

Ivana HAVLÍKOVÁ<sup>1</sup>, Hana ŠIMONOVÁ<sup>2</sup>, Jaromír LÁNÍK<sup>3</sup>, Zbyněk KERŠNER<sup>4</sup>

URČENÍ LOMOVÝCH PARAMETRŮ LEHKÉHO BETONU S POLYPROPYLENOVÝMI  
VLÁKNY POMOCÍ METOD EFEKTIVNÍ TRHLINY A LOMOVÉ PRÁCE

FRACTURE PARAMETERS ASSESSMENT OF LIGHTWEIGHT CONCRETE  
WITH POLYPROPYLENE FIBRES VIA EFFECTIVE CRACK  
AND WORK OF FRACTURE METHODS

**Abstrakt**

V příspěvku je ukázán postup určení lomových parametrů kompozitů s rozptýlenou výztuží pomocí aplikace metod efektivní délky trhliny a lomové práce. Postup byl ilustrován vyhodnocením lomových experimentů na tělesech z lehkého betonu s polypropylénovými vlákny.

**Klíčová slova**

Lomový test v třibodovém ohybu, lehký beton, polypropylenové vlákno, lomová práce, prodloužení efektivní trhliny, lomová energie.

**Abstract**

The paper shows the procedure for determining the fracture properties of advanced building composites via application of effective crack and work of fracture methods. The procedure was illustrated by evaluating fracture experiments on specimens of lightweight concrete with polypropylene fibres.

**Keywords**

Three-point bending fracture test, lightweight concrete, polypropylene fibre, work of fracture, effective crack elongation, fracture energy.

## 1 ÚVOD

Kompozity na bázi cementu patří dlouhodobě k nejpoužívanějším stavebním materiálům. Aplikací možnosti těchto kompozitů lze dále rozšířit přidávkou vybraných vláken, která mohou již při relativně malém objemovém zastoupení pozitivně ovlivnit řadu lomově-mechanických parametrů – lomovou houževnatost, lomovou energii, tahovou pevnost, modul pružnosti atd. Kvantifikace těchto parametrů se provádí pomocí vyhodnocení testů zkušebních těles s koncentrátorem napětí – typicky jde o třibodový ohyb nebo o test štípání klínem (wedge splitting test). Následně jsou získané výsledky těchto lomových experimentů v podobě diagramů zatížení vs. příslušný posun/průhyb tělesa

---

<sup>1</sup> Ing. Ivana Havlíková, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 116, e-mail: havlikova.i@fce.vutbr.cz.

<sup>2</sup> Ing. Hana Šimonová, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 116, e-mail: simonova.h@fce.vutbr.cz.

<sup>3</sup> Ing. Jaromír Láník, dtto, Ústav stavebního zkušebnictví, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 494, e-mail: lanik.j@fce.vutbr.cz.

<sup>4</sup> prof. Ing. Zbyněk Keršner, CSc., dtto, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 362, e-mail: kersner.z@fce.vutbr.cz.

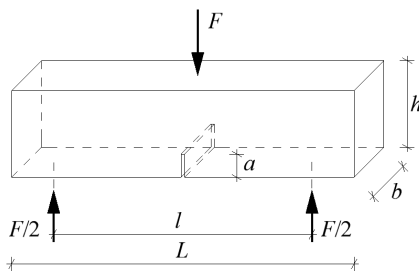
( $F-d$  diagramy), případně zatížení vs. otevření ústí trhliny/zářezu ( $F-CMOD$  diagramy) zpracovány s využitím některého z lomových modelů – viz např. [1, 2].

