VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

EKONOMICKÁ FAKTULTA

KATEDRA FINANCÍ

Posouzení hedgingové strategie pomocí simulace Monte Carlo

Assessment of Hedging Strategy Using Monte Carlo Simulation

Student: Bc. Michaela Veličková

Vedoucí diplomové práce: prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal

Ostrava 2017

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Ekonomická fakulta
Katedra financí

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Michaela Veličková**

Studijní program: N6202 Hospodářská politika a správa

Studijní obor: 6202T010 Finance

Téma: Posouzení hedgingové strategie pomocí simulace Monte Carlo
Assessment of Hedging Strategy Using Monte Carlo Simulation

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
2. Popis metod statistického odhadu a simulace Monte Carlo
3. Charakteristika finančních derivátů a metod hedgingu
4. Posouzení hedgingové strategie
5. Závěr

Seznam použité literatury
Seznam zkratek
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce
Seznam příloh
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

HULL, John C. *Options, futures, and other derivatives*. New York: Prentice Hall, 2012. ISBN 978-0-13-216494-8.
RANK, John. *Copulas. From theory to application in finance*. New York: Risk books, 2006. ISBN 978-1-904339-45-8.
ZMEŠKAL, Z., D. DLUHOŠOVÁ a T. TICHÝ. *Finanční modely*. Praha: Ekopress, 2013. ISBN 978-80-86929-91-0.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal**

Datum zadání: 18.11.2016

Datum odevzdání: 21.04.2017

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA Ekonomická fakulta

Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal
děkan fakulty

Prohlašuji, že jsem celou práci, včetně všech příloh, vypracovala samostatně.

V Ostravě dne 21. dubna 2017

Michaela Veličková

....

Bc. Michaela Veličková

Děkuji panu prof. Dr. Ing. Zdeňku Zmeškalovi za poskytnuté rady, odbornou pomoc a připomínky při zpracování diplomové práce.

Obsah

1 Úvod

V době globalizace a rostoucí volatility měnových kurzů má zkoumání a zajišťování měnového rizika své opodstatnění. Investice držené v jiných než domácích měnách jsou vystaveny riziku ztrát z nepříznivých pohybů měnových kurzů i přes to, že samotné investice generují zisk. S ohledem na diverzifikaci portfolií investičních fondů jsou držena zahraniční aktiva z různých zemí a v různých měnách, a proto je nutné klást důraz na vhodné zajištění kurzového rizika těchto investic.

Cílem práce je posouzení vhodné hedgingové strategie pro zajištění měnového rizika akciového portfolia s využitím metody Monte Carlo.

Diplomová práce je rozdělena na tři kapitoly, z nichž dvě jsou teoreticko-metodické a třetí aplikačně-ověřovací.

V následující kapitole jsou popsány charakteristické rysy chování finančních časových řad a je zde popsán vývoj přístupu k této problematice. Dále je charakterizováno rozdělení pravděpodobnosti a způsoby testování normality výnosů. V této kapitole jsou popsány přístupy k tvorbě portfolií a v závěru kapitoly je popsána simulace náhodného vývoje finančních aktiv pomocí metody Monte Carlo.

Obsahem další kapitoly je charakteristika finančních derivátů a metod hedgingu. Je zde popsáno riziko obecně a je uvedeno základní dělení finančních rizik. Dále je popsán hedging a klasifikace metod zajištění. Následuje popis finančních derivátů – forwardu, futures, swapu a opce. Další část této kapitoly je zaměřená na měnové riziko, které je zde popsáno spolu s přístupy k jeho zajištění. Následuje popis zvolených hedgingových strategií, které budou aplikovány v praktické části diplomové práce.

Poslední kapitola je věnována praktické aplikaci. Nejdříve jsou statisticky popsána vybraná aktiva, je ověřeno jejich rozdělení pravděpodobnosti s pomocí sofistikovaných metod i podpůrných grafických testů. Na základě zjištěných skutečností je nasimulován vývoj vybraných měn na stanovené období s využitím metody Monte Carlo. Následuje sestavení portfolií a simulace vývoje zisku, taktéž s využitím metody Monte Carlo. V souvislosti s posouzením zvolených zajišťovacích strategií jsou oceněny potřebné finanční deriváty. V závěru kapitoly jsou zhodnoceny zvolené strategie podle zadaných kritérií.

2 Popis metod statistického odhadu a simulace Monte Carlo

Ve druhé kapitole je popsáno charakteristické chování finančních časových řad a druhy pravděpodobnostního rozdělení výnosů. Dále budou krátce popsány přístupy k tvorbě portfolií a v závěru kapitoly bude popsána metoda Monte Carlo k simulace výnosů aktiv.

2.1 Charakteristické rysy chování finančních časových řad

Finančí časové řady se odlišují od jiných ekonomických časových řad frekvencí sledování dat. Nefinančí časové řady se běžně sledují na bázi let, případně kvartálů nebo měsíců. Časové řady finančních dat se sledují v týdenních a denních intervalech, často se analyzují vysokofrekvenční data v řádech hodin, minut a ještě menších časových intervalech.

Chování finačních trhů bylo v moderní historii popsáno v první polovině dvacátého století, Bachelier (1900) nebo Cowles (1933), kdy byla naformulována *teorie efektivního trhu*. Cílem této hypotézy byl pokus o popsání vývoje cenných papírů. Autoři teorie stavěli na několika předpokladech, které vycházely z úvahy, že pokud jsou ceny zcela ovlivňovány očekáváním a informacemi investorů, potom jejich změny nelze předvídat.

2.1.1 Teorie martingálu

O popis vývoje cen aktiv se však vědci pokoušeli již v 16. století a tato teorie je známá pod pojmem *martingál*. Podstatou martingálu je, že očekávaná cena aktiva P v čase $t+1$ se rovná očekávané ceně aktiva v čase t, za předpokladu znalosti všech cen aktiva z minulosti. Předpokladem martingálu je nekorelovanost časových posunů finanční řady, a tedy její lineární nezávislost.

Možný zápis martingálu je:

$$P_t = P_{t-1} + a_t, \qquad (2.1)$$

kde a_t značí přírůstek martingálu nebo diferenci martingálu. Od tohoto tvaru je možné přejít k modelu náhodné procházky. V tomto modelu je proměnná a_t charakterizována jako proces bílého šumu, který předpokládá nekorelovanost a normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a konstantím rozptylem.

2.1.2 Teorie modelu náhodné procházky

Předpokladem modelu náhodné procházky je nahodilost ve tvorbě ceny aktiva. Pravděpodobnost, že cena aktiva vzroste je stejná jako pravděpodobost, že se bude vyvíjet opačným směrem. Model náhodné procházky byl představen Karlem Pearsonem ve vědeckém časopise *Nature* v roce 1905, kde usoudil, že nejpravděpodobnějším místem nalezení opilce je poblíž jeho výchozího bodu. Podle Campbell a kol. (1997) existují 3 varianty hypotézy náhodné procházky.

Model náhodné procházky typu 1 – NP1

Model NP1 je nejjednodušší verzí a předpokládá nezávislé a stejně rozdělené přírůstky cen a je formulován následující rovnicí:

$$p_t = \mu + p_{t-1} + \varepsilon_t;\ \varepsilon_t \approx IID\ (0,\ \sigma^2), \tag{2.2}$$

kde P_t je cena v čase t, $p_t = ln(P_t)$, μ je očekávaná cenová změna, neboli drift, $p_{t-1} = ln(P_{t-1})$, IID (independently identically distributed) znamená, že náhodná složka ε_t je nezávislá a stejně rozdělená. Za předpokladu normálního rozdělení se střední hodnotou 0 a rozptylem σ^2 se jedná o Brownův pohyb.

Model náhodné procházky typu 2 – NP2

Od prvního modelu se liší skutečností, že na kapitálovém trhu není vždy zachován předpoklad stejného rozdělení přírůstků cen, a to zejména v dlouhém období. Na ceny mají vliv ekonomické, politické, společenské, technologické, institucionální i legistlativní faktory. V NP2 se nadále pracuje s předpokladem nezávislosti a nestejným rozdělením přírůstků. Tímto je umožněno modelování měnícího se rozptylu přírůstků v čase, kdy je předpokládána heteroskedasticita pro reziduální složku $\varepsilon_{t.}$

Model náhodné procházky typu 3 – NP3

NP3 model náhodné procházky více zobecňuje a upouští se zde i od předpokladu nezávislosti přírůstků a zahrnuje procesy se závislými, ale nekorelovanými přírůstky. NP1 a NP2 jsou speciálním případem modelu náhodné procházky typu 3. Následuje příklad procesu NP3, který zároveň není NP1 ani NP2:

$$Cov[\varepsilon_{t,}\ \varepsilon_{t-k}] = 0,\ \forall k \neq 0 \tag{2.3}$$

a zároveň:

$$Cov[\varepsilon^2{}_{t,}\ \varepsilon^2{}_{t-k}] \neq 0\ pro\ k \neq 0. \tag{2.4}$$

Tento proces je charakteristický nekorelovanými přírůstky cen, avšak zároveň nejsou nezávislé, jelikož druhé mocniny přírůstků korelovány jsou.

2.1.3 Logaritmické rozdělení výnosů

V portfolio managementu se častěji počítá s výnosy aktiva než s jeho cenou. Pro využití tohoto způsobu existuje hned několik argumentů dle práce Huson a Gregoriou (2010).

i) Logaritmické výnosy jsou spojité, což umožňuje jednodušší porovnání výnosů aktiv sledujících jak stochastický, tak nestochastický proces. Důvodem je normalizace, která vede ke sjednocení měřítka a tudíž je možné srovnávat více různých aktiv.

ii) Další výhoda spojitých (logaritmických) výnosů se naskýtá, když se výnosy multiperiodického období uvažují zjednodušeně jako suma spojitých výnosů za jednotlivé období.

iii) Využití logaritmických výnosů zajistí nezápornost cen aktiv v modelech zabývajících se výnosy cenných papírů.

iv) Při předpokladu, že uvažované aktivum se vyvíjí dle geometrického Brownova pohybu, mají logaritmické výnosy normální rozdělení.

v) Prostřednictvím logaritmických výnosů je možné přesněji určit očekávaný budoucí výnos investora, než při použití jednoduchých výnosů.

vi) Logaritmické výnosy se přibližně rovnají jednoduchým výnosům. Z tohoto tvrzení ale nevyplývá, že střední hodnoty logaritmických a jednoduchých výnosů jsou shodné. Dle Huson a Gregoriou (2010) je střední hodnota logaritmických výnosů menší než střední hodnota jednoduchých výnosů, a to o hodnotu danou velikostí rozptylu výnosů.

Výpočet logaritmických výnosů se provádí dle následující rovnice:

$$r_t = ln(Pt/Pt\text{-}1). \tag{2.5}$$

2.2 Druhy rozdělení pravděpodobnosti

Pravděpodobnost náhodného jevu je charakterizována jako šance, že daný jev nastane. Jako klasický příklad se udává hod hrací kostkou, kdy je možné položit otázku, jaká je pravděpodonost, že v *n* po sobě následujících hodech padne stejné číslo.

K teorii pravděpodobnosti měl vysoký přínos francouzský vědec Pierre-Simon Laplace, který sepsal dosavadní poznatky svých předchůdců do jednoho díla, dále je podrobně rozpracoval a sám svými poznatky k tématu vysoce přispěl. Při charakteristice finančních časových řad se často pracuje se skupinou spojitých rozdělení.

2.2.1 Normální rozdělení

Normální rozdělení pravděpodobnosti je z kategorie spojitých rozdělení a je jedním z často používaných rozdělení ve statistice. Dle Alrt (2003) je předpoklad normality jedním ze základních předpokladů při práci s finančními časovými řadami. Pro náhodnou proměnnou X, která se vyvíjí dle normálního rozdělení, je charakteristická konstatní střední hodnota μ a konstantní rozptyl σ^2, tj. předpoklad $r_t \approx N(\mu, \sigma^2)$. Toto rozdělení je symetrické kolem střední hodnoty, šikmost je rovna nule a špičatost je rovna třem. Další vlastností normálního rozdělení je, že střední hodnota rozděluje zkoumané veličiny na dvě poloviny. Celková hodnota oblasti nacházející se pod křivkou je rovná jedné a zkoumaná veličina je zcela vysvětlena svou střední hodnotou a rozptylem.

Šikmost a špičatost jsou dány následujícími vztahy:

$$Sk = E[(r_t - \mu)^3/\sigma_r^3], \tag{2.6}$$

$$K = E[(r_t - \mu)4/\sigma_r^4]. \tag{2.7}$$

Nicméně v praxi jsou odhadnuté hodnoty šikmosti a špičatosti logaritmických výnosů časových řad odlišné od teoretického předpokladu. Skutečné rozdělení logaritmů výnosů je špičatější a více zešikmené, logaritmické výnosy jsou leptokurtické, tj. výnosy jsou blízko střední hodnotě a vysoké záporné a kladné hodnoty výnosů se vyskytují častěji než předpokládá normální rozdělení. I přes to je tento typ rozdělení běžně využívaný. Důvodem k tomu je platnost centrální limitní věty, která říká, že se součet velkého počtu nezávislých náhodných veličin X se stejným libovolným rozdělením pravděpodobnosti, konečnou střední hodnotou μ a konečným rozptylem σ^2 přibližuje k normálnímu rozdělení.[1]

2.2.2 Studentovo t-rozdělení

Na rozdíl od normálního rozdělení má t-rozdělení vyšší špičatost a těžší konce, což lépe vystihuje pravděpodobnostní rozdělení některých finančních časových řad. T-rozdělení je charakterizováné jediným parametrem, kterým jsou stupně volnosti v. Dle Egan (2007) nízký počet stupňů volnosti značí těžší konce, naopak s rostoucím počtem v t-rozdělení konverguje k normálnímu rozdělení pravděpodobnosti (pro $v > 30$). Funkce hustoty pro t-rozdělení je dáno následujícím vztahem (Lewis, 2003):

[1] Lévyho-Lindebergova věta.

$$f_v(t) = (v\pi)^{-\frac{1}{2}}\,\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)^{-1} \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)\left(1+\frac{t^2}{v}\right)^{-\left(\frac{v+1}{2}\right)}, \tag{2.8}$$

kde gamma funkce *Γ* je rozšířením funkce faktoriálu *n*! na neceločíselné hodnoty. Náhodná proměnná pocházející ze Studentova t-rozdělení se značí $T \sim t_v$. Věrohodnostní fukce t-rozdělení vychází z funkce hustoty (2.8) a je dána vztahem:

$$\mathrm{L}(x_1, x_2, \ldots, x_n|\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k) = \prod_{i=1}^{N}(v\pi)^{-\frac{1}{2}}\,\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)^{-1} \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)\left(1+\frac{t^2}{v}\right)^{-\left(\frac{v+1}{2}\right)}. \tag{2.9}$$

Dále se věrohodnostní funkce zlogaritmuje a pomocí optimalizační úlohy, která se maximalizuje, se stanoví stupně volnosti:

$$L = \left[\ln(v\pi)^{-\frac{1}{2}} - \ln\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)^{-1} - \frac{1}{2}\ln\pi v - \ln\sigma\right] - \left(\frac{v+1}{2}\right)\sum \log\left(1+\left(1+\frac{x_i-\mu}{\sigma\sqrt{v}}\right)^2\right). \tag{2.10}$$

2.2.3 Testování normality

Spousta statistických testů a finančních modelů pracuje s předpokladem, že data sledují normální rozdělení pravděpodobnosti. Nicméně ne všechny finanční data tento předpoklad splňují a prosté zjednodušení, bez zjištění skutečného rozdělení, může vést ke zkreslení výsledků. Ke zjištění, zda data pochází z normálního rozdělení či ne, slouží řada početních i grafických testů.

Jarque-Bera test

JB test je test dobré shody, který je založený na porovnání šikmosti a špičatosti výběrového souboru s teoretickými předpoklady normálního rozdělení.

Testová statistika je definována následujícím vztahem:

$$JB = n/6(Sk^2 + \tfrac{1}{4}(K-3)^2), \tag{2.11}$$

kde *n* je počet pozorování, *Sk* šikmost a *K* špičatost.

Kritická hodnota:

$$\chi^2_{1-\alpha}(v), \tag{2.12}$$

kde *v* je počet stupňů volnosti (v = 2). Nulová hypotéza potvrzující předpoklad normality je přijata v případě, že $JB < \chi^2_{1-\alpha}$.

Kolmogorov-Smirnov test

Kolmogorov-Smirnovův jednovýběrový test patří do kategorie testů dobré shody a zkoumá, zda se pravděpodobnostní rozdělení náhodné proměnné liší od teoretického rozdělení. Kritériem testu je maximální rozdíl mezi výběrovou distribuční funkcí a očekávanou teoretickou distribuční funkcí normálního rozdělení. Nulová hypotéza předpokládá, že výběrový soubor pochází z normálního rozdělení pravděpodobnosti.

Histogram

Jde o grafické znázornění distribuce dat pomocí sloupcového grafu, kde jednotlivé sloupce mají stejnou šířku a představují jednotlivé třídy. Výška sloupců je ovlivněna četnostmi výskytu dat v jednotlivých třídách. Při proložení histogramu Gaussovou křivkou je možné porovnat empirické rozdělení dat s normálním rozdělením.

Q-Q plot

Tento pravděpodobnostní graf porovnává teoretické kvantily s kvantily zjištěnými ze zkoumaného vzorku dat. Stejně jako z histogramu lze i z Q-Q grafu vyčíst, zda jsou data zašikmená či mají rozdílnou špičatost oproti teoretickému rozdělení.

2.3 Tvorba portfolia

Racionálně uvažující investor nevkládá všechny dostupné prostředky pouze do jednoho aktiva, ale do portfolia aktiv, čímž se snaží o diverzifikaci rizika. Pokud je portfolio aktiv vhodně sestaveno, potom je možné snížit celkové riziko portfolia pod výši rizika jednotlivých aktiv v portfoliu.

Dle Zmeškal (2013) je úloha sestavení optimálního portfolia nejčastěji formulována jako stochastická s náhodnými parametry v účelové funkci a účelové funkce lze rozdělit do dvou skupin. První skupinu tvoří mean-variance modely (střední hodnota-rozptyl) a zde se řadí Markowitzův, Blackův, Tobinův a tzv. čtvrtý model. Do druhé skupiny patří kritéria nazývaná bezpečnost především a cílem těchto modelů je vytvořit portfolio s eliminací extrémních ztrát. Zde patří např. kritérium Value at Risk (minimalizace ztráty na dané úrovni pravděpodobnosti), nebo minimalizace podmíněné střední hodnoty ztráty (shortfall).

2.3.1 Charakteristiky portfolia

Důležitými charakteristikami portfolia jsou očekávaný výnos a volatilita, neboli riziko, portfolia. Očekávaný výnos portfolia je určen jako vážený průměr očekávaných výnosů aktiv v portfoliu. Váhy představují podíly jednotlivých aktiv v portfoliu. Výpočet očekávaného výnosu portfolia je následující:

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{N} x_i \cdot E(R_i), \tag{2.13}$$

kde $E(R_P)$ je očekávaný výnos portfolia, x_i je podíl i-tého aktiva v portfoliu a $E(R_i)$ je očekávaný výnos i-tého aktiva.

Riziko portfolia je možné vyjádřit rozptylem a směrodatnou odchylkou portfolia. Rozptyl portfolia je dán vztahem:

$$\sigma_P^2 = \sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j, \tag{2.14}$$

kde σ_P^2 je rozptyl portfolia, x_i je podíl i-tého aktiva v portfoliu, x_j je podíl j-tého aktiva v portfoliu a σ_{ij} je kovariance mezi i-tým a j-tým aktivem.

Směrodatná odchylka se vypočítá jako druhá odmocnina rozptylu:

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j}, \tag{2.15}$$

kde σ_P je směrodatná odchylka portfolia.

