

Jozef MELCER¹, Ivana MARTINICKÁ²

VZÁJOMNÉ POROVNANIE FFP PRE RÔZNE VÝPOČTOVÉ MODELÝ VOZIDLA

MUTUAL COMPARISON OF FRF FOR VARIOUS VEHICLE COMPUTATIONAL MODELS

Abstrakt

Funkcie frekvenčného prenosu (FFP) charakterizujú odozvu dynamického systému vo frekvenčnej oblasti. Predkladaný príspevok porovnáva funkcie frekvenčného prenosu pre rôzne výpočtové modely vozidla. Ukazuje, že pokiaľ sú výpočtové modely dynamicky ekvivalentné, tak zodpovedajúce FFP sú prakticky zhodné.

Klíčová slova

Výpočtové modely vozidla, nerovnosti cesty, funkcie frekvenčného prenosu.

Abstract

Frequency response functions (FRF) characterize the response of dynamic system in frequency domain. The submitted paper compares the frequency response functions for various vehicle computational models. It shows that while the computational models are dynamically equivalent than the FRF are practically identical.

Keywords

Vehicle computational models, road unevenness, frequency response functions.

1 ÚVOD

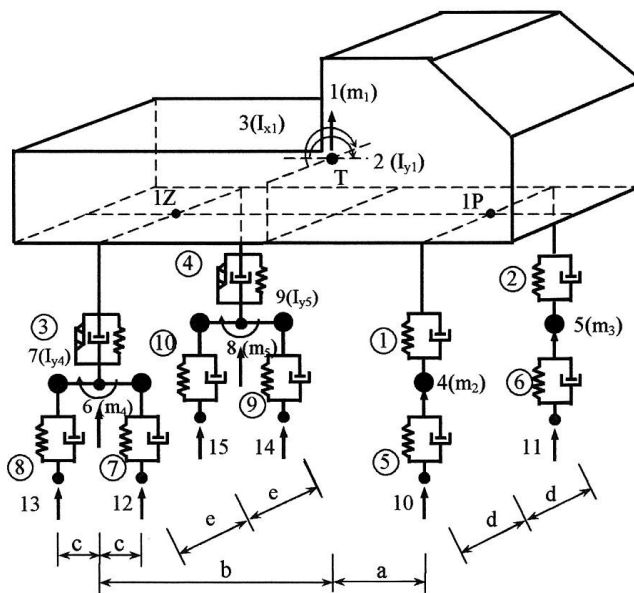
Pri riešení dynamických úloh vo frekvenčnej oblasti nás zaujímajú hlavne frekvenčné spektrá a funkcie frekvenčného prenosu. Funkcie frekvenčného prenosu (FFP) vyjadrujú vzťah medzi odozvou a budením dynamického systému v závislosti od hodnoty budiacej frekvencie. V prípade dynamického systému tvoreného vozidlom a vozovkou sú nerovnosti vozovky zdrojom kinematického budenia vozidla. Výpočtové modely vozidiel je možné zvoliť na rôznej kvalitatívnej úrovni: celý priestorový model – 3D, polovičný rovinný model – 2D, štvrtinový model – 1D. Pre tieto výpočtové modely je možné odvodiť rôzne frekvenčné prenosy. V prípade sledovania interakcie vozidlo – cesta zaujímajú stavebných inžinierov hlavne funkcie frekvenčného prenosu vzťahujúce sa k hodnotám kontaktných síl vznikajúcich medzi kolesom vozidla a jazdnou dráhou. Pre rôzne výpočtové modely vozidla je vhodné sledovať a vzájomne porovnávať takzvané výkonové prenosové faktory (VPF), čo sú druhé mocniny absolútnych hodnôt funkcií frekvenčného prenosu. Dá sa ukázať, že pokiaľ sú výpočtové modely vzájomne dynamicky ekvivalentné, tak funkcie frekvenčného prenosu pre vzájomne si korešpondujúce zložky, sú vzájomne prakticky identické. Možností, ako takéto údaje získať, je viac. V predkladanom príspevku sú prezentované a vzájomne porovnávané FFP dynamických zložiek kontaktných síl nákladného vozidla Tatra T815 získané numerickou cestou. Využitie získaných výsledkov je rôznorodé [1], [2], [3], [4], [5], [6].