Autorský kolektiv se aspektům aplikace lomové mechaniky také v oblasti cementových kompozitů věnoval v řadě příspěvků; výsledky vyhodnocení přínosu polypropylenových vláken v prvotním stádiu porušování těles z dále studovaných betonů pomocí modelu „dvoji- $K$ “ [2] lze nalézt např. v článku [3]. Předkládaný příspěvek navazuje na zmíněný článek, tentokrát však rozšiřuje možnosti vyhodnocení výstupů z lomových experimentů v třibodovém ohybu ve formě  $F-d$  diagramů aplikací metod efektivní trhliny a lomové práce ([1], program *StiCrack*). Pozornost je tu zaměřena především ke sledování vybraných veličin v průběhu lomového procesu: na stanovení odhadu mezi aktuálních hodnot přetvárné/lomové práce a na výpočet délky efektivní trhliny šířící se zatěžovaným tělesem, která odpovídá danému posunu  $d$ . Z uvedených hodnot jsou určovány odhady mezi aktuální specifické lomové energie, jež by následně mohly podložit odhady mezi tzv. skutečné lomové energie kompozitu s rozptýlenou výztuží.

## 2 LOMOVÉ TESTY BETONOVÝCH TĚLES

V tomto příspěvku je výše naznačený postup ilustrován na vybraných výsledcích lomových experimentů se zkušebními tělesy z lehkého betonu. Jednalo se o trávce s nominálními rozměry  $100 \times 100 \times 400$  mm a délkou počátečního centrálního zářezu do 1/3 výšky vzorku, rozpětí podpor činilo 300 mm; stáří vzorků bylo 28 dní. Referenční tělesa neobsahovala žádná vlákna ( $LB\_REF$ ). Další betonová tělesa se lišila obsahem polypropylenových vláken FORTA FERRO, resp. jejich délkou – 19, 38 a 54 mm ( $LB\_FF19$ ,  $LB\_FF38$  a  $LB\_FF54$ ). Pro každý z uvedených kompozitů byla odzkoušena 3 zkušební tělesa. Podrobnosti o složení jednotlivých směsí i o lomových experimentech lze nalézt v již zmiňovaném příspěvku [3].

Geometrii zkušební tělesa namáhaného třibodovým ohybem ukazuje schéma na Obr. 1, kde  $h$  značí výšku,  $b$  šířku a  $L$  délku tělesa,  $l$  rozpětí podpor;  $a$  je hloubka počátečního zářezu.



Obr. 1: Schéma zkoušky třibodovým ohybem trávce se zářezem

## 3 VYHODNOCENÍ LOMOVÝCH TESTŮ

Odezva těles z kompozitů s rozptýlenou výztuží je typicky značně tažná – v případě lomových testů pojednávaných v tomto příspěvku si o tom lze učinit představu z níže uvedených pracovních diagramů (Obr. 6). K vyhodnocení takové odezvy se nabízí použití aparátu lomové mechaniky. Pro úplnost lze nejprve uvést náhradní řešení, které doporučuje norma pro hodnocení odezvy těles z drátkobetonu.

### 3.1 Postup podle normy pro tělesa z drátkobetonu

Vyhodnocení záznamů lomových experimentů na tělesech z drátkobetonu se v současnosti podle normy [4] provádí pouze na základě smluvních hodnot meze úměrnosti a tzv. zbytkové pevnosti v tahu za ohybu.

Smluvní hodnota meze úměrnosti je dána vztahem:

$$f_{ct,L}^f = \frac{3F_L l}{2bh_{sp}^2} \quad (1)$$

kde:

$f_{ct,L}^f$  – je označována v [4] jako mez úměrnosti [MPa],

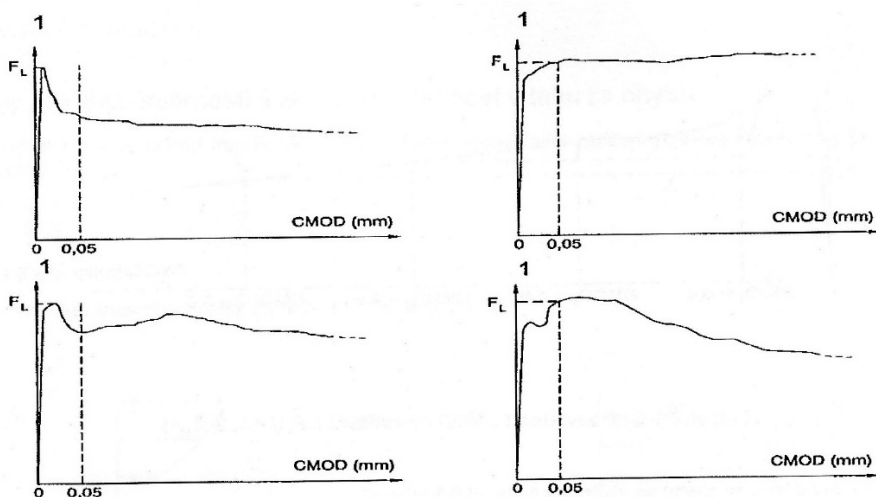
$F_L$  – zatížení odpovídající mezi úměrnosti [N], definované podle Obr. 2,