2.3.2 Markowitzův model a Blackův model

Markowitzův přístup k sestavení optimálního portfolia je založen na předpokladu, že investor má na začátku investičního horizontu určitou výši počátečního kapitálu, kterou je možné investovat do aktiv na určité období. Na konci investičního období může investor aktiva prodat a zisk využít pro vlastní spotřebu nebo jej dále investovat. Jde o přístup na jedno období, přičemž začátek období je značen *t = 0* a konec období *t = 1*. Markowitzův model je mean-variance model a veškeré parametry převádí na dva faktory, kterými jsou střední hodnota a rozptyl portfolia. Sestavení optimálního portfolia podle Markowitze se řídí následujícími předpoklady:

- jde o statický model, investor se tedy rozhoduje pouze na jedno období,
- není dovolen krátký prodej,
- investor je averzní k riziku,
- je možné investovat pouze do rizikových aktiv,

- existuje informačně dokonalý trh,
- aktiva jsou nekonečně dělitelná,
- jdou zanedbány transakční náklady a náklady finanční tísně.

Blackův model je také mean-variance model, u něhož je možné investovat pouze do rizikových aktiv. Předpoklady pro sestavení optimálního portfolia jsou shodné s Markowitzovým model s tím rozdílem, že je umožněn krátký prodej.

2.3.3 Tobinův model

Markowitzův i Blackův model jsou založeny na předpokladu, že je možné investovat pouze do rizikových aktiv. Tobinův model je rozšířen o možnost investování do bezrizikového aktiva (zapůjčování) nebo krátký prodej (vypůjčování). Dle Zmeškal (2013) má tento model několik variant:

- bezrizikové aktivum je možné pouze zapůjčovat,
- bezrizikové aktivum je možné pouze vypůjčovat,
- je možné vypůjčovat i zapůjčovat bezrizikové aktivum za stejnou bezrizikovou sazbu,
- je možné zapůjčovat i vypůjčovat za bezrizikové sazby, které jsou však odlišné.

2.4 Simulace náhodného vývoje

V portfolio managementu je v zájmu investorů co nejpřesněji odhadnout budoucí vývoj cen aktiv, jelikož se podle těchto odhadů můžou zajistit proti případným ztrátám nákupem vhodných finančních derivátů. K budoucímu odhadu slouží nástroje a metody matematiky i statistiky.

2.4.1 Metoda Monte Carlo

Tato metoda se používá k modelování pravděpodobnosti budoucího vývoje náhodné proměnné. Jedná se o algoritmy vycházející se stochastických procesů a využívající pseudonáhodná čísla. Metoda Monte Carlo je využívána v široké škále odvětví jako jsou finance, pojišťovnictví, strojírenství nebo třeba ve studiu životního prostředí. Metoda byla použita už v první polovině dvacátého století italským fyzikem Enrico Fermi při výpočtu rozptylu neutronů. O pár let později byla použita vědci Stan Ulam a John Von Neumann k vyřešení matematických problémů s využitím statistiky a počítačů.

Ve financích je metoda používána k modelování možného vývoje budoucích cen aktiv, přičemž vychází z driftu a tržní volatility. Metoda Monte Carlo tudíž předpokládá extistenci dokonale efektivních trhů, jelikož do výpočtů nejsou zahrnuty vlivy makroekonomického prostředí ani další faktory, které mohou ovlivnit cenu aktiva.

2.4.2 Stochastické procesy

Při zpracování této podkapitoly se vycházelo z publikace Zmeškal a kol. (2013). Wienerův proces je náhodný proces se spojitým časem a je základním prvkem ostatních spojitých procesů. Je pojmenovám po Norbertu Wienerovi, americkém matematikovi, který se, mimo jiné, věnoval teorii pravděpodobnosti a náhodným procesům. Vychází z následujících předpokladů:

- je Markovovým procesem,
- přírůstky cen jsou v čase nezávislé.

Wienerův proces je definován jako:

$$\tilde{z}_{0+dt} - z_0 = dz = \tilde{\varepsilon} \cdot \sqrt{dt}, \tag{2.16}$$

kde *dt* je nekonečně malá změna času, $\tilde{\varepsilon}$ je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení *N(0,1)*. Tudíž přírůstek Wienerova procesu má nulovou střední hodnotu, *E*(*dz*) = 0, a rozptyl je roven velikosti změny času, *var*(*dz*) = *dt*. Pro více období *k* se stejnou délkou času *dt* je Wienerův proces definován následovně:

$$\tilde{z}_T - z_0 = \sum_{i=1}^{k} \tilde{\varepsilon}_i \cdot \sqrt{dt}. \tag{2.17}$$

Z této rovnice lze opět odvodit nulovou střední hodnotu $E(\tilde{z}_T) = 0$ a rozptyl rovnající se času $var(\tilde{z}_T) = k \cdot dt = T$.

Itôův proces je obecným typem stochastického procesu, který zahrnuje Wienerův proces, a často se používá ve finanční matematice. Byl popsán japonským matematikem Kiyoshi Ito. Pro proměnnou *x* je definován jako:

$$dx = a(x;t) \cdot dt + b(x;t) \cdot dz, \tag{2.18}$$

kde $a(\cdot)$ značí přírůstek a $b(\cdot)$ směrodatnou odchylku změny proměnné *x*.

Itôova lemma je definována pro stochastické procesy podle (2.18) a čas, *G = f(x,t)*. Je obdobou Taylorova rozvoje, který je definován pro procesy nestochastické. Pomocí Itôovy lemmy je možné aproximovat nekonečně malé přírůstky funkce. Je definována následující rovnicí:

$$dG = \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x} \cdot a(\cdot)\right) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \cdot b^2(\cdot)\right] \cdot dt + \frac{\partial G}{\partial x} \cdot b(\cdot) \cdot dz. \quad (2.19)$$

Tato funkce je Itôovým procesm s přírůstkem vyjádřeným v hranatých závorkách,

$$\frac{\partial G}{\partial x} \cdot a(\cdot) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \cdot b^2(\cdot), \quad (2.20)$$

a rozptylem:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 \cdot b(\cdot). \quad (2.21)$$

Aritmetický Brownův pohyb, někdy také zobecněný Wienerův proces, je zvláštním případem obecného Itôova procesu a je charakterizován následovně:

$$dx = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dz. \quad (2.22)$$

Je to typ Itôova procesu, u kterého jsou parametry konstantní a nezávislé na ostatních proměnných. Cenový vývoj sleduje lineární trend:

$$E(dx) = \mu \cdot dt,\ E(x_T) = x_0 + \mu \cdot T,\ var(dx) = \sigma^2 \cdot dt,\ var(x_T) = \sigma^2 \cdot T. \quad (2.23)$$

Ve finančním modelování se často uvažuje exponenciální trend vývoje ceny aktiv, který zachycuje geometrický Brownův pohyb a vychází z následující rovnice:

$$dx = \mu \cdot x \cdot dt + \sigma \cdot x \cdot dz, \quad (2.24)$$

nebo-li:

$$\frac{dx}{x} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dz. \quad (2.25)$$

Při předpokladu, že se výnos finančního aktiva vyvíje dle vztahu uvedeného ve vzorci (2.24), lze s využitím Itôovy lemmy pro funkci $G = \ln(x)$ dojít k:

$$dG = d \ln S = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz. \quad (2.26)$$

Jde o vyjádření spojitého výnosu ceny aktiva, kde $\alpha = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$ a $\mu = \ln \frac{S_T}{S}$. S definováním těchto vztahů lze zapsat budoucí cenu aktiva *S*, budoucí očekávanou hodnotu a rozptyl jako:

$$S_T = S_0 \cdot \exp(\alpha \cdot T + \sigma \cdot z), \quad (2.27)$$

$$E(s_T) = S_0 \cdot \exp(\mu \cdot T), \quad (2.28)$$

$$var(S_T) = S^2 \cdot \exp(2 \cdot \alpha \cdot T) \cdot [\exp(\sigma^2 \cdot T) - 1]. \tag{2.29}$$

Pro modelování úrokových sazeb nelze použít modely vhodné pro akcie z toho důvodu, že v delším časovém odbobí je pro úrokové sazby charakteristický sklon návratu k dlouhodobým rovnovážným sazbám. V těchto tzv. *mean-reversion* procesech je často zastoupen parametr pro dlouhodobou rovnováhu a rychlost příbližování sazeb k této rovnováze.

2.4.3 Generování pseudonáhodných čísel

Pojem pseudonáhodné číslo svádí k domněnce, že tato čísla jsou generována zcela náhodně. Nicméně celá posloupnost pseudonáhodných čísel je generována deterministickým kauzálním procesem. Náhodná čísla $\tilde{z}$ jsou generována z příslušného pravděpodobnostního rozdělení, které je charakteristické pro dané finanční aktivum.

K vygenerování náhodných čísel pocházejících z normálního rozdělení pravděpodobnosti s parametry *N(0,1)* lze použít apikaci Excel a doplňek *Generátor pseudonáhodných čísel*. Jiné než normální rozdělení lze získat pomocí *procedury inverzní transformace.*

Při generování čísel ze Studentova t-rozdělení je nutné vycházet z následujícího vztahu:

$$t_v^{-1}(\alpha) = \begin{cases} -TINV(2\alpha, v), & když\ \alpha \leq 0{,}5, \\ TINV(2(1-\alpha), v), & když\ \alpha > 0{,}5, \end{cases} \tag{2.30}$$

kde α značí pravděpodobnost.

Tato čísla je dále nutno standardizovat dle vztahu:

$$\tilde{t} = \sqrt{\frac{v-2}{v}} \cdot t, \tag{2.31}$$

kde $\tilde{t}$ je standardizované náhodné číslo, v jsou stupně volnosti a t je náhodné číslo vygenerované dle vzorce (2.30).

2.4.4 Simulace portfolia finančních aktiv

Při simulaci vývoje hodnoty portfolia složeného z více finančních aktiv je nutné zohlednit jejich vzájemné závislosti, neboli korelace. Pro tento účel se dopočítává Choleskeho matice P pomocí následujících vzorců:

vztah mezi maticí P a korelační maticí C je charakterizován jako:

$$R = P \cdot P^T. \tag{2.32}$$

Horní trojúhelníková matice:

$$p_{ii} = (\rho_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ki}^2)^{1/2}, \tag{2.33}$$

pro $i = 1, 2, \ldots N,$

$$p_{ij} = (\rho_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ki} \cdot p_{kj}) \cdot p_{ii}^{-1}, \tag{2.34}$$

pro $1 \leq i < j \leq N,$ a

$$p_{ij} = 0. \tag{2.35}$$

pro $i > j$, přičemž $i, j = 1, 2, \ldots N$ a N představuje počet náhodných faktorů.

3 Charakteristika finančních derivátů a metod hedgingu

Tato kapitola je věnována popisu finančních derivátů a metod hedgingu. Zároveň bude popsáno riziko a více bude rozebráno riziko měnové a přístupy k jeho zajištění. Měnové riziko je nedílnou součástí podnikatelských aktivit se zahraničními subjekty a plyne z kurzových rozdílů měn. Na kurzových rozdílech může společnost profitovat, zároveň ale můžou způsobit značné ztráty. Při zpracování této teoreticko-metodické kapitoly bude vycházeno z literatury Hull (2012), Tichý (2006), Zmeškal (2013),

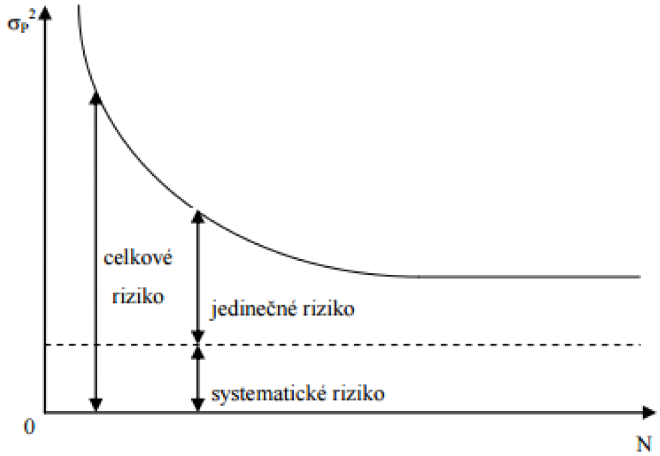
3.1 Charakteristika rizika a hedgingu

V této kapitole bude popsáno riziko se zaměřením na finanční rizika. Dále zde budou popsány základní způsoby zajištění proti těmto rizikům

3.1.1 Riziko

Riziko je definováno jako pravděpodobnost výskytu určité události, nebo jako odchylka od požadovaného stavu. Tyto odchylky mohou být pozitivní i negativní, očekávané i neočekávané. Ekonomické subjekty se riziku snaží vyhnout a jedním z možných způsobů je hedging, neboli zajištění se proti riziku. Se zkoumáním rizika a snaze se mu vyhnout je spjatý risk management. Úlohou je identifikace a eliminace finančních rizik. Finanční rizika lze rozdělit na systematická a nesystematická. Nesystematická souvisí s podnikatelským subjektem, nebo nějakým aktivem a snižují se diverzifikací. Systematická naopak souvisí s vnějším světem a dá se proti nim bránit hedgingem. Tyto pojmy jsou pro přehlednost zobrazeny v Graf 3.1.

Graf 3. 1 Riziko



Mezi základní finanční rizika patří riziko tržní, úvěrové, likviditní a operační. Tržní rizika souvisí s cenami finančních nástrojů a jsou rozdělována na:

- akciová,
- měnová,
- komoditní,
- úroková a
- opční.

Úvěrové riziko, neboli riziko kreditní, souvisí s nedostáním závazků protistrany, ať už z důvodu platební neschopnosti, nebo nevůle smluvní protistrany. Riziko likvidity souvisí s platební neschopností subjektu splácet své závazky včas a v plné výši. Operační riziko představuje možnost ztráty z důvodu vzniku provozních chyb záměrných i neúmyslných. Původce tohoto rizika může být lidská chyba, ale i přírodní vlivy.

3.1.2 Charakteristika hedgingu

Obecně se hedgingem rozumí ochrana portfolia proti riziku možných ztrát. Cílem je přenesení rizika z jednoho subjektu na druhý. Tzv. zajišťovatel přenáší rizko na spekulanta, který toto rizko přijímá. Motivem zajišťovatele vstoupit do obchodu je obava z nepříznivého vývoje cen držených aktiv nebo růstu volatility těchto aktiv. Spekulant do obchodu vstupuje s cílem vydělat na tomto nepříznivém vývoji.

Smyslem je vytvoření hedgingového portfolia, které se skládá z rizikového aktiva a jednoho nebo více finančních derivátů. Cílem zajišťovacího procesu je vytořit portfolio, které bude co nejvíce odolné proti rizku změn cen jednotlivých aktiv portfolia. Neboli aby riziko hedgingového portfolia bylo nižší oproti rizku původního portfolia. Hedging využívají importéři a exportéři např. z důvodu zajištění se proti kurzovému riziku. Hedging nabízejí banky i další financí instituce s ohledem na typ zajištovacího finančního derivátu. Podle stupně eliminace rizika se rozlišuje dokonalé zajištění, částečné zajištění a nekrytá pozice.

Hodnotu hedgingového portfolia lze matematicky vyjádřit jako:

$$\prod_t = Q \cdot S_t - h \cdot N \cdot f_{t,T}, \tag{3.1}$$

kde $\prod_t$ je hodnota hedgingového portfolia v čase *t*, *Q* je množství rizikového aktiva *S*, S_t představuje cenu rizikového aktiva v čase *t*, *h* je počet zajišťovacích instrumentů, *N* představuje množšství podkladového aktiva na jeden derivát a $f_{t,T}$ představuje cenu derivátu na jednu jednotku podkladového aktiva stanovenou v čase *t* na budoucí okamžik *T*.

3.1.3 Klasifikace metod hedgingu

Existuje celá řada dělení hedgingu, nejčasteji se člení:

- *podle revizí v čase*:
    - statický hedging,
    - dynamický hedging;
- *podle frekvencí revizí*:
    - diskrétní,
    - spojité;
- *podle zajišťovaného rizika*:
    - celkové,
    - systematické,
    - jedinečné;
- *podle hegingové strate*gie:
    - faktorově neutrální přístup (delta hedging, gamma hedging, delta-gamma hedging, imunizace portfolia na bázi durace),
    - minimalizace rozptylu,
    - minimalizace hodnoty Value at Risk (VaR),
    - minimalizace střední hodnoty ztráty,
    - maximalizace střední hodnoty funkce užitku,
    - minimalizace RAROC (risk adjusted return on capital);
- *podle typu finančních rizik*:
    - tržní riziko
    - úvěrové riziko
    - riziko likvidity
    - operační riziko;
- *podle typu zajišťovaného podkladového aktiva*:
    - akcie,
    - obligace,
    - komodity,
    - měny,
    - finanční deriváty;
- *podle určitého vzoru*:
    - benchmark (tracking) hedging,
    - hedging bez vzoru (etalonu).

3.2 Charakteristika finančních derivátů

Podle Hull (2012) můžou být deriváty definovány jako finanční instrumenty, jejichž hodnota závisí, nebo je odvozena, od podkladového aktiva. Příkladem jsou opce na akcie, jejichž hodnota se odvíjí od ceny této akcie. Derivát ale může být vypsán na téměř jakýkoliv druh podkladového aktiva, v praxi jsou například využívány deriváty na elektřinu nebo na počasí.

Historie derivátů sahá daleko do minulosti, již v první polovině 18. století byly v Japonsku obchodovány standardizované forwardové kontrakty s rýží. Záznamy o derivátech jsou však i z dob před tisíciletími, jejich tehdejší existence může být doložena platnými zákony té doby. Už v Chamurappiho zákoníku byly definovány podmínky obchodu. První zmínku o opčním derivátu uvádí Aristoteles ve své knize Politiky, kde vypráví o předpovědi Tháleta o nadcházející úrodě oliv. Měsíce dopředu složil zálohu na využití všech olivových lisů, které si pronajal za nízkou cenu. V případě, že by úroda byla silná, po lisech by byla vysoká poptávka a mohl by je pronajímat za vysokou cenu. V opačném případě by byla jeho ztráta omezená do výše ceny za pronájem.[2] V novější historii stojí za rozšířením využívání derivátů Chicagská burza, na které se obchodovaly komoditní deriváty už v polovině devatenáctého století. Obchodovalo se zde jak s obilím, tak například se stády krav. V roce 1848 vznikla Chicago Board of Trade, kde probíhaly standardizované obchody.[3] Po pádu Brettenwoodského systému v 70. letech minulého století se derivátové obchody staly středem pozornosti. Po přechodu na plovoucí kurzy se muselo začít řešit mimo jiné i měnové rizko. V roce 1972 vznikl International Monetary Market, na kterém se obchodovaly futures na zahraniční měny. Po roce 2007 se finanční deriváty staly předmětem kritiky, jelikož sehrály velkou roli ve finanční krizi, protože byly ve Spojených státech vypisovány na portfolia rizikových hypoték. Když se snížily ceny nemovitostí, tyto deriváty se staly bezcennými. V průběhu času se deriváty vyvíjely a dále vyvíjí.

Mezi základní typy derivátů lze zařadit forward, futures, swap a opce. Základní typy jsou taktéž zvané plain vanilla deriváty. Forward, futures a swap patří do skupiny lineárních derivátů, což znamená, že práva a povinnosti vztahující se k danému kontraktu jsou rovnoměrně

[2] SIEMS, Thomas F. *10 Myths about Financial Derivatives*. [online]. [cit. 2017-04-5] Dostupné z: https://www.cato.org/publications/policy- analysis/10-myths-about-financial-derivatives.

[3] REAL MARKITS. *A Brief History of Derivatives*. [online]. [cit. 2017-04-10] Dostupný z: http://www.realmarkits.com/derivatives/3.0history.php.

rozloženy mezi obě smluvní strany. Naproti tomu opce jsou označovány za nelineární deriváty, kde držiteli vzniká právo, nikoli povinnost, opčního práva využít, ale vypisovatel opce má pouze povinnost dostát dohodnutému plnění. Za toto právo ale držitel opce platí tzv. opční prémii.

