

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Měření zbytkových napětí v plastech rozřezávací metodou

Measurement of Residual Stresses in Plastics Separation

Methods

Student:

Bc. Petr Kolář

Vedoucí diplomové práce:

Ing. František Fojtík, Ph.D.

Ostrava 2014

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Petr Kolář**  
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství  
Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika  
Téma: **Měření zbytkových napětí v plastech rozřezávací metodou**  
**Measurement of Residual Stresses in Plastics Separation Methods**

### Zásady pro vypracování:

1. Rozbor metod vhodných pro analýzu zbytkových napětí u plastů.
2. Aplikace rozřezávací metody na plastovou trubku.
3. Stanovení zbytkových napětí po tloušťce trubky.
4. Analytický a numerický výpočet zbytkových napětí u plastové trubky.
5. Srovnání použitých metod a získaných výsledků.

### Seznam doporučené odborné literatury:

- MACURA, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě. VŠB-TU Ostrava 2001, ISBN 80-7078-934-4  
MACURA, P.: Sbírká úloh z experimentální pružnosti. VŠB-TU Ostrava, 2008, ISBN 978-80-248-1823-8  
TREBUŇA, F.; ŠIMČÁK, F.: Príručka experimentálnej mechaniky, Edícia odbornej a vedckej literatúry, Technická univerzita v Košiciach, Košice, 2007, Slovensko, ISBN 80-8073-148-9.  
KUCERA, J.; KRIVANEK, J.: Morphology and internal stress distribution in the PP pipe wall. Deformation und Bruchverhalten von Kunststoffen. 2007, Merseburg  
Poduška, J.; Hutař, P.; Ševčík, M.; Náhlík, L.: Determination of Residual Stress in a Polymer Pipe, Applied Mechanics 2013, ISBN 978-80-248-2978-4  
ANSYS INC. Documentation for ANSYS Release 14.0. SAS IP, Inc. 2012.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. František Fojtík, Ph.D.**

Datum zadání: 13.12.2013

Datum odevzdání: 19.05.2014



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.  
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě .....19.05.2014

Petr Kolář  
.....  
podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užití své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě: 19.05.2014

Petr Kolář  
.....  
podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Petr Kolář

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Ostrava - Plesná, Liščí 121

## **ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE**

KOLÁŘ, P. *Měření zbytkových napětí v plastech rozřezávací metodou: diplomová práce.* Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2014. 63 s. Vedoucí práce: Fojtík, F.

Tato diplomová práce pojednává o měření zbytkové napjatosti v plastových součástech za pomoci rozřezávací metody. V úvodu je rozebrána problematika vzniku zbytkového napětí v součástech. Dále jsou uvedeny metody vhodné pro určování zbytkového napětí v plastech a základní způsoby technologického zpracování polymerů. Provedený experiment je aplikován na plastovou trubku, kde je řešeno rozložení zbytkové napjatosti v její stěně. Bylo zkoumáno obvodové a osově napětí. Zbytkové napětí je z naměřených dat dopočteno analyticky. Experimentální výsledky jsou srovnány s numerickým výpočtem provedeným pomocí MKP.

## **ANNOTATION OF MASTER THESIS**

KOLÁŘ, P. *Measurement of Residual Stresses in Plastics Separation Methods: Master Thesis.* Ostrava: VŠB - Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2014, 63 p. Thesis head: Fojtík, F.

This thesis deals with the measurement of residual stresses in plastic components using Separation methods. In the introduction is discussed the problem of residual stresses in components. The next are methods suitable for determining residual stresses in plastics and basic technology of polymer processing. The experiment is applied to a plastic tube, which is solved by the distribution of residual stress in the wall. It was examined hoop and axial stress. The residual stress is analytically imputed from experimental data. The experimental results are compared with numerical calculation made by FEM.

# OBSAH

SEZNAM POUŽITÉHO OZNAČENÍ .....	8
1. ÚVOD .....	12
2. METODY VHODNÉ PRO ANALÝZU ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ U PLASTŮ .....	13
2.1 MECHANICKÉ METODY - DESTRUKTIVNÍ .....	13
2.1.1 Metody odstraňování vrstev .....	13
2.1.2 Rozřezávací metoda .....	14
2.2.2 Obrysová metoda .....	14
2.2 MECHANICKÉ METODY - POLODESTRUKTIVNÍ .....	15
2.2.1 Odvrtávací metoda .....	15
2.2.2 Metoda uvolňování sloupku .....	19
2.3 FYZIKÁLNÍ METODY .....	20
2.3.1 Ultrazvuková metoda .....	20
2.3.2 Fotoelasticimetrické metody .....	20
2.3.3 Metoda PRISM.....	24
3. TVÁŘENÍ POLYMERŮ .....	25
3.1 Lisování.....	25
3.1.1 Vysokotlaké lisování.....	25
3.1.2 Nízkotlaké lisování.....	26
3.2 Válcování .....	26
3.3 Vyfukování.....	26
3.4 Vstřikování.....	27
3.5 Vytlačování .....	28
4. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST .....	30
4.1 APLIKACE ROZŘEZÁVACÍ METODY NA PLASTOVOU TRUBKU .....	30
4.1.1 Zbytkové napětí v obvodovém směru .....	30
4.1.2 Zbytkové napětí v osovém směru .....	40
4.2 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ.....	43
4.2.1 Obvodové napětí .....	43
4.2.2 Osové napětí.....	51
4.3 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ.....	55
4.3.1 Srovnání napětí v obvodovém směru trubky.....	55
4.3.2 Srovnání napětí v osovém směru .....	57
7. SEZNAM PŘÍLOH.....	63



## SEZNAM POUŽITÉHO OZNAČENÍ

A	Kalibrační koeficient	[–]
$A_S$	Plocha průřezu	[ $mm^2$ ]
B	Kalibrační koeficient	[–]
$C_1, C_2$	Integrační konstanty	[–]
E	Modul pružnosti	[ $MPa$ ]
F	Síla	[ $N$ ]
$F(x)$	Síla závislá na souřadnici x	[ $N$ ]
J	Kvadratický moment průřezu k ose ohybu	[ $mm^4$ ]
$J_z$	Kvadratický moment průřezu k ose z	[ $mm^4$ ]
L	Délka nosníku	[ $mm$ ]
M	Ohybový moment	[ $Nmm$ ]
$M_C$	Celkový ohybový moment	[ $Nmm$ ]
$M_o(x)$	Ohybový moment závislý na souřadnici x	[ $Nmm$ ]
R	Poloměr neutrální plochy	[ $mm$ ]
$R^I$	Poloměr neutrální plochy po deformaci	[ $mm$ ]
$R_K$	Vzdálenost bodu od kruhového otvoru	[ $mm$ ]
$R_O$	Poloměr kruhového otvoru	[ $mm$ ]
W	Axiální rozměr kroužku	[ $mm$ ]
$W_o$	Modul průřezu v ohybu	[ $mm^3$ ]
a	Šířka nosníku	[ $mm$ ]
b	Šířka nosníku	[ $mm$ ]
c	Výška nosníku	[ $mm$ ]
$c_{PPR}$	Měrná tepelná kapacita	[ $J \cdot t^{-1} \cdot K^{-1}$ ]
$dp_i$	Vnitřní průměr vrstvy	[ $mm$ ]



$dp_{i+1}$	Vnější průměr vrstvy	[mm]
$e$	Excentricita	[mm]
$h$	Radiální rozměr kroužku	[mm]
$h_n$	Výška nosníku	[mm]
$l$	Délka nosníku	[mm]
$r$	Poloměr před deformací	[mm]
$r_1$	Vnitřní poloměr	[mm]
$r_2$	Vnější poloměr	[mm]
$r_1^I$	Vnitřní poloměr po deformaci	[mm]
$r_2^I$	Vnější poloměr po deformaci	[mm]
$\bar{r}$	Poměrná vzdálenost od kruhového otvoru	[–]
$r^I$	Poloměr po deformaci	[mm]
$ric$	Střední poloměr vrstvy	[mm]
$\Delta r$	Změna poloměru	[mm]
$\Delta r_i$	Šířka vrstvy	[mm]
$\Delta r_2$	Změna vnějšího poloměru	[mm]
$s$	Dráha	[mm]
$t$	Čas	[s]
$u$	Průhyb	[mm]
$u(x)$	Průhyb závislý na souřadnici $x$	[mm]
$u^{II}$	Druhá derivace průhybu	[–]
$v$	Rychlost	$m \cdot s^{-1}$
$v(l/2)$	Průhyb uprostřed nosníku	[mm]
$\Delta x$	Délkový krok	[mm]
$\Delta y$	Délkový krok	[mm]

$z$	Poloha bodu od neutrální osy	$[mm]$
$\alpha$	Úhel od osy kruhového průřezu po vyšetřovaný bod	$[^\circ]$
$\alpha_a, \alpha_b$	Úhel daný parametrem izoklinné čáry	$[^\circ]$
$\alpha_{PPR}$	Součinitel teplotní roztažnosti	$[K^{-1}]$
$\alpha_\sigma$	Směr hlavního napětí	$[^\circ]$
$\varepsilon$	Celkové poměrné prodloužení	$[-]$
$\varepsilon_x$	Poměrné prodloužení v ose x	$[-]$
$\varepsilon_y$	Poměrné prodloužení v ose y	$[-]$
$\varepsilon_z$	Poměrné prodloužení v ose z	$[-]$
$\varepsilon_r$	Poměrné prodloužení v radiálním směru	$[-]$
$\varepsilon_{0r}$	Poměrné prodloužení pro nevyvrtaný otvor	$[-]$
$\lambda_{PPR}$	Součinitel teplotní vodivosti	$[W \cdot mm^{-1} \cdot K^{-1}]$
$\mu$	Poissonova konstanta	$[-]$
$\pi$	Ludolfovo číslo	$[-]$
$\rho$	Střední poloměr	$[mm]$
$\rho_{PPR}$	Hustota	$[t \cdot mm^{-3}]$
$\sigma_{1,2}$	Hlavní napětí	$[MPa]$
$\sigma_{HMH}$	Redukované napětí dle HMH	$[MPa]$
$\sigma_n$	Nominální napětí	$[MPa]$
$\sigma_o$	Ohybové napětí	$[MPa]$
$\sigma_r$	Radiální napětí	$[MPa]$
$\sigma_{r1}$	Napětí na vnitřním poloměru	$[MPa]$
$\sigma_{r2}$	Napětí na vnějším poloměru	$[MPa]$
$\sigma_t$	Obvodové napětí	$[MPa]$
$\sigma_x$	Normálové napětí v ose x	$[MPa]$

$\sigma_y$	Normálové napětí v ose y	[MPa]
$\tau_a$	Smykové napětí v bodě a	[MPa]
$\tau_b$	Smykové napětí v bodě b	[MPa]
$\tau_{rt}$	Smykové napětí	[MPa]
$\tau_{xy}$	Smykové napětí v rovině xy	[MPa]
$\Delta\tau_{i\ stř}$	Rozdíl středního smykového napětí	[MPa]
$\Delta\tau_{xy}$	Rozdíl smykového napětí	[MPa]
$\varphi(x)$	Úhel natočení závislý na souřadnici x	[°]

# 1. ÚVOD

Je dobře známo, že si každá vyrobená součást v sobě nese jistou úroveň zbytkové napjatosti. Výrobci se různými technologiemi snaží tento problém snížit, avšak nikdy nelze zbytkové napětí zcela odstranit. Tyto napětí poté většinou snižují životnost součástí a proto je dobré znát jejich hodnoty a rozložení. S neustále se rozvíjející vědou a technikou přicházejí nové a nové metody pro vyšetřování těchto napětí. I když již existuje spousta numerických metod, stále nejpřesnější jsou metody experimentální.

Příčinou vzniku zbytkových napětí v konstrukčních materiálech je silové, deformační nebo teplotní působení (v celém tělese, nebo pouze v některých jeho částech), které způsobí vznik pružně plastického stavu. Po odstranění příčiny vzniku napjatosti, zůstanou v tělese zbytková napětí. Výslednice vnitřních sil v průřezu je potom nulová. Při výrobě technických materiálů vzniká téměř vždy zbytková napjatost [1]. Příkladem vzniku zbytkového napětí je technologické zpracování materiálů a to při tepelných procesech (nerovnoměrné chladnutí po válcování, doválcování materiálů za nižších teplot, svařování a pálení), nebo při tvarování za studena (rovnání tenkostěnných profilů, ohýbání atd.) [2].

Tyto napětí mohou být prospěšná, např. při úpravě povrchu kuličkováním či válečkováním prodlužují vzniklá tlaková napětí v povrchové vrstvě životnost součástí, avšak ve většině případů jsou škodlivá (vznik trhlin, napětíová koroze, snížení meze únavy). Především tahová zbytková napětí jsou velice nebezpečná, neboť rozevírají trhliny. Pro některé strojní součásti jsou normou stanoveny přípustné hodnoty zbytkových napětí, výrobci těchto součástí musí poté provádět pravidelná měření a případně hledat cesty ke snížení této napjatosti [1].

## 2. METODY VHODNÉ PRO ANALÝZU ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ U PLASTŮ

V této kapitole budou popsány experimentální metody vhodné pro určování zbytkového napětí, u součástí vyrobených z plastické hmoty. Do dnešní doby již bylo vynalezeno mnoho experimentálních metod pro určování zbytkové napjatosti, které se zakládají na různých fyzikálních a mechanických principech. Avšak ne všechny metody jsou vhodné pro použití u plastických hmot. Naprosto nepoužitelné metody jsou např. Rentgenografická metoda, neboť zkoumaný materiál musí být polykrystalický a jemnozrný, zkoumanou veličinou je pak změna meziatomových vzdáleností. Další nevhodnou metodou je Magnetická metoda, kde musí být materiál ferromagnetický, měřenou veličinou je potom amplituda tzv. Barkhausenova šumu, či magnetická permeabilita.

Experimentální metody pro vyšetřování zbytkové napjatosti lze rozdělit na:

- Mechanické metody - destruktivní  
- polodestruktivní
- Fyzikální metody

### 2.1 MECHANICKÉ METODY - DESTRUKTIVNÍ

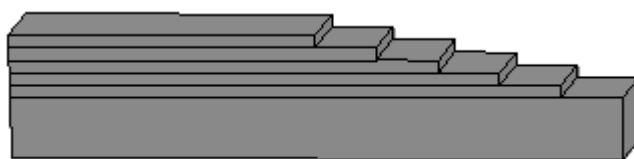
U těchto metod dochází k destrukci vyšetřované součásti. Jsou založeny na jednoduchém principu. Při oddělení některé části ze součásti se zbytkovou napjatostí, dojde k přerušení vazeb s okolním materiálem a daná součást se deformuje. Poté z naměřených deformací určujeme velikost zbytkových napětí. Tyto metody se vyznačují vysokou přesností a spolehlivostí [2].

#### 2.1.1 Metody odstraňování vrstev

Jsou založeny na postupném odstraňování vrstev materiálu tělesa viz obr. 1., přičemž dochází k porušení rovnováhy vnitřních sil. Těleso se tímto vlivem deformuje a tyto deformace se měří tenzometry. Poté se vyhodnocuje střední hodnota zbytkové napjatosti každé odebrané vrstvy. Odebírané vrstvy materiálu musí být dostatečně malé, abychom zachytili velké gradienty napětí. Z tohoto důvodu není často vhodné strojní obrábění, ale používají se chemické či elektrochemické metody opracování povrchu.

Předpoklady použití:

- zkoumaný materiál je homogenní a izotropní
- osy tělesa jsou totožné se směry hlavních napětí a napětí kolmé k odstraňované vrstvě je nulové či nepodstatné
- u prutových těles je bráno v úvahu pouze hlavní napětí ve směru podélné osy, v příčném směru je napětí rovněž považováno za nulové [1].



Obr. 1. Princip metody odstraňování vrstev.

### 2.1.2 Rozřezávací metoda

Jedná se o destruktivní metodu, pomocí ní lze určit jen makroskopická zbytková napětí. Odstraněním části materiálu tělesa, nebo jeho rozdělením na více částí, se v něm vytvoří nový stav zbytkové napjatosti. Změří se deformace, nebo délková přetvoření jednotlivých oddělených částí, které odpovídají změně napjatosti. K měření se používají buď mechanické přístroje, nebo elektrické odporové tenzometry. Použití této metody je vhodné za předpokladu, že je rozložení zbytkové napjatosti v jednom směru. Nevýhodou je však značná pracnost a vysoké nároky na přesnost při obrábění. Také je třeba brát na zřetel, že při jakémkoliv třískovém obrábění jsou do materiálu vnášena další zbytková napětí. Také je nutné použít dokonalé chlazení, to platí dvojnásob při obrábění plastů, zde je nezbytné odebírat třísku při malých rychlostech, neboť plastické hmoty se rychleji zahřívají. Tato metoda bude blíže rozebrána na konkrétním příkladu níže [2].

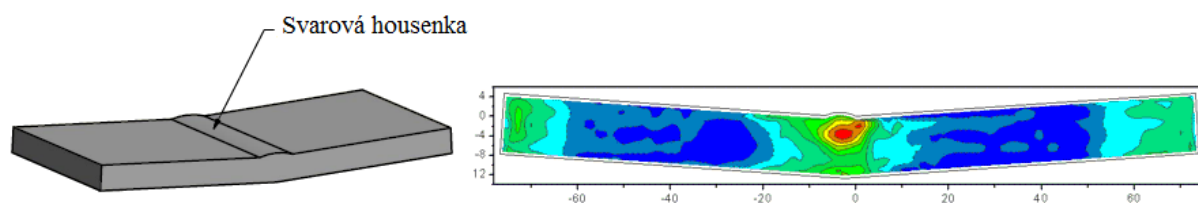
### 2.2.2 Obrysová metoda

Tato metoda je rovněž destruktivní. Zbytkové napětí vyhodnocujeme z naměřených posuvů po rozřezání součástí. Postup této metody je následující:

- rozřezání vzorku

- měření obrysu pomocí souřadnicových měřicích přístrojů
- přepočet údajů (zprůměrování hodnot na zrcadlově si odpovídajících bodech po obou stranách řezů)
- analýza napětí pomocí MKP

Je třeba si dát znovu pozor, abychom do měřeného vzorku nevnášeli přídavná napětí při řezání, či špatném upnutí [3]. Zobrazení napěťových polí na příkladu svařované součásti je uvedeno na obr. 2.



Obr. 2. Vyhodnocení zbytkové napjatosti obrysovou metodou u svařované součásti [10].

## 2.2 MECHANICKÉ METODY - POLODESTRUKTIVNÍ

Tyto metody porušují zkoumanou součást jen částečně a proto je možné provádět měření přímo na skutečných součástech, nikoliv na modelech. Po provedení měření lze ve většině případů tělesa dále používat. Mezi tyto metody patří především odvrtávání otvorů, drážek a mezikruží. Pracnost u těchto metod je zpravidla menší nežli u metod destruktivních, avšak dosahovaná přesnost bývá nižší, toto je důsledkem neúplného uvolnění vnitřního pnutí po odvrtání [2].

### 2.2.1 Odvrtávací metoda

Tato metoda je v současnosti nejpoužívanější.

Odvrtáním otvoru malého průměru (0,8 až 5mm) v materiálu, dojde vlivem uvolnění zbytné napjatosti k přerozdělení vnitřních sil a následně se provádí měření vyvolaných deformací na povrchu tělesa. Měření deformací se provádí tenzometrickou metodou.

Postup měření:

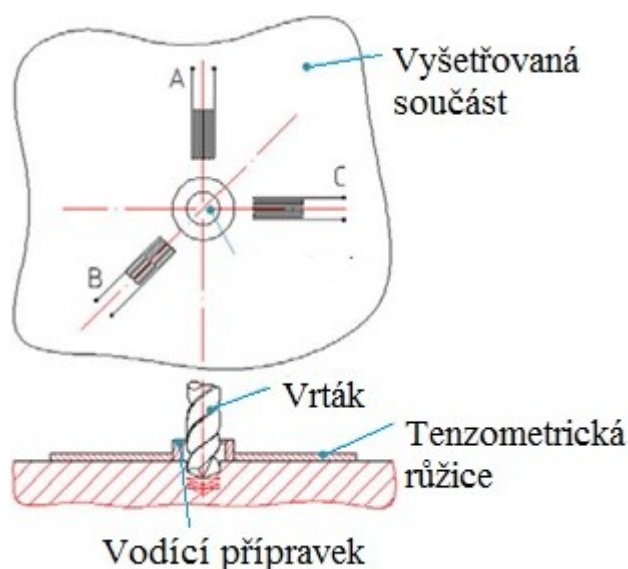
- na vyšetřované místo se nalepí tenzometrická růžice (pravoúhlá či rovnostranná), která má ve svém středu vyznačen kruh pro odvrtání, tato růžice je připojena k

tenzometrické aparatuře, na povrchu je obecně dvojosá napjatost od zbytkových napětí

- nad růžici se umístí vrtací přípravek, který se s dostatečnou přesností vystředí
- provede se vynulování tenzometrické aparatury - tenzometry zatím nic neměří
- postupně se odvrtává otvor a zapisují se uvolněné deformace v materiálu
- vyhodnotí se velikosti a směry hlavních napětí a redukované napětí v jednotlivých hloubkách pod povrchem.

Princip metody je uveden na obr. 3. U této metody rozlišujeme případ homogenní a nehomogenní napjatosti po tloušťce součásti. V prvním případě uvažujeme neměnnou velikost a směry hlavních napětí v jednotlivých hloubkách pod povrchem a je vrtán otvor najednou do určité délky. Většinou je však zbytkové napětí v součástech rozloženo po tloušťce nestejně, proto je nutno odvrtávat otvor postupně a zapisovat jednotlivé hodnoty deformace v každém kroku. Pro nehomogenní napjatost po tloušťce se používají následující metody: metoda přírůstku deformace, metoda ekvivalentního homogenního napětí, metoda průměrného napětí, integrální metoda a metoda mocninné řady.

Při měření odvrtávací metodou si musíme dát pozor na následující negativní vlivy: při odvrtávání vnášíme do součásti dodatečné napětí, osu vrtáku se snažíme umístit co nejpřesněji do geometrického středu otvoru, při postupném odvrtávání musíme volit dostatečně malý krok [1].



Obr. 3. Odvrtávací metoda.



Vzhledem k tomu, že se jedná o v současnosti nejpoužívanější experimentální metodu pro zjišťování zbytkových napětí, je vhodné zde uvést i základní vztahy pro homogenní napjatost po tloušťce.

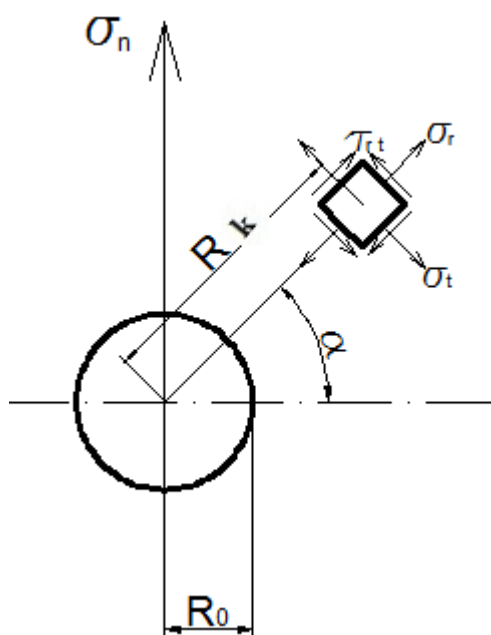
Nejprve předpokládáme jednoosý stav napjatosti v okolí průchozího kruhového otvoru. V libovolném bodě ve vzdálenosti  $\bar{r}$  odvodil r. 1898 G. Kirch pro velikost napětí následující vztahy [5]:

$$\sigma_t = \frac{\sigma_n}{2} \left[ 1 + \frac{1}{\bar{r}^2} + \left( 1 + \frac{3}{\bar{r}^4} \right) \cos 2\alpha \right], \quad (2.1)$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_n}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\bar{r}^2} - \left( 1 - \frac{4}{\bar{r}^2} + \frac{3}{\bar{r}^4} \right) \cos 2\alpha \right], \quad (2.2)$$

$$\tau_{rt} = -\frac{\sigma_n}{2} \left[ 1 + \frac{2}{\bar{r}^2} - \frac{3}{\bar{r}^4} \right] \sin 2\alpha. \quad (2.3)$$

Kde  $\bar{r} = \frac{R_k}{R_0}$  a  $\sigma_n$  je nominální napětí viz obr. 4.



Obr. 4. Napjatost v okolí kruhového otvoru.

Z Hookeova zákona stanovíme poměrné prodloužení  $\varepsilon_r$ :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_t) = \sigma_n \frac{1 + \mu}{2E} \left[ \frac{1 - \mu}{1 + \mu} - \frac{1}{\bar{r}^2} - \left( 1 - \frac{1}{1 + \mu} \cdot \frac{4}{\bar{r}^2} + \frac{3}{\bar{r}^4} \right) \cos 2\alpha \right]. \quad (2.4)$$

Pro nevyvrtaný otvor platí:

$$\varepsilon_{0r} = \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_t) = \frac{\sigma_n}{2E}[(1 - \mu) - (1 + \mu)\cos 2\alpha]. \quad (2.5)$$

Poměrné prodloužení naměřené tenzometrem je potom rozdílem před a po odvrtání otvoru:

$$\varepsilon = \varepsilon_r - \varepsilon_{0r} = -\frac{\sigma_n}{2E} \left\{ \frac{1 + \mu}{r^2} - \left[ \frac{4}{r^2} - \frac{3(1 + \mu)}{r^4} \right] \right\} \cos 2\alpha = \sigma_n(A - B\cos 2\alpha), \quad (2.6)$$

kde

$$A = \frac{1 + \mu}{2E} \cdot \frac{1}{r^2} \quad ; \quad B = -\frac{1 + \mu}{2E} \left( \frac{4}{1 + \mu} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right) \quad (2.7)$$

jsou kalibrační koeficienty.

Pro dvojosý stav napjatosti platí:

$$\varepsilon = \sigma_1(A - B\cos 2\alpha) + \sigma_2(A + B\cos 2\alpha). \quad (2.8)$$

Použijeme-li pravoúhlou růžici se směry tenzometrů  $0^\circ/45^\circ/90^\circ$ , tak jednotlivé tenzometry naměří deformaci:

$$\varepsilon_x = A(\sigma_1 + \sigma_2) + B(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\alpha, \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_y = A(\sigma_1 + \sigma_2) + B(\sigma_1 - \sigma_2)\cos(2\alpha - 90^\circ), \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_z = A(\sigma_1 + \sigma_2) + B(\sigma_1 - \sigma_2)\cos(2\alpha - 180^\circ). \quad (2.11)$$

Řešením těchto rovnic dostaneme vztahy pro hlavní napětí ve tvaru:

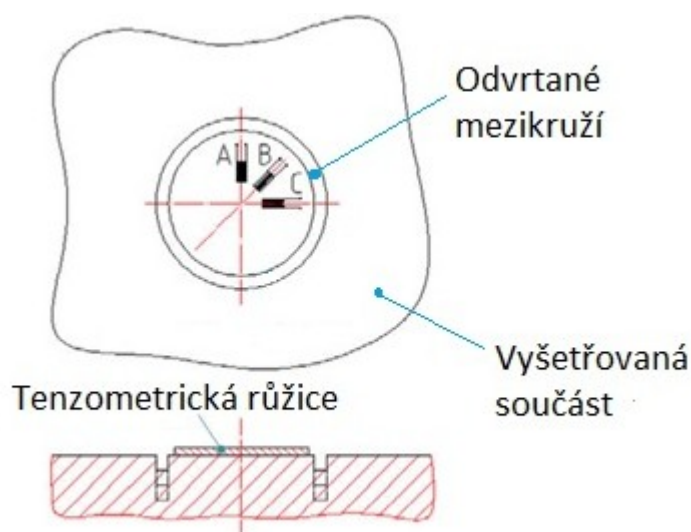
$$\sigma_{1,2} = \frac{(\varepsilon_x + \varepsilon_z)}{4A} \pm \frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 - (\varepsilon_x + \varepsilon_z - 2\varepsilon_y)^2}. \quad (2.12)$$

A pro směry hlavních napětí vůči souřadnému systému x,y platí:

$$\alpha_\sigma = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_z) + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)}{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)}. \quad (2.13)$$

## 2.2.2 Metoda uvolňování sloupku

Je svou podstatou velmi podobná odvrtávací metodě a v některých směrech nahrazuje nedostatky této metody. Měření se provádí taktéž odporovými tenzometry, kde je měřenou veličinou deformace. Lze vyhodnocovat homogenní i nehomogenní napjatost po tloušťce součásti. Na měřený povrch součásti se nalepí tenzometrická růžice. Následně se pomocí korunového vrtáku či frézy odvrtá (odfrézuje) mezikruhová drážka o průměru 15 až 150 mm do hloubky (0,25 až 1,5) průměru sloupku. Tenzometrická růžice umístěna ve středu vytvořeného sloupku, pak měří uvolněné deformace vlivem přerozdělení vnitřních sil. Princip této metody je zobrazen na obr. 5. Při měření homogenní napjatosti a tedy vrtání (frézování) na plnou hloubku, je možno přímo uvolněné deformace na čele sloupku použít pro stanovení zbytkových napětí pomocí konstitutivních vztahů. Pro určení velikostí a směrů hlavních napětí po tloušťce součásti měříme deformace v každé odvrtané hloubce a je třeba znát kalibrační koeficienty, které se určují nejčastěji numerickou simulací. Tyto kalibrační koeficienty popisují závislost na velikosti otvoru, velikosti úběru, typu použité tenzometrické růžice a mechanických vlastnostech materiálu. Speciální frézovací přípravek umožňuje stálé elektrické připojení tenzometrů a to i v průběhu frézování drážky [1].



Obr. 5. Metoda uvolňování sloupku.

Předpoklady použití této metody:

- na povrchu tělesa vzniká pouze rovinná napjatost (materiál homogenní a izotropní)
- zbytková napětí jsou nulová nebo zanedbatelná ve směru kolmém na povrch tělesa
- redukované zbytkové napětí nesmí překročit mez kluzu materiálu

- povrch tělesa je rovinný
- musíme se vyvarovat vnesení přídavných napětí při procesu odvrtávání
- rozměry tělesa jsou dostatečně velké, aby bylo možné vytvořit neprůchozí drážku
- soustřednost tenzometrické růžice s geometrickým středem sloupku

Tyto předpoklady jsou obecně platné pro metodu uvolňování sloupku i odvrtávací metodu.

## 2.3 FYZIKÁLNÍ METODY

Fyzikální metody nijak nenarušují součást při jejím měření. Měření se provádí na skutečných součástech, nebo na modelech podle charakteru použité metody. Tyto metody patří mezi nejmodernější a stále se vyvíjí [2].

### 2.3.1 Ultrazvuková metoda

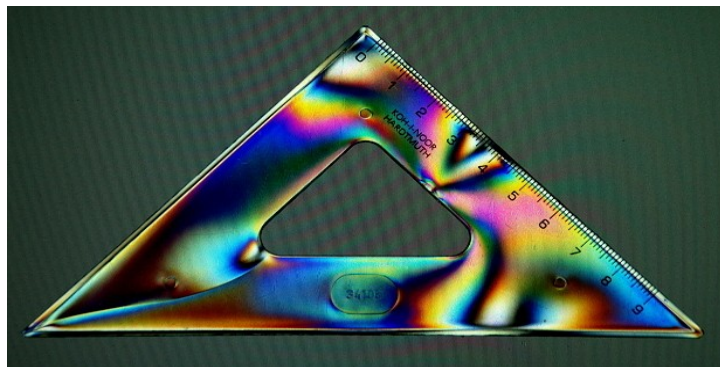
Ultrazvuková metoda je založena na změně rychlosti šíření ultrazvukových vln tělesem v závislosti na jeho napjatosti. Pokud napětí působí ve směru pohybu vln, rychlost šíření se zvyšuje a naopak. Je citlivá na všechny tři druhy zbytkových napětí, nedokáže však mezi nimi rozlišovat. Rozlišujeme 3 druhy vln: podélné vlny, příčné vlny (obojí se používají k určení průměrných napětí po tloušťce součásti), Rayleighovy vlny (procházejí v hloubce přibližně rovné vlnové délce, jsou kombinací příčných a podélných vln a jsou vhodné pro vyšetřování změny zbytkových napětí s hloubkou pod povrchem) [2].

Pro stanovení zbytkové napjatosti v součásti, je potřeba nejprve určit akusticko-elastické konstanty z tahové zkoušky pro daný materiál. Poté určit hloubku průniku ultrazvukových vln a následně je možno vyšetřit průběh zbytkových napětí [1].

### 2.3.2 Fotoelasticimetrické metody

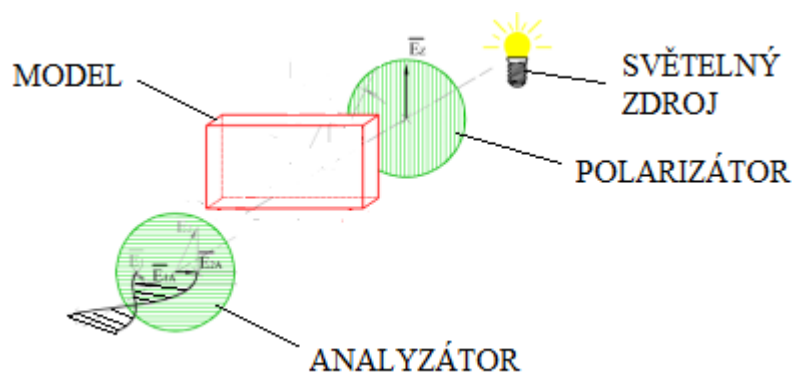
Tyto metody jsou založeny na dvou optických jevech - polarizaci světla a dočasném dvojlomu. Při užití těchto metod je nutné pro zkoumanou součást vyrobit model, který je odlit z opticky citlivého materiálu, zbytkové napětí potom do modelu zavedeme tepelným zatížením. Mezi tyto materiály např. patří: polymethylmetakryláty, fenolformaldehydové pryskyřice, syntetická guma, polyesterové pryskyřice, epoxidové pryskyřice atd. Další

možností je, že zkoumaná součást je vyrobena přímo z opticky citlivého materiálu, jak je zobrazeno na obr. 6., avšak toto je vzácný případ [4].

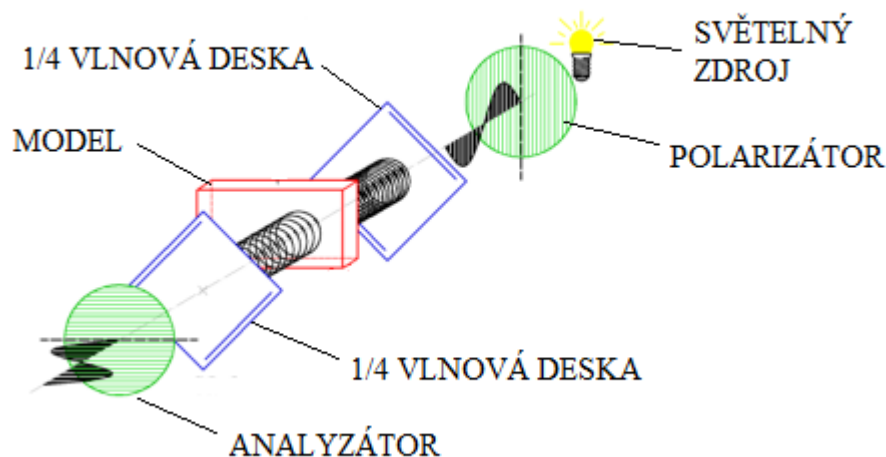


Obr. 6. Optické jevy ve výrobku z opticky citlivého materiálu indikující zbytkové napětí v součásti.

Pro vyšetřování zbytkové napjatosti je vhodné použít tzv. Transmisní fotoelasticimetrii a metodu rozdílu smykových napětí. Zde je nutné nejdříve zjistit průběhy čar izoklinných, izochromatických a izostatických. Tyto čáry zjišťujeme pomocí přístroje zvaný Polariskop, schéma těchto přístrojů je uvedeno na obr 7. a 8. Čáry izoklinné spojují geometrická místa bodů, v nichž jsou směry hlavních napětí totožné se směry polarizačních rovin zakřivených polarizačních filtrů. Je zde nutné použít přímkově polarizované světlo. Čáry izochromatické spojují geometrická místa bodů, ve kterých je konstantní rozdíl hlavních napětí. Zde je vhodné použít kruhově polarizované světlo, neboť takto lze pozorovat jen izochromatické čáry, které nejsou rušeny čarami izoklinnými. Čáry izostatické určujeme pomocí čar izoklinných, které nám slouží jako předloha. Izostaty udávají v každém bodě směry hlavních napětí [5].



Obr. 7. Polariskop s přímkově polarizovaným světlem.