$l$  – rozpětí podpor [mm],

$b$  – šířka zkušebního tělesa [mm] a

$h_{sp}$  – vzdálenost mezi koncem zářezu a horní hranou zkušebního tělesa; podle Obr. 1 odpovídá hodnotě  $h_{sp} = h - a$  [mm].

Hodnota zatížení  $F_L$  se podle [4] určí pomocí přímky vedené ve vzdálenosti 0,05 mm rovnoběžně s osou zatížení v grafu závislosti zatížení na  $CMOD$  nebo v grafu závislosti zatížení na průhybu  $d$ . Za hodnotu  $F_L$  se dosadí největší hodnota zatížení v intervalu 0–0,05 mm, která se stanoví postupem naznačeným v Obr. 2.



Obr. 2: Grafy závislosti zatížení na  $CMOD$  a definice  $F_L$  [4]

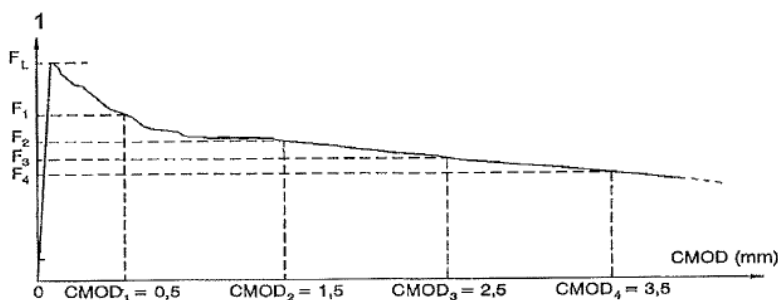
Tzv. zbytková pevnost v tahu za ohybu  $f_{R,j}$  je v [4] uvažována vztahem:

$$f_{R,j} = \frac{3F_j l}{2bh_{sp}^2} \quad (2)$$

kde:

$f_{R,j}$  – je označována jako zbytková pevnost v tahu za ohybu odpovídající  $CMOD = CMOD_j$  nebo  $d = d_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) [MPa] a

$F_j$  – zatížení odpovídající  $CMOD = CMOD_j$  nebo  $d = d_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) – viz Obr. 3 [N].



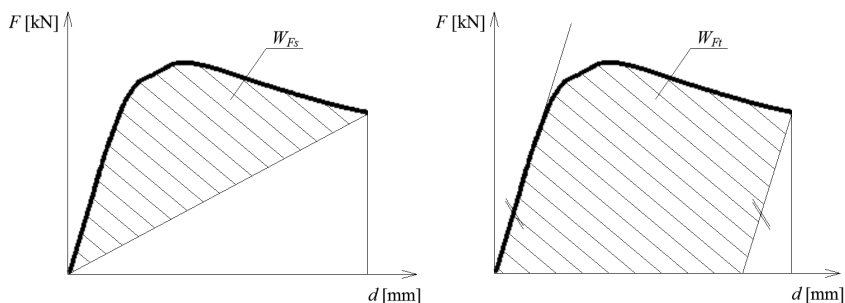
Obr. 3: Grafy závislosti zatížení na  $CMOD$  a definice  $F_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) [4]

### 3.2 Využití metod efektivní trhliny a lomové práce

Jak bylo zmiňováno, v tomto příspěvku je vyhodnocení lomových experimentů provedeno s využitím postupů lomové mechaniky: pomocí metod efektivní trhliny a lomové práce, podporovaných programem *StiCrack* [1, 5].

Z úvodních – téměř lineárních – částí  $F-d$  diagramů byly určeny hodnoty modulů pružnosti  $E$ . Dále se stanovovaly hodnoty přetvárné, resp. lomové práce  $W_F$ , které byly počítány z upravených  $F-d$  diagramů pomocí metody lomové práce podle doporučení RILEM a hodnoty efektivní lomové houževnatosti  $K_{Ic}^e$  určené zmíněnou metodou efektivní trhliny [1, 5–8]). Pro zvolený krok posunu 0,1 mm byly určovány uvedené parametry a v  $j$ -tém kroku odpovídající hodnoty délky trhliny  $a_{e,j}$ , což umožnilo vyčíslení aktuálního prodloužení efektivní trhliny z počátečního zářezu. Rozsáhlému vyhodnocení řady lomových experimentů naznačeným způsobem se věnovala práce [9].

Z takto získaných hodnot přetvárné/lomové práce byly stanovovány hodnoty aktuální lomové energie  $G_{F,j}$ . S ohledem na možnost odhadu tzv. skutečné lomové energie byly určovány její dvě zřejmě omezující hodnoty. Odhadu spodní meze aktuální lomové energie odpovídá hodnota, která se spočítala z upravené lomové práce  $W_{Fs}$ ; tato práce představuje původní přetvárnou/lomovou práci  $W_F$  korigovanou za uvažování sečné tuhosti – viz Obr. 4 (vlevo). Horní hranici aktuální lomové energie pak odpovídá hodnota, která se určila z upravené lomové práce  $W_{Ft}$ ; tato práce představuje původní práci  $W_F$  korigovanou za uvažování iniciační elastické tuhosti – viz Obr. 4 (vpravo).



Obr. 4: Znázornění hodnot upravené lomové práce s uvažováním sečné (vlevo) a iniciační tuhosti

Hodnoty odhadů aktuální lomové energie se určily z následujícího vztahu:

- dolní, resp. horní mez lomové energie  $G_{Fs}$ , resp.  $G_{Ft}$  [ $\text{J}/\text{m}^2$ ]

$$G_{Fs} = \frac{W_{Fs}}{(a_e - a) \cdot b}, \text{ resp. } G_{Ft} = \frac{W_{Ft}}{(a_e - a) \cdot b} \quad (3)$$

kde:

$W_{Fs}$ , resp.  $W_{Ft}$  – je lomová práce podle Obr. 4 vlevo, resp. vpravo [J] a

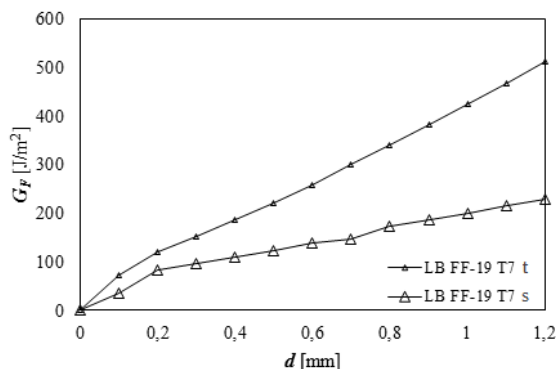
$a_e$  – aktuální délka efektivní trhliny včetně počátečního zářezu [m].

Lze předpokládat, že hodnota tzv. skutečné lomové energie bude vždy ležet mezi výše popsanou horní a dolní mezí lomové energie. Pro ilustraci jsou v Obr. 5 zmíněné aktuální hodnoty příslušných odhadů lomové energie vyneseny v závislosti na svislém posunu pro vybrané zkušební těleso T7 ze sady  $LB\_FF19$ .

## 4 SHRUTÍ VÝSLEDKŮ Z LOMOVÝCH TESTŮ

Tab. 1 shrnuje hodnoty výše pojednaných lomových parametrů získaných ze záznamů  $F-d$  diagramů s využitím zmiňovaných metod, resp. programu *StiCrack*. Pro referenční těleso  $LB\_REF$  byl záznam uvažován do posunu  $d = 0,6$  mm a pro těleso s přidavkem vláken ( $LB\_FF19$ ,  $LB\_FF38$ ,  $LB\_FF54$ ) do posunu  $d = 1,2$  mm (z důvodu sjednocení délek záznamu experimentálních měření – viz Obr. 6). Jsou zde uvedeny hodnoty aritmetických průměrů a variačních koeficientů ( $COV$ ) jednotlivých parametrů pro 4 sady zkušebních těles získané zpravidla ze tří měření. Jedná se o modul

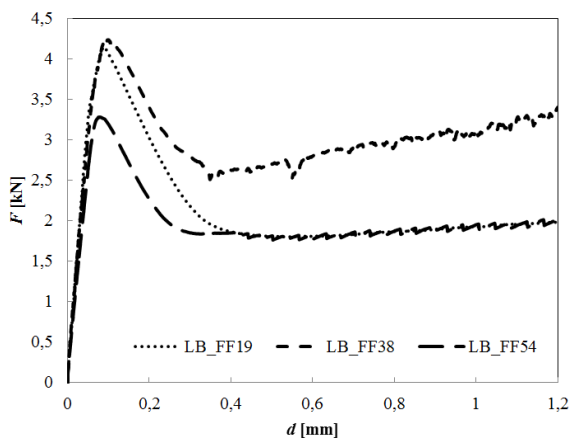
pružnosti  $E$ , prodloužení efektivní trhliny  $a_e - a$ , efektivní lomovou houževnatost  $K_{Ic}^e$ ;  $G_F$  představuje lomovou energii vyhodnocenou programem *StiCrack*, kdežto  $G_{Fs}$  a  $G_{Ft}$  jsou uvažované meze lomové energie vyčíslené z lomové práce podle Obr. 4 pro výše zmíněný posun  $d = 0,6$  či  $1,2$  mm.



Obr. 5: Vyčíslený odhad aktuální hodnoty dolní (index s) a horní (index t) meze lomové energie betonu tělesa vs. posun  $d$

Tab. 1: Lomově-mechanické parametry pro sady těles  $LB\_REF$ ,  $LB\_FF19$ ,  $LB\_FF38$  a  $LB\_FF54$

| Parametr                           | $LB\_REF$     |         | $LB\_FF19$    |         | $LB\_FF38$    |         | $LB\_FF54$    |         |
|------------------------------------|---------------|---------|---------------|---------|---------------|---------|---------------|---------|
|                                    | Aritm. průměr | COV [%] | Aritm. průměr | COV [%] | Aritm. průměr | COV [%] | Aritm. průměr | COV [%] |
| $E$ [GPa]                          | 23,54         | 1,6     | 24,10         | 2,6     | 19,79         | 11,8    | 20,91         | 8,3     |
| $a_e - a$ [mm]                     | 10,9          | 3,9     | 9,3           | –       | 9,6           | 8,5     | 9,4           | 14,7    |
| $K_{Ic}^e$ [MPa·m <sup>1/2</sup> ] | 0,752         | 3,3     | 0,812         | 7,6     | 0,883         | 8,9     | 0,801         | 20,6    |
| $G_F$ [J/m <sup>2</sup> ]          | 116,00        | 4,5     | 431,93        | 9,3     | 583,17        | 14,1    | 507,80        | 20,9    |
| $G_{Fs}$ [J/m <sup>2</sup> ]       | 115,62        | 4,1     | 217,54        | 16,7    | 268,28        | 6,2     | 274,64        | 24,0    |
| $G_{Ft}$ [J/m <sup>2</sup> ]       | 120,49        | 5,2     | 494,11        | 10,0    | 690,20        | 15,9    | 590,63        | 21,7    |



Obr. 6: Záznamy experimentálních měření vybraných těles s přidavkem vláken

## 5 ZÁVĚR

V příspěvku byl oproti metodice v normě [4] uveden postup vyhodnocení lomových experimentů těles z kompozitů s obsahem vláken s využitím metod efektivní trhliny a lomové práce.

Z výstupů vybraných testů v podobě upravených diagramů zatížení vs. posun byly pro všechna zkušební tělesa určeny hodnoty přetvárné/lomové práce a prodloužení efektivní trhliny. Pro zvolený krok posunu 0,1 mm byly postupně vyčíslovány odhady dolní a horní meze aktuální lomové energie, které se mohou stát podkladem stanovení tzv. skutečné lomové energie těchto typů kompozitů.

Z výše uvedeného je zřejmé, že přítomnost vláken v kompozitu vedla v případě vláken délky 19 mm k mírnému navýšení hodnoty modulu pružnosti, a to cca o 2 %. V případě vláken délky 38 a 54 mm pak byla tato hodnota redukována o 11 až 16 %. Prodloužení efektivní trhliny bylo vlivem přidavku vláken všech délek také redukováno, a to o 12 až 15 %. Naopak bylo zjištěno, že vlákna měla pozitivní vliv na hodnotu efektivní lomové houževnatosti, resp. na hodnotu lomové energie, která byla přidavkem vláken zvýšena cca o 7 až 17 %, resp. více než 3,5 až 5 násobně. Také hodnota uvažované dolní, resp. horní meze lomové energie byla vlivem přidavku vláken navýšena, a to o 88 až 138 %, resp. více než 4 až téměř 6 násobně.

## PODĚKOVÁNÍ

Projekt byl realizován za finanční podpory ze státních prostředků prostřednictvím Technologické agentury České republiky. Registrační číslo projektu je TA01011019 (SimSoft). Poděkování za přípravu a podporu vyhodnocení lomových experimentů patří Ing. Denise Machačové.

## LITERATURA

- [1] KARIHALOO, B. L. *Fracture Mechanics and Structural Concrete*. New York: Longman Scientific & Technical, 1995. ISBN 0-582-21582-X.
- [2] KUMAR, S. & BARAI, S. *Concrete Fracture Models and Applications*. Berlin : Springer, 2011. 262 pp. ISBN 978-3-642-16763-8.
- [3] HAVLÍKOVÁ, I., MAJTÁNOVÁ, R. V., ŠIMONOVÁ, H., LÁNÍK, J. & KERŠNER, Z. Evaluation of Three-point Bending Fracture Tests of Concrete Specimens with Polypropylene Fibres via Double-K Model. *Key Engineering Materials: Materials Structure & Micromechanics of Fracture VII* [online]. 2014, Vols. 592-593 [cit. 2013-11-15]. ISSN: 1662-9795. Dostupné z: <http://www.scientific.net/KEM.592-593.185>.
- [4] ČSN EN 14651+A1. *Zkušební metoda betonu s kovovými vlákny – Měření pevnosti v tahu za ohybu (mez úměrnosti, zbytková pevnost)*. Praha: Český normalizační institut, 2008. 15 s.
- [5] STIBOR, M. *Lomové parametry betonu a jejich určování*. Brno, 2004. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky.
- [6] VESELÝ, V. *Parametry betonu pro popis lomového chování*. Brno, 2004. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky.
- [7] VESELÝ, V., ŘOUTIL, L. & KERŠNER, Z. Structural geometry, fracture process zone and fracture energy. In: *Proceedings of conference Fracture mechanics of Concrete and Concrete Structures – FraMCoS-6*, Catania, Italy, 17–22 June 2006. A. Carpinteri et al. (Eds.). London: Taylor & Francis Group, 111–118. ISBN 978-0-415-44065-3.
- [8] VESELÝ, V., FRANTÍK, P. & KERŠNER, Z. Cracked volume specified work of fracture. In: *Proceedings of the Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*, Funchal, Madeira, Portugal, 1–4 September 2009. B.H.V. Topping, L.F. Costa Neves, R.C. Barros (Editors), Civil-Comp Press, Stirlingshire, United Kingdom, paper 194 (16 p.), 2009. doi:10.4203/ccp.91.194, ISBN 978-1-905088-32-4, ISSN 1759-3433.
- [9] MACHAČOVÁ, D. *Víceúrovňové hodnocení křehkosti vybraných stavebních kompozitů*. Brno, 2014. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.

## Oponentní posudek vypracoval:

Prof. Ing. Jiří Šejnoha, Dr.Sc., FEng., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze.  
Doc. Ing. Jan Zeman, Ph.D., Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze.