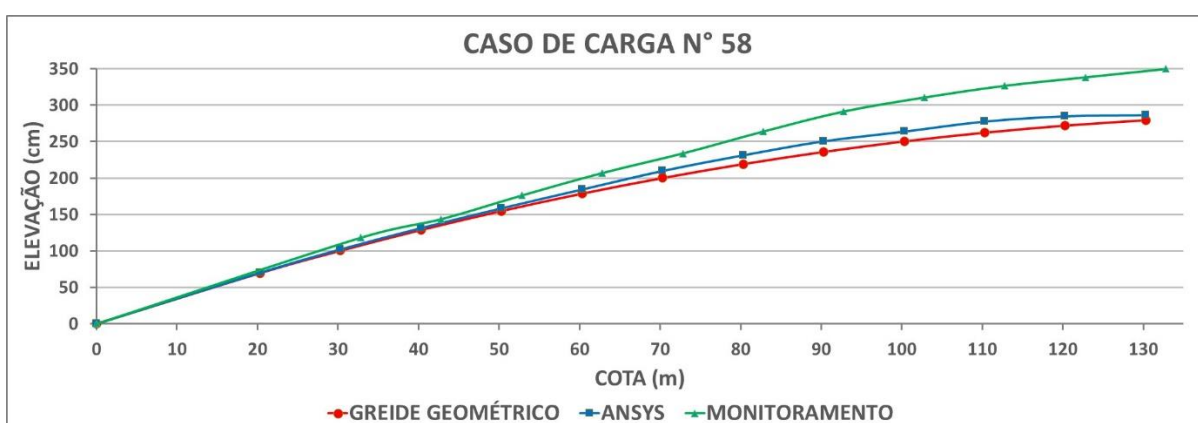
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.39 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 57



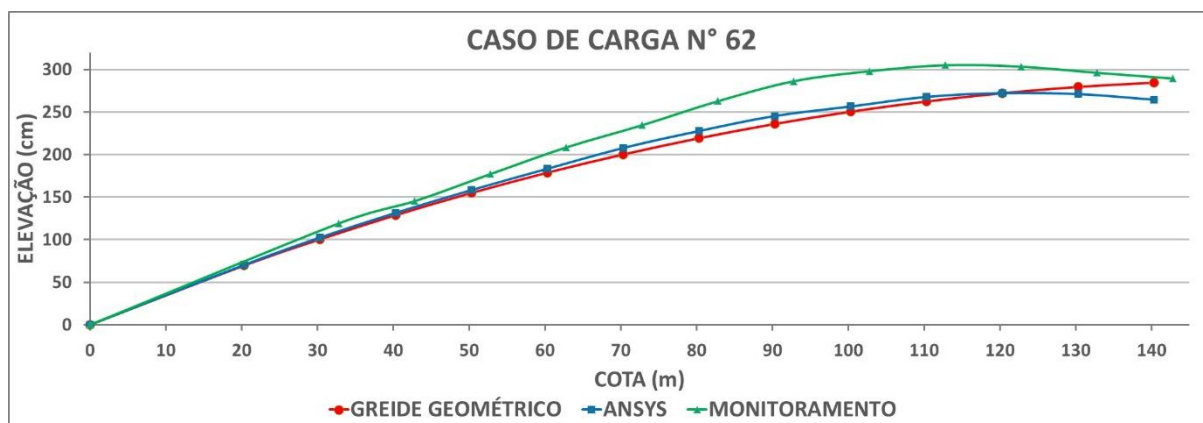
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.40 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 58



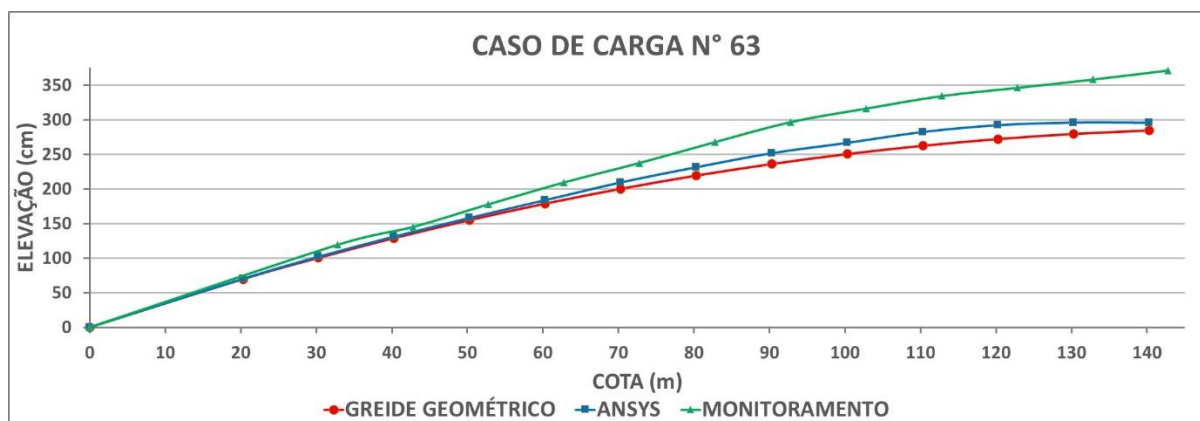
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.41 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 62



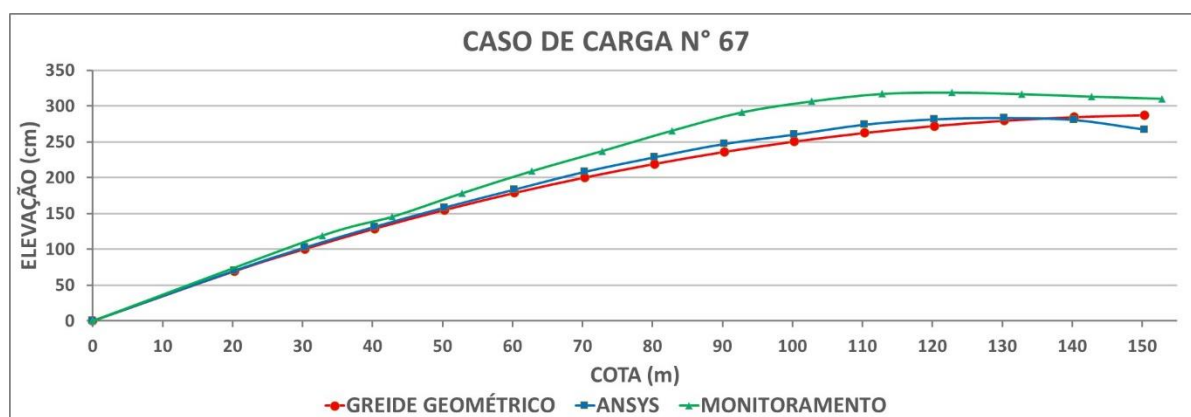
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.42 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 63



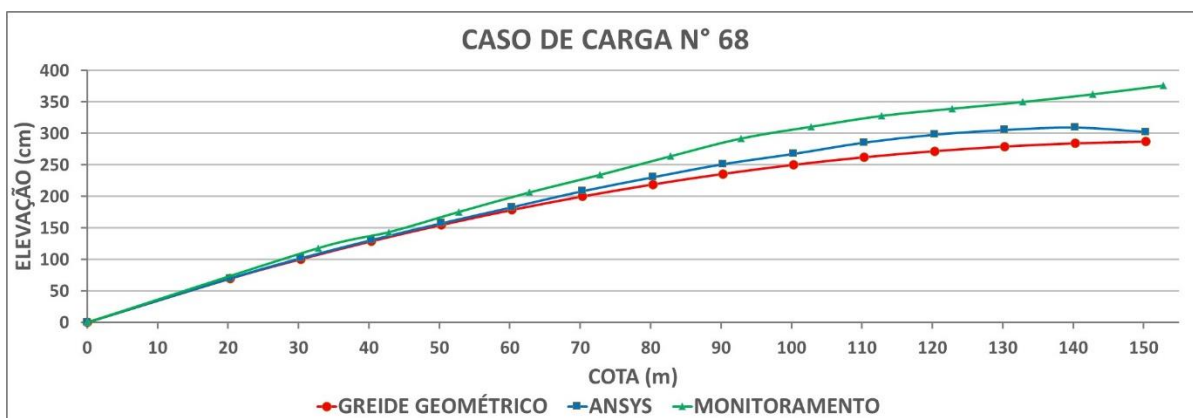
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.43 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 67



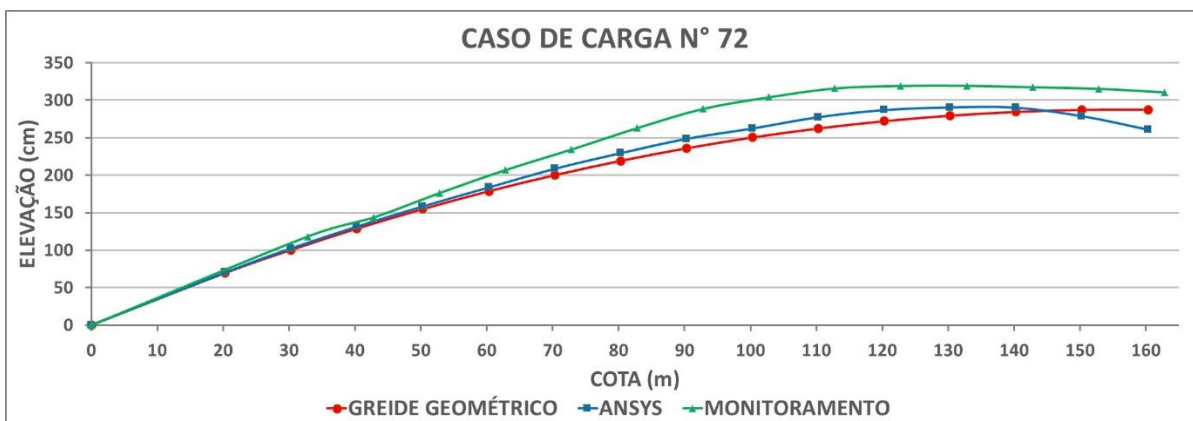
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.44 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 68



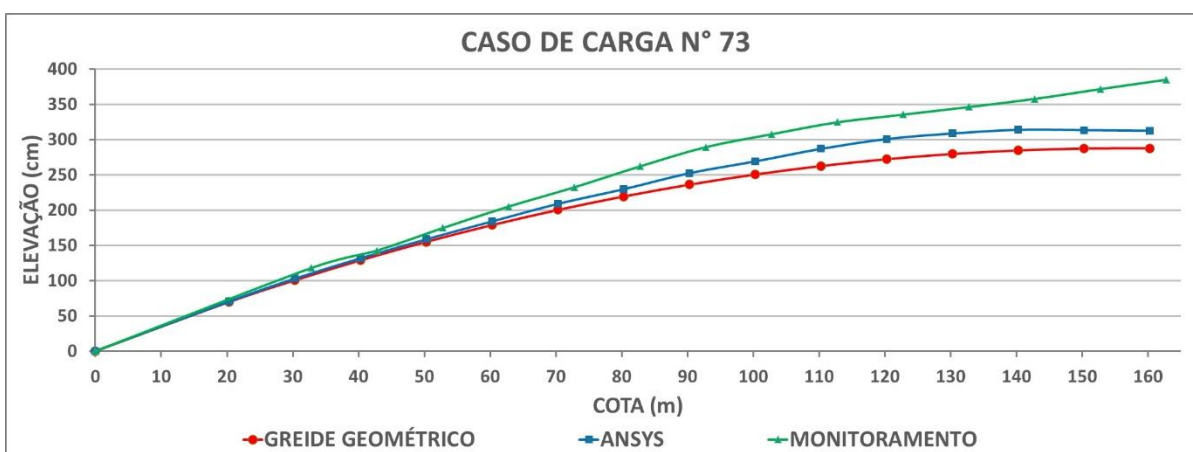
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.45 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 72



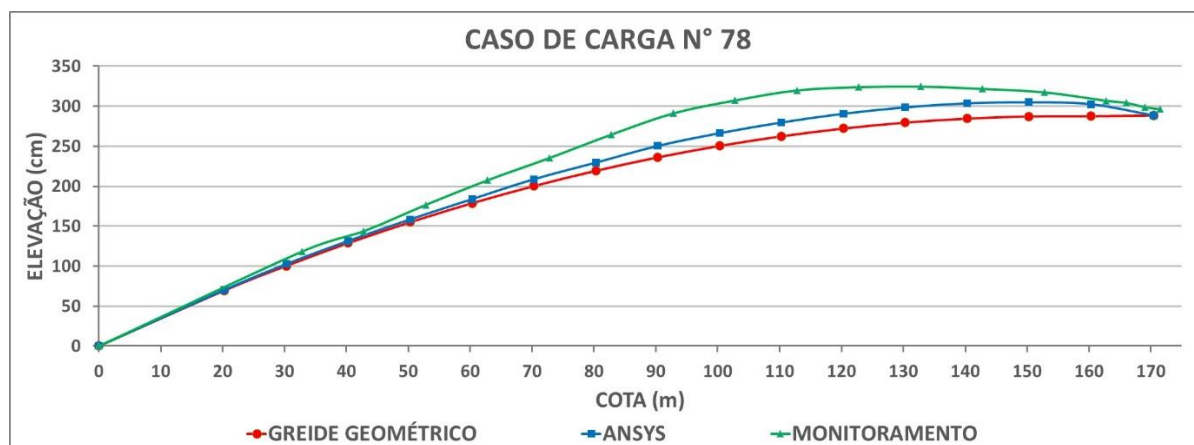
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.46 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 73



(fonte: elaborada pela autora)

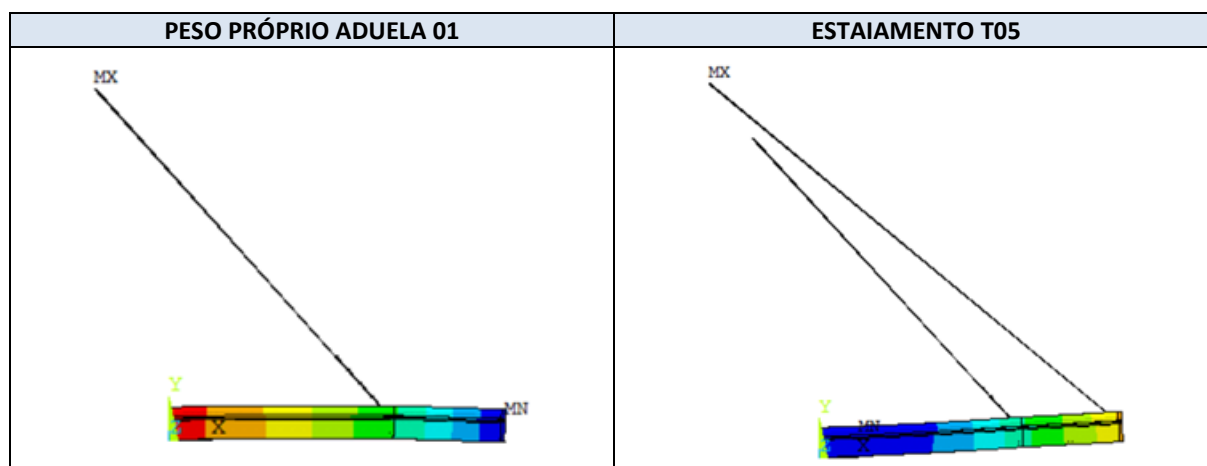
Figura 7.47 – Diagrama elevação x cota – CASO DE CARGA N° 78



(fonte: elaborada pela autora)

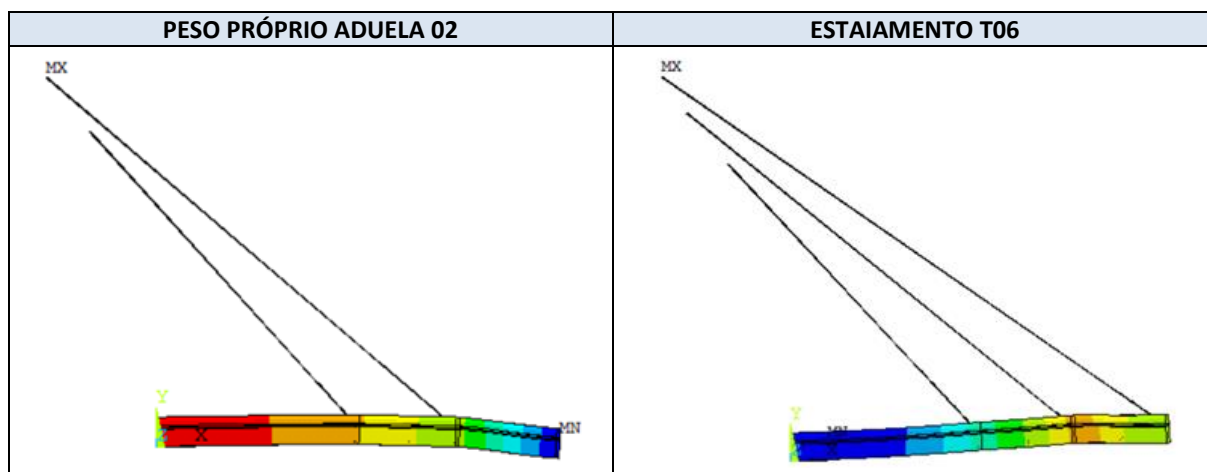
Os quadros 7.14 a 7.27 mostram os deslocamentos verticais resultantes na aduela inicial e nas 14 aduelas de 10 m, indicando a aplicação do peso próprio e o estaiamento da aduela. A partir destas imagens, observa-se um comportamento similar das aduelas ao serem carregadas e ao serem estaiadas. Estas deformadas correspondem aos gráficos apresentados nas figuras 7.17 a 7.47.

Quadro 7.14 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 7 e N° 8



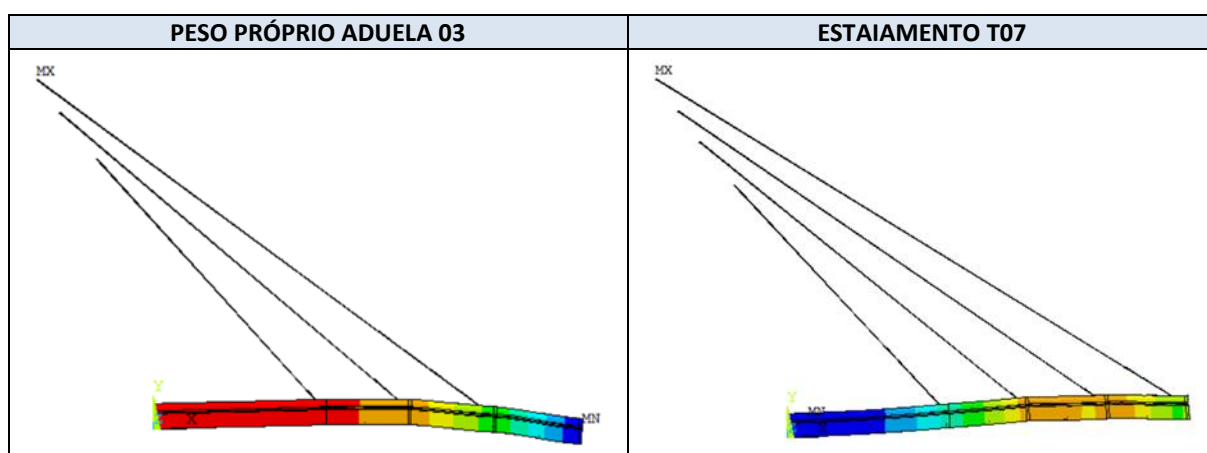
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.15 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 12 e N° 13



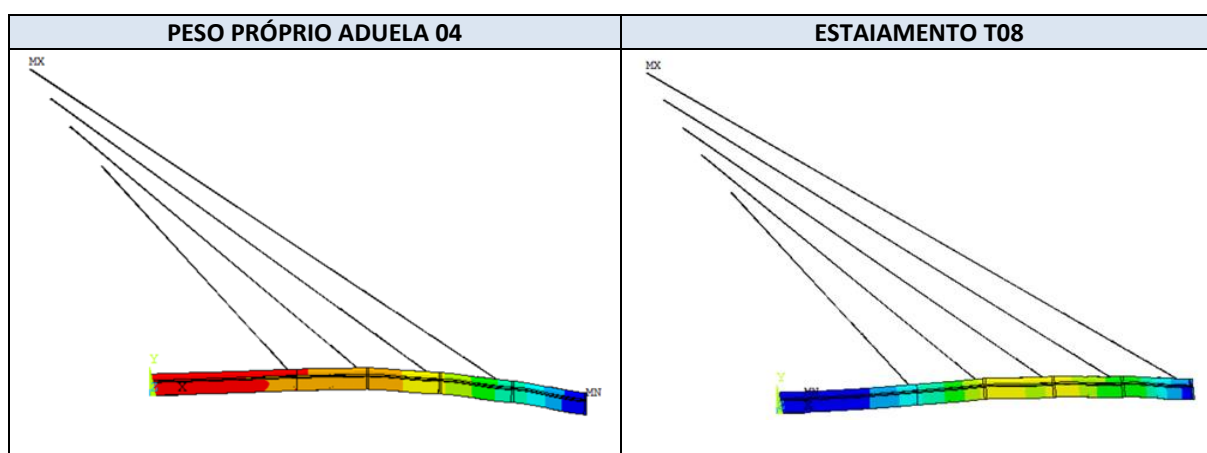
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.16 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 17 e N° 18



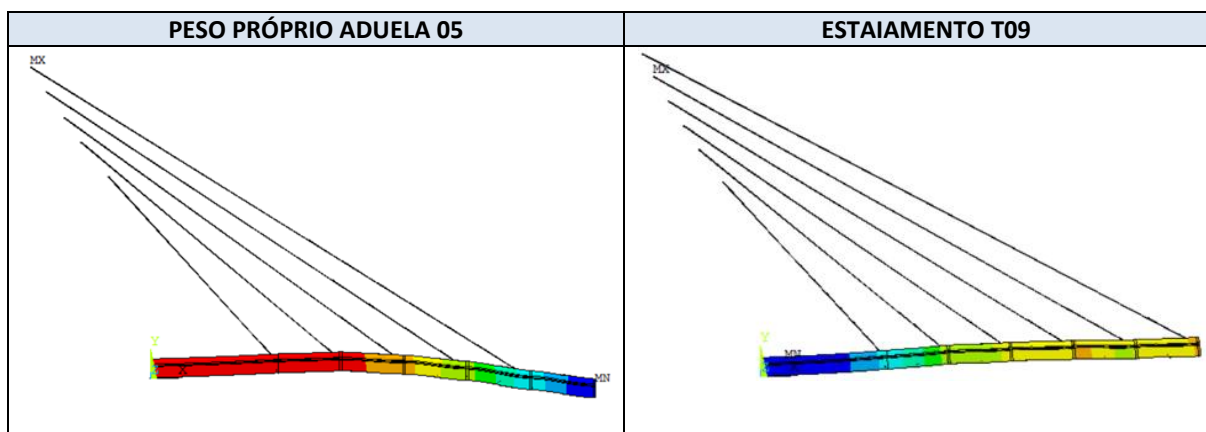
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.17 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 22 e N° 23



