49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials
7 - 10 April 2008, Schaumburg, IL

AIAA 2008-1940

Stacking sequences for Extensionally Isotropic, Fully Isotropic and Quasi-Homogeneous Orthotropic Laminates.

C. B. York*
University of Glasgow, Glasgow, Scotland, G12 8QQ

Stacking sequence listings are presented for fully uncoupled Extensionally Isotropic (EILs), Fully Isotropic (FILs) and Quasi-Homogeneous Orthotropic (QHOLs) angle-ply Laminates, with up to 21 plies. All are sub-sets of a definitive list of Fully Orthotropic Laminates (FOLs), containing generally non-symmetric stacking sequences that are characterized in terms of angle- and cross-ply sub-sequence symmetries. Dimensionless parameters are given for each stacking sequence, from which the ABD matrix is readily derived. Expressions relating these dimensionless parameters to the well-known lamination parameters are also given, together with graphical representations of the feasible domains for π/3 and π/4 EILs and angle-ply QHOLs containing two and three ply orientations. The feasible domain for π/3 FILs is represented graphically by a single point, whereas the domain for angle-ply QHOLs containing four ply orientations is represented by a single stacking sequence.

Nomenclature

A,A_{ij}	=	extensional (membrane) stiffness matrix and its elements (i,j = 1, 2, 6)
B,B_{ij}	=	bending-extension-coupling stiffness matrix and its elements (i,j = 1, 2, 6)
D,D_{ij}	=	bending (flexural) stiffness matrix and its elements (i,j = 1, 2, 6)
H	=	laminate thickness (= $n \times t$)
n	=	number of plies in laminate stacking sequence
N_x,N_y	=	in-plane axial load per unit length.
N_{xy}	=	in-plane shear flow.
M_x,M_y	=	bending moments per unit length about principal axes.
M_{xy}	=	twist moment per unit length.
Q_{ij}	=	reduced stiffness (i,j = 1, 2, 6)
Q'_{ij}	=	transformed reduced stiffness (i,j = 1, 2, 6)
t	=	ply thickness
x,y,z	=	principal axes
ε_x,ε_y	=	in-plane axial strains.
γ_{xy}	=	in-plane shear strain.
κ_x,κ_y	=	curvatures about principal axes.
κ_{xy}	=	twist curvature.
ξ_1,ξ_2	=	lamination parameters for extensional stiffness ($\xi_1 = \xi_1^A$,$\xi_2 = \xi_2^A$)
ξ_9,ξ_{10}	=	lamination parameters for bending stiffness ($\xi_9 = \xi_1^D$, $\xi_{10} = \xi_2^D$)
ζ,$\zeta_\pm$,$\zeta_○$,$\zeta_●$	=	bending stiffness parameter for laminate, and angle-ply and cross-ply sub-sequences
+,–,±	=	angle plies, used in stacking sequence definition
○,●	=	cross-plies, used in stacking sequence definition

Matrix sub-scripts

0	=	All elements zero
F	=	All elements finite
I	=	Isotropic form, see Eqs. (5) – (7)
S	=	Specially orthotropic form, see Eqs. (3) - (4)

* Senior Lecturer, Department of Aerospace Engineering, James Watt Building.

Keywords

Stacking Sequences; Fully Uncoupled Laminates; Extensionally (or Membrane or Quasi-) Isotropic Laminates; Fully Isotropic Laminates; Bending Stiffness Parameters; Lamination Parameters; Feasible Domains.

I. Introduction

Composite laminate materials are typically characterized in terms of their response to mechanical (and/or thermal) loading, which is generally associated with a description of the coupling behavior, unique to this type of material, i.e. coupling between in-plane (i.e. extension or membrane) and out-of-plane (i.e. bending or flexure) responses when $B_{ij} \neq 0$ in Eq. (1), coupling between in-plane shear and extension when $A_{16} = A_{26} \neq 0$, and coupling between out-of-plane bending and twisting when $D_{16} = D_{26} \neq 0$.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{26} \\ \text{Sym.} & & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ & B_{22} & B_{26} \\ \text{Sym.} & & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ & B_{22} & B_{26} \\ \text{Sym.} & & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{26} \\ \text{Sym.} & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \tag{1}$$

Whilst Eq. (1) describes the well-known **ABD** relation from classical laminate plate theory, it is more often expressed using compact notation:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

The coupling behavior, which is dependent on the form of the elements in each of the extensional (**A**), coupling (**B**) and bending (**D**) stiffness matrices is now described by an extended subscript notation, defined previously by the Engineering Sciences Data Unit, or ESDU[1] and subsequently augmented for the purposes of this article. Hence, balanced and symmetric stacking sequences, which generally possess bending anisotropy, give rise to coupling between out-of-plane bending and twisting and are referred to by the designation $\mathbf{A}_S\mathbf{B}_0\mathbf{D}_F$, signifying that the elements of the extensional stiffness matrix (**A**) are specially orthotropic in nature, i.e. uncoupled, since

$$A_{16} = A_{26} = 0, \tag{3}$$

the bending-extension coupling matrix (**B**) is null, whilst all elements of the bending stiffness matrix (**D**) are finite, i.e. $D_{ij} \neq 0$.

Laminates possessing extensional anisotropy give rise to coupling between in-plane shear and extension only and, by the same rationale, are referred to by the designation $\mathbf{A}_F\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$, signifying that all elements of the extensional stiffness matrix (**A**) are finite, i.e. $A_{ij} \neq 0$, the bending-extension coupling matrix (**B**) is null, and the elements of the bending stiffness matrix (**D**) are specially orthotropic in nature, i.e. uncoupled, since

$$D_{16} = D_{26} = 0 \tag{4}$$

The $\mathbf{A}_F\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$ designation is not listed as part of the ten laminate classifications described in the ESDU data item[1], but is however the subject of a recent article[2], identifying the definite list of $\mathbf{A}_F\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$ stacking sequences with up to 21 plies, thus complementing a new definitive list[3] of Fully Orthotropic Laminates or **FOL**s. Note that the term for **FOL**s is synonymous with specially orthotropic laminates, which possess none of the coupling characteristics described above and are represented by the designation $\mathbf{A}_S\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$.

This article presents the characterization of uncoupled Extensionally Isotropic Laminates or **EIL**s, with the designation $\mathbf{A}_I\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$ and Fully Isotropic Laminates or **FIL**s, with the designation $\mathbf{A}_I\mathbf{B}_0\mathbf{D}_I$. These laminates represent sub-sets of **FOL**s and are therefore contained within the definitive list[3], since in addition to the specially orthotropic form of each matrix, see Eq. (3), elements simplify further in **EIL**s and the designation $\mathbf{A}_S$ is replaced with $\mathbf{A}_I$ to indicate that:

$$A_{11} = A_{22} \tag{5}$$

and

$$A_{66} = (A_{11} - A_{12})/2 \tag{6}$$

and further still in **FIL**s, in which the designation $\mathbf{D}_S$ is replaced with $\mathbf{D}_I$ to indicate that:

$$D_{ij} = A_{ij}\, H^2/12, \tag{7}$$

where H is the laminate thickness, corresponding to the total number of plies, n, of thickness t.

Quasi-Homogeneous Orthotropic Laminates, or **QHOL**s, similar to the Quasi-Homogeneous Anisotropic Laminates, or **QHAL**s, described and patented by Wu and Avery[5], satisfy Eq. (7) but not Eqs. (5) and/or (6). **QHOL**s (**QHAL**s) offer matching orthotropy (anisotropy) in both extensional and bending stiffness. Note that **QHOL**s are developed herein for general ply angle $\pm\theta$, but the same stacking sequences produce **QHAL**s when $+\theta \neq -\theta$.

Fully orthotropic laminates, from which all stacking sequences presented in this article are derived, minimize distortion during manufacturing and maximize compression buckling strength[6], particularly in comparison to balanced and symmetric laminates, which are commonly adopted in aircraft and spacecraft construction, despite the fact that such laminates generally possess bending anisotropy. Valot and Vannucci provide recent examples of laminate stacking sequences for **FOL**s with anti-symmetric sequences[7], following a previous article[8] on **FIL**s. These two articles are part of, and provide reference to, a growing number of related articles by a community of co-workers addressing the development of laminate stacking sequences exhibiting a range of physical characteristics, all of which refer back to an original article by Caprino and Crivelli-Visconti[9], identifying the specially orthotropic angle-ply laminate with eight plies. Much of this related work has been focused on laminate stacking sequences for Quasi-Isotropic or Extensionally Isotropic Laminates (**EIL**s), Fully Isotropic Laminates (**FIL**s), and laminates with material homogeneity. However, with the exception of **FIL**s, these material characterizations generally provide little or no distinction between laminates with or laminates without coupling behavior. For instance, the quasi-homogenous laminate, which is defined as possessing the same elastic propertied in both flexural and membrane actions, but with no coupling between these two actions, may be designated as either $\mathbf{A}_F\mathbf{B}_0\mathbf{D}_F$ or $\mathbf{A}_S\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$, and extensionally isotropic laminate may be designated as either $\mathbf{A}_I\mathbf{B}_0\mathbf{D}_F$ or $\mathbf{A}_I\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$. Such sequences have been obtained through an inverse polar (or Mohr's circle) representation method developed by Verchery and co-workers, which is acknowledged[10] to be similar to the method presented previously by Tsai and Pagano[11].

By contrast, original work by Bartholomew[12,13], which forms the basis of the Engineering Sciences Data Unit (ESDU) publication[14] for the so called definitive list of fully orthotropic angle-ply laminates with designation $\mathbf{A}_S\mathbf{B}_0\mathbf{D}_S$, precedes the findings of Caprino and Crivelli-Visconti[9], but appears to have been completely overlooked in the literature described above. This published list of stacking sequences contains 75 symmetric sequences for laminates with up to 21 plies, 653 anti-symmetric sequences for laminates with up to 20 plies and 49 additional non-symmetric (asymmetric) sequences, which were derived by combining the symmetric and anti-symmetric sequences. Further inspection reveals that there are no angle-ply laminates possessing specially orthotropic properties with fewer than 7 plies. Indeed, there is only one generic 7-layer angle-ply anti-symmetric stacking sequence. This number increases to 233 generic anti-symmetric sequences with 20 ply layers. There are no symmetric stacking sequences with less than 12 layers, and only 25 combinations with 20 layers. These twenty-five generic stacking sequences possess balanced and symmetric combinations of angle plies, together with cross plies, which may be 0 and/or 90°, symmetrically disposed about the laminate mid-plane; all possess angle-ply layers on the outer surfaces of the laminate. The term 'generic' is used here to describe the form of the stacking sequences adopted, defined by three parameters: +, − and ∗, relating to positive and negative angle plies with general orientation, θ, and cross ply, respectively. The derivation[12,13] adopted in the ESDU data item[14], made the explicit assumption that cross plies, as well as angle plies, are symmetrically disposed about the laminate mid-plane, i.e. the mixing of 0 and 90° plies is permitted only in one half of the laminate, which is then reflected symmetrically about the laminate mid-plane. This rule applies to both symmetric and anti-symmetric angle-ply stacking sequences. For this reason, cross plies are legitimately represented by the single parameter $*$.

The relatively small number of fully orthotropic sequences for thin laminates clearly leaves limited scope for composite tailoring, particularly where ply terminations are necessary and fully orthotropic characteristics are a design requirement. This was the key motivation leading to the redevelopment of the definitive list[3] for specially orthotropic angle-ply laminates with up to 21 plies, which is presented in a related article in abridged form[4].

In the derivation of this list for (but not restricted to) standard angle-ply configurations, i.e. ±45, 0 and 90°, the general rule of symmetry is relaxed. Cross-plies, as well as angle-plies, are therefore no longer constrained to be symmetric about the laminate mid-plane, leading to an increase in the number of possible solutions. For 16-ply laminates, there are approximately one million possible stacking sequence combinations, of which 368 comply with the requirements of special orthotropy, increasing to approximately 1 billion combinations for 21 plies, giving rise to a hundred-fold increase in the number of fully orthotropic laminates.

Because of the substantial number of sequences identified in the definitive list, it is beneficial, for design purposes, to express the stiffness properties in terms of lamination parameters, which can be conveniently presented in graphical form, as originally conceived by Fukunaga and Vanderplaats[15] for the purposes of optimum design: the flexural stiffness terms are now fully defined by two linear design variables. Optimized lamination parameters may then be matched against a corresponding set of stacking sequences for a given laminate thickness H ($= n \times t$). These graphical representations of feasible domains are readily extended to other laminate classifications: **EIL**s with $\pi/3$ ply separation are reduced to a single line representation, whilst $\pi/3$ **FIL**s are represented by a single point.

II. Stacking sequence derivation

In the derivation of the stacking sequences that follow, the general rule of symmetry is relaxed. Cross plies, as well as angle plies, are therefore no longer constrained to be symmetric about the laminate mid-plane. Consequently, the mixing of 0 and 90° plies needs special attention to avoid violation of the rules for special orthotropy, see Eqs. (3) - (4). There are many non-symmetric forms contained in the definitive list of fully orthotropic laminates for standard angle-ply configurations, e.g. ±45, 0 and 90°, being both extra-ordinary in appearance and seemingly infeasible in terms of the uncoupled behavior that the laminates possess. The great majority of sequences are non-symmetric and many of these are without any sub-sequence patterns, which is contrary to the assumptions on which many previous studies have been based.

Arrangement and form of stacking sequence data

For compatibility with the previously published data, similar symbols have been adopted for defining all stacking sequences that follow. Additional symbols and parameters are necessarily included to differentiate between cross plies (0° and 90°), given that symmetry about the laminate mid-plane is no longer assumed.

The resulting sequences are characterized by sub-sequence symmetries using a double prefix notation, the first character of which relates to the form of the angle-ply sub-sequence and the second character to the cross-ply sub-sequence. The double prefix contains combinations of the following characters: *A* to indicate Anti-symmetric form; *N* for Non-symmetric; and *S* for Symmetric. Additionally, for cross-ply sub-sequence only, *C* is used to indicate Cross-symmetric form.

To avoid the trivial solution of a stacking sequence with cross plies only, all sequences have an angle-ply (+) on one outer surface of the laminate. As a result, the other outer surface may have an angle-ply of equal (+) or opposite (−) orientation or a cross ply (○), which may be either 0 or 90°. A subscript notation, using these three symbols, is employed to deferential between similar forms of sequence.

The form (and number) of **FOL** stacking sequences contained in the definitive list[3] for up to 21 plies can be summarized as: *AC* (210), *AN* (14,532), *AS* (21,906), *SC* (12), *SN* (192), *SS* (1,029), ${}_{+}NS_{+}$ (220), ${}_{+}NS_{-}$ (296), ${}_{+}NN_{+}$ (5,498), ${}_{+}NN_{-}$ (15,188) and ${}_{+}NN_{\circ} = {}_{+}NN_{\bullet}$ (10,041). From these sequence listings, the form (and number) of the sub-set for fully uncoupled **EIL** stacking sequences with $\pi/3$ isotropy can be summarized as: *AS* (173), *SS* (10), ${}_{+}NN_{+}$ (106), ${}_{+}NN_{-}$ (208) and ${}_{+}NN_{\circ} = {}_{+}NN_{\bullet}$ (238), whilst the form (and number) of EIL stacking sequences with $\pi/4$ isotropy can be summarized as: *AC* (12), *AS* (72), *SC* (2), *SS* (6) and ${}_{+}NN_{\circ} = {}_{+}NN_{\bullet}$ (6). Angle-ply QHOLs containing a single cross-ply orientation, i.e. +,− and ○ only, can be summarized as: *AS* (28), *SS* (4), ${}_{+}NS_{+}$ (4), ${}_{+}NN_{+}$ (8), ${}_{+}NN_{-}$ (4) and ${}_{+}NN_{\circ} = {}_{+}NN_{\bullet}$ (16).

Development of parameters

As adopted in the published ESDU listings[14], the new sequences are ordered in terms of ascending numbers of plies, n, or ζ (= n^3), which are in turn ordered by ascending value of the bending stiffness parameter for the angle plies ($\zeta_\pm$) and finally by one of the two cross-ply sub-sequences ($\zeta_\circ$) within the laminate. Hence, the numbering of sequences for each sub-symmetric form, described in the previous section, may be readily extended for higher numbers of plies. All sequences presented in the current article retain their original **FOL** reference number.

The calculation of the bending stiffness parameter, $\zeta_\pm$, is readily demonstrated for the 9-ply fully uncoupled $\pi/3$ **EIL**, designated *A382* in the ESDU listings[14] and *AS 7* in the definitive list[3], with stacking sequence $[\pm/\circ/-/\circ/+/\circ/\pm]_T$, where the bending stiffness terms,

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^{n} Q'_{ij}(z_k^3 - z_{k-1}^3)/3 \qquad (8)$$

may be written in sequence order for the 9 individual plies, where z, representing the distance from the laminate mid-plane, is expressed here in terms of the uniform ply thickness t:

$$D_{ij} = \{Q'_{ij+}((-7t/2)^3 - (-9t/2)^3) + Q'_{ij-}((-5t/2)^3 - (-7t/2)^3) + Q'_{ij\circ}((-3t/2)^3 - (-5t/2)^3) +$$

$$Q'_{ij-}((-t/2)^3 - (-3t/2)^3) + Q'_{ij\circ}((t/2)^3 - (-t/2)^3) + Q'_{ij+}((3t/2)^3 - (t/2)^3) +$$

$$Q'_{ij\circ}((5t/2)^3 - (3t/2)^3) + Q'_{ij+}((7t/2)^3 - (5t/2)^3) + Q'_{ij-}((9t/2)^3 - (7t/2)^3)\}/3 \qquad (9)$$

where subscripts i, j = 1, 2, 6.

The bending stiffness contribution from the angle plies is therefore:

$$D_{ij\pm} = 157.5t^3/3 \times Q'_{ij\pm} \qquad (10)$$

and for cross-plies:

$$D_{ij\circ} = 24.75t^3/3 \times Q'_{ij\circ} \qquad (11)$$

These bending stiffness terms are written in alternative form in Ref. 14 as:

$$D_{ij\pm} = \zeta_\pm t^3/12 \times Q'_{ij\pm} \qquad (12)$$

and

$$D_{ij\circ} = \zeta_\circ t^3/12 \times Q'_{ij\circ} \qquad (13)$$

respectively, since the number of plies (n = 9) is now related directly to the bending stiffness terms by the expression:

$$\zeta_\pm + \zeta_\circ = \zeta = n^3 \qquad (14)$$

where $\zeta_\pm = 630$ and $\zeta = n^3 = 729$, hence $\zeta_\circ = 99$.

The stiffness parameters are hereby extended to incorporate both cross-plies ($\zeta_\circ$ and $\zeta_\bullet$), including percentage values to indicate the relative proportion ($n_\pm/n$, $n_\circ/n$ and $n_\bullet/n$) and relative contribution to bending stiffness ($\zeta_\pm/\zeta$, $\zeta_\circ/\zeta$ and $\zeta_\bullet/\zeta$) of each ply sub-sequences within the laminate, i.e. a sub-sequence containing either $\pm$, $\circ$ or $\bullet$ plies. These relationships also help to identify other laminate properties, which are sub-sets of **FOL**s. For instance, a **Q**uasi-**H**omogeneous **O**rthotropic **L**aminate, or **QHOL**, has $n_\pm/n = \zeta_\pm/\zeta$, $n_\circ/n = \zeta_\circ/\zeta$ and $n_\bullet/n = \zeta_\bullet/\zeta$; a $\pi/3$ ($\pi/4$)

Extensionally **I**sotropic **L**aminate, or **EIL**, has $n_{\pm}/n = 2n_{\bigcirc}/n$ (or $= n_{\bigcirc}/n = n_{\bullet}/n$) and; a $\pi/3$ **F**ully **I**sotropic **L**aminate, or **FIL**, has $n_{\pm}/n = 2n_{\bigcirc}/n = \zeta_{\pm}/\zeta = 2\zeta_{\bigcirc}/\zeta$. The set of **FOL**s with up to 21 plies contains no $\pi/4$ **FIL**s.

Validation

The definitive list of **FOL** stacking sequences, from which the sub-sets of **EIL**s **FIL**s and **QHOL**s are derived, have been validated against the published ESDU listing[14], containing symmetric (*SS*) and anti-symmetric (*AS*) laminates, together with a limited number of non-symmetric sequences.

The laminates detailed in Refs 7, 8, 10 and 16, which have been algorithmically filtered to provide mathematically and mechanically unique stacking sequences, provide further validation. Applying this filtering to the 18 **FIL**s, with $\pi/3$ isotropy, identified as a sub-set of **FOL**s, which are of the form (and number) $_{+}NN_{+}$ (2), $_{+}NN_{-}$ (8) and $_{+}NN_{\bigcirc}$ (8), reveals that: only 1 of the 2 $_{+}NN_{+}$ sequences is unique when the order is reversed, see Fig. 1; only 4 from the 8 $_{+}NN_{-}$ sequences are unique when the order is reversed and + and − plies are inter-changed, see Fig. 2 and; $_{+}NN_{\bigcirc}$ sequences are identical to $_{+}NN_{-}$ sequences with − and ○ plies inter-changed, see Fig. 3, leaving the 5 mathematically and mechanically unique sequences identified by Vannucci and Verchery[8], i.e.:

(*NN* 1071) $[\pm/-/\bigcirc_3/+_2/\bigcirc/\mp/\pm/-_2/\bigcirc_2/+]_T$

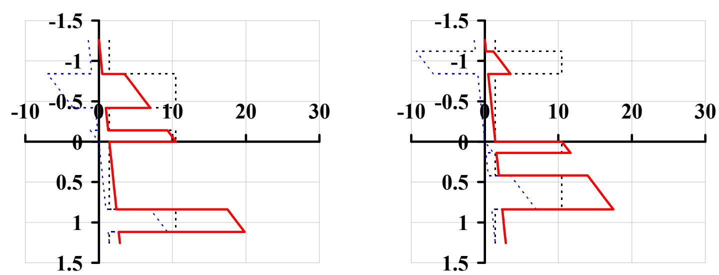
(*NN* 1073) $[+/\bigcirc/-_2/\bigcirc/+/\bigcirc/\mp/\pm/\bigcirc/\mp/\bigcirc_2/\pm]_T$

(*NN* 1074) $[+/\bigcirc/-/\bigcirc/\mp_2/\bigcirc/-/\bigcirc/+/\pm/\bigcirc_2/\pm]_T$

(*NN* 1075) $[+/\bigcirc_2/-_2/\pm/\mp/+/\bigcirc_3/\pm/\bigcirc/\pm]_T$

(*NN* 1077) $[+/\bigcirc/-/\bigcirc/\mp_2/\bigcirc/\mp/\bigcirc_2/\mp/+/\bigcirc/-]_T$

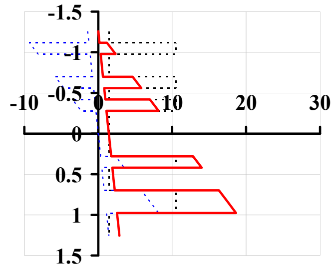
in which +/−/○ are presented as +60/−60/0°, respectively, in the feasible domains of lamination parameters that follow, but may indeed be any combination of ply angles with $\pi/3$ separation; the designations in parentheses correspond to the FOL sequences of Ref. 3. However, the notion of mathematically and mechanically unique stacking sequences is believed to be of limited practical significance, particularly in view of the identical stress distributions of sequences #1 and #4 of Ref. 8, illustrated in Figs 3(g) and 3(e), respectively. This situation arises because the cross-ply subsequences are identical in these two laminates and, for the particular load combination used, the stress distribution is insensitive to the angle-ply subsequence. Similarly, laminates *NN* 1073, 1075, 1081 and 1082, of Figs 2(a), 2(c), 3(c) and 3(a) respectively, have identical stress distributions for the same load combination when the material axis is rotated through −60°, i.e. +/−/○ now represent 0/60/−60°, because the cross-ply subsequences are identical in all four laminates.



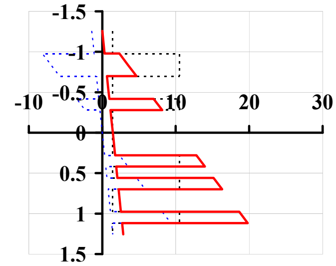
(a) *NN* 1071: $[\pm/-/\bigcirc_3/+_2/\bigcirc/\mp/\pm/-_2/\bigcirc_2/+]_T$

(b) *NN* 1071 → *NN* 1072 → **#5**: $[+/\bigcirc_2/-_2/\mp/\pm/\bigcirc/+_2/\bigcirc_3/-/\mp]_T$

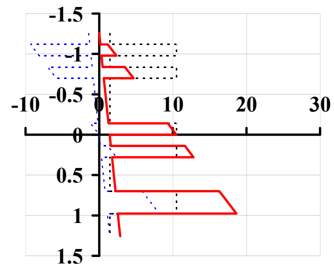
Figure 1 – Through the thickness stress distribution for fully isotropic, unrestrained laminate (a) *NN* 1071, and (b) *NN* 1072 when stacking sequence is reversed, giving rise to sequence #5 of Ref. 8.



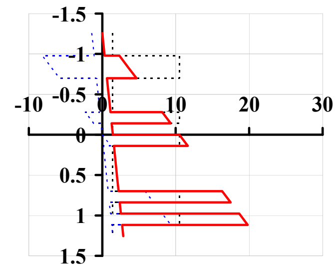
(a) *NN* 1073*:*
$[+/O/-_2/O/+/O/\mp/\pm/O/\mp/O_2/\pm]_T$



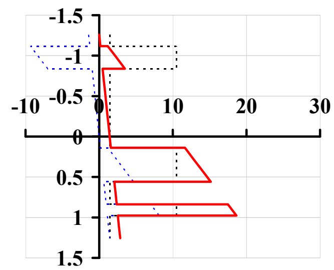
(e) *NN* 1073 → *NN* 1076
$[+/O/-_2/O/+/O/\mp/\pm/O/\mp/O_2/\pm]_T$



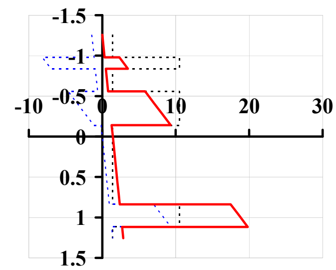
(b) *NN* 1074:
$[+/O/-/O/\mp_2/O/-/O/+/\pm/O_2/\pm]_T$



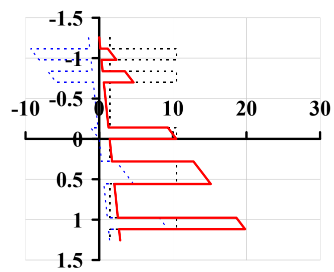
(f) *NN* 1074 → *NN* 1078:
$[\pm/O_2/\pm/-/O/+/O/\mp_2/O/+/O/-]_T$



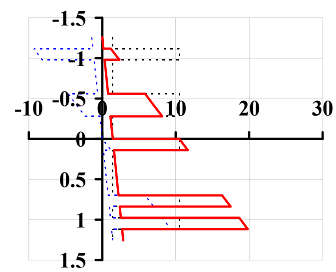
(c) *NN* 1075:
$[+/O_2/-_2/\pm/\mp/+/O_3/\pm/O/\pm]_T$



(g) *NN* 1075 → *NN* 1080:
$[\pm/O/\pm/O_3/-_2/+_2/\mp/+/O_2/-]_T$

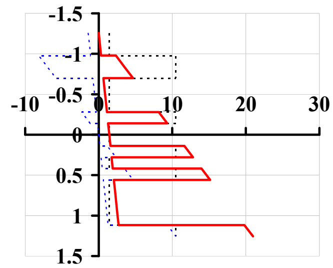


(d) *NN* 1077:
$[+/O/-/O/\mp_2/O/\mp/O_2/\mp/+/O/-]_T$

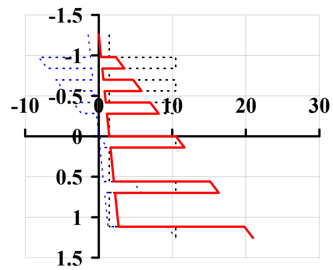


(h) *NN* 1077 → *NN* 1079 → **#2**:
$[+/O/-/\mp/O_2/\mp/O/\mp_2/O/+/O/-]_T$

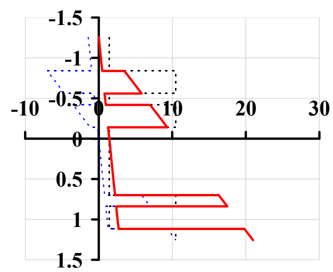
Figure 2 – Through the thickness stress distribution for fully isotropic, unrestrained laminates (a) – (d) *NN* 1071 – *NN* 1075 and *NN* 1077, subject to combined in-plane load N_x and bending moment M_x, and (e) – (h) *NN* 1076, *NN* 1078 – *NN* 1080 when stacking sequence is reversed and + and − plies inter-changed; (h) *NN* 1079 represents sequence #2 of Ref. 8.



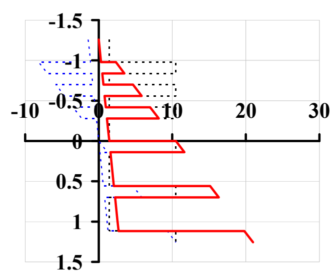
(a) *NN* 1073 → *NN* 1082*:*
[±/○$_2$/–/±/○/+$_2$/○/–/○/±/∓/○]$_T$



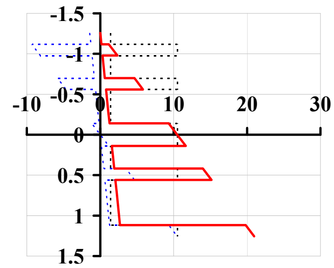
(b) *NN* 1074 → *NN* 1083:
[±/○/–/○/+/○/±/○/∓/+/○/–/∓/○]$_T$



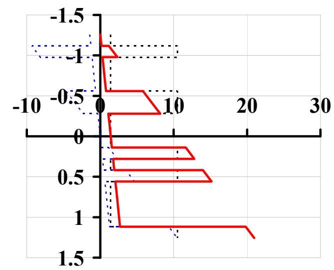
(c) *NN* 1075 → *NN* 1081:
[±/–/○$_2$/+/○$_2$/+$_2$/–$_3$/+/○/∓/○]$_T$



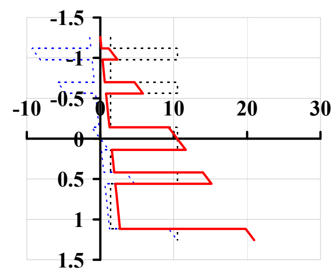
(d) *NN* 1077 → *NN* 1084:
[±/○/–/○/+/○/±/○/±/–/○/+/±/○]$_T$



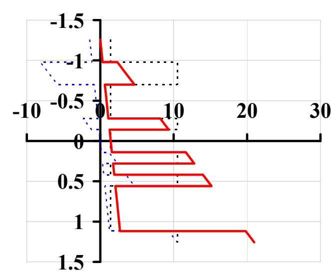
(e) *NN* 1076 → *NN* 1085 → **#4**
[±/○$_2$/∓/○/±/∓/○/–/○/+$_2$/○/–]$_T$



(f) *NN* 1078 → *NN* 1087 → **#3**:
[+/○/–/∓/○$_2$/∓/–/○/+/○/±$_2$/○]$_T$



(g) *NN* 1080 → *NN* 1088 → **#1**:
[+/○/∓/○/–$_3$/○$_2$/+$_2$/○/+$_2$/–$_2$/○]$_T$



(h) *NN* 1079 → *NN* 1086:
[±/○$_2$/±/–/○/±/○/+/○/±$_2$/○]$_T$

Figure 3 – Through the thickness stress distribution for fully isotropic, unrestrained laminates (a) – (d) *NN* 1073 – *NN* 1075 and *NN* 1077, subject to combined in-plane load N_x and bending moment M_x, and (e) – (h) *NN* 1076, *NN* 1078 – *NN* 1080, resulting from those of Fig. 2 when – and ○ plies inter-changed, respectively; (g), (f) and (e) giving rise to sequences #1, #3 and #4 of Ref. 8, respectively. Note the identical stress distribution of (e) and (g).

Figures 1 – 3 represent the through the thickness stress distributions for unrestrained fully isotropic laminated plates subject to combined in-plane load N_x (= 4.2 N/mm) and bending moment M_x (= 10.0 N.mm/mm). Individual stress distribution profiles arising from the application of N_x and M_x (dashed lines) are illustrated together with the combined stress distribution profile (solid lines). Material properties and constant ply thickness, *t*, used in the calculation of these stress distributions, are given in the example calculations that follow.

Wu and Avery[5] obtained **FIL**s by varying, or shuffling, the stacking sequences of fully uncoupled **EIL**s in order to produce bending isotropy. Eighty-nine stacking sequences were presented as the symmetric halves of 36-ply laminates with fully isotropic properties, deemed to be the minimum number of plies for π/3 **FIL**s. Limited details of 54-ply sequences for **FIL**s with π/3 isotropy are also provided, together with π/4, π/5 and π/6 isotropy for 48-, 50- and 72-ply sequences, respectively. The symmetry assumption, on which this work is based, precluded the possibility that the listings would contain non-symmetric 18-ply **FIL**s. However, inspection of this list reveals that nine of these stacking sequences represent 18-ply non-symmetric **FIL**s; the nine sequences are reproduced in Table 1 with the original reference numbers and formatting.

Table 1 – Stacking sequences for 18-ply non-symmetric **FIL**s, representing the symmetric halves of 36-ply **FIL**s (after Ref. 5)

Ref.	θ_1						θ_2						θ_3					
57	**1**	**4**	**11**	**12**	**14**	**15**	**2**	**5**	**9**	**10**	**13**	**18**	**3**	**6**	**7**	**8**	**16**	**17**
65	**1**	**5**	**9**	**12**	**14**	**16**	**2**	**6**	**7**	**10**	**15**	**17**	**3**	**4**	**8**	**11**	**13**	**18**
66	**1**	**5**	**9**	**12**	**14**	**16**	**2**	**6**	**7**	**11**	**13**	**18**	**3**	**4**	**8**	**10**	**15**	**17**
69	*1*	*6*	*8*	*11*	*15*	*16*	*2*	*4*	*9*	*12*	*13*	*17*	*3*	*5*	*7*	*10*	*14*	*18*
70	**1**	**6**	**8**	**11**	**15**	**16**	**2**	**5**	**9**	**10**	**13**	**18**	**3**	**4**	**7**	**12**	**14**	**17**
73	*1*	*6*	*8*	*12*	*13*	*17*	*2*	*4*	*9*	*11*	*15*	*16*	*3*	*5*	*7*	*10*	*14*	*18*
76	*1*	*6*	*9*	*10*	*14*	*17*	*2*	*3*	*11*	*12*	*13*	*16*	*4*	*5*	*7*	*8*	*15*	*18*
77	*1*	*6*	*9*	*10*	*14*	*17*	*2*	*5*	*7*	*12*	*15*	*16*	*3*	*4*	*8*	*11*	*13*	*18*
78	**1**	**7**	**8**	**11**	**12**	**18**	**2**	**3**	**10**	**13**	**14**	**15**	**4**	**5**	**6**	**9**	**16**	**17**

Each ply number, 1 through 18, appears under the appropriate ply-angle heading, θ_1, θ_2 or θ_3 in row 1 of Table 1. Sequences 57, 65, 66, 70 and 78, correspond to the 5 mechanically and mathematically distinct sequences derived independently by Vannucci and Verchery[8] some ten years later, whilst sequence 69 is sequence 65 with the order reversed and with θ_3, θ_2 and θ_1 in row 1. Similarly, sequences 73, 76 and 77 are, respectively, 66, 57 and 70 with the order reversed and with θ_2, θ_3 and θ_1 in row 1.

Sequence *AC 127*, which is discussed in detail in section V, has special significance: It is a **QHOL** and validates the unique angle-ply laminate containing four ply orientations, i.e. +,–,○ and ●, alluded to in Ref. 16 for a 20 ply laminate satisfying Eq. (7), and Eq. (5) when ply orientations satisfy the π/4 condition, but not Eq. (6). Note that *AC 127* and *AC 128* are identical when cross-plies are interchanged, ○ with ●. All other **QHOL**s with up to 21 plies contain either two or three ply orientations, i.e. +,– or +,– and ○, respectively.

III. Stacking sequence listings

The following Tables provide summaries of the numbers of fully uncoupled **EIL** and **QHOL** stacking sequences with up to 21 plies together with cross-references to the Tables of the full sequence listings and non-dimensional parameters, given in the appendix. Note that percentage values to indicate the relative proportion ($n_\pm/n$, $n_{○}/n$ and $n_{●}/n$) and relative contribution to bending stiffness ($\zeta_\pm/\zeta$, $\zeta_{○}/\zeta$ and $\zeta_{●}/\zeta$) of each ply sub-sequences within the laminate have been omitted for reasons of compactness, together with other parameters that are common within a given table. These missing parameters are readily calculated from the expressions provided within the table captions.

Table 2 - Number of fully uncoupled π/3 **EIL**s [π/4 **EIL**s] for 7- through 21-ply laminates, corresponding to prefix designations for Anti-symmetric (*A*), Cross-symmetric (*C*), Non-symmetric (*N*) and Symmetric (*S*) ply sub-sequences, listed in abridged form in Tables 7 and 8. Subscripts arranged before and after the prefix designations denote angle (+, −) and cross plies (○), and correspond to the orientations of the top and bottom plies of the laminate respectively.

Prefix:	Number of plies, *n*															Table:
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
AC	–	–	–	–	–	–	–	–	–	[2]	–	–	–	–	–	–/[8(a)]
AS	–	–	1	–	–	5	–	–	6	[2]	–	46	–	–	115	7(a)/[8(b)]
SC	–	–	–	–	–	–	–	–	–	[2]	–	–	–	–	–	–/[8(c)]
${}_{+}NN_{+}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	16	–	–	90	7(b)/–
${}_{+}NN_{-}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	26	–	–	182	7(c)/–
${}_{+}NN_{\circ}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	[6]	–	31	–	–	207	7(d)/[8(d)]
SS	–	–	–	–	–	–	–	–	–	[6]	–	–	–	–	–	–/[8(e)]

Table 3 - Number of QHOLs containing no cross-ply orientations for 7- through 21-ply laminates, corresponding to prefix designations for Anti-symmetric (*A*), Non-symmetric (*N*) and Symmetric (*S*) ply sub-sequences, listed in Table 9. Subscripts arranged before and after the prefix designations denote angle (+, −) plies and correspond to the orientations of the top and bottom plies of the laminate respectively.

Prefix:	Number of plies, *n*															Table:
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
AS	–	1	–	–	–	1	–	–	–	4	–	–	–	10	–	9(a)
${}_{+}NS_{+}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	2	–	–	–	6	–	9(b)
${}_{+}NS_{-}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	8	–	9(c)
SS	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	–	–	–	–	9(d)

Table 4 - Number of QHOLs containing one [both] cross-ply orientation[s] for 7- through 21-ply laminates, corresponding to prefix designations for Anti-symmetric (*A*), Cross-symmetric (*C*), Non-symmetric (*N*) and Symmetric (*S*) ply sub-sequences, listed in Table 10. Subscripts arranged before and after the prefix designations denote angle (+, −) and cross plies (○), and correspond to the orientations of the top and bottom plies of the laminate respectively.

Prefix:	Number of plies, *n*															Table:
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
AC	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	[2]	–	-
AS	–	–	–	–	–	–	–	3	–	4	–	–	2	4	6	10(a)
${}_{+}NS_{+}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	4	–	–	–	–	10(b)
${}_{+}NN_{+}$	–	–	–	–	–	–	–	–	4	–	–	–	–	–	4	10(c)
${}_{+}NN_{-}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	4	–	10(d)
${}_{+}NN_{\circ}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1	–	5	17	19	10(e)
SS	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	4	10(f)

IV. Calculation of membrane and bending stiffness terms

The calculation procedure for the elements (A_{ij} and D_{ij}) of the extensional (**A**) and bending (**D**) stiffness matrices, using the dimensionless parameters provided in Tables 7 - 10, are as follows:

$$A_{ij} = \{n_{\pm}/2 \times Q'_{ij+} + n_{\pm}/2 \times Q'_{ij-} + n_{\circ}Q'_{ij\circ} + n_{\bullet}Q'_{ij\bullet}\} \times t \quad (15)$$

$$D_{ij} = \{\zeta_{\pm}/2 \times Q'_{ij+} + \zeta_{\pm}/2 \times Q'_{ij-} + \zeta_{\circ}Q'_{ij\circ} + \zeta_{\bullet}Q'_{ij\bullet}\} \times t^3/12 \quad (16)$$

The form of Eqs. (15) and (16) was chosen because they are readily modified to account for laminates with extensional and bending anisotropy by replacing $n_{\pm}/2 \times Q'_{ij+}$ with $n_{\pm}(n_+/n_{\pm})Q'_{ij+}$ and $n_{\pm}/2 \times Q'_{ij-}$ with $n_{\pm}(1 - n_+/n_{\pm})Q'_{ij-}$, and $\zeta_{\pm}/2 \times Q'_{ij+}$ with $\zeta_{\pm}(\zeta_+/\zeta_{\pm}) \times Q'_{ij+}$ and $\zeta_{\pm}/2 \times Q'_{ij-}$ with $\zeta_{\pm}(1 - \zeta_+/\zeta_{\pm}) \times Q'_{ij-}$. The use of these modified equation requires the calculation of an additional stiffness parameter, n_+ and ζ_+, relating to the extensional and bending stiffness contribution of positive (θ) angle plies, respectively.

The transformed reduced stiffness terms in Eqs. (15) and (16) are given by:

$$Q'_{11} = Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta$$

$$Q'_{12} = Q'_{21} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{12}(\cos^4\theta + \sin^4\theta)$$

$$Q'_{16} = Q'_{61} = \{(Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\cos^2\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^2\theta\}\cos\theta\sin\theta$$

$$Q'_{22} = Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta$$

$$Q'_{26} = Q'_{62} = \{(Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\cos^2\theta\}\cos\theta\sin\theta$$

$$Q'_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\cos^2\theta\sin^2\theta + Q_{66}(\cos^4\theta + \sin^4\theta) \quad (17)$$

and the reduced stiffness terms by:

$$Q_{11} = E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21})$$

$$Q_{12} = \nu_{12}E_2/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) = \nu_{21}E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21})$$

$$Q_{22} = E_2/(1 - \nu_{12}\nu_{21})$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (18)$$

For optimum design of angle-ply laminates, lamination parameters are often preferred, since these allow the stiffness terms to be expressed as linear variables. The optimized lamination parameters may then be matched against a corresponding set of stacking sequences with given laminate thickness H (= $n \times t$). In the context of the parameters presented in the current article, only four of the twelve lamination parameters are required, and these are related through the following expressions:

$$\xi_1 = \xi_1^A = \{n_{\pm}(n_+/n_{\pm})\cos(2\theta_+) + n_{\pm}(1 - n_+/n_{\pm})\cos(2\theta_-) + n_{\circ}\cos(2\theta_{\circ}) + n_{\bullet}\cos(2\theta_{\bullet})\}/n$$

$$\xi_2 = \xi_2^A = \{n_{\pm}(n_+/n_{\pm})\cos(4\theta_+) + n_{\pm}(1 - n_+/n_{\pm})\cos(4\theta_-) + n_{\circ}\cos(4\theta_{\circ}) + n_{\bullet}\cos(4\theta_{\bullet})\}/n \quad (19)$$

and

$$\xi_9 = \xi_1^D = \{\zeta_{\pm}(\zeta_+/\zeta_{\pm})\cos(2\theta_+) + \zeta_{\pm}(1 - \zeta_+/\zeta_{\pm})\cos(2\theta_-) + \zeta_{\circ}\cos(2\theta_{\circ}) + \zeta_{\bullet}\cos(2\theta_{\bullet})\}/\zeta$$

$$\xi_{10} = \xi_2^D = \{\zeta_{\pm}(\zeta_+/\zeta_{\pm})\cos(4\theta_+) + \zeta_{\pm}(1 - \zeta_+/\zeta_{\pm})\cos(4\theta_-) + \zeta_{\circ}\cos(4\theta_{\circ}) + \zeta_{\bullet}\cos(4\theta_{\bullet})\}/\zeta \quad (20)$$

where the extensional stiffness parameter $n_+ = (n_- =)\ n_\pm/2$ and bending stiffness parameters $\zeta_+\ (= \zeta_-) = \zeta_\pm/2$ for **FOL**s, **QHOL**s, **EIL**s and **FIL**s, hence Eqs. (19) and (20) reduce to:

$$\xi_1 = \{n_\pm \cos(2\theta_\pm) + n_\circ \cos(2\theta_\circ) + n_\bullet \cos(2\theta_\bullet)\}/n$$

$$\xi_2 = \{n_\pm \cos(4\theta_\pm) + n_\circ \cos(4\theta_\circ) + n_\bullet \cos(4\theta_\bullet)\}/n \qquad (21)$$

and

$$\xi_9 = \{\zeta_\pm \cos(2\theta_\pm) + \zeta_\circ \cos(2\theta_\circ) + \zeta_\bullet \cos(2\theta_\bullet)\}/\zeta$$

$$\xi_{10} = \{\zeta_\pm \cos(4\theta_\pm) + \zeta_\circ \cos(4\theta_\circ) + \zeta_\bullet \cos(4\theta_\bullet)\}/\zeta \qquad (22)$$

Elements of the extensional and bending stiffness matrices are related to the lamination parameters, respectively, by:

$$A_{11} = \{U_1 + \xi_1 U_2 + \xi_2 U_3\} \times H$$

$$A_{12} = A_{21} = \{-\xi_2 U_3 + U_4\} \times H$$

$$A_{22} = \{U_1 - \xi_1 U_2 + \xi_2 U_3\} \times H$$

$$A_{66} = \{-\xi_2 U_3 + U_5\} \times H \qquad (23)$$

and

$$D_{11} = \{U_1 + \xi_9 U_2 + \xi_{10} U_3\} \times H^3/12$$

$$D_{12} = \{U_4 - \xi_{10} U_3\} \times H^3/12$$

$$D_{22} = \{U_1 - \xi_9 U_2 + \xi_{10} U_3\} \times H^3/12$$

$$D_{66} = \{-\xi_{10} U_3 + U_5\} \times H^3/12 \qquad (24)$$

where the laminate invariants are given in terms of the reduced stiffnesses of Eq. (18) by:

$$U_1 = \{3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}\}/8$$

$$U_2 = \{Q_{11} - Q_{22}\}/2$$

$$U_3 = \{Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}\}/8$$

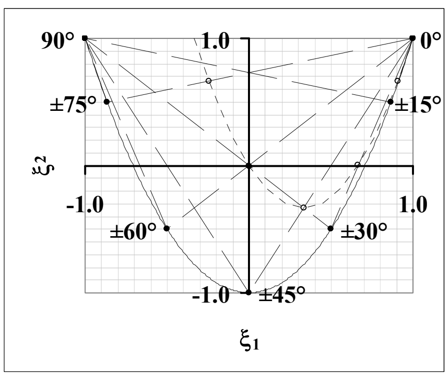
$$U_4 = \{Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}\}/8$$

$$U_5 = \{Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66}\}/8 \qquad (25)$$

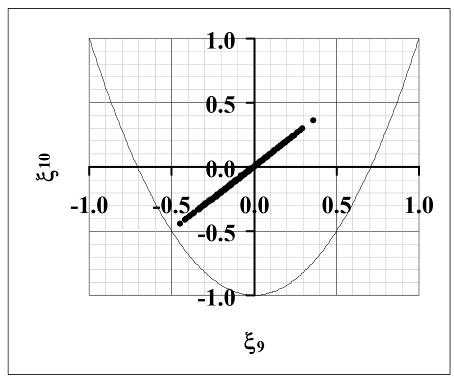
V. Results and Discussion

Figure 4(a) – (d) illustrates the feasible domains of lamination parameters for all **EIL** and **QHOL** sub-sets from the definitive list of **FOLs**, in which the +/–/○/● of Tables 7 - 10 correspond to 45/-45/0/90°, respectively, or 60/-60/0° for laminates with only one cross-ply orientation, e.g. π/3 **EILs**. All membrane (extensional) lamination parameters are bounded by the parabola $\xi_2 = 2\xi_1^2 - 1$ with limits $-1 \le \xi_1 \le 1$ and $-1 \le \xi_2 \le 1$; for flexural (bending) lamination parameters, ξ_9 and ξ_{10} replace ξ_1 and ξ_2, respectively. Stacking sequences lying along the broken line drawn between $(\xi_1, \xi_2) = (1, 1)$ and $(0, -1)$ on Fig. 4(a), contain only 0° and ±45° plies, whereas any sequences lying along the line between (0, -1) and (-1, 1) would consist of ±45 and 90° plies only. Similarly, any stacking sequences corresponding to the points (-1, 1), (0, -1) or (1, 1), would contain only 90° plies, ±45° plies or 0° plies, respectively. A π/3 **EIL** with $2n_\pm = n_\bigcirc$ plies, lies at the ⅓[rd] point along the line defining a laminate containing only ±60° and 0° plies, i.e. $(\xi_1, \xi_2) = (0, 0)$. The flexural lamination parameters corresponding to uncoupled π/3 **EIL**s have orthotropic properties which lie along the line defined by $(\xi_9, \xi_{10}) = (1, 1)$ and (-0.5, -0.5) on Fig. 4(b), since the three ply orientations +/–/○ have been equated to 60/-60/0°. The flexural lamination parameters corresponding to uncoupled π/4 **EIL**s, illustrated on Fig. 4(c), are contained within the domain defined by the three points corresponding to the 90, ±45 and 0° plies that these sequences contain, cf. Fig. 4(a).

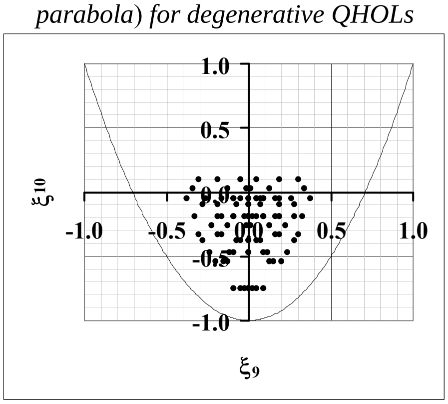
All π/3 **FIL**s, with $2\zeta_\pm = \zeta_\bigcirc$, correspond to the point $(\xi_1, \xi_2) = (\xi_9, \xi_{10}) = (0, 0)$. **QHOL**s correspond to any point satisfying $(\xi_1, \xi_2) = (\xi_9, \xi_{10}) \neq (0, 0)$. Degenerative **QHOL**s therefore result from **FIL**s when the π/3 angle separation is relaxed, e.g. where the three ply orientations +/–/○ correspond to 45/-45/0° rather than 60/-60/0°: Such sequences are illustrated by the locus of ⅓[rd] points shown by the broken-line parabola on Fig. 4(a), representing arbitrary angle-ply ±θ.



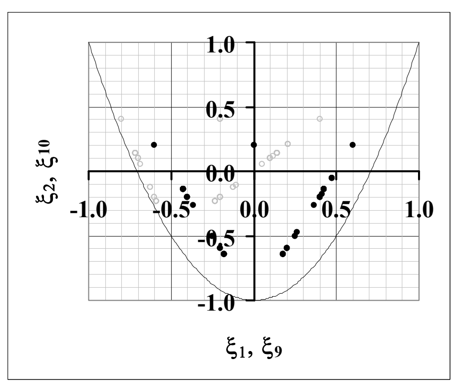
(a) *Domains of membrane lamination parameters for EILs* (*and FILs with* $\xi_1 = \xi_2 = 0$) *and locus* (*broken-line parabola*) *for degenerative QHOLs*



(b) *Flexural lamination parameters for EILs - π/3* (973)



(c) *Flexural lamination parameters for EILs - π/4* (92)



(d) *Membrane and Flexural lamination parameters for QHOLs* (82) with ±θ = 45° (●) and ±60° (○)

Figure 4 – Feasible domains of lamination parameters, in the form of Eqs. (22), for: (a) – (c) **EIL**s, including form and number of sequences represented and; (d) the sub-set of **QHOL**s from the definitive list of **FOL**s.

For IM7/8552 carbon-fiber/epoxy material with Young's moduli E_1 = 161.0GPa and E_2 = 11.38GPa, shear modulus G_{12} = 5.17GPa and Poison ratio ν_{12} = 0.38, lamina thickness t = 0.1397mm and stacking sequence *AC 127*: $[+/○/●_2/–/○/–/○/●/–/+/○/●/+/●/+/○_2/●/–]_T$, the non-dimensional parameters are verified by the calculations presented in Table 5, where the first two columns provide the ply number and orientation, respectively. Subsequent columns illustrate the summations, for each ply orientation, of $(z_k - z_{k-1})$, $(z_k^2 - z_{k-1}^2)/2$ and $(z_k^3 - z_{k-1}^3)/3$, relating to the **A**, **B** and **D** matrices, respectively. The distance from the laminate mid-plane, z, is expressed in term of ply thickness t, which is set to unit value in the non-dimensional expressions.

Table 5 – Calculation procedure for the non-dimensional parameters of the **ABD** relation.

Ply	θ	$(z_k - z_{k-1})$	**A** $_A\Sigma_+$	$_A\Sigma_-$	$_A\Sigma_○$	$_A\Sigma_●$	$(z_k^2 - z_{k-1}^2)/2$	**B** $_B\Sigma_+$	$_B\Sigma_-$	$_B\Sigma_○$	$_B\Sigma_●$	$(z_k^3 - z_{k-1}^3)/3$	**D** $_D\Sigma_+$	$_D\Sigma_-$	$_D\Sigma_○$	$_D\Sigma_●$
			4	4	6	6		0	0	0	0		400	400	600	600
1	+	1	→ 1				-19	→ -19				271	→ 271			
2	○	1			→ 1		-17			→ -17		217			→ 217	
3	●	1				→ 1	-15				→ -15	169				→ 169
4	●	1				→ 1	-13				→ -13	127				→ 127
5	–	1		→ 1			-11		→ -11			91		→ 91		
6	○	1			→ 1		-9			→ -9		61			→ 61	
7	–	1		→ 1			-7		→ -7			37		→ 37		
8	○	1			→ 1		-5			→ -5		19			→ 19	
9	●	1				→ 1	-3				→ -3	7				→ 7
10	–	1		→ 1			-1		→ -1			1		→ 1		
11	+	1	→ 1				1	→ 1				1	→ 1			
12	○	1			→ 1		3			→ 3		7			→ 7	
13	●	1				→ 1	5				→ 5	19				→ 19
14	+	1	→ 1				7	→ 7				37	→ 37			
15	●	1				→ 1	9				→ 9	61				→ 61
16	+	1	→ 1				11	→ 11				91	→ 91			
17	○	1			→ 1		13			→ 13		127			→ 127	
18	○	1			→ 1		15			→ 15		169			→ 169	
19	●	1				→ 1	17				→ 17	217				→ 217
20	–	1		→ 1			19		→ 19			271		→ 271		

The non-dimensional parameters arising from the summations of Table 5 are: n_+ (= $_A\Sigma_+$) = $n_\pm/2$ = 4, n_- = 4, $n_○$ = 6 and $n_●$ = 6, and ζ_+ (= 4 × $_D\Sigma_+$) = 1600, ζ_- = 1600, $\zeta_○$ = 2400 and $\zeta_●$ = 2400, where $n^3 = 20^3 = \zeta = \zeta_+ + \zeta_- + \zeta_○ + \zeta_●$ = 8000 and $\zeta_\pm = \zeta_+ + \zeta_-$ = 3200. The **B** matrix summations confirm that B_{ij} = 0 for this laminate.

For fiber angles θ = ±45°, 0° and 90° in place of symbols ±, ○ and ● respectively, the transformed reduced stiffnesses are given in Table 6, which are readily calculated using Eqs. (17).

Table 6 – Transformed reduced stiffnesses (N/mm^2) for IM7/8552 carbon-fiber/epoxy with ply angle θ.

θ	Q'_{11}	Q'_{12}	Q'_{16}	Q'_{22}	Q'_{26}	Q'_{66}
-45	50,894	40,554	-37,791	50,894	-37,791	41,355
45	50,894	40,554	37,791	50,894	37,791	41,355
0	162,660	4,369	0	11,497	0	5,170
90	11,497	4,369	0	162,660	0	5,170

and through Eqs. (15) and (16), the final stiffness matrices are derived for the laminate:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{26} \\ \text{Sym.} & & A_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 202{,}858 & 52{,}647 & 0 \\ & 202{,}858 & 0 \\ \text{Sym.} & & 54{,}885 \end{bmatrix} \text{N/mm}$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{26} \\ \text{Sym.} & & D_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 131{,}966 & 34{,}249 & 0 \\ & 131{,}966 & 0 \\ \text{Sym.} & & 35{,}705 \end{bmatrix} \text{N.mm}$$

given that:

$$A_{16} = \{n_{+}Q'_{16+} + n_{-}Q'_{16-} + n_{\circ}Q'_{16\circ} + n_{\bullet}Q'_{16\bullet}\} \times t$$

$$A_{16} = A_{26} = \{4 \times 37{,}791 + 4 \times -37{,}791 + 6 \times 0 + 6 \times 0\} \times 0.1397 = 0 \text{ N/mm}$$

$$D_{16} = \{\zeta_{\pm}/2 \times Q'_{16+} + \zeta_{\pm}/2 \times Q'_{16-} + \zeta_{\circ}Q'_{16\circ} + \zeta_{\bullet}Q'_{16\bullet}\} \times t^3/12$$

$$D_{16} = D_{26} = \{1600 \times 37{,}791 + 1600 \times -37{,}791 + 2400 \times 0 + 2400 \times 0\} \times 0.1397^3/12 = 0 \text{ N.mm}$$

This laminate appears to be fully isotropic, since $A_{11} = A_{22}$ and $D_{ij} \propto A_{ij}$, but calculation reveals that whilst Eqs. (5) and (7) are satisfied, Eq. (6) is not. Hence this is a **Q**uasi **H**omogeneous **O**rthotropic angle-ply **L**aminate, or **QHOL**, containing four ply orientations.

The lamination parameters for this laminate, i.e. the co-ordinates $(\xi_1, \xi_2) = (\xi_9, \xi_{10}) = (0.0, 0.2)$ on Fig. 4(d), are derived from Eqs. (21):

$$\xi_1 = \{n_{\pm}\cos(2\theta_{\pm}) + n_{\circ}\cos(2\theta_{\circ}) + n_{\bullet}\cos(2\theta_{\bullet})\}/n$$

$$\xi_1 = \{8 \times \cos(90°) + 6 \times \cos(0°) + 6 \times \cos(180°)\}/20 = 0.0$$

$$\xi_2 = \{n_{\pm}\cos(4\theta_{\pm}) + n_{\circ}\cos(4\theta_{\circ}) + n_{\bullet}\cos(4\theta_{\bullet})\}/n$$

$$\xi_2 = \{8 \times \cos(180°) + 6 \times \cos(0°) + 6 \times \cos(360°)\}/20 = 0.2$$

and Eqs. (22):

$$\xi_9 = \{\zeta_{\pm}\cos(2\theta_{\pm}) + \zeta_{\circ}\cos(2\theta_{\circ}) + \zeta_{\bullet}\cos(2\theta_{\bullet})\}/\zeta$$

$$\xi_9 = \{3200 \times \cos(90°) + 2400 \times \cos(0°) + 2400 \times \cos(180°)\}/8000 = 0.0$$

$$\xi_{10} = \{\zeta_{\pm}\cos(4\theta_{\pm}) + \zeta_{\circ}\cos(4\theta_{\circ}) + \zeta_{\bullet}\cos(4\theta_{\bullet})\}/\zeta$$

$$\xi_{10} = \{3200 \times \cos(180°) + 2400 \times \cos(0°) + 2400 \times \cos(360°)\}/8000 = 0.2$$

VI. Conclusions

This article presents the definitive set of stacking sequences for (82) **Q**uasi-**H**omogeneous **O**rthotropic **L**aminates (**QHOL**s), (973) π/3 and (92) π/4 **E**xtensionally **I**sotropic **L**aminates (**EIL**s) and (36) π/3 **F**ully **I**sotropic **L**aminates (**FOL**s), all of which are sub-sets from a definitive list of (69,506) stacking sequences for **F**ully **O**rthotropic **L**aminates (**FOL**s) with up to 21 plies. The great majority of sequences are non-symmetric in form and many are without any sub-sequence patterns, e.g. symmetry or repeating groups, which is contrary to the assumptions on which many previous studies have been based.

Standard ply angles (±45°/0°/90° for π/4 isotropy and ±60°/0° for π/3 isotropy) have been assumed in the presentation of the feasible domains of lamination parameters commonly adopted in the optimum design of composite laminates, however the stacking sequences are otherwise generic in the sense that any orientation may be assigned to the angle-ply sub-sequence, and the two cross-ply orientations may be arbitrarily switched. For **EIL** or **FIL** properties of course, the choice of these arbitrary ply angles must ensure that π/3 or π/4 ply separation is maintained; the stacking sequences otherwise degenerate into **FOL**s and **QHOL**s respectively. The **ABD** relation has been shown to be readily calculated for any general orthotropic fiber/matrix material using the non-dimensional stiffness parameters provided.

FILs provide an important set of benchmark configurations, which permit like with like comparisons for laminates with other characteristics.

References

[1]Engineering Sciences Data Unit, "Stiffnesses of laminated plates", ESDU Item No. 94003, 1994.

[2]York, C. B., "On composite laminates with extensional-anisotropy," *Proc. 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf.*, Schaumburg, Illinois, 2008, Accepted for publication.

[3]York, C. B., "Laminate stacking sequences for special orthotropy," University of Glasgow, Department of Aerospace Engineering Research Report No. 06-02, 2006.

[4]York, C. B., "Characterization of non-symmetric forms of fully orthotropic laminates." *AIAA Journal of Aircraft*, Accepted for publication. See also, York, C. B. "Characterization and ply mixing rules for non-symmetric forms of fully orthotropic laminates," *Proc. 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf.,* AIAA-2007-2083, Honolulu, Hawaii, 2007.

[5]Wu, K., M. and Avery, B. L., "Fully isotropic laminates and quasi-homogeneous anisotropic laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 26, No. 14, 1992, pp. 2107-2117.

[6]Fukunaga, H., Sekine, H., Sato, M. and Iino, A., "Buckling design of symmetrically laminated plates using lamination parameters" *Computers and Structures*, Vol. 57, No. 4, 1995, pp. 643-649.

[7]Valot, E. and Vannucci, P., "Some exact solutions for fully orthotropic laminates," *Composite Structures*, Vol. 69, 2005, pp. 157-66.

[8]Vannucci, P. and Verchery, G., "A new method for generating fully isotropic laminates," *Composite Structures*, Vol. 58, 2002, pp. 75-82.

[9]Caprino, G. and Crivelli-Visconti, I., "A note on specially orthotropic laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 16, No. 5, 1982, 395-399.

[10]Vannucci, P. and Verchery, G., "Stiffness design of laminates using the polar method," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, 2001, pp. 9281-94.

[11]Tsai, S. W. and Pagano, N. J., Composite materials workshop, in: Tsai S. W. et al., editors, Technomic, USA, 1968.

[12]Bartholomew, P., "Ply stacking sequences for laminated plates having in-plane and bending orthotropy," Royal Aircraft Establishment Technical Report No. 76003, 1976.

[13]Bartholomew, P., "Ply stacking sequences for laminated plates having in-plane and bending orthotropy," *Fibre Science and Technology*, Vol. 10, No. 4, 1977, pp. 239-253.

[14]Engineering Sciences Data Unit, "Laminate stacking sequences for special orthotropy (Application to fibre reinforced composites)", ESDU Item No. 82013, 1982.

[15]Fukunaga, H., and Vanderplaats, G. N., "Stiffness optimization of orthotropic laminated composites using lamination parameters", *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 4, 1991, pp. 641-646.

[16]Vannucci, P. and Verchery, G., "A special class of uncoupled and quasi-homogeneous laminates," *Composites Science and Technology*, Vol. 61, 2001, pp. 1465-1473.

[17]York, C. B., "Buckling interaction in regular arrays of rigidly supported composite laminated plates with orthogrid, isogrid and anisogrid planform," *AHS Journal*, Vol. 52, No. 4, 2007, pp. 343-359.

[18]York, C. B., "Buckling analysis and minimum mass design procedures for composite wing box structures," *AIAA Journal of Aircraft*, Vol. 43, No. 2, 2006, pp. 528-536.

Appendix

Table 7 – Fully uncoupled **EIL**s, with $\pi/3$ isotropy, for 7 through 21 ply laminates corresponding to prefix designations: (a) *AS* for Anti-symmetric (*A*) angle-plies and Symmetric (*S*) cross-plies; (b) ${}_{+}NN_{+}$ for Non-symmetric (*N*) angle-plies and Non-symmetric (*N*) cross-plies; (c) ${}_{+}NN_{-}$ and; (d) ${}_{+}NN_{\circ}$. For all sequences, $n_{\pm} = 2n_{\circ}$, $n = n_{\pm} + n_{\circ}$ and $\zeta = n^3 = \zeta_{\pm} + \zeta_{\circ}$.

(a)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$
AS 7	+ − ○ − ○ + ○ + −	9	630	99
AS 43	+ ○ − ○ − − + + ○ + ○ −	12	1088	640
AS 47	+ ○ − − ○ + − ○ + + ○ −	12	1184	544
AS 51	+ − ○ ○ − + − + ○ ○ + −	12	1280	448
AS 55	+ − ○ − + ○ ○ − + ○ + −	12	1424	304
AS 59	+ − − + ○ ○ ○ ○ − + + −	12	1664	64
AS 356	+ ○ − ○ − + − ○ + − + ○ + ○ −	15	2122	1253
AS 412	+ ○ − − + ○ − ○ + ○ − + + ○ −	15	2410	965
AS 428	+ − ○ − ○ + + ○ − − ○ + ○ + −	15	2554	821
AS 452	+ − ○ + − − ○ ○ ○ + + − ○ + −	15	2746	629
AS 460	+ − − ○ + ○ + ○ − ○ − ○ + + −	15	2890	485
AS 492	+ − + − ○ − ○ ○ ○ + ○ + − + −	15	3130	245
AS 1882	+ ○ ○ ○ − − − + + − − + + + ○ ○ ○ −	18	2736	3096
AS 1986	+ ○ ○ − ○ − + − − + + − + ○ + ○ ○ −	18	2976	2856
AS 2090	+ ○ ○ − − ○ + − + − + − ○ + + ○ ○ −	18	3168	2664
AS 2098	+ ○ − ○ ○ − + − + − + − + ○ ○ + ○ −	18	3264	2568
AS 2138	+ ○ ○ − − + ○ − − + + ○ − + + ○ ○ −	18	3312	2520
AS 2178	+ ○ ○ − − + − ○ + − ○ + − + + ○ ○ −	18	3408	2424
AS 2186	+ ○ ○ − + − − − ○ ○ + + + − + ○ ○ −	18	3456	2376
AS 2233	+ − ○ ○ ○ + − − − + + + − ○ ○ ○ + −	18	3600	2232
AS 2234	+ ○ − ○ − + ○ − + − + ○ − + ○ + ○ −	18	3600	2232
AS 2249	+ ○ − − ○ ○ + + − + − − ○ ○ + + ○ −	18	3696	2136
AS 2250	+ ○ − ○ + − − ○ − + ○ + + − ○ + ○ −	18	3696	2136
AS 2258	+ ○ − ○ − + − + ○ ○ − + − + ○ + ○ −	18	3744	2088
AS 2298	+ − ○ ○ − ○ + + − + − − ○ + ○ ○ + −	18	3792	2040
AS 2338	+ − ○ ○ + − ○ − − + + ○ + − ○ ○ + −	18	3936	1896
AS 2346	+ ○ − + ○ − − − ○ ○ + + + ○ − + ○ −	18	3984	1848
AS 2368	+ − ○ − ○ ○ + + + − − − ○ ○ + ○ + −	18	4032	1800
AS 2369	+ − ○ ○ + − − ○ + − ○ + + − ○ ○ + −	18	4032	1800
AS 2370	+ ○ − − + ○ ○ − + − + ○ ○ − + + ○ −	18	4032	1800
AS 2378	+ ○ − + − ○ − ○ − + ○ + ○ + − + ○ −	18	4128	1704
AS 2393	+ − ○ − ○ + ○ + − + − ○ − ○ + ○ + −	18	4176	1656
AS 2394	+ ○ − − + ○ − + ○ ○ − + ○ − + + ○ −	18	4176	1656
AS 2409	+ − ○ + ○ − − ○ − + ○ + + ○ − ○ + −	18	4272	1560
AS 2410	+ ○ − + − − ○ ○ + − ○ ○ + + − + ○ −	18	4272	1560
AS 2457	+ − ○ − ○ + + − ○ ○ + − − ○ + ○ + −	18	4320	1512
AS 2458	+ ○ + − − − ○ − ○ ○ + ○ + + + − ○ −	18	4320	1512
AS 2466	+ − ○ + − ○ ○ − − + + ○ ○ + − ○ + −	18	4368	1464
AS 2474	+ ○ − − + − + ○ ○ ○ ○ − + − + + ○ −	18	4416	1416
AS 2489	+ − − ○ ○ + ○ + + − − ○ − ○ ○ + + −	18	4464	1368
AS 2490	+ − ○ + − ○ − ○ + − ○ + ○ + − ○ + −	18	4464	1368
AS 2506	+ − − ○ ○ + + ○ − + ○ − − ○ ○ + + −	18	4560	1272
AS 2514	+ − + ○ ○ − − − ○ ○ + + + ○ ○ − + −	18	4608	1224
AS 2529	+ − − ○ + ○ ○ + − + − ○ ○ − ○ + + −	18	4656	1176
AS 2530	+ − ○ + − − ○ + ○ ○ − ○ + + − ○ + −	18	4656	1176

Continued

Continued

AS 2545	+ − + O − O − O −		+ O + O + O − + −	18	4752	1080
AS 2546	+ + O − − − − O O		O O + + + + O − −	18	4752	1080
AS 2554	+ − − O + O + − O		O + − O − O + + −	18	4800	1032
AS 2607	+ − + − O O O − −		+ + O O O + − + −	18	4896	936
AS 2608	+ − + O − − O O +		− O O + + O − + −	18	4896	936
AS 2616	+ + − O − − O − O		O + O + + O + − −	18	4944	888
AS 2624	+ − + − O O − O +		− O + O O + − + −	18	4992	840
AS 2639	+ − − O + + − O O		O O + − − O + + −	18	5040	792
AS 2640	+ + − − O O − − O		O + + O O + + − −	18	5040	792
AS 2654	+ + − − O − O O −		+ O O + O + + − −	18	5136	696
AS 2662	+ − + − O − O + O		O − O + O + − + −	18	5184	648
AS 2670	+ + − − − O O O +		− O O O + + + − −	18	5328	504
AS 2686	+ − + − − O + O O		O O − O + + − + −	18	5472	360
AS 13656	+ O O − O − − + + +	O	− − − + + O + O O −	21	4910	4351
AS 13657	+ O O − O − + − + −	O	+ − + − + O + O O −	21	4910	4351
AS 13658	+ O O − O + − − − +	O	− + + + − O + O O −	21	4910	4351
AS 14824	+ O O − − + O − + −	O	+ − + O − + + O O −	21	5390	3871
AS 14825	+ O O − + − O − − +	O	− + + O + − + O O −	21	5390	3871
AS 14826	+ O O + − − O − − −	O	+ + + O + + − O O −	21	5390	3871
AS 15416	+ O − O − O + − + +	O	− − + − O + O + O −	21	5534	3727
AS 15417	+ O − O − O + + − −	O	+ + − − O + O + O −	21	5534	3727
AS 15418	+ O − O + O − − − +	O	− + + + O − O + O −	21	5534	3727
AS 15701	+ − O O O − + − + +	O	− − + − + O O O + −	21	5678	3583
AS 15702	+ − O O O − + + − −	O	+ + − − + O O O + −	21	5678	3583
AS 15703	+ − O O O + − − + −	O	+ − + + − O O O + −	21	5678	3583
AS 15704	+ O O − − − + + O +	O	− O − − + + + O O −	21	5678	3583
AS 15705	+ O O − − + − + O −	O	+ O − + − + + O O −	21	5678	3583
AS 15706	+ O O + − − − − O +	O	− O + + + + − O O −	21	5678	3583
AS 16440	+ O − O − + − O + +	O	− − O + − + O + O −	21	5918	3343
AS 16441	+ O − O + − − O + −	O	+ − O + + − O + O −	21	5918	3343
AS 16442	+ O + O − − − O − −	O	+ + O + + + O − O −	21	5918	3343
AS 16759	+ O − − O + O − + +	O	− − + O − O + + O −	21	6062	3199
AS 16760	+ O − − O + O + − −	O	+ + − O − O + + O −	21	6062	3199
AS 16761	+ O − + O − O − − +	O	− + + O + O − + O −	21	6062	3199
AS 16762	+ O + − O − O − − −	O	+ + + O + O + − O −	21	6062	3199
AS 16936	+ O − O − − + + + O	O	O − − − + + O + O −	21	6110	3151
AS 16937	+ O − O − + + − − O	O	O + + − − + O + O −	21	6110	3151
AS 16938	+ O − O + − − + − O	O	O + − + + − O + O −	21	6110	3151
AS 17112	+ − O O − + O − + +	O	− − + O − + O O + −	21	6158	3103
AS 17113	+ − O O − + O + − −	O	+ + − O − + O O + −	21	6158	3103
AS 17114	+ − O O + − O − + −	O	+ − + O + − O O + −	21	6158	3103
AS 17305	+ − O − O O + + − +	O	− + − − O O + O + −	21	6254	3007
AS 17306	+ − O + O O − − − +	O	− + + + O O − O + −	21	6254	3007
AS 17512	+ O − − O + − + O +	O	− O − + − O + + O −	21	6350	2911
AS 17513	+ O − − O + + − O −	O	+ O + − − O + + O −	21	6350	2911

Continued

Continued

AS 17514	+ ○ + − ○ − − − ○ +	○	− ○ + + + ○ + − ○ −	21	6350	2911
AS 17831	+ − ○ ○ − + − + ○ +	○	− ○ − + − + ○ ○ + −	21	6446	2815
AS 17832	+ − ○ ○ − + + − ○ −	○	+ ○ + − − + ○ ○ + −	21	6446	2815
AS 17833	+ − ○ ○ + − − + ○ −	○	+ ○ − + + − ○ ○ + −	21	6446	2815
AS 17834	+ + ○ ○ − − − − ○ −	○	+ ○ + + + + ○ ○ − −	21	6446	2815
AS 18056	+ ○ − − + ○ − ○ + +	○	− − ○ + ○ − + + ○ −	21	6494	2767
AS 18057	+ ○ − + − ○ − ○ + −	○	+ − ○ + ○ + − + ○ −	21	6494	2767
AS 18058	+ ○ + − − ○ − ○ − +	○	− + ○ + ○ + + − ○ −	21	6494	2767
AS 18408	+ − ○ − ○ + + ○ − −	○	+ + ○ − − ○ + ○ + −	21	6638	2623
AS 18409	+ − ○ + ○ − − ○ + −	○	+ − ○ + + ○ − ○ + −	21	6638	2623
AS 18410	+ + ○ − ○ − − ○ − −	○	+ + ○ + + ○ + ○ − −	21	6638	2623
AS 18488	+ ○ − − + ○ + − − ○	○	○ + + − ○ − + + ○ −	21	6686	2575
AS 18489	+ ○ − + − ○ − + − ○	○	○ + − + ○ + − + ○ −	21	6686	2575
AS 18490	+ ○ + − − ○ − − + ○	○	○ − + + ○ + + − ○ −	21	6686	2575
AS 18679	+ − ○ − + ○ ○ − + +	○	− − + ○ ○ − + ○ + −	21	6734	2527
AS 18680	+ − ○ − + ○ ○ + − −	○	+ + − ○ ○ − + ○ + −	21	6734	2527
AS 18681	+ − ○ + − ○ ○ − + −	○	+ − + ○ ○ + − ○ + −	21	6734	2527
AS 18682	+ + ○ − − ○ ○ − − −	○	+ + + ○ ○ + + ○ − −	21	6734	2527
AS 18852	+ − − ○ ○ + ○ + − +	○	− + − ○ − ○ ○ + + −	21	6830	2431
AS 18853	+ − ○ − ○ + − + + ○	○	○ − − + − ○ + ○ + −	21	6830	2431
AS 18854	+ − ○ + ○ − − + − ○	○	○ + − + + ○ − ○ + −	21	6830	2431
AS 18855	+ − + ○ ○ − ○ − − +	○	− + + ○ + ○ ○ − + −	21	6830	2431
AS 18856	+ ○ − − + − ○ + ○ +	○	− ○ − ○ + − + + ○ −	21	6830	2431
AS 18857	+ ○ − + − − ○ + ○ −	○	+ ○ − ○ + + − + ○ −	21	6830	2431
AS 18858	+ + − ○ ○ − ○ − − −	○	+ + + ○ + ○ ○ + − −	21	6830	2431
AS 19351	+ − ○ − + ○ − + ○ +	○	− ○ − + ○ − + ○ + −	21	7022	2239
AS 19352	+ − ○ − + ○ + − ○ −	○	+ ○ + − ○ − + ○ + −	21	7022	2239
AS 19353	+ − ○ + − ○ − + ○ −	○	+ ○ − + ○ + − ○ + −	21	7022	2239
AS 19354	+ + ○ − − ○ − − ○ +	○	− ○ + + ○ + + ○ − −	21	7022	2239
AS 19592	+ ○ − − − + + ○ + ○	○	○ − ○ − − + + + ○ −	21	7070	2191
AS 19593	+ ○ − − + + − ○ − ○	○	○ + ○ + − − + + ○ −	21	7070	2191
AS 19594	+ ○ − + − − + ○ − ○	○	○ + ○ − + + − + ○ −	21	7070	2191
AS 19655	+ − − ○ ○ + + − ○ +	○	− ○ + − − ○ ○ + + −	21	7118	2143
AS 19656	+ − ○ + − − ○ ○ + +	○	− − ○ ○ + + − ○ + −	21	7118	2143
AS 19657	+ + − ○ ○ − − − ○ +	○	− ○ + + + ○ ○ + − −	21	7118	2143
AS 19658	+ + ○ − − − ○ ○ − +	○	− + ○ ○ + + + ○ − −	21	7118	2143
AS 19992	+ − − ○ + ○ + ○ − −	○	+ + ○ − ○ − ○ + + −	21	7262	1999
AS 19993	+ − + ○ − ○ − ○ + −	○	+ − ○ + ○ + ○ − + −	21	7262	1999
AS 19994	+ + − ○ − ○ − ○ − +	○	− + ○ + ○ + ○ + − −	21	7262	1999
AS 20104	+ − ○ − + − ○ + + ○	○	○ − − ○ + − + ○ + −	21	7310	1951
AS 20105	+ − ○ − + + ○ − − ○	○	○ + + ○ − − + ○ + −	21	7310	1951
AS 20106	+ + ○ − − − ○ − + ○	○	○ − + ○ + + + ○ − −	21	7310	1951
AS 20352	+ − − + ○ ○ ○ − + +	○	− − + ○ ○ ○ − + + −	21	7406	1855
AS 20353	+ − − + ○ ○ ○ + − −	○	+ + − ○ ○ ○ − + + −	21	7406	1855
AS 20354	+ − ○ − + − + ○ ○ +	○	− ○ ○ − + − + ○ + −	21	7406	1855

Continued

Continued

AS 20355	+ − O − + + − O O −	O	+ O O + − − + O + −	21	7406	1855
AS 20356	+ − O + − − + O O −	O	+ O O − + + − O + −	21	7406	1855
AS 20357	+ − + − O O O − + −	O	+ − + O O O + − + −	21	7406	1855
AS 20358	+ + − − O O O − − +	O	− + + O O O + + − −	21	7406	1855
AS 20500	+ − − O + O − + + O	O	O − − + O − O + + −	21	7454	1807
AS 20501	+ − + O − O − + − O	O	O + − + O + O − + −	21	7454	1807
AS 20502	+ + − O − O − − + O	O	O − + + O + O + − −	21	7454	1807
AS 20658	+ − − O + + O − O −	O	+ O + O − − O + + −	21	7598	1663
AS 20659	+ − O − − + + + O O	O	O O − − − + + O + −	21	7598	1663
AS 20660	+ − O + − + − − O O	O	O O + + − + − O + −	21	7598	1663
AS 20661	+ − + O − − O + O −	O	+ O − O + + O − + −	21	7598	1663
AS 20662	+ + O − − − − + O O	O	O O − + + + + O − −	21	7598	1663
AS 20740	+ − − + O O − + O +	O	− O − + O O − + + −	21	7694	1567
AS 20741	+ − − + O O + − O −	O	+ O + − O O − + + −	21	7694	1567
AS 20742	+ − + − O O − + O −	O	+ O − + O O + − + −	21	7694	1567
AS 20885	+ − + − O − O O + +	O	− − O O + O + − + −	21	7790	1471
AS 20886	+ + − − O − O O + −	O	+ − O O + O + + − −	21	7790	1471
AS 20965	+ − − O + − + O + O	O	O − O − + − O + + −	21	7838	1423
AS 20966	+ − + O − − + O − O	O	O + O − + + O − + −	21	7838	1423
AS 21044	+ − − + O − O + + O	O	O − − O + O − + + −	21	7982	1279
AS 21045	+ − − + O + O − − O	O	O + + O − O − + + −	21	7982	1279
AS 21046	+ + − − O − O + − O	O	O + − O + O + + − −	21	7982	1279
AS 21172	+ − − + O − + O O +	O	− O O − + O − + + −	21	8078	1183
AS 21173	+ − − + O + − O O −	O	+ O O + − O − + + −	21	8078	1183
AS 21174	+ − + − O − + O O −	O	+ O O − + O + − + −	21	8078	1183
AS 21249	+ − + − − O O + O +	O	− O − O O + + − + −	21	8174	1087
AS 21250	+ + − − − O O + O −	O	+ O − O O + + + − −	21	8174	1087
AS 21321	+ − + − O + − − O O	O	O O + + − O + − + −	21	8270	991
AS 21322	+ + − − O − + − O O	O	O O + − + O + + − −	21	8270	991
AS 21480	+ − − + − O + O + O	O	O − O − O + − + + −	21	8414	847
AS 21481	+ − − + + O − O − O	O	O + O + O − − + + −	21	8414	847
AS 21482	+ + − − − O + O − O	O	O + O − O + + + − −	21	8414	847
AS 21528	+ − − + − + O O O +	O	− O O O − + − + + −	21	8558	703
AS 21529	+ − − + + − O O O −	O	+ O O O + − − + + −	21	8558	703
AS 21530	+ − + − − + O O O −	O	+ O O O − + + − + −	21	8558	703
AS 21704	+ − − − + + O + O O	O	O O − O − − + + + −	21	8750	511
AS 21705	+ − + − + − O − O O	O	O O + O + − + − + −	21	8750	511
AS 21706	+ + − − − + O − O O	O	O O + O − + + + − −	21	8750	511

Concluded

(b)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$
NN 1097	+ − ○ − ○ ○ + + − + − ○ + − ○ ○ − +	18	3984	1848
NN 1098	+ − ○ ○ − + ○ − + − + + ○ ○ − ○ − +	18	3984	1848
NN 1148	+ − − ○ + ○ ○ ○ − + + + − − ○ − ○ +	18	4176	1656
NN 1149	+ − − ○ ○ ○ + + + − − ○ ○ + − − ○ +	18	4176	1656
NN 1150	+ − ○ ○ − − + + + ○ ○ ○ − + − − ○ +	18	4176	1656
NN 1151	+ − − ○ ○ ○ + + + − ○ − − + ○ ○ − +	18	4176	1656
NN 1152	+ ○ − − + − ○ ○ ○ + + + − − ○ ○ − +	18	4176	1656
NN 1153	+ ○ − ○ − − + + + − ○ ○ ○ + ○ − − +	18	4176	1656
NN 1154	+ − ○ ○ + − − ○ − + + + ○ ○ ○ − − +	18	4176	1656
NN 1155	+ ○ − − + ○ ○ − − + + + ○ ○ ○ − − +	18	4176	1656
NN 1216	+ − − ○ ○ + + − ○ ○ + ○ − + − − ○ +	18	4464	1368
NN 1217	+ − − ○ + ○ ○ − + + ○ ○ − + − − ○ +	18	4464	1368
NN 1218	+ ○ − − + − ○ ○ + + − ○ ○ + ○ − − +	18	4464	1368
NN 1219	+ ○ − − + − ○ + ○ ○ − + + ○ ○ − − +	18	4464	1368
NN 1257	+ − ○ − + − + ○ ○ ○ + − ○ ○ + − − +	18	4896	936
NN 1258	+ − − + ○ ○ − + ○ ○ ○ + − + − ○ − +	18	4896	936
NN 30916	+ − ○ − ○ ○ + + ○ − − + + − + − ○ ○ ○ − +	21	5918	3343
NN 30917	+ − ○ ○ ○ − + − + + − − ○ + + ○ ○ − ○ − +	21	5918	3343
NN 32135	+ − ○ − ○ + ○ − ○ + + + − − ○ + − ○ − ○ +	21	6062	3199
NN 32136	+ ○ − ○ − + ○ − − + + + ○ − ○ + ○ − ○ − +	21	6062	3199
NN 33375	+ − ○ − ○ ○ + − + + ○ + − − ○ − + ○ ○ − +	21	6206	3055
NN 33376	+ − ○ ○ + − ○ − − + ○ + + − + ○ ○ − ○ − +	21	6206	3055
NN 33544	+ − ○ − ○ + − + ○ ○ ○ + − + + − − − ○ ○ +	21	6254	3007
NN 33545	+ − ○ − ○ + ○ + − − ○ + ○ + + − − ○ − ○ +	21	6254	3007
NN 33546	+ ○ − ○ − − + + ○ + ○ − − + ○ + ○ − ○ − +	21	6254	3007
NN 33547	+ ○ ○ − − − + + − + ○ ○ ○ + − + ○ − ○ − +	21	6254	3007
NN 34233	+ − ○ − ○ + ○ + − − ○ + + ○ − + ○ − − ○ +	21	6350	2911
NN 34234	+ ○ − − ○ + − ○ + + ○ − − + ○ + ○ − ○ − +	21	6350	2911
NN 34705	+ − − ○ + ○ ○ ○ − + + − + ○ − + − ○ − ○ +	21	6398	2863
NN 34706	+ − ○ − + ○ ○ − ○ + + − + − ○ + − ○ ○ − +	21	6398	2863
NN 34707	+ − ○ ○ − + ○ − + − + + ○ − ○ ○ + − ○ − +	21	6398	2863
NN 34708	+ ○ − ○ − + − ○ + − + + − ○ ○ ○ + ○ − − +	21	6398	2863
NN 34885	+ − − ○ ○ + ○ + ○ − + − − + ○ + − ○ ○ − +	21	6446	2815
NN 34886	+ − ○ − ○ + ○ + − − + ○ ○ + − + − ○ ○ − +	21	6446	2815
NN 34887	+ − ○ ○ − + − + ○ ○ + − − + ○ + ○ − ○ − +	21	6446	2815
NN 34888	+ − ○ ○ − + ○ + − − + − ○ + ○ + ○ ○ − − +	21	6446	2815
NN 35840	+ − − ○ + ○ ○ − + ○ + ○ − + − + − ○ − ○ +	21	6590	2671
NN 35841	+ − − ○ + ○ ○ + − ○ − ○ + + + − − ○ − ○ +	21	6590	2671
NN 35842	+ − ○ − ○ + ○ + − − + ○ + − ○ ○ + − ○ − +	21	6590	2671
NN 35843	+ − ○ − + ○ ○ − + ○ + − − + ○ + ○ − ○ − +	21	6590	2671
NN 35844	+ ○ − ○ − − + + + ○ − ○ − + ○ ○ + ○ − − +	21	6590	2671
NN 35845	+ ○ − ○ − + − + − ○ + ○ + − ○ ○ + ○ − − +	21	6590	2671
NN 35900	+ − − ○ ○ + ○ + − + ○ − ○ − + + − ○ ○ − +	21	6638	2623
NN 35901	+ − ○ − ○ + − + ○ + ○ ○ − − + + − ○ ○ − +	21	6638	2623
NN 35902	+ − ○ ○ − + + − − ○ ○ + ○ + − + ○ − ○ − +	21	6638	2623
NN 35903	+ − ○ ○ − + + − ○ − ○ + − + ○ + ○ ○ − − +	21	6638	2623
NN 36575	+ − ○ + ○ − − − ○ + ○ + + ○ ○ + − − − ○ +	21	6734	2527
NN 36576	+ − − ○ ○ + ○ − + + ○ + − ○ − − ○ + ○ − +	21	6734	2527

Continued

Continued

NN 36577	+ O − − − + O O + +	O	+ O − − − O + O − +	21	6734	2527
NN 36578	+ − − O + O O + O −	−	+ − + O + O − O − +	21	6734	2527
NN 36579	+ − O − O + O + − +	−	− O + O O + O − − +	21	6734	2527
NN 36580	+ − O + O − − O − +	O	+ + − O + O O − − +	21	6734	2527
NN 36910	+ − − + O O O − O +	+	− O + − + O − − O +	21	6830	2431
NN 36911	+ − − + O O O O − +	+	− − + O + O − O − +	21	6830	2431
NN 36912	+ − O − O + O + − −	+	+ − O O O O + − − +	21	6830	2431
NN 36913	+ O − − O + − + O −	+	+ O − O O O + − − +	21	6830	2431
NN 37192	+ − O − + − O + O O	O	+ + − − − + O O − +	21	6878	2383
NN 37193	+ − O − O + + − O −	+	O O + − O + − O − +	21	6878	2383
NN 37194	+ − O O + − − − + +	O	O O + O − + − O − +	21	6878	2383
NN 37195	+ − O − + O − + O O	+	− O − + + O − O − +	21	6878	2383
NN 37247	+ − O − O + − + O +	−	O + O O − − + O − +	21	6926	2335
NN 37248	+ − O + − − O O + O	−	+ O + − + O − O − +	21	6926	2335
NN 37380	+ − − O + O − O + O	+	+ − O O − − + − O +	21	6974	2287
NN 37381	+ O − + − − O O − +	+	O + O − O + O − − +	21	6974	2287
NN 37712	+ − + − O − O O O +	O	− + + + − O − − O +	21	7070	2191
NN 37713	+ − − O O + O − + +	+	− O − O O O − + − +	21	7070	2191
NN 37714	+ O − − O − + + + −	O	+ O O O − O − + − +	21	7070	2191
NN 37715	+ − − O O + + − O +	O	− O − + O + − O − +	21	7070	2191
NN 37716	+ − − + O O O − + O	+	− O − + + O − O − +	21	7070	2191
NN 37717	+ − O − O + + − O −	+	O + − O O O + − − +	21	7070	2191
NN 37718	+ − O − + O + − O −	O	+ O − + + O O − − +	21	7070	2191
NN 37719	+ − + − O O O − O −	+	+ + − O + O O − − +	21	7070	2191
NN 37817	+ − − + O O O + − −	O	O + + − + O − O − +	21	7118	2143
NN 37818	+ − O − O + − + + O	O	− − + O O O + − − +	21	7118	2143
NN 38071	+ − O − + − O + O O	+	− + O O − − + O − +	21	7166	2095
NN 38072	+ − O − + − O + O +	O	O − − + O + − O − +	21	7166	2095
NN 38073	+ − O − + O + − − O	O	+ O + O − + − O − +	21	7166	2095
NN 38074	+ − O + − − O O + −	+	O O + O − + − O − +	21	7166	2095
NN 38075	+ − − O + O O + − +	−	O − O + O + O − − +	21	7166	2095
NN 38076	+ − − O + O + O − O	−	+ − + O O + O − − +	21	7166	2095
NN 38383	+ − − O + O − + O +	O	− O + O − − + O − +	21	7310	1951
NN 38384	+ − − O + O + − O O	+	− − O + O + O − − +	21	7310	1951
NN 38385	+ − − O + O + O − −	+	O O − + O + O − − +	21	7310	1951
NN 38386	+ − O + − − O + O −	O	+ O + − O + O − − +	21	7310	1951
NN 38839	+ − − O + + O − O −	O	O + + O − + − O − +	21	7454	1807
NN 38840	+ − O − + − O + + O	O	− O − O + + O − − +	21	7454	1807
NN 38885	+ − − + O − O + O O	O	+ + − − O − + O − +	21	7502	1759
NN 38886	+ − O + − O − − + +	O	O O + O − O + − − +	21	7502	1759
NN 39201	+ − O − − + O + O +	+	− O O O O − − − + +	21	7598	1663
NN 39202	+ − − + O − O + O O	+	O − + O − − + O − +	21	7598	1663
NN 39203	+ + − − − O O O O −	+	+ O + O + − − O − +	21	7598	1663
NN 39204	+ − O + − − O + − O	+	O O + O − O + − − +	21	7598	1663
NN 39379	+ − − + O − O + O +	O	O − O − + + − O − +	21	7694	1567

Continued

Continued

NN 39380	+	−	○	−	+	+	−	○	−	○	○	+	○	+	○	−	○	+	−	−	+	21	7694	1567
NN 39489	+	−	○	−	+	−	○	+	+	−	○	○	○	+	○	○	−	−	+	−	+	21	7742	1519
NN 39490	+	−	+	−	−	○	○	+	○	○	○	−	+	+	○	−	+	−	○	−	+	21	7742	1519
NN 39571	+	−	−	+	○	+	○	−	−	○	○	○	○	+	+	+	−	−	○	−	+	21	7790	1471
NN 39572	+	−	○	−	−	+	+	+	○	○	○	○	−	−	○	+	○	+	−	−	+	21	7790	1471
NN 39749	+	−	−	○	+	−	+	○	○	+	○	−	○	+	○	−	○	−	+	−	+	21	7838	1423
NN 39750	+	−	−	+	○	−	○	+	○	○	+	−	+	○	○	−	○	−	+	−	+	21	7838	1423
NN 39751	+	−	+	−	○	−	○	○	+	−	+	○	○	+	○	−	○	+	−	−	+	21	7838	1423
NN 39752	+	−	+	−	○	−	○	+	○	−	○	+	○	○	+	−	+	○	−	−	+	21	7838	1423
NN 40075	+	−	−	○	+	−	+	○	+	○	−	○	○	○	+	○	−	−	+	−	+	21	8078	1183
NN 40076	+	−	−	+	−	+	○	○	○	○	○	+	○	−	−	+	+	−	○	−	+	21	8078	1183
NN 40077	+	−	○	−	+	+	−	−	○	+	○	○	○	○	○	+	−	+	−	−	+	21	8078	1183
NN 40078	+	−	+	−	−	○	+	○	○	○	−	○	+	○	+	−	+	○	−	−	+	21	8078	1183

Concluded

(c)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$
NN 1001	+ O O − − + − O − + + + O − O O + −	18	3600	2232
NN 1002	+ − O O + O − − − + O + − + + O O −	18	3600	2232
NN 1106	+ O − − + O O − + − O + + − O O + −	18	4032	1800
NN 1107	+ − O O + − − O + − + O O − + + O −	18	4032	1800
NN 1156	+ − O O − + − + O + O − − O + O + −	18	4176	1656
NN 1157	+ O − − O + − + O + − O O − + O + −	18	4176	1656
NN 1158	+ − O − O + + O − O − + − + O O + −	18	4176	1656
NN 1159	+ − O − + O O + − O − + − O + + O −	18	4176	1656
NN 1175	+ − O + − O − O O + − + + − O O + −	18	4272	1560
NN 1176	+ − O O + − − + − O O + O + − O + −	18	4272	1560
NN 1185	+ − O − + O O − + + O − − O + O + −	18	4320	1512
NN 1186	+ − O − O + + O − − + O O − + O + −	18	4320	1512
NN 1193	+ O − − + − O + O O + − O − + O + −	18	4416	1416
NN 1194	+ − O − + O + − O O − O + − + + O −	18	4416	1416
NN 1220	+ − O O − + − + + − O O O O − + + −	18	4464	1368
NN 1221	+ − − + O O O O + − − + − + O O + −	18	4464	1368
NN 1222	+ O − + − O − − + O O + O + O − + −	18	4464	1368
NN 1223	+ − + O − O − O O − + + O + − + O −	18	4464	1368
NN 1234	+ − O + O − − − + O + O O O + − + −	18	4608	1224
NN 1235	+ − + − O O O − O − + + + O − O + −	18	4608	1224
NN 1243	+ − O + − O − + − O O + O O + − + −	18	4752	1080
NN 1244	+ − + − O O − O O + − + O + − O + −	18	4752	1080
NN 1259	+ − + − O − O O O + + O − − + O + −	18	4896	936
NN 1260	+ − O − + + O − − O O O + O + − + −	18	4896	936
NN 1267	+ − + − − O O + O O O + − O − + + −	18	5328	504
NN 1268	+ − − + O + − O O O − O O + + − + −	18	5328	504
NN 26568	+ O − O O − + − + − + O + − − O + O + O −	21	5390	3871
NN 26569	+ O − O − O + + − O − + − + − + O O + O −	21	5390	3871
NN 29216	+ O − O − + O − + O − + + − − O + O + O −	21	5630	3631
NN 29217	+ O − O − O + + − − + O − + O − + O + O −	21	5630	3631
NN 29334	+ O O − + − O − − + − + O + O + O − + O −	21	5678	3583
NN 29335	+ O − + O − O − O − + − + + O + − + O O −	21	5678	3583
NN 30289	+ O − O − O + + − − + − + O O O − + + O −	21	5822	3439
NN 30290	+ O − − + O O O − + − + + − − O + O + O −	21	5822	3439
NN 30291	+ O − O + − O − − + + O − O + + − O + O −	21	5822	3439
NN 30292	+ O − O + − − O + O − − + + O + − O + O −	21	5822	3439
NN 30293	+ O − + − O O O − − + − + + + O − O + O −	21	5822	3439
NN 30294	+ O − O + O − − − + − + + O O O + − + O −	21	5822	3439
NN 30630	+ − O O O + − − − + + + O − O − + O O + −	21	5870	3391
NN 30631	+ − O O − + O + O − − − + + + − O O O + −	21	5870	3391
NN 30632	+ − O O + − O − O + − + − + + − O O O + −	21	5870	3391
NN 30633	+ − O O O + − − + − + − O + O + − O O + −	21	5870	3391
NN 32137	+ O − O + − O − − + + − O + O + O − O + −	21	6062	3199
NN 32138	+ O O − + − − − O + + O − + O + O − O + −	21	6062	3199
NN 32139	+ − O + O − O − O + − − + + O + − O + O −	21	6062	3199
NN 32140	+ − O + O − O − + O − − O + + + − + O O −	21	6062	3199
NN 32567	+ O − O + − − O − + + O + − O O − + + O −	21	6110	3151
NN 32568	+ O − + − O O − − O + + + O − − + O + O −	21	6110	3151

Continued

Continued

NN 32569	+ O − − + O O + − O	−	− + O + + − O + O −	21	6110	3151
NN 32570	+ O − O − + + O − −	−	O + + O O + − + O −	21	6110	3151
NN 33248	+ − O O − O + + − −	+	+ O − O − O + O + −	21	6158	3103
NN 33249	+ O O − − − + + O −	+	+ O − O O − + O + −	21	6158	3103
NN 33250	+ − O − O + O + O −	−	+ + − − O + O O + −	21	6158	3103
NN 33251	+ − O + O − O − O −	+	+ − + + O − O O + −	21	6158	3103
NN 33252	+ − O O + O − − + −	−	+ O + O + O − O + −	21	6158	3103
NN 33253	+ O − + − O − O O +	−	+ − O + + − O + O −	21	6158	3103
NN 33254	+ O − O + − − O + −	+	− O O + O + − + O −	21	6158	3103
NN 33255	+ − O − + O O + O −	−	+ O − − + + + O O −	21	6158	3103
NN 33548	+ O − O − − + + O +	O	− + − O − O + O + −	21	6254	3007
NN 33549	+ O − O − + + − O −	O	− + + O + O − O + −	21	6254	3007
NN 33550	+ − O − O + O + − +	O	− O − − + + O + O −	21	6254	3007
NN 33551	+ − O + O − O − − +	O	+ O + − − + O + O −	21	6254	3007
NN 34188	+ O − + − O − O + −	O	O + − + + − O + O −	21	6302	2959
NN 34189	+ O − O + − − + − O	O	+ − O + O + − + O −	21	6302	2959
NN 34235	+ O − − O + − O + +	O	− + − O − O + O + −	21	6350	2911
NN 34236	+ − O − O + O + − +	O	− − O + − O + + O −	21	6350	2911
NN 34709	+ O − O − − + O + +	+	− − O O O − O + + −	21	6398	2863
NN 34710	+ − O + − O O − O +	−	+ − + O + − O O + −	21	6398	2863
NN 34711	+ O − + O − − − O +	O	+ O + − + − O O + −	21	6398	2863
NN 34712	+ − O O + − O − + −	+	− O + O O + − O + −	21	6398	2863
NN 34713	+ O − + − O O − − +	O	+ − + O + O − O + −	21	6398	2863
NN 34714	+ O − + O − O − − +	−	+ O + O + O O − + −	21	6398	2863
NN 34715	+ − − O + O O O + +	−	− − O − + + O + O −	21	6398	2863
NN 34716	+ O − + − − O O + O	−	O + + − − + O + O −	21	6398	2863
NN 34717	+ O + − − − O O − O	+	O + + − + − O + O −	21	6398	2863
NN 34718	+ O − O − + + − − O	+	O − O O + + − + O −	21	6398	2863
NN 34719	+ O − + − O O − − +	+	O − O + O + − + O −	21	6398	2863
NN 34720	+ − O + O − O − + −	O	− + + O O + − + O −	21	6398	2863
NN 34721	+ O − + − O − O + O	−	− + + O O + − + O −	21	6398	2863
NN 34722	+ − O O + − + − O −	O	− O + + + O − + O −	21	6398	2863
NN 34723	+ − + O O − O − O −	+	− + + O + O − + O −	21	6398	2863
NN 34724	+ O − O + − + − − O	−	O + O O + + + − O −	21	6398	2863
NN 34889	+ − O − + O O − O +	+	+ − − − O O + O + −	21	6446	2815
NN 34890	+ − O O − + − + O O	+	− + − O − O + O + −	21	6446	2815
NN 34891	+ − O − O O + + + −	−	− O + O O − + O + −	21	6446	2815
NN 34892	+ − O − O + O + − +	−	O O − + − + O O + −	21	6446	2815
NN 35346	+ O O − − − + + − +	O	+ O − O O O − + + −	21	6542	2719
NN 35347	+ O − + O − − − O +	O	+ + − O O + − O + −	21	6542	2719
NN 35348	+ − O + O − O − − +	+	O − O + + O − O + −	21	6542	2719
NN 35349	+ O − + O − − − O +	+	O O − + + O − O + −	21	6542	2719
NN 35350	+ − O + O − − O + O	−	− + + O + O − O + −	21	6542	2719
NN 35351	+ O − + − O − O − +	+	O O + − O − + + O −	21	6542	2719
NN 35352	+ O − − + O + − O O	−	− + O + O + − + O −	21	6542	2719

Continued

Continued

NN 35353	+ – O + – O O + – –	O	– O + + + O – + O –	21	6542	2719
NN 35354	+ – O + O – – + O O	–	– O + + + O – + O –	21	6542	2719
NN 35355	+ – – + O O O + O –	O	– + – – + + + O O –	21	6542	2719
NN 35846	+ – O – + O O – + O	+	– + – O – O + O + –	21	6590	2671
NN 35847	+ – O O – + – + O +	–	O O + – – O + O + –	21	6590	2671
NN 35848	+ – O – O + O + – +	–	O – + O O – + O + –	21	6590	2671
NN 35849	+ – O O – + – + O +	O	– – + O O – + O + –	21	6590	2671
NN 35850	+ – O – O + + – O O	+	– O – + – + O O + –	21	6590	2671
NN 35851	+ – O – + O O – + +	O	– O – + – + O O + –	21	6590	2671
NN 36050	+ O – O – – + + + –	O	O + O – O – O + + –	21	6686	2575
NN 36051	+ – – O + O + O – O	O	+ – – – + + O + O –	21	6686	2575
NN 36581	+ – O – O + O + – –	+	+ O – O O – O + + –	21	6734	2527
NN 36582	+ – – O + O O + O –	–	+ + – O – O + O + –	21	6734	2527
NN 36583	+ – O – + O O – + +	–	O O + – – O + O + –	21	6734	2527
NN 36584	+ O – – + – O O + +	O	– O + – – O + O + –	21	6734	2527
NN 36585	+ – O – O + + – O O	+	– – + O O – + O + –	21	6734	2527
NN 36586	+ – + O – O O – O –	+	+ – + O + O – O + –	21	6734	2527
NN 36587	+ – O + O – O – + –	–	+ O + O O + O – + –	21	6734	2527
NN 36588	+ – O – O + + – O +	O	– – O O + – + + O –	21	6734	2527
NN 36589	+ + O – O – – – O O	–	+ + + O O + + O – –	21	6734	2527
NN 36590	+ + O – – O O – – –	+	O O + + + O + O – –	21	6734	2527
NN 36703	+ O – – + O + O – –	–	O + + O O + O – + –	21	6782	2479
NN 36704	+ – + O – O O – – O	+	+ + O – O – + + O –	21	6782	2479
NN 36914	+ – O – O + O + – +	–	– + O O O O – + + –	21	6830	2431
NN 36915	+ – – + O O O O – +	+	– + – O – O + O + –	21	6830	2431
NN 36916	+ – O + – – O O O +	+	– + O – – O + O + –	21	6830	2431
NN 36917	+ – O – O + + O – +	–	– O O O + + – O + –	21	6830	2431
NN 36918	+ O – – O + + – – +	O	O O – O + + – O + –	21	6830	2431
NN 36919	+ O – + – – O + O –	O	O + – + + O – O + –	21	6830	2431
NN 36920	+ – + – O O O O – +	–	– + + O + O – O + –	21	6830	2431
NN 36921	+ O + – – – O – O +	O	O + + – + O – O + –	21	6830	2431
NN 36922	+ – O + O – O – – +	+	– + O O O O + – + –	21	6830	2431
NN 36923	+ – O + – – O + O O	O	– + + – – O + + O –	21	6830	2431
NN 36924	+ – O + O – – + – O	O	+ O – O + + – + O –	21	6830	2431
NN 36925	+ + O – – – O – O O	O	+ + + – + O – + O –	21	6830	2431
NN 36926	+ – O + O – + – – O	O	– O + O + + + – O –	21	6830	2431
NN 36927	+ O – + O – + – – –	O	O O + O + + + O – –	21	6830	2431
NN 37249	+ – + O – O O – – +	O	+ O – + + O – O + –	21	6926	2335
NN 37250	+ – O + O – – + O –	O	– + + O O + O – + –	21	6926	2335
NN 37382	+ O – – + – O O + +	–	O + O – O – O + + –	21	6974	2287
NN 37383	+ – – O + O + O – O	+	– – O O + – + + O –	21	6974	2287
NN 37501	+ – O + O – – – + O	+	O O + O – – + O + –	21	7022	2239
NN 37502	+ – + – O O O – O +	–	+ – + O O + – O + –	21	7022	2239
NN 37503	+ – O – + + O – O O	–	O – + + + O – O + –	21	7022	2239
NN 37504	+ – O + – O O – + –	+	– O + O O O + – + –	21	7022	2239

Continued

Continued

NN 37505	+ + ○ − − − ○ − ○ ○	+	+ ○ − ○ + + + − ○ −	21	7022	2239
NN 37506	+ ○ + − − − ○ + ○ −	−	○ ○ + ○ + + + ○ − −	21	7022	2239
NN 37720	+ ○ − − + ○ − + − ○	+	○ + ○ ○ − − ○ + + −	21	7070	2191
NN 37721	+ ○ − − + ○ + − − ○	+	○ − ○ ○ + + ○ − + −	21	7070	2191
NN 37722	+ − − ○ + + ○ ○ − ○	−	○ + − + ○ − + + ○ −	21	7070	2191
NN 37723	+ − + ○ − − ○ ○ + ○	−	○ + + − ○ − + + ○ −	21	7070	2191
NN 37724	+ + − ○ − − ○ ○ − ○	+	○ + + − ○ + − + ○ −	21	7070	2191
NN 37725	+ ○ − + − ○ + − − ○	−	○ + ○ ○ + + ○ + − −	21	7070	2191
NN 37819	+ − ○ + ○ − − − ○ +	+	+ ○ ○ − ○ ○ − + + −	21	7118	2143
NN 37820	+ − ○ + ○ − − − + +	○	○ ○ ○ − + + − ○ + −	21	7118	2143
NN 37821	+ − − + ○ ○ + ○ ○ −	−	− ○ + + + ○ − ○ + −	21	7118	2143
NN 37822	+ − ○ + − − + ○ ○ ○	○	− − + + + ○ − ○ + −	21	7118	2143
NN 37823	+ + ○ − − − ○ ○ − +	○	− ○ + + + ○ ○ + − −	21	7118	2143
NN 37824	+ + − ○ ○ − − − ○ +	○	− + ○ ○ + + + ○ − −	21	7118	2143
NN 38077	+ − ○ + − ○ − + − ○	○	+ ○ + ○ − − + ○ + −	21	7166	2095
NN 38078	+ − ○ − + + ○ − ○ −	○	○ + − + ○ + − ○ + −	21	7166	2095
NN 38079	+ − + ○ − ○ ○ − − +	+	○ − ○ + ○ + ○ − + −	21	7166	2095
NN 38080	+ − + ○ − ○ − ○ + ○	−	− + + ○ ○ + ○ − + −	21	7166	2095
NN 38152	+ − ○ − + − ○ + ○ +	○	○ − + − − ○ ○ + + −	21	7214	2047
NN 38153	+ − ○ − + ○ − + ○ +	○	− − + ○ ○ ○ − + + −	21	7214	2047
NN 38154	+ − − ○ ○ + + − + ○	○	− ○ − ○ + − + ○ + −	21	7214	2047
NN 38155	+ − − + ○ ○ ○ − + +	○	− ○ − + ○ − + ○ + −	21	7214	2047
NN 38258	+ ○ − + − − + ○ − ○	○	○ + − + ○ + ○ − + −	21	7262	1999
NN 38259	+ − + ○ − ○ − + − ○	○	○ + ○ − + + − + ○ −	21	7262	1999
NN 38387	+ − ○ + − − ○ + ○ −	+	○ ○ ○ + − − + ○ + −	21	7310	1951
NN 38388	+ − + − ○ ○ ○ − − +	+	○ ○ + ○ − − + ○ + −	21	7310	1951
NN 38389	+ − ○ − + + − ○ ○ ○	−	+ ○ − ○ + + − ○ + −	21	7310	1951
NN 38390	+ − ○ − + + ○ − ○ ○	−	− + + ○ ○ ○ + − + −	21	7310	1951
NN 38391	+ + ○ − − − ○ − ○ ○	+	+ − + ○ ○ ○ + + − −	21	7310	1951
NN 38392	+ + − − ○ ○ ○ − + −	−	○ ○ + ○ + + + ○ − −	21	7310	1951
NN 38569	+ − ○ + − − ○ + ○ −	○	+ + ○ − ○ ○ − + + −	21	7406	1855
NN 38570	+ ○ − + − − ○ − + +	○	○ ○ + ○ − ○ − + + −	21	7406	1855
NN 38571	+ − + − ○ ○ − ○ + −	○	+ ○ + ○ − − + ○ + −	21	7406	1855
NN 38572	+ − − + ○ ○ + ○ − −	○	+ ○ − ○ + + − ○ + −	21	7406	1855
NN 38573	+ + − ○ − − ○ − ○ ○	+	+ ○ + ○ − + − ○ + −	21	7406	1855
NN 38574	+ + − − − ○ ○ ○ ○ +	○	− + − + + ○ − ○ + −	21	7406	1855
NN 38575	+ − ○ − + + ○ − ○ −	○	+ − ○ + ○ ○ + − + −	21	7406	1855
NN 38576	+ − − + ○ + ○ − ○ ○	○	− − + ○ + + − + ○ −	21	7406	1855
NN 38577	+ − ○ + ○ − − + − +	○	− ○ ○ ○ ○ + + + − −	21	7406	1855
NN 38578	+ − ○ + − + ○ − ○ −	−	○ ○ + ○ + + ○ + − −	21	7406	1855
NN 38887	+ + − − ○ ○ − − ○ +	○	○ + + ○ − + − ○ + −	21	7502	1759
NN 38888	+ − ○ + − + ○ − − ○	○	− ○ + + ○ ○ + + − −	21	7502	1759
NN 39115	+ − ○ − + − + ○ ○ +	○	− ○ − + ○ ○ − + + −	21	7550	1711
NN 39116	+ − + − ○ − ○ ○ ○ +	+	− + − ○ ○ ○ − + + −	21	7550	1711
NN 39117	+ − − + ○ ○ − + ○ +	○	− ○ ○ − + − + ○ + −	21	7550	1711

Continued

Continued

NN 39118	+ − − + ○ ○ ○ + − +	−	− ○ ○ ○ + ○ + − + −	21	7550	1711
NN 39119	+ + − − − ○ ○ ○ + ○	−	○ + ○ − + + − + ○ −	21	7550	1711
NN 39120	+ ○ − + − − + ○ − ○	+	○ − ○ ○ ○ + + + − −	21	7550	1711
NN 39205	+ − + − ○ − ○ + ○ ○	−	○ + + ○ − − + ○ + −	21	7598	1663
NN 39206	+ + − − ○ − ○ ○ − +	○	+ ○ ○ + − + − ○ + −	21	7598	1663
NN 39207	+ − ○ − + + ○ − − ○	+	○ ○ − ○ + ○ + − + −	21	7598	1663
NN 39208	+ − ○ + − + − ○ ○ −	○	− + ○ ○ + ○ + + − −	21	7598	1663
NN 39381	+ − ○ + − − ○ + − +	○	○ ○ ○ + − ○ − + + −	21	7694	1567
NN 39382	+ − ○ + − − + ○ − ○	○	+ ○ + ○ − ○ − + + −	21	7694	1567
NN 39383	+ − − + ○ + − ○ ○ ○	○	− + − ○ + + − ○ + −	21	7694	1567
NN 39384	+ − − + ○ + ○ − ○ −	○	○ + ○ − + + − ○ + −	21	7694	1567
NN 39491	+ − + − − ○ ○ ○ + ○	+	○ − + − ○ − ○ + + −	21	7742	1519
NN 39492	+ − − ○ + ○ + − + ○	−	○ − ○ ○ ○ + + − + −	21	7742	1519
NN 39493	+ + − − ○ − ○ ○ − +	○	+ ○ + − ○ ○ + − + −	21	7742	1519
NN 39494	+ + − − − ○ ○ ○ + ○	−	○ + − + ○ + ○ − + −	21	7742	1519
NN 39495	+ − + ○ − ○ − + − ○	+	○ − ○ ○ ○ + + + − −	21	7742	1519
NN 39496	+ − + − ○ ○ + − ○ −	○	− + ○ ○ + ○ + + − −	21	7742	1519
NN 39573	+ + − ○ − − ○ − + ○	○	+ ○ − ○ + ○ + + − −	21	7790	1471
NN 39574	+ + − − ○ − ○ + ○ −	○	○ − + ○ + + ○ + − −	21	7790	1471
NN 39915	+ + − − ○ − ○ − ○ +	○	+ + ○ ○ ○ − − + + −	21	7982	1279
NN 39916	+ − − + + ○ ○ ○ − −	○	− ○ + ○ + ○ + + − −	21	7982	1279
NN 40079	+ − ○ + − − + − ○ +	○	○ ○ ○ ○ + − − + + −	21	8078	1183
NN 40080	+ − − + + − ○ ○ ○ ○	○	− ○ + − + + − ○ + −	21	8078	1183
NN 40343	+ − + − ○ − ○ + − +	○	○ ○ ○ ○ + − − + + −	21	8270	991
NN 40344	+ − − + + − ○ ○ ○ ○	○	− + − ○ + ○ + − + −	21	8270	991

Concluded

(d)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$
NN 867	+ ○ ○ − − − ○ + + ○ + + − − − + ○ ○	18	3024	2808
NN 868	+ ○ ○ − − + ○ − − ○ + + + + − − ○ ○	18	3024	2808
NN 872	+ ○ ○ − − ○ + − − + + + ○ − ○ + − ○	18	3120	2712
NN 902	+ − ○ ○ ○ − + − + ○ + − − + + − ○ ○	18	3168	2664
NN 911	+ − ○ ○ ○ − − + + + ○ + − − − ○ + ○	18	3312	2520
NN 912	+ ○ ○ − − − ○ + + + − + ○ ○ − − + ○	18	3312	2520
NN 913	+ − ○ ○ − + ○ ○ − + + − − + + − ○ ○	18	3312	2520
NN 914	+ − ○ ○ ○ − + + − − ○ + − + + ○ − ○	18	3312	2520
NN 924	+ − ○ ○ ○ − + − + + − ○ − + ○ + − ○	18	3408	2424
NN 925	+ ○ ○ − − − + + ○ ○ − + + − ○ + − ○	18	3408	2424
NN 926	+ − ○ ○ ○ + − − − + + ○ + − ○ + − ○	18	3408	2424
NN 930	+ − ○ ○ ○ − + − + − + + ○ ○ − − + ○	18	3456	2376
NN 934	+ − ○ ○ − ○ + − + + ○ − + − ○ − + ○	18	3552	2280
NN 1003	+ − ○ − ○ + ○ ○ − + + + − − − ○ + ○	18	3600	2232
NN 1004	+ ○ − − ○ + ○ − + ○ + − − + ○ + − ○	18	3600	2232
NN 1009	+ − ○ ○ + − − ○ ○ + − + + − ○ + − ○	18	3696	2136
NN 1010	+ ○ − − + ○ ○ − ○ + − + + − ○ + − ○	18	3696	2136
NN 1012	+ ○ − ○ − + − + ○ − ○ + ○ + − + − ○	18	3744	2088
NN 1019	+ − ○ ○ − + ○ − + + − ○ ○ − + + − ○	18	3792	2040
NN 1020	+ − ○ ○ + − ○ − − + + ○ ○ + − + − ○	18	3792	2040
NN 1099	+ − ○ ○ − + + − ○ − ○ ○ + + − + − ○	18	3984	1848
NN 1100	+ − ○ + − ○ ○ − ○ − + + + ○ − + − ○	18	3984	1848
NN 1108	+ − − ○ ○ ○ + + + − ○ − ○ − + − + ○	18	4032	1800
NN 1112	+ − ○ + − ○ − ○ ○ + − + ○ + − + − ○	18	4128	1704
NN 1160	+ − − ○ ○ + ○ + − + ○ ○ − − + − + ○	18	4176	1656
NN 1161	+ − − ○ ○ + + ○ ○ − − + ○ + − − + ○	18	4176	1656
NN 1162	+ ○ − − + − ○ + ○ ○ ○ + − − + + − ○	18	4176	1656
NN 1177	+ − ○ − + ○ − + ○ ○ ○ + − + − − + ○	18	4272	1560
NN 1178	+ − ○ + − − ○ ○ ○ + + ○ − − + + − ○	18	4272	1560
NN 1224	+ − − + ○ ○ ○ − + ○ ○ + − + − − + ○	18	4464	1368
NN 1236	+ − + − ○ − ○ ○ ○ ○ + + + − − − + ○	18	4608	1224
NN 12264	+ ○ ○ − ○ − ○ + − + − − + + + + − − ○ ○ ○	21	3950	5311
NN 16364	+ ○ ○ − ○ − − + ○ + + − − + + − ○ + − ○ ○	21	4430	4831
NN 17428	+ ○ ○ ○ − − − + + − ○ + − + + − ○ + ○ − ○	21	4526	4735
NN 20384	+ − ○ ○ ○ − ○ + − + + − + − + − ○ − + ○ ○	21	4670	4591
NN 20504	+ − ○ ○ ○ − ○ − + + + + − + − − − ○ ○ + ○	21	4718	4543
NN 20505	+ ○ ○ ○ − − − − + + + + ○ + ○ − − − ○ + ○	21	4718	4543
NN 20506	+ ○ ○ − ○ − + − − + ○ + + − ○ + − + − ○ ○	21	4718	4543
NN 20507	+ ○ ○ ○ − − − + − + + + ○ − ○ − + + ○ − ○	21	4718	4543
NN 20508	+ ○ ○ ○ − − − + + − + − ○ + ○ + − + ○ − ○	21	4718	4543
NN 20509	+ − ○ ○ ○ + ○ − − − + + − + − + + ○ ○ − ○	21	4718	4543
NN 20510	+ ○ ○ ○ − + − − − − + + ○ + ○ + + − ○ − ○	21	4718	4543
NN 21306	+ ○ − ○ ○ − + − ○ + + − − + − + ○ + ○ − ○	21	4814	4447
NN 21307	+ ○ − ○ ○ + − − ○ − + + − + + − ○ + ○ − ○	21	4814	4447
NN 21308	+ ○ ○ − − + ○ ○ − − + + − + + − ○ + ○ − ○	21	4814	4447
NN 22470	+ ○ ○ − ○ − + − − + ○ + + − + − ○ ○ + − ○	21	4862	4399
NN 22507	+ ○ ○ − ○ − − + − + + ○ + + ○ − − − ○ + ○	21	4910	4351
NN 22508	+ ○ ○ − − + ○ − ○ − + + + − ○ + − + − ○ ○	21	4910	4351

Continued

Continued

NN 23460	+ − O O − O O + − +	+	+ − − + − O − O + O	21	5006	4255
NN 23461	+ − O O − O O + + −	−	+ + + − − O − O + O	21	5006	4255
NN 23462	+ O O − − − O + O +	+	+ − − + O − − O + O	21	5006	4255
NN 23815	+ − O O O − + − O +	+	− + − O + − − + O O	21	5054	4207
NN 23816	+ − O O O + − − O +	−	+ − + O + − + − O O	21	5054	4207
NN 23817	+ O O − − + O − O −	+	+ + − + − O O + − O	21	5054	4207
NN 23818	+ O O − − O + − + −	O	+ + − O − + + O − O	21	5054	4207
NN 23832	+ O − O O − + − − +	O	+ + + O − − − O + O	21	5102	4159
NN 23833	+ O O − − − O + + +	O	− O + − + − − + O O	21	5102	4159
NN 23834	+ O − O O − + + − −	O	− + + O + − + O − O	21	5102	4159
NN 25010	+ O O − O − + − + −	−	+ + O O + O − + − O	21	5150	4111
NN 25195	+ − O O O + − − O +	−	+ − + + − O O + − O	21	5198	4063
NN 25196	+ O O − − + − O O +	−	+ + − O − + + O − O	21	5198	4063
NN 26013	+ O O − + − O − − +	O	− + O + + + − O − O	21	5246	4015
NN 26173	+ − O O O − − + + O	+	+ − − O + − − O + O	21	5294	3967
NN 26174	+ − O − O O O + + +	−	− − + + O − − O + O	21	5294	3967
NN 26175	+ O O − − − O + + +	−	O O + + − − − O + O	21	5294	3967
NN 26176	+ − O O O + − − − O	+	+ + + O − − − O + O	21	5294	3967
NN 26177	+ O − O − + O − O −	+	+ + + O − − − O + O	21	5294	3967
NN 26178	+ − O O O − + + − O	−	+ − + O − + + O − O	21	5294	3967
NN 26179	+ O − O − + O − O +	+	− − + O − + + O − O	21	5294	3967
NN 26180	+ O O − − + O − − +	+	O O + − − + + O − O	21	5294	3967
NN 26181	+ O − O + − O − O −	+	+ − + O + − + O − O	21	5294	3967
NN 26182	+ O O − − + O + − −	−	O O + + + + − O − O	21	5294	3967
NN 26570	+ − O O − O + − O +	+	+ − − O + − − O + O	21	5390	3871
NN 26571	+ − O O O − − + + +	O	− + O − + − − O + O	21	5390	3871
NN 26572	+ O − O O − + − − +	+	+ O − O + O − − + O	21	5390	3871
NN 26573	+ O − O − − + O + O	+	O + − − − + − + O O	21	5390	3871
NN 26574	+ O − − O + O − O +	+	− O + − + − − + O O	21	5390	3871
NN 26575	+ O − O O − + + − −	−	+ O + O + O − + − O	21	5390	3871
NN 26576	+ O − O O + − − − +	+	− O + O + O − + − O	21	5390	3871
NN 26577	+ O − − O + O O + −	−	+ − + O − + + O − O	21	5390	3871
NN 26578	+ O O − − + − O + −	O	+ O + − − + + O − O	21	5390	3871
NN 26579	+ − O O + O − − O +	−	− + + O + − + O − O	21	5390	3871
NN 26580	+ O − + O − O O − −	−	+ + + O + + − O − O	21	5390	3871
NN 27962	+ − O O O − + − + −	+	O O + + − − − O + O	21	5438	3823
NN 27963	+ − O O + − O − O −	+	+ O + + − − − + O O	21	5438	3823
NN 27964	+ − O O O − + + − −	+	O O − + − + + O − O	21	5438	3823
NN 27965	+ O O − − − + + O O	+	− O − + − + + O − O	21	5438	3823
NN 27966	+ − O O + − O O − −	+	+ + − O − + + O − O	21	5438	3823
NN 27988	+ − O O O + − − + −	O	+ − + O + − O + − O	21	5486	3775
NN 27989	+ O O − − + − + O −	O	O + − + + − + O − O	21	5486	3775
NN 27990	+ O − O + − O − − +	O	+ O − + + − + O − O	21	5486	3775
NN 28855	+ − O − O + O O + −	+	− O − + − + + − O O	21	5534	3727
NN 28856	+ O − + O − O − O −	+	− + O + + + − O − O	21	5534	3727

Continued

Continued

NN 28971	+ − − O O O O + + +	−	+ − − O − + − O + O	21	5582	3679
NN 28972	+ − O O − O − + + +	O	+ O − − − + − O + O	21	5582	3679
NN 28973	+ − O O − O + + − −	O	+ O + + − − − O + O	21	5582	3679
NN 28974	+ O O − − − O + + +	−	+ O − O O + − − + O	21	5582	3679
NN 28975	+ − O O + O − − − +	O	+ O + − − + + O − O	21	5582	3679
NN 28976	+ O O − + − O − − +	−	+ O + O O + + − − O	21	5582	3679
NN 29336	+ − O − O + O O − +	+	− + O − + − − O + O	21	5678	3583
NN 29337	+ − O O − + O − + O	−	+ O + + − − − O + O	21	5678	3583
NN 29338	+ − O O − + O − O +	+	− + − O + − O − + O	21	5678	3583
NN 29339	+ − O − O + O + − O	O	− + + − + − − + O O	21	5678	3583
NN 29340	+ − O − O + O + − O	O	+ − − + − + + − O O	21	5678	3583
NN 29341	+ − O O − + O + O −	−	− + + O + − O + − O	21	5678	3583
NN 29342	+ − O O + − O − O +	−	+ − + O + − O + − O	21	5678	3583
NN 29343	+ O − O − + O + − −	O	− + + O + O − + − O	21	5678	3583
NN 29344	+ O − O + − O − − +	O	+ − + O + O − + − O	21	5678	3583
NN 29345	+ − O O − + O + − O	−	+ O − + − + + O − O	21	5678	3583
NN 29346	+ O − + O − − O O +	−	− O + + + + − O − O	21	5678	3583
NN 29347	+ O − + O − O − − +	O	O − + + + + − O − O	21	5678	3583
NN 29605	+ − O − O O + − + O	+	+ O − − − + − O + O	21	5726	3535
NN 29606	+ − O O O − + − + −	+	+ O − O O + − − + O	21	5726	3535
NN 29607	+ − O O + − O − O −	+	+ + − + O O − − + O	21	5726	3535
NN 29608	+ O − − O O + − + +	O	− + − O − O + + − O	21	5726	3535
NN 29609	+ − O O O + − − + −	+	− O + O O + − + − O	21	5726	3535
NN 29610	+ − O O + − − O O +	+	− O − + − + + O − O	21	5726	3535
NN 29611	+ O − − + O O − O +	+	− O − + − + + O − O	21	5726	3535
NN 29612	+ − O O + − O − + −	O	O + + − − + + O − O	21	5726	3535
NN 29982	+ − O − O + O O + −	−	+ + − O + − O − + O	21	5774	3487
NN 29983	+ O O − − − + + O −	+	O O + − + O − − + O	21	5774	3487
NN 29984	+ O O − − + + − O −	−	O O + + + O + − − O	21	5774	3487
NN 30295	+ − O + O − O O − −	+	− + + + O O − + − O	21	5822	3439
NN 30634	+ − O − O + O − + O	+	O − + − + − − O + O	21	5870	3391
NN 30635	+ − O − O + O + − O	−	O + + + − − − O + O	21	5870	3391
NN 30636	+ − O O − + − + O O	O	− + + + − − − O + O	21	5870	3391
NN 30637	+ − O − + O O O − +	−	+ O + + − − − O + O	21	5870	3391
NN 30638	+ − O O + − O − − +	O	+ O + + − − O − + O	21	5870	3391
NN 30639	+ − O O − + O − + O	+	− − + O + O − − + O	21	5870	3391
NN 30640	+ − O O − + O + − −	O	+ O + − − + O + − O	21	5870	3391
NN 30641	+ − O − O + O + − O	+	O − − − + + + O − O	21	5870	3391
NN 30642	+ − O + − O O O − −	+	+ O + − − + + O − O	21	5870	3391
NN 30643	+ − O O + − − + O O	O	− − + + + − + O − O	21	5870	3391
NN 30918	+ − O − O + + O O −	−	O + − + − + + O − O	21	5918	3343
NN 30980	+ O − − + − O O O +	O	+ + − − + − − O + O	21	5966	3295
NN 30981	+ O − O − − + + O +	O	− O − + + O − − + O	21	5966	3295
NN 30982	+ − O O + − O − − +	O	+ + O − + O − − + O	21	5966	3295
NN 30983	+ O − O − − + + O +	O	− O + − − O + + − O	21	5966	3295

Continued

Continued

NN 30984	+ − ○ + − ○ ○ − ○ +	−	○ + + − − + + ○ − ○	21	5966	3295
NN 30985	+ ○ − + − − ○ ○ ○ +	○	− + + − − + + ○ − ○	21	5966	3295
NN 30986	+ ○ − + ○ − ○ − − +	○	− + + ○ ○ + + − − ○	21	5966	3295
NN 32011	+ − ○ − + ○ ○ − + ○	○	− + + + − − − ○ + ○	21	6014	3247
NN 32012	+ − ○ − ○ + ○ + − ○	−	+ ○ + − + − ○ − + ○	21	6014	3247
NN 32013	+ − ○ − ○ + ○ + − ○	+	− ○ − + − + ○ + − ○	21	6014	3247
NN 32014	+ − ○ ○ + − ○ − + −	○	+ − + ○ ○ + − + − ○	21	6014	3247
NN 32015	+ − ○ − + ○ ○ + − ○	○	− + − + − + + ○ − ○	21	6014	3247
NN 32016	+ − + ○ ○ − ○ − ○ −	+	○ − + + + + − ○ − ○	21	6014	3247
NN 32141	+ ○ − − ○ − + ○ + +	○	+ ○ − − − ○ + − + ○	21	6062	3199
NN 32142	+ − ○ − ○ ○ + − + +	○	+ − − ○ ○ − + − + ○	21	6062	3199
NN 32143	+ − ○ − ○ + ○ − + +	○	○ − − + + − ○ − + ○	21	6062	3199
NN 32144	+ − ○ − ○ ○ + + − +	○	− − + ○ ○ + − − + ○	21	6062	3199
NN 32145	+ ○ ○ − − − + + − +	○	○ ○ + ○ − + − − + ○	21	6062	3199
NN 32146	+ ○ − − ○ + − ○ + +	○	− ○ − + + ○ − − + ○	21	6062	3199
NN 32147	+ − ○ − + ○ ○ ○ − +	+	− − + ○ + ○ − − + ○	21	6062	3199
NN 32148	+ ○ − − ○ + − ○ + +	○	− ○ + − − ○ + + − ○	21	6062	3199
NN 32149	+ ○ ○ − − + − − + +	○	○ ○ + ○ − − + + − ○	21	6062	3199
NN 32150	+ − ○ + ○ − ○ − − +	○	○ + + − + − ○ + − ○	21	6062	3199
NN 32151	+ − ○ + − ○ ○ ○ − +	−	− + + ○ + ○ − + − ○	21	6062	3199
NN 32152	+ − ○ + − ○ − ○ ○ +	○	+ − − + − + + ○ − ○	21	6062	3199
NN 32153	+ − + ○ ○ − ○ − − ○	○	+ + + − + − + ○ − ○	21	6062	3199
NN 32154	+ − ○ + ○ ○ − − + −	−	○ ○ + + + ○ + − − ○	21	6062	3199
NN 32155	+ ○ − + ○ − − ○ + −	○	− ○ + + + ○ + − − ○	21	6062	3199
NN 32156	+ − + ○ ○ ○ − − ○ −	−	+ + + ○ + ○ + − − ○	21	6062	3199
NN 33256	+ − ○ + − − ○ ○ ○ ○	+	+ − + + − − − ○ + ○	21	6158	3103
NN 33257	+ − ○ ○ − − + + ○ ○	+	+ ○ − − − ○ + − + ○	21	6158	3103
NN 33258	+ − − ○ ○ + ○ + ○ −	+	− ○ − + + − ○ − + ○	21	6158	3103
NN 33259	+ − ○ − ○ + ○ + − ○	−	+ + − ○ ○ + − − + ○	21	6158	3103
NN 33260	+ − ○ ○ − + − + ○ ○	+	− ○ − + + ○ − − + ○	21	6158	3103
NN 33261	+ − ○ ○ − + − + ○ ○	+	− ○ + − − ○ + + − ○	21	6158	3103
NN 33262	+ − ○ − ○ + ○ + − ○	+	− − + ○ ○ − + + − ○	21	6158	3103
NN 33263	+ − ○ + ○ − − ○ ○ +	−	+ − ○ + + ○ − + − ○	21	6158	3103
NN 33264	+ − − ○ + ○ ○ + ○ −	○	+ − − − + + + ○ − ○	21	6158	3103
NN 33265	+ − ○ ○ + − ○ + − −	−	+ ○ ○ ○ + + + − − ○	21	6158	3103
NN 33377	+ − ○ − ○ + + − ○ ○	○	+ − − + − + ○ + − ○	21	6206	3055
NN 33552	+ − − + ○ ○ ○ ○ − +	○	− + + + − − − ○ + ○	21	6254	3007
NN 33553	+ − ○ − ○ + − ○ + ○	+	+ ○ − − − ○ + − + ○	21	6254	3007
NN 33554	+ − ○ + − ○ ○ − ○ +	−	+ − + ○ ○ + − + − ○	21	6254	3007
NN 33555	+ ○ − + ○ − − − ○ +	○	+ ○ + − ○ + − + − ○	21	6254	3007
NN 34190	+ − ○ − + ○ ○ − + ○	+	− ○ − + + ○ − − + ○	21	6302	2959
NN 34191	+ − ○ − + ○ ○ − + ○	+	− ○ + − − ○ + + − ○	21	6302	2959
NN 34192	+ − ○ ○ + − − + ○ −	○	+ ○ − + ○ + − + − ○	21	6302	2959
NN 34193	+ − ○ + ○ − − ○ + −	○	○ + − + + ○ − + − ○	21	6302	2959
NN 34194	+ − + − ○ ○ ○ − ○ ○	+	− + + − − + + ○ − ○	21	6302	2959

Continued

Continued

NN 34195	+	−	O	O	+	−	+	−	O	−	O	−	O	+	+	O	+	+	−	−	O	21	6302	2959
NN 34196	+	−	+	O	O	−	O	−	O	−	+	−	+	+	O	O	+	+	−	−	O	21	6302	2959
NN 34237	+	−	O	−	O	+	O	−	+	+	−	O	+	O	O	−	−	+	−	+	O	21	6350	2911
NN 34238	+	−	O	−	+	O	O	+	−	−	O	O	+	+	−	+	O	−	−	+	O	21	6350	2911
NN 34725	+	−	O	O	−	+	+	−	O	−	+	O	O	−	O	+	+	−	+	−	O	21	6398	2863
NN 34893	+	−	−	O	+	O	O	−	O	+	+	+	O	−	−	−	O	+	−	+	O	21	6446	2815
NN 34894	+	−	O	O	−	−	+	+	+	O	O	−	O	+	O	−	−	+	−	+	O	21	6446	2815
NN 34895	+	−	O	−	O	+	+	−	O	O	−	+	O	+	−	O	+	−	−	+	O	21	6446	2815
NN 34896	+	−	O	O	−	+	+	−	−	O	O	+	O	+	O	−	+	−	−	+	O	21	6446	2815
NN 34897	+	−	−	O	+	O	O	+	O	−	−	+	O	−	+	+	O	−	−	+	O	21	6446	2815
NN 34898	+	−	−	O	+	O	O	+	O	−	−	+	O	+	−	−	O	+	+	−	O	21	6446	2815
NN 34899	+	−	O	−	+	O	O	+	−	−	O	+	O	+	−	O	−	+	+	−	O	21	6446	2815
NN 34900	+	−	O	O	+	−	−	+	−	O	O	+	O	+	O	−	−	+	+	−	O	21	6446	2815
NN 34901	+	−	O	+	O	−	−	O	−	+	O	+	+	O	O	−	−	+	+	−	O	21	6446	2815
NN 34902	+	−	O	+	−	O	O	+	−	−	O	−	O	+	+	O	+	+	−	−	O	21	6446	2815
NN 34903	+	−	O	+	O	−	−	+	O	O	−	−	O	+	+	O	+	+	−	−	O	21	6446	2815
NN 35356	+	−	−	+	O	O	O	O	−	+	+	−	O	−	+	+	O	−	−	+	O	21	6542	2719
NN 35357	+	−	O	+	−	−	O	O	+	O	O	−	+	+	−	+	O	−	−	+	O	21	6542	2719
NN 35358	+	−	−	+	O	O	O	O	−	+	+	−	O	+	−	−	O	+	+	−	O	21	6542	2719
NN 35359	+	−	O	+	−	O	O	−	−	+	+	O	O	+	O	−	−	+	+	−	O	21	6542	2719
NN 35852	+	−	−	O	O	+	O	+	−	+	−	O	O	+	O	−	−	+	−	+	O	21	6590	2671
NN 35853	+	O	+	−	−	−	O	−	O	O	+	+	O	+	O	−	+	−	+	−	O	21	6590	2671
NN 35904	+	−	O	−	O	+	−	+	+	O	O	O	−	−	O	+	−	+	+	−	O	21	6638	2623
NN 35905	+	−	O	+	−	O	−	O	+	−	O	+	O	+	O	−	−	+	+	−	O	21	6638	2623
NN 36052	+	−	O	−	+	O	+	−	O	O	−	+	O	−	O	+	+	−	+	−	O	21	6686	2575
NN 36591	+	−	−	O	O	+	−	+	O	O	+	+	O	−	O	−	−	−	+	+	O	21	6734	2527
NN 36592	+	−	O	−	+	−	O	+	O	O	O	+	+	−	−	O	−	+	−	+	O	21	6734	2527
NN 36593	+	−	−	O	O	+	+	−	O	O	+	−	O	+	O	−	−	+	−	+	O	21	6734	2527
NN 36594	+	−	−	O	+	O	O	−	+	+	O	−	O	+	O	−	−	+	−	+	O	21	6734	2527
NN 36595	+	−	O	+	−	−	O	O	+	O	−	+	O	+	O	−	+	−	−	+	O	21	6734	2527
NN 36596	+	−	+	O	O	−	−	−	O	O	+	+	O	+	O	+	−	−	−	+	O	21	6734	2527
NN 36597	+	−	O	−	+	+	O	O	−	O	−	−	O	+	O	+	+	+	−	−	O	21	6734	2527
NN 36598	+	+	O	−	−	−	O	−	O	O	O	+	+	+	−	O	+	+	−	−	O	21	6734	2527
NN 36705	+	−	O	−	+	O	+	−	O	−	O	+	O	O	+	−	−	+	+	−	O	21	6782	2479
NN 36706	+	−	+	−	O	O	O	−	O	−	+	+	+	O	O	−	−	+	+	−	O	21	6782	2479
NN 36928	+	−	O	−	+	−	O	+	O	O	+	O	−	+	O	−	−	+	−	+	O	21	6830	2431
NN 36929	+	−	−	O	O	+	+	−	O	+	O	−	O	O	−	+	+	−	−	+	O	21	6830	2431
NN 36930	+	−	O	+	−	−	O	+	O	O	−	O	+	+	O	−	−	+	+	−	O	21	6830	2431
NN 36931	+	+	−	−	O	−	O	O	O	O	−	+	+	+	−	+	O	−	+	−	O	21	6830	2431
NN 37251	+	−	O	−	+	−	O	+	O	+	O	O	−	O	−	+	+	−	−	+	O	21	6926	2335
NN 37252	+	−	−	+	O	O	O	+	−	−	O	O	+	+	O	−	+	−	−	+	O	21	6926	2335
NN 37253	+	−	+	−	O	O	−	O	O	+	−	+	O	+	O	−	−	+	+	−	O	21	6926	2335
NN 37507	+	−	O	−	−	+	O	+	+	O	O	O	O	+	−	−	−	−	+	+	O	21	7022	2239
NN 37508	+	−	O	−	+	+	O	−	−	O	O	O	O	+	+	+	−	−	−	+	O	21	7022	2239
NN 37509	+	−	+	O	−	−	O	+	O	O	O	−	−	+	O	+	+	+	−	−	O	21	7022	2239

Continued

Continued

NN 37726	+ − − + O O + − O O O − + − O + + − + − O	21	7070	2191
NN 37727	+ + − − O − O O O − + O + + O − + − + − O	21	7070	2191
NN 37825	+ − − + O − O O O + + + O O − − − − + + O	21	7118	2143
NN 38081	+ − + O − − O + O − O O O + + − + − + − O	21	7166	2095
NN 38156	+ − + − − O O O O + O + + − O − − + − + O	21	7214	2047
NN 38260	+ − + − O − O + O O O − + O − + + − + − O	21	7262	1999
NN 38393	+ − − + O − O + O O + O O − + − − + − + O	21	7310	1951
NN 38394	+ − + − O − O + O O − O O + + + − − − + O	21	7310	1951
NN 38579	+ − − + O − + O O O O + O − − + + − − + O	21	7406	1855
NN 38580	+ − − + O + − O O O O − O + − + + − + − O	21	7406	1855

Concluded

(e)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$
SS 4	+ − − O + O O + O − − +	12	1568	160
SS 150	+ O − O − − O + + + + O − − O − O +	18	3600	2232
SS 151	+ − O O O − − + + + + − − O O O − +	18	3600	2232
SS 159	+ − O O − O + − + + − + O − O O − +	18	3792	2040
SS 167	+ − O − O + O + − − + O + O − O − +	18	4176	1656
SS 175	+ − O − + O − O + + O − O + − O − +	18	4464	1368
SS 192	+ − O − + − + O O O O + − + − O − +	18	4752	1080
SS 193	+ − − O + O + O − − O + O + O − − +	18	4752	1080
SS 208	+ − − + O O − + O O + − O O + − − +	18	5040	792
SS 209	+ − − O + + − O O O O − + + O − − +	18	5040	792

Table 8 – Fully uncoupled **EIL**s, with π/4 isotropy, for 7 through 21 ply laminates corresponding to prefix designations: (a) *AC* for Anti-symmetric (*A*) angle-plies and Cross-symmetric (*C*) cross-plies; (b) *AS* for Anti-symmetric (*A*) angle-plies and Symmetric (*S*) cross-plies; (c) *NN* for Non-symmetric (*N*) angle-plies and Non-symmetric (*N*) cross-plies; (d) *SC* for Symmetric (*S*) angle-plies and Cross-symmetric (*C*) cross-plies and; (e) *SS* for Symmetric (*S*) angle-plies and Symmetric (*S*) cross-plies. For all sequences, $n_{\pm} = 8$, $n_{\circ} = n_{\bullet} = 4$, and $\zeta = n^3 = 4096$.

(a)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
AC 25	+ ○ ● − − ● ○ + − ● ○ + + ○ ● −	16	2144	976	976
AC 26	+ ● ○ − − ○ ● + − ○ ● + + ● ○ −	16	2144	976	976
AC 27	+ ○ − ● ● − ○ + − ● + ○ ○ + ● −	16	2240	928	928
AC 28	+ ● − ○ ○ − ● + − ○ + ● ● + ○ −	16	2240	928	928
AC 29	+ ○ − ● − ● + ○ ● − ○ + ○ + ● −	16	2432	832	832
AC 30	+ − ○ ● ● ○ − + − + ● ○ ○ ● + −	16	2432	832	832
AC 31	+ − ● ○ ○ ● − + − + ○ ● ● ○ + −	16	2432	832	832
AC 32	+ ● − ○ − ○ + ● ○ − ● + ● + ○ −	16	2432	832	832
AC 33	+ − ○ ● − + ● ○ ● ○ − + ○ ● + −	16	2816	640	640
AC 34	+ − ● ○ − + ○ ● ○ ● − + ● ○ + −	16	2816	640	640
AC 35	+ − − + ○ ● ● ○ ● ○ ○ ● − + + −	16	3584	256	256
AC 36	+ − − + ● ○ ○ ● ○ ● ● ○ − + + −	16	3584	256	256

(b)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
AS 512	+ ● ● ○ − − − ○ ○ + + + ○ ● ● −	16	1856	496	1744
AS 514	+ ● ○ ● − − − ○ ○ + + + ● ○ ● −	16	1856	736	1504
AS 516	+ ○ ● ● − − − ○ ○ + + + ● ● ○ −	16	1856	1024	1216
AS 517	+ ● ○ ○ − − − ● ● + + + ○ ○ ● −	16	1856	1216	1024
AS 519	+ ○ ● ○ − − − ● ● + + + ○ ● ○ −	16	1856	1504	736
AS 521	+ ○ ○ ● − − − ● ● + + + ● ○ ○ −	16	1856	1744	496
AS 528	+ ● ● − ○ − ○ − + ○ + ○ + ● ● −	16	2000	352	1744
AS 530	+ ● ○ − ● − ○ − + ○ + ● + ○ ● −	16	2000	784	1312
AS 532	+ ● ○ − ○ − ● − + ● + ○ + ○ ● −	16	2000	1024	1072
AS 533	+ ○ ● − ● − ○ − + ○ + ● + ● ○ −	16	2000	1072	1024
AS 535	+ ○ ● − ○ − ● − + ● + ○ + ● ○ −	16	2000	1312	784
AS 537	+ ○ ○ − ● − ● − + ● + ● + ○ ○ −	16	2000	1744	352
AS 546	+ ● ● − − ○ ○ + − ○ ○ + + ● ● −	16	2144	208	1744
AS 548	+ ● − ● ○ ○ − − + + ○ ○ ● + ● −	16	2144	448	1504
AS 550	+ ● − ○ ● ○ − − + + ○ ● ○ + ● −	16	2144	640	1312
AS 552	+ ● − ○ ○ ● − − + + ● ○ ○ + ● −	16	2144	784	1168
AS 553	+ ● ○ − − ● ○ + − ○ ● + + ○ ● −	16	2144	784	1168
AS 554	+ ● ○ − − ○ ● + − ● ○ + + ○ ● −	16	2144	880	1072
AS 559	+ ○ ● − − ● ○ + − ○ ● + + ● ○ −	16	2144	1072	880
AS 560	+ ○ ● − − ○ ● + − ● ○ + + ● ○ −	16	2144	1168	784
AS 561	+ ○ − ● ● ○ − − + + ○ ● ● + ○ −	16	2144	1168	784
AS 563	+ ○ − ● ○ ● − − + + ● ○ ● + ○ −	16	2144	1312	640
AS 565	+ ○ − ○ ● ● − − + + ● ● ○ + ○ −	16	2144	1504	448
AS 567	+ ○ ○ − − ● ● + − ● ● + + ○ ○ −	16	2144	1744	208
AS 576	+ ● − ● ○ − ○ + − ○ + ○ ● + ● −	16	2240	352	1504
AS 578	+ ● − ○ ● − ○ + − ○ + ● ○ + ● −	16	2240	544	1312
AS 579	+ ● − ○ ○ − ● + − ● + ○ ○ + ● −	16	2240	784	1072
AS 582	+ ○ − ● ● − ○ + − ○ + ● ● + ○ −	16	2240	1072	784
AS 583	+ ○ − ● ○ − ● + − ● + ○ ● + ○ −	16	2240	1312	544
AS 585	+ ○ − ○ ● − ● + − ● + ● ○ + ○ −	16	2240	1504	352
AS 598	+ ● − ● − ○ + ○ ○ − ○ + ● + ● −	16	2432	160	1504
AS 600	+ − ● ● ○ ○ − + − + ○ ○ ● ● + −	16	2432	448	1216
AS 603	+ ● − ○ − ● + ○ ○ − ● + ○ + ● −	16	2432	496	1168
AS 604	+ ● − ○ − ○ + ● ● − ○ + ○ + ● −	16	2432	640	1024
AS 605	+ − ● ○ ● ○ − + − + ○ ● ○ ● + −	16	2432	640	1024
AS 608	+ − ● ○ ○ ● − + − + ● ○ ○ ● + −	16	2432	784	880
AS 609	+ − ○ ● ● ○ − + − + ○ ● ● ○ + −	16	2432	880	784
AS 612	+ − ○ ● ○ ● − + − + ● ○ ● ○ + −	16	2432	1024	640
AS 613	+ ○ − ● − ● + ○ ○ − ● + ● + ○ −	16	2432	1024	640
AS 614	+ ○ − ● − ○ + ● ● − ○ + ● + ○ −	16	2432	1168	496
AS 617	+ − ○ ○ ● ● − + − + ● ● ○ ○ + −	16	2432	1216	448
AS 619	+ ○ − ○ − ● + ● ● − ● + ○ + ○ −	16	2432	1504	160
AS 628	+ − ● ● ○ − + ○ ○ − + ○ ● ● + −	16	2576	304	1216
AS 630	+ − ● ○ ● − + ○ ○ − + ● ○ ● + −	16	2576	496	1024
AS 632	+ − ○ ● ● − + ○ ○ − + ● ● ○ + −	16	2576	736	784
AS 633	+ − ● ○ ○ − + ● ● − + ○ ○ ● + −	16	2576	784	736
AS 635	+ − ○ ● ○ − + ● ● − + ○ ● ○ + −	16	2576	1024	496
AS 637	+ − ○ ○ ● − + ● ● − + ● ○ ○ + −	16	2576	1216	304

Continued

Continued

AS 648	+ ● − − ● + ○ ○ ○ ○ − ● + + ● −	16	2720	64	1312
AS 650	+ ● − − ○ + ● ○ ○ ● − ○ + + ● −	16	2720	304	1072
AS 651	+ ● − − ○ + ○ ● ● ○ − ○ + + ● −	16	2720	352	1024
AS 654	+ ○ − − ● + ● ○ ○ ● − ● + + ○ −	16	2720	1024	352
AS 655	+ ○ − − ● + ○ ● ● ○ − ● + + ○ −	16	2720	1072	304
AS 657	+ ○ − − ○ + ● ● ● ● − ○ + + ○ −	16	2720	1312	64
AS 664	+ − ● ● − + ○ ○ ○ ○ − + ● ● + −	16	2816	64	1216
AS 666	+ − ● ○ − + ● ○ ○ ● − + ○ ● + −	16	2816	496	784
AS 667	+ − ● ○ − + ○ ● ● ○ − + ○ ● + −	16	2816	544	736
AS 670	+ − ○ ● − + ● ○ ○ ● − + ● ○ + −	16	2816	736	544
AS 671	+ − ○ ● − + ○ ● ● ○ − + ● ○ + −	16	2816	784	496
AS 673	+ − ○ ○ − + ● ● ● ● − + ○ ○ + −	16	2816	1216	64
AS 700	+ − ● − + ● ○ ○ ○ ○ ● − + ● + −	16	3152	64	880
AS 702	+ − ● − + ○ ● ○ ○ ● ○ − + ● + −	16	3152	160	784
AS 703	+ − ● − + ○ ○ ● ● ○ ○ − + ● + −	16	3152	208	736
AS 706	+ − ○ − + ● ● ○ ○ ● ● − + ○ + −	16	3152	736	208
AS 707	+ − ○ − + ● ○ ● ● ○ ● − + ○ + −	16	3152	784	160
AS 709	+ − ○ − + ○ ● ● ● ● ○ − + ○ + −	16	3152	880	64
AS 736	+ − − + ● ● ○ ○ ○ ○ ● ● − + + −	16	3584	64	448
AS 738	+ − − + ● ○ ● ○ ○ ● ○ ● − + + −	16	3584	160	352
AS 739	+ − − + ● ○ ○ ● ● ○ ○ ● − + + −	16	3584	208	304
AS 742	+ − − + ○ ● ● ○ ○ ● ● ○ − + + −	16	3584	304	208
AS 743	+ − − + ○ ● ○ ● ● ○ ● ○ − + + −	16	3584	352	160
AS 745	+ − − + ○ ○ ● ● ● ● ○ ○ − + + −	16	3584	448	64

Concluded

(c)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
NN 43	+ − ● ○ ○ ● − + ○ − ● + + ● − ○	16	2144	1072	880
NN 44	+ − ○ ● ● ○ − + ○ − ● + + ● − ○	16	2144	1120	832
NN 46	+ − ○ ○ ● ● − + ● − ○ + + ● − ○	16	2144	1360	592
NN 55	+ ● − − ○ ○ ○ + ● + ● ● − − + ○	16	2432	928	736
NN 56	+ ○ − − ● ● ○ + ○ + ● ● − − + ○	16	2432	1216	448
NN 58	+ ○ − − ○ ● ● + ● + ○ ● − − + ○	16	2432	1408	256

(d)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
SC 1	+ − ○ − ● + ● ● ○ ○ + ○ − ● − +	16	3008	544	544
SC 2	+ − ● − ○ + ○ ○ ● ● + ● − ○ − +	16	3008	544	544

(e)

Ref.	Sequence	n	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
SS 24	+ − ● − ● + ○ ○ ○ ○ + ● − ● − +	16	3008	64	1024
SS 26	+ − ● − ○ + ● ○ ○ ● + ○ − ● − +	16	3008	304	784
SS 27	+ − ● − ○ + ○ ● ● ○ + ○ − ● − +	16	3008	352	736
SS 30	+ − ○ − ● + ● ○ ○ ● + ● − ○ − +	16	3008	736	352
SS 31	+ − ○ − ● + ○ ● ● ○ + ● − ○ − +	16	3008	784	304
SS 33	+ − ○ − ○ + ● ● ● ● + ○ − ○ − +	16	3008	1024	64

Table 9 - **QHOL**s with two ply angle orientations for 7 through 21 ply laminates corresponding to prefix designations: (a) *AS* for Anti-symmetric (*A*) angle-plies and Symmetric (*S*) cross-plies; (b) $_{+}NS_{+}$ for Non-symmetric (*N*) angle-plies and Non-symmetric (*N*) cross-plies; (c) $_{+}NS_{-}$ and; (d) *SS* for Symmetric (*S*) angle-plies and Symmetric (*S*) cross-plies. For all sequences, $n_{\pm} = n$ and $\zeta = n^3 = \zeta_{\pm}$.

(a)

Ref.	Sequence	n
AS 773	+ − − + − + + − + − − + − + + −	16
AS 774	+ − − + + − − + − + + − − + + −	16
AS 775	+ − + − − + − + − + − + + − + −	16
AS 776	+ + − − − − + + − − + + + + − −	16
AS 9505	+ − − − + + + − + + − − + − − − + + + −	20
AS 9506	+ − − + − + − + + + − − − + − + − + + −	20
AS 9507	+ − − + + − + − − − + + + − + − − + + −	20
AS 9508	+ − + − − − + + + + − − − − + + + − + −	20
AS 9509	+ − + − − + + − − − + + + − − + + − + −	20
AS 9510	+ − + − + − − + − − + + − + + − + − + −	20
AS 9511	+ − + + − − − − + − + − + + + + − − + −	20
AS 9512	+ + − − − + − + − − + + − + − + + + − −	20
AS 9513	+ + − − + − − − + − + − + + + − + + − −	20
AS 9514	+ + − + − − − − − + − + + + + + − + − −	20

(b)

Ref.	Sequence	n
NS 1	+ − − − + + + + − − + − − + − +	16
NS 2	+ − + − − + − − + + + + − − − +	16
NS 295	+ − + − − − + − + + + + + − − − − − + +	20
NS 296	+ − − + − − + + + + − + − − − + − + − +	20
NS 297	+ − − + − + + − − + − + + + − − − + − +	20
NS 298	+ + − − − − − + + + + + − + − − − + − +	20
NS 299	+ − + − − − + + + − + − − + + − + − − +	20
NS 300	+ − + − + − − − + − + + + + − − + − − +	20

(c)

Ref.	Sequence	n
NS 303	+ − − + − + + − + − + − − − + + + − + −	20
NS 304	+ − + − + − − − + + − + + − − + + − + −	20
NS 305	+ − + − − + + − − + − − + + + − + − + −	20
NS 306	+ − + + − − − − − + + + + − + − + − + −	20
NS 307	+ − + − + − + − − − − + + + + + − − + −	20
NS 308	+ − − + + − + − + − − − + − + + + + − −	20

(d)

Ref.	Sequence	n
SS 53	+ − − + − + + − − + + − + − − +	16

Table 10 - **QHOL**s with three ply angle orientations for 7 through 21 ply laminates corresponding to prefix designations: (a) *AS* for Anti-symmetric (*A*) angle-plies and Symmetric (*S*) cross-plies; (b) $_{+}NS_{+}$ for Non-symmetric (*N*) angle-plies and Symmetric (*S*) cross-plies; (b) $_{+}NN_{+}$ for Non-symmetric (*N*) angle-plies and Non-symmetric (*N*) cross-plies; (c) $_{+}NN_{-}$ and; (d) $_{+}NN_{\circ}$. For all sequences, $n_{\bullet} = n - n_{\pm} + n_{\circ}$ and $\zeta = n^3$.

(a)

Ref.	Sequence	n	$n_{\pm}$	$n_{\circ}$	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
AS 153	+ ● − ● ● − − + + ● ● + ● −	14	8	0	1568	0	1176
AS 160	+ ○ − ○ ○ − − + + ○ ○ + ○ −	14	8	6	1568	1176	0
AS 689	+ ● − − + − + ● ● − + − + + ● −	16	12	0	3072	0	1024
AS 690	+ − ● − ● + + − + − − ● + ● + −	16	12	0	3072	0	1024
AS 695	+ − ○ − ○ + + − + − − ○ + ○ + −	16	12	4	3072	1024	0
AS 696	+ ○ − − + − + ○ ○ − + − + + ○ −	16	12	4	3072	1024	0
AS 1585	+ − ● − + − + + ● − − + − + ● + −	17	14	0	4046	0	867
AS 1586	+ − ● − + + − − ● + + − − + ● + −	17	14	0	4046	0	867
AS 1587	+ − ● + − − + − ● + − + + − ● + −	17	14	0	4046	0	867
AS 1588	+ + ● − − − − − ● + + + + + ● − −	17	14	0	4046	0	867
AS 1597	+ − ○ − + − + + ○ − − + − + ○ + −	17	14	3	4046	867	0
AS 1598	+ − ○ − + + − − ○ + + − − + ○ + −	17	14	3	4046	867	0
AS 1599	+ − ○ + − − + − ○ + − + + − ○ + −	17	14	3	4046	867	0
AS 1600	+ + ○ − − − − − ○ + + + + + ○ − −	17	14	3	4046	867	0
AS 4553	+ ● − − ● ● + + − ● + − − ● ● + + ● −	19	12	0	4332	0	2527
AS 4568	+ ○ − − ○ ○ + + − ○ + − − ○ ○ + + ○ −	19	12	7	4332	2527	0
AS 6369	+ ● ● ● − ● − ● ● − + ● ● + ● + ● ● ● −	20	8	0	3200	0	4800
AS 6432	+ ○ ○ ○ − ○ − ○ ○ − + ○ ○ + ○ + ○ ○ ○ −	20	8	12	3200	4800	0
AS 7745	+ ● − ● − + ● ● − + − + ● ● − + ● + ● −	20	12	0	4800	0	3200
AS 7760	+ ○ − ○ − + ○ ○ − + − + ○ ○ − + ○ + ○ −	20	12	8	4800	3200	0
AS 14523	+ ● ● − − + ● − ● + ● − ● + ● − + + ● ● −	21	12	0	5292	0	3969
AS 14524	+ ● ● − + − ● − ● − ● + ● + ● + − + ● ● −	21	12	0	5292	0	3969
AS 14525	+ − ● ● ● − ● + + − ● + − − ● + ● ● ● + −	21	12	0	5292	0	3969
AS 14526	+ − ● ● ● + ● − − − ● + + + ● − ● ● ● + −	21	12	0	5292	0	3969
AS 14647	+ − ○ ○ ○ − ○ + + − ○ + − − ○ + ○ ○ ○ + −	21	12	9	5292	3969	0
AS 14648	+ − ○ ○ ○ + ○ − − − ○ + + + ○ − ○ ○ ○ + −	21	12	9	5292	3969	0
AS 14649	+ ○ ○ − − + ○ − ○ + ○ − ○ + ○ − + + ○ ○ −	21	12	9	5292	3969	0
AS 14650	+ ○ ○ − + − ○ − ○ − ○ + ○ + ○ + − + ○ ○ −	21	12	9	5292	3969	0

(b)

Ref.	Sequence	n	$n_{\pm}$	$n_{\circ}$	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
NN 35	+ − − ○ + ○ − + + + − − − ○ +	15	12	3	2700	675	0
NN 36	+ ○ − − − + + + − ○ + ○ − − +	15	12	3	2700	675	0
NN 26014	+ − ● − ● ● ● + ● + − + ● + − − ● − ● ● +	21	12	0	5292	0	3969
NN 26015	+ ● ● − ● − − + ● + − + ● + ● ● ● − ● − +	21	12	0	5292	0	3969
NN 26122	+ − ○ − ○ ○ ○ + ○ + − + ○ + − − ○ − ○ ○ +	21	12	9	5292	3969	0
NN 26123	+ ○ ○ − ○ − − + ○ + − + ○ + ○ ○ ○ − ○ − +	21	12	9	5292	3969	0

(c)

Ref.	Sequence	n	$n_{\pm}$	$n_{\circ}$	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
NN 6278	+ ○ ○ − − ○ + − + − ○ + ○ ○ + − ○ ○ + −	20	12	8	4800	3200	0
NN 6279	+ − ○ ○ + − ○ ○ − ○ + − + − ○ + + ○ ○ −	20	12	8	4800	3200	0

(d)

Ref.	Sequence	n	$n_{\pm}$	$n_{\circ}$	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
NN 2858	+ ○ ○ − − ○ ○ − + + ○ + ○ ○ ○ − − + ○	19	10	9	3610	3249	0
NN 2859	+ ○ − − ○ ○ ○ + ○ + ○ − ○ + − − + ○ ○	19	10	9	3610	3249	0
NN 2860	+ ○ ○ − ○ − − + ○ + ○ ○ ○ + − ○ + − ○	19	10	9	3610	3249	0
NN 4320	+ − ○ − + ○ + − − ○ + ○ + − − + + − ○	19	14	5	5054	1805	0
NN 6280	+ − ○ − ○ ○ + ○ + − ○ + ○ − + − − ○ + ○	20	12	8	4800	3200	0
NN 6281	+ ○ − − ○ + ○ ○ − + ○ + − ○ − + ○ + − ○	20	12	8	4800	3200	0
NN 6282	+ ○ ○ − − + − ○ ○ + − + ○ ○ ○ + − + − ○	20	12	8	4800	3200	0
NN 8271	+ − − + ○ − ○ + + ○ − + − − + + − − + ○	20	16	4	6400	1600	0
NN 8272	+ − − + ○ + ○ − − ○ − + + + + − − − + ○	20	16	4	6400	1600	0
NN 8273	+ − + − ○ − ○ + − ○ + + − + − − + + − ○	20	16	4	6400	1600	0
NN 8274	+ − − + ○ + ○ − − ○ + − + − + + − + − ○	20	16	4	6400	1600	0
NN 26124	+ − ○ − ○ + ○ ○ ○ ○ − + + + − − ○ − ○ + ○	21	12	9	5292	3969	0
NN 26125	+ − ○ ○ ○ − ○ + + − − + ○ ○ ○ + ○ − − + ○	21	12	9	5292	3969	0
NN 26126	+ ○ − − ○ + ○ ○ ○ + − − ○ + ○ − + + ○ − ○	21	12	9	5292	3969	0

(e)

Ref.	Sequence	n	$n_{\pm}$	$n_{\circ}$	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
NS 9	+ − ○ − − + + + ○ + − − − + ○ − +	17	14	3	4046	867	0
NS 10	+ − ○ + − − − + ○ + + + − − ○ − +	17	14	3	4046	867	0

(f)

Ref.	Sequence	n	$n_{\pm}$	$n_{\circ}$	$\zeta_{\pm}$	$\zeta_{\circ}$	$\zeta_{\bullet}$
SS 756	+ ○ ○ − − − ○ + ○ + ○ + ○ + ○ − − − ○ ○ +	21	12	9	5292	3969	0
SS 757	+ − ○ ○ ○ − ○ + − + ○ + − + ○ − ○ ○ ○ − +	21	12	9	5292	3969	0