Obchodovat s finančními deriváty je možné na burzovním i mimoburzovním (OTC) trhu. Burzovní obchody jsou charakteristické standardizací a vysokou likviditou, což souvisí s možností sekundárního obchodování derivátů. Výhodou burzovního obchodování je absence kreditního rizika, jelikož obchody jsou vypořádány prostřednictvím clearingového centra. Výhodou mimiburzovních obchodů je, že kontrakty standardizovány nejsou, což znamená, že jsou přizpůsobeny individuálním potřebám klientů. Nevýhodou je kreditní riziko tzn., že obchody jsou postaveny na vzájemné důvěře protistran.

3.2.1 Forward

Podstatou forwardu je, že v předem dohodnutém časovém okamžiku *T* (době zralosti) je držitel forwardu povinnen koupit (prodat) podkladové aktivum S_T za předem dohodnutou realizační cenu *X* a výstavce forwardu je na druhou stranu povinnen za stejných podmínek dostát opačnému plnění. Obě protistrany tedy musí dostát dohodnutému plnění bez možnosti volby. Při sjednávání kontraktu je známé podkladové aktivum, způsob dodání podkladového aktiva, co je předmětem směny, kvalita a množství podkladového aktiva, realizační cena a doba zralosti.

Forwardy se obchodují na OTC trzích, nejsou tedy standardizované a mají nízkou likviditu. Výsledná podoba kontraktu je čistě na dohodě protistran, které se navzájem znají. S mimoburzovním uzavíráním kontraktů je spojeno riziko plynoucí ze selhání protistrany, která např. nemusí domluvě dostát. Z tohoto důvodu může být při podpisu kontraktu požadováno složení zálohy v určité výši.

Hodnotě forwardu v době zralosti se říká vnitřní hodnota *VH*. *VH* držitele kontraktu, který je v dlouhé pozici ψ_T^{long}, je matematicky zapsána jako:

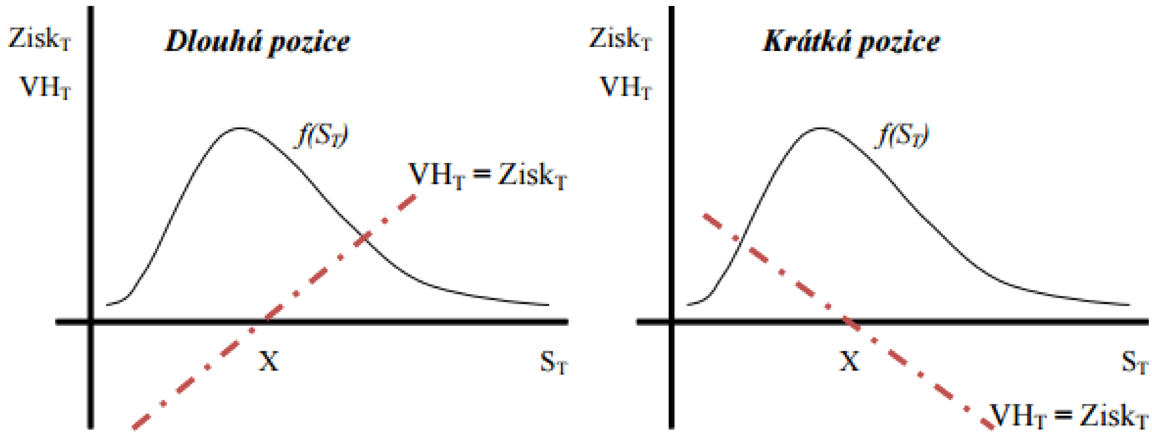
$$\psi_T^{long} = S_T - X. \tag{3.2}$$

Držitel kontraktu v dlouhé pozici bude generovat zisk v případě, že $S_T > X$. V opačném případě bude generovat ztrátu. V případě držitele kontraktu v krátké pozici se *VH* forwardu ψ_T^{short} stanoví jako:

$$\psi_T^{short} = X - S_T. \tag{3.3}$$

V následujícím Graf 3.2 jsou zobrazeny výplatní funkce pro dlouhou a krátkou pozici ve forwardu.

Graf 3. 2 Výplatní funkce - Forward



Z pohledu teorie her u forwardu platí hra s nulovým součtem, což znamená, že jedna strana získá pouze to, co druhá ztratí.

Hodnota forwardu v době sjednání kontraktu *t* s dobou zralosti *T* je pro dlouhou pozici definována jako spotová cena podkladového aktiva mínus realizační cena, která je diskontována bezrizikovou sazbou *r*,

$$F_{t,T} = S_t - X \cdot e^{-r \cdot \tau}, \tag{3.4}$$

pro krátkou pozici je cena forwardu definována jako,

$$F_{t,T} = X \cdot e^{-r \cdot \tau} - S_t, \tag{3.5}$$

kde $F_{t,T}$ je forward dohodnutý v čase t se splatností v čase *T*, *r* je bezriziková sazba, τ = *T* - *t* vyjadřuje dobu do spaltnosti a $e^{-r \cdot \tau}$ je spojitý diskontní faktor.

Podmínkou u forwardu je, aby forwardová cena byla rovna nule, což znamená, že se realizační cena rovná hodnotě podkladového aktiva. Matematický zápis je následující,

$$F_{0,T} = 0 \leftrightarrow S_0 \cdot e^{r \cdot T} = X. \tag{3.6}$$

3.2.2 Futures

I futures kontrakty představují smluvní vztahy mezi dvěma stranami o prodeji nebo nákupu podkladového aktiva ve stanoveném čase a za předem dohodnutou cenu. Od forwardů se liší tím, že jsou obchodovány na burze a jednotlivé kontrakty jsou standardizovány. Standardizace znamená, že jsou burzou nastaveny podmínky pro uzavření kontraktu. Tato standardizace znemožňuje uzavření kontraktu přesně na míru kupujícího kontraktu. Na druhou stranu s sebou ale nese vysokou likviditu a možnost jejich sekundárního obchodování.

Vypořádání kontraktů zajišťuje clearingové centrum, s čímž odpadá kreditní riziko, jelikož centrum zajišťuje, že podmínky kontraktu budou splněny. S tím je spojen systém záloh. Po uzavření kontraktu skládá broker zálohu clearingovému centru na svém účtu. Existují zde tři typy záloh, kterými jsou počáteční záloha, udržovací záloha a doplňovací záloha. Burza stanoví minimální výši počáteční zálohy, ostatní zálohy se odvíjí od variability podkladového aktiva.

Obchodování je založeno na velikosti nabídky a poptávky. V okamžiku spárování opačných požadavků je uzavřen kontrakt. V průběhu celého trvání tohoto kontraktu dochází k dennímu vypořádávání zisků a ztrát pomocí záloh. K dennímu vypořádávání je nutné denní oceňování trhem, tzv. marking to market.

Cena futures se vypočítá jako termínová cena příslušného podkladového aktiva k datu splatnosti *T*,

$$F_{t,T} = E_t(S_T), \tag{3.7}$$

kde $F_{t,T}$ je kótovaná budoucí cena stanovená v okamžiku sjednání kontraktu a $E_t(S_T)$ je očekávaná spotová cena v době splatnosti *T* stanovená při sjednání v čase *t*.

3.2.3 Swap

Swap je termínová písemná dohoda dvou smluvních stran o výměně podkladového aktiva, kterým může být např. úroková sazba nebo měnový kurz. Swap bývá chápán jako opakující se forward. V podmínkách kontraktu je přesně stanoven čas vypořádání a způsob výpočtu peněžních toků. Většinou jsou swapové kontrakty obchodovány na OTC trzích a jsou tak přizpůsobeny potřebám obou stran.

Častým podkladovým aktivem bývají úrokové sazby, kde dochází k výměnám fixních kurzů za plovoucí. Subjekt, jež je zavázán platit fixní sazbu se nachází v krátké pozici a subjekt v dlouhé pozici je zavázán platit variabilní sazbu. Ve smluveném čase se vzájemný dluh započítá a platbu provede pouze ta strana, jejíž závazek je vyšší.

Počáteční hodnota swapového kontraktu je rovna nule a swapová sazba se vypočítá jako vážený průměr forwardových sazeb.

3.2.4 Opce

Opční kontrakt je charakteristický nelineárním rozložením práv a povinností mezi držitelem a výstavcem. Držitel opce má v době zralosti *T* právo učinit rozhodnutí, zda využije realizační ceny *X* sjednané v čase *t*, nebo ne. Na druhou stranu výstavce opce je zavázán plnit. Držitel opce za toto právo platí opční prémii *c* (*p*). Při sjednávání kontraktu je nutné specifikovat konkrétní podkladové aktivum *S*, na které se opce vztahuje, dále realizační cenu *X* (excercise price, strike price), datum zralosti opce (empiry date, maturity date) a v neposlední řadě cenu opce. Podkladovým aktivem může být jakékoliv aktivum od akcie, přes akciový index, až po měnový kurz či jiný finanční derivát. Realizační cenou je rozuměna cena podkladového aktiva dohodnutá v čase *t* k době zralosti opce *T*. Doba zralosti je časový interval, na který se kontrakt sjednává a cenou opce je rozuměna opční prémie náležející vystavovateli opce, ať už držitel opce využije svého práva či ne.

Opce lze dělit podle různých hledisek. Mezi základní dělení patří rozdělení na kupní (call) a prodejní (put) opci. Dále se opce mohou dělit podle okamžiku uplatnění opce a složitosti výplatní funkce. V případě, že vypisovatel vypíše *kupní* opci, má její držitel právo koupit množství podkladového aktiva za realizační cenu, přičež obojí je dohodnuto v době vypsání opce. V případě *prodejní* opce má její držitel právo prodat určité množství podkladového aktiva za předem dohodnutou cenu. Podle okamžiku uplatnění se opce dělí na *evropské*, kdy je opce možné využít pouze v době splatnosti, dále opce *americké*, kdy je opce možné využít kdykoliv do doby splatnosti, opce *bermudské*, které je možné využít v dohodnutém intervalu mezi sjednáním a splatností a *swing* opce, kdy je intervalů pro uplatnění opce stanoveno více. Podle složitosti výplatní funkce se opce dělí na *plain vanilla* a *exotické*, přičemž exotické opce mají výplatní funkci složitější než plain vanilla.

Dalším důležitým pojmem je vnitřní hodnota opce *VH*, která odpovídá výplatní fuknci a udává, jaký by byl přínos v případě okamžitého uplatnění opčního kontraktu. Stanoví se jako rozdíl mezi cenou podkladového aktiva a realizační cenou call opce nebo jako rozdíl realizační ceny put opce a ceny podkladového aktiva. V případě záporného výsledku má opce nulovou vnitřní hodnotu. U této problematiky se rozlišují tři termíny a to *opce v penězích* (in the money, ITM, VH > 0), *opce mimo peníze* (out the money, OTM, VH < 0) a *opce na penězích* (at the money, VH = 0).

Cena opce je ovlivněna několika faktory. Mezi ně patří cena podkladového aktiva, realizační cena, doba do splatnosti, volatilita ceny podkladového aktiva a bezriziková sazba.

Výše zmíněná výplatní funkce zohledňuje opční prémii a liší se pro jednotlivé opční pozice. Základní jsou čtyři a jsou jimi *dlouhá pozice v kupní opci* (long call), *dlouhá pozice v prodejní opci* (long put), *krátká pozice v kupní opci* (short call) a *krátká pozice v prodejní opci* (short put). Dále budou popsány pozice pro evropské opce.

Long call dává majiteli opce právo na nákup podkladového aktiva. Zisk z opce není omezen a výše ztráty je omezena opční prémií. Vnitřní hodnota je vyjádřena následovně:

$$VH = \max(S_T - X, 0), \tag{3.8}$$

kde S_T je spotová cena podkladového aktiva v čase T a X je realizační cena.

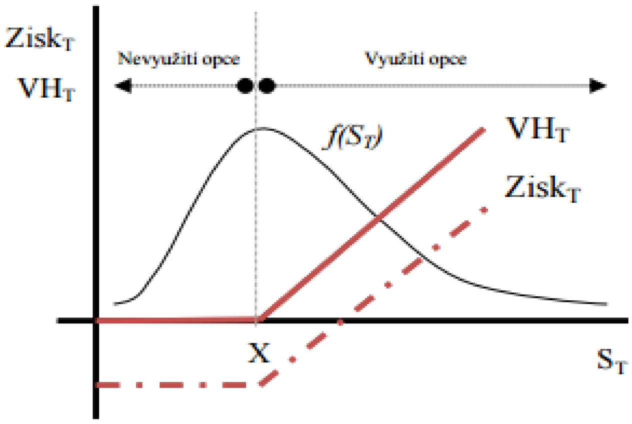
Zisk z opce se rovná vnitřní hodnotě mínus opční prémie a matematicky je formulován jako:

$$ziskov\acute{a}\ funkce = \max(S_T - X - c, c), \tag{3.9}$$

kde c je výše opční prémie pro call opci.

V Graf 3.3 je zobrazena vnitřní hodnota, zisková funkce a pravděpodobnost, že bude dosaženo zisku. Vše z pohledu kupujícího call opce. Je patrné, že ztráta je omezená výší opční prémie a držitel opce může dosáhnout neomezeného zisku, který se zvyšuje s rostoucí cenou podkladového aktiva.

Graf 3. 3 Long call opce



Long put dává majiteli opce právo na prodej podkladového aktiva. Zisk z opce není v podstatě omezen a výše ztráty je omezena opční prémií. Vnitřní hodnota je vyjádřena následovně:

$$VH = \max(X - S_T, 0). \tag{3.10}$$

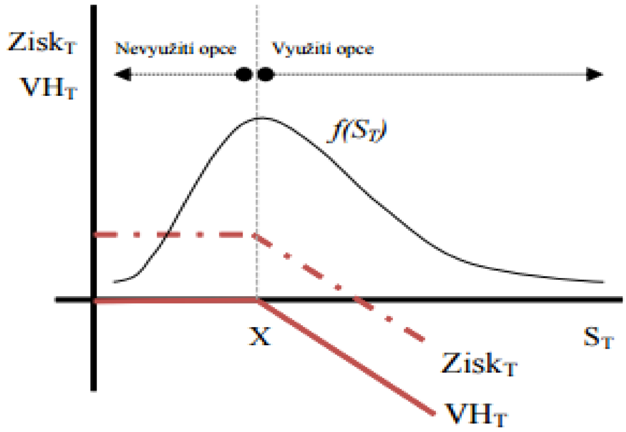
Zisková funkce:

$$ziskov\acute{a}\ funkce = \max(X - S_T - p, p), \tag{3.11}$$

kde *p* je výše opční prémie pro put opci.

V Graf 3.4 je zobrazena vnitřní hodnota, zisková funkce a pravděpodobnost, že bude dosaženo zisku. Maximální ztráta je omezená velikostí opční prémie a zisk roste s tím, jak se snižuje cena podkladového aktiva.

Graf 3. 4 Long put opce



V short call pozici se nachází vypisovatel opce a vzniká mu povinnost dodat podkladové aktivum, pokud kupující opce využije svého práva koupit. Zisk je omezen výší opční prémie a ztráta je neomezená ve výši ceny podkladového aktiva. Vnitřní hodnota je vyjádřena následovně:

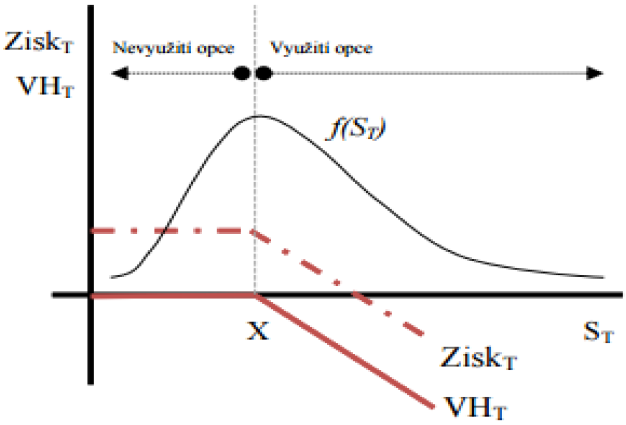
$$VH = \min(X - S_T, 0). \tag{3.12}$$

Zisková funkce:

$$ziskov\acute{a}\ funkce = \min(X - S_T + c, c), \tag{3.13}$$

V Graf 3.5 je zobrazena vnitřní hodnota, zisková funkce a pravděpodobnost, že bude dosaženo zisku. Vše z pohledu prodávajícího put opce. Maximální ztráta je neomezená a zisk je omezen výší opční prémie.

Graf 3. 5 Short call opce



V short put pozici se nachází vypisovatel opce a vzniká mu povinnost koupit podkladové aktivum, pokud kupující opce využije svého práva prodat. Zisk je omezen výší opční prémie a ztráta je neomezená ve výši ceny podkladového aktiva. Vnitřní hodnota je vyjádřena následovně:

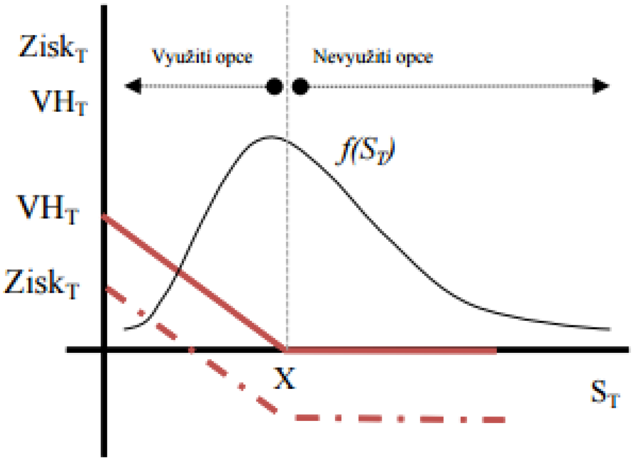
$$VH = \min(S_T - X, 0). \tag{3.14}$$

Zisková funkce:

$$zisková\ funkce = \min(S_T - X + p, p), \tag{3.15}$$

V Graf 3.6 je zobrazena vnitřní hodnota, zisková funkce a pravděpodobnost, že bude dosaženo zisku. Maximální ztráta je neomezená a zisk je omezen výší opční prémie.

Graf 3. 6 Short put opce



Model oceňování opcí

Pro oceňování vybraných typů opcí se často využívá model Blacka a Scholese z důvodu své jednoduchosti. Tento model je postaven na několika předpokladech. Dále se bude pokračovat dle Zmeškal a kol. (2013).

- Spojitý čas,
- předpoklad ideálního kapitálového trhu,
- ceny podkladových faktorů se vyvíjejí dle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami,
- ceny jsou nezávislé na očekávaných výnosech,
- oceňují se evropské opce,
- konstatní bezriziková sazba,
- konstantní volatilita,
- neuvažuje se výplata dividend.

Cena evropské call opce se určí za daných předpokladů následovně:

$$c = S_0 \cdot N(d_1) - e^{-r \cdot T} \cdot X \cdot N(d_2), \tag{3.16}$$

kde

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}, \tag{3.17}$$

a

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}. \tag{3.18}$$

Cena evropské putl opce se určí následovně:

$$p = e^{-r \cdot T} \cdot X \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot N(-d_1), \tag{3.19}$$

kde d_1 a d_2 jsou stejné jako u call opce.

Písmena *c* a *p* označují ceny evropských call a put opcí, S_0 je výchozí cena podkladového aktiva, *X* je ralizační cena, *r* je roční bezriziková sazba, *T* je doba do zralosti opce, σ je roční směrodatná odchylka. Symboly $N(d_1)$ a $N(d_2)$ představují hodnotu fuknce kumulativního normovaného normální rozdělení, $e^{-r \cdot T}$ je spojitý diskontní faktor.

Vztah mezi cenami evropských put a call opcí se nazývá put-call parita a vypočítá se jako:

$$c + e^{-r \cdot T} \cdot X = p + S_0. \tag{3.20}$$

3.3 Zajištění měnového rizika

V této části práce budou popsány subjekty, jež se účastní dění na finančních trzích. Dále budou zmíněny důvody nutnosti zajištění rizik a bude popsáno samotné měnové riziko a přístupy k jeho zajištění.