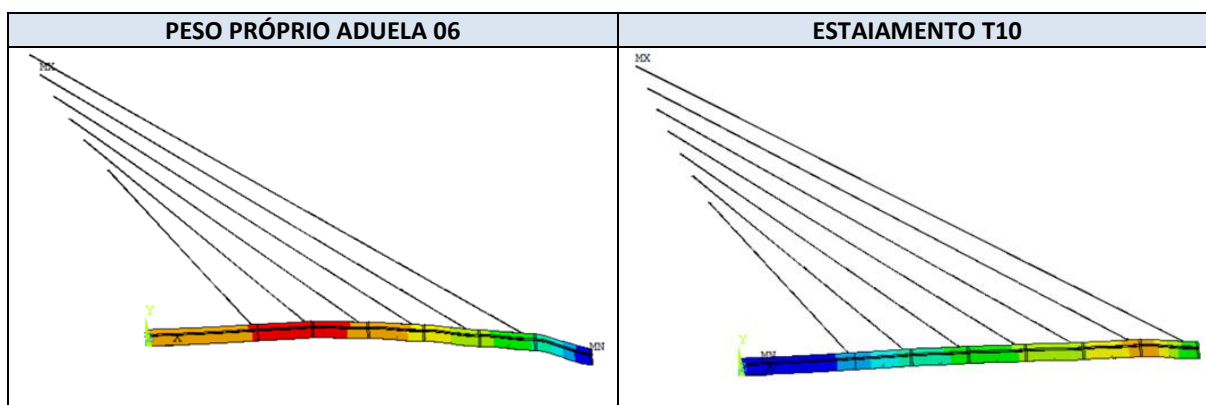
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.18 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 27 e N° 28



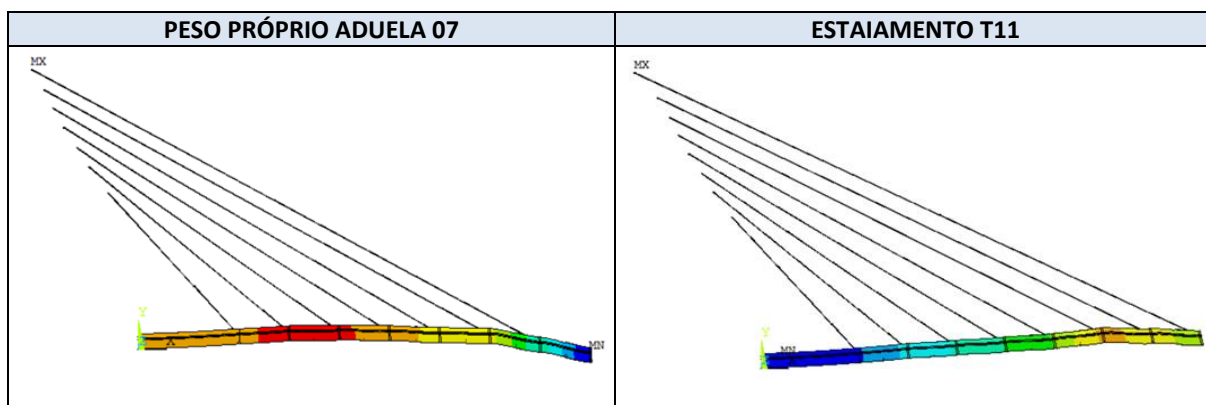
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.19 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 32 e N° 33



(fonte: elaborado pela autora)

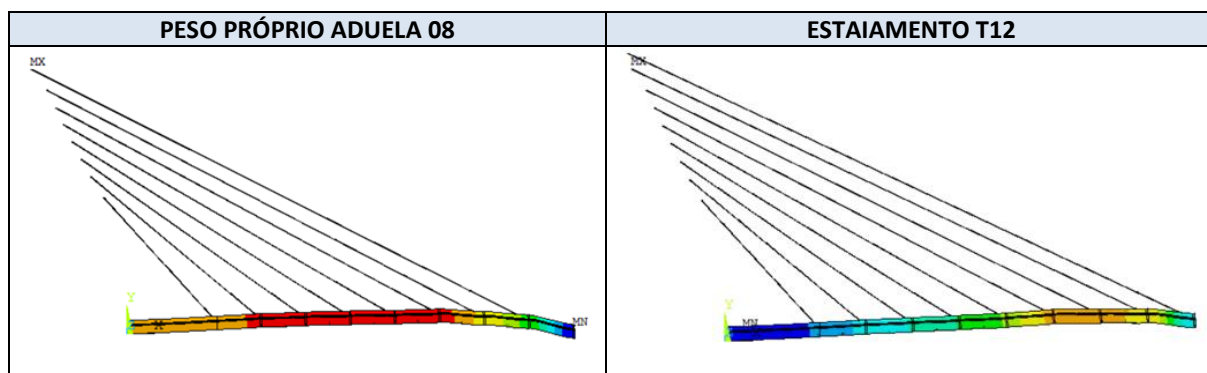
Quadro 7.20 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 37 e N° 38



(fonte: elaborado pela autora)

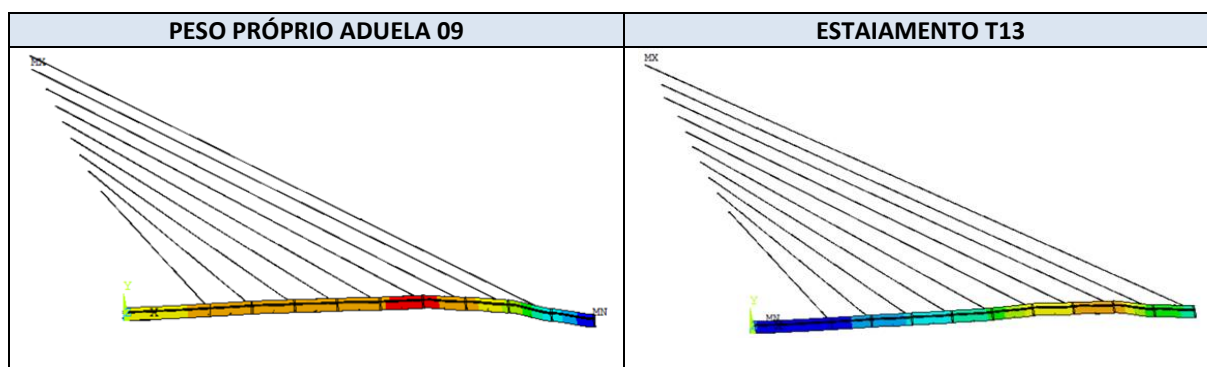


Quadro 7.21 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 42 e N° 43



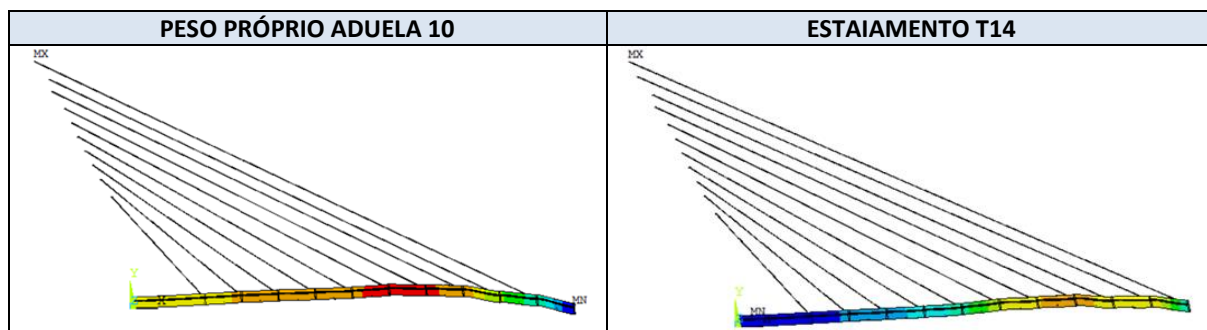
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.22 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 47 e N° 48



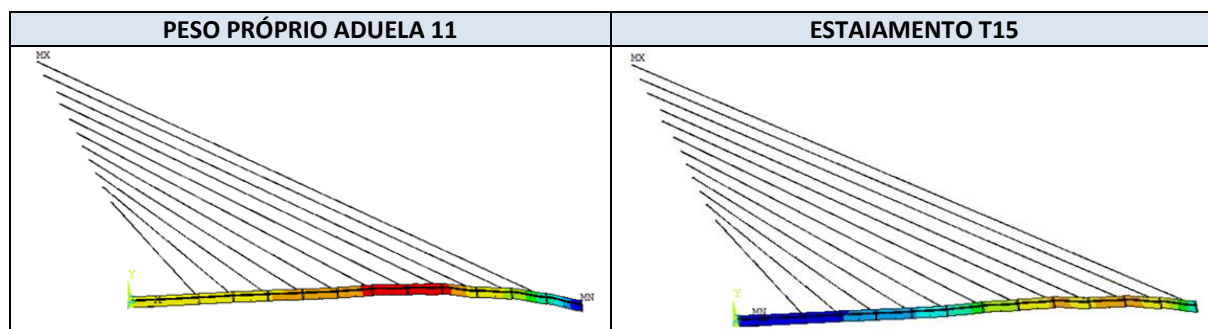
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.23 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 52 e N° 53



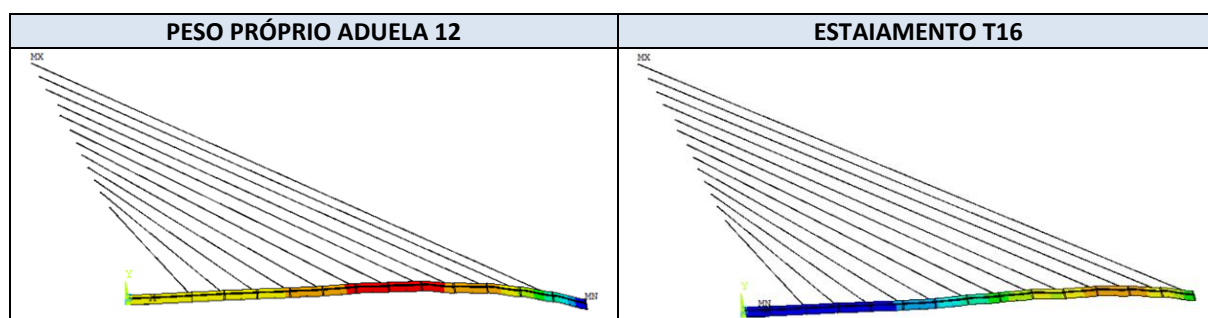
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.24 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 57 e N° 58



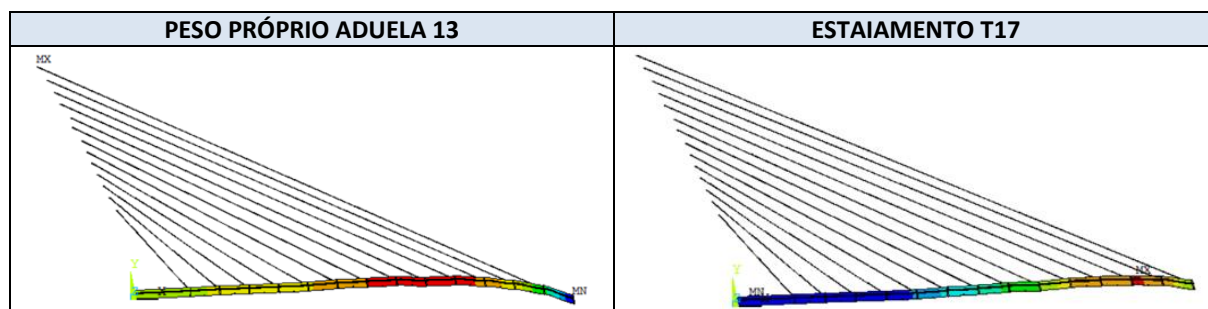
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.25 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 62 e N° 63



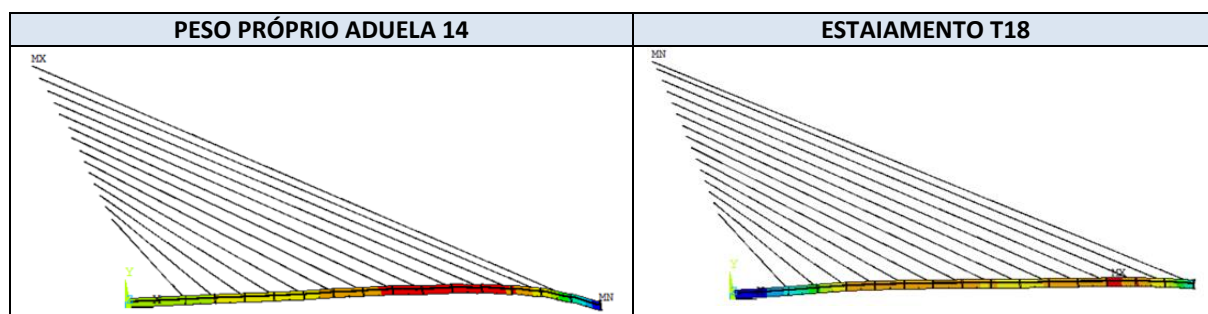
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.26 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 67 e N° 68



(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.27 – Deformada – CASOS DE CARGA N° 72 e N° 73



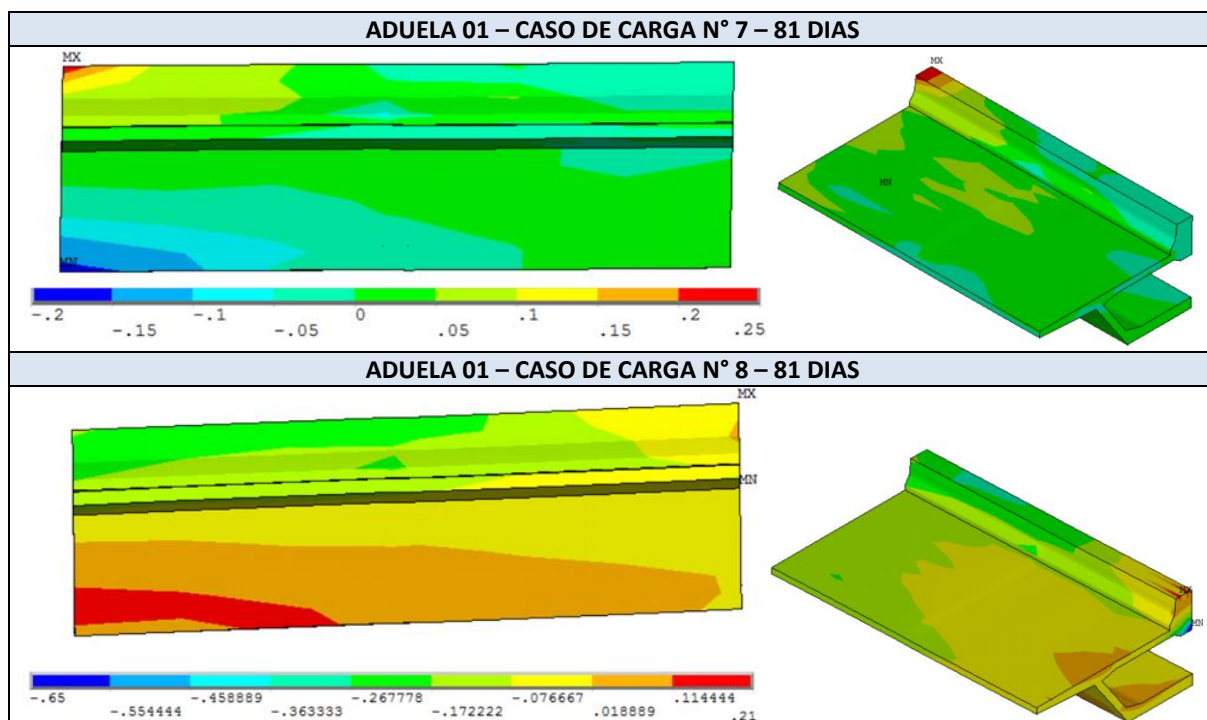
(fonte: elaborado pela autora)

Como esta análise gerou um volume muito grande de resultados, não será possível apresentar os diagramas de tensões no concreto e no aço de toda a estrutura. Desta forma, escolheram-se apenas alguns resultados pontuais relevantes a serem apresentados para a análise.

Por exemplo, no quadro 7.28 foram indicadas as tensões no concreto da aduela 01, quando esta é submetida aos casos de carga N° 7, 8, 22, 23, 42, 43, 62 e 63. Ao observar estes diagramas, percebe-se que o concreto apresenta tensões de tração na face superior da seção transversal, quando se aplica o peso próprio da estrutura. E, ao se aplicar o estaiamento, nota-se uma inversão de tensões, ocorrendo, assim, tensões de tração na face inferior da seção. Este efeito percebe-se claramente nos primeiros casos de carga. Depois, à medida que a ponte avança, as tensões vão estabilizando com compressão na face superior e tração na face inferior. Observa-se também que, quanto maior a idade da aduela, maior é a resistência do concreto em relação aos efeitos de tração e compressão.

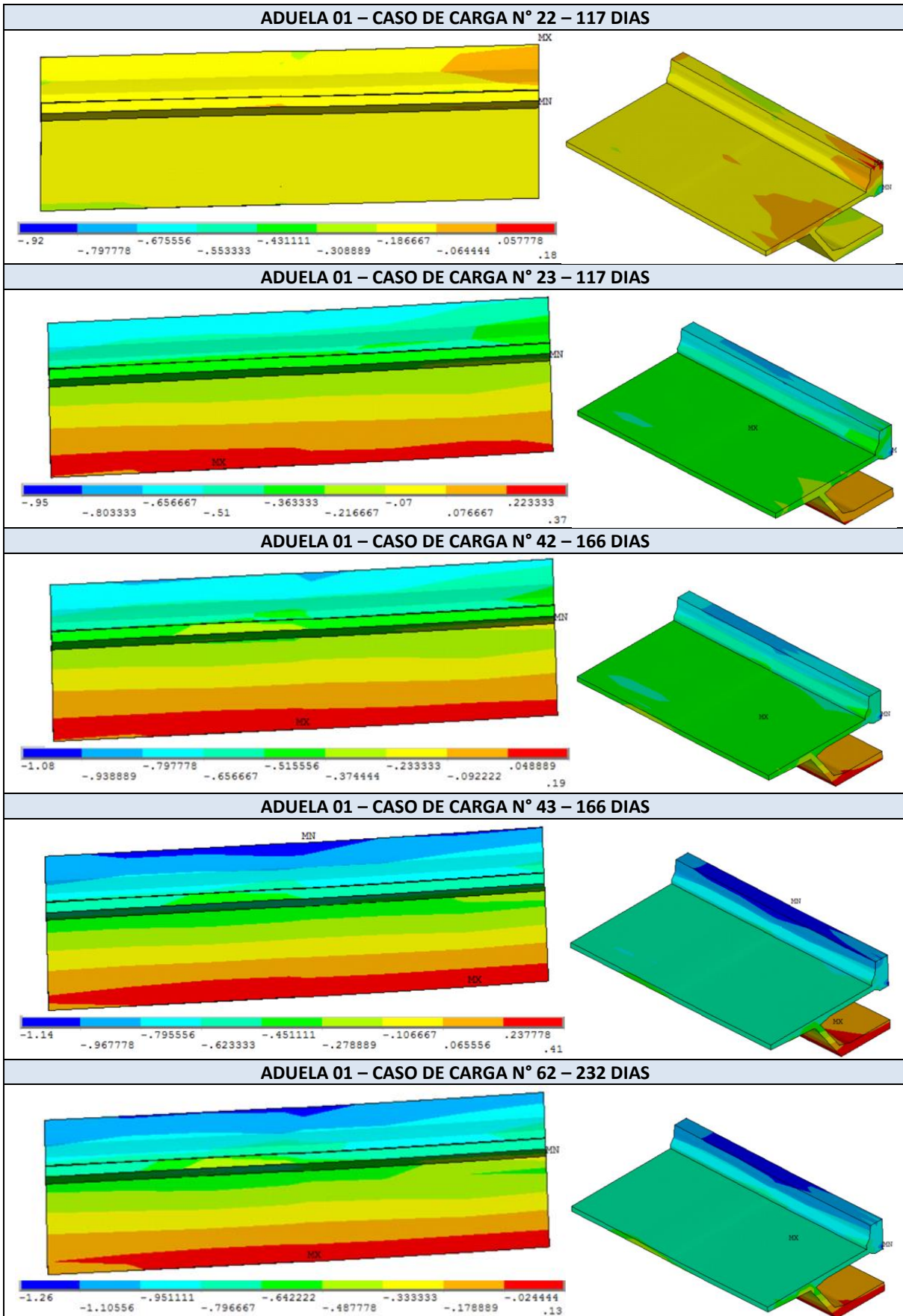
O quadro 7.29 mostra a evolução das tensões no concreto na aduela 07, onde também é possível observar o mesmo comportamento apresentado para a aduela 01. No quadro 7.30 são mostradas as tensões no concreto, na aduela 12, para os casos de carga N° 62 e 63, 67 e 68, 72 e 73.