Obr. 8. Polariskop s kruhově polarizovaným světlem.

Řešením metodou rozdílů smykových napětí lze zjistit z průběhu izoklinných a izochromatických čar velikost složek tenzoru napjatosti. Tato metoda je založena na řešení statických rovnic rovnováhy. Výsledkem jsou ekvivalentní hladiny hlavních napětí a redukovaného napětí. Prvním úkolem je zjištění průběhů izoklinných a izochromatických čar na zatěžovaném modelu a zavedení pravoúhlého souřadného systému do kterého je vykreslena integrační mřížka daná zvolenými kroky  $\Delta x$  a  $\Delta y$  viz obr. 9.

Základní vztahy používané při výpočtu metodou rozdílů smykových napětí v pravoúhlém souřadném systému, kdy uvažujeme rovinnou napjatost jsou následující [5].

Statické rovnice rovnováhy:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0. \quad (2.15)$$

Za použití numerické integrace lze rovnice (2.14) a (2.15) upravit na tvar:

$$\sigma_{x,i} = \sigma_{x,0} \pm \sum_1^i \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \Delta x, \quad (2.16)$$

$$\sigma_{y,i} = \sigma_{y,0} \pm \sum_1^i \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \Delta y. \quad (2.17)$$

V bodech integrační mřížky lze stanovit hodnoty smykového napětí:

$$\tau_a = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)_a \sin 2\alpha_a, \quad (2.18)$$

$$\tau_b = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)_b \sin 2\alpha_b, \quad (2.19)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin \alpha, \quad (2.20)$$

kde  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  je rozdíl hlavních napětí ve vyšetřovaném bodě a  $\alpha$  je úhel daný parametrem izoklinné čáry.

Při zvoleném kroku  $\Delta x = \Delta y$  lze pro napětí v ose  $x$  upravit vztah (2.16) na tvar:

$$\sigma_{x,i} = \sigma_{x,0} \pm \sum_1^i \Delta\tau_{i \text{ stř}}, \quad (2.21)$$

kde

$$\Delta\tau_{i \text{ stř}} = \frac{1}{2}(\Delta\tau_i + \Delta\tau_{i-1}). \quad (2.22)$$

Napětí v ose  $y$  je pak dopočteno z Mohrovy kružnice:

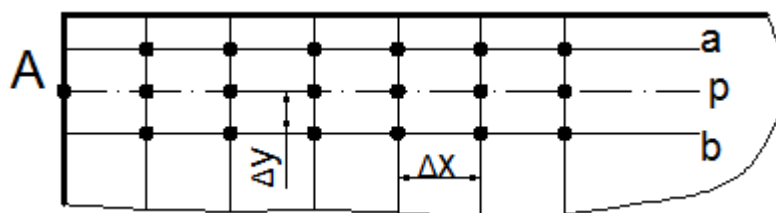
$$\sigma_{y,i} = \sigma_{x,i} \pm (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha. \quad (2.23)$$

Poté lze určit rovněž z Mohrovy kružnice velikosti hlavních napětí:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}. \quad (2.24)$$

A na závěr určíme redukované napětí dle HMH pro rovinnou napjatost:

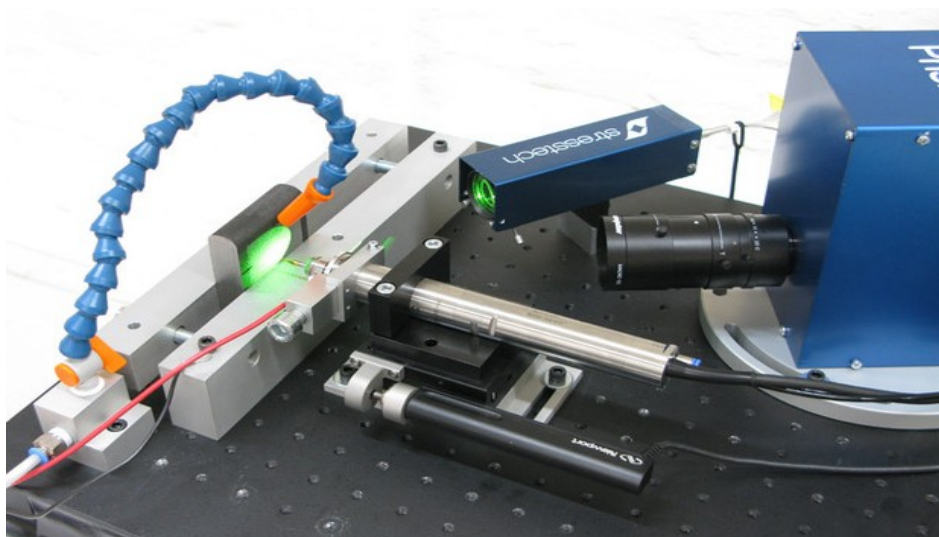
$$\sigma_{HMH} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2}. \quad (2.25)$$



Obr. 9. Souřadná mřížka na modelu pro výpočet metodou rozdílu smykových napětí.

### 2.3.3 Metoda PRISM

Tato metoda patří do skupiny tzv. Holografických metod, ty jsou založeny na interferenci laserového světla mezi hologramem nedeformovaného tělesa a tělesem vyšetřovaným. Využívá se zde Spekl interferometrie (ESPI), která je založena na koherenční zrnitosti. Koherenční zrnitost je optický jev, vznikající při odrazu koherentního světla od difúzně rozptylujícího rozhraní, nebo při průchodu takovým rozhraním. Podstatou tohoto jevu je interference světelných vln šířících se odrazem nebo rozptylem. Přístroje ESPI se také říká optický tenzometr. Metoda PRISM obvykle využívá kombinaci metody ESPI a metody odvrtání otvoru, jak je zobrazeno na obr. 10. Neuvažuje se zde homogenní napjatost po tloušťce součásti a otvor je tedy odvrtáván postupně. Po každém přírůstku hloubky je proveden záznam laserového obrazu. Výsledná napětí jsou poté počítána v souřadném systému vzorku [7].



Obr. 10. Sestava přístrojů při použití metody PRISM [7].



### 3. TVÁŘENÍ POLYMERŮ

V plastových součástech vznikají zbytková napětí především při výrobním tvářecím procesu, kdy se tavenině polymerů udává konečný tvar a ochlazuje se. V této kapitole bude uvedeno několik nejběžnějších tvářecích procesů při zpracování polymerů.

#### 3.1 Lisování

Při lisování dostávají polymery svůj konečný tvar při zvýšené teplotě a tlaku. Je to nejstarší způsob zpracování polymerů. Lisování rozdělujeme do dvou skupin podle použitých tlaků.

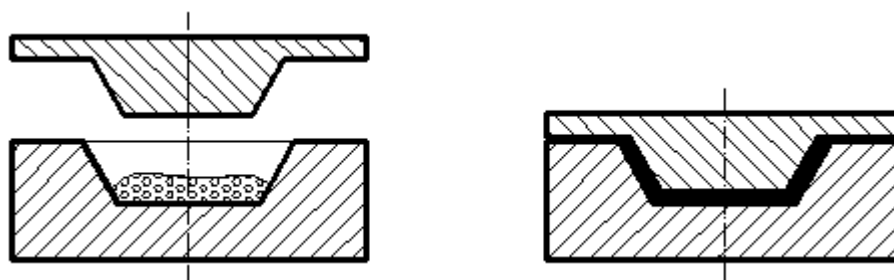
##### 3.1.1 Vysokotlaké lisování

Při vysokotlakém lisování se používají tlaky nad 3MPa a můžeme ho dále dělit na přímé, nepřímé a lisování rázem.

U přímého lisování se používají pístové hydraulické lisy a tvar výrobku je dán lisovací formou. Spodní část formy se naplní potřebným množstvím zahřátých polymerů a horní část formy stlačení vylisuje daný tvar výrobku, tento postup je uveden na obr. 11.

Při nepřímém lisování je předehřátý polymer vlačován do uzavřené formy vysokou rychlostí malými kanálky. Oproti přímému lisování jsou polymery zahřívány na vyšší teplotu, aby se dostaly do plastického stavu. Tímto způsobem lze vyrábět součásti velmi přesných rozměrů.

Při lisování rázem se forma plní stejně jako u přímého lisování, avšak tvářecí rychlosti jsou dosti velké podobně jako u lisování nepřímého. Formy bývají vybaveny vodním chlazením, které zkracují pracovní cyklus a zvyšují produktivitu [8].



Obr. 11. Schéma vysokotlakého přímého lisování.

### 3.1.2 Nízkotlaké lisování

Zde se pracuje při tlacích v řádech několika desetin MPa. Používá se především k výrobě vyztužených polyesterů. Používá se několik způsobů nízkotlakého lisování, které se liší použitými formami.

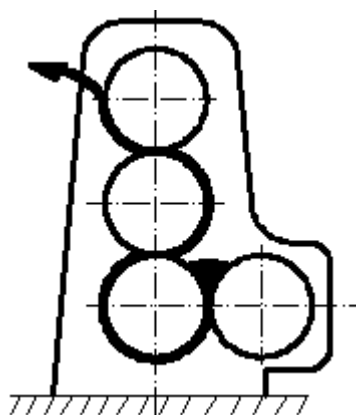
Pevné formy jsou většinou otevřené a jsou vyrobeny z materiálu nenáročných na vysokou pevnost.

U lisování pomocí pružných dílců je jedna část formy pevná, ta je pohyblivá a druhá vyrobena z pružného materiálu.

Další možností je použití pružných vaků, které jsou naplněny vzduchem a stlačují vyztuž na pevnou formu [8].

### 3.2 Válcování

Válcování nebo také kalandrování je technologický proces pro výrobu fólií, desek, nebo laminovaných výrobků. Kalandr je stroj, který se skládá z více válců seskupených podle konstrukce stroje, příklad čtyřválcového kalandru typu L je uveden na obr. 12. Kalandrovací linka musí být vybavena zařízením na dopravu materiálu, nejčastěji to bývá šnekový dopravník, kde se také polymery taví. Kvalita finálního výrobku je závislá na počtu válců, kterými materiál prochází. Nejrozšířenější jsou kalandry čtyřválcové. Nejčastěji takto zpracovávaným polymerem je PVC, z kterého se vyrábějí fólie jako konečný výrobek, nebo se nanášejí na textilní či papírovou podložku [9].



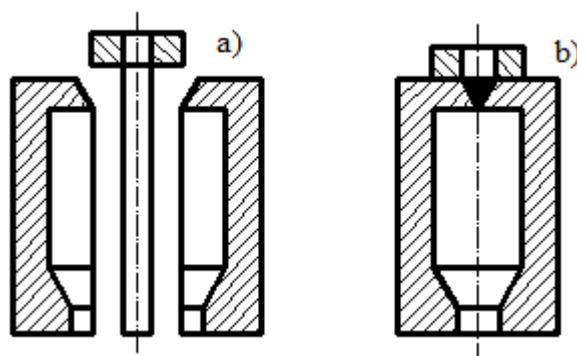
Obr. 12. Čtyřválcový kalandr tvaru L.

### 3.3 Vyfukování

Vyfukováním se vyrábějí duté nádoby jako láhve, sudy, konve atd. Tento technologický postup se provádí dvěma způsoby - výtlačným vyfukováním a vstřikovacím vyfukováním.

Při výtlačném vyfukování je polymer vytlačován kruhovou štěrbinou do vytvoření tzv. vytlačené hadice, která je pak sevřena do formy požadovaného tvaru a tlakem vzduchu do ní vyfouknuta. Tento postup je zobrazen na obr. 13. Takto lze vyrobit i fólie o tloušťkách 0,015 až 0,3 mm.

U vstříkovacího vyfukování se výlisek nevytláčeje, ale vstříkuje na trn. Takto připravený polotovár se dopraví k vyfukovacímu zařízení a vyfoukne do požadovaného tvaru. Takto zhotovené výrobky mají velmi dobrou jakost povrchu [8].

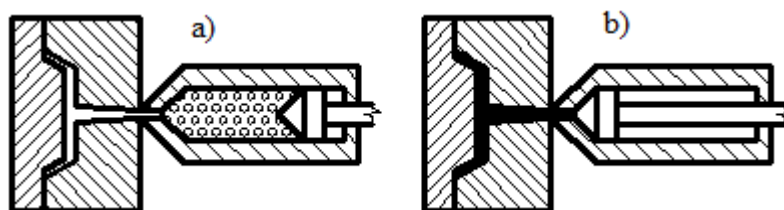


Obr. 13. Postup při výtlačném vyfukování.

### 3.4 Vstřikování

Vstřikování je nejrozšířenější technologický proces při zpracování termoplastů, jeho velkou výhodou je výroba složitých a velmi kvalitních výrobků. Polymery uvedené do plastického stavu jsou přímo vstříknuty do leštěné formy, která je ochlazována a po vyjmutí je výrobek možno přímo dodat spotřebiteli. Vstřikovací jednotky se dělí na stroje bez předplastikace a s předplastikací. Stroje s předplastikací se používají pro velké výrobky, kde jsou polymery taveny v přípravné komoře a poté přiváděny do vstřikovací trysky. Stroje bez předplastikace mají tavné zařízení zabudované přímo ve vstřikovacím válci. Schéma procesu vstřikování je zobrazeno na obr. 14.

Pro tento způsob zpracování se používají šnekové či pístové vstřikovací stroje. Nevýhodou je vysoká cena forem a nutnost použití dobře tekutých polymerů, které mají obvykle horší mechanické vlastnosti [8].



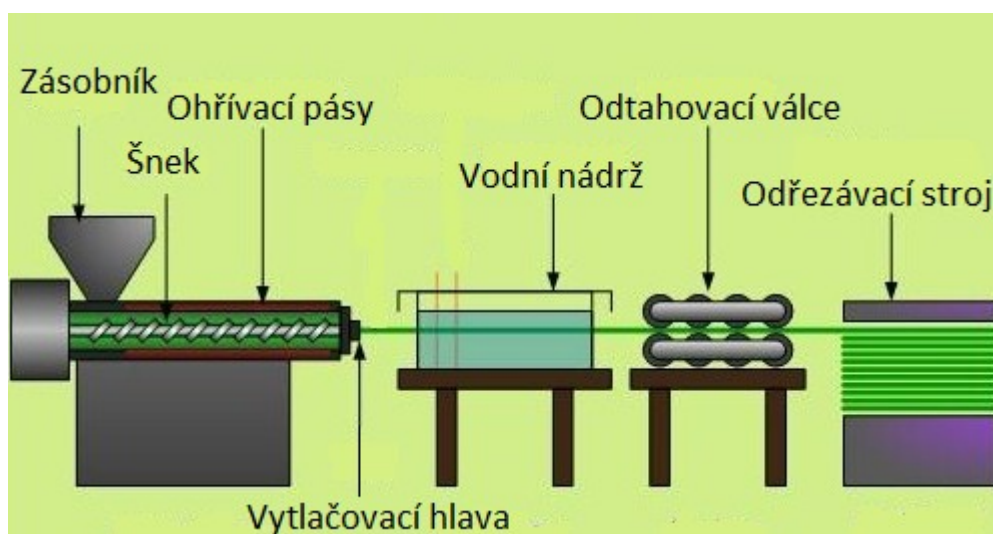
Obr. 14. Schéma vstřikovacího procesu.

### 3.5 Vytlačování

Vytlačování je technologický postup, ve kterém se tavenina plastické hmoty vytlačuje z tlakové komory přes vytlačovací hlavu, která svým tvarem určuje profilový tvar součásti. Touto metodou se vyrábí součásti nekonečné délky. K tomuto jsou využívány buď pístové vytlačovací stroje, ale ve většině případů vytlačovací stroje šnekové. Vytlačováním lze zhotovit velké množství výrobků jako např. folie, desky, pásy, vlákna a také trubky. Plastová trubka je předmětem zkoumání této diplomové práce a proto bude v této kapitole podrobněji popsán výrobní proces právě plastových trubek. Schéma vytlačovací linky na výrobu plastových trubek je uvedeno na obr. 15 [9].

Postup:

- plastická hmota je ve formě granulátu připravena v zásobníku, zde je granulát také zbaven vlhkosti
- ze zásobníku je granulát odebírán šnekem a ohříván na teplotu ( $130\text{ }^{\circ}\text{C} - 300\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), aby došlo k roztavení polymerů
- dále je plastická hmota v tekuté formě vytlačována přes vytlačovací hlavu, ve které dostává materiál svůj konečný tvar
- výrobek je přiváděn do chladicího zařízení, což nejčastěji bývá vodní nádrž či sprcha, tam dochází k ochlazení na nižší teplotu, aby nedocházelo k nevratným deformacím při dalším postupu
- odtahovací zařízení slouží k regulování rychlosti posuvu vytlačovaného profilu
- v posledním kroku jsou trubky nařezány na požadovanou délku [8].



Obr. 15. Vytlačovací linka na výrobu plastových trubek.

V ochlazovací fázi procesu vytlačování, je trubka ochlazována vodou pouze z vnější strany, přičemž vnitřní strana trubky není téměř v kontaktu s okolním vzduchem. Při přechodu materiálu z kapalné do pevné fáze tuhne materiál se specifickou objemovou změnou (u semikrystalických polymerů až 25%). K tuhnutí také dochází nerovnoměrně v čase a prostoru. Toto vše je důsledkem vzniku zbytkových napětí ve stěně trubky [6].

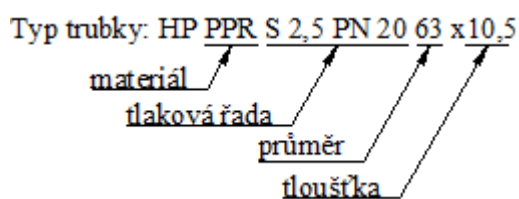
## 4. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

### 4.1 APLIKACE ROZŘEZÁVACÍ METODY NA PLASTOVOU TRUBKU

V této kapitole bude rozebrán experiment provedený Rozřezávací metodou na polypropylenové trubce. Zbytkové napětí bude vyšetřováno v obvodovém a osovém směru trubky.

#### 4.1.1 Zbytkové napětí v obvodovém směru

Jak bylo zmíněno výše, zbytková napětí vznikají ve stěně trubky při výrobním procesu, kdy materiál přechází z kapalné do pevné fáze. Pro určení velikosti a rozložení zbytkové napjatosti ve stěně trubky, byla použita experimentální metoda rozřezávací. Jedná se o mechanickou destruktivní metodu, kterou lze určit jen makroskopická zbytková napětí.



Tento typ trubky se používá pro rozvod studené vody při maximálním tlaku 1 *MPa*, a pro rozvod teplé vody do maximální teploty 60°C při tlaku 0,7 *MPa*.