3.3.1 Subjekty finančního trhu

Subjekty finančního trhu je možné rozdělit podle cílů, kvůli kterým na trh vstupují. Může jít o arbitráž, spekulaci nebo zajištění.

Arbitráž znamená nákup na jednom trhu a prodej na druhém, přičemž se obchodník snaží vydělat na dočasných cenových rozdílech vzniklých nedokonalostí trhu. Může se jednat o rozdíly cen v místě nebo v čase. Z hlediska místa může být arbitráž provedena v rámci dvou trhů, nebo může jít o více trhů současně. Rozdílné ceny se mohou objevit i na jednotlivých územních trzích, potom jde o tzv. místní arbitráž. Časová arbitráž je možná v případě, že termínové ceny neodpovídají cenám odvozeným ze spotových cen.

Spekulace souvisí s odhadem budoucího vývoje dění na finančních trzích. Spekulanti můžou vstoupit na trh s očekáváním rychlého oslabení nebo posílení např. měnového kurzu v souvislosti s politickým či ekonomickým děním. Příkladem může být spekulace na oslabení britské libry po rozhodnutí Velké Británie o vystoupení z Evropské Unie.

Zajištění souvisí s eliminací finančních rizik, kterým jsou ekonomické subjekty vystaveny, viz kapitola *3.1.1 Riziko*.

3.3.2 Důvody zajištění rizik

Riziko bylo vždy předmětem zájmu podnikatelských subjektů, nicméně k aktivnímu řízení rizik, tzv. risk managemetnu, došlo až v devadesátých letech minulého století, kdy globální společnosti generovaly obří ztráty a banky a finanční instituce začaly klást důraz na zajišťování obchodních aktivit. Každý subjekt ovšem přistupuje k riziku jinak, má k němu jiný postoj a také jinou rizikovou kapacitu související s finanční situací subjektu a jeho schopností pokrýt ztráty. Dobře finančně zajištěné subjekty budou ochotny podstoupit vyšší riziko a naopak. Postoj k riziku souvisí s psychologickými aspekty subjektu. Rozlišují se tři postoje k riziku – averzní, neutrální a se sklonem k riziku. Subjekt s averzním postojem preferuje málo rizikové varianty a i za cenu nižšího výnosu. Naopak subjekt se sklonem k riziku je ochoten zaujmout vysoce rizikové pozice s vidinou možných vysokých výdělků. Subjekt s neutrálním postojem k rozhodování o svých investicích riziko nezvažuje vůbec.

Podmínkou pro zajišťování rizik je existence nedokonalých trhů, jelikož v teorii dokonalých trhů je jakákoliv snaha o zajištění bezúčelná.

3.3.3 Měnové riziko

Měnové riziko vzniká, pokud jsou investice denominovány v jiné než domácí měně. Tento druh rizika souvisí s plovoucím systémem měnových kurzů. Kurzy se neustále mění a jsou vystaveny ekonomickému i politickému tlaku. V případě firmy, která vede účetnictví v české měně, ale obchoduje se zahraničím a má tudíž závazky a pohledávky v cizí měně, je důležité, aby byl kurz měny relativně stabilní, aby společnosti nevznikly případné dodatečné náklady z kurzových rozdílů. Citlivost položek vystavených vlivu změny měnového kurzu se nazývá měnová (devizová) expozice. Obecně se rozlišují tři typy měnové expozice:

- *transakční expozice* – měří citlivost budoucích finančních operací v jiné než domácí měně; tento typ expozice souvisí s rizikem vyplývajícím z jiné doby sjednání a realizací platby, kdy se v tomto časovém intervalu může kurz výrazně vychýlit;
- *translační expozice* – měří citlivost konsolidovaných účetních výkazů mezinárodních společností na pohyby měnových kurzů;
- *ekonomická (operativní) expozice* – měří citlivost budoucího cash flow společnosti v domácí měně na změny měnových kurzů.

3.3.4 Přístupy k zajištění měnového rizika

V případě hedgingu měnového rizika lze metody rozdělit na interní a externí:

- *externí*:
  - s využitím finančních derivátů,
  - uzavření devizové pozice s využitím služeb peněžního trhu;
- *interní*:
  - přirozený hedging – podnikatelské aktivity generují uzavřené devizové pozice, což znamená sladění měny příjmů a výdajů;
  - vnitřní eliminace rizik v rámci holdingové společnosti:

- časování plateb – pro tuto metodu je charakteristický tzv. leading (urychlení plateb) a lagging (zpoždění plateb) a jde o pružné přizpůsobování inkas v cizí měně podle očekávaného kurzu;
- netting – v rámci této metody se vzájemně započítávají platby uvnitř holdingu;
- matching – také se jedná o vzájemné zápočty, tentokrát ale v různých měnách;
- pooling – uvnitř holdingu je využívána jedna banka, která provádí vyrovnání mezi společnostmi holdingu;
- pricing – v této metodě se jedná o způsob oceňování transakcí mezi společnostmi holdingu z důvodu daňové optimalizace;

• měnová diverzifikace aktiv a pasiv – pokud má společnost v aktivech nebo pasivech evidovány položky ve více různých měnách, tak potom je riziko z kurzových změn nižší v případě nízké korelace mezi těmito měnami a v případě jiných měn u aktiv a pasiv, potom je riziko nižší pokud jsou měny korelovány;

• změny struktury aktiv a pasiv – jde o záměrné ovlivňování obchodních aktivit s cílem snižování měnového rizika (společnost může např. upřednostňovat dodavatele ze země, kde realizuje vysoké zisky v dané měně);

• úpravy kupních smluv – do slmouvy se vloží tzv. kurzová doložka upravující způsob stanovení měnového kurzu v době splatnosti.

3.4 Zvolené hedgingové strategie

Mimo metody hedginu uvedené v kapitole *3.1.3 Klasifikace metod hedgingu*, je možné hedgingové metody rozlišovat i podle toho, jaké zajišťovací instrumenty budou použity. Do základních je možné zařadit metody s využítím forwardů, futures a plain vanilla opcí. Dále je možné posuzovat hedging z hlediska kryté a nekryté pozice. Pro účely práce bude předpokládáno, že investor ví, že po uplynutí časového intervalu τ, $\tau > 0$ a $\tau = T - 0$, bude muset prodat zahraniční měnu za účelem vyčíslení hodnoty portfolia v domácí měně.

3.4.1 Nekrytá pozice

Na začátku investice v čase $t = 0$ investor nepodnikne žádné kroky k zajištění svého portfolia. Což znamená, že je portfolio zcela vystaveno měnovému riziku a jeho konečná hodnota v čase T bude rovna součinu aktuální hodnoty portfolia v zahraniční měně ke konci období a spotového měnového kurzu platnému k tomuto období. Při této variantě nejsou vynaloženy žádné počáteční náklady a portfolio může generovat vysoké zisky v případě příznivého vývoje kurzu. Na druhou stranu ale není ztráta portfolia ničím omezená.

3.4.2 Měnový forward

S měnovým forwardem si investor zafixuje budoucí hodnotu kurzu, kterou budou muset v době vypořádání obě smluvní strany kontraktu akceptovat. Zajištění měnovým forwardem omezuje výši ztráty portfolia, ale zároveň i potenciální vysoké zisky z kurzových rozdílů.

Hodnota forwardu je odvozena od spotové ceny měnového kurzu v čase sjednání kontraktu a rozdílu bezrizikových úrokových sazeb obou příslušných měn. V případě kladného rozdílu úrokových sazeb bude hodnota forwardu vůči spotovému kurzu prémií. V opačném případě diskontem. V Tab. 3.1 je popsáno ocenění měnového forwadu pro krátkou pozici.

Tab. 3. 1 Ocenění měnového forwardu

	Výdaje (t)		**Příjmy (T)**	
	USD	CZK	USD	CZK
Prodej cizí měny na krátko	$Q \cdot e^{-rf}$	$S_t \cdot Q \cdot e^{-rf}$	Q	$S_T \cdot Q$
Zápůjčka	$- Q \cdot e^{-rf}$	$- S_t \cdot Q \cdot e^{-rf}$	$- Q \cdot e^{\mu-\tau}$	$- S_T \cdot Q \cdot e^{\mu-\tau}$
Krátká pozice ve forwardu		$- f_{t,T} \cdot Q$		$VH=(X- S_T) \cdot Q$
Celkem		$\prod_t = - f_{t,T} \cdot Q$		$\prod_t = (X- S_T \cdot e^{\mu-\tau}) \cdot Q$

Zdroj: CMIELOVÁ, Zuzana. Hedging měnového rizika vybraného podniku. Ostrava, 2010. Diplomová práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta ekonomická, Katedra financí.

Principem oceňování derivátů je arbitrážní rovnice:

$$\prod_t \cdot e^{r_d \cdot \tau} = \prod_T, \tag{3.22}$$

kde $\prod_t$ je arbitrážní portfolio v době ocenění, $e^{r_d \cdot \tau}$ je spojitý úročitel zohledňující domácí bezrizikovou sazbu a dobu do splatnosti a $\prod_T$ je hodnota arbitrážního portfolia v době vypořádání.

Základní rovnovážnou podmínkou je nemožnost arbitráže, což znamená, že všechna arbitrážní portfolia generují stejný bezrizikový výnos.

Po dosazení charakteristik z Tab. 3.1 do vzorce 3.22 je odvozen vztah:

$$F_{t,T} \cdot Q \cdot e^{r_d \cdot \tau} = (X - S_T \cdot e^{\mu-\tau}) \cdot Q \ , \tag{3.23}$$

a po příslušné úpravě je odvozena hodnota měnového forwardu se zohledněním fyzického práva k zahraniční měně:

$$F_{t,T} = X \cdot e^{-r_d \cdot \tau} - S_T \cdot e^{-r_f \cdot \tau}. \tag{3.24}$$

Forwardová cena je taková výše realizační ceny forwardu, při které je jeho hodnota nulová:

$$F_{t,T} = 0 \leftrightarrow X = S_T \cdot e^{\mu - \tau}, \tag{3.25}$$

kde $\mu = r_d - r_f$ je rozdíl mezi domácí a zahraniční bezrizikovou sazbou.

Za předpokladu známé dodací ceny a lineární výplatní funkce je možné hodnotu krátké forwardové pozice zapsat jako:

$$F_{t,T} = X \cdot e^{\mu \cdot \tau} - E(S_T), \tag{3.26}$$

kde $E(S_T)$ představuje očekávaný kurz v době zralosti a $e^{\mu \cdot \tau}$ je příslušný diskontní faktor.

Dále je sestaveno bezrizikové portfolio za splnění předpokladu nemožnosti arbitráže, tzn. že portfolio přináší bezrizikový výnos. Vztah pro bezrizikové portfolio je definován následující rovnicí:

$$\prod = S^+ - F^+ \text{ resp. } \prod = S^- - F^-, \tag{3.27}$$

kde S^+ představuje nákup aktiva S, F^+ je dlouhá pozice ve forwardu, S^- představuje prodej podkladového aktiva a F^- je krátká pozice ve forwardu.

V době zralosti forwardu $t = T$ je hodnota portfolia definována jako:

$$\prod_T = S_T - VH_T = S_T - (s_T - X) = X, \tag{3.28}$$

z čehož vyplývá bezrizikovost portfolia, protože je známá hodnota forwardu v době zralosti pro jakoukoli hodnotu měnového kurzu.

Pokud se bude portfolio diskontovat příslušnou diskontní sazbou, získá se jeho současná hodnota v době zralosti následovně:

$$\prod_t = \prod_T \cdot e^{-\mu \cdot \tau} = X \cdot e^{-\mu \cdot \tau} = S_t - F_{t,T}, \tag{3.29}$$

a to znamená:

$$F_{t,T} = S_t - X \cdot e^{-\mu \cdot \tau}. \tag{3.30}$$

Pokud realizační cena odpovídá hodnotě očekávaného měnového kurzu, potom je hodnota forwardu rovna nule:

$$F_{0,T} = 0 \leftrightarrow X = S_0 \cdot e^{r \cdot T}. \tag{3.31}$$

3.4.3 Plain vanilla put opce na měnu

Při vstoupení do krátké pozice v opčním měnovém kontraktu si držitel opce kupuje právo prodat podkladové aktivum za předem dohodnutou realizační cenu *X* a za toto právo zaplatí výstavci opce opční prémii *p*.

Pro ocenění evropské call opce na měnu se vychází z BS modelu a matematický zápis je následující:

$$c = e^{-r_f \cdot T} \cdot S_0 \cdot N(d_1) - e^{-r_d \cdot T} \cdot X \cdot N(d_2), \tag{3.32}$$

kde r_f je zahraniční bezriziková sazba a r_d je domácí bezriziková sazba a:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}}, d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}. \tag{3.33}$$

3.4.4 Kombinovaná strategie

Varianta nekryté pozice nevyžaduje žádné vstupní náklady, stejně jako zajištění měnovým forwardem. Naopak zajištění put opcí s sebou vstupní náklady nese v podobě opční prémie, kterou bude muset kupující opce zaplatit i v případě nevyužití dohodnuté realizační ceny *X*. Náklady na opci mohou být někdy neúměrně vysoké a nevyplatí se proto portfolio takto zajistit. Minimálně ne z celé části. Je možné přistoupit ke kompromisu mezi zajištěním portfolia jak put opcí, tak forwardem. Výhoda forwardového zajištění spočívá v redukci výše ztráty a výhoda opčního podílu na zajištění je v možném vyšším zisku při příznivém vývoji měnového kurzu.

4 Posouzení hedgingové strategie

V této části práce bude provedena praktická aplikace zvolených hedgingových strategií. Budou zjištěny statistické charakteristiky aktiv, dále budou sestavena investiční portfolia a bude provedena jejich simulace náhodných výnosů metodou Monte Carlo. Stejná simulace bude provedena pro zjištění náhodných výnosů měn. Náhodné výnosy budou simulovány na dvanáct měsíců, přičemž pro každý měsíc bude provedeno 5 000 scénářů. Pro potřeby aplikace hedgingových strategií s použitím finančních derivátů forward a put opce budou vypočítány jejich ceny. Na závěr budou vybrané zajišťovací strategie posouzeny podle zadaných kritérií.

4.1 Statistické charakteristiky a simulace

Nejdříve budou popsány základní statistické charakteristiky, následně bude ověřena normalita výnosů a bude zvoleno pravděpodobností rozdělení, které nejlépe popisuje vybraná data. V další části kapitoly bude prakticky aplikována simulace Monte Carlo pro odhad náhodného vývoje měnových kurzů CZK/USD a CZK/GBP.

4.1.1 Popis vybraných aktiv

K posouzení hedginové strategie je zapotřebí získat data k sestavení portfolií. Byly vybrány akcie denominované v amerických dolarech (USD), britské libře (GBP) a příslušné měnové kurzy CZK/USD a CZK/GBP. Data byla získána prostřednictvím webových stránek skupiny Google *Google Finance*. Pro účely práce byla získána denní data za období od 2. 1. 2011 do 31. 12. 2016. Z takto získaných diskrétních dat byly vypočítány spojité denní výnosy dle vzorce (2.5) a dále vybrané statistické charakteristiky, vše bylo vypočítáno v programu MS Excel. Stupně volnosti byly zjištěny v programu R pomocí příkazu fitdistr z „library(MASS)“. Tato funkce využívá k výpočtu stupňů volnosti metodu maximální věrohodnosti.

První investiční portfolio je sestaveno z 10 akciových titulů denominovaných v amerických dolarech. V Tab. 4.1 jsou zobrazeny statistické charakteristiky těchto akcií, střední hodnota a směrodatná odchylka jsou vyjádřeny na měsíční bázi. Korelace výnosů jsou předmětem Příloha 1. S výjimkou několika aktiv vykazují ostatní vyšší špičatost oproti normálnímu rozdělení. Vhodné rozdělení pravděpodobnosti bude stanoveno v následující kapitole.

Tab. 4. 1 Statistické charakteristiky aktiv

	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Šikmost	Špičatost	Stupně volnosti
Tesla	4,14 %	17,36 %	0,261	6,106	3,381
Lockheed Martin	2,53 %	6,01 %	-0,108	3,128	5,816
Visa	2,96 %	8,04 %	0,674	7,974	4,816
Ulta Beauty Inc	3,99 %	12,41 %	0,245	18,977	2,891
Johnson&Johnson	1,21 %	4,92 %	0,177	2,595	4,465
iShares NASDAQ	2,06 %	8,71 %	-0,290	1,854	5,641
Prudential Finance	1,07 %	10,19 %	-0,449	4,071	4,193
3M	1,43 %	6,27 %	-0,481	4,323	3,333
Starbucks	2,40 %	8,41 %	-0,145	6,128	3,921
Southwest Airlines Co	2,64 %	10,08 %	-0,546	3,648	4,902
CZK/USD	0,48 %	3,48 %	0,349	5,317	-

Druhé investiční portfolio je sestaveno z 10 akciových titulů obchodovaných na londýnské burze a denominovaných v britské libře. Statistické charakteristiky jsou obsahem Příloha 2.

4.1.2 Testování normality

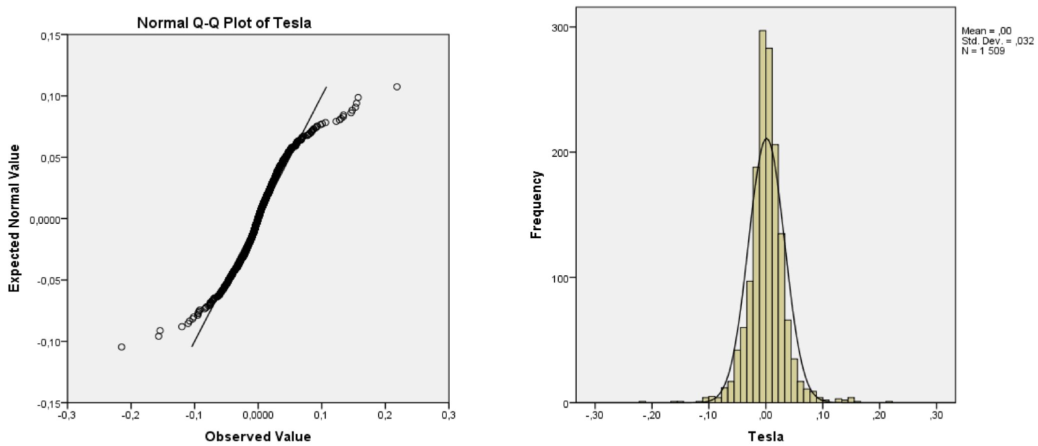
Při modelování časových řad se často přijímá zjednodušující předpoklad, že data pochází z normálního rozdělení pravděpodobnosti. Dále bude provedeno pár testů pro přijetí či zamítnutí hypotézy o normalitě. V Tab. 4.1 z předchozí kapitoly jsou uvedeny momenty charakterizující jednotlivá aktiva. V rámci normálního rozdělení se uvažuje šikmost rovná nule a špičatost rovná třem. Tomuto předpokladu se svými vlastnostmi nejvíce přibližuje akcie Lockheed Martin. V Tab. 4.2 jsou zachyceny výsledky testů normality pro aktiva z prvního portfolia. Podle výsledků je možné zamítnout nulovou hypotézu o normalitě výnosů pro všechna aktiva. Pro účely práce bude přijat předpoklad o Studentově t-rozdělení pravděpodobnosti výnosů. Výsledky pro druhé portfolio viz Příloha 3.

Tab. 4. 2 Testování normality

	Jarque-Bera test		**Kolmogorov-Smirnov test**	
	JB	p-value (5 %)	D	p-value (5 %)
Tesla	2361	0,0000	0,067	0,0000
Lockheed Martin	619	0,0000	0,050	0,0000
Visa	4112	0,0000	0,048	0,0000
Ulta Beauty Inc	22658	0,0000	0,101	0,0000
Johnson&Johnson	431	0,0000	0,057	0,0000
iShares NASDAQ	237	0,0000	0,054	0,0000
Prudential Finance	1093	0,0000	0,064	0,0000
3M	1233	0,0000	0,079	0,0000
Starbucks	2366	0,0000	0,064	0,0000
Southwest Airlines Co	912	0,0000	0,057	0,0000

Doplňkovými testy normality jsou Q-Q plot a histogram viz Graf 4.1. V samotné práci jsou zobrazeny pouze grafické výsledky pro akcii společnosti Tesla.