Quadro 7.28 – Tensões no concreto  $S_x$  (kN/cm<sup>2</sup>) – Aduela 01



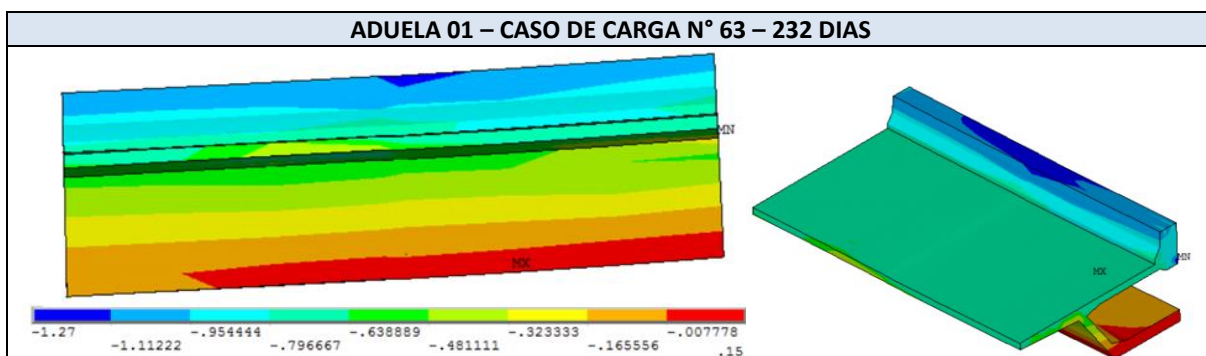
continua

continuação



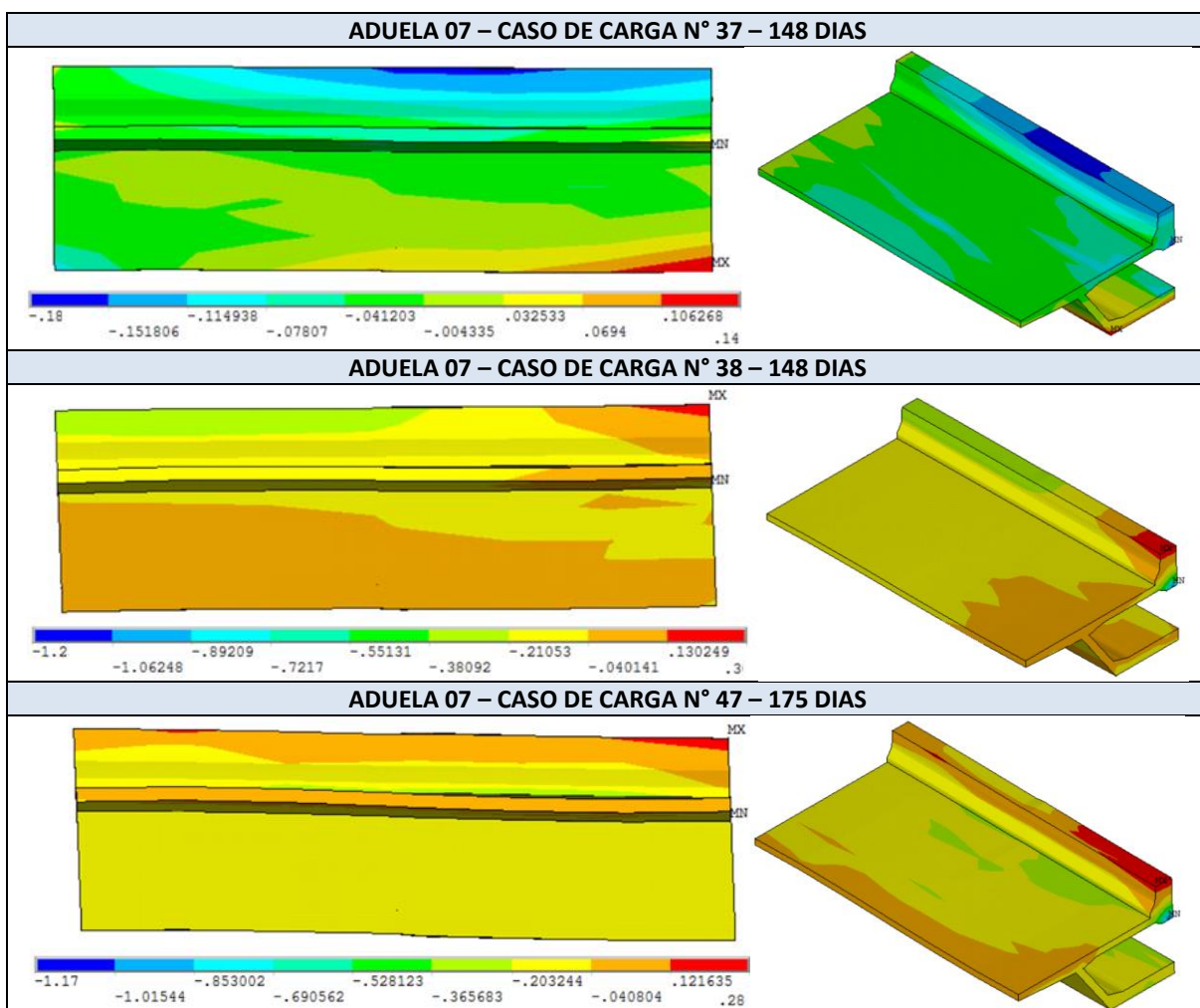
continua

continuação



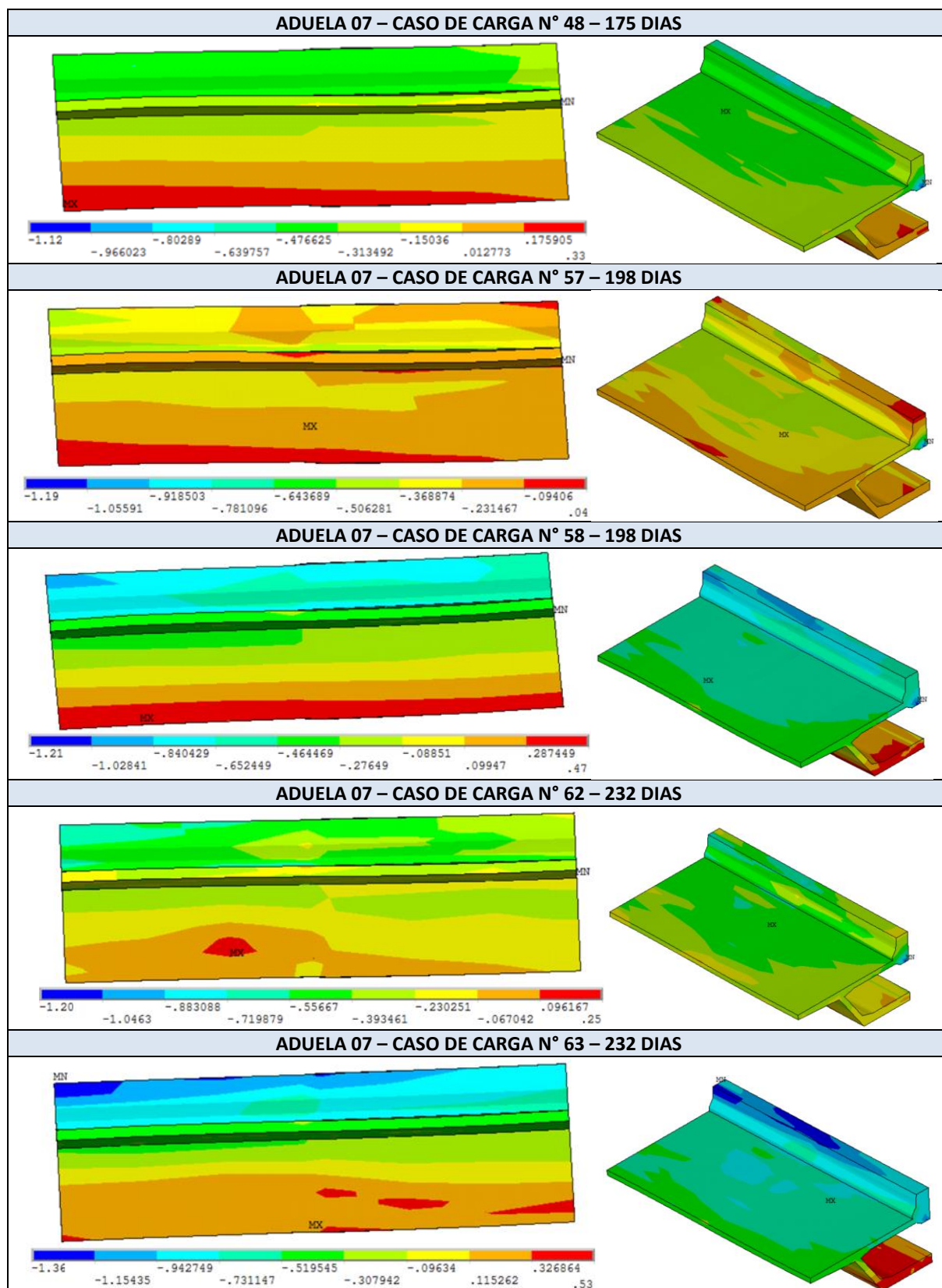
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.29 – Tensões no concreto  $S_x$  (kN/cm<sup>2</sup>) – Aduelas 07

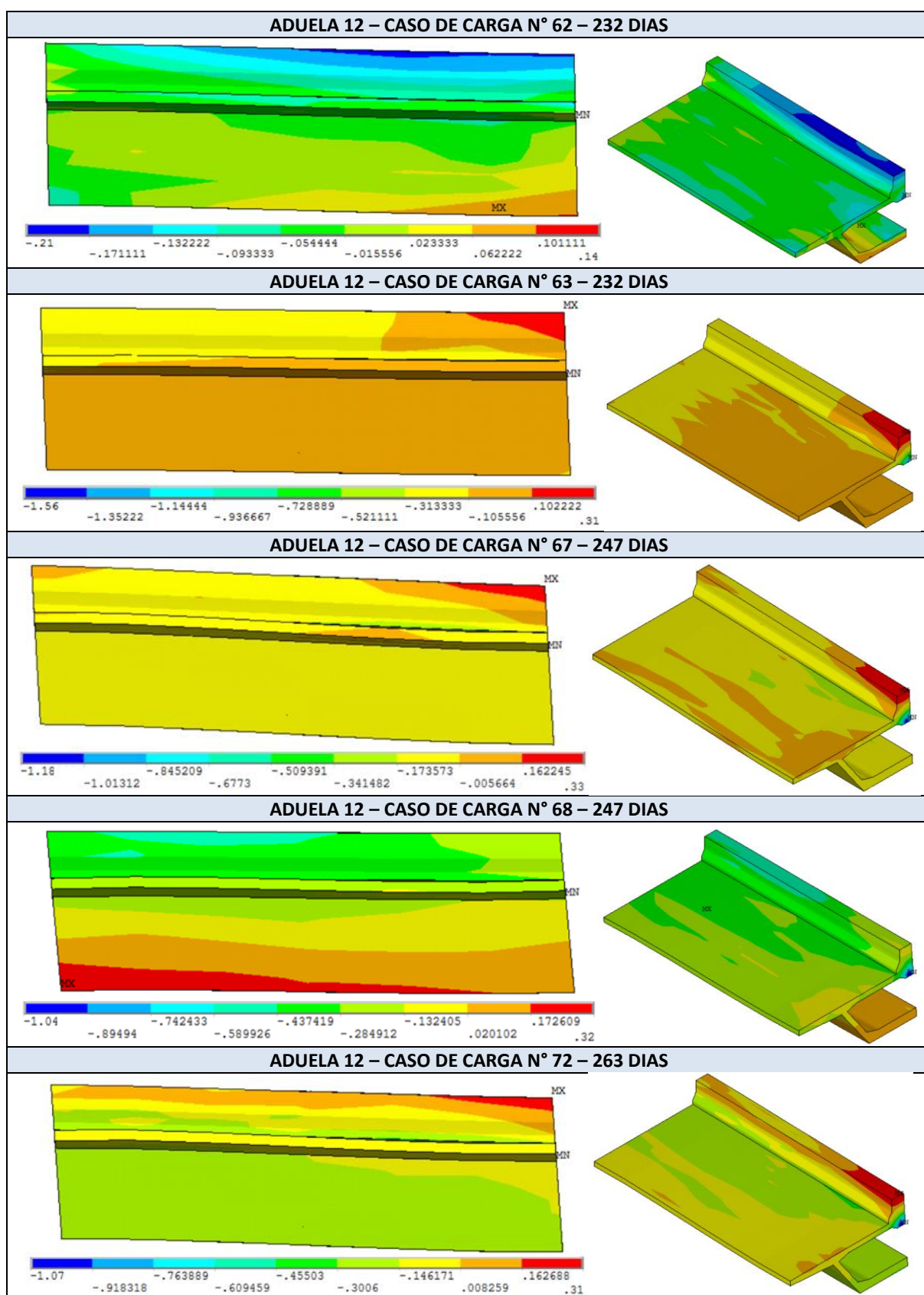


continua

continuação

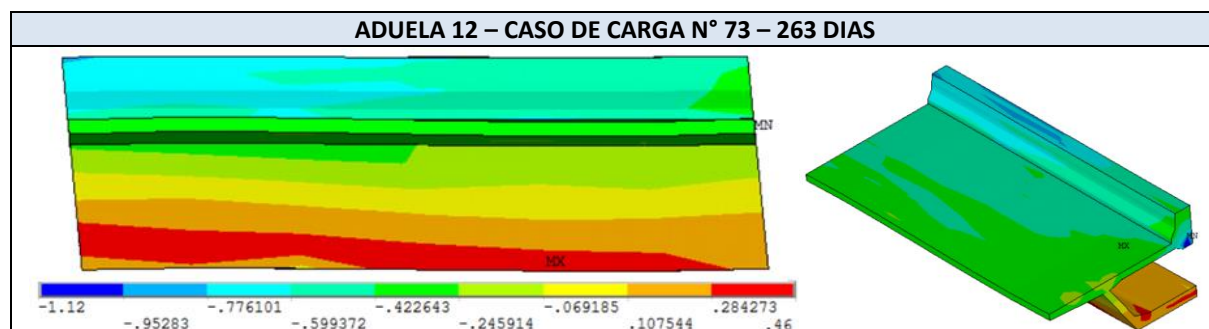


(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.30 – Tensões no concreto  $S_x$  (kN/cm<sup>2</sup>) – Aduela 12

continua

continuação

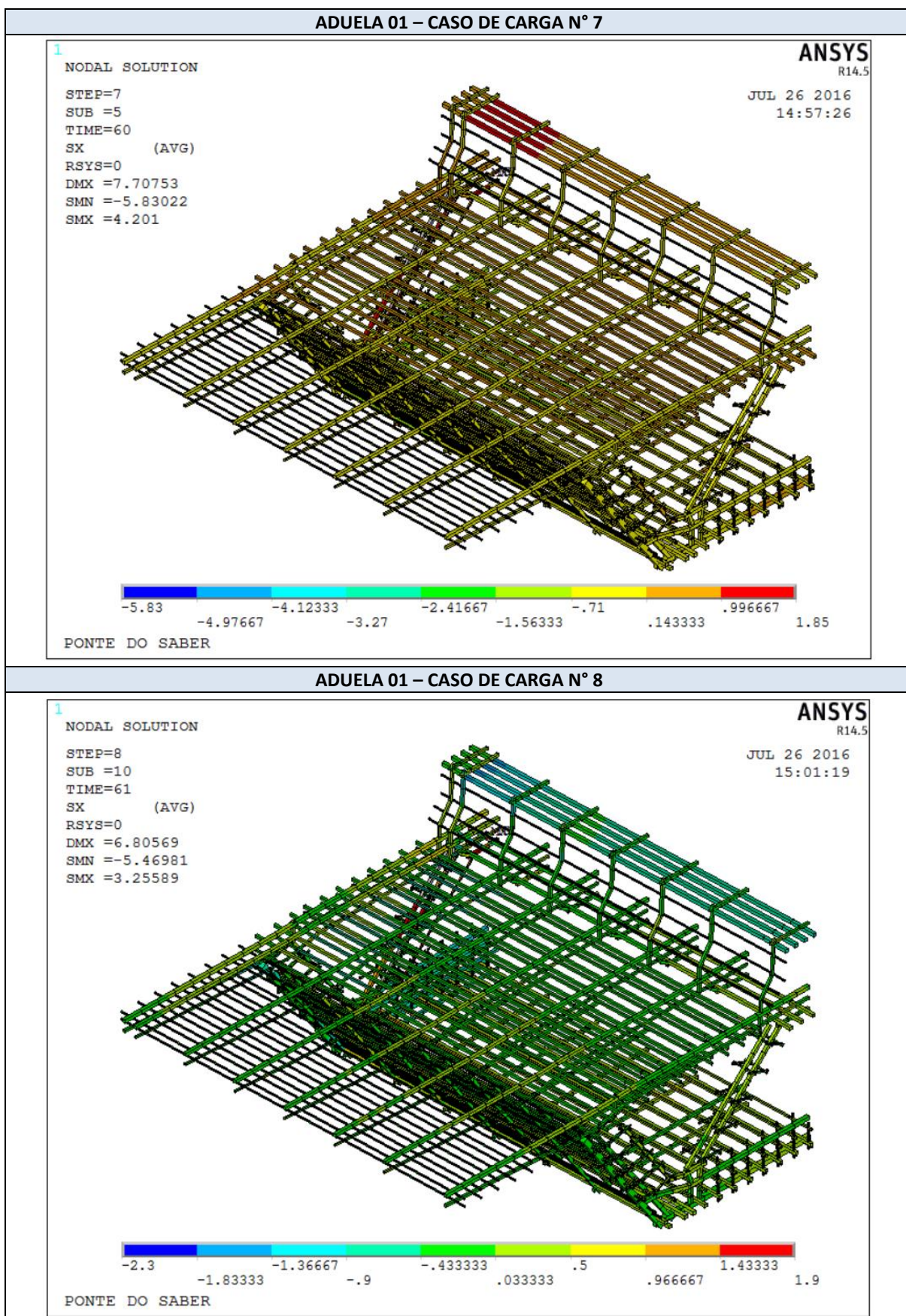


(fonte: elaborado pela autora)

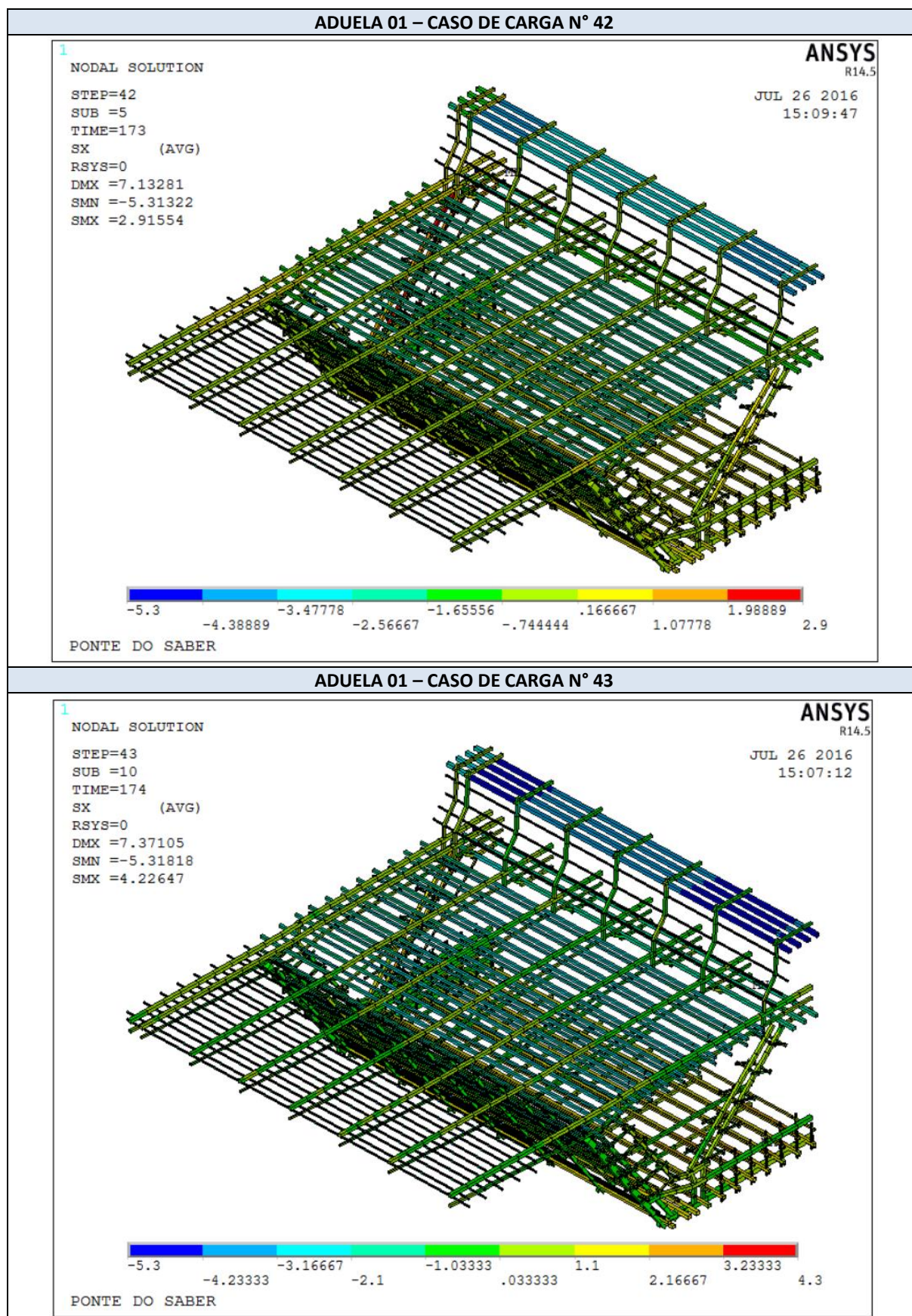
Os quadros 7.31 a 7.34 mostram as tensões nas armaduras passivas dos cinco primeiros metros das aduelas 01 e 12. No quadro 7.31 observa-se que no caso de carga N° 7, quando ocorre a aplicação do peso próprio da aduela 01, as armaduras superiores encontram-se tracionadas. Neste mesmo quadro, no caso de carga N° 8, já se observa compressão nas armaduras superiores, devido ao estaiamento do estai T05. No quadro 7.32, devido à estabilização da aduela 01, verificam-se que as armaduras estão comprimidas tanto no caso de carga N° 42, quanto no N° 43, apresentando, neste último, os maiores valores de compressão, por causa da ação do estaiamento do estai T12.

Nos quadros 7.33 e 7.34 observam-se comportamentos similares aos comentados nos quadros 7.31 e 7.32. Devido à picos de tensões pontuais, o domínio das escalas de tensões foi reduzido para que se pudesse perceber melhor as diferenças de tensões nas armaduras. Os valores máximos e mínimos estão indicados no canto superior à esquerda. Como esta análise ocorre apenas durante a fase executiva, as tensões nas armaduras ainda se mostram com valores bem inferiores ao seu limite.