¹ Prof. Ing. Jozef Melcer, DrSc., Katedra stavebnej mechaniky, Stavebná fakulta, Žilinská univerzita, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, tel.: (+421) 41 513 5612, e-mail: jozef.melcer@fstav.uniza.sk.

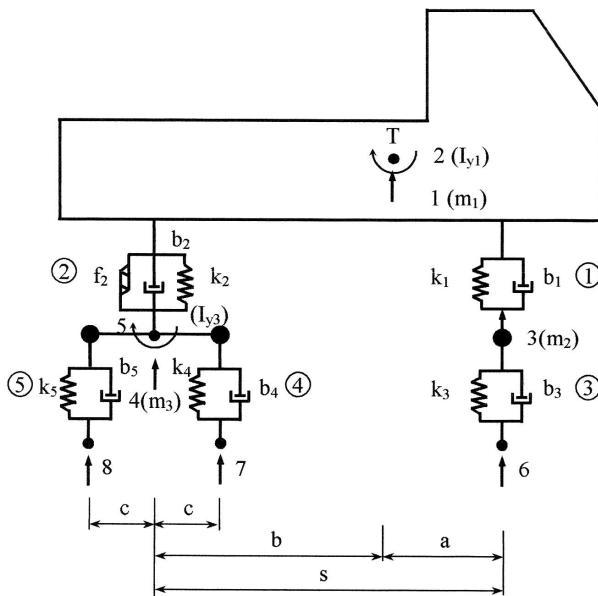
² Ing. Ivana Martinická, PhD., Katedra stavebnej mechaniky, Stavebná fakulta, Žilinská univerzita, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, tel.: (+421) 41 513 5612, e-mail: ivana.martinicka@fstav.uniza.sk.

2 VÝPOČTOVÉ MODELY VOZIDLA

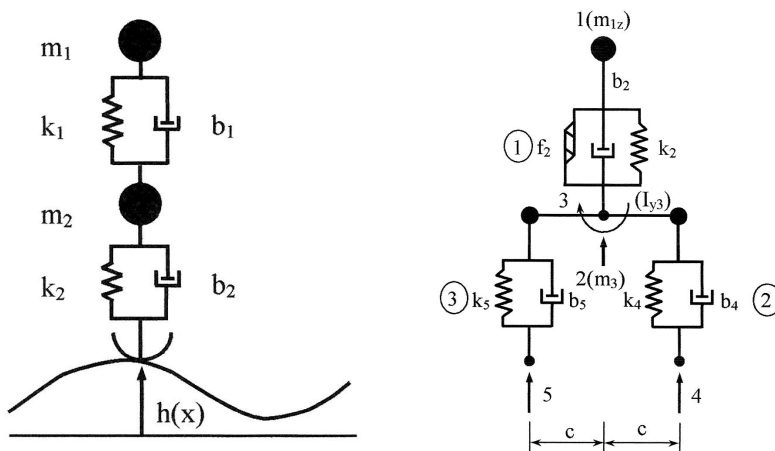
Výpočtové modely vozidla je možné voliť na rôznej úrovni v závislosti od sledovaných cieľov. Je možné použiť celý priestorový model vozidla – 3D (obr. 1), polovičný rovinný model – 2D (obr. 2), alebo štvrtinový model – 1D (obr. 3).