#### Popis materiálu:

Polypropylen typu 3 - Polypropylen se řadí mezi termoplasty, tedy polymery které při zahřívání přivedeme do plastického stavu ze stavu tuhého. Dále patří do skupiny tzv. polyolefinů, což jsou nejběžnější plasty. Polypropylen je neprůhledný, mezi jeho nejvýznamnější fyzikální vlastnosti patří: odolnost vůči chemikáliím, vysoká pevnost, tvrdost a oděruvzdornost, křehne při nízkých teplotách, při teplotách kolem 140 - 150°C měkne. Ostatní fyzikální a mechanické vlastnosti shrnuje tabulka 1.

Polypropylen má široké využití např. v automobilovém průmyslu, potravinářství, lékařství, také se z něj vyrábí provazy, lana (kvůli své nízké hustotě), nebo trubky a armatury [8].

Vlastnost	Hodnota	Jednotka	Dle normy
Měrná hmotnost	905	$[kg \cdot m^{-3}]$	ISO 1183
Modul pružnosti	850	$[MPa]$	ISO 527
Mez kluzu	25	$[MPa]$	ISO 527
Tažnost na mezi kluzu	10	$[\%]$	DIN 53 752
Součinitel tepelné roztažnosti	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$[^{\circ}K^{-1}]$	DIN 53 752
Součinitel tepelné vodivosti ( $20^{\circ}C$ )	0,24	$[W \cdot m^{-1} \cdot ^{\circ}K^{-1}]$	ISO 52 612
Měrná tepelná kapacita ( $20^{\circ}C$ )	2000	$[J \cdot kg^{-1} \cdot ^{\circ}K^{-1}]$	-
Bod tavení	403	$[^{\circ}K]$	-

Tab. 1. Fyzikální a mechanické vlastnosti materiálu.

Modul pružnosti materiálu byl ověřován experimentálně metodou 3-bodového ohybu. Z vyšetřované trubky byl vyříznut trámek, který reprezentuje nosník. Experiment byl prováděn na trhačím stroji o maximální zatěžující síle 50kN, kde byl nosník uložen na dvou podporách a uprostřed zatěžován silou, která měnila svou velikost. Schéma zatěžovaného nosníku je uvedeno na obr. 16. Následně byl vyhodnocován průhyb uprostřed nosníku pro každou hodnotu síly a analyticky dopočten modul pružnosti.

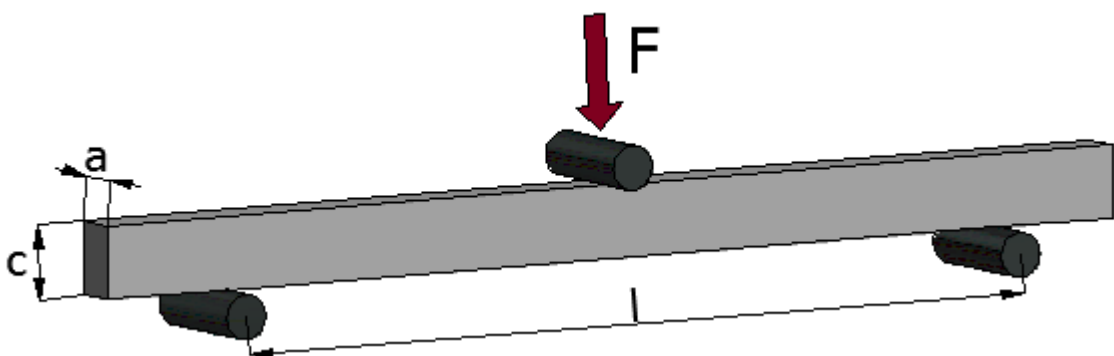
Použitý měřicí přístroj: Zkušební trhačí stroj M500-50 CT

Rozměry nosníku:

$$l = 100 \text{ mm}$$

$$a = 5,3 \text{ mm}$$

$$c = 8,2 \text{ mm}$$



Obr. 16. Schéma 3-bodového ohybu.

Výpočet modulu pružnosti byl proveden upravením vztahu pro průhyb uprostřed nosníku při zatěžování 3-bodovým ohybem, který je odvozen z teorie pružnosti:

$$v(l/2) = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J} \Rightarrow E = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot v \cdot J}, \quad (4.1)$$

kde kvadratický moment průřezu k ohybové ose je

$$J = \frac{1}{12} \cdot a \cdot c^3 = \frac{1}{12} \cdot 5,3 \cdot 8,2^3 = 243,52 \text{ mm}^4. \quad (4.2)$$

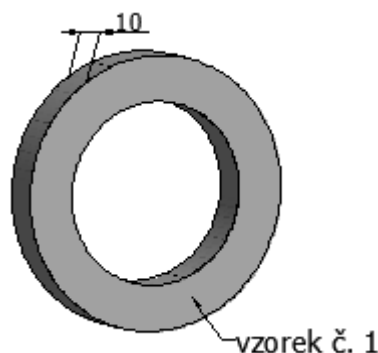
V tabulce 2. jsou uvedeny hodnoty síly při postupném zatěžování nosníku, naměřený průhyb a vyhodnocovaný modul pružnosti.

Zatěžující síla [F]	Průhyb uprostřed nosníku [mm]	Modul pružnosti [MPa]
2,1	0,21	855,51
4	0,4	855,51
6	0,61	841,48
8	0,8	855,51

Tab. 2. Určení modulu pružnosti.

Aritmetický průměr vypočteného modulu pružnosti je  $E = 852 \text{ MPa}$ , výrobce udává hodnotu  $850 \text{ MPa}$ , což velice dobře odpovídá provedenému experimentu. V dalších výpočtech bude používána hodnota modulu pružnosti  $E = 850 \text{ MPa}$ .

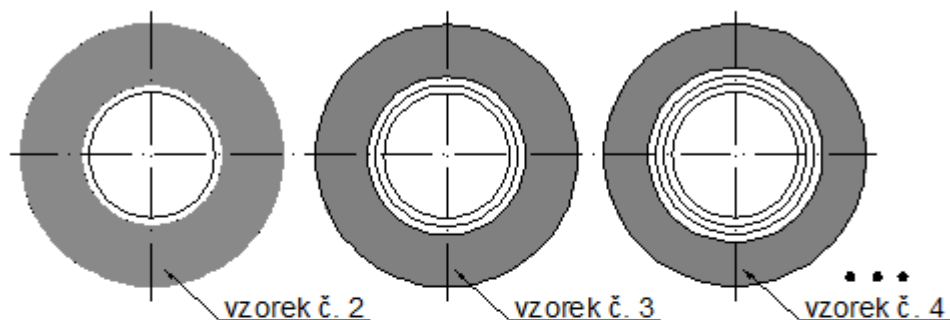
Postup zvolené rozřezávací metody vychází z [6]. Nejprve bylo třeba stěnu vyšetřované trubky pomyslně rozdělit do 10 vrstev a poté nařezat na kroužky o stejné šířce 10 mm. Celkem bylo tímto způsobem vyrobeno 13 vzorků. První vzorek se již dále nepracovával, u následujících šesti vzorků byla z vnitřní strany osoustružena první až šestá vrstva, u posledních šesti vzorků byla postupně osoustružena první až šestá vrstva z vnější strany. Aby bylo dosaženo co největší přesnosti obrábění, byla součást soustružena na CNC stroji. Pro lepší názornost je postup soustružení uveden na obr. 17.a) a 17.b).



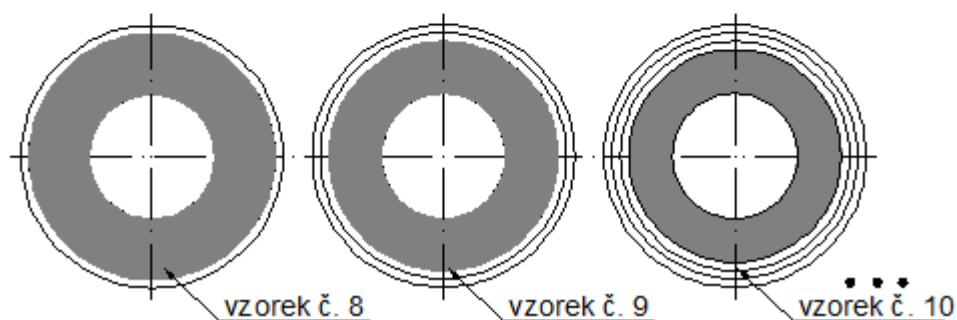
Obr. 17.a) Vzorek č. 1 - neosoustružený.



### Soustružení z vnitřní strany



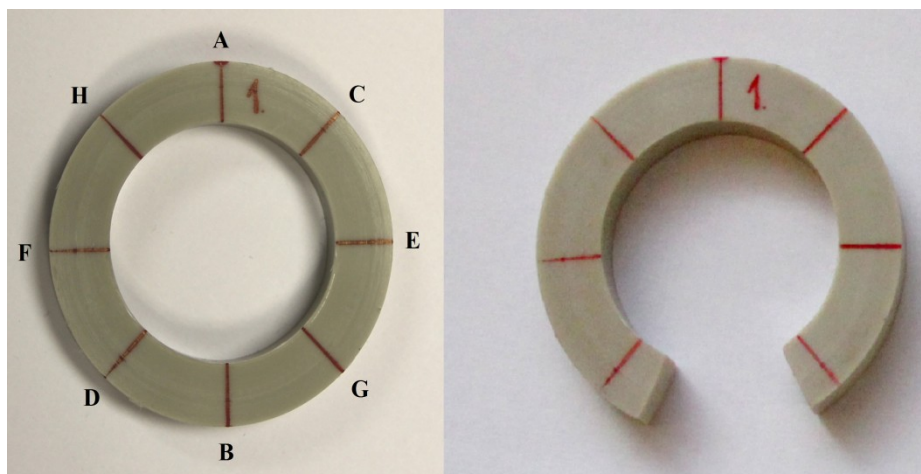
### Soustružení z vnější strany



Obr. 17.b) Postup při soustružení vzorků.

Během obrábění bylo třeba zajistit, aby nedocházelo k deformaci kroužků jak při upnutí, tak při samotném soustružení.

Dále bylo zapotřebí změřit vnější a vnitřní průměr vzorků na několika místech, to bylo provedeno digitálním posuvným měřítkem. Všechny naměřené hodnoty jsou uvedeny v příloze A. Poté byl z každého vzorku vyříznut cca 60° element. Vzorky se nechaly týden relaxovat, než-li byli znovu změřeny z důvodu uvolnění deformace.



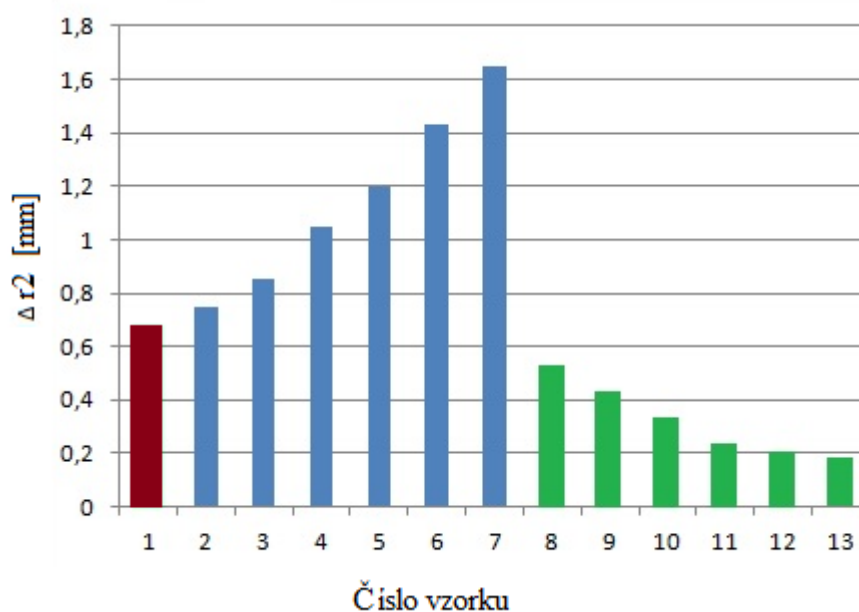
Obr. 18. Vzorek č.1 před a po rozřezání se zobrazenými body měření.

Průměr vzorků byl měřen v několika bodech, z naměřených hodnot byl poté vypočítán aritmetický průměr. Příklad měření pro vzorek č. 1 je uveden v tabulce 3. Měřené body jsou naznačeny na obr. 18.

Vzorek č. 1	A - B	C - D	E - F	G - H
Před rozřezáním - vnější průměr [mm]	63,76	63,38	63,51	63,41
Po rozřezání - vnější průměr [mm]	-	62,16	62,24	62,15
Před rozřezáním - vnitřní průměr [mm]	41,97	41,67	41,61	41,76
Po rozřezání - vnitřní průměr [mm]	-	40,47	40,42	40,56

Tab. 3. Příklad naměřených průměrů před a po rozřezání.

Pro každý kroužek se z naměřených hodnot v různých místech vypočetl aritmetický průměr. Změna vnějšího průměru po vyříznutí 60° segmentu měřená po prvním týdnu je uvedena v grafu 1.



Graf 1. Změna vnějšího poloměru.

Hodnota vzorku č. 1. v grafu 1. odpovídá změně vnějšího poloměru neosoustruženého kroužku, hodnota 2. až 7. odpovídá vzorkům soustruženým z vnitřní strany, hodnota 8. až 13. odpovídá vzorkům soustruženým z vnější strany.

## Analytické výpočty

Při výpočtu velikosti a rozložení napětí ve stěně trubky vycházíme ze změny zakřivení neutrální plochy kruhového segmentu viz obr. 19:

$$\frac{1}{R^l} - \frac{1}{R} = \frac{M}{E * A_s * e * R} \quad (4.3)$$

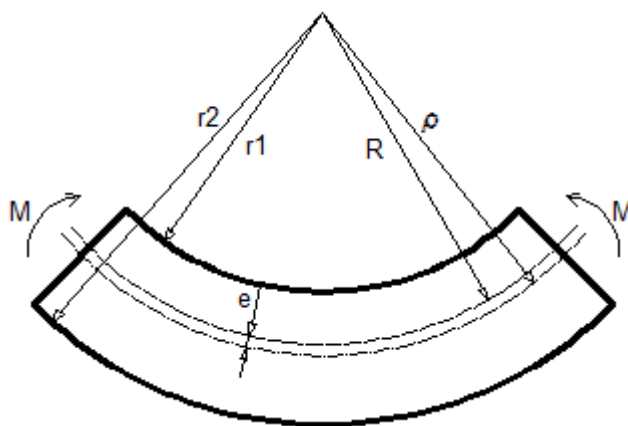
Kde  $R$  je poloměr neutrální plochy v původní stavu,  $R^l$  je poloměr neutrální plochy v deformovaném stavu,  $M$  je ohybový moment,  $E$  je modul pružnosti,  $A_s$  je plocha průřezu a  $e$  je excentricita dána vztahem (4.4):

$$e = \rho - R \quad (4.4)$$

Pro obdélníkový průřez platí:

$$R = \frac{A_s}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dA_s}{r}} = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (4.5)$$

$$\rho = \frac{1}{A_s} \cdot \int_{r_1}^{r_2} r \cdot dA_s = \frac{r_2 - r_1}{2} = r_1 + \frac{h}{2} \quad (4.6)$$



Obr. 19. Schéma ohýbaného křivého elementu.

Když uvážíme rozložení stěny trubky do  $n$  vrstev stejné tloušťky, pak přidělíme každé vrstvě  $i$  rádius  $r_i$ , složky napětí  $\sigma_i$  a moment  $M_i$  s ohledem na pozici neutrální plochy  $R$  je dán rovnicí:

$$M_i = F_i(R - r_i) = \sigma_i \cdot \Delta r \cdot W * (R - r_i) \quad (4.7)$$

kde  $\Delta r_i = r_{i+1} - r_i$  a  $W$  je axiální rozměr kroužku. Celkový moment odpovídá změně křivosti neosoustruženého kroužku:

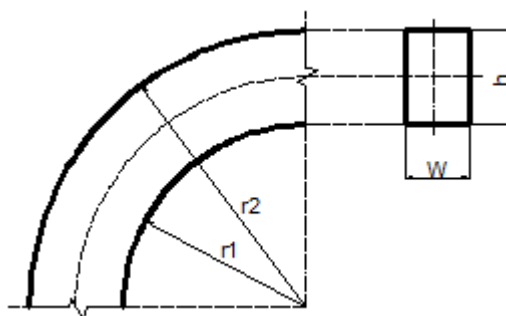
$$M = \sum_{i=1}^n M_i . \quad (4.8)$$

Podmínka rovnováhy musí být splněna:

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i = 0 . \quad (4.9)$$

### Postup výpočtu:

Nejprve byl spočítán celkový ohybový moment, který odpovídá kroužku č. 1 (neosoustružený vzorek). Parametry definující geometrii kroužku jsou zobrazeny na obr. 20.



Obr. 20. Definice rozměrů

Změna poloměru:

$$\Delta r = r - r^l = 31,76 - 31,09 = 0,67 \text{ mm} . \quad (4.10)$$

Rozměry průřezu:

$$h = r_2 - r_1 = 31,76 - 20,875 = 10,885 \text{ mm} , \quad (4.11)$$

$$W = 10 \text{ mm} , \quad (4.12)$$

$$A_s = W \cdot h = 10 \cdot 10,885 = 108,85 \text{ mm}^2 . \quad (4.13)$$

Poloměr neutrální plochy před deformací:

$$R = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{10,885}{\ln \frac{31,76}{20,875}} = 25,938 \text{ mm} . \quad (4.14)$$

Poloměr střednice:

$$\rho = r_1 + \frac{h}{2} = 20,875 + \frac{10,885}{2} = 26,3175 \text{ mm} . \quad (4.15)$$

Excentricita:

$$e = \rho - R = 26,3175 - 25,938 = 0,3795 \text{ mm} . \quad (4.16)$$

Změna vnějšího a vnitřního poloměru po deformaci:

$$r_2^I = r_2 - \Delta r = 31,76 - 0,67 = 31,09 \text{ mm} , \quad (4.17)$$

$$r_1^I = r_1 - \Delta r = 20,875 - 0,67 = 20,205 \text{ mm} . \quad (4.18)$$

Poloměr neutrální plochy po deformaci:

$$R^I = \frac{h}{\ln \frac{r_2^I}{r_1^I}} = \frac{10,885}{\ln \frac{31,09}{20,205}} = 25,258 \text{ mm} . \quad (4.19)$$

Celkový ohybový moment je vyjádřen ze vztahu (4.3):

$$M_C = \left( \frac{1}{R^I} - \frac{1}{R} \right) \cdot E \cdot A_s \cdot e \cdot R = \left( \frac{1}{25,258} - \frac{1}{25,938} \right) \cdot 850 \cdot 108,85 \cdot 0,3795 \cdot 25,938$$
$$M_C = \underline{\underline{945,299 \text{ Nmm}}} . \quad (4.20)$$

Stejným postupem byl vypočítán ohybový moment pro ostatní vzorky, vypočtená data jsou uvedena v příloze B.

Ze spočteného ohybového momentu z každého vzorku bylo dopočteno napětí, přičemž byla respektována rovnice (4.8).

Postup výpočtu pro první vrstvu ( postupujeme od vnitřního poloměru).

Tloušťka vrstvy:

$$\Delta r_{i1} = \frac{(dp_{i+1} - dp_i)}{2} = \frac{(43,58 - 41,75)}{2} = 0,915 \text{ mm} , \quad (4.21)$$

kde  $dp_i$  je vnitřní průměr vrstvy a  $dp_{i+1}$  je vnější průměr vrstvy.

Střední poloměr vrstvy:

$$ric_1 = \frac{dp_i}{2} + \frac{\Delta ri_1}{2} = \frac{41,75}{2} + \frac{0,915}{2} = 21,3325 \text{ mm} . \quad (4.22)$$

Ohybový moment první vrstvy:

$$Mi_1 = M_C - M_1 = 945,299 - 786,749 = 158,55 \text{ Nmm} . \quad (4.23)$$

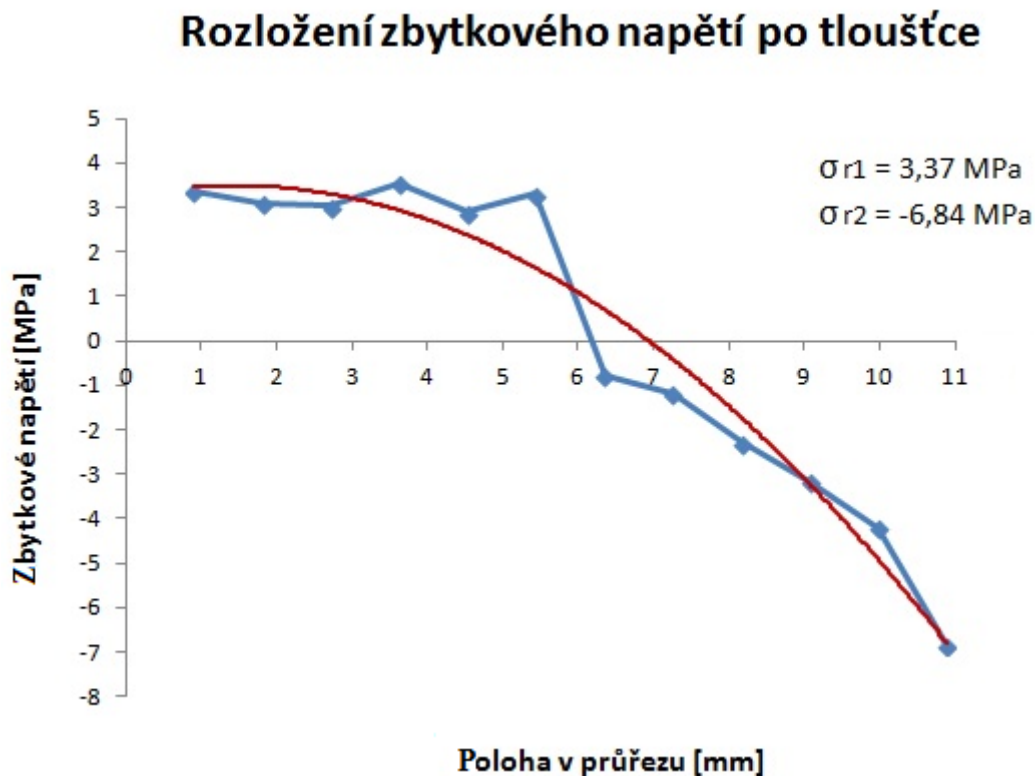
Kde  $M_1$  je ohybový moment vypočítaný obdobně jako  $M_C$ , avšak pro vzorek s osoustruženou první vnitřní vrstvou.

Úpravou rovnice (4.7) dostáváme vztah pro výpočet napětí v první vrstvě:

$$\sigma_1 = \frac{Mi_1}{\Delta ri_1 \cdot W \cdot (R_1 - ric_1)} = \frac{158,55}{0,915 \cdot 10 \cdot (26,469 - 21,3325)} = \underline{\underline{3,373 \text{ MPa}}} . \quad (4.24)$$

Při výpočtu napětí v dalších vrstvách se postupovalo obdobně, všechny vypočtené hodnoty jsou uvedeny v příloze B.

Vypočtené hodnoty napětí, které reprezentují rozložení zbytkové napjatosti po tloušťce PPR trubky jsou uvedeny v grafu 2.



Graf 2. Rozložení zbytkové napjatosti po tloušťce trubky a aproximace polynomicnou funkcí při použití rozřezávací metody.

V grafu 2. je znázorněno rozložení zbytkového napětí po tloušťce plastové trubky, kde směřujeme zleva od vnitřního poloměru k vnějšímu. Z grafu vyplývá, že na vnitřním poloměru je napětí tahové a na vnějším poloměru napětí tlakové. Také na vnějším poloměru dosahuje napětí vyšších hodnot, což je způsobeno výrobním procesem, při ochlazování pouze vnějšího povrchu trubky. Výkyvy bodů v horní polovině grafu mohou být způsobeny nepřesnostmi v měření.

## ŘEŠENÍ DLE TEORIE TLUSTÝCH KŘIVÝCH PRUTŮ

V tomto případě byla pro výpočet rozložení zbytkového napětí po tloušťce trubky využita teorie tlustých křivých prutů. Pro řešení byl použit původní neosoustružený vzorek.

Ohybový moment byl vypočítán ze změny zakřivení neutrální plochy ze vztahu (4.3), stejně jako u rozřezávací metody:

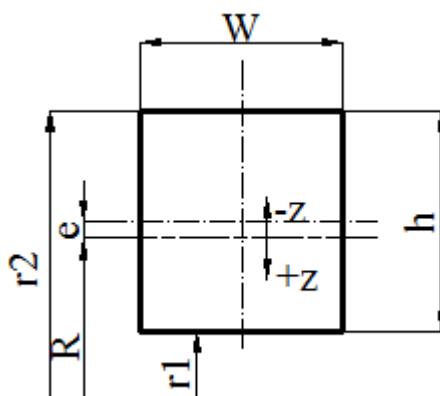
$$M_C = \left( \frac{1}{R^I} - \frac{1}{R} \right) \cdot E \cdot A \cdot e \cdot R = \left( \frac{1}{25,258} - \frac{1}{25,938} \right) \cdot 850 \cdot 108,85 \cdot 0,3795 \cdot 25,938$$

$$M_C = \underline{945,299 \text{ Nmm}}.$$

Napětí v průřezu bylo počítáno dle vztahu:

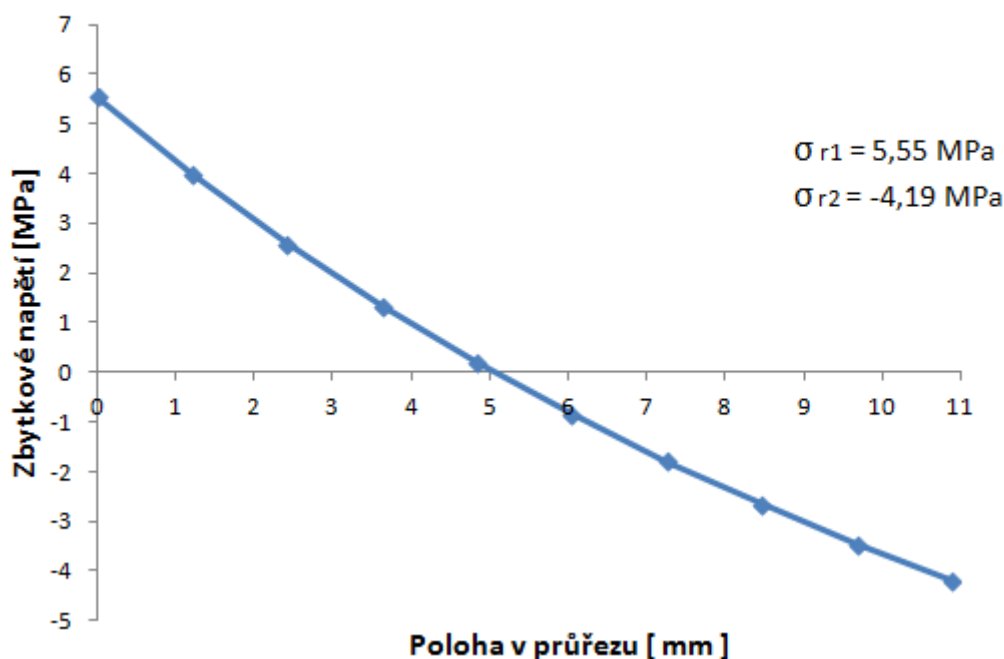
$$\sigma = \frac{M_C}{h \cdot W \cdot e} \cdot \frac{z}{R - z}, \quad (4.25)$$

kde  $z \in \langle -5,822; 5,063 \rangle$  je poloha bodu od neutrální osy viz obr. 21.



Obr. 21. Průřezové charakteristiky.

## Rozložení zbytkového napětí po tloušťce



Graf 3. Rozložení zbytkové napjatosti po tloušťce trubky při použití teorie tlustých křivých prutů.

Jak je možno pozorovat, porovnáním grafu 3. s grafem 2., zbytkové napětí při použití teorie tlustých křivých prutů řádově odpovídá experimentu rozřezávací metodou. Avšak rozložení má opačný charakter a to co se týče tvaru křivky, tak také maximálních hodnot napětí, které jsou v tomto případě na vnitřním poloměru.

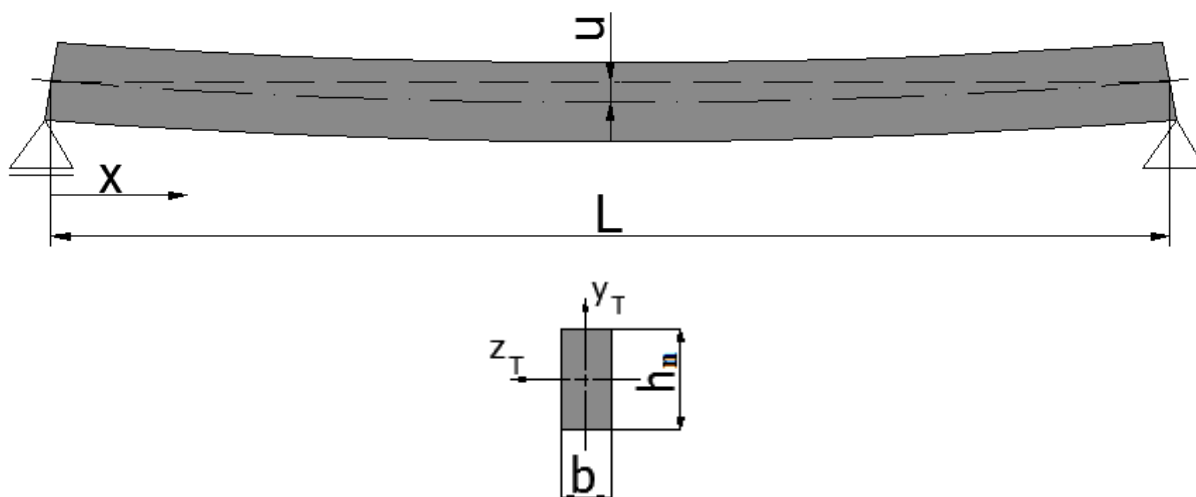
Můžeme tedy říci, že použití teorie tlustých křivých prutů nám dává jen orientační výsledky velikosti zbytkové napjatosti a pro přesnější zjištění hodnot a rozložení zbytkového napětí po průřezu, je vhodné provést experiment.

### 4.1.2 Zbytkové napětí v osovém směru

Dalším úkolem bylo také zjištění hodnot zbytkového napětí v osovém směru plastové trubky. Za tímto účelem byl z trubky v osovém směru vyříznut trámek určité délky, který se nechal týden relaxovat pro uvolnění deformací vlivem zbytkového napětí.

Poté byl měřen průhyb uprostřed nosníku a z naměřeného průhybu bylo spočítáno ohybové napětí pomocí diferenciální rovnice průhybové čáry.





Obr. 22. Rozměrové charakteristiky deformovaného nosníku.

Definice rozměrů:

$$L = 155 \text{ mm}$$

$$u = 3,5 \text{ mm}$$

$$b = 4,2 \text{ mm}$$

$$h_n = 10,5 \text{ mm}$$

Kde je  $L$  - délka nosníku před deformací,  $u$  - průhyb uprostřed nosníku,  $b, h$  jsou rozměry průřezu viz obr. 22.

Kvadratický moment průřezu k ose  $z$ :

$$J_z = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h_n^3 = \frac{1}{12} \cdot 4,2 \cdot 10,5^3 = 405,169 \text{ mm}^4. \quad (4.26)$$

Nejprve je nutno vyjádřit diferenciální rovnici průhybové čáry pro malé průhyby v závislosti na souřadnici  $x$  přes sílu:

$$u'' = -\frac{M_0(x)}{E \cdot J_z} = -\frac{F \cdot x}{E \cdot J_z}. \quad (4.27)$$

Poté použijeme analytickou metodu a postupnou integrací získáme nejprve vztah pro úhel natočení:

$$\varphi(x) = u'(x) = -\frac{F \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot J_z} + C1 \quad (4.28)$$

a po druhé integraci, rovnici průhybové čáry:

$$u(x) = -\frac{F \cdot x^3}{6 \cdot E \cdot J_z} + C1 \cdot x + C2. \quad (4.29)$$

Kde  $C_1$  a  $C_2$  jsou integrační konstanty, které získáme z okrajových podmínek.

Pro natočení uprostřed nosníku platí:

$$\varphi(l/2) = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{F \cdot l^2}{8 \cdot E \cdot J_Z}. \quad (4.30)$$

Pro průhyb v místě podpory platí:

$$u(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0. \quad (4.31)$$

Výsledný vztah pro průhyb v závislosti na souřadnici  $x$  tedy je:

$$u(x) = -\frac{F \cdot x^3}{6 \cdot E \cdot J_Z} + \frac{F \cdot l^2}{8 \cdot E \cdot J_Z} \cdot x. \quad (4.32)$$

Dále je třeba ze vztahu (4.32) vyjádřit sílu v závislosti na souřadnici  $x$ :

$$F(x) = \frac{u(x)}{-\frac{x^3}{6 \cdot E \cdot J_Z} + \frac{l^2}{8 \cdot E \cdot J_Z} \cdot x} \quad (4.33)$$

a spočítat sílu v místě  $l/2$ :

$$F(l/2) = \frac{u(l/2)}{-\frac{l^3}{48 \cdot E \cdot J_Z} + \frac{l^3}{16 \cdot E \cdot J_Z}} = \frac{3,5}{-\frac{155^3}{48 \cdot 850 \cdot 405,169} + \frac{155^3}{16 \cdot 850 \cdot 405,169}}$$
$$F(l/2) = \underline{7,769 \text{ N}}. \quad (4.34)$$

Ohybový moment ve středu nosníku potom vychází:

$$M_o(l/2) = F(l/2) \cdot \frac{l}{2} = 7,769 \cdot 77,5 = \underline{602,062 \text{ Nmm}}. \quad (4.35)$$

A nakonec bylo spočítáno ohybové napětí uprostřed nosníku dle vztahu:

$$\sigma_o = \frac{M_o(l/2)}{W_o}, \quad (4.36)$$

kde

$$W_o = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 = \frac{1}{6} \cdot 4,2 \cdot 10,5^2 = \underline{77,175 \text{ mm}^3} \quad (4.37)$$

je modul průřezu v ohybu.

Velikost ohybového napětí uprostřed nosníku v krajních vláknech tedy je:

$$\sigma_o(l/2) = \frac{M_o(l/2)}{W_o} = \frac{602,062}{77,175} = \underline{\underline{7,8 \text{ MPa}}}. \quad (4.38)$$

## 4.2 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

V této kapitole bude podrobně rozebrána numerická simulace pomocí MKP při aplikaci na PP trubku, pro zjištění zbytkového napětí.

### 4.2.1 Obvodové napětí

Při numerické simulaci, kdy zjišťujeme obvodové zbytkové napětí je vhodné použít 2 přístupy. V prvním případě využijeme dat z provedeného experimentu a to naměřené průměry vzorků před a po rozříznutí (měření provádíme jen na původním neosoustruženém vzorku). Hodnota rozdílu průměru byla poté použita při zadání okrajových podmínek pro deformaci kroužku.

Ve druhém případě bylo usilováno o simulaci výrobního procesu, kdy se daný kroužek zatěžoval teplotně.

Pro numerické řešení byly použity MKP programy ANSYS Workbench 14.0 a MSC Patran 2012.2 s řešičem MSC Marc 2012.2.

### Simulace deformací kroužku

Pro tento způsob byl použit program ANSYS Workbench 14.0, kvůli snazšímu zadání okrajových podmínek. Řešení bylo provedeno statickou strukturální analýzou.

#### Materiálové vlastnosti:

Při řešení statickou strukturální analýzou stačí pro PP materiál zadat jen modul pružnosti  $E$  a Poissonovu konstantu  $\mu$ :

$$E = 850 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,4$$

### Geometrie:

Geometrický tvar byl vymodelován tak, aby se co nejvíce blížil deformovanému kroužku po rozříznutí viz obr. 23.

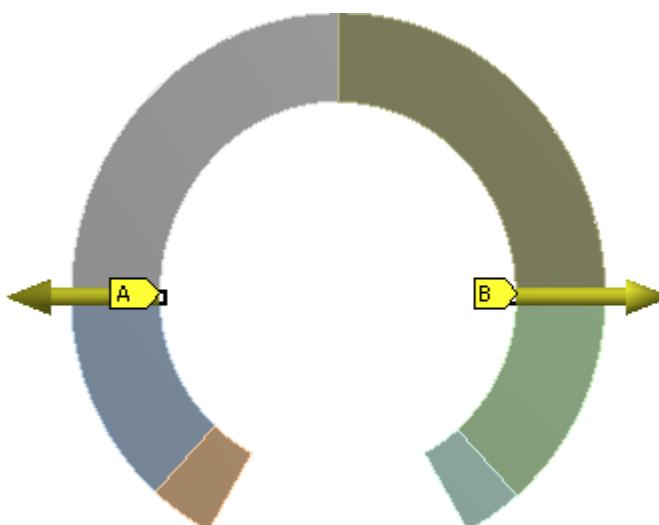


Obr. 23. Geometrie deformovaného kroužku.

Model byl vytvořen jako 2D součást, neboť výsledné napětí nezávisí na tloušťce a také ušetření počtu elementů snižuje výpočetní čas. Tloušťka součásti je 10 mm.

### Okrajové podmínky:

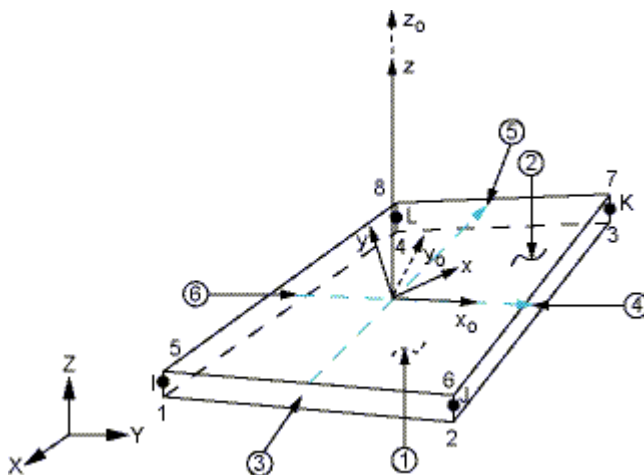
Nyní byl kroužek roztáhnut na původní průměr, posuv byl zadán na vnitřní hrany o hodnotě 0,65 mm na obě strany. Dále bylo využito funkce Weak Springs, protože není možné aplikovat okrajové podmínky na některý bod součásti, abychom dosáhli stability v prostoru, aniž by toto neovlivnilo výsledné hodnoty. Tato funkce přidává slabé pružiny k zachycení součásti v prostoru, aby bylo dosaženo řešení. Okrajové podmínky jsou zobrazeny na obr. 24.



Obr. 24. Zobrazení okrajových podmínek.

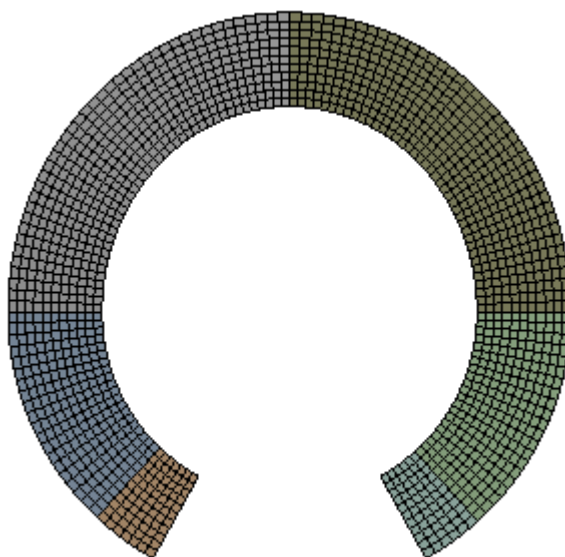
### Vytvoření konečnoprvkové sítě:

Výpočetní síť byla vytvořena pomocí mapování s kvadratickými elementy. Použitý typ prvků je SHELL 181, je to 4-uzlový prvek se šesti stupni volnosti v každém uzlu. Tyto prvky jsou vhodné pro použití tenkých až středně silných skořepinových konstrukcí. Geometrie použitého prvku je uvedena na obr. 25.



Obr. 25. Geometrie prvku SHELL 181 [11].

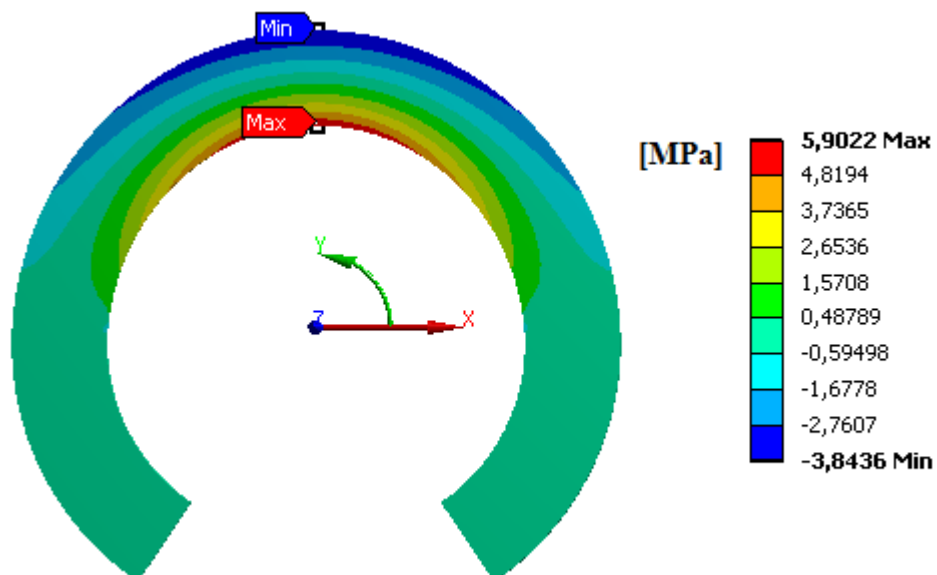
Počet elementů na tloušťku stěny kroužku je 11 a celkový počet prvků je 1474. Vytvořená síť na modelu je zobrazena na obr. 26.



Obr. 26. Vytvořená konečnoprvková síť.

### Prezentace výsledků:

Pro porovnání hodnot s experimentem je potřeba vykreslit normálové napětí v obvodovém směru kroužku. Hodnoty napětí nás zajímají v horní části kroužku, kde je napětí také nejvyšší.



Obr. 27. Zobrazení normálového napětí v obvodovém směru.

Jak je možno pozorovat z vykreslení napětí na obr. 27. v horní části kroužku, na vnitřním poloměru dosahuje normálové napětí hodnoty  $5,9 \text{ MPa}$  a to napětí tahové, naopak na vnějším poloměru je napětí tlakové o hodnotě  $-3,84 \text{ MPa}$ .

Už zde si lze všimnout, že rozložení napětí ani hodnoty neodpovídají experimentu. Toto má jednoduché vysvětlení, při jakékoli deformaci kroužku se bude model vždy chovat jako tlustý křivý prut, na vnitřním poloměru bude vždy větší napětí. Také je možno si všimnout, že hodnoty napětí velmi dobře odpovídají hodnotám, vypočteným výše podle teorie tlustých křivých prutů. Z tohoto důvodu se nejeví tato numerická simulace jako správné řešení.

### **Simulace tepelným zatížením**

V tomto případě byl použit program MSC Patran 2012.2 s řešičem MSC Marc 2012.2, úloha byla řešená jako párová, spojením statické strukturální analýzy s analýzou termální.

#### Materiálové vlastnosti:

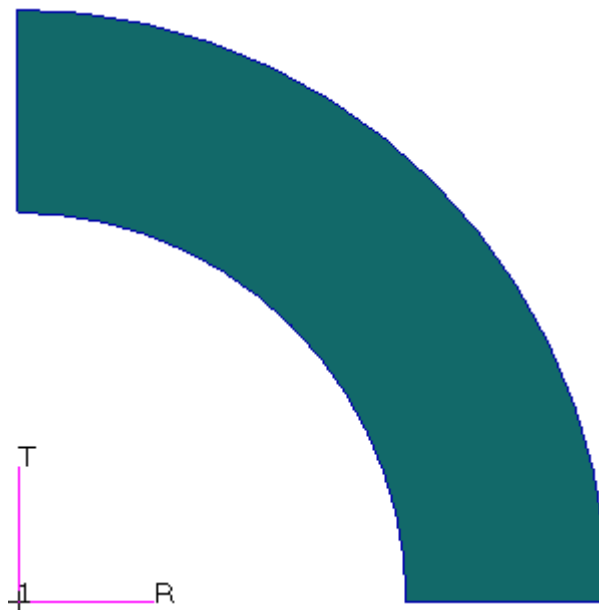
Zde bylo nutné kromě běžných mechanických vlastností zjistit také tepelné konstanty, které byly zjištěny u výrobce trubky. Abychom dostali výsledky v  $[\text{MPa}]$  a  $[\text{°K}]$ , museli být materiálové vlastnosti zadány v jednotkách viz tabulka 4.

Vlastnost	Značka	Hodnota	Jednotka
Modul pružnosti v tahu	$E$	850	[MPa]
Poissonova konstanta	$\mu$	0,4	[-]
Hustota	$\rho_{PPR}$	$9,05 \cdot 10^{-10}$	[t · mm <sup>-3</sup> ]
Součinitel teplotní roztažnosti	$\alpha_{PPR}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	[K <sup>-1</sup> ]
Součinitel teplotní vodivosti	$\lambda_{PPR}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	[W · mm <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]
Měrná tepelná kapacita	$c_{PPR}$	$2 \cdot 10^6$	[J · t <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]

Tab. 4. Materiálové vlastnosti pro staticko-tepelnou analýzu.

#### Geometrie:

Vycházelo se z rozměru původního neosoustruženého kroužku před rozříznutím. Kroužek má 2 osy symetrie, proto stačilo vymodelovat jen 1/4 modelu. Model byl vytvořen jako tlustá deska (Patran - Thick Shell) o tloušťce 10 mm. Geometrie modelu je zobrazena na obr. 28.



Obr. 28. Geometrický model pro staticko-tepelnou analýzu.

#### Okrajové podmínky:

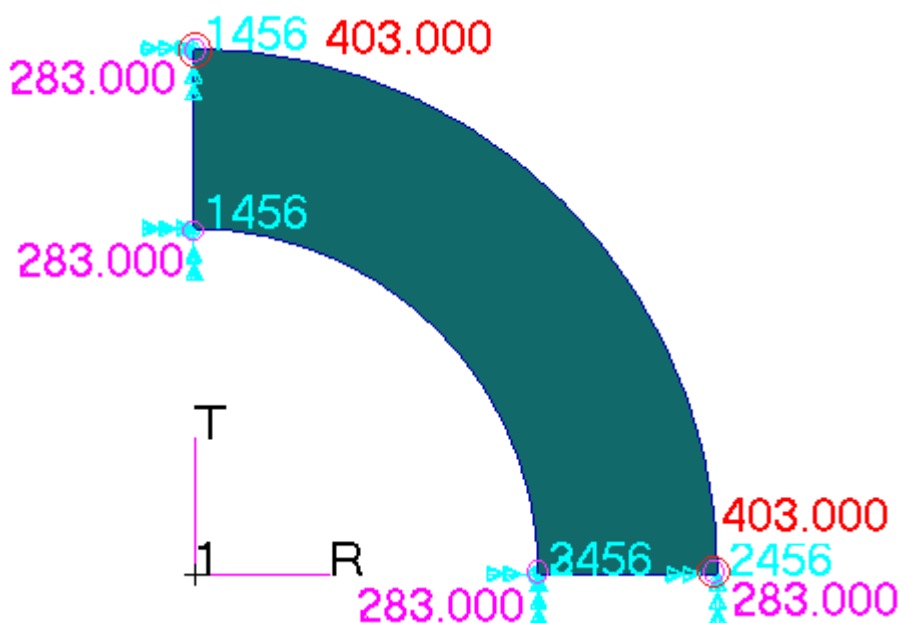
Vymodelováním 1/4 součásti je možno při zadání okrajových podmínek s výhodou využít symetrie. Horní svislé hraně bylo zabráněno posuvu v ose  $x$  a rotacím kolem všech os. Spodní vodorovné hraně bylo zabráněno posuvu v ose  $y$  a rotacím kolem všech os. Dále bylo zabráněno posuvu v ose  $z$  spodnímu bodu na vnitřním poloměru, který je asociován k modelu a také bylo znovu zabráněno rotacím kolem všech os.

### Tepelné zatížení:

Tímto zatížením simulujeme opačný postup při výrobě, tedy vychladlý model zahříváme.

Nejprve bylo nutné zadat počáteční hodnotu teploty součásti v Kelvinech, ta byla stanovena na  $283\text{ °K}$ , což je teplota chladicí tekutiny v chladicí lázni, tato teplota byla aplikována na celý model. Poté je potřeba model teplotně zatížit pouze z vnějšího poloměru (při výrobě je trubka ochlazována pouze z vnější strany), teplota byla tedy aplikována na hranu vnějšího poloměru a její hodnota je  $403\text{ °K}$ , toto je teplota při které vchází trubka do chladicí lázně. Všechny okrajové podmínky jsou zobrazeny na obr. 29.

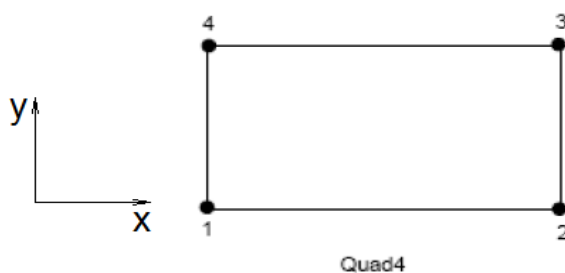
Při zadání obou teplot nezáleží ani tak na jejich hodnotách, ale důležitý je rozdíl obou teplot, který způsobí teplotní zatížení modelu.



Obr. 29. Zadání okrajových podmínek a teplotního zatížení.

### Vytvoření konečnoprvkové sítě:

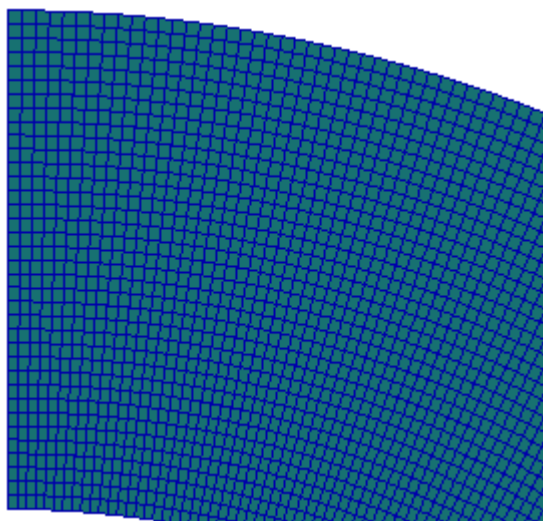
Pro vytvoření konečnoprvkové sítě byly použity isoparametrické kvadratické prvky. Typ použitých prvků je QUAD 4, tento prvek má 4 uzly a 2 stupně volnosti v každém uzlu (posuv ose  $x$  a  $y$ ). Geometrie prvku QUAD 4 je uvedena na obr. 30.



Obr. 30. Geometrie použitých prvků [12].



Počet prvků na šířku modelu je 36, aby byly výsledky dostatečně jemné, při dalším zvětšování počtu elementů se už výsledné hodnoty nemění a výpočetní čas se zbytečně prodlužuje. Celkový počet elementů v modelu je 5977. Detail vytvořené sítě je zobrazen na obr. 31.



Obr. 31. Detail vytvořené konečnoprvkové sítě.

#### Nastavení analýzy:

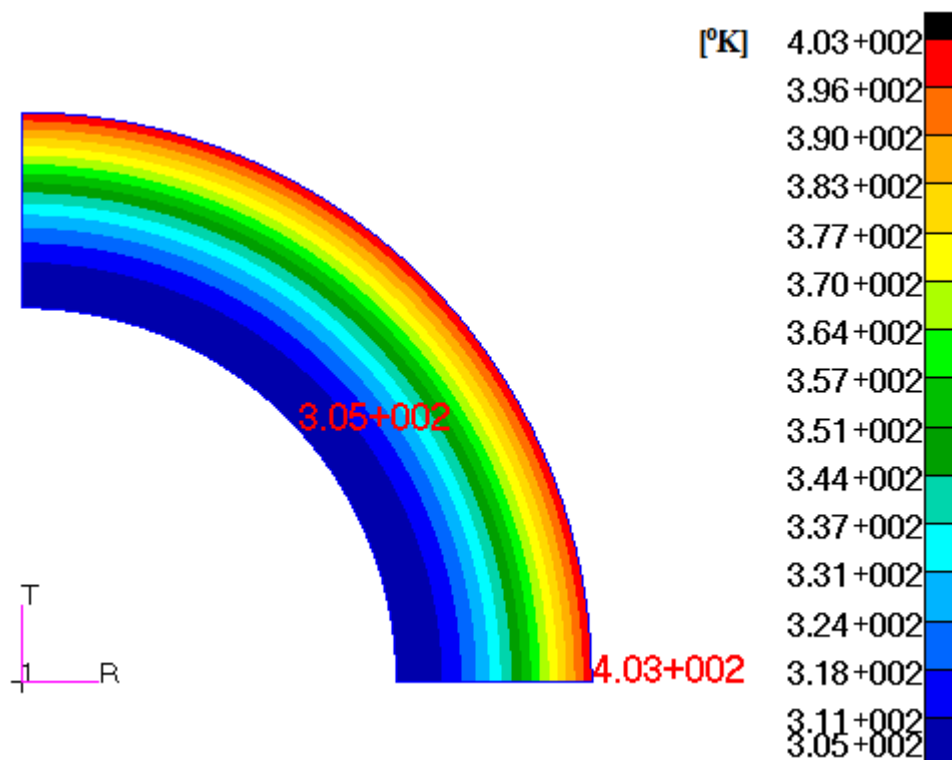
Zde bylo nejdůležitější nastavení časových kroků a celková doba zatěžování. Minimální a maximální časový krok byl ponechán standardnímu nastavení a to  $t_{STEP_{MIN}} = 1 \cdot 10^{-5} s$  a  $t_{STEP_{MAX}} = 0,5 s$ . Celkový čas při kterém se bude model zatěžovat byl nastaven na 144 s, toto je doba po kterou je trubka ochlazována v chladicí lázni. Doba chlazení je vypočítána z rychlosti posuvu a délky chladicí lázně viz vztah (4.39):

$$t = \frac{s}{v} = \frac{6}{0,042} = \underline{144 s}, \quad (4.39)$$

kde  $s [m]$  je délka chladicí lázně a  $v [m/s]$  je rychlost posuvu trubky.

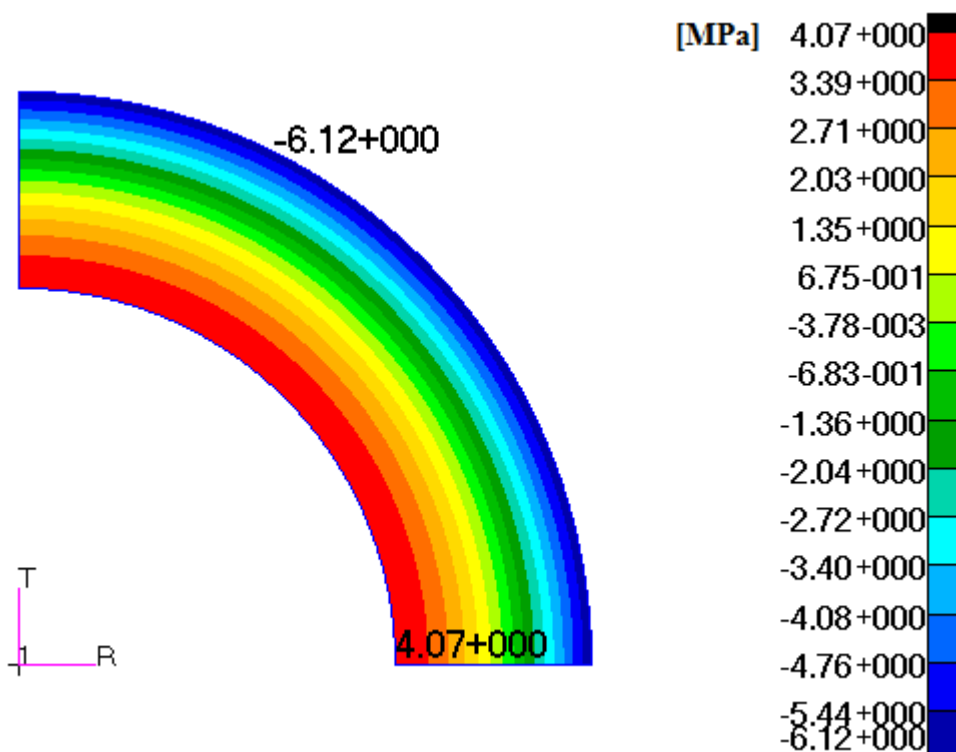
#### Prezentace výsledků:

Zahřáním modelu vznikne ve stěně trubky jistá napjatost, což bylo účelem této simulace, tepelné pole které prostoupilo stěnou za čas 144 s, je znázorněno na obr. 32. Zde je možno pozorovat, že za tuto dobu při ohřívání vnějšího poloměru  $403 \text{ }^\circ K$  stihl vnitřní poloměr zvýšit svou teplotu pouze o  $22 \text{ }^\circ K$ .



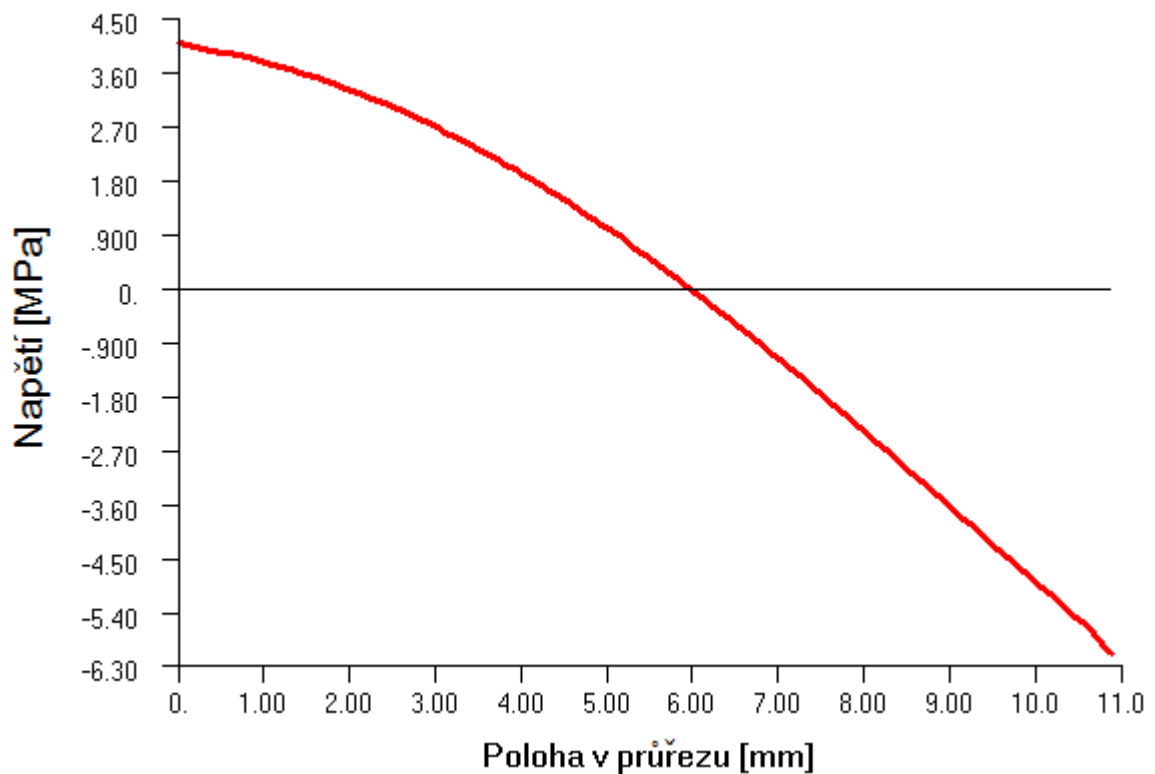
Obr. 32. Teplotní rozložení ve stěně.

Hodnoty normálového napětí v obvodovém směru potom udává obr. 33. a rozložení napětí po tloušťce je uvedeno v grafu 4. Hodnoty jsou uvedeny v [MPa].



Obr. 33. Rozložení normálového napětí v obvodovém směru.

## Rozložení napětí po tloušťce trubky



Graf 4. Rozložení napětí po tloušťce trubky.

Průběh napětí je v grafu 4. zobrazen zleva od vnitřního poloměru k vnějšímu.

### 4.2.2 Osově napětí

#### Simulace deformací kroužku

V tomto případě zjišťování osového napětí numerickou simulací bylo využito naměřeného průhybu vyříznutého trámku viz kapitola 4.1.2. Přímý trámek zde reprezentuje nosník na dvou podporách a aplikací posuvu uprostřed nosníku je docíleno jeho průhybu. Poté sledujeme průběh normálového napětí v podélné ose nosníku. Pro tuto simulaci byl znovu zvolen program ANSYS Workbench 14.0, kvůli snazšímu zadání okrajových podmínek. Analýza je řešena jako statická strukturální.

#### Materiálové vlastnosti:

Zadat postačí jen modul pružnosti a Poissonovu konstantu pro materiál polypropylen viz tab. 1.

$$E = 850 \text{ MPa}$$

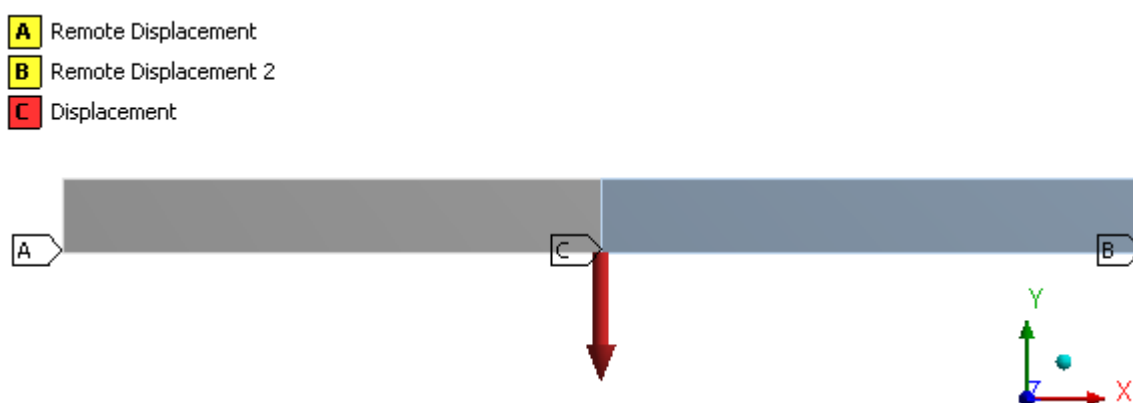
$$\mu = 0,4$$

### Geometrie:

Vymodelovaný tvar odpovídá rozměrům trámku před deformací. Model je vytvořen jako solid a jeho rozměry jsou uvedeny v kapitole 4.1.2.

### Okrajové podmínky:

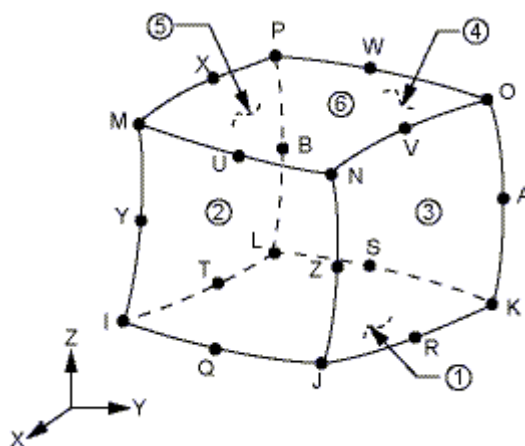
Trámek byl řešen jako staticky určitý nosník na dvou podporách. Hraně na levé části nosníku byly zamezeny všechny posuvy a povolena pouze rotace kolem osy  $z$ . Hraně na pravé části nosníku byl povolen pouze posuv v ose  $x$  a rotace kolem osy  $z$ . Průhyb nosníku byl dosažen aplikací posuvu na spodní křivku uprostřed nosníku o hodnotě  $3,5 \text{ mm}$ . Okrajové podmínky jsou zobrazeny na obr. 34.



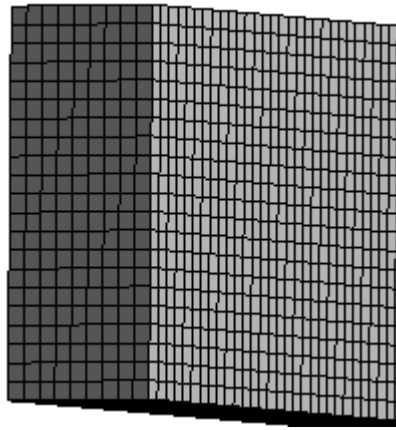
Obr. 34. Zobrazení okrajových podmínek.

### Vytvoření konečnoprvkové sítě:

Pro tuto analýzu byly použity hexahedrické prvky. Použitý typ elementu je SOLID 186, tento prvek má 20 uzlů a 3 stupně volnosti v každém uzlu (posuvy v osách  $x, y, z$ ). SOLID 186 je velmi vhodný při analýzách, kde uvažujeme velké posuvy a deformace. Počet prvků na výšku nosníku je 21 a celkový počet elementů je 56 700 což je naprosto postačující. Geometrie použitého elementu je zobrazena na obr. 35. a detail vytvořené sítě je uveden na obr. 36.



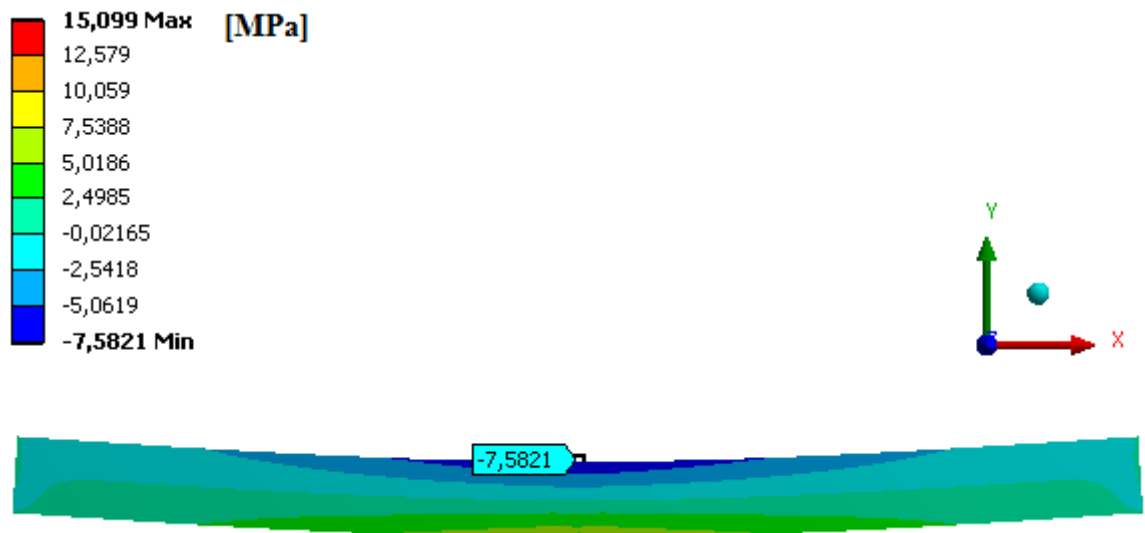
Obr. 35. Geometrie prvku SOLID 186 [11].



Obr. 36. Detail vytvořené konečnoprvkové sítě.

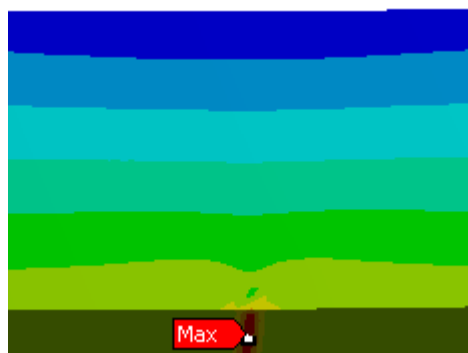
Prezentace výsledků:

Pro zjištění osového napětí v trubce je potřeba vykreslit v nosníku normálové napětí v ose  $x$ . Rozložení normálového napětí po výšce nosníku má být symetrické, avšak okrajová podmínka posuvu uprostřed nosníku způsobí nárůst lokálního napětí právě v této oblasti. Tohoto špičkového napětí si však netřeba všimát, neboť je důsledkem právě zmiňované okrajové podmínky. Zobrazení normálového napětí v podélné ose nosníku je uvedeno na obr 37. a detail špičkového napětí v důsledku okrajové podmínky posuvu uprostřed nosníku je zobrazen na obr. 38.



Obr. 37. Zobrazení normálového napětí v ose  $x$ .

Úkolem bylo zjistit normálové napětí uprostřed nosníku v krajních vláknech, které odpovídá osovému napětí v trubce, takto vykreslené napětí je potom možno srovnat s analytickým výpočtem. Toto napětí dosahuje hodnoty  $7,58 \text{ MPa}$ .



Obr. 38. Detail špičkového napětí v důsledku okrajové podmínky uprostřed nosníku.

### **Simulace tepelným zatížením**

Zde byl nosník zatěžován teplotně, stejným způsobem jako při zjišťování obvodového napětí. Materiálové vlastnosti a nastavení analýzy jsou totožné jako při definování tepelného zatížení viz kapitola 4.2.1.

#### Geometrie:

Model byl vytvořen jako tenká deska s definovanými rozměry viz kapitola 4.1.2

#### Vytvoření konečnoprvkové sítě:

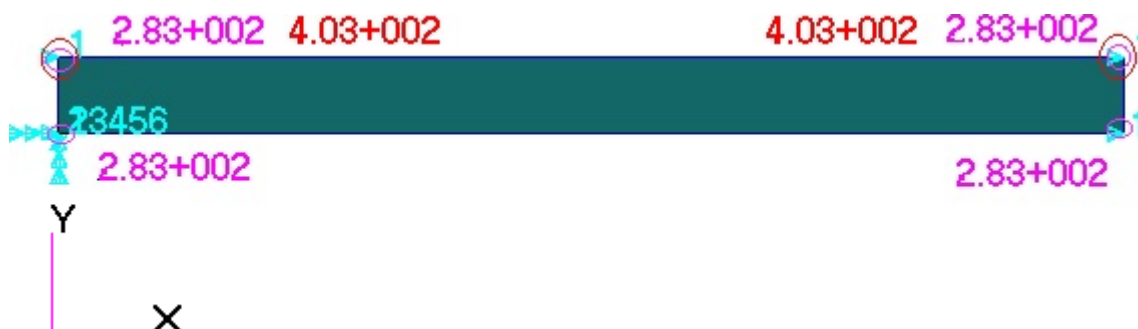
Použitý typ prvků se shoduje s prvky použitými při tepelné analýze viz kapitola 4.2.1. Počet prvků na výšku nosníku je 36 a celkový počet elementů je 18096.

#### Okrajové podmínky:

Nosníku bylo na obou koncích zabráněno posuvu v ose  $x$  a jednomu bodu v levém dolním rohu pro dosažení stability v prostoru bylo zabráněno posuvu v ose  $y$  a  $z$  a rotacím kolem všech os.. Okrajové podmínky jsou zobrazeny na obr. 39.

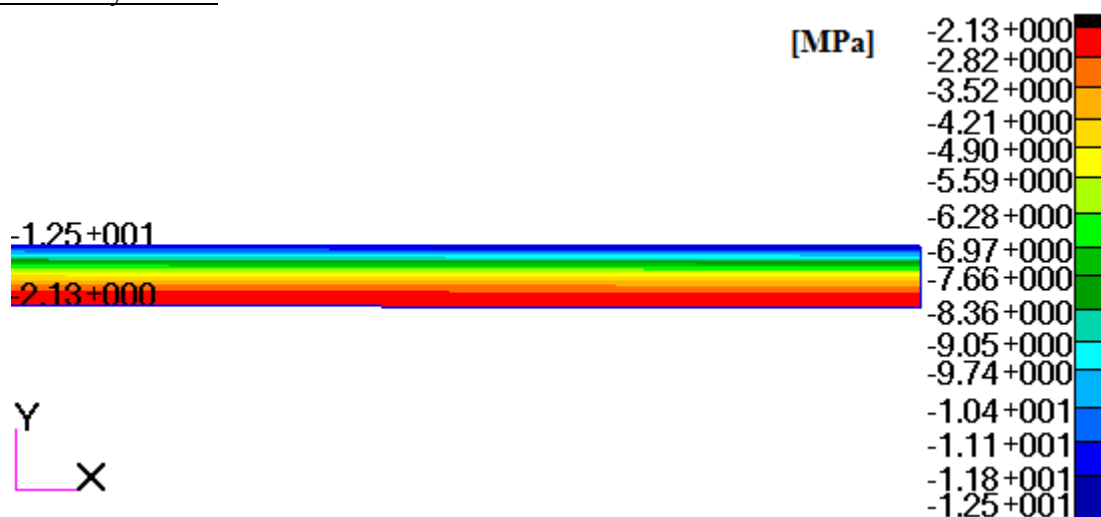
#### Tepelné zatížení:

Počáteční teplota byla aplikována na celý model o hodnotě  $283\text{ }^{\circ}\text{K}$  a na horní hranu nosníku bylo zadáno teplotní zatížení o hodnotě  $403\text{ }^{\circ}\text{K}$ . Tyto hodnoty byly určeny dle popisu uvedeného v kapitole 4.2.1. Teplotní zatížení je zobrazeno na obr. 39.



Obr. 39. Zadání okrajových podmínek a tepelného zatížení.

## Prezentace výsledků:



Obr. 40 Zobrazení normálového napětí v ose  $x$ .

Na obr. 40. je zobrazeno vykreslení normálového napětí v ose  $x$  nosníku. Jak je možno pozorovat, na vnitřním i vnějším povrchu je napětí tlakové, avšak na vnějším povrchu je napětí několikanásobně vyšší.

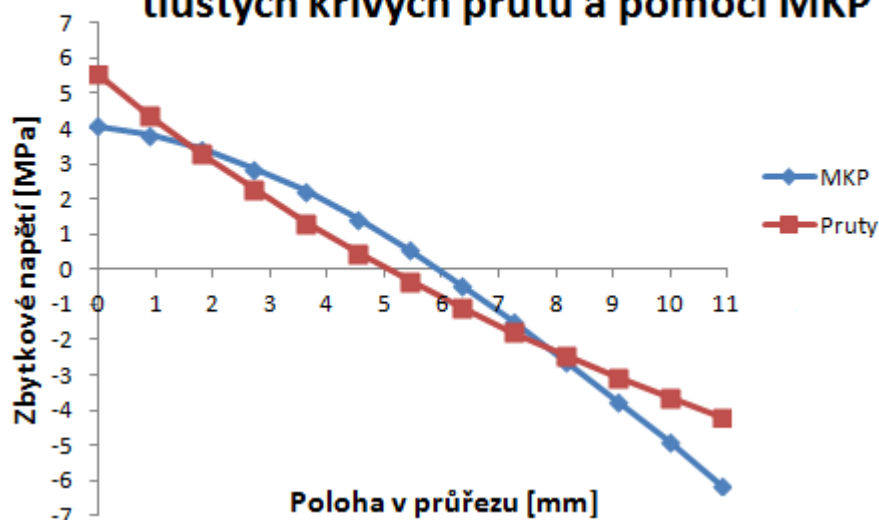
## 4.3 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

V této kapitole budou porovnávány výsledné hodnoty a průběhy napětí vypočítány z experimentálních dat s hodnotami získanými numerickou simulací.

### 4.3.1 Srovnání napětí v obvodovém směru trubky

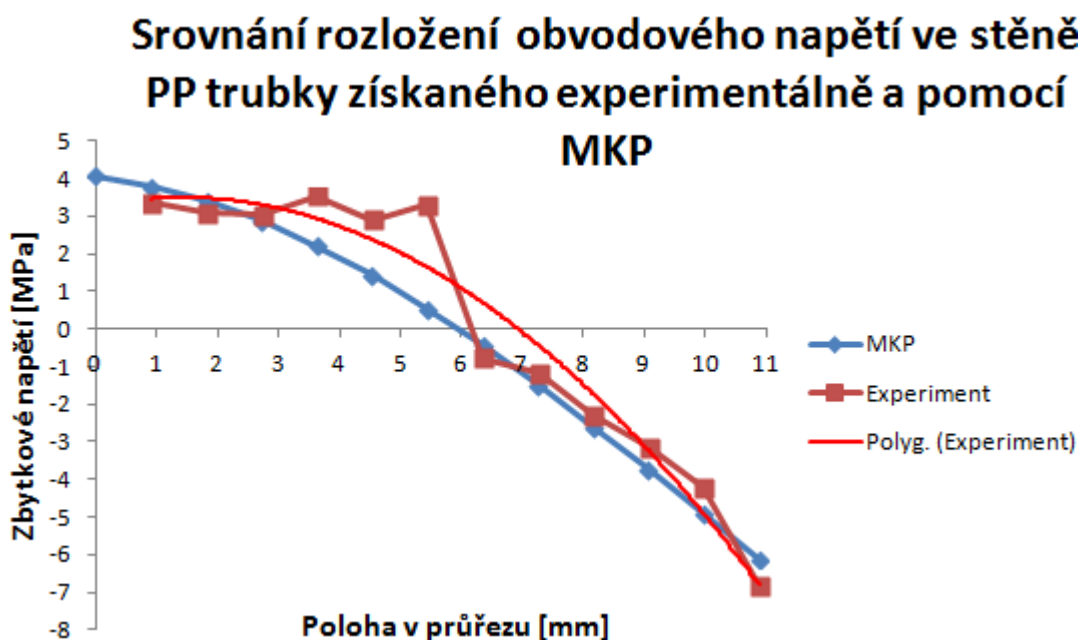
V prvním případě výpočtu metodou MKP byl model kroužku po rozříznutí roztahován na původní rozměr z deformovaného tvaru, kde bylo využito naměřené změny průměru z provedeného experimentu. Tento způsob numerického řešení se ukázal jako dosti nepřesný. Deformovaný kroužek se logicky chová jako tlustý křivý prut, což je dobře vidět při porovnání s analytickým výpočtem podle této teorie, zde jsou rozdíly do 10 %. Tento způsob lze tedy použít jen pro orientační zjištění, jakého řádu jsou zbytková napětí ve stěně trubky. Z tohoto důvodu je zbytečné toto numerické řešení srovnávat s provedeným experimentem. Pro názornost je však v grafu 5. srovnáno rozložení zbytkového napětí ve stěně trubky, získaného analyticky dle teorie tlustých křivých prutů s MKP výpočtem při tepelném zatěžování.

## Srovnání rozložení obvodového napětí ve stěně PP trubky získaného dle teorie tlustých křivých prutů a pomocí MKP



Graf 5. Srovnání Analytického výpočtu dle teorie tlustých křivých prutů s MKP řešením pro tepelnou analýzu.

Ve druhém případě byl model reprezentující původní neopracovaný vzorek trubky zatěžován teplotně. Úkolem tohoto MKP řešení bylo nasimulovat proces výroby PP trubky. Porovnání rozložení obvodového napětí ve stěně trubky při použití experimentální rozřezávací metody s numerický řešením pomocí MKP při tepelném zatěžování je zobrazeno v grafu 6.



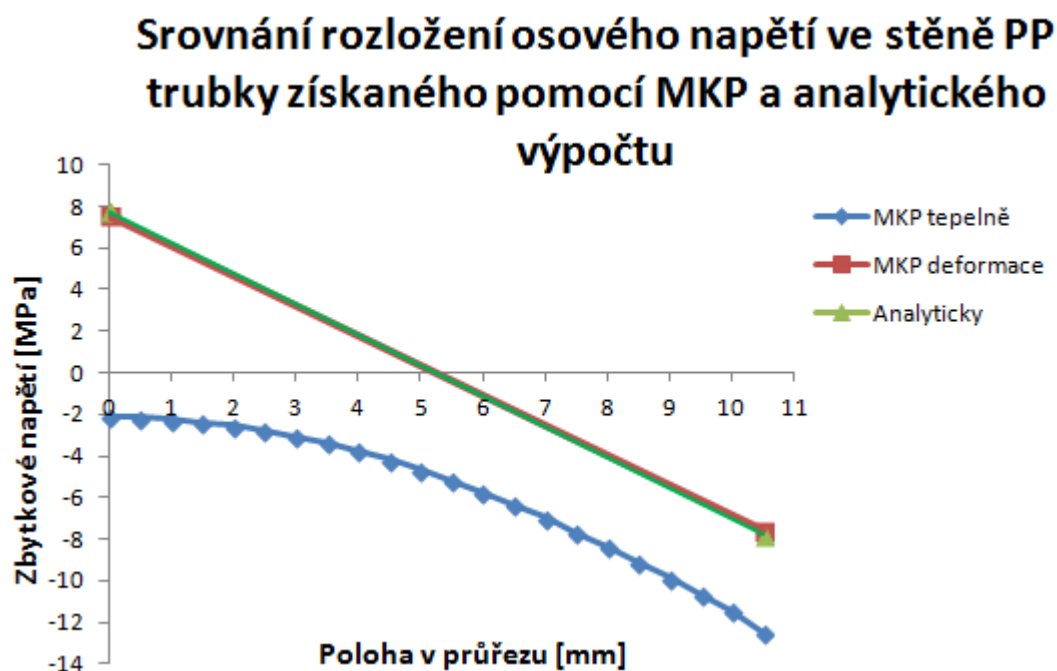
Graf 6. Srovnání experimentálního a MKP řešení.



Porovnáním experimentálního a MKP řešení viz graf 6., je vidět poměrně dobrá shoda obou metod. Body určující křivku danou experimentem, které se značně vychylují od MKP řešení, mohou být způsobeny nepřesnostmi v měření při provádění experimentu.

### 4.3.2 Srovnání napětí v osovému směru

V osovému směru trubky srovnáváme znovu několik metod výpočtů normálového napětí: analytický výpočet na základě experimentálního měření s výpočtem pomocí MKP deformací nosníku a s tepelným zatížením vypočteným pomocí MKP. V prvních dvou případech je napětí vypočteno z naměřeného průhybu a hodnoty jsou zkoumány uprostřed nosníku v krajních vláknech. Ve třetím případě je znovu simulován proces výroby trubky a nosník je na svém vnějším povrchu zatěžován teplotně. Porovnání všech tří metod je uvedeno v grafu 7., kde je na levé straně vnitřní povrch a na straně pravé vnější.



Graf 7. Srovnání rozložení osového napětí ve stěně trubky získaného pomocí dvou metod MKP a analytického výpočtu.

Je zřejmé, že napětí nebude v průřezu zcela jistě rozloženo lineárně, jako je možno pozorovat v grafu 7. při použití nosníkové teorie průhybu. Tato metoda je značným zjednodušením při vyšetřování zbytkových napětí. Výsledky tepelně zatíženého nosníku jistě lépe odpovídají reálným hodnotám. Pro přesnější určení hodnot a rozložení osového napětí v trubce, by se musela použít některá z výše uvedených experimentálních metod, např. znovu metoda rozřezávací.

## 5. ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zabývá problematikou zbytkových napětí v součástech a to především v součástech vyrobených z plastických hmot.

V úvodu jsou uvedeny příčiny vzniku zbytkové napjatosti a důsledky, které tato problematika s sebou nese. Proto je velice důležité ve vyrobených součástech provádět měření těchto napětí a případně se snažit různými technologickými postupy o jejich snížení.

V následující kapitole jsou popsány metody vhodné pro analýzu zbytkové napjatosti v plastech. Zde bylo uvedeno několik mechanických a fyzikálních metod, které se v současné době nejvíce používají. Jako nejpřesnější metody se jeví metody destruktivní, při kterých je zkoumaná součást zcela porušena a nedá se znovu použít, proto je vhodné provádět měření na připravených modelech. Ne všechny experimentální metody jsou vhodné pro použití na plastových součástech, např. metoda Rentgenografická či Magnetická jsou zcela nepoužitelné.

Dále byly popsány nejběžnější technologické postupy při tváření polymerů. Právě v důsledku technologického zpracování polymerů vznikají v součástech zbytková napětí. Toto se děje především při přechodu roztavených polymerů do tuhé fáze, kdy součást dostává svůj konečný tvar.

Kapitola Tváření polymerů navazuje na praktickou část, kde je v poslední podkapitole uvedena metoda výroby plastových trubek (vytlačování). Právě plastová trubka je předmětem zkoumání této diplomové práce a zbytkové napětí, které v trubce vzniká v důsledku její výroby. Nejprve byl experimentálně metodou 3-bodového ohybu ověřen modul pružnosti, který se velmi dobře shoduje s hodnotou uvedenou výrobcem. Poté byl proveden experiment Rozřezávací metodou při aplikaci na PP trubku, kde se zjišťovali hodnoty a průběh zbytkového napětí v obvodovém směru trubky. Obvodové napětí bylo také spočítáno dle teorie Tlustých křivých prutů, což však ukázalo, že není příliš přesný a tedy ani správný postup. Zbytkové napětí bylo také vyšetřováno v osovém směru trubky a to za pomoci vyříznutého trámku, zdeformovaného vlivem zbytkového napětí, který reprezentoval nosník. Z průhybu uprostřed nosníku bylo poté vypočteno ohybové napětí.

Při numerickém vyšetřování napětí v obvodovém směru trubky byly voleny dva přístupy. V prvním případě byla deformací simulována změna průměru trubky před a po provedení experimentu. Tato metoda však ukazuje, že zbytkové napětí je v trubce rozloženo velice specificky a tento postup nelze použít. Zkoumaný model se chová jako tlustý křivý prut, což lze dobře srovnat s výpočtem provedeným právě dle této teorie. Ve

druhém případě je model trubky zatěžován teplotně, kdy je simulován výrobní proces trubky. Všechny konstanty a parametry potřebné pro tento výpočet byly zjištěny u výrobce. Simulace byla provedena inverzním postupem, tedy studený model byl zahříván. Z vypočtených dat vyplývá, že tato metoda velice dobře odpovídá provedenému experimentu. Rozdíl výsledných hodnot oproti experimentu je okolo 10%.

V další části numerické simulace bylo zjišťováno osově napětí, při kterém se v prvním případě vycházelo ze zdeformovaného trávku z provedeného experimentu. Zde byl rovný nosník uprostřed deformován na hodnotu naměřeného průhybu. Numerické řešení dobře odpovídá analytickému výpočtu, avšak tento postup není příliš přesný. Proto byl nosník znovu numericky modelován při tepelném zatížení, stejně jako v případě zjišťování zbytkového napětí v obvodovém směru.

Veškerá numerická simulace byla provedena metodou konečných prvků. Srovnání experimentálně vypočtených hodnot a průběhů s výsledky získanými numericky jsou uvedeny v předposlední kapitole. Zjištěné hodnoty zbytkového napětí ve stěně trubky odpovídají v řádech několika MPa. Jak bylo zjištěno hodnoty obvodového zbytkového napětí dosahují vyšších hodnot na vnějším poloměru, jedná se však o napětí tlakové a to není při provozních podmínkách tak nebezpečné. Zbytkové obvodové tahové napětí na vnitřním poloměru, spolu s vnitřním přetlakem od proudícího média uvnitř trubky rozevívá trhliny a může mít značný vliv na destrukci trubky. Na vnitřním poloměru je hodnota zbytkového napětí okolo 5 MPa. Zbytkové osově napětí je na vnitřním i vnějším povrchu tlakové, jak bylo zjištěno numerickou simulací při tepelném zatížení, zde jsou hodnoty napětí na vnitřním povrchu -2,13 MPa a na vnějším povrchu -12,5 MPa.

### **Poděkování**

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing. Františku Fojtíkovi, Ph.D., za ochotu podělit se o své znalosti a zkušenosti a také za cenné rady k vypracování této diplomové práce.

## 6. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] VLK, M.; HOUFEK, L.; HLAVOŇ, P.; KREJČÍ, P.; KOTEK, V.; KLEMENT, J. Experimentální mechanika [online]. Brno, 2003, [cit. 2013-05-01]. Dostupné z: [http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file\\_opory/Experimentalni\\_mechanika.pdf](http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file_opory/Experimentalni_mechanika.pdf)
- [2] HAVLŮJ, V.; MAREK, P.; POVAŽAN, J. Vlastní pnutí v ocelových konstrukcích. Československá vědecká společnost, Komise ocelových konstrukcí 1979
- [3] ROSSINI, N.S., M. DASSISTI, K.Y. BENYOUNIS a A.G. OLABI. Methods of measuring residual stresses in components. Materials [online]. 2012, vol. 35, s. 572-588 [cit. 2014-04-28]. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.08.022, ISSN 0261-3069. Dostupné z <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0261306911005887>
- [4] MILBAUER, M.; PERLA, M. Fotoelasticimetrie a příklady jejího použití. 1. Vyd. Nakladatelství Československé akademie věd Praha 1961
- [5] MACURA, P.; Experimentální metody v pružnosti a plasticitě. VŠB-TU Ostrava 2006, ISBN 80 - 7078 - 934 - 4
- [6] KUCERA, J.; KRIVANEK, J.: Morphology and internal stress distribution in the PP pipe wall. Deformation und Bruchverhalten von Kunststoffen. 2007, Merseburg
- [7] STRESSTECH GROUP. Residual stress measurement based on hole-drilling and ESPI. [online]. [cit. 2013-04-08]. Dostupné z: [http://www.innogrind.nl/hd\\_1000\\_c\\_Prism.pdf](http://www.innogrind.nl/hd_1000_c_Prism.pdf)
- [8] DUCHÁČEK, V. Polymery - výroba, vlastnosti, zpracování, použití. Vysoká škola chemicko - technologická v Praze. 3. Vyd. 2011. IBN 978-80-7080-788-0
- [9] KUTA, A. Technologie a zařízení pro výrobu kaučuku a plastů. Vysoká škola chemicko - technologická v Praze. 1. Vyd. (dotisk 2007), IBN 978-80-7080-367-7
- [10] PRIME, M., B.; SEBRING, R., J.; EDWARDS, J., M.; HUGHES, D., J.WEBSTER, P., J. Laser surface-contouring and spline data-smoothing for residual-stress measurement. Experimental Mechanics Volume 44, Number 2,

April 2004, pp. 176-184. Los Alamos National Laboratory. Dostupné z:  
<http://www.lanl.gov/contour/docs/laserPreprint.pdf>

[11] ANSYS INC. Documentation for ANSYS Release 14.0. SAS IP, Inc. 2012.

[12] Patran Element Library. Dostupné z: [http://web.mscsoftware.com/patran/current/html\\_patran/wwhelp/wwhimpl/js/html/wwhelp.htm#href=Marc/marc05\\_examples\\_2.7.6.html](http://web.mscsoftware.com/patran/current/html_patran/wwhelp/wwhimpl/js/html/wwhelp.htm#href=Marc/marc05_examples_2.7.6.html)

## 7. SEZNAM PŘÍLOH

Příloha A : Naměřené hodnoty průměrů vzorků před a po rozřezání.

Příloha B : Vypočtené parametry potřebné pro určení obvodového zbytkového napětí po tloušťce trubky.