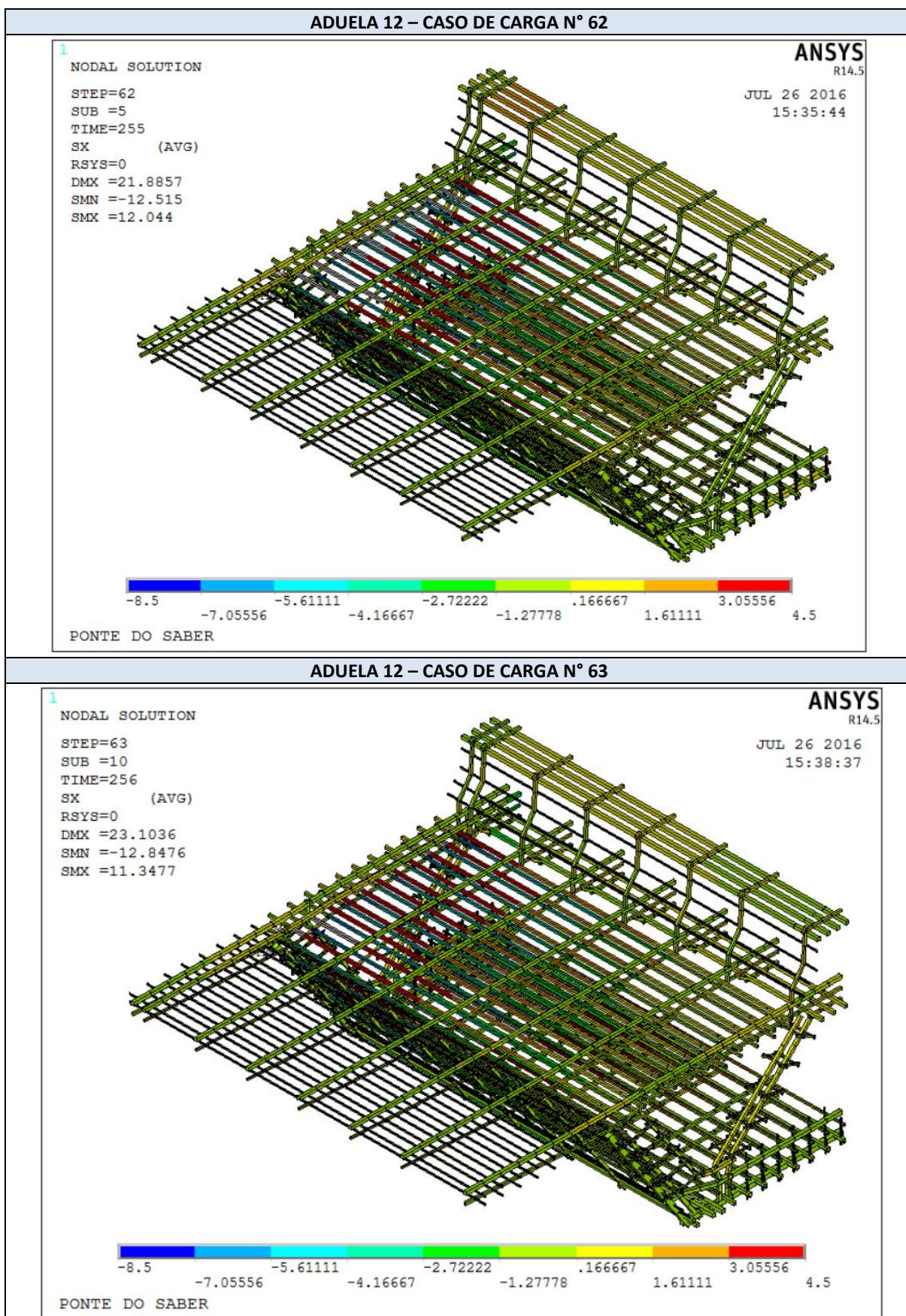


Quadro 7.31 – Tensões na armadura (kN/cm<sup>2</sup>) – Aduela 01 – CASOS DE CARGA N° 7 e 8

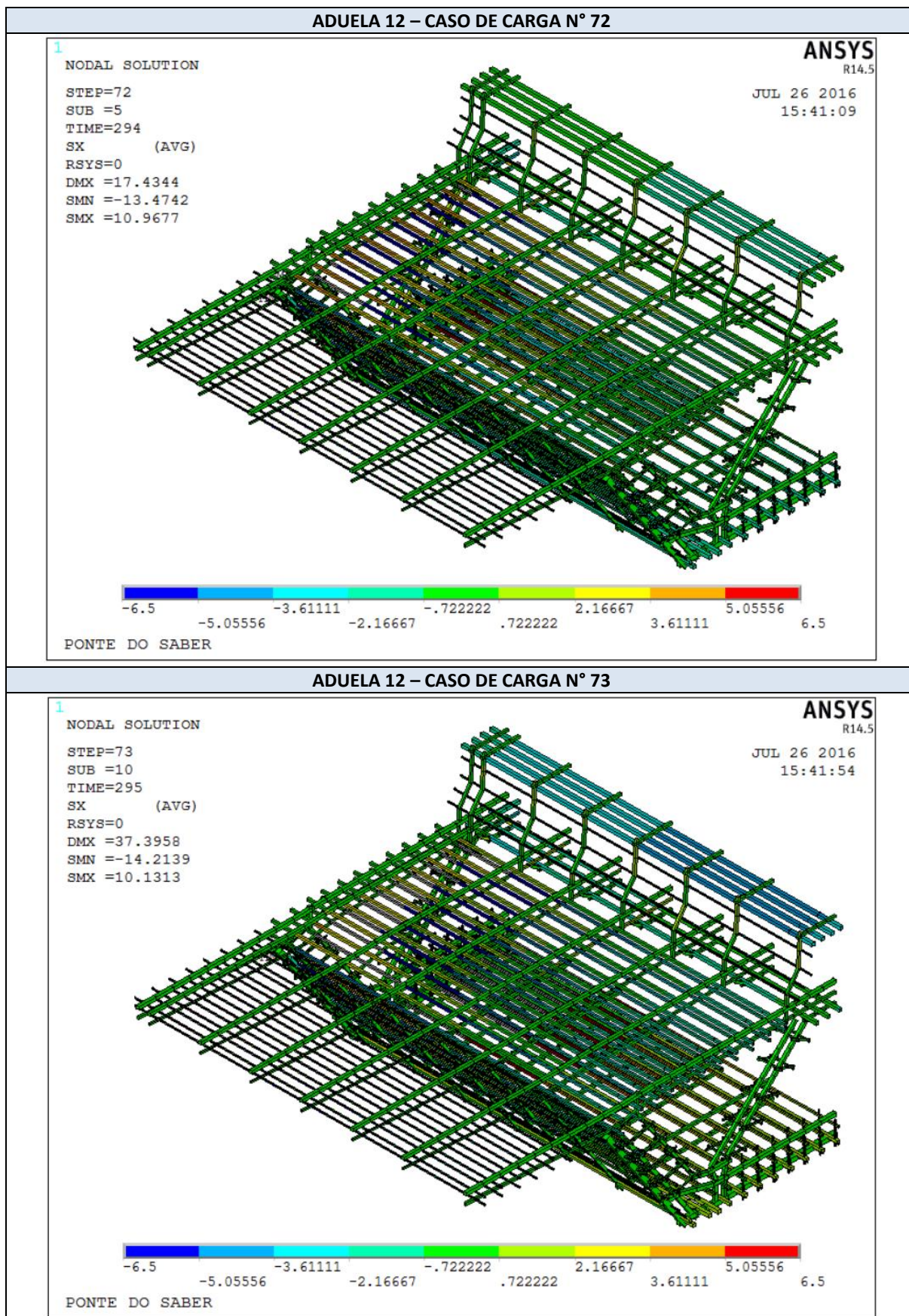
(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.32 – Tensões na armadura (kN/cm<sup>2</sup>) – Aduela 01 – CASOS DE CARGA N° 42 e 43

(fonte: elaborado pela autora)

Quadro 7.33 – Tensões na armadura (kN/cm<sup>2</sup>) – Aduela 12 – CASOS DE CARGA N° 62 e 63

(fonte: elaborado pela autora)

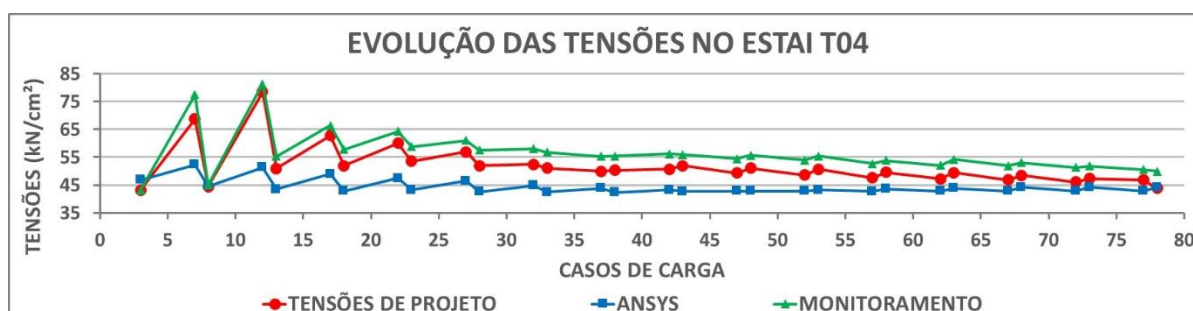
Quadro 7.34 – Tensões na armadura (kN/cm<sup>2</sup>) – Aduela 12 – CASOS DE CARGA N° 72 e 73

(fonte: elaborado pela autora)

Nas figuras 7.48 a 7.62 é apresentada a evolução das tensões para os 15 estais frontais da ponte. Estas curvas foram traçadas a partir dos resultados obtidos pela análise numérica no ANSYS e pelas informações das tensões estimadas em projeto e das tensões coletadas em campo através do monitoramento. A análise destes gráficos, mostrou, de forma geral, que as tensões variaram mais nas etapas iniciais, estabilizando com o avanço da construção. Nos casos de carga de aplicação do peso próprio das aduelas, verificou-se um aumento da tensão no estai, se comparada com a etapa anterior de estaiamento.

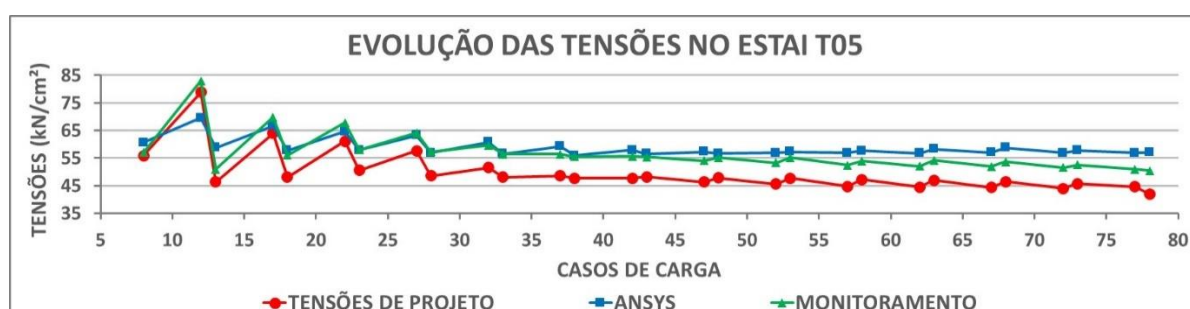
Nos diagramas dos estais T04 a T08, as curvas de monitoramento e de tensão de projeto apresentaram boa aproximação com a curva obtida pelo modelo numérico. Já, nos gráficos dos estais T09 a T18, a curva obtida pelo ANSYS ficou com valores de tensões inferiores aos das curvas de monitoramento e de tensão de projeto. Este comportamento se justifica pela menor tensão aplicada aos estais no modelo, fazendo com que o tabuleiro ficasse ao nível do greide de projeto, e não com cotas superiores ao greide, conforme visto nos gráficos de elevação x cota, apresentados anteriormente. Nestes gráficos, a partir do caso de carga N° 28 a diferença entre a curva do modelo e a curva do monitoramento começa a se acentuar, gerando, também, uma maior diferença nas tensões dos estais, conforme observado a partir da figura 7.53.

Figura 7.48 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T04



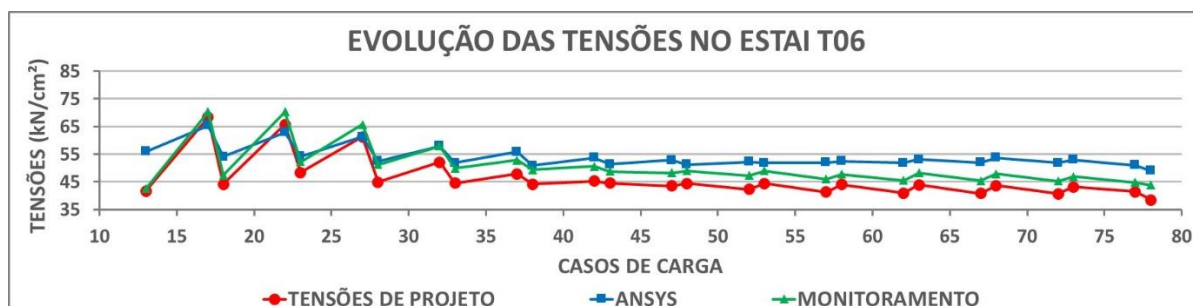
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.49 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T05



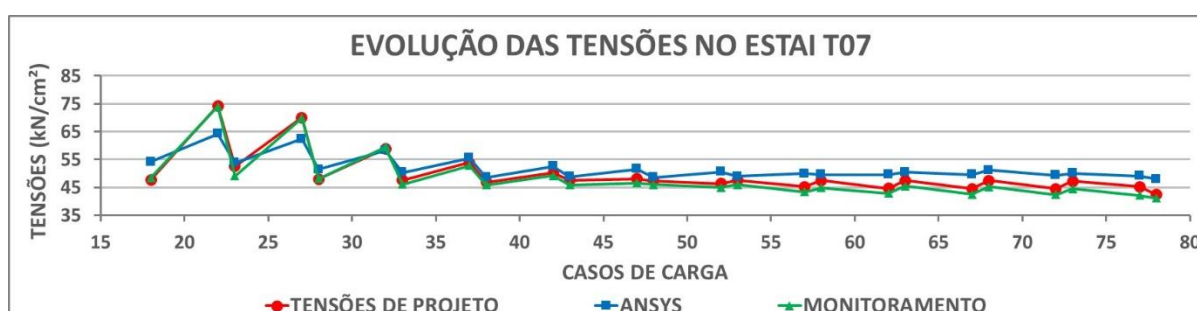
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.50 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T06



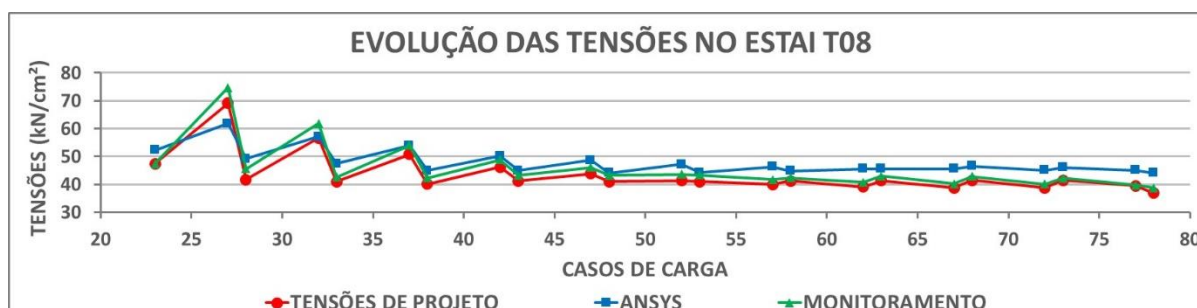
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.51 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T07



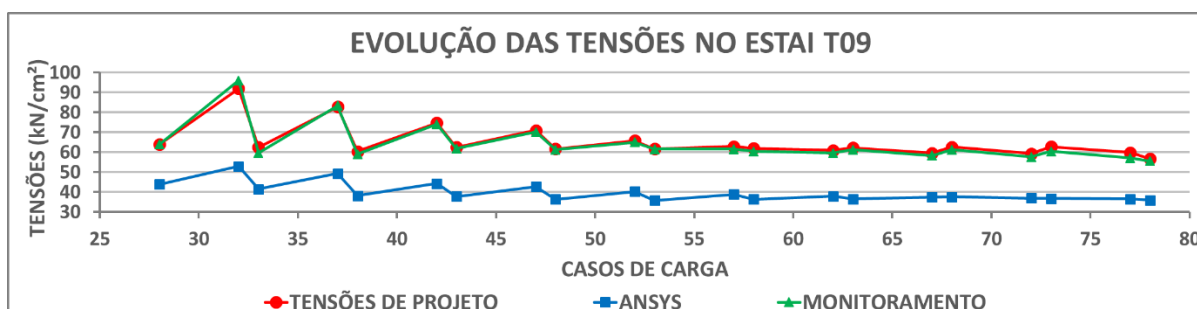
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.52 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T08



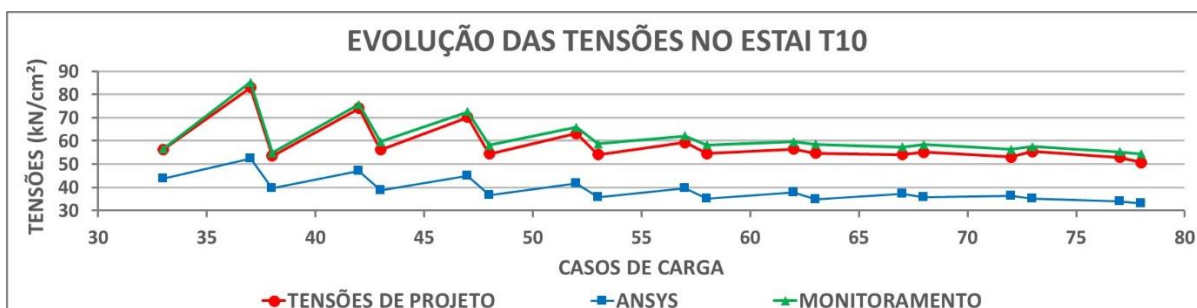
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.53 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T09



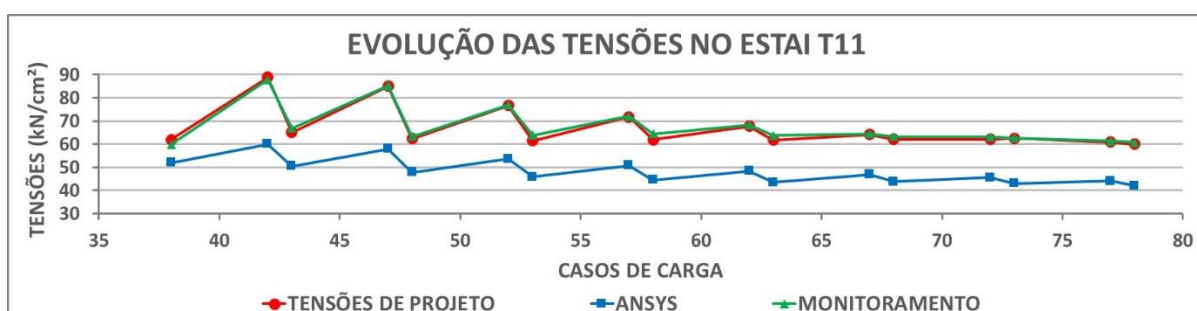
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.54 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T10



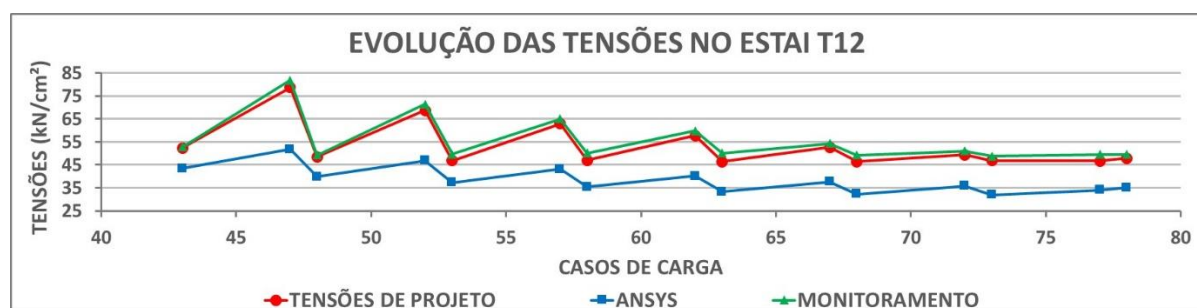
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.55 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T11



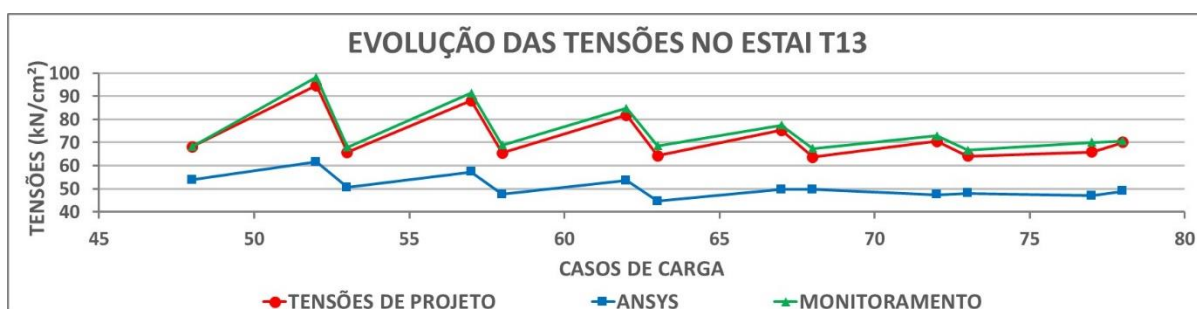
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.56 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T12



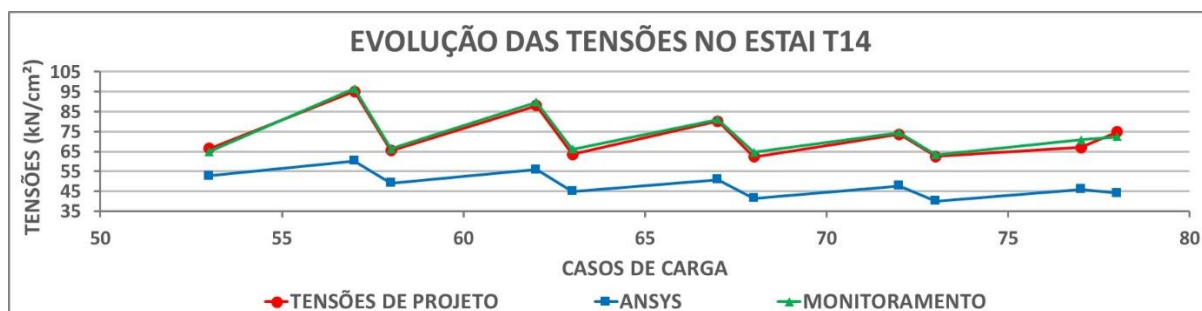
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.57 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T13



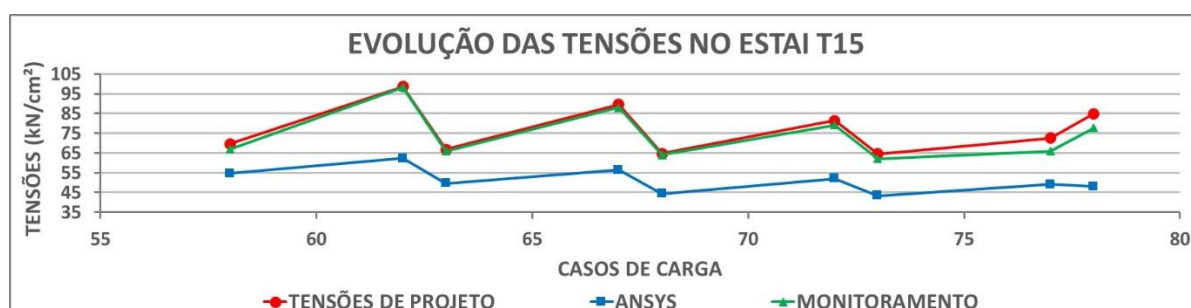
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.58 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T14