Obr. 1: Celý priestorový model T815 – 3D



Obr. 2: Polovičný rovinný model T815 – 2D



Obr. 3: Štvrtinový model prednej a zadnej nápravy T815 – 1D

Výpočtové modely zobrazené na obr. 1, 2, 3 sú diskrétné výpočtové modely. Pri riešení vo frekvenčnej oblasti nás zaujímajú hodnoty vlastných frekvencií netlmeného kmitania [7]. Ich hodnoty pre jednotlivé modely sú uvedené v nasledujúcom texte:

Plné vozidlo T815 – 3D

Vlastné frekvencie

$$\{f\} = \{f_{(1)}; f_{(2)}; f_{(3)}; f_{(4)}; f_{(5)}; f_{(6)}; f_{(7)}; f_{(8)}; f_{(9)}\} = \{1.13; 1.29; 1.45; 8.89; 8.89; 10.91; 10.91; 11.71; 11.71\} \quad [\text{Hz}]$$

Plné vozidlo T815 – 2D

Vlastné frekvencie

$$\{f\} = \{f_{(1)}; f_{(2)}; f_{(3)}; f_{(4)}; f_{(5)}\} = \{1.13; 1.45; 8.89; 10.91; 11.71\} \quad [\text{Hz}]$$

Plné vozidlo T815 – 1D, predná náprava

Vlastné frekvencie

$$\{f\} = \{f_{(1)}; f_{(2)}\} = \{1.06; 8.89\} \quad [\text{Hz}]$$

Plné vozidlo T815 – 1D, zadná náprava

Vlastné frekvencie

$$\{f\} = \{f_{(1)}; f_{(2)}; f_{(3)}\} = \{1.40; 10.91; 11.71\} \quad [\text{Hz}]$$

3 FUNKCIE FREKVENČNÉHO PRENOSU

Frekvenčný prenos lineárnej sústavy (funkcia frekvenčného prenosu $FP(p)$, kde $p = i \cdot \omega$ je komplexné číslo, obr. 4) sa zavádza ako pomer ustálenej odozvy k harmonickému budeniu. Ak budenie je harmonické s jednotkovou amplitúdou

$$h(t) = h \cdot f(t) = 1 \cdot e^{i\omega t}, \quad (1)$$

tak platí, že

$$FP(p) = FP(i \cdot \omega) = r_{ust}(t) / (h \cdot e^{i\omega t}) = r_{ust}(t) / (1 \cdot e^{i\omega t}) = r_{ust}(t) \cdot e^{-i\omega t}. \quad (2)$$

Frekvenčný prenos $FP(p)$ ako funkcia komplexne premennej sa dá zobraziť ako vektorový súčet reálnej a imaginárnej časti.

$$FP(p) = \text{Re}[FP(p)] + i \cdot \text{Im}[FP(p)], \quad (3)$$

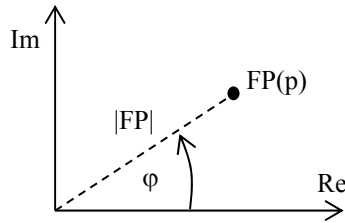
alebo

$$FP(p) = |FP(p)| \cdot e^{i\varphi}, \quad (4)$$

kde $|FP(p)|$ je absolútna hodnota, alebo veľkosť frekvenčného prenosu. Platí pre ňu

$$|FP(p)| = \sqrt{\text{Re}^2[FP(p)] + \text{Im}^2[FP(p)]}. \quad (5)$$

Druhú mocninu absolútnej hodnoty funkcie frekvenčného prenosu $|FP(p)|^2$ nazývame **výkonový prenosový faktor (VPF)**.



Obr. 4: Grafická interpretácia funkčných hodnôt funkcie frekvenčného prenosu

4 PRECHOD Z ČASOVÉHO DO FREKVENČNÉHO PRIESTORU

Pre jednotlivé výpočtové modely vozidla sa odvodí pohybové rovnice. Ako neznáme v pohybových rovniciach vystupujú zložky posunutí $r_i(t)$ charakteristických bodov výpočtového modelu zodpovedajúce jednotlivým stupňom voľnosti. Zdrojom kinematického budenia sú nerovnosti jazdnej dráhy $h_j(t)$. Pre prechod z časového do frekvenčného priestoru je možné použiť napríklad Laplaceovu integrálnu transformáciu. Dohodnime sa, že Laplaceov obraz nejakej funkcie $r_i(t)$ označíme $L\{r_i(t)\} = R_i(p)$. Funkcie času $r_i(t)$ a $h_j(t)$ sa budú transformovať na funkcie $R_i(p)$ a $H_j(p)$. Zavedením nasledovného označenia je možné definovať rôzne frekvenčné prenosy