Graf 4. 1 Testy normality pro akcie Tesla



4.1.3 Simulace náhodného vývoje měn

Možné budoucí hodnoty měn budou simulovány prostřednictvím metody Monte Carlo v měsíčních intervalech, kdy pro každý měsíc bude nasimulováno 5 000 scénářů. Z důvodu pozdějšího ocenění opcí dle Black Scholesova modelu bude přijat zjednodušující předpoklad, že měny se vyvíjí dle normálního rozdělení pravděpodobnosti. Ceny budou stanoveny dle vzorce:

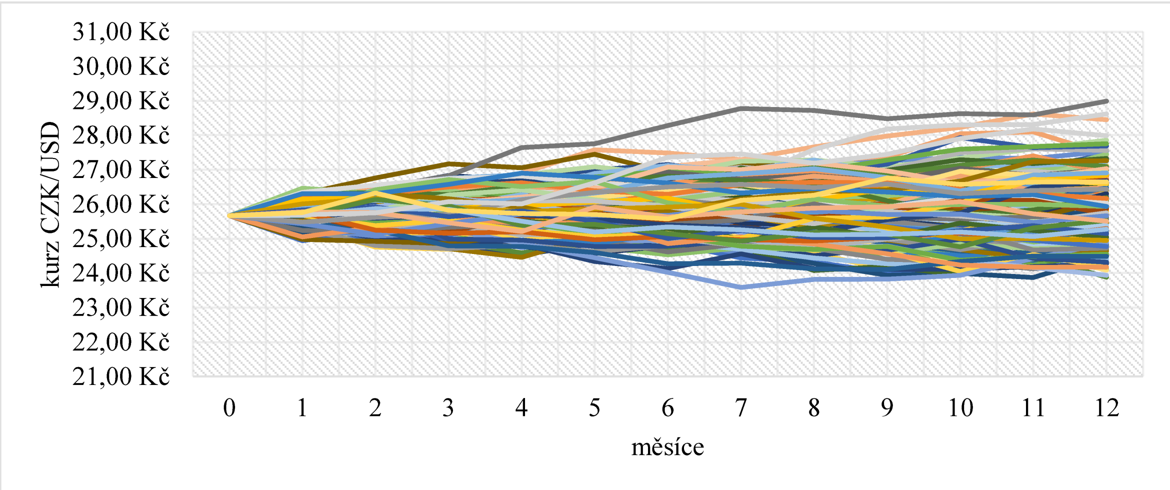
$$S_{t+\Delta t} = S_t \cdot exp^{\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot \Delta t + \sigma \cdot \tilde{\varepsilon} \cdot \sqrt{\Delta t}\right]}. \tag{4.1}$$

Tab. 4. 3 Základní charakteristiky měn

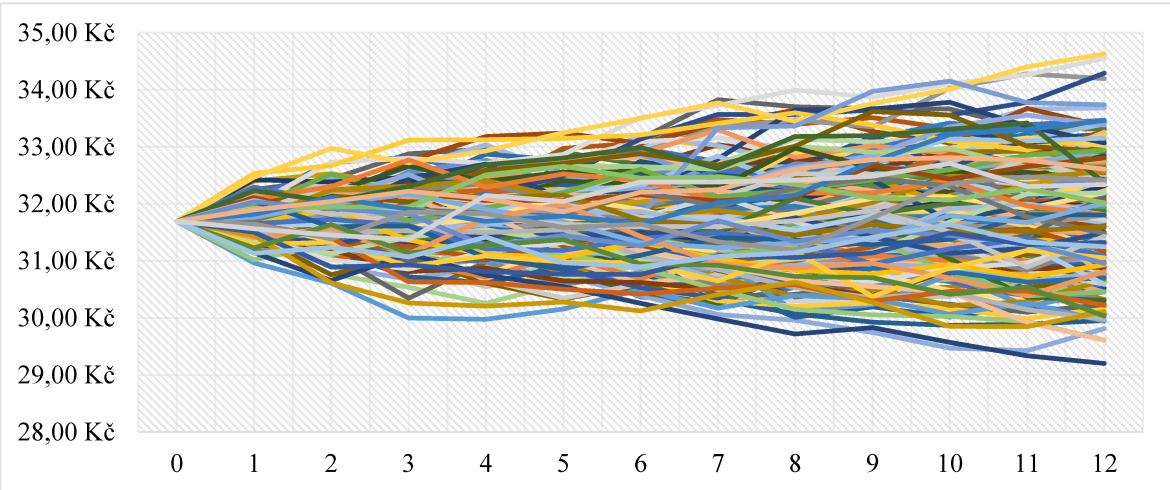
	CZK/USD		**CZK/GBP**	
	μ	**σ**	**μ**	**σ**
denní	0,02 %	0,64 %	0,00 %	0,56 %
měsíční	0,48 %	3,48 %	0,12 %	3,06 %
Δt	0,0833		0,0833	
S_0	25,6630		31,6925	

Náhodné veličiny budou vygenerovány z normálního rozdělení pravděpodobnosti v programu Excel pro jednotlivá aktiva s využitím generátoru pseudonáhodných čísel. Výsledné hodnoty simulace kurzů pro prvních 250 scénářů jsou zobrazeny v Grafu 4.2 a 4.3.

Graf 4. 2 Náhodný vývoj měny CZK/USD

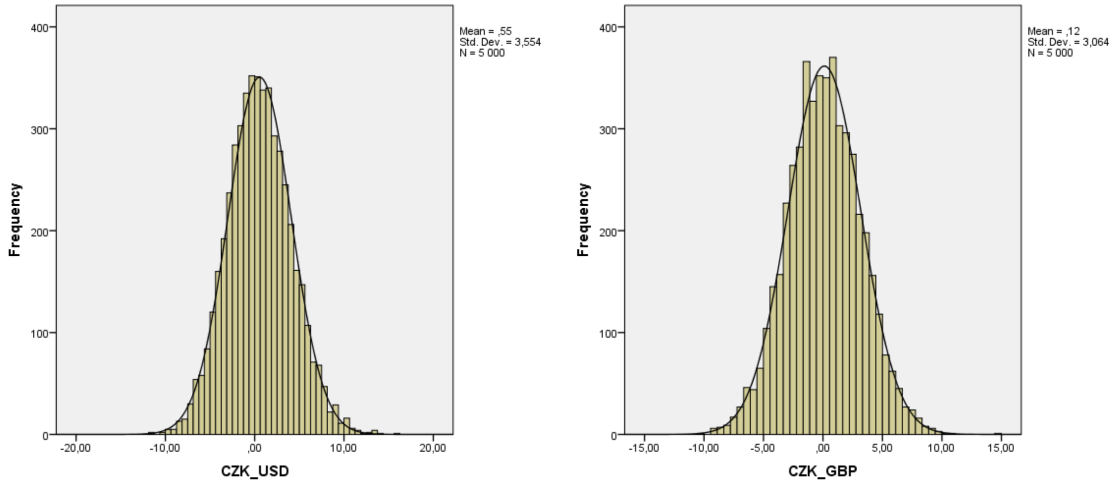


Graf 4. 3 Náhodný vývoj měny CZK/GBP



Rozdělení pravděpodobnosti výnosu kurzu měn během dvanácti po sobě jdoucích měsícůjsou zobrazeny v Grafu 4.4. Půměrný roční výnos kurzu CKZ/USD je 0,55 % a volatilita 3,55 %. Minimální hodnota v prosinci 2017 může teoreticky činit 22,71 CZK/USD s pravděpodobností 0,02 %. Maximální hodnoty na úrovni 29,82 CZK/USD může být dosaženo s pravděpodobností 0,02 %. S nejvyšší pravděpodobností v rozmezí 14,06 % až 20,76 % se bude cena měny nacházet v intervalu 25,24 – 26,74 CZK/USD. U druhé měny je průměrný roční výnos odhadnut ve výši 0,12 % a volatilita 3,06 %. V prosinci 2017 může být minimální hodnota na úrovni 28,42 CZK/GBP s pravděpodobností 0,02 % a maximální hodnota na úrovni 36,43 CZK/GBP s pravděpodobností 0,02 %. Nejvyšší pravděpodobná hodnota kurzu v rozmezí 11,62 % až 20,92 % bude 30,96 – 32,96 CZK/GBP.

Graf 4. 4 Rozdělení pravděpodobnosti výnosů měn



4.2 Investiční portfolio

Investor má k dispozici 100 mil CZK a rozhodl se je investovat do akcií denominovaných v cizích měnách. Na začátku investičního horizontu budou sestavena optimální portfolia v USD a GBP a dále se nebude uvažovat jejich revize. Každé portolio se bude skládat z 10 akciových titulů obchodovaných na příslušných burzách a denominovaných v příslušných měnách. Počáteční investice do každého portfolia bude 50 mil. CZK. Pro účely práce bude simulován vývoj takto sestavených portolií po měsících na rok dopředu.

4.2.1 Sestavení optimálního portfolia

Při sestavení optiálního podílu aktiv v portfoliu bylo využito doplňku programu MS Excel *Řešitele*. Optimalizační úloha byla definována s ohledem na konzervativní investiční strategii a účelová funkce vyjadřuje minimální směrodatnou odchylku, neboli riziko, portfolia.

Před výpočtem bylo definováno několik omezujících podmínek. Při sestavení optimálního portfolia se vycházelo z publikace Zmeškal (2013).

Účelová funkce

$\sigma_P \rightarrow min.$

Omezující podmínky

$$\sum_i x_i = 1, \qquad \text{(P1)}$$

$$x_i \geq -0{,}2, \qquad \text{(P2)}$$

$$x_i \leq 0{,}2 \qquad \text{(P3)}$$

$$kde\ \sigma_P = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j} = \sqrt{\vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}}. \qquad \text{(R1)}$$

Účelová funkce vyjadřuje hledanou minimální směrodatnou odchylku portfolia. Podmínka (P1) stanovuje, že součet všech relativních podílů x_i je roven jedné, tedy že je možné investovat pouze takovou částku, kterou má investor skutečně k dispozici. Podmínky (P2) a (P3) vymezují minimální a maximální podíl, který je možné investovat do jednoho aktiva, což znamená, že není možné, aby do jednoho aktiva bylo možné investovat všechny prostředky, které má investor k dispozici a zároveň (P3) umožňuje krátký prodej. Rovnicí (R1) je formulován výpočet směrodatné odchylky portfolia.

Pro zjištění podílů aktiv bylo nutné sestavit kovarianční matice C, viz Tab. 4.4 a Tab. 4.5. Kovarianční matice byly sestaveny na základě zjištěných historických korelací.

Tab. 4. 4 Kovarianční matice C pro investici v USD

0,0301	0,0020	0,0037	0,0046	0,0018	0,0054	0,0049	0,0032	0,0041	0,0041
0,0020	0,0036	0,0020	0,0019	0,0014	0,0023	0,0030	0,0020	0,0019	0,0021
0,0037	0,0020	0,0065	0,0031	0,0019	0,0036	0,0045	0,0026	0,0031	0,0030
0,0046	0,0019	0,0031	0,0154	0,0015	0,0035	0,0044	0,0023	0,0039	0,0034
0,0018	0,0014	0,0019	0,0015	0,0024	0,0022	0,0026	0,0019	0,0017	0,0018
0,0054	0,0023	0,0036	0,0035	0,0022	0,0076	0,0048	0,0027	0,0033	0,0038
0,0049	0,0030	0,0045	0,0044	0,0026	0,0048	0,0104	0,0041	0,0040	0,0047
0,0032	0,0020	0,0026	0,0023	0,0019	0,0027	0,0041	0,0039	0,0024	0,0027
0,0041	0,0019	0,0031	0,0039	0,0017	0,0033	0,0040	0,0024	0,0071	0,0031
0,0041	0,0021	0,0030	0,0034	0,0018	0,0038	0,0047	0,0027	0,0031	0,0102

Tab. 4. 5 Kovariační matice C pro investici v GBP

0,0156	0,0018	0,0028	0,0013	0,0021	0,0023	0,0030	0,0018	0,0033	0,0025
0,0018	0,0037	0,0018	0,0019	0,0015	0,0022	0,0009	0,0023	0,0016	0,0021
0,0028	0,0018	0,0059	0,0013	0,0018	0,0021	0,0022	0,0017	0,0027	0,0021
0,0013	0,0019	0,0013	0,0046	0,0013	0,0017	0,0010	0,0020	0,0014	0,0016
0,0021	0,0015	0,0018	0,0013	0,0030	0,0018	0,0014	0,0017	0,0019	0,0017
0,0023	0,0022	0,0021	0,0017	0,0018	0,0098	0,0013	0,0018	0,0020	0,0022
0,0030	0,0009	0,0022	0,0010	0,0014	0,0013	0,0114	0,0010	0,0027	0,0015
0,0018	0,0023	0,0017	0,0020	0,0017	0,0018	0,0010	0,0059	0,0019	0,0019
0,0033	0,0016	0,0027	0,0014	0,0019	0,0020	0,0027	0,0019	0,0063	0,0020
0,0025	0,0021	0,0021	0,0016	0,0017	0,0022	0,0015	0,0019	0,0020	0,0040

Výsledný optimální podíl aktiv w_i stanovený s ohledem na minilizaci rizika je v následuící Tab. 4.6. Dále jsou uvedeny výnosy obou portfolií, jejich směrodatné odchylky a rozptyly. Možnosti krátkého prodeje bude využito pouze u portolia amerických akcií, a to u akcií Tesla a Prudential Finance. Maximální limit k investování stanovený podmínkou (P4) 10 mil. Kč bude využit dohromady u 4 akcií, tyto akcie měly za analyzované období nejnižší směrodatné odchylky. Očekávaný výnos portfolií je postupně 2,34 % a 1,52 %.

Tab. 4. 6 Struktura optimálních portfolií

USD	w_i	**GBP**	w_i
Tesla	- 0,09 %	**Laird**	0,09 %
Lockheed Martin	20,00 %	**Unilever**	18,08 %
Visa	17,53 %	**The Sage Group**	7,42 %
Ulta Beauty Inc.	4,76 %	**Imperial Brand**	19,43 %
Johnson&Johnson	20,00 %	**Finsbury**	20,00 %
iShares NASDAQ	6,92 %	**Shire**	2,79 %
Prudential Finance	-11,87 %	**Northgate**	7,62 %
3M	20,00 %	Diageo	6,33 %
Starbucks	14,98 %	**Segro**	5,03 %
Southwest Airlines Co.	7,76 %	**Relx**	13,19 %
$E(R_P)$	2,32 %	$E(R_P)$	1,52 %
$\sigma\ (R_P)$	4,94 %	$\sigma\ (R_P)$	4,54 %

4.2.2 Simulace vývoje portfolia

Vývoj portfolií bude simulován prostřednictvím metody Monte Carlo s přihlédnutím k t-rozdělení pravděpodonosti výnosů akcií s příslušnými stupni volnosti v zjištěnými v programu R.

1. Nejprve budou dopočítány Choleskeho matice, viz. Tab. 4.7 a 4.8. Choleskeho matice byly vypočítány s použitím online výpočetního nástroje Online Numerical Calculators (comnuan.com).
2. Dále budou generována náhodná čísla z t-rozdělení pravděpodobnosti v programu Excel pro jednotlivá aktiva s využitím vztahu (2.30). Díky tomuto vzorci bude zajištěna stejná pravděpodobnost generování kladných i záporných čísel. Bude generováno 5 000 hodnot pro každý rizkový faktor a pro 12 následujícíh měsíců.
3. Tyto hodnoty budou standardizovány podle vzorce (2.31).
4. Následně budou pronásobeny s Choleskeho maticí, což zajistí zohlednění korelací aktiv.

Tab. 4. 7 Choleskeho matice P pro investici v USD

0,1735	0,0115	0,0213	0,0265	0,0104	0,0311	0,0282	0,0184	0,0236	0,0236
0	0,0589	0,0298	0,0271	0,0217	0,0330	0,0454	0,0304	0,0276	0,0310
0	0	0,0718	0,0241	0,1440	0,0272	0,0354	0,0181	0,0247	0,0219
0	0	0	0,1157	0,0025	0,0097	0,0136	0,0048	0,0167	0,0122
0	0	0	0	0,0401	0,0186	0,0194	0,0146	0,0426	0,0453
0	0	0	0	0	0,0661	0,0146	0,0034	0,0092	0,0163
0	0	0	0	0	0	0,0742	0,0144	0,0084	0,016
0	0	0	0	0	0	0	0,0411	0,0055	0,0079
0	0	0	0	0	0	0	0	0,0676	0,0068
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0851

Tab. 4. 8 Choleskeho matice P pro investici v GBP

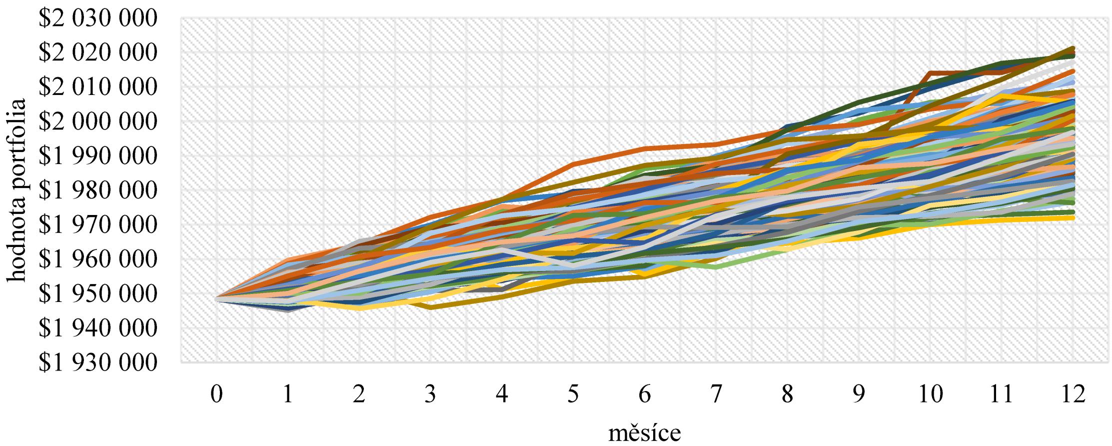
0,1249	0,0144	0,0224	0,0104	0,0168	0,0184	0,0240	0,0144	0,0264	0,2000
0	0,0591	0,0250	0,0296	0,0213	0,0327	0,0094	0,0354	0,0206	0,0307
0	0	0,0691	0,0047	0,0129	0,0126	0,0207	0,0071	0,0230	0,0128
0	0	0	0,0599	0,0203	0,0080	0,0063	0,0128	0,0068	0,0071
0	0	0	0	0,0452	0,0127	0,0128	0,0115	0,0148	0,0109
0	0	0	0	0	0,0895	0,0068	0,0004	0,0034	0,0053
0	0	0	0	0	0	0,0071	-0,0003	0,0118	0,0030
0	0	0	0	0	0	0	0,064	0,0058	0,0034
0	0	0	0	0	0	0	0	0,0648	0,004
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0476

5. Bude se předpokládat, že vývoj rizikových faktorů se chová dle geometrického Brownova pohybu. Výnosy portfolií pro jednotlivé scénáře budou zjištěny součinem matic odhadnutých výnosů aktiv a matic obsahujících údaje o podílu aktiv v portfoliích, výnosech

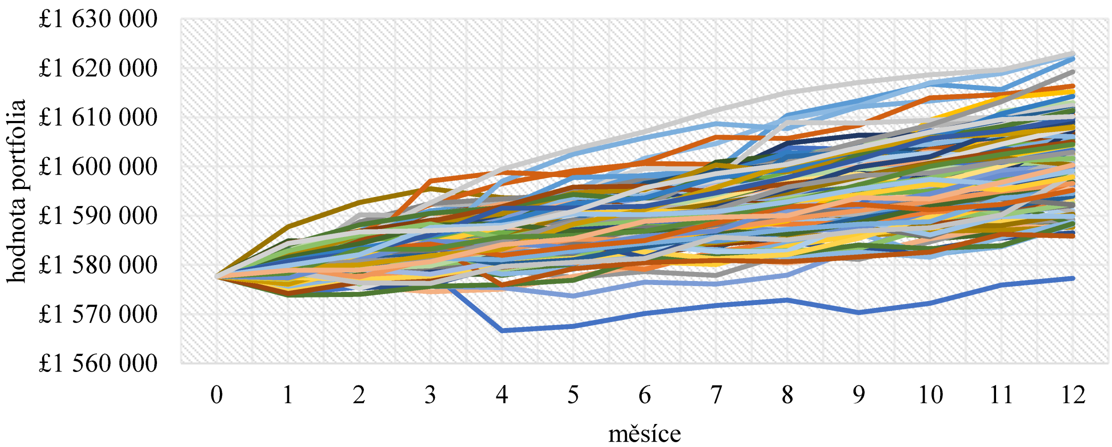
a směrodatných odchylkách. Z těchto údajů budou zjištěny možné budoucí vývoje obou portfolií v příslušných měnách.

V Grafu 4.5 a 4.6 jsou zobrazeny kumulativní hodnoty za 12 měsíců pro prvních 250 scénářů. Odhadnuté výnosy portfolií za období jednoho roku denominovaných v USD a GBP postupně 2,34 % a 1,52 %. Odhadnutá rizika portfolií za období jednoho roku, kdy bude trvat investice, postupně 0,48 % a 0,49 % pro příslušné portfolio.

Graf 4. 5 Vývoj hodnoty investice v USD



Graf 4. 6 Vývoj hodnoty investice v GBP



4.3 Ocenění finančních derivátů

Pro zajištění měnového rizika akciových portfolií budou využity dva finanční deriváty, a to forward a put opce. V následující kapitole budou vypočítány ceny těchto derivátů.

4.3.1 Forward na měnu

Ceny forwardu byly postupně stanoveny na každý měsíc, přičemž výchozí ceny S_0 byly stanoveny jako průměr 5 000 nasimulovaných cen vygenerovaných prostřednictvím simulace Monte Carlo vztahující se k příslušnému měsíci. Vztah pro výpočet ceny měnového forwardu:

$$F = S_0 \cdot exp^{(r_d - r_f) \cdot \Delta t}. \tag{4.6}$$

Výsledná realizační cena X_i je uvedená v českých korunách na jednotku zahraniční měny, viz Tab. 4.9.

Tab. 4. 9 Realizační ceny forwardů pro příslušné měny

t	CZK/USD X_i	CZK/GBP X_i
výchozí cena	25,663	31,693
leden	25,652	31,679
únor	25,654	31,683
březen	25,666	31,694
duben	25,677	31,694
květen	25,691	31,698
červen	25,710	31,705
červenec	25,715	31,705
srpen	25,726	31,708
září	25,737	31,703
říjen	25,748	31,711
listopad	25,762	31,715
prosinec	25,781	31,712

4.3.2 Plain vanilla put opce na měnu

Pokud se investor rozhodne zajistit měnové riziko s využitím opcí, musí počítat s počátečním nákladem na pořízení, neboli opční prémií. Dle Black-Scholesova modelu oceňování opcí se prémie pro put opci vypočítá následovně:

$$p = X \cdot e^{-r_d \cdot T} \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T} \cdot N(-d_1). \tag{4.7}$$

Realizační cena X je určena následujícím vztahem:

$$X = K_0 \cdot e^{(r_d - r_f) \cdot \Delta t}. \tag{4.7}$$

V předcházející kapitole byl přijat předpoklad, že měny sledují normální rozdělení pravděpodobnosti. Z tohoto důvodu bude v Excelu využita funkce kumulativního normálního rozdělení pro parametry d_1 a d_2. V Tab. 4.10 je uvedena cena put opce na jednotku zahraniční měny. Tato cena bude dále vynásobena množstvím zahraniční měny, kterou bude potřeba směnit ke konci každého měsíce pro každý z 5 000 scénářů za měsíc.

Tab. 4. 10 Ceny put opcí pro příslušné měny

t	CZK/USD cena opce na jednotku měny	CZK/GBP cena opce na jednotku měny
leden	0,7780	0,1650
únor	0,7786	0,1645
březen	0,7765	0,1617
duben	0,7813	0,1471
květen	0,7818	0,1644
červen	0,7810	0,1630
červenec	0,7854	0,1664
srpen	0,7849	0,1650
září	0,7861	0,1654
říjen	0,7886	0,1670
listopad	0,7936	0,1707
prosinec	0,7945	0,1701

Vysoký rozdíl v cenách opcí je ve vysoké hodnotě bezrizikové sazby pro USD v porovnání s hodnotami bezrizikových sazeb pro ostatní měny. Za bezrizikové sazby byly dosazeny jednoměsíční úrokové sazby USD LIBOR, GBP LIBOR a PRIBOR známé v prosinci 2016.

4.4 Hedgingové strategie

V této kapitole budou nasimulovány budoucí zisky portfolií s využitím různých zajišťovacích strategií. První z nich bude nekrytá pozice, kde investor své investice zcela nechá vystavené měnovému riziku. Další dvě strategie využívají k zajištění finančních derivátů, konkrétně forward a opci. Čtvrtá strategie je kombinací zajištění forwardem i opcí.

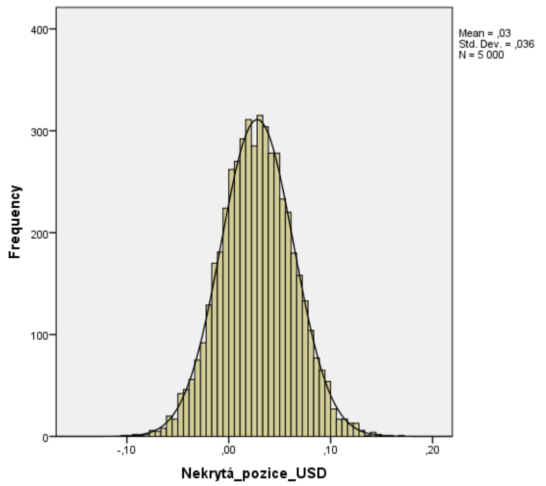
4.4.1 Investice v USD

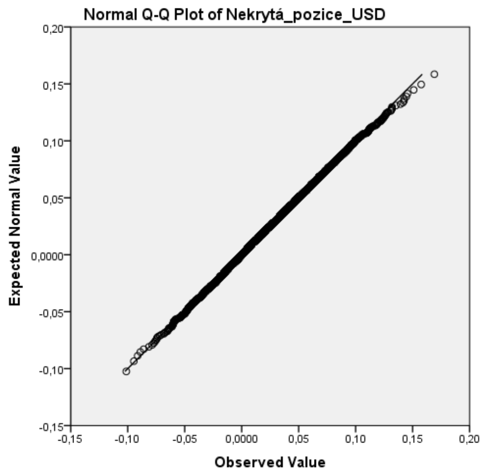
Za nejvýznamnější kapitálový trh je celosvětově považován ten v USA. Dění na amerických burzách ovlivňují chování na burzách ostatních. Obchodují se zde akcie nejvýznamnějších společností a tyto burzy jsou také charakteristické vysokou likviditou.

Nekrytá pozice

Investor postupně na konci každého měsíce přepočítá hodnotu portfolia do domácí měny (CZK). Výsledný efekt se stanoví jakou součin hodnoty portoflia v USD a aktuálního spotového kurzu pro každý z 5 000 scénářů za měsíc. V tomto případě není hodnota investice vystavena pouze riziku plynoucímu z držení příslušných akcií, ale i z nezajištěné měnové pozice, která může na jednu stranu generovat zisk, ale na stranu druhou i vysokou ztrátu. V Grafu 4.7 je znázorněna odhadutá pravděpodobnost zisku a ztráty portfolia za rok trvání investice. Z výsledků simulace Monte Carlo byl stanoven roční odhadnutý výnos a riziko portfolia. Průměrný roční výnos je 2,80 % a riziko 3,56 %.

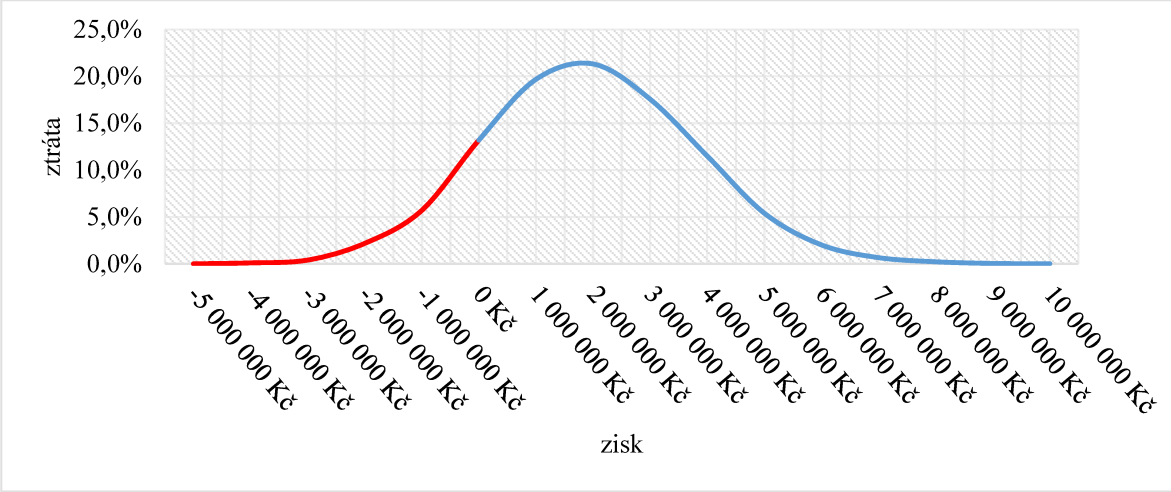
Graf 4. 7 Pravděpodobnost rozložení zisku – Nekrytá pozice





Dále byl v programu Excel vykreslen Graf 4.8 pro jasnější znázornění pravděpodobnosti zisku a ztráty na konci investičního období. Maximální hodnota 9 210 669 CZK může nastat s 0,02 % pravděpodobností. Minimální hodnoty -4 815 676 CZK může být dosaženo s 0,02 % pravděpodobností. Investor nejpravděpodobněji dosáhne zisku necelých 1 000 000 až 3 000 000 CZK s pravděpodobností v rozmezí 17,6 až 21,3 %.

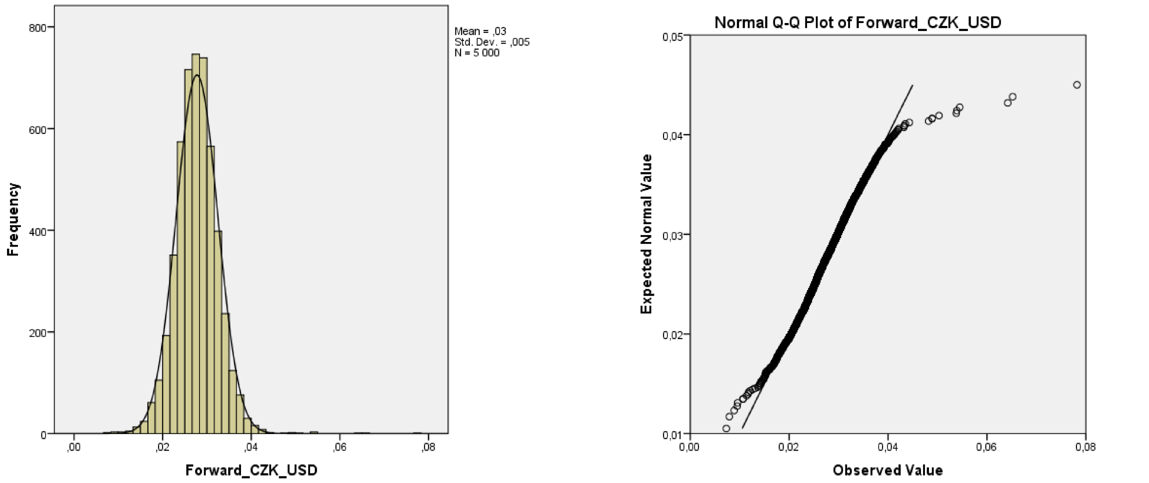
Graf 4. 8 Rozložení zisku – Nekrytá pozice



Zajištění forwardem

Pro snížení rizika plynoucího z možného nepříznivého vývoje měnového kurzu investor na konci každého měsíce uzavře forwardový kontrakt na měsíc následující. Za tuto forwardovou cenu je v době splatnosti zavázán směnit množství USD odpovídající aktuální ceně portfolia. Z výsledků simulace Monte Carlo byl stanoven roční odhadnutý výnos a volatilita portfolia. Roční výnos je 2,78 % a volatilita 0,47 %. Volatilita je značně nižší oproti předchozí variantě. V Grafu 4.9 je zobrazeno rozložení pravděpodobnosti výnosů forwardového hedgingového portfolia.

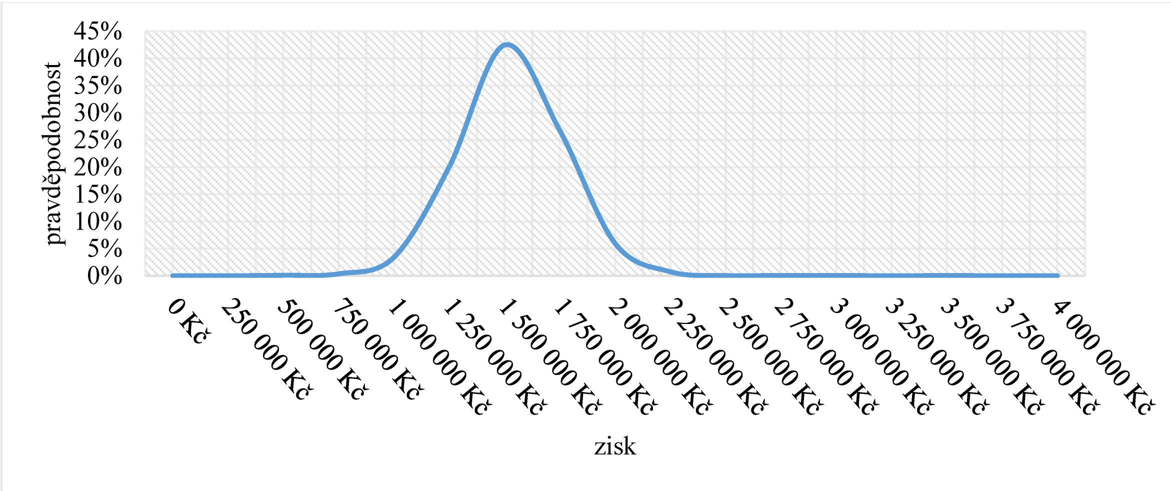
Graf 4. 9 Pravděpodobnost rozložení zisku – Forward



Graf 4.10 zobrazuje pravděpodobnostní rozložení zisku portfolia. Výsledný zisk forwardového hedgingového portfolia byl vypočítán jako rozdíl výsledné hodnoty forwardového hedgingového portfolia ke konci trvání investice a výše prvotní investice ve výši 50 mil. CZK. Zajištění forwardem zabránilo generování ztráty ke koncni investičního

horizontu. Zároveň však omezilo dosažení zisku vyššího než přibližně 4 mil. Kč. Minimální odhadnutý zisk 366 547 CZK může nastat s 0,02 % pravděpodobný. Maximální odhadnutý zisk 4 068 555 CZK s pravděpodobností 0,02 %. Investor bude generovat zisk 1 250 000 – 1 750 000 CZK s pravděpodobností v rozmezí 20,04 % až 42,46 %.

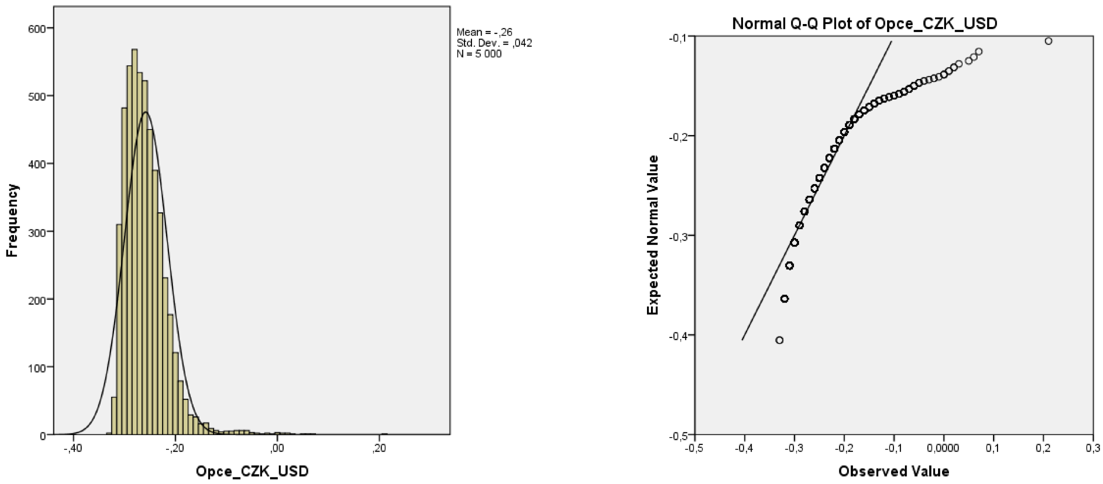
Graf 4. 10 Rozložení zisku – Forwardová hedgingová strategie



Zajištění put opcí

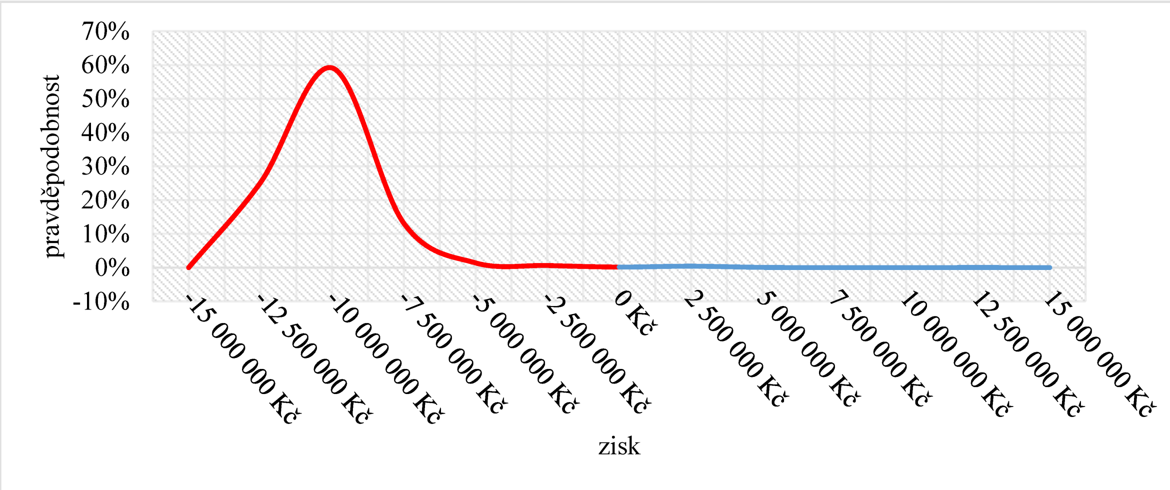
Nákup put opce dává investorovi právo prodat množství zahraniční měny odpovídající aktuální hodnotě akciového portfolia stanovené k určitému okamžiku, zde v práci ke konci každého z dvanácti měsíců. Simulace byla provedena pro 5 000 scénářů v každém měsíci, přičemž hodnota portolia k prosinci 2017 je dána kumulativně za předcházející měsíce. Náklady na pořízení opce jsou odčítány od hodnoty investice na konci každého měsíce a dále je investována pouze částka po odečtení nákladů. Roční výnos je -25,84 % a volatilita 4,18 %. V Grafu 4.11 je zobrazeno rozložení pravděpodobnosti výnosů portfolia.

Graf 4. 11 Pravděpodobnost rozložení zisku – Put opce



Výsledný zisk opčního hedgingového portfolia byl vypočítán jako rozdíl konečného hodnoty investice a původně investované částky na úrovni jednoho scénáře. Toto bylo zopakováno pro všech 5 000 scénářů a výsledné pravděpodobnostní rozdělení zisku je možné vidět v Grafu 4.12. Zajištění měnového kurzu CZK/USD prostřednictvím put opce je nevhodné, viz Graf 4.12 Náklady na pořízení jsou příliš vysoké na to, aby bylo možné tímto způsobem portfolio efektivně zajistit proti měnovým výkyvům. Existuje pouze malá pravděpodobnost, že portfolio bude na konci investičního horizontu generovat zisk, pouze 2,36 % hodnot z celkových 5 000 jsou kladné. S pravděpodobností 59 % bude ztráta portfolia ve výši přibližně – 10 000 000 CZK, což je -20 % ztráta portfolia.

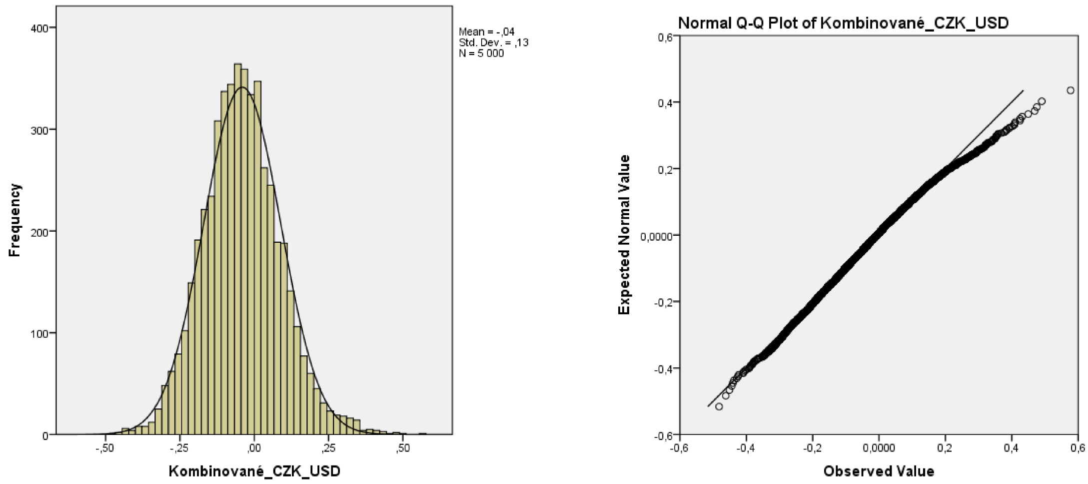
Graf 4. 12 Rozložení zisku – Put opce



Kombinované zajištění

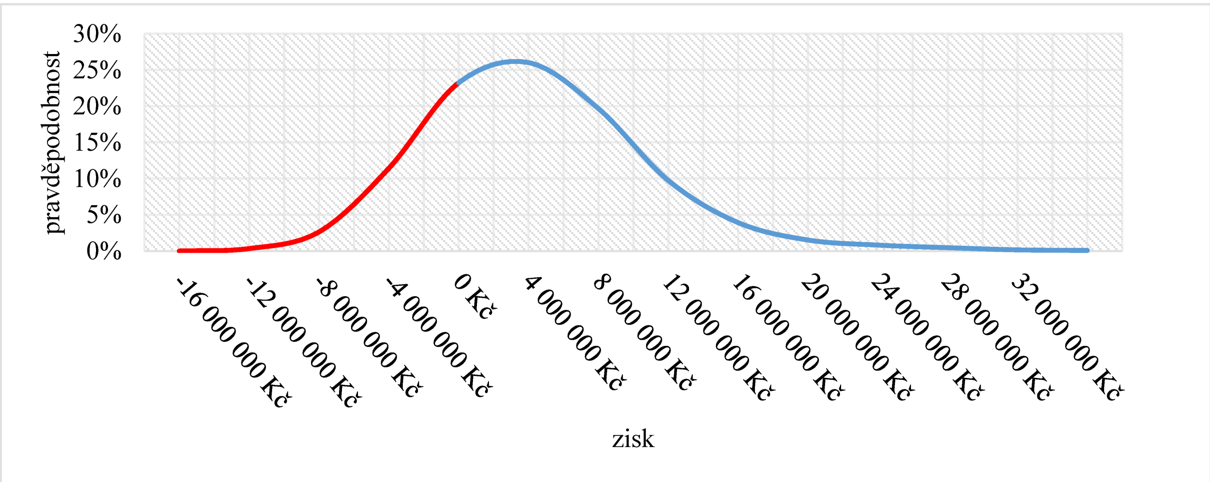
V tomto případě bude zajištěno měnové riziko portfolia z 30 % opcí a z 70 % forwardem. Opční právo bude využito v případě, že spotová cena bude nižší než realizační, v opačném případě opčního práva využito nebude a investor zaplatí pouze opční prémii. Forwardová cena bude využita vždy. Následující měsíc se investuje částka po odečtení nákladů na pořízení put opce. Z výsledků simulace Monte Carlo byl stanoven roční odhadnutý výnos a volatilita portfolia. Roční výnos je -4,06 % a volatilita 12,99 %. Oproti čistě opčnímu zajištění je u této varianty značně nižší záporný výnos. V Grafu 4.13 je zobrazeno rozložení pravděpodobnosti výnosů portfolia kombinované hedgingové strategie.

Graf 4. 13 Pravděpodobnost rozložení zisku – Kombinovaná hedgingová strategie



I přes vysoký podíl zajištění forwardovým kontrakterm je využití této strategie nevhodné. Důvodem jsou opět vysoké náklady na pořízení put opce. 36,38 % nasimulovaných konečných hodnot portfolia je záporných. S pravděpodobností 19,66 % až 23,22 % se bude zisk pohybovat v rozmezí -4 000 000 – 4 000 000 CZK, viz Graf 4.14.

Graf 4. 14 Rozložení zisku – Kombinovaná hedgingová strategie



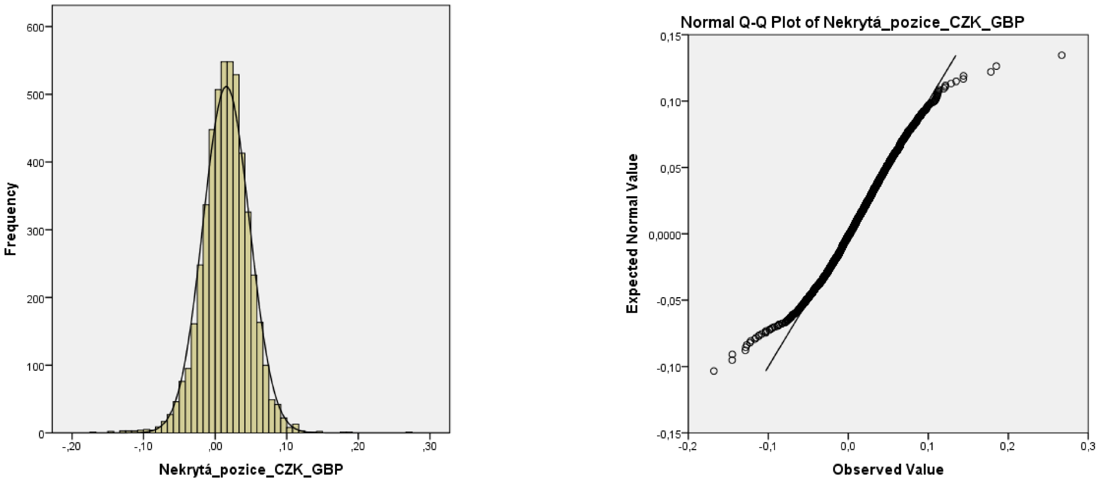
4.4.2 Investice v GBP

Na londýnské burze jsou nabízeny akcie téměř 2 500 společností a jsou vysoce likvidní. V posledních měsích je britská libra volatilní z důvodu ohlášeného výstupu Velké Británie z Evropské Unie.

Nekrytá pozice

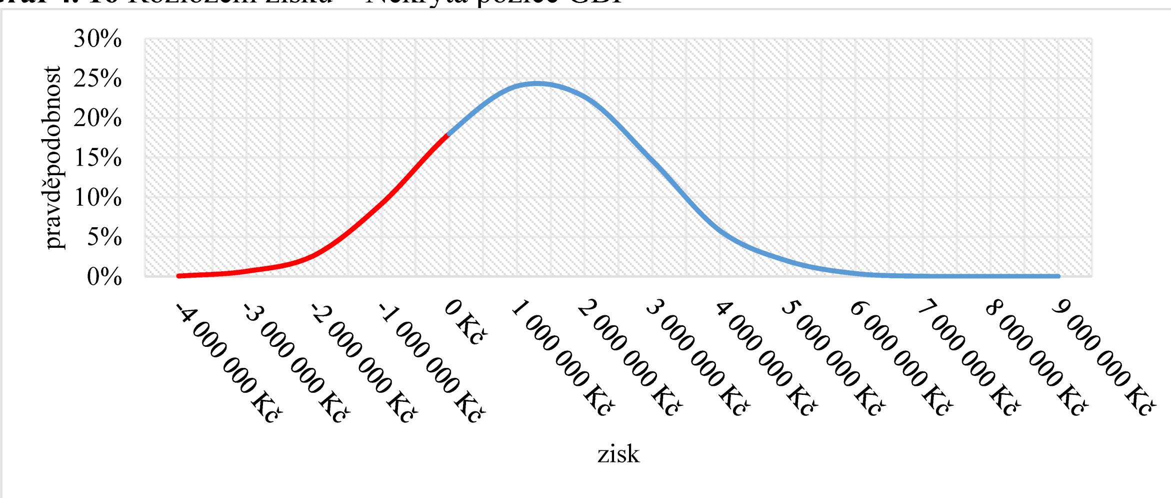
Při výpočtu se bude postupovat stejně jako v kapitole *4.4.1 Investice v USD*. Pravděpodobnost vývoje zisku portfolia za rok trvání investice je zachycena v Grafu 4.15, který byl vykreslen v programu SPSS. Průměrný roční výnos je ve výši 1,63 % a volatilita 3,15 %.

Graf 4. 15 Pravděpodobnost rozložení zisku – Nekrytá pozice GBP



V programu Excel byl vykreslen Graf 4.16, který zobrazuje rozložení pravděpodobnosti zisku portfolia po uplynutí dvanácti měsíců v korunovém vyjádření. Maximální hodnota 8 499 692 CZK může nastat s 0,02 % pravděpodobností. Minimální hodnoty -4 377 178 CZK může být dosaženo s 0,02 % pravděpodobností. Investor nejpravděpodobněji dosáhne zisku mezi 1 000 000 až 2 000 000 CZK s téměř 25 % pravděpodobností.

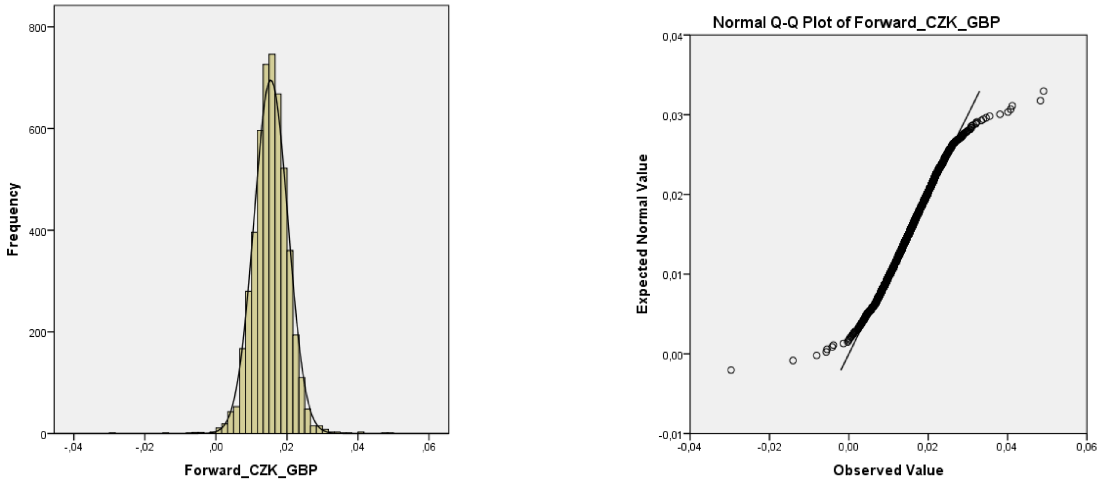
Graf 4. 16 Rozložení zisku – Nekrytá pozice GBP



Zajištění forwardem

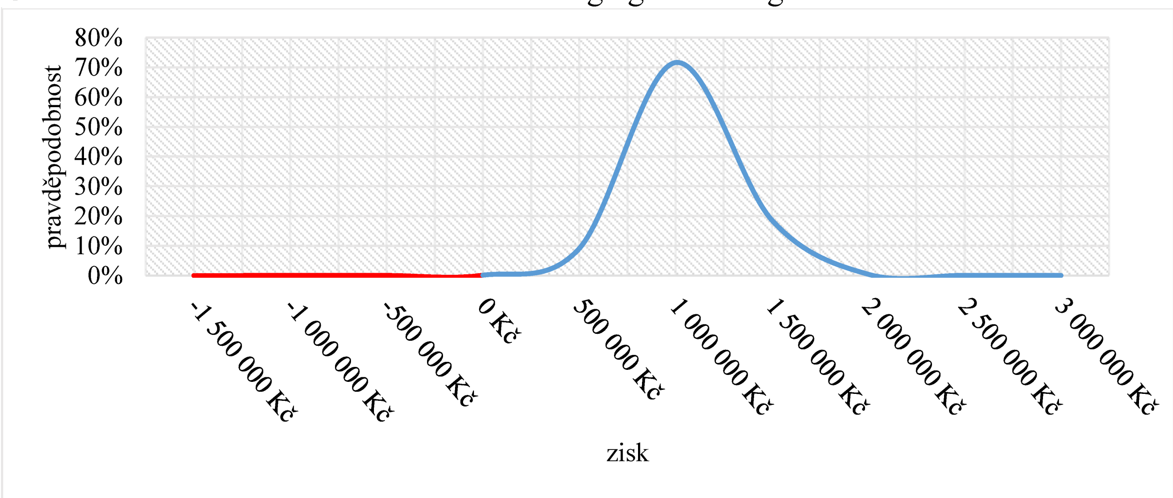
Pomocí metody simulace Monte Carlo byl stanoven odhadnutý výnos a volatilita portfolia za rok trvání investice. Roční výnos je 1,58 % a volatilita 0,49 %. V Grafu 4.17 je zobrazeno procentuální rozložení pravděpodobnosti výnosů forwardového hedgingového portfolia.

Graf 4. 17 Pravděpodobnost rozložení zisku – forwardová hedgingová strategie



Pravděpodobnost rozložení zisku forwardového hedgingového portfolia ke konci investičního horiznotu v korunovém vyjářdření je zobrazeno v Grafu 4.18. Minimální odhadnutý zisk -1 452 763 CZK může nastat s 0,02 % pravděpodobností. Maximální odhadnutý zisk 2 524 701 CZK s pravděpodobností 0,02 %. Investor bude generovat zisk 500 000 – 1 500 000 CZK s pravděpodobností v rozmezí 9,08 % až 71,60 %.

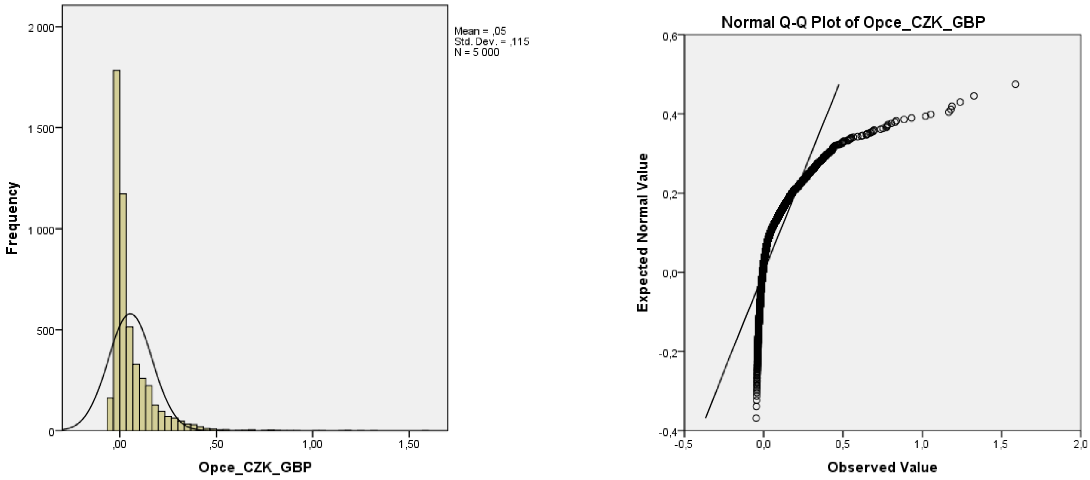
Graf 4. 18 Rozložení zisku – forwardová hedgingová strategie



Zajištění put opcí

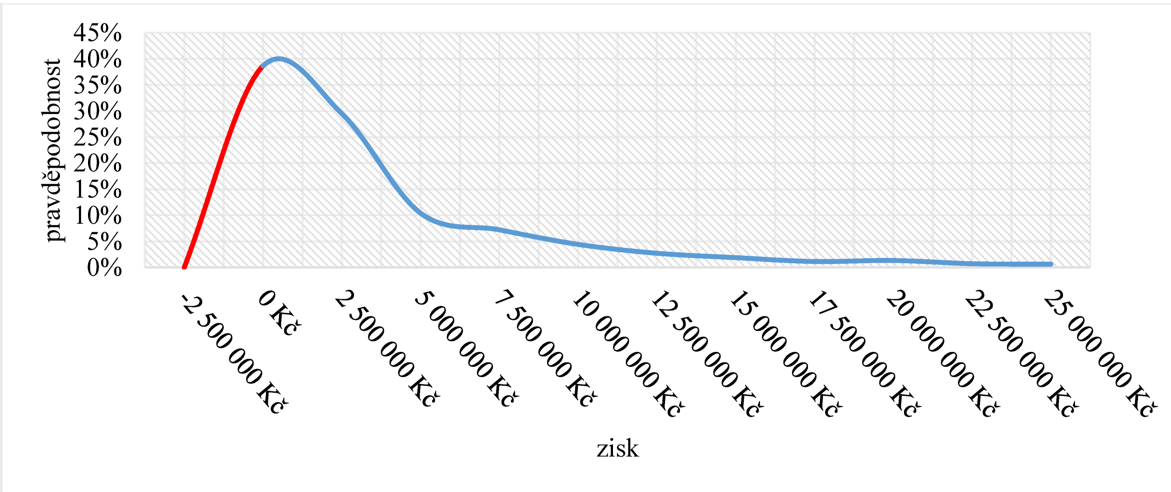
U této možnosti zajištění měnového rizika je odhadnutý roční výnos 5,63 % a volatilita 11,53 %. V Grafu 4.19 je zobrazeno rozložení pravděpodobnosti výnosů opčního hedgingového portfolia.

Graf 4. 19 Pravděpodobnost rozložení zisku – Put opce GBP



Zajištění měnového kurzu CZK/GBP prostřednictvím put opce má výrazně odlišné výsledky oproti předchozímu portfoliu, viz Graf 4.20. Maximální možná odhadnutá ztráta je ve výši – 2 338 390 CZK. Střední hodnota je na úrovni 2 817 451 CZK. U této strategie je ovšem vysoká volatilita na úrovni 5 765 395 CZK, což značí o její vysoké rizikovosti.

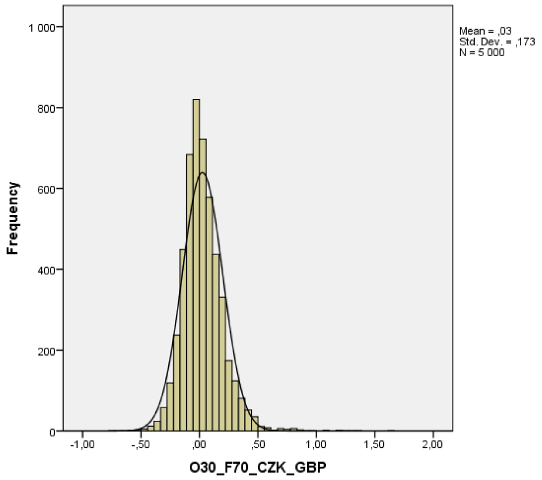
Graf 4. 20 Rozložení zisku – Put opce GBP

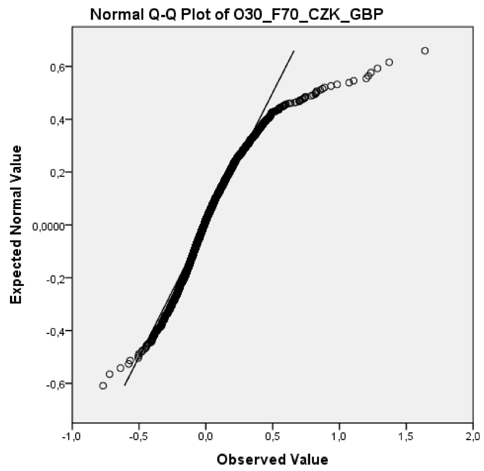


Kombinované zajištění

Stejně jako u předchozího portfolia bude i v tomto případě měnové riziko portfolia zajištěno z 30 % opcí a z 70 % forwardem. Následující měsíc se opět bude investovat pouze částka po odečtení nákladů na pořízení put opce. Z výsledků simulace Monte Carlo byl stanoven odhadnutý výnos 3,53 % a volatilita portfolia 17,62 %, obojí za rok trvání investice. V Grafu 4.21 je zobrazeno rozložení pravděpodobnosti výnosů portfolia.

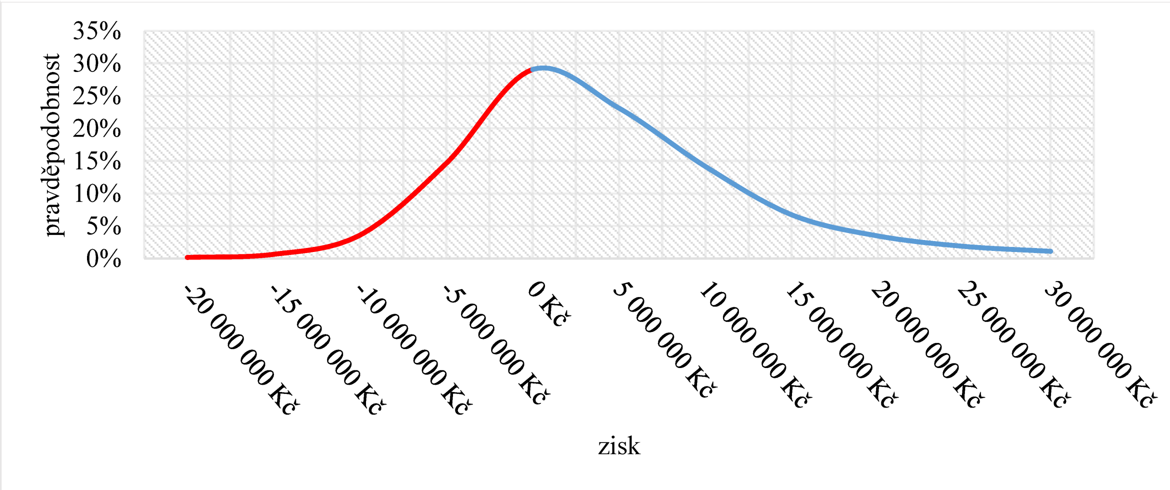
Graf 4. 21 Pravděpodobnost rozložení zisku – Kombinované zajištění GBP





Jak je patrné z Grafu 4.22 téměř polovina možných výnosů je záporná. Rizikovost této strategie je vyšší než u zajištění čistě put opcí.

Graf 4. 22 Rozložení zisku – Kombinované zajištění GBP



4.4.3 Zhodnocení hedgingových strategií

Zde budou porovnány aplikované hedgingové strategie dle zvolených parametrů, dle poměru výnosu a rizika, vztahu investora k riziku a výše vstupních nákladů.

Zhodnocení dle zvolených parametrů

Pro posouzení jednotlivých hedgingových strategií byla vybrána následující kritéria:

- *střední hodnota*, která udává možný průměrný roční výnos portfolia,
- *medián*, který vrátí hodnotu přesně uprostřed všech nasimulovaných pravděpodobných zisků portfolia; nad touto hodnotou i pod ní se nachází stejné množství zisků,
- *MAX*, neboli nejlepší výsledek, kterého může být dosaženo,
- *MIN*, naopak představuje nejhorší výsledek,
- *směrodatná odchylka*, která představuje roční riziko portfolia a vyjadřuje průměrnou odchylku od střední hodnoty efektu portfolia.

Výsledné hodnoty hodnotících parametrů pro obě portfolia jsou uvedeny v Tab. 4.11. Všechny hodnoty jsou uvedeny v jednotkách domácí měny investora.

Tab. 4. 11 Hodnotící kritéria

	Nekrytá pozice	**Zajištění forwardem**	**Zajištění put opcí**	**Kombinované zajištění**
Investice do amerických akcií				
střední hodnota	1 452 537	1 407 961	-11 314 062	-1 585 722
medián	1 411 953	1 403 680	-11 633 837	-2 165 036
MIN	-4 815 676	366 863	-14 010 424	-19 123 017
MAX	9 210 669	4 068 555	11 668 378	39 042 240
směrodatná odchylka	1 835 085	242 404	1 802 318	6 421 602
Investice do britských akcií				
střední hodnota	817 381	789 964	2 817 451	1 764 856
medián	797 636	788 855	633 674	286 995
MIN	-4 377 178	-1 452 763	-2 338 390	-33 057 203
MAX	8 499 692	2 524 701	48 210 886	53 487 648
směrodatná odchylka	1 577 034	242 694	5 765 395	8 810 375

Při posouzení parametrů u investice do amerických akcií vychází dle parametru střední hodnoty nejlépe nevyužití žádného finančního derivátu a ponechat portfolio v nekryté pozici.

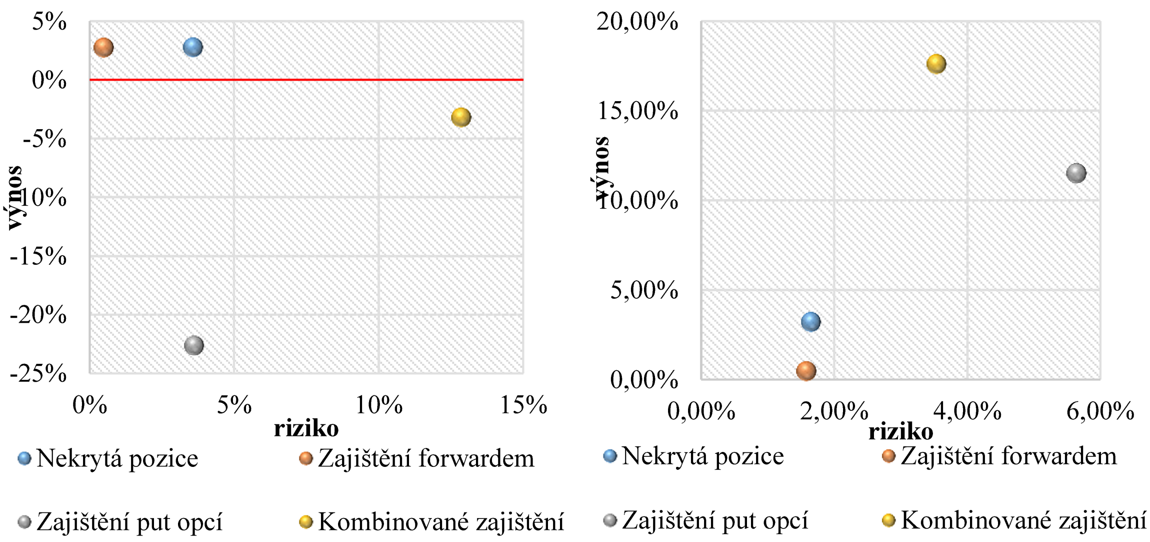
Naopak nejhoršího záporného výnosu dosahuje zajištění put opcí. Hodnota mediánu vychází nejlépe u nekrytého portfolia a nejhůře opět u zajištění put opcí. Nejhoršího výsledku je teoreticky možné dosáhnout u kombinovaného zajištění, nejlépe zde vychází zajištění měnovým forwardem, kde dokonce ani pesimistická varianta není záporná. Nejlepšího možného výsledku je možné dosáhnout s aplikací strategie kombinovaného zajištění, zde nejhůře vychází zajištění měnovým forwardem, který omezuje výši možného zisku. Co se týče směrodatné odchylky, neboli rizika, portfolia, nejlépe vychází strategie měnového forwardu, který vykazuje nejnižší volatilitu.

V případě posouzení investice do britských akcií z pohledu paremetru střední hodnoty se jako nejlepší hedgingová strategie jeví zajištění put opcí, nejhorší je v tomto případě zajištění měnovým forwardem. Medián vychází nejlépe u nevyužití žádné strategie, tj. u nekryté pozice. Druhou nejlepší variantou při posuzování mediánu je zajištění měnovým forwardem. Minimální hodnota je u všech portfolií záporná a teoreticky nejvyšší ztrátu může generovat kombinované zajištění. Nejhoršího výsledku u parametru MAX dosahuje strategie zajištění forwardem. Podle kritéria směrodatné odchylky je nejrizikovější varianta kombinovaného zajištění, nejlepší varianta zajištění forwardem.

Výnos-riziko

V případě, že by se investor rozhodoval podle vztahu výnos-riziko, potom by vybral hedgingovou strategii, která dosahuje nejvyššího možného zisku při co nejnižším riziku. V Grafu 4.23 je porovno riziko na ose x s výnosem na ose y. U obou portfolií, v amerických dolarech i britské libře, by bylo nejvhodnější zajistit rizko měnovým forwardem.

Graf 4. 23 Vztah výnos-riziko



Vztah investora k riziku

V případě investora averzního k rizku by u obou investic bylo vhodné využít hedgingu měnovým forwardem, který nejlépe splňuje požadavek investora na minimalizaci rizika ztráty. Nejhorší možnou variantou je hedging put opcí současně s kombinovaným zajištěním. Investor se sklonem k riziku by v případě investice do amerických akcií vybral opět možnost zajištění měnovým forwardem, jelikož tato strategie dosahuje nejvyššího kladného výnosu. U investice do britských akcií by si investor vybral zajištění prostřednictvím put opcí, které dosahuje nejvyššího výnosu. Investor s neutrálním postojem k riziku by při posuzování vhodného způsobu zajištění nezohledňoval problematiku rizika.

Počáteční náklady

Důležitým kritériem při volbě vhodné zajišťovací strategie je výše počátečních nákladů. V případě zajištění měnovým forwardem jsou vstupní náklady nulové, stejně tak i při neuplatnění žádné strategie a ponechání portfolia v nekryté pozici. Proto jsou tyto dvě možnosti nejvhodnější při zvažování vstupních nákladů. Naopak zajištění pomocí opcí s sebou nese náklady v podobě opční prémie, kterou investor musí uhradit vypisovateli opce, ať už opční realizační cenu uplatní nebo ne. Z variant zajištění v této diplomové práci nejhůře vychází zajištění čistě put opcemi.

Zohlednění všech kritérií

Konečné rozhodnutí pro volbu ideální zajišťovací strategie bude při posouzení všech kritérií současně. Pro účely této práce byl uvažován investor s averzním postojem k riziku, tudíž bude kladen největší důraz na výši směrodatné odchylky. Z tohoto pohledu nejlépe vychází zajištění měnovým forwardem u obou portfolií. Výše rizika je zde minimalizována a přitom je zachován výnos portfolia na podobné úrovni jako v případě nekryté pozice. Naprosto nevhodné jsou v tomto případě varianty zahrnující put opce, které sice mohou generovat vyšší zisk, zároveň ale dosahují vysokého rizika ztráty. Zajištění portfolií měnovými forwardy vychází nejlépe i z pohledu vstupních nákladů, které jsou nulové.

5 Závěr

Cílem práce bylo posouzení vhodné hedgingové strategie pro zajištění měnového rizika akciového portfolia s využitím metody Monte Carlo.

Diplomová práce byla rozdělena na tři kapitoly, z nichž první dvě položily teoretický základ pro poslední kapitolu zaměřenou na praktickou aplikaci.

Ve druhé kapitole bylo charakterizováno chování finančních časových řad dohromady se shrnutím vývoje chápání těchto řad. Dále byly popsány statistické charakteristiky včetně rozdělení pravděpodobnosti a způsobu jeho ověření. V další části kapitoly byly popsány přístupy k sestavení portfolií a následně metoda simulace Monte Carlo.

Předmětem třetí kapitoly bylo popsat finanční deriváty a hedging obecně. Ve druhé části kapitoly byla práce zaměřena na charakteristiku měnového rizika a praktické způsoby jeho zajištění. V neposlední řadě byly popsány zvolené hedgingové strategie.

V poslední kapitole byla statisticky charakterizována vybraná aktiva, z nichž byla dále sestavena investiční portfolia. Prostřednictvím metody Monte Carlo byl nasimulován budoucí vývoj příslušných měnových kurzů i obou sestavených portfolií. Tato portfolia byla následně zajištěna proti nasimulovanému měnovému riziku s využitím konkrétních hedgingových strategií. V závěru kapitoly byly tyto strategie shrnuty a zhodnoceny podle zadaných kritérií.

Pro potřeby diplomové práce byl uvažován investor s averzí k riziku, což vedlo k sestavení investičních portfolií sledující požadavek na minimalizaci rizika. Konkrétně byla sestavena dvě portolia, každé složené z 10 akciových titulů. Každé portfolio bylo denominováno v jiné zahraniční měně, konkrétně v USD a GBP. S využitím aplikace MS Excel byla provedena simulace Monte Carlo pro obě měny i portfolia v měsíčních intervalech na dvanáct po sobě jdoucích měsíců. Po ocenění příslušných finančních derivátů byly aplikovány zvolené hedgingové strategie. Shodně pro obě portfolia vyšlo nejvýhodněji zajištění měnovým forwardem, jelikož zde byl splněn investorův požadavek na minimalizaci rizika. Při zajištění rizika měnovým forwardem byl zachován výnos portfolií v původních měnách, tedy v USD a GBP, i po převedení hodnoty investic do domácí měny investora, tedy CZK. V případě investice v USD byl výnos po přecenění do domácí měny dokonce o 0,44 procentních bodů vyšší. Naopak nevhodné, shodně u obou portfolií, bylo zajištění pomocí opčních kontraktů. Vysoké náklady na opce, plynoucí z vysokých rozdílů domácí a zahraničních bezrizikových sazeb, se negativně promítly do výnosů portfolií a také do jejich volatility.

Seznam použité literatury

Knihy:

1. ARTL, J. *Finanční časové řady*. Praha: GRADA PUBLISHING a. s., 2003. 219 s. ISBN 80-247-0330-0.
2. HULL, J. C. *Options, futures, and other derivatives*. 8th ed. Prentice Hall, 2012. 864 s. ISBN 978-0-13-216494-8.
3. RANK, J. Copulas. *From theory to application in finance*. Risk books, 2006. ISBN 978-1-904339-45-8.
4. ZMEŠKAL, Z. a kol. *Finanční modely*. 2. vyd. Praha: EKOPRESS, s.r.o., 2013. 267 s. ISBN 978-80-86929-91-0.

Články:

1. TICHÝ, T. *Posouzení základních metod hedgingu měnového rizika nefinančních institucí*. Ekonomická revue. 2007, s. 24-41. ISSN 1212-3951.
2. TICHÝ, T. *Posouzení metody částečného hedgingu na případu řízení měnového rizika nefinanční instituce*. Ekonomická revue. 2009, s. 69-82. ISSN 1212-3951.
3. ZMEŠKAL, Z. *Přístupy k eliminaci finančních rizik na bázi finančních hedgingových strategií*. Finance a Úvěr - Czech Journal of Economics and Finance. 2004. s. 50-63. ISSN 0015-1920.

Elektronické dokumenty a ostatní:

1. CMIELOVÁ, Silvie. *Zajištění měnového rizika podniku ve strojírenském průmyslu.* Ostrava, 2016. Diplomová práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta ekonomická, Katedra financí.
2. EGAN, WILLIAM J. *The Distribution of S&P 500 Index Returns*. [online]. [cit. 2017-02-10] Dostupné z: http://www.dailyspeculations.com/Egan_Dis.pdf.
3. HUDSON, R. a A. GREGORIOU. *Calculating and Comparing Security Returns is Harder than you Think: A Comparision between Logarithmic and Simple Returns.* [online]. [cit. 2017-02-10] Dostupné z: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=.
4. INTERACTIVE MATHEMATICS. *Normal Probability Distributions*. [online]. [cit. 2017-02-10] Dostupný z: http://www.intmath.com/counting-probability/14-normal-probability-distribution.php
5. MATH. *The Student t Distribution*. [online]. [cit. 2017-02-17] Dostupný z: http://www.math.uah.edu/stat/special/Student.html.

6. NATURE. *The Problem of the Random Walk*. [online]. [cit. 2017-02-06] Dostupný z: http://www.nature.com/physics/looking-back/pearson/index.html
7. REAL MARKITS. *A Brief History of Derivatives*. [online]. [cit. 2017-04-10] Dostupný z: http://www.realmarkits.com/derivatives/3.0history.php.
8. SIEMS, Thomas F. *10 Myths about Financial Derivatives*. [online]. [cit. 2017-04-5] Dostupné z: https://www.cato.org/publications/policy- analysis/10-myths-about-financial-derivatives.
9. ZOŇOVÁ, Romana. *Hedging měnového rizika akciových investic.* Ostrava, 2009. Diplomová práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta ekonomická, Katedra financí.

Seznam zkratek

a_t	přírůstek martingálu
ATM	at the money (na penězích)
c	cena call opce
CZK	česká koruna
dt	časový úsek
dz	přírůstek náhodné veličiny v čase
f	cena derivátu
F	hodnota forwardu
GBP	britská libra
h	počet zajišťovacích instrumentů
i	úroková míra
IID	independently identically distributed
ITM	in the money (v penězích)
JB	Jarque-Bera
K	špičatost
KS	Kolmogorov-Smirnov
ln	přirozený logaritmus
N	množství podkladového aktiva na jeden finanční derivát
NP	náhodná procházka
OTC	over the counter (mimoburzovní trh)
OTM	out of the money (mimo peníze)
p	cena put opce
Q	množství podkladového aktiva
r	bezriziková sazba

RAROC	risk adjusted return on capital
r_d	domácí bezriziková sazba
r_f	zahraniční bezriziková sazba
S	podkladové aktivum
Sk	šikmost
t	okamžik sjednání kontraktu
T	okamžik vypořádání kontraktu
USD	americký dolar
v	stupně volnosti
VaR	Value at Risk
VH	vnitřní hodnota derivátu
X	realizační cena
$\tilde{t}$	standardizované náhodné číslo z t-rozdělení
$\prod$	hedgingové portfolio
ε	reziduální složka
μ	rozdíl domácí a zahraniční bezrizikové sazby
$\rho_{i,j}$	korelace mezi dvěma aktivy
σ^2	rozptyl aktiva
σ_i	směrodatná odchylka aktiva
$\sigma_{i,j}$	kovariance mezi dvěma aktivy
τ	datum do splatnosti

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 27.4.2017

Michaela ...

jméno a příjmení studenta

Seznam příloh