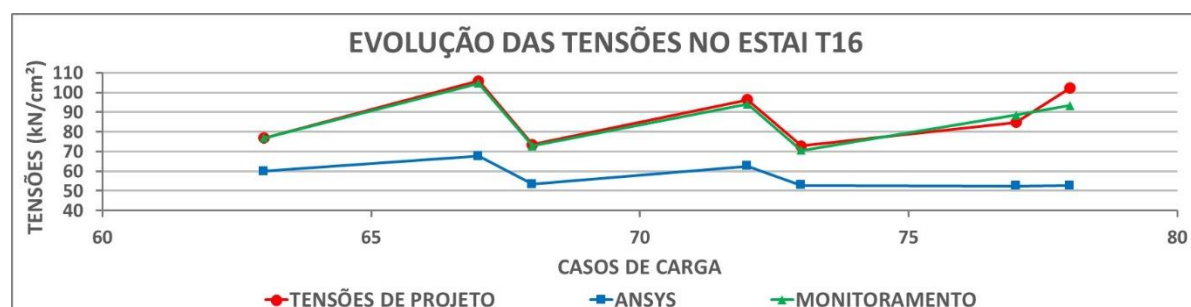
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.59 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T15



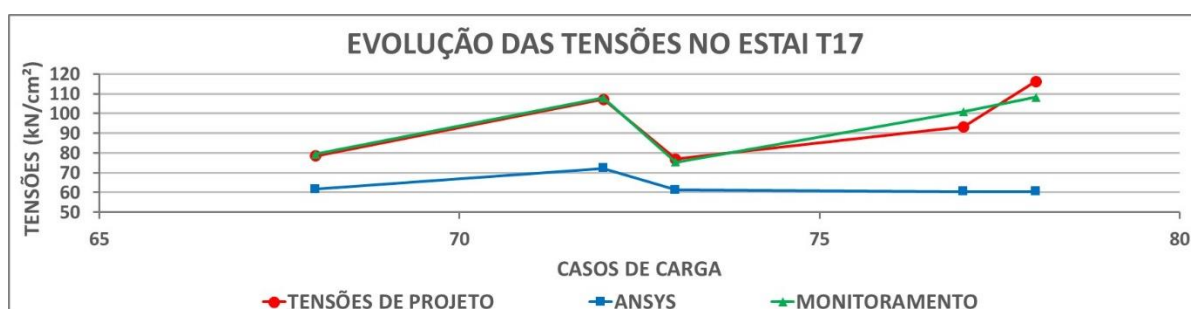
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 7.60 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T16



(fonte: elaborada pela autora)

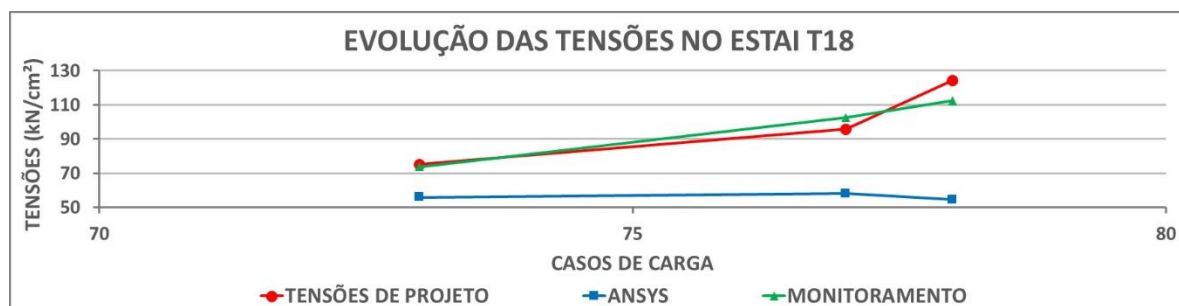
Figura 7.61 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T17



(fonte: elaborada pela autora)



Figura 7.62 – Diagrama tensão x caso de carga – estai T18



(fonte: elaborada pela autora)



## 8 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo principal realizar a análise estrutural das fases construtivas de pontes estaiadas, através do método dos elementos finitos, utilizando o *software* ANSYS, versão 14.5. Este estudo justifica-se pela crescente utilização deste tipo de solução estrutural no Brasil e no mundo. Desta forma, a análise estrutural das fases construtivas de pontes estaiadas torna-se um ponto extremamente importante a ser estudado, devendo ser analisado com bastante cuidado pelos engenheiros projetistas, a fim de evitar qualquer imprecisão na execução do projeto.

Como o objetivo final desta tese era trabalhar com análise estrutural das etapas construtivas de pontes estaiadas, envolvendo um número muito grande de elementos finitos, seria inviável a utilização do modelo CONCRETE, disponibilizado no ANSYS, que representa o modelo constitutivo elastoplástico do concreto, com fissuração, baseado na superfície de *Willam & Warnke*. Esta inviabilidade ocorre, porque este modelo só funciona com o elemento tridimensional SOLID65, que necessita de uma representação de armaduras de forma discreta, exigindo, desta forma, uma malha extremamente refinada. A solução para este problema foi a utilização do elemento SOLID186 (tridimensional quadrático de 20 nós), para representar o concreto, juntamente com o elemento REINF264, o qual é utilizado para a representação da armadura incorporada. Desta forma, houve a necessidade de um menor número de elementos finitos de concreto e uma liberdade maior na discretização das armaduras, tornando a solução do problema mais rápida e eficaz.

Porém, como os elementos SOLID186 e REINF264 não são compatíveis com o modelo CONCRETE, foi necessária a implementação de um novo modelo de material visco-elastoplástico com fissuração. Este modelo foi programado a partir da ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*), na rotina USERMAT, onde foram adicionadas novas sub-rotinas ao programa principal em linguagem FORTRAN. Este novo material, que já vem sendo desenvolvido no PPGEC/UFRGS, é composto por dois casos particulares: o modelo viscoelástico, em que são investigados os efeitos relacionados ao tempo como a fluência e a retração do concreto e a relaxação do aço; e o modelo elastoplástico, em que se deseja determinar a resposta de uma estrutura submetida a um carregamento instantâneo.

A fim de validar as sub-rotinas acrescentadas ao sistema, foram simuladas dezesseis vigas em concreto armado, ensaiadas por Leonhardt e Walther (1962) e por Bresler e Scordelis (1963). Estas dezesseis vigas de concreto armado abrangem uma grande variedade de comportamentos, incluindo situações de falhas por flexão e corte. Complementando a validação das novas sub-rotinas, foi simulada uma viga segmentada de perfil caixão com protensão externa, ensaiada por Aparicio et al (2002). A comparação entre análises numéricas e experimentais mostraram bons resultados, principalmente nas situações que a viga rompia por flexão. Nos casos que as vigas romperam por cisalhamento, os resultados apresentaram, de forma geral, uma diferença um pouco maior em relação ao experimental. Esta maior diferença se justifica pelo modelo adotado para o *tension stiffening* não levar em consideração o valor da taxa de armadura na direção normal ao plano de fissuração. Mesmo com um estudo de refinamento de malha, os resultados não tiveram alterações significativas, se comparado com a malha original.

Com os bons resultados obtidos através deste modelo, pode-se concluir que a ferramenta de customização UPF, disponibilizada pelo ANSYS, permite uma análise do comportamento destas estruturas em um tempo reduzido e de forma precisa, otimizando o aproveitamento dos materiais. Desta forma, esta ferramenta mostrou-se muito útil para a análise de estruturas em concreto armado e protendido, possibilitando a simulação numérica de diferentes peças de concreto estrutural.

Validada a eficiência do modelo computacional, foi simulada numericamente a Ponte do Saber, localizada na cidade do Rio de Janeiro, seguindo fielmente as etapas construtivas adotadas na construção da ponte. O primeiro grande desafio foi estruturar a discretização da malha, respeitando a geometria diferenciada do tabuleiro e a compatibilidade dos nós entre um tipo de seção transversal e outro. Foram feitos diversos estudos de malha, procurando-se modelar elementos finitos com pouca distorção e prever uma quantidade suficiente de elementos para obter-se bons resultados. A verificação inicial da malha foi feita a partir de um teste elástico-linear, que durou em torno de 20 minutos, levando-se em conta as etapas construtivas de forma simplificada e utilizando um computador de 16 GB de memória RAM, processador i7 (2,6 GHz), Windows 10 (64 bits). Este teste inicial foi fundamental para ajustar erros de instabilidade do modelo e para se ter uma ordem de grandeza dos resultados. Após esta verificação inicial, alteraram-se os modelos constitutivos do concreto e da armadura de protensão, passando de elástico-linear para os modelos implementados na USERMAT3D e

USERMAT1D, respectivamente. Esta análise final gerou um tempo de processamento em torno de 10hs, considerando as 78 etapas da fase construtiva da ponte.

A partir dos dados de monitoramento desta ponte, durante a fase executiva, foi possível comparar os valores obtidos no modelo numérico com as informações coletadas em campo, obtendo-se bons resultados. Além de gráficos, indicando o deslocamento vertical do tabuleiro durante as etapas construtivas, também foram apresentados resultados com a distribuição de tensões no concreto e na armadura, e a evolução das tensões nos estais. A análise dos resultados mostrou a importância do estudo das solicitações na fase de construção por balanços sucessivos deste tipo de estrutura, garantindo, desta forma, que a seção tenha rigidez suficiente para suportar as tensões de tração e de compressão que surgem durante a concretagem das aduelas e durante as fases de estaiamento. Além disso, os resultados indicaram uma diferença entre o greide do monitoramento (executado em obra) e greide arquitetônico. Esta diferença pode ser justificada devido a utilização de processos simplificados ao se considerar os efeitos do tempo (fluência do concreto e relaxação do aço) pelos projetistas estruturais, prevendo-se um greide com alinhamento superior ao arquitetônico e, geralmente, resultando em uma diferença considerável de cota, no momento de encontro do tabuleiro com a apoio final.

Devido à complexidade do estudo estrutural de uma ponte estaiada e ao grande número de parâmetros envolvidos, neste trabalho, não foram levadas em conta solicitações de vento e de temperatura durante a fase executiva. Como este é um primeiro trabalho, dentro do PPGEC/UFRGS, envolvendo a utilização de obras de arte especiais, juntamente com o programa customizado ANSYS, objetivou-se em mostrar a viabilidade de se realizar uma análise de uma estrutura de ponte com os recursos disponíveis. Assim, ficam como sugestões de continuação deste trabalho a análise estrutural das etapas construtivas de pontes estaiadas, considerando os efeitos do vento e da temperatura, e, ainda, sugere-se o estudo dinâmico deste tipo de estrutura na sua fase final, considerando inclusive a aplicação de cargas móveis no tabuleiro. Adicionalmente, sugere-se a realização de estudo sobre as etapas construtivas de uma ponte estaiada com aduelas pré-moldadas. Os recursos necessários para este estudo já estão disponíveis na versão customizada do ANSYS.



## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, S. M. F. **Processos construtivos de pontes e viadutos pré-moldados no Brasil**. I Congresso Nacional da Indústria de Pré-fabricação em Betão, Porto-Portugal, v.1, p.139-154, 2000.
- APARICIO, C. A.; GONZALO R. & CASAS R. J. **Testing of externally prestressed concrete beams**. Engineering Structures, v.24, n.4-8, p.73-84, 2002.
- ANSYS, Inc. **Theory reference** (Version 14.5), 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- BATHE, K. J. **Finite element procedures**. Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA, 1996.
- BAZANT, Z. P. **Mathematical models for creep and shrinkage of concrete**. In: International Symposium on Fundamental Research an Shrinkage of Concrete, 1980, Lausanne Papers, Chischester: John Willey, 1982, cap. 7, p. 163-256.
- BAZANT, Z.P.; PRASANNAN, S. **Solidification Theory for Aging Creep**. Cement and Concrete Research, v. 18, p. 923-932, 1988.
- BAZANT, Z.P.; PRASANNAN, S. **Solidification theory for concrete creep: I. Formulation**. Journal of Engineering Mechanics ASCE, v.115, n.8, pp. 1691–1703. 1989a.
- BAZANT, Z.P.; PRASANNAN, S. **Solidification theory for concrete creep: II. Verification and application**. Journal of Engineering Mechanics ASCE v.115, n.8, pp. 1704–1725. 1989b.
- BAZANT, Z. P.; WU, S.T. **Rate-type creep law of aging concrete based on Maxwell chain**. Matériaux et Constructions, v. 7, n. 34, p. 45-60, 1974.
- BRESLER, B.; SCORDELIS, A.C. **Shear strength reinforced concrete beams**. ACI Journal, v. 60, n. 1, p. 51-72, 1963.
- BRINKHUS, R. N. **Análise de vigas casteladas e vigas casteladas mistas**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.
- BR448 RODOVIA DO PARQUE. **Consórcio Gerenciador BR448/RS – Rodovia do Parque**. Disponível em: <<http://www.br448rodoviadoparque.com.br/siteBr448/index.php>>. Acesso em: 5 jan. 2014.
- CHEN, W. F. & HAN, D. J. **Plasticity for structural engineers**. New York: Springer-Varlag. 606p. 1988.
- COMITÊ OBRAS BR116. **Comitê acompanhamento obras infraestrutura viária da região metropolitana de Porto Alegre**. Disponível em: <[http://comiteobrasbr116.blogspot.com.br/2012\\_05\\_01\\_archive.html](http://comiteobrasbr116.blogspot.com.br/2012_05_01_archive.html)>. Acesso em: 03 set. 2016.

- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **Concrete under multiaxial states of stress – constitutive equations for practical design**. State-of-the-art report, Bulletin d'Information No 156, 1983.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (CEB 230). **RC elements under cyclic loading**. State-of-the-art report, Bulletin d'Information No 230, 1996.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model code 2010**. Bulletin No 65, 2012.
- CREUS, G. J. **Viscoelasticity – basic theory and applications to concrete structures**. 1. ed. Heidelberg, Alemanha: SPRINGER-VERLAG, 1986. v. 1, 186 p.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS DE RODAGEM (DNER). Diretoria de Desenvolvimento Tecnológico. Divisão de Capacitação Tecnológica. **Manual de projeto de obras-de-arte especiais**. 225p. Rio de Janeiro, 1996.
- DIAS, M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos: efeitos de longa duração**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.
- DISCHINGER, F. **ArchINFORM**. Disponível em: <<http://eng.archinform.net/arch/222.htm>>. Acesso em: 10 jan. 2014.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA E TRANSPORTE (DNIT). Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br/>>. Acesso em: 5 jan. 2014.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Guidance for Good Bridge Design**. Bulletin 9, 2000.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Acceptance of Stay Cable Systems Using Prestressing Steels**. Lausanne. 2005.
- FERRAZ, M. A. C. **Um modelo de análise para o estudo de pontes como estruturas evolutivas**. 258p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto, Porto. 2001.
- GARAMBONE, V. F. **Ponte do Saber**. Trabalho apresentado durante o V Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. 2012.
- GIMSING, N. J.; GEORGAKIS, C. T. **Cable supported bridges: concept and design**. 3<sup>a</sup> ed., Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2012.
- GOMES, R. R. S. **Aspectos técnicos e construtivos do projeto de uma ponte estaiada**. 131p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2013.
- GRASSL. **Beratende Ingenieure Bauwesen**. Disponível em: <<http://www.grassl-ing.de/en/road-bridges/>>. Acesso em: 10 jan. 2014.
- HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**. Swansea: Pineridge Press Limited, 550p. 1988.



KAROUMI, R. **Response of cable-stayed and suspension bridges to moving vehicles.** 194p. Doctoral Thesis – Department of Structural Engineering. Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden. 1998.

KUNZLER, P. S. **Análise Paramétrica por Elementos Finitos de Vigas de Concreto Armado e Protendido Pré-Tracionadas com Aberturas nas Almas.** 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

LABORATORY OF BRIDGE ENGINEERING (LBE). **Bridge tables of the Helsinki University of Technology.** Disponível em: <[www.bridge.aalto.fi/en/longspan.html](http://www.bridge.aalto.fi/en/longspan.html)>. Acesso em: 11 jan. 2014.

LAZZARI, B. M. **Análise por Elementos Finitos de Peças de Concreto Armado e Protendido sob Estados Planos de Tensão.** 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto.** Rio de Janeiro: Interciência, 1979.

LEONHARDT, F. **L’historie recente des ponts suspendus et haubanés.** Technique Générale de la Construction, n.160, 1995.

LEONHARDT, F.; ZELLNER, W. **Past, present and future of cable-stayed bridges.** Cable-stayed bridges – Recent developments and their future. M. Ito et al. (Editors), 1991.

LEONHARDT, F.; WALTHER, R. **Beiträge zur behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau.** Beton und Stahlbetonbau. v. 57. n. 7. Jul.1962.

MACHADO, M. A. S. **Aplicação do método dos elementos finitos para a análise elastoviscoplastica de peças de concreto armado e protendido, submetidas a estados planos de tensão.** 2002. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

MACHADO, D. S. **Caracterização aerodinâmica de cabos de pontes estaiadas submetidas à ação combinada de chuva e vento.** 155p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. PPGEC, 2008.

MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do Método dos Elementos Finitos.** Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, CPGEC, 168 p., 2003.

MASON, J. **Pontes em concreto armado e protendido: princípios do projeto e cálculo.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1977.

MATTOS, T. S. **Programa para análise de superestruturas de pontes de concreto armado e protendido.** 167 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Curso de Pós-Graduação de Engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2001.

- MAZARIM, D. M. **Histórico das pontes estaiadas e sua aplicação no Brasil**. 125 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo. 2011.
- MENÉTREY, PH.; WILLAM, K.J. **Triaxial failure criterion for concrete and its generalization**. ACI Structural Journal, v. 92, n. 3, p. 311-318, 1995.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Microestrutura, propriedades e materiais**. 3ed ed. São Paulo: IBRACON, 2008.
- MEYER, K. F. **Passarelas e pontes para dutos**. 2. ed. Belo Horizonte: Editora Rona, 2011.
- MOBILIDADE URBANA. **Obras de mobilidade urbana**. Disponível em: <<http://www.obrasdemobilidadeurbana.com.br/obras>>. Acesso em: 06 jan. 2014.
- MORRISSEY, M. Como funcionam as pontes. **HowStuffWorks**, 2000. Disponível em: <<http://ciencia.hsw.uol.com.br/pontes5.htm>>. Acesso em: 20 abr. 2007.
- O’CONNOR, C. **Pontes: superestruturas**. Rio de Janeiro: Editora da USP, 1976.
- OTTOSEN, N. S. **A failure criterion for concrete**. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, v. 103, n.4, p.527-535, 1977.
- OWEN, D. R. J.; HINTON, E. **Finite Elements in plasticity: theory and practice**. Swansea: Pineridge Press Limited, 1980.
- PANDE, G. N., OWEN, D. R. J. & ZIENKIEWICZ, O. C., 1977. **Overlay models in time-dependent non-linear material analysis**. Computers and Structures, 7(3), pp. 435-443.
- PETROSKI, H. **Engineers of dreams: great bridge builders and the spanning of America**. 479p. New York: Alfred a Knopf, 1995.
- PFEIL, W. **Pontes em concreto armado**. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1985.
- \_\_\_\_\_. **Pontes: curso básico. Projeto, construção e manutenção**. Rio de Janeiro: Campus, 1983.
- PINIWEB. **Implantação da BR-448**. Disponível em: <<http://piniweb.pini.com.br/construcao/infra-estrutura/rio-gravatai-entre-porto-alegre-e-canoas-tera-ponte-estaiada-271722-1.aspx>>. Acesso em: 06 jan. 2014.
- PRATES JÚNIOR, N. P. **Um modelo elasto-viscoplástico para análise de peças de concreto estrutural, submetidas a estados planos de tensão, através do método dos elementos finitos**. Porto Alegre, CPGEC/UFRGS, 1992, 131p. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil.
- PROTENDE. Disponível em: <<http://www.protende.com.br/newsite/home.htm>>. Acesso em: 06 jan. 2014.
- ROSENBLUM, A. **Pontes em estruturas segmentadas pré-moldadas protendidas: análise e contribuições ao gerenciamento do processo construtivo**. 197 f. Dissertação (Mestrado

em Engenharia) – Curso de Pós-Graduação de Engenharia. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2009.

RUSBRIDGE. **Construction of the bridge crossing to Russky Island over the eastern Bosphorus strait in Vladivostok**. Disponível em: <<http://rusbridge.net/wp-content/uploads/2010/06/rusmost-book-2012-06.pdf/>>. Acesso em: 11 jan. 2014.

SIQUEIRA, H. C. **Análise do comportamento diferido de cascas de concreto armado**. 2014. 135 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SORIANO, H. L. & LIMA S. S. **Método dos elementos finitos em análise de estruturas**. 392 p. 1998.

SOUZA, S. M. **Pontes de concreto protendido executadas por empurramentos sucessivos**. Anais do Seminário sobre Concreto Protendido, Associação Brasileira de Pontes e Estruturas, v. 1, p. 5-15, Rio de Janeiro, 1983

STUCCHI, F.R. **Pontes e Grandes Estruturas**. Notas de aula da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo: 1999.

SVENSSON, H. **Schrägbelbrücken 40 Jahre Erfahrung Weltweit**. 1 ed. Berlin, Ernst & Sohn. 2011.

TOLEDO, R. L. S. **Dimensionamento de Vigas de Rigidez de Concreto de Pontes Estaiadas**. 175f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2014.

TORNERI, P. **Comportamento estrutural de pontes estaiadas: comparação de alternativas**. 272f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2002.

TROITSKY, M. S. **Cable Stayed Bridges: Theory and Design**. William Clowes & Sons Limited, London, 1977.

VASCONCELOS, A. C. **Manual Prático para a Correta Utilização dos Aços no Concreto Protendido em Obediência às Normas Atualizadas**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1980.

VILLALBA FIORE, P. M. C. **Um modelo tridimensional de elementos finitos para túneis com revestimento em concreto projetado e pré-moldado**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

VITORIA. Estado do Espírito Santo. Disponível em: <<http://www.vitoria.es.gov.br/turismo.php?pagina=pontedapassagem>>. Acesso em: 15 jan. 2014.

VITORIO, A. **Pontes rodoviárias: fundamentos, conservação e gestão**. 140 f. Recife, CREA-PE, 2002.

YTZA, M. F.Q. **Métodos construtivos de pontes estaiadas – estudo da distribuição de forças nos estais**. 2009. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo.

WAHAB, M. A. **The Mechanics of Adhesives in Composite and Metal Joints: Finite Element Analysis with ANSYS**. Pennsylvania: DEStech Publications, Inc. 2014. 213p.

WALTHER, R.; HOURIET, B.; ISLER, W.; MOÏA P. **Ponts haubanés**. Lausanne: Presses Polytechniques Romandes, 1985. 202p.

WALTHER, R.; HOURIET, B.; ISLER, W.; MOÏA P. **Cable stayed bridges**. 2nd ed., London: Thomas Telford Ltd, 1999.

WIKIPÉDIA A enciclopédia livre. **Pontes**. Disponível em:  
<<http://pt.wikipedia.org/wiki/Ponte>>.

WILLAM, K.J.; WARNKE, E.P. **Constitutive models for the triaxial behavior of concrete**. International Association of Bridge Structures, Proceeding, v. 19, p. 1-30, 1975.

WITTFOHT, H. **Building bridges: history, technology, construction**. Dusseldorf: BetonVerlag, 1984. 327p.

## **APÊNDICE A – Ativação do Sistema de customização do ANSYS, 14.5**

## INSTALAÇÃO DO SISTEMA UPF – ANSYS 14.5 (WINDOWS)

Para que este sistema esteja disponível, deve-se instalar o ANSYS, ativando o item ANSYS *Customization Files*, conforme indica a figura A1.1. Para verificar se a instalação ocorreu com sucesso, as pastas *custom* e *customize* devem ter sido criadas automaticamente dentro do diretório C:\Program Files\ANSYS Inc\v145\ansys.

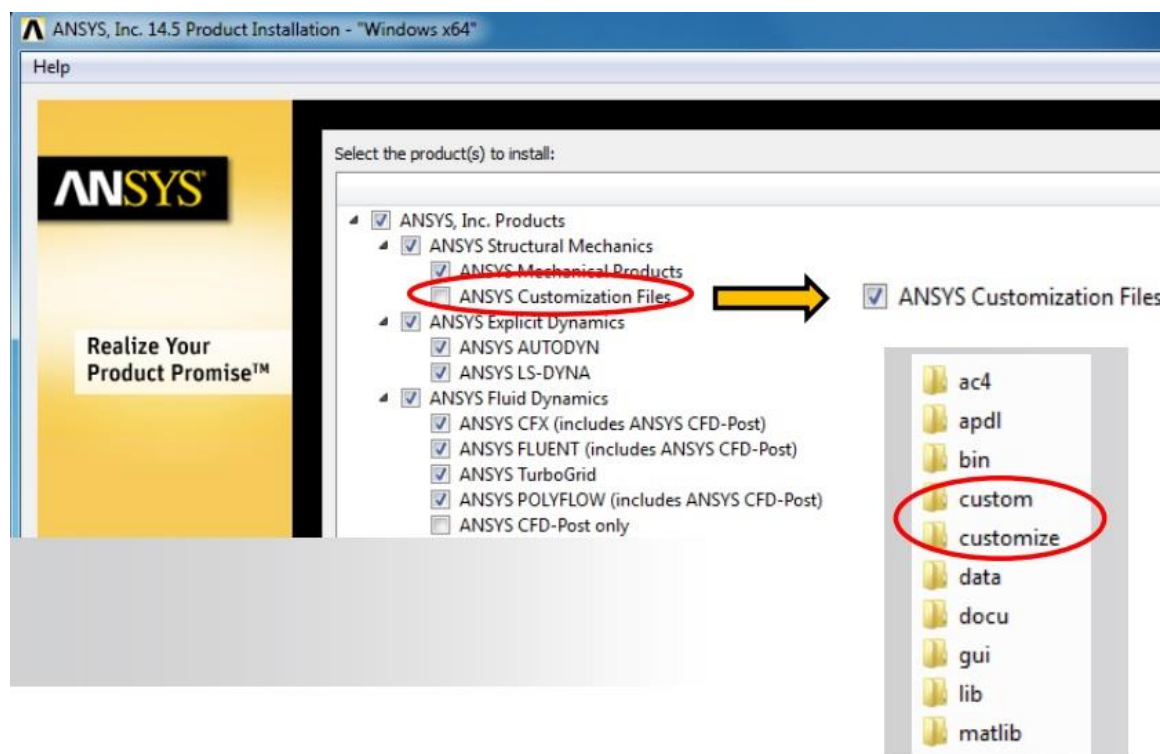


Figura A1.1: ativação do sistema UPF na instalação do ANSYS

Para que se possa trabalhar na parte de programação interna e na parte de compilação de novas sub-rotinas, o ANSYS exige a instalação de dois novos programas: Visual Studio 2008 SP1 (incluindo o componente MS C++ compiler) e o compilador Intel FORTRAN 11.1. A fim de validar a instalação do compilador, acessa-se o ambiente de variáveis do sistema WINDOWS 10 (Painel de Controle\Sistema e Segurança\Sistema → Configurações avançadas do sistema → Avançado → Variáveis de Ambiente) e verifica-se a criação da variável IFORT\_COMPILER11, conforme indica a figura A1.2.

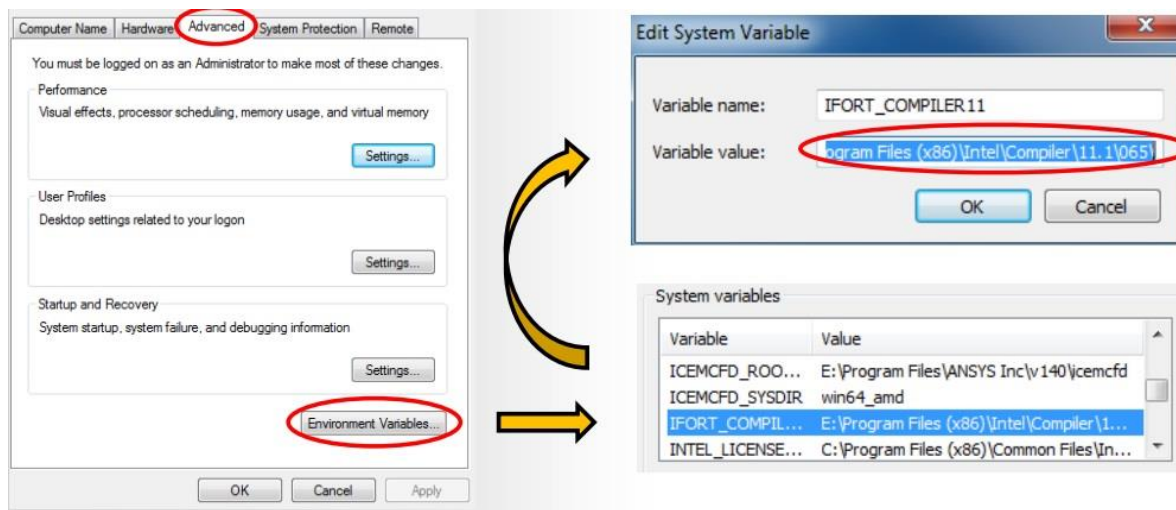


Figura A1.2: confirmação da criação da variável IFORT\_COMPILER11

### LINKAGEM ENTRE USERMAT E ANSYS

Neste trabalho, utilizou-se a opção de criação de uma *dynamic-link library* (DLL) por razões de facilidade e rapidez. O passo-a-passo deste procedimento é descrito a seguir:

PASSO 1) Criar uma NOVA PASTA em um caminho específico (pode ser no diretório C ou na área de trabalho);

PASSO 2) Colocar dentro desta pasta o arquivo em FORTRAN a ser compilado. O arquivo deverá ser chamado de usermat.f (figura A1.4);

PASSO 3) Copiar o arquivo ANSUSERSHARED.BAT (figura A1.3) que está no caminho: C:\Program Files\ANSYS Inc\v145\ansys\custom\user\winx64 para a NOVA PASTA criada no passo 1 (figura A1.4);

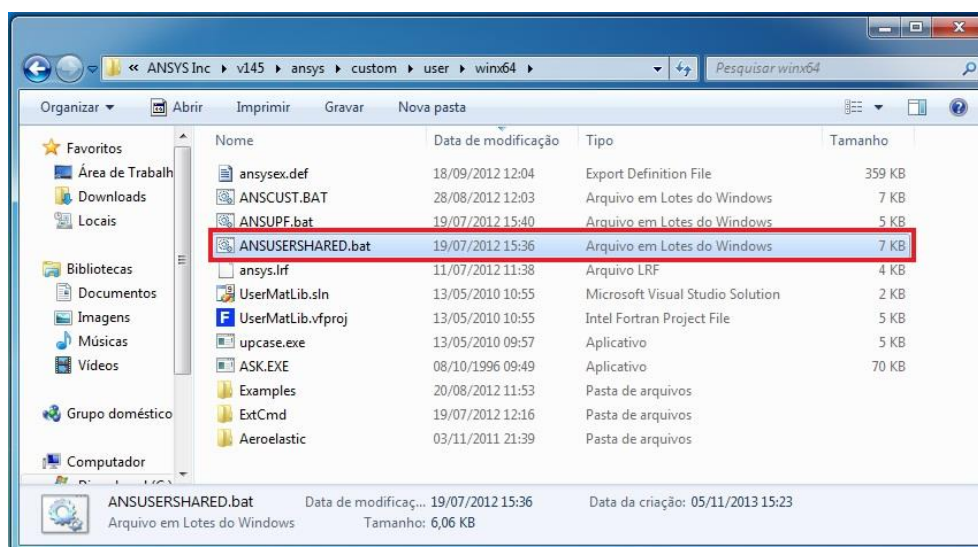


Figura A1.3: localização do arquivo ANSUSERSHARED.BAT

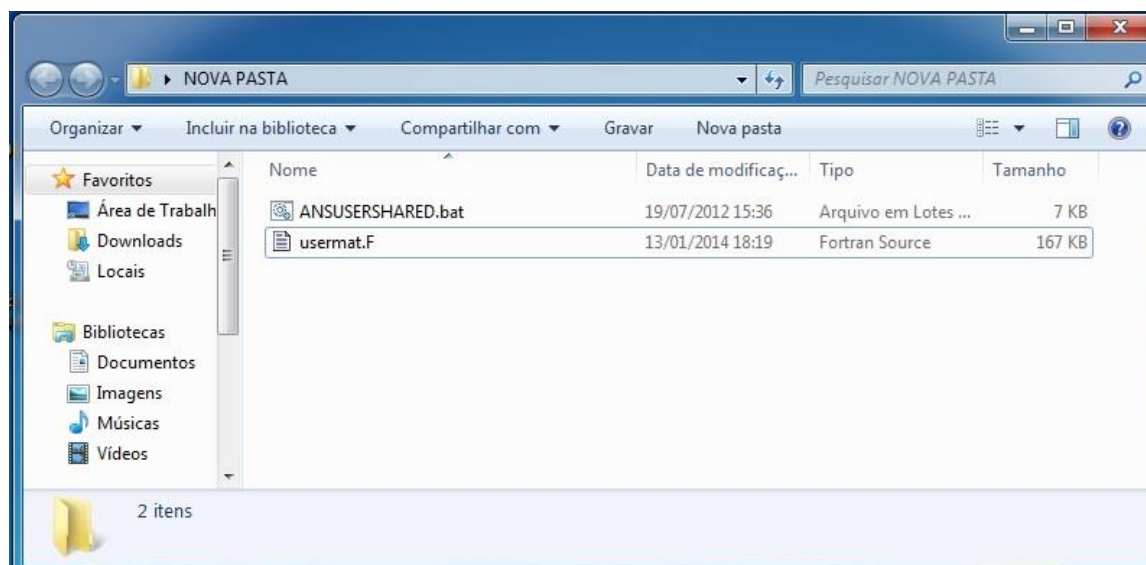


Figura A1.4: arquivos adicionados na NOVA PASTA

PASSO 4) Antes do próximo passo deve-se adicionar ou editar a variável de ambiente `ANS_USER_PATH` através do caminho: Painel de Controle\Sistema e Segurança\Sistema → Configurações avançadas do sistema → Avançado → Variáveis de Ambiente, conforme indica a figura A1.5. Nesta variável deve conter o caminho da nova `usermat.f` (no exemplo, está na NOVA PASTA);

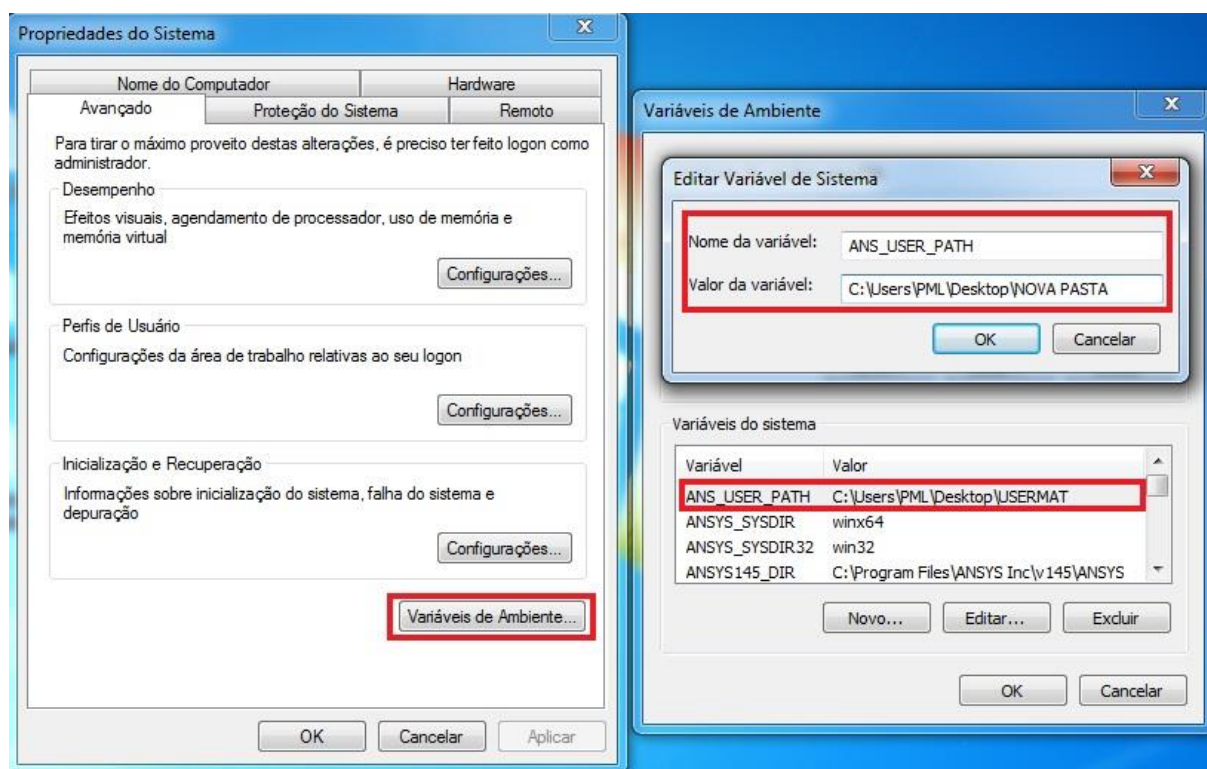
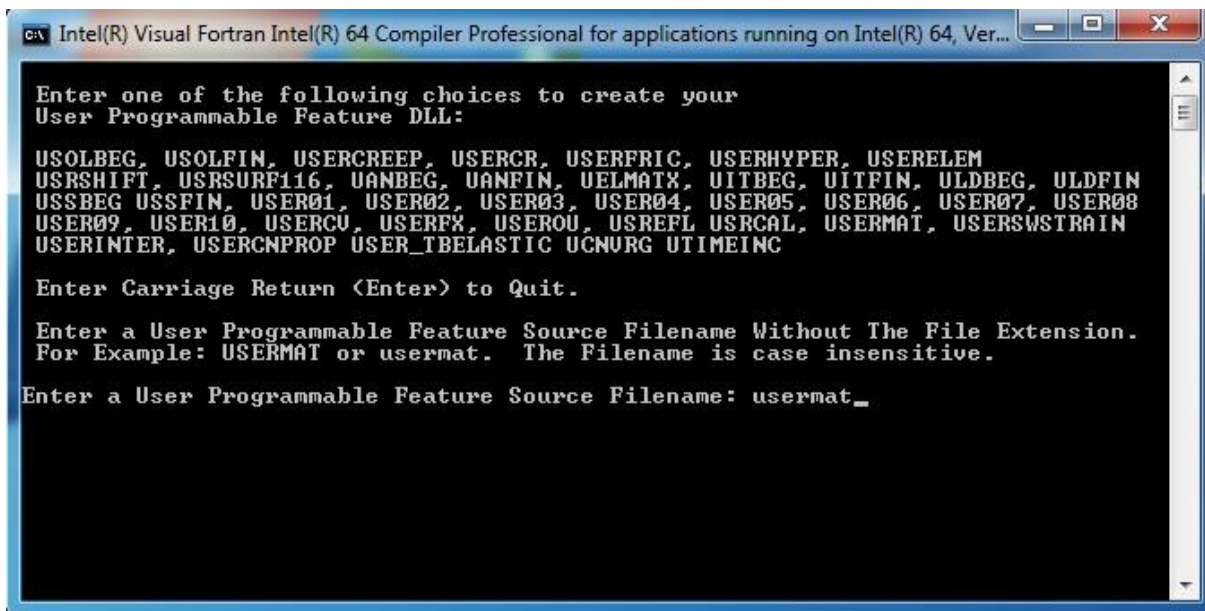


Figura A1.5: criação da variável de ambiente `ANS_USER_PATH`



PASSO 5) Executar o arquivo ANSUSERSHARED.BAT e digitar o arquivo da nova sub-rotina em FORTRAN, no caso usermat (figura A1.6), e dar um ENTER. Esta sub-rotina será compilada através do compilador Intel Fortran. Se não houver nenhum erro de compilação (figura A1.7), surgirá os arquivos indicados na figura A1.8 dentro da NOVA PASTA;



```

c:\> Intel(R) Visual Fortran Intel(R) 64 Compiler Professional for applications running on Intel(R) 64, Ver...
Enter one of the following choices to create your
User Programmable Feature DLL:

USOLBEG, USOLFIN, USERCREEP, USERCR, USERFRIC, USERHYPER, USERELEM
USRSHIFT, USRSURF16, UANBEG, UANFIN, UELMATX, UITBEG, UITFIN, ULDBEG, ULDFIN
USSBEG USSFIN, USER01, USER02, USER03, USER04, USER05, USER06, USER07, USER08
USER09, USER10, USERCV, USERFX, USEROU, USREFL USRCAL, USERMAT, USERSWSTRAIN
USERINTER, USERCNPROP USER_TBELASTIC UCNURG UTIMEINC

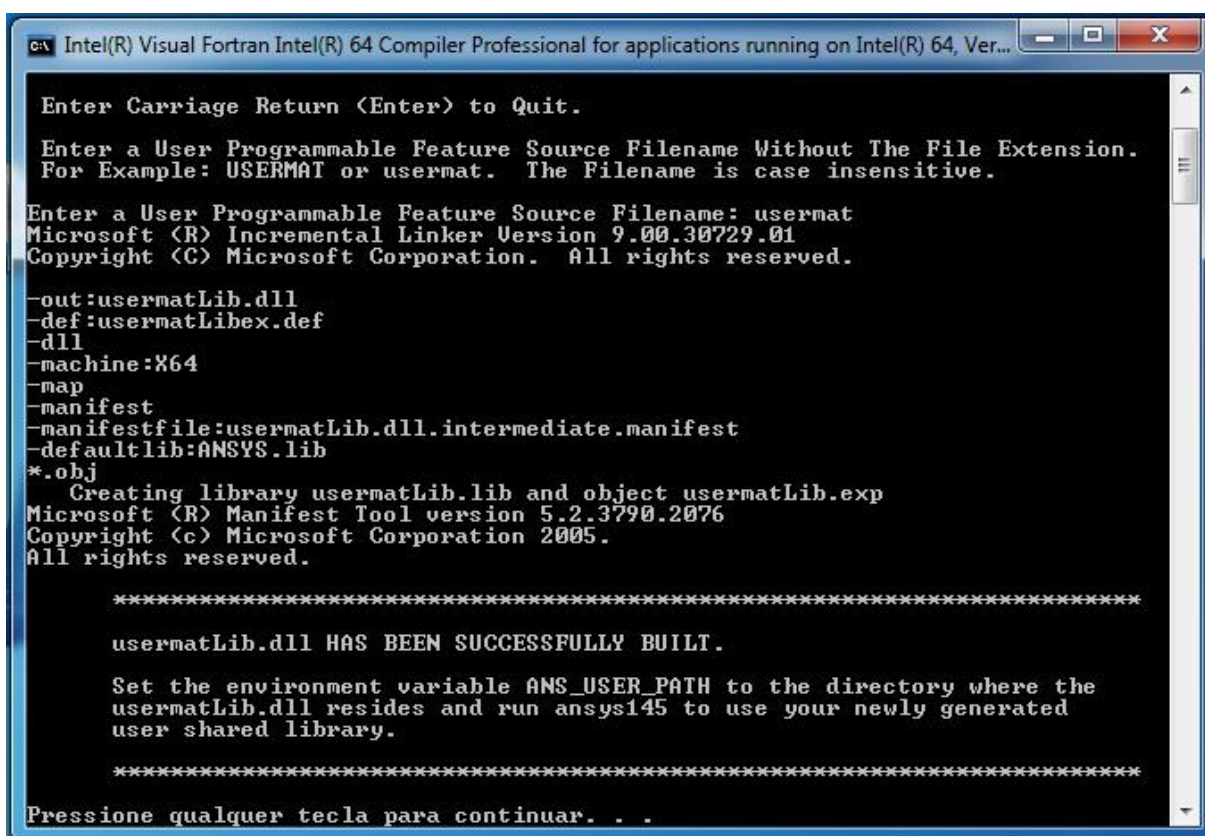
Enter Carriage Return <Enter> to Quit.

Enter a User Programmable Feature Source Filename Without The File Extension.
For Example: USERMAT or usermat. The Filename is case insensitive.

Enter a User Programmable Feature Source Filename: usermat_

```

Figura A1.6: digitar o arquivo da sub-rotina em Fortran (usermat)



```

c:\> Intel(R) Visual Fortran Intel(R) 64 Compiler Professional for applications running on Intel(R) 64, Ver...
Enter Carriage Return <Enter> to Quit.

Enter a User Programmable Feature Source Filename Without The File Extension.
For Example: USERMAT or usermat. The Filename is case insensitive.

Enter a User Programmable Feature Source Filename: usermat
Microsoft (R) Incremental Linker Version 9.00.30729.01
Copyright (C) Microsoft Corporation. All rights reserved.

-out:usermatLib.dll
-def:usermatLibex.def
-dll
-machine:X64
-map
-manifest
-manifestfile:usermatLib.dll.intermediate.manifest
-defaultlib:ANSYS.lib
*.obj
Creating library usermatLib.lib and object usermatLib.exp
Microsoft (R) Manifest Tool version 5.2.3790.2076
Copyright (c) Microsoft Corporation 2005.
All rights reserved.

*****
usermatLib.dll HAS BEEN SUCCESSFULLY BUILT.

Set the environment variable ANS_USER_PATH to the directory where the
usermatLib.dll resides and run ansys145 to use your newly generated
user shared library.

*****
Pressione qualquer tecla para continuar. . .

```

Figura A1.7: compilação executada com sucesso

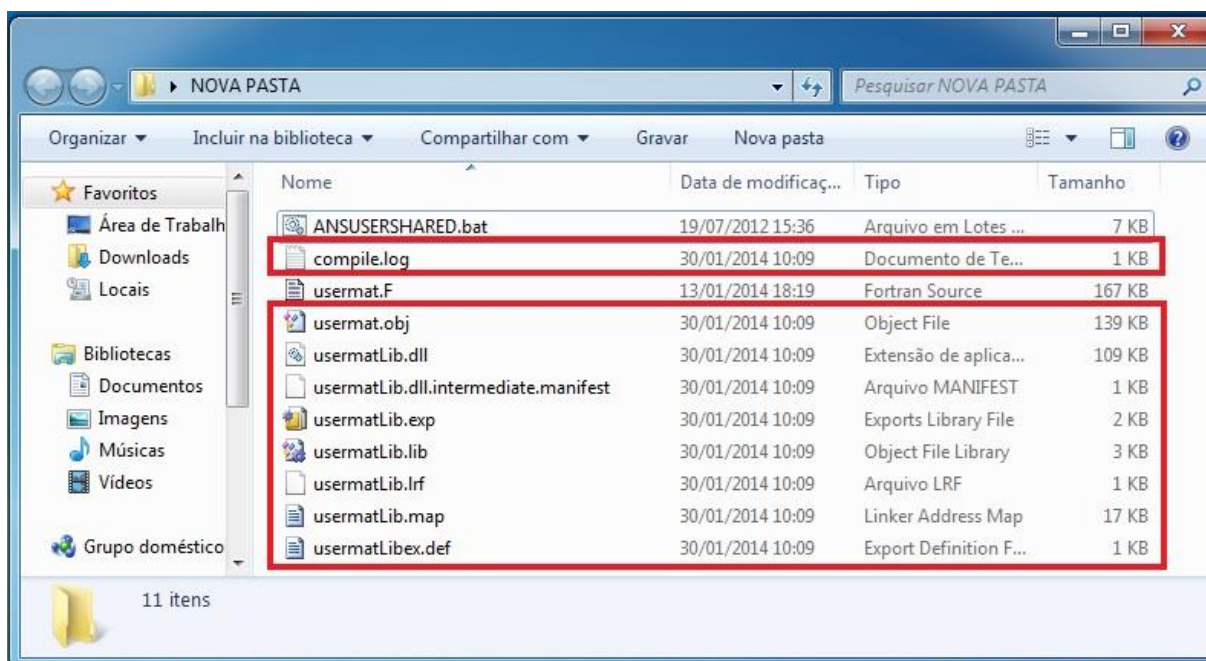


Figura A1.8: novos arquivos criados após a compilação da usermat dentro da NOVA PASTA

PASSO 9) Ao executar o programa ANSYS 14.5, surgirá na Output Window o caminho da variável de ambiente ANS\_USER\_PATH e terá uma nota dizendo o seguinte: *This Ansys version was linked by Licensee* (figura A1.9);

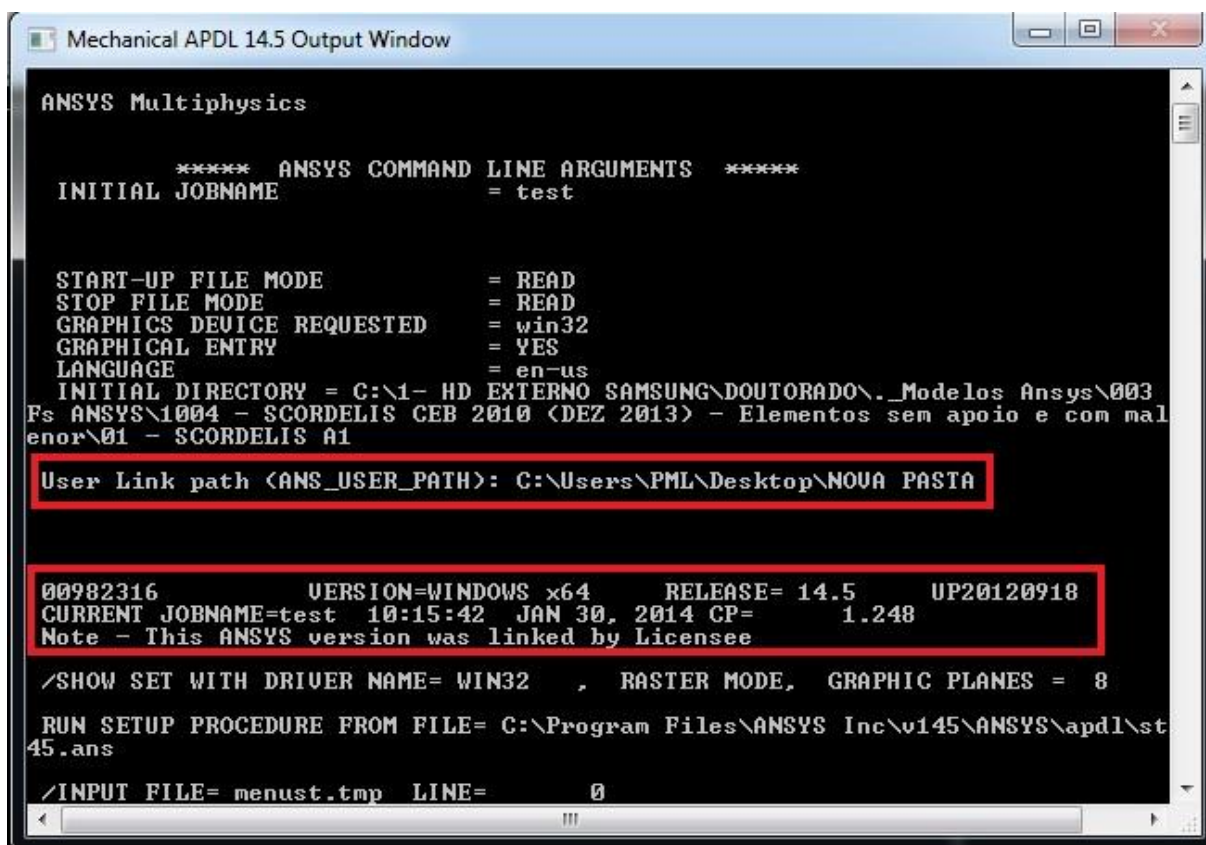


Figura A1.9: verificação que o ANSYS APDL está usando a versão customiza

## **APÊNDICE B – Scripts ANSYS APDL 14.5**

## B.1) Exemplo de *script* para teste de tração ou compressão uniaxial

```

! *****
! Programador: Paula Manica Lazzari
! Data: 22/07/2013
! Nome arquivo: TESTE DE TRAÇÃO OU COMPRESSÃO UNIAXIAL
! unidades: cm, kN
! *****
!
/NOPR                ! Suppress printing of UNDO process
/PMACRO              ! Echo following commands to log fini
FINISH               ! Make sure we are at BEGIN level
/CLEAR,NOSTART       ! Clear model since no SAVE found
/PMETH,OFF,0
/title, TESTE DE TRAÇÃO OU COMPRESSÃO UNIAXIAL
!
! -----
!                               DEFINIÇÃO DO TIPO DE ANÁLISE
! -----
!
/PREP7
!
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
!
/GO
!
! -----
!                               DEFINIÇÃO ELEMENTO FINITO
! -----
!
ET,1,SOLID186        ! Element type
!
KEYOPT,1,2,1         ! Element type: full integration
KEYOPT,1,3,0         ! Element type: homogeneous Structural Solid (default)
KEYOPT,1,6,0         ! Element type: Use pure displacement formulation (default)
!
! -----
!                               CONCRETO - USER - MATERIAL 1
! -----
!
tb,user,1,2,6        ! Material 1, 2 temperaturas, 6 constantes (prop)
tbtemp,1.0           ! Primeira temperatura
tbdata,1,3.19E3, 0.2, 2.5,1,2.001,0 ! Temperatura 1, E, Poisson, fc, agregado,
! etapas de cálculo, data
tb,state,1,,9        ! Define 9 variáveis de estado
!
! -----
!                               GEOMETRIA
! -----
!
! BLC4, , ,1,1,1     ! Creates a rectangular area or block volume by corner points.
!
! -----
!                               MESH CONCRETO
! -----
!
! Especifica as características dos elementos 3D:
!
TYPE, 1              ! Element type
MAT, 1               ! Material number
REAL, 1              ! Real constant
ESYS, 0              ! Element coordinate system number (0: global cartesian)
!
! Opções da malha:
!
esize,1
VMESH,1              !aplica a mesh 1
!
! -----
!                               RESTRIÇÕES NOS APOIOS
! -----
!
nsel,s,loc,x,0       ! Seleciona os nós cuja coordenada x é 0
d,all,ux             ! Restringe o deslocamento na direção x para os nós selecionados

```

```

nsel,s,loc,y,0      ! Seleciona os nós cuja coordenada y é 0
d,all,uy            ! Restringe o deslocamento na direção y para os nós selecionados
nsel,s,loc,z,0      ! Seleciona os nós cuja coordenada z é 0
d,all,uz            ! Restringe o deslocamento na direção z para os nós selecionados
allsel
!
! -----
!                               IMPOSIÇÃO DE DESLOCAMENTOS
! -----
!
nsel,s,loc,x,1
d,all,ux,-0.004     !Use this displacement to verify the compressive strength
!d,all,ux,0.001     !Use this displacement to verify the tensile strength
allsel
fini
!
! -----
!                               SOLUÇÃO
! -----
!
/solu
antype,0            ! Análise estática
solcontrol,on
NROPT,FULL,,ON     ! Ferramenta N-R completo para convergência
autots,on           ! Propriedades da não-linearidade
nsubst,200,1000,200 ! Especifica o número de substeps do load step (200 incrementos)
ncnv,2,,3000       ! Critério de parada para terminar a análise (3000 iterações)
neqit,100          ! Número máximo de equações de equilíbrio
CNVTOL,F, ,0.01,2, , ! Tolerância em termos de força
CNVTOL,U, ,0.01,2, , ! Tolerância em termos de deslocamento
outres,all,all
time,1              ! Time step prescrito
eresx,no
!
solve
fini
!
! -----
!                               PÓS-PROCESSAMENTO
! -----
!
/post26
numvar,200
nn1=node(0,0,0)
nn2=node(0,1,0)
nn3=node(1,0,0)
nn4=node(1,1,0)
nn5=node(0,0,1)
nn6=node(0,1,1)
nn7=node(1,0,1)
nn8=node(1,1,1)
!
!ESOL, NVAR, ELEM, NODE, Item, Comp, Name
!Specifies element data to be stored from the results file.
!
esol,2,1,nn1,s,x
esol,3,1,nn2,s,x
esol,4,1,nn3,s,x
esol,5,1,nn4,s,x
esol,6,1,nn5,s,x
esol,7,1,nn6,s,x
esol,8,1,nn7,s,x
esol,9,1,nn8,s,x
esol,10,1,nn,epel,x
!
ABS,11,2,,,stress
ABS,12,10,,,strain
!
/AXLAB,Y,Stress (kN/cm2)
/AXLAB,X,Strain (mm/mm)
!
ylabel,stress
xlabel,strain
!
xvar,12
plvar,11

```

## B.2) Exemplo de *script* para traçar diagrama carga x deslocamento – pós-processamento (fornecido pelo Prof. Mauro de Vasconcellos Real):

```

/POST26
!
! Rotina para se fazer o gráfico carga-deslocamento quando se usa incremento de deslocamento
!
*SET,FATOR1,-1.00           ! Fator para multiplicar o deslocamento se necessário
!                           ! (por exemplo: torna positivos os deslocamentos)
*SET,FATOR2,4.00           ! Fator para multiplicar a carga se necessário
!                           ! (por exemplo: Ptotal = 4xP)
*SET,NNUY,92               ! Número do nó que se quer fazer o gráfico carga-deslocamento
!                           ! (ver listagem dos nós com coordenadas)
!
/AXLAB,Y,CARGA P           ! Label Y
/AXLAB,X,FLECHA UY         ! Label X
NSOL,2,NNUY,U,y           ! Especifica o nó cujo deslocamento Uy vai ser plotado.
NSOL,3,1,U,Z               ! Variável muda, serve para armazenar a soma das reações
!                           ! (corresponde ao deslocamento UZ do nó 1).
!
NSEL,S,LOC,y,-2.50         ! Seleciona os nós cuja coordenada y é igual a -2.50
!                           ! (escolher a coordenada de onde estão as reações).
!
*GET,NUMNOD,NODE,0,COUNT   ! Captura os números dos nós de onde estão as
!                           ! reações.
*GET,CURNOD,NODE,0,NUM,MIN ! Captura as coordenadas dos nós onde estão as
!                           ! reações de apoio.
!
*DO,I,1,NUMNOD             ! Laço que faz a soma das reações Fy dos nós selecionados antes.
RFORCE,4,CURNOD,F,y
ADD,3,3,4,SOMA
CURNOD=NDNEXT(CURNOD)
*ENDDO
!
PROD,2,2,,,,,FATOR1       ! Ajuste dos deslocamentos pelo fator FATOR1
PROD,3,3,,,,,FATOR2       ! Ajuste das cargas pelo fator FATOR2
!
XVAR,2                     ! Plota os deslocamentos no eixo X
PLVAR,3                    ! Plota a carga total no eixo Y Y
!
ALLSEL,ALL
FINISH

```

### B.3) Exemplo de *script* para viga A1 de Bresler e Scordelis (1963):

```

! *****
! Programador: Paula Manica Lazzari
! Data: 27/11/2013
! Nome arquivo: Vigas_Scordelis
! unidades: cm, kN
! *****
!
! /NOPR                ! Suppress printing of UNDO process
! /PMACRO              ! Echo following commands to log fini
! FINISH               ! Make sure we are at BEGIN level
! /CLEAR,NOSTART      ! Clear model since no SAVE found
! /PMETH,OFF,0
! /title, VIGA A1 SCORDELIS
!
! -----
!                               DEFINIÇÃO DO TIPO DE ANÁLISE
! -----
!
! /PREP7
!
! KEYW,PR_SET,1
! KEYW,PR_STRUC,1
!
! /GO
!
! -----
!                               DEFINIÇÃO ELEMENTO FINITO
! -----
!
! ET,1,SOLID186        ! Element type
!
! KEYOPT,1,2,1         ! Element type: full integration
! KEYOPT,1,3,0         ! Element type: homogeneous Structural Solid (default)
! KEYOPT,1,6,0         ! Element type: Use pure displacement formulation (default)
!
! -----
!                               PARAMETROS DOS MATERIAIS
! -----
!
! -----
!                               CONCRETO - USER - material 1
! -----
!
! E1=2413              ! Modulo Elasticidade (kN/cm²)
! v=0.2                ! Coeficiente de Poisson
! fc = 2.41            ! Resistência à compressão (kN/cm²)
!
! tb,user,1,2,6        ! Material 1, 2 temperaturas, 6 constantes (prop)
! tbtemp,1.0           ! Primeira temperatura
! tbdata,1,E1, v, fc,4,21.002,0 ! Temperatura 1, E, Poisson, fc, agregado,
!                       ! etapas de cálculo, data
! tb,state,1,,9        ! Define 9 variáveis de estado
!
! -----
!                               ARMADURA BARRAS LONGITUDINAIS INFERIORES - BISO - material 2
! -----
!
! v1=0.3
! ES2 = 21788.2
! FY2 = 55.5
! EPSLONY2 = FY2/ES2
! EPSLONU2 = 0.1      !10%
! ES22 = ES2/100
! FU2 = (EPSLONU2-EPSLONY2)*ES22+FY2
!
! ! Modelo Linear Isotrópico:
!
! MPTEMP,,,,,,,,,
! MPTEMP,1,0
! MPDATA,EX,2,,ES2
! MPDATA,PRXY,2,,v1
!

```

```

! Modelo Bilinear - entra com a curva tensao x def:
!
TB,BISO,2,1,2,          ! Material 2, 1 temperatura, 2 constantes
TBTEMP,0
TBDATA,,FY2,ES22,,,,
!
! -----
!   ARMADURA BARRAS LONGITUDINAIS SUPERIORES - BISO - material 3
! -----
!
v2=0.3
ES3 = 20133
FY3 = 34.54
EPSLONY3 = FY3/ES3
EPSLONU3 = 0.1
ES33 = ES3/100
FU3 = (EPSLONU3-EPSLONY3)*ES33+FY3
!
! Modelo Linear Isotrópico:
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,3,,ES3
MPDATA,PRXY,3,,V2
!
!
! Modelo Bilinear - entra com a curva tensao x def:
!
TB,BISO,3,1,2,          ! Material 3, 1 temperatura, 2 constantes
TBTEMP,0
TBDATA,,FY3,ES33,,,,
!
! -----
!   ESTRIBOS - BISO - material 3
! -----
!
v3=0.3
ES4 = 18961
FY4 = 32.54
EPSLONY4 = FY4/ES4
EPSLONU4 = 0.1
ES44 = ES4/100
FU4 = (EPSLONU4-EPSLONY4)*ES44+FY4
!
! Modelo Linear Isotrópico:
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,4,,ES4
MPDATA,PRXY,4,,v3
!
! Modelo Bilinear - entra com a curva tensao x def:
!
TB,BISO,4,1,2,          ! Material 4, 1 temperatura, 2 constantes
TBTEMP,0
TBDATA,,FY4,ES44,,,,
!
! -----
!   GEOMETRIA
! -----
!
! VOLUMES CONCRETO (coord X, coord y, comprim x, comprim y,comprim z)
!
BLC4, , ,183,56,15.5
!
! visualização
!
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/PNUM,KP,1
/PNUM,LINE,0
/PNUM,AREA,0
/PNUM,VOLU,0
/PNUM,NODE,0
/PNUM,TABN,0

```



```

/PNUM,SVAL,0
/NUMBER,0
/PNUM,ELEM,0
!
! -----
!                                     MESH
! -----
! -----
! MESH CONCRETO:
! -----
!
! Especifica as características dos elementos 3D:
!
TYPE, 1                ! Element type
MAT, 1                 ! Material number
REAL, 1                ! Real constant
ESYS, 0                ! Element coordinate system number (0: global cartesian)
SECNUM,
!
! x
!
LESIZE,2, , ,5, , , ,1 !seleciona linha 2 e divide em 5 partes
LESIZE,4, , ,5, , , ,1
LESIZE,5, , ,5, , , ,1
LESIZE,7, , ,5, , , ,1
!
! y
!
LESIZE,1, , ,4, , , ,1 !seleciona linha 1 e divide em 2 partes
LESIZE,3, , ,4, , , ,1
LESIZE,6, , ,4, , , ,1
LESIZE,8, , ,4, , , ,1
!
! z
!
LESIZE,9, , ,1, , , ,1 !seleciona linha 9 e divide em 1 parte
LESIZE,10, , ,1, , , ,1
LESIZE,11, , ,1, , , ,1
LESIZE,12, , ,1, , , ,1
!
! Opções da malha:
!
MSHAPE,0,3D           ! define problema 3D e define elemento hexaedro
MSHKEY,1              ! define malha mapeada
!
VMESH,1               !aplica a mesh 1
!
! Esse comando executa um merge dos nos - elimina nós repetidos
! Faz a renumeração dos nos
!
NUMMRG,NODE, , , ,LOW
NUMCMP,NODE
!
! -----
!                                     ARMADURA INCORPORADA - REINF264
! -----
! -----
! ARM INFERIOR - 2 camadas - SEC 2 e 3
! -----
! CAMADA 1
! Define discrete reinforcing section
!
sect,2,REINF,DISC     ! Reforço seção 2
secdata, 2,6.47,EDGo,1,0.46,.57,0.46,.57 ! Material 2, área da seção trans.: 6.47 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (1),
! localizado a 46% da altura y e 57% da direção z
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,1              ! Seleciona elementos 1 a 5
FITEM,5,-5
ESEL,S, , , ,P51X
SECN,2                 ! Define os elementos selecionados como seção 2
EREINF                 ! Gera reforço nos elementos selecionados
!

```

```

! CAMADA 2
! Define discrete reinforcing section
!
sect,3,REINF,DISC          ! Reforço seção 3
secdata, 2,6.47,EDGo,1,0.91,.57,0.91,.57 ! Material 2, área da seção trans.: 6.47 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (1),
! localizado a 91% da altura y e 57% da direção z
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,1                 ! Seleciona elementos 1 a 5
FITEM,5,-5
ESEL,S, , ,P51X
SECN,3                    ! Define os elementos selecionados como seção 3
EREINF                    ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
! -----
! ARM SUPERIOR - SEC 4
! -----
! Define discrete reinforcing section
!
sect,4,REINF,DISC        ! Reforço seção 4
secdata, 3,1.27,EDGo,1,0.64,.67,0.64,.67 ! Material 3, área da seção trans.: 1.27 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (1),
! localizado a 64% da altura y e 67% da direção z
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,16                ! Seleciona elementos 16 a 20
FITEM,5,-20
ESEL,S, , ,P51X
SECN,4                    ! Define os elementos selecionados como seção 4
EREINF                    ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
! -----
! ESTRIBOS - SEC 5 A 10
! -----
! Define discrete reinforcing section - ESTRIBO INF - SEC 5 e 6
!
sect,5,REINF,DISC        ! Reforço seção 5
secdata, 4,0.28,EDGo,3,0,0.36,0,0.36    ! Material 4, área da seção trans.: 0.28 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (3),
! localizado a 36% da altura y e 0% da distância x
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,1                 ! Seleciona elementos 1 a 5
FITEM,5,-5
ESEL,S, , ,P51X
SECN,5                    ! Define os elementos selecionados como seção 5
EREINF                    ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
sect,6,REINF,DISC        ! Reforço seção 6
secdata, 4,0.28,EDGo,3,0.5,0.36,0.5,0.36 ! Material 4, área da seção trans.: 0.28 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (3),
! localizado 36% da altura y e 50% da distância x
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,1                 ! Seleciona elementos 1 a 5
FITEM,5,-5
ESEL,S, , ,P51X
SECN,6                    ! Define os elementos selecionados como seção 6
EREINF                    ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
! Define discrete reinforcing section - ESTRIBO SUP - SEC 7 e 8
!
sect,7,REINF,DISC        ! Define os elementos selecionados como seção 7
secdata, 4,0.28,EDGo,3,0,0.64,0,0.64    ! Material 4, área da seção trans.: 0.28 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (3),
! localizado 64% da altura y e 0% da distância x
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2

```

```

FITEM,5,16 ! Seleciona elementos 16 a 20
FITEM,5,-20
ESEL,S,,P51X
SECN,7 ! Define os elementos selecionados como seção 7
EREINF ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
sect,8,REINF,DISC ! Reforço seção 8
secdata,4,0.28,EDGo,3,0.5,0.64,0.5,0.64 ! Material 4, área da seção trans.: 0.28 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (3),
! localizado 64% da altura y e 50% da distância x
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,16 ! Seleciona elementos 16 a 20
FITEM,5,-20
ESEL,S,,P51X
SECN,8 ! Define os elementos selecionados como seção 8
EREINF ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
! ESTRIBO PARTE VERTICAL -- SEC 9 e 10
!
! Define discrete reinforcing section
!
sect,9,REINF,DISC ! Reforço seção 9
secdata,4,0.28,EDGo,2,0,.68,0,.68 ! Material 4, área da seção trans.: 0.28 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (2),
! localizado 68% distância z e 0% da distância x
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,1 ! Seleciona elementos 1 a 20
FITEM,5,-20
ESEL,S,,P51X
SECN,9 ! Define os elementos selecionados como seção 9
EREINF ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
sect,10,REINF,DISC ! Reforço seção 10
secdata,4,0.28,EDGo,2,0.5,.68,0.5,.68 ! Material 4, área da seção trans.: 0.28 cm²,
! reforço discreto (EDGo), direção do reforço (2),
! localizado 68% distância z e 50% da distância x
! Create reinforcing element via EREINF
!
FLST,5,2,2,ORDE,2
FITEM,5,1 ! Seleciona elementos 1 a 20
FITEM,5,-20
ESEL,S,,P51X
SECN,10 ! Define os elementos selecionados como seção 10
EREINF ! Gera reforço nos elementos selecionados
!
! -----
! TRANSPARÊNCIA NO CONCRETO PARA VISUALIZAR ARMADURA
! -----
!
! Inspect newly created reinforcing elements
!
esel,s,type,,1
! adjust the translucency level of the base element to reveal the embedded reinforcing
! elements
/trlcy,elem,0.9
esel,all
/view,1,1,1,1
! Turn on the expanded element shapes
/eshape,1
eplot
!
! -----
! RESTRIÇÕES NOS APOIOS
! -----
!
nset,s,loc,x,0 ! Seleciona os nós cuja coordenada x é 0
nset,r,loc,y,0 ! Entre os nós selecionados anteriormente, mantém
! selecionados apenas os nós cuja coordenada y é 0
d,all,uy ! Restringe o deslocamento na direção y para os nós
! selecionados

```

```

DA,6,UX,          ! seleciona nós da área 6 e bloqueia deslocamento em x
DA,1,UZ,          ! seleciona nós da área 1 e bloqueia deslocamento em z
allsel           ! seleciona tudo
!
! -----
!                               CARREGAMENTO
!                               ANÁLISE NÃO-LINEAR
! -----
! -----
!                               1o CASO DE CARGA - Etapa 1 - Incremento de Tempo 0-28 dias
! -----
!
/PREP7
!
nset,s,loc,x,183      ! Seleciona os nós cuja coordenada x é 183
nset,r,loc,y,56       ! Entre os nós selecionados anteriormente, mantém
!                     ! selecionado apenas o nó cuja coordenada y é 56
d,all,uy,-0.0000000000000001 ! Aplica deslocamento na direção y para o nó selecionado
allsel
!
antype,0              ! Análise estática
solcontrol,on
NROPT,FULL,,ON       ! Ferramenta N-R completo para convergência
!
autots,on             ! Propriedades da não-linearidade
nsubst,28,1000,28     ! Especifica o número de substeps do load step (28 incrementos)
ncnv,2,,3000         ! Critério de parada para terminar a análise (3000 iterações)
neqit,100             ! Número máximo de equações de equilíbrio
CNVTOL,F, ,0.1,2, ,  ! Tolerância em termos de força
CNVTOL,U, ,0.1,2, ,  ! Tolerância em termos de deslocamento
outres,all,all
!
time,28               ! Time step prescrito
eresx,no
!
LSWRITE,1,           ! Número do load step
!
! -----
!                               2o CASO DE CARGA - Etapa 2 - Incremento de Deslocamento
! -----
!
/PREP7
!
nset,s,loc,x,183      ! Seleciona os nós cuja coordenada x é 183
nset,r,loc,y,56       ! Entre os nós selecionados anteriormente, mantém
!                     ! selecionado apenas o nó cuja coordenada y é 56
d,all,uy,-3           ! Aplica deslocamento na direção y para o nó selecionado
allsel
!
antype,0              ! Análise estática
solcontrol,on
NROPT,FULL,,ON       ! Ferramenta N-R completo para convergência
!
autots,on             ! Propriedades da não-linearidade
nsubst,400,1000,400  ! Especifica o número de substeps do load step (400 incrementos)
ncnv,2,,3000         ! Critério de parada para terminar a análise (3000 iterações)
neqit,100             ! Número máximo de equações de equilíbrio
CNVTOL,F, ,0.3,2, ,  ! Tolerância em termos de força
CNVTOL,U, ,0.3,2, ,  ! Tolerância em termos de deslocamento
outres,all,all
!
time,1                ! Time step prescrito
eresx,no
!
LSWRITE,2,           ! Número do load step
!

```

#### B.4) Exemplo de *script* para viga segmentada com deslizamento de Aparicio et al (2002):

```

! *****
! Programador: Paula Manica Lazzari
! Data: 25/03/2014
! Nome arquivo: VIGA SEGMENTADA
! unidades: cm, kN
! *****
!
! /NOPR                ! Suppress printing of UNDO process
! /PMACRO              ! Echo following commands to log fini
! FINISH               ! Make sure we are at BEGIN level
! /CLEAR,NOSTART       ! Clear model since no SAVE found
! /PMETH,OFF,0
! /title, VIGA SEGMENTADA APARICIO
!
! -----
!                      DEFINIÇÃO DO TIPO DE ANÁLISE
! -----
!
! /PREP7
!
! KEYW,PR_SET,1
! KEYW,PR_STRUC,1
!
! /GO
!
! -----
!                      DEFINIÇÃO ELEMENTOS FINITOS
! -----
!
! CONCRETO - SOLID186 - 1
! -----
!
! ET,1,SOLID186        ! Element type
!
! KEYOPT,1,2,1         ! Element type: full integration
! KEYOPT,1,3,0         ! Element type: homogeneous Structural Solid (default)
! KEYOPT,1,6,0         ! Element type: Use pure displacement formulation (default)
!
! -----
! AÇO - LINK180 - 2
! -----
!
! ET,2,LINK180
!
! -----
! CONTATO - CONTAL74 + TARGE170 - 3 e 4
! -----
!
! ET,3,TARGE170
!
! ET,4,CONTAL74
!
! Keyopt,4,10,2        ! Contact stiffness update each iteration based
! Keyopt,4,2,1         ! Penalty function
! Keyopt,4,12,5       ! bonded (always)
! Keyopt,4,9,1        ! Exclude both initial penetration or gap
!
! -----
! REAL CONSTANTS
! -----
!
! R2, ARMADURA PROTENSÃO PARTE INCLINADA
! R3, ARMADURA PROTENSÃO PARTE RETA INFERIOR
! R4, ELEMENTO DE CONTATO
!
! R,2,1.81453, 0,0
! R,3,3.62906, 0,0
!
! R,4
! RMODIF,4,3,-1e1     ! FKN - Normal Stiffness
! RMODIF,4,12,-1e1    ! FKT - Tangent Stiffness
!                      ! A negative value is used as an absolute value, wich overrides
!                      ! the default

```

```

! -----
!                                     PARAMETROS DOS MATERIAIS
! -----
!
! -----
!                                     CONCRETO - USER - MATERIAL 1
! -----
!
E1=2886.536                ! Modulo Elasticidade (kN/cm²)
v=0.2                      ! Coeficiente de Poisson
fc = 4.5                   ! Resistência à compressão (kN/cm²)
!
tb,user,1,2,6              ! Material 1, 2 temperaturas, 6 constantes (prop)
tbtemp,1.0                 ! Primeira temperatura
tbdata,1,E1, v, fc,4,23.002,0 ! Temperatura 1, E, Poisson, fc, agregado,
! etapas de cálculo, data
tb,state,1,,9              ! Define 9 variáveis de estado
!
! Density
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,2.5484E-8
!
! -----
!                                     ARMADURA DE PROTENSÃO - USER - MATERIAL 2
! -----
!
tb,user,2,2,5              ! Material 2, 2 temperaturas, 5 constantes (prop)
tbtemp,1.0                 ! Primeira temperatura
tbdata,1,19500, 0.3, 190, 87.6,28 ! Temperatura 1, E, Poisson, Fptk, tensão inicial de
! protensão, data protensão
tb,state,1,,9              ! Define 9 variáveis de estado
!
! -----
!                                     CONTATO - Cohesive Zone Material - CZM - MATERIAL 6
! -----
!
Tb,czm,6,1,1,CBDD          ! Material 6, 1 temperatura, tipo de modelo
TBDATA,1,0.01,10,100,10,1e-8, ! Temp 1, Maximum normal contact stress 0.01 kN/cm²,
! maximum normal separation 10 cm, Maximum tangential
! contact stress 100 kN/cm², Maximum tangential
! separation 10 cm, and define an artificial damping
! coefficient of 1e-8
!
! -----
!                                     PLACA METALICA - material 10
! -----
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,10,,20000
MPDATA,PRXY,10,,0.3
!
! -----
!                                     JUNTA COLADA - 1mm - material 20
! -----
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,20,,2000
MPDATA,PRXY,20,,0.3
!
! -----
!                                     JUNTA COLADA - 1mm - material 30
! -----
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,30,,2000
MPDATA,PRXY,30,,0.3
!

```

```

! -----
!                                     GEOMETRIA
! -----
!
! VOLUMES CONCRETO (coord X, coord y, comprim x, comprim y,comprim z)
!
!----- X: -22,5 - 22,5 (3 BLOCOS - APOIO)
!
BLOCK,-22.5,22.5,0,60,0,25,
BLOCK,-22.5,22.5,0,60,25,35,
BLOCK,-22.5,22.5,0,60,35,60,
!
!----- X: 22,5 - 59.9 (4 BLOCOS)
!
BLOCK,22.5,59.9,0,10,0,25,
BLOCK,22.5,59.9,0,60,25,35,
BLOCK,22.5,59.9,50,60,0,25,
BLOCK,22.5,59.9,50,60,35,60,
!
!----- X: 60,1 - 179,9 (4 BLOCOS)
!
BLOCK,60.1,179.9,0,10,0,25,
BLOCK,60.1,179.9,0,60,25,35,
BLOCK,60.1,179.9,50,60,0,25,
BLOCK,60.1,179.9,50,60,35,60,
!
!----- X: 180,1 - 222,5 (4 BLOCOS)
!
BLOCK,180.1,222.5,0,10,0,25,
BLOCK,180.1,222.5,0,60,25,35,
BLOCK,180.1,222.5,50,60,0,25,
BLOCK,180.1,222.5,50,60,35,60,
!
!----- X: 222,5 - 257,5 (3 BLOCOS - CARGA)
!
BLOCK,222.5,257.5,0,60,0,25,
BLOCK,222.5,257.5,0,60,25,35,
BLOCK,222.5,257.5,0,60,35,60,
!
!----- X: 257,5 - 299,9 (4 BLOCOS)
!
BLOCK,257.5,299.9,0,10,0,25,
BLOCK,257.5,299.9,0,60,25,35,
BLOCK,257.5,299.9,50,60,0,25,
BLOCK,257.5,299.9,50,60,35,60,
!
!----- X: 300,1 - 360 (4 BLOCOS)
!
BLOCK,300.1,360,0,10,0,25,
BLOCK,300.1,360,0,60,25,35,
BLOCK,300.1,360,50,60,0,25,
BLOCK,300.1,360,50,60,35,60,
!
!----- X: -32,5 à -22,5 (3 BLOCOS - PLACA METALICA APOIO)
!
BLOCK,-32.5,-22.5,0,60,0,25,
BLOCK,-32.5,-22.5,0,60,25,35,
BLOCK,-32.5,-22.5,0,60,35,60,
!
!----- X: 59,9 à 60 (4 BLOCOS - JUNTA COLADA 1mm)
!
BLOCK,59.9,60,0,10,0,25,
BLOCK,59.9,60,0,60,25,35,
BLOCK,59.9,60,50,60,0,25,
BLOCK,59.9,60,50,60,35,60,
!
!----- X: 179,9 à 180 (4 BLOCOS - JUNTA COLADA 1mm)
!
BLOCK,179.9,180,0,10,0,25,
BLOCK,179.9,180,0,60,25,35,
BLOCK,179.9,180,50,60,0,25,
BLOCK,179.9,180,50,60,35,60,
!
!----- X: 299,9 à 300 (4 BLOCOS - JUNTA COLADA 1mm)
!
BLOCK,299.9,300,0,10,0,25,

```

```

BLOCK,299.9,300,0,60,25,35,
BLOCK,299.9,300,50,60,0,25,
BLOCK,299.9,300,50,60,35,60,
!
!----- X: 60.01 à 60.1 (4 BLOCOS - JUNTA COLADA 1mm)
!
BLOCK,60.01,60.1,0,10,0,25,
BLOCK,60.01,60.1,0,60,25,35,
BLOCK,60.01,60.1,50,60,0,25,
BLOCK,60.01,60.1,50,60,35,60,
!
!----- X: 180.01 à 180.1 (4 BLOCOS - JUNTA COLADA 1mm)
!
BLOCK,180.01,180.1,0,10,0,25,
BLOCK,180.01,180.1,0,60,25,35,
BLOCK,180.01,180.1,50,60,0,25,
BLOCK,180.01,180.1,50,60,35,60,
!
!----- X: 300.01 à 300.1 (4 BLOCOS - JUNTA COLADA 1mm)
!
BLOCK,300.01,300.1,0,10,0,25,
BLOCK,300.01,300.1,0,60,25,35,
BLOCK,300.01,300.1,50,60,0,25,
BLOCK,300.01,300.1,50,60,35,60,
!
! insere keypoints para poder lançar as linhas (ARMADURA)
!
K,1000,-32.5,40,35,          ! keypoint 1000 em x=-32.5, y=40 e z=35
K,1010,240,5,35.01,        ! DESVIADOR
K,1020,360,5,35,
K,1030,-32.5,30,35,
!
! traça linhas entre os pontos criados
!
! barras
!
LSTR,      1000,      1010
LSTR,      1010,      1020
LSTR,      1010,      1030
!
! -----
!                               MESH
! -----
! -----
!                               MESH CONCRETO
! -----
! -----
!----- X: -22,5 - 22,5 (3 BLOCOS - APOIO)
!
! Especifica as características dos elementos 3D:
!
TYPE,      1
MAT,       1
REAL,      1
ESYS,      0
SECNUM,
!
! x
!
LESIZE,2, , ,2, , , ,1 !seleciona barra 2 e divide em 2 partes
LESIZE,4, , ,2, , , ,1
LESIZE,5, , ,2, , , ,1
LESIZE,7, , ,2, , , ,1
!
! y
!
LESIZE,1, , ,6, , , ,1
LESIZE,3, , ,6, , , ,1
LESIZE,6, , ,6, , , ,1
LESIZE,8, , ,6, , , ,1
!
! z
!
LESIZE,9, , ,2, , , ,1
LESIZE,10, , ,2, , , ,1

```



```

LESIZE,11, , ,2, , , ,1
LESIZE,12, , ,2, , , ,1
!
! Opções da malha:
!
MSHAPE,0,3D          ! define problema 3D e define elemento hexaedro
MSHKEY,1            ! define malha mapeada
!
VMESH,1              !aplica a mesh 1
!
! Especifica as características dos elementos 3D:
!
TYPE, 1
MAT, 1
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!
! x
!
LESIZE,14, , ,2, , , ,1
LESIZE,16, , ,2, , , ,1
LESIZE,17, , ,2, , , ,1
LESIZE,19, , ,2, , , ,1
!
! y
!
LESIZE,13, , ,6, , , ,1
LESIZE,15, , ,6, , , ,1
LESIZE,18, , ,6, , , ,1
LESIZE,20, , ,6, , , ,1
!
! z
!
LESIZE,21, , ,1, , , ,1
LESIZE,22, , ,1, , , ,1
LESIZE,23, , ,1, , , ,1
LESIZE,24, , ,1, , , ,1
!
! Opções da malha:
!
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
!
VMESH,2
!
! Especifica as características dos elementos 3D:
!
TYPE, 1
MAT, 1
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!
! x
!
LESIZE,26, , ,2, , , ,1
LESIZE,28, , ,2, , , ,1
LESIZE,29, , ,2, , , ,1
LESIZE,31, , ,2, , , ,1
!
! y
!
LESIZE,25, , ,6, , , ,1
LESIZE,27, , ,6, , , ,1
LESIZE,30, , ,6, , , ,1
LESIZE,32, , ,6, , , ,1
!
! z
!
LESIZE,33, , ,2, , , ,1
LESIZE,34, , ,2, , , ,1
LESIZE,35, , ,2, , , ,1
LESIZE,36, , ,2, , , ,1
!

```

```

! Opções da malha:
!
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
!
VMESH,3
!
.
.
! ATÉ VOLUME 26 - MATERIAL 1
.
.
! VOLUMES 27 A 29 - MATERIAL 10
.
.
! VOLUMES 30 A 41 - MATERIAL 20
.
.
! VOLUMES 42 A 53 - MATERIAL 30
!
! -----
!                               MESH ARMADURA INCLINADA
! -----
!
! Especifica as características dos elementos de barra:
!
TYPE, 2
MAT, 2
REAL, 2
ESYS, 0
SECNUM,
!
LESIZE,637, , ,1, , , , ,1
LESIZE,639, , ,1, , , , ,1
!
LMESH,637
LMESH,639
!
! -----
!                               MESH ARMADURA RETA INFERIOR
! -----
!
! Especifica as características dos elementos de barra:
!
TYPE, 2
MAT, 2
REAL, 3
ESYS, 0
SECNUM,
!
LESIZE,638, , ,1, , , , ,1
!
LMESH,638
!
! Esse comando executa um merge dos nos - elimina nos repetidos
! Faz a renumeração dos nos
!
NUMMRG,NODE, , , ,LOW
NUMCMP,NODE
!
! -----
!                               TARGE170 + CONTA174
! -----
!
! -----
!                               Generate the target surface (TARGE170) - SELECONA AREAS
! -----
!
! X = 60
!
REAL,4 ! Use Real Constant 4
TYPE,3 ! Select element type 3
Mat,6 ! material 6 (czm)
!
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,180

```

```

FITEM,5,186
FITEM,5,192
FITEM,5,198
ASEL,S,, ,P51X
!
NSLA,S,1           ! Selects those nodes associated with the selected areas
ESLN,S,0           ! Selects those elements associated with the selected areas.
ESURF              ! Generate target elements
!
! X = 180
!
REAL,4
TYPE,3
Mat,6
!
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,204
FITEM,5,210
FITEM,5,216
FITEM,5,222
ASEL,S,, ,P51X
!
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF              ! Generate target elements
!
! X = 300
!
REAL,4
TYPE,3
Mat,6
!
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,228
FITEM,5,234
FITEM,5,240
FITEM,5,246
ASEL,S,, ,P51X
!
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF              ! Generate target elements
!
! -----
!           Generate the contact surface (CONTA174) - SELECCIONA AREAS
! -----
!
! X = 60.01
!
TYPE,4
!
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,251
FITEM,5,257
FITEM,5,263
FITEM,5,269
ASEL,S,, ,P51X
!
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF
!
! X = 180.01
!
TYPE,4
!
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,275
FITEM,5,281
FITEM,5,287
FITEM,5,293
ASEL,S,, ,P51X
!
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF

```

```

!
! X = 300.01
!
TYPE,4
!
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,299
FITEM,5,305
FITEM,5,311
FITEM,5,317
ASEL,S,, ,P51X
!
NSLA,S,1
ESLN,S,0
ESURF
!
ALLSEL
!
! -----
!                               DESVIADOR
! -----
!
CP,1,UY,1098,2196                !CP,,UY,node_viga,node_cabo
CP,2,UZ,1098,2196
!
! -----
!                               RESTRIÇÕES NOS APOIOS
! -----
!
nset,s,loc,x,0
nset,r,loc,y,0
d,all,uy,0
!
DA,1,UZ,
DA,19,UZ,
DA,31,UZ,
DA,43,UZ,
DA,55,UZ,
DA,67,UZ,
DA,79,UZ,
DA,91,UZ,
DA,109,UZ,
DA,121,UZ,
DA,133,UZ,
DA,145,UZ,
DA,157,UZ,
DA,187,UZ,
DA,259,UZ,
DA,175,UZ,
DA,247,UZ,
DA,211,UZ,
DA,283,UZ,
DA,199,UZ,
DA,271,UZ,
DA,235,UZ,
DA,307,UZ,
DA,223,UZ,
DA,295,UZ,
!
DA,138,UX,
DA,144,UX,
DA,150,UX,
DA,156,UX,
!
allsel
!

```

```

! -----
!                                     CARREGAMENTO
!                                     ANÁLISE NÃO-LINEAR
! -----
!
!                                     1o CASO DE CARGA - Etapa 1 - Incremento de Tempo 0-28 dias + PP
! -----
!
/PREP7
!
ACEL,0,981,0,          ! aplica peso próprio
allsel,all
!
antype,0              ! Análise estática
solcontrol,on
NROPT,FULL,,ON      ! Ferramenta N-R completo para convergência
!
autots,on            ! Propriedades da não-linearidade
nsubst,1,1000,1     ! Especifica o número de substeps do load step
ncnv,2,,3000        ! Critério de parada para terminar a análise (3000 iterações)
neqit,100           ! Número máximo de equações de equilíbrio
CNVTOL,F, ,0.05,2, , ! Tolerância em termos de força
CNVTOL,U, ,0.05,2, , ! Tolerância em termos de deslocamento
outres,all,all
!
time,1               ! Time step prescrito
eresx,no
!
LSWRITE,1,          ! Número do load step
!
! -----
!                                     2o CASO DE CARGA - Etapa 2 - Incremento de FORÇA
! -----
!
/PREP7
!
nsel,s,loc,x,240     ! Seleciona os nós cuja coordenada x é 240
nsel,r,loc,y,60      ! Entre os nós selecionados anteriormente, mantém
!                   ! selecionado apenas o nó cuja coordenada y é 60
F,all,Fy,-300        ! Aplica força na direção y para o nó selecionado
allsel,all
!
antype,0              ! Análise estática
solcontrol,on
NROPT,FULL,,ON      ! Ferramenta N-R completo para convergência
!
autots,on            ! Propriedades da não-linearidade
nsubst,400,1000,400 ! Especifica o número de substeps do load step
ncnv,2,,3000        ! Critério de parada para terminar a análise (3000 iterações)
neqit,100           ! Número máximo de equações de equilíbrio
CNVTOL,F, ,0.3,2, , ! Tolerância em termos de força
CNVTOL,U, ,0.3,2, , ! Tolerância em termos de deslocamento
outres,all,all
!
time,1               ! Time step prescrito
eresx,no
!
LSWRITE,2,          ! Número do load step

```