$$\bar{r}_i = \frac{R_i(p)}{H_j(p)}. \quad (6)$$

Laplaceovou transformáciou pohybových rovníc a zavedením frekvenčných prenosov dostaneme sústavu rovníc v komplexnom tvare pre výpočet funkcií \bar{r}_i . Zápis rovníc v maticovom tvare je nasledovný

$$[a] \cdot \{\bar{r}\} = \{PS\}. \quad (7)$$

Vo všeobecnosti platí, že

$$a_{ik} = a_{ik, \text{re}} + i \cdot a_{ik, \text{im}}, \quad \bar{r}_i = \bar{r}_{i, \text{re}} + i \cdot \bar{r}_{i, \text{im}}, \quad PS_i = PS_{i, \text{re}} + i \cdot PS_{i, \text{im}}. \quad (8)$$

Podobným spôsobom je možné definovať aj frekvenčné prenosy pre dynamické zložky kontaktných síl

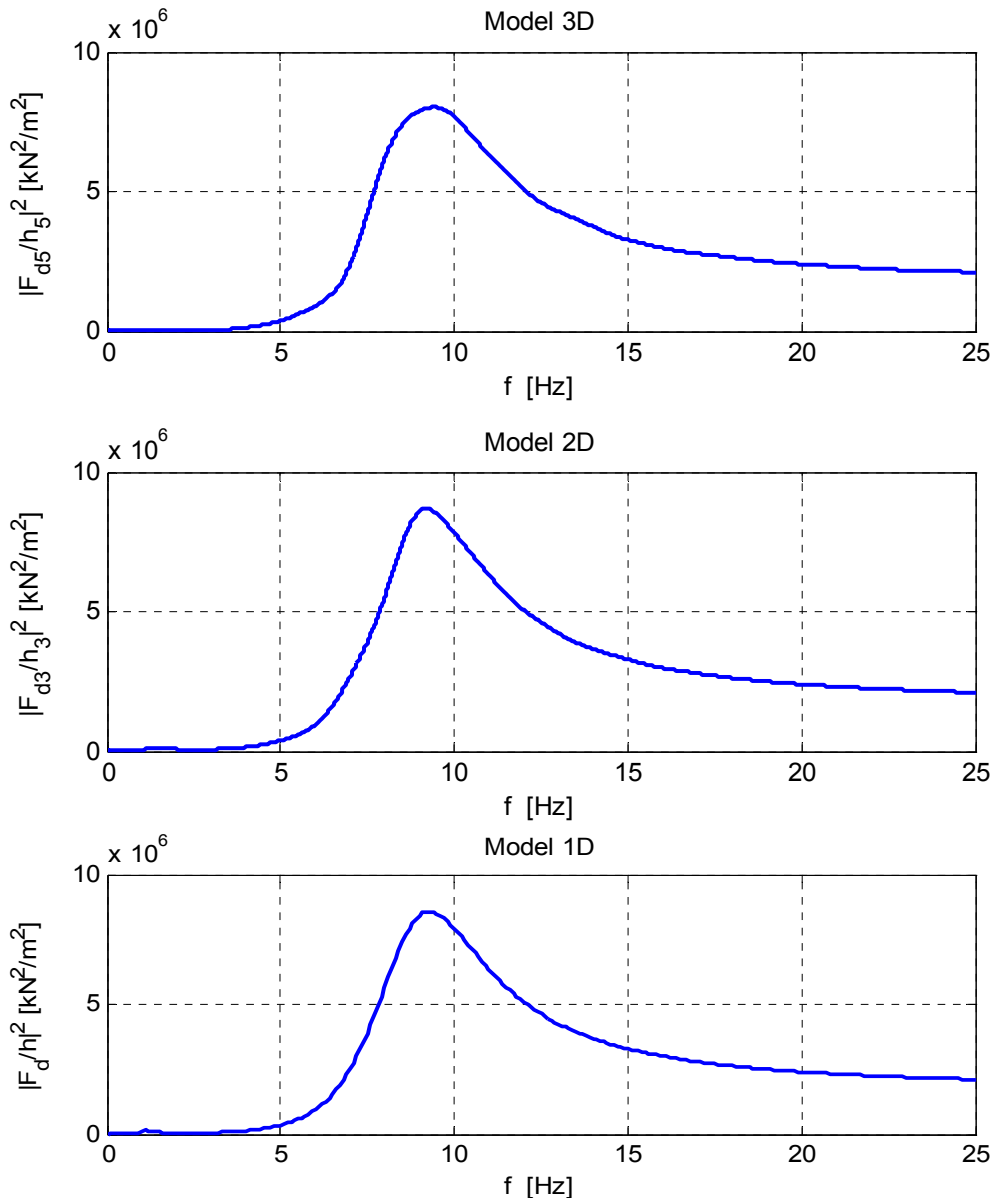
$$\bar{F}_{dn} = \frac{L\{F_{dn}(t)\}}{H_j(p)}. \quad (9)$$

