UNIVERSITAT JAUME·I

TRABAJO DE FIN DE GRADO EN MAESTRO/A DE EDUCACIÓN PRIMARIA

PROPUESTA DE MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EDCUCACIÓN PRIMARIA

Nombre de la alumna: Julia Zamora Ferrer

Nombre de la tutora: María Santágueda Villanueva

Área de conocimiento: Didáctica de las Matemáticas

Curso académico: 2016/2017

Índice

1. Introducción

En nuestra vida cotidiana continuamente aparecen situaciones en las que se precisan ciertas habilidades, que con ayuda de la experiencia, el hábito y del aprendizaje de estrategias, se nos prepara para afrontarlas adecuadamente sin dificultades.

La resolución de problemas matemáticos tiene como finalidad principal potenciar la habilidad de identificar, analizar y solventar estas circunstancias que no solo se presentan en el ámbito académico, sino también en la vida real. Hay que mencionar que un aspecto fundamental de la resolución de problemas matemáticos es el trabajo del razonamiento lógico y crítico, además de la mejora de la confianza en sí mismo.

Por todo ello, esta capacidad de pensamiento lógico-matemático resulta de vital importancia para el desarrollo integral de los niños y de las niñas, y esencial integrar en la educación todos aquellos conocimientos que doten de dichas estrategias dependiendo de la etapa evolutiva en la que se encuentren los niños y niñas. Sin embargo, según la *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) 2016* a pesar de todos estos beneficios, los niños y las niñas en referencia a este asunto han obtenido unos bajos resultados en las evaluaciones a nivel internacional como es el informe PISA. (Ver tabla 1 en los anexos)

Por lo cual intención principal de mi trabajo está centrada en dar una