Podrobný popis riešenia pre 2D model vozidla je uvedený napríklad v [8].

5 VÝSLEDKY NUMERICKÉHO RIEŠENIA

Numerické riešenie funkcií frekvenčného prenosu bolo vykonané pre 3D, 2D a 1D výpočtové modely nákladného automobilu Tatra T815 zobrazené na obr. 1, 2, 3. Všetky FFP sú vzťahované ku kinematickému budeniu nerovnosťou vozovky pod pravým predným kolesom vozidla. Uvažuje sa s rýchlosťou pohybu vozidla 10 m/s. Na obr. 5 sú vykreslené výkonové prenosové faktory (VPF) dynamickej zložky kontaktnej sily F_d pod pravým predným kolesom vozidla pre všetky 3 použité výpočtové modely. Poloha lokálnych extrémov a ich hodnoty sú nasledovné:

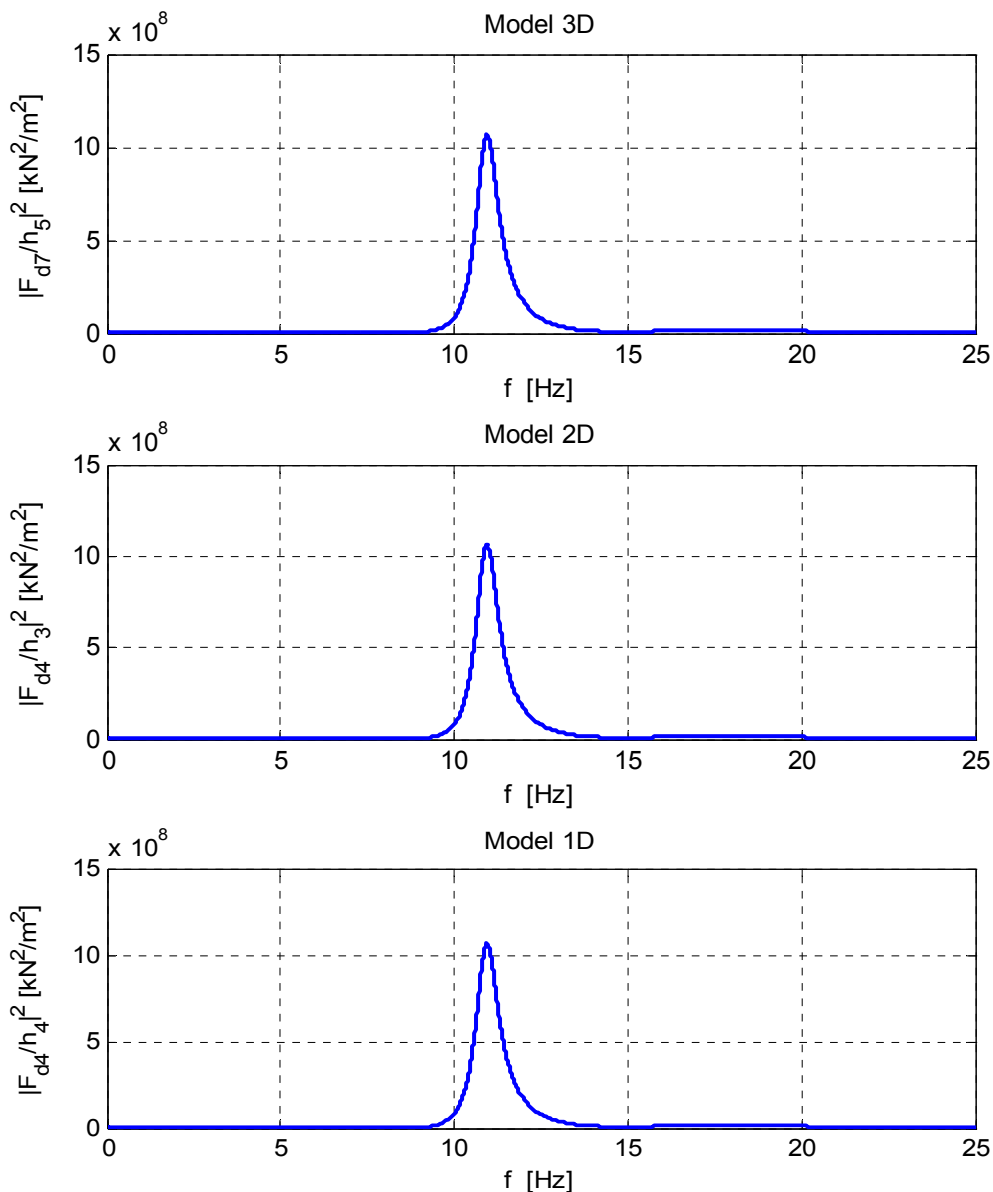
3D:	$f = 9,44$ Hz;	$ F_{d5}/h_5 ^2 = 8.02 \cdot 10^6$ kN ² /m ² ;
2D:	$f = 9,20$ Hz;	$ F_{d3}/h_3 ^2 = 8.69 \cdot 10^6$ kN ² /m ² ;
1D:	$f = 9,30$ Hz;	$ F_d/h ^2 = 8.57 \cdot 10^6$ kN ² /m ² ;



Obr. 5: VPF pre F_d pod pravým predným kolesom

Na obr. 6 sú vykreslené výkonové prenosové faktory (VPF) dynamickej zložky kontaktnej sily F_d pod pravým predným kolesom zadnej nápravy vozidla pre všetky 3 použité výpočtové modely. Poloha lokálnych extrémov a ich hodnoty sú nasledovné:

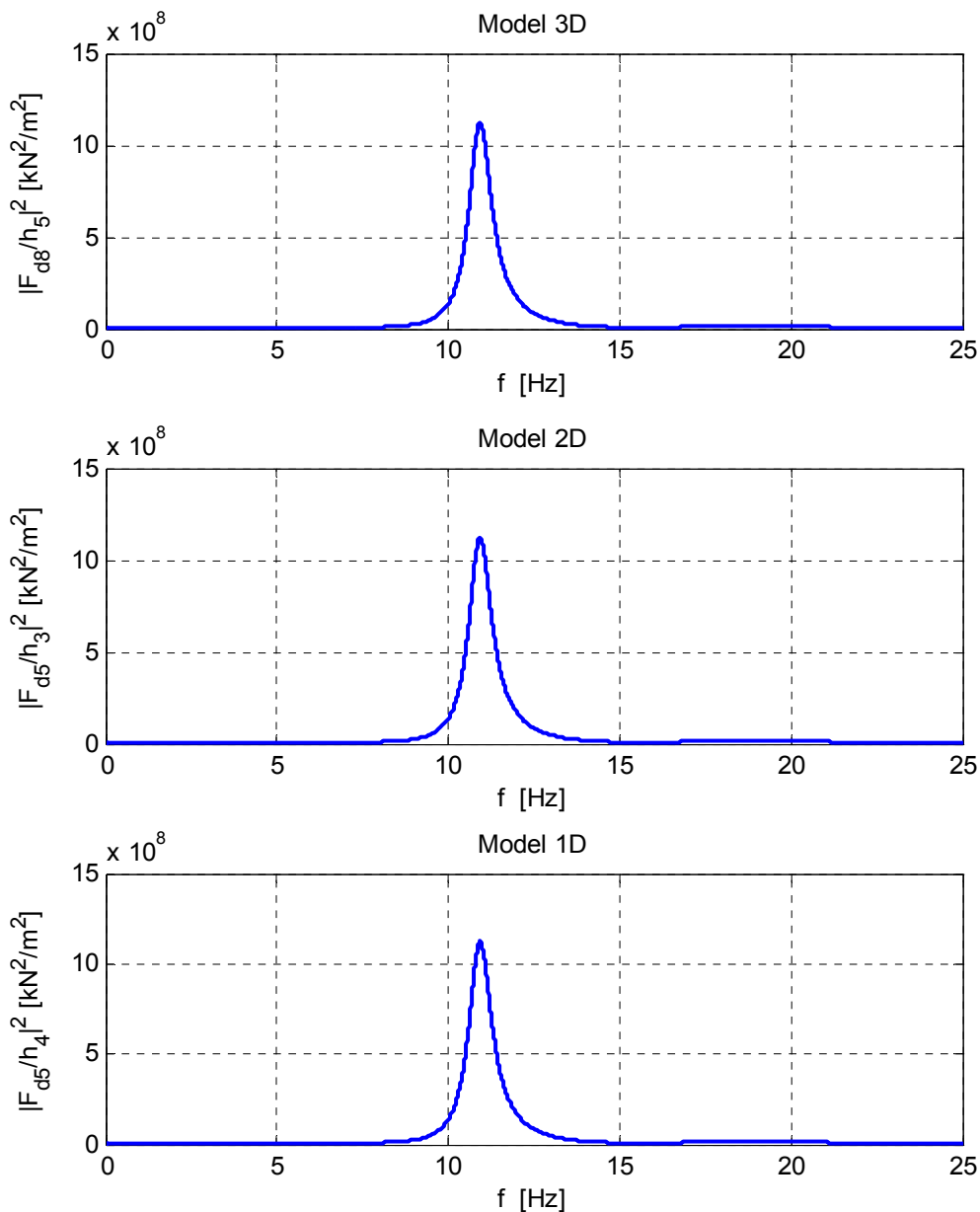
3D:	$f = 10,94 \text{ Hz};$	$ F_{d7}/h_5 ^2 = 10,65 \cdot 10^8 \text{ kN}^2/\text{m}^2;$
2D:	$f = 10,94 \text{ Hz};$	$ F_{d4}/h_3 ^2 = 10,65 \cdot 10^8 \text{ kN}^2/\text{m}^2;$
1D:	$f = 10,94 \text{ Hz};$	$ F_{d4}/h_4 ^2 = 10,65 \cdot 10^8 \text{ kN}^2/\text{m}^2;$



Obr. 6: VPF pre F_d pod pravým predným kolesom zadnej nápravy

Na obr. 7 sú vykreslené výkonové prenosové faktory (VPF) dynamickej zložky kontaktnej sily F_d pod pravým zadným kolesom zadnej nápravy vozidla pre všetky 3 použité výpočtové modely. Poloha lokálnych extrémov a ich hodnoty sú nasledovné:

3D:	$f = 10,94$ Hz;	$ F_{d8}/h_5 ^2 = 11,23 \cdot 10^8$ kN ² /m ² ;
2D:	$f = 10,93$ Hz;	$ F_{d5}/h_3 ^2 = 11,23 \cdot 10^8$ kN ² /m ² ;
1D:	$f = 10,93$ Hz;	$ F_{d5}/h_4 ^2 = 11,23 \cdot 10^8$ kN ² /m ² ;



Obr. 7: VPF pre F_d pod pravým zadným kolesom zadnej nápravy

6 ZÁVER

Pri riešení dynamických úloh vo frekvenčnej oblasti sú predmetom záujmu buď frekvenčné spektrá alebo funkcie frekvenčného prenosu. Je možné ich získať teoretickou alebo experimentálnou cestou. V predloženom príspevku sú ukázané výsledky riešenia funkcií frekvenčného prenosu numerickou cestou pre 3D, 2D a 1D výpočtové modely vozidla Tatra T815 pri rýchlosti pohybu vozidla 10 m/s (36 km/h). Stavebného inžiniera zaujímajú v prvom rade frekvenčné prenosy týkajúce sa kontaktných síl vznikajúcich medzi kolesom vozidla a vozovkou. V grafickej podobe sú prezentované výkonové prenosové faktory dynamických zložiek kontaktných síl pod kolesami na pravej strane vozidla. Z uvedených obrázkov je zrejmé, že pokiaľ sú jednotlivé výpočtové modely dynamicky ekvivalentné, tak výkonové prenosové faktory vzájomne si korešpondujúcich veličín sú prakticky identické. Vzájomné porovnania nie sú závislé od rýchlosti pohybu vozidla. Na vznik kontaktných síl majú výkonovo najväčší podiel tie frekvenčné zložky kinematického budenia, ktoré korešpondujú vlastným frekvenciám a tvarom vlastného kmitania vťahujúcim sa k dominantným pohybom náprav vozidla.

POĎAKOVANIE

Tento príspevok vznikol s podporou GA MŠSR VEGA, grant č. 1/0259/12.

LITERATÚRA

- [1] PANULINOVÁ, E. Vplyv rovnosti povrchu vozovky na hladinu hluku z automobilovej dopravy. *Silniční obzor*. Praha, 2001, roč. 62, č. 11/12, s. 275 – 279, ISSN 0322-7154.
- [2] KOTRASOVÁ, K. a KORMANÍKOVÁ, E. Seismic design of liquid storage tank made from composite material. *World Journal of Engineering*. 2008, Vol. 5, No. 3, p. 445-446. ISSN 1708-5284.
- [3] IVÁNKOVÁ, O. Vplyv seizmicity na konštrukčné systémy výškových budov. Medzinárodná konferencia: *Vývoj a aplikácie MKP systémů pro analýzu stavebních konstrukcí*. VÚT Brno, 2003, s. 17.1 – 17.6.
- [4] LAJČÁKOVÁ, G. Interaction in the system vehicle – Roadway. 2nd International Conference: *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings*. STU Bratislava, 2003, October 16 – 17, 2003, p. 27-30, ISBN 80-227-1958-7.
- [5] PYTKA, J., TARKOWSKI, P., KUPICZ, W.: A research of vehicle stability on deformable surface. *Eksploatacja i niezawodność – Maintenance and Reliability*. Vol. 15, No. 3, 2013, p. 290-297, ISSN 1507-2711.
- [6] MAJKA, M., HARTNETT, M.: Dynamic response of bridges to moving trains. A study on effects of random track irregularities and bridge skewness. *Computers & Structures*, Vol. 87, 2009, p. 1233-1252.
- [7] MARTINICKÁ, I.: Výpočet vlastných frekvencií a tvarov vlastného kmitania výpočtových modelov vozidiel. *Pozemné komunikácie a dráhy*. 2010, roč. 6, č.1-2, s. 41-50, ISBN 1336-7501.
- [8] MELCER, J., MARTINICKÁ, I.: Vozidlo – cesta numerické riešenie vo frekvenčnej oblasti. Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava. Řada stavební. VŠB TU, SvF, Ostrava, roč. XIV., č.1, 2014, 10 s., ISSN 1213-1962.

Oponentní posudek vypracoval:

Prof. Ing. Petr Horyl, CSc., dr.h.c., Katedra mechaniky, Fakulta strojní, VŠB-TU Ostrava.

Prof. Ing. Jiří Máca, CSc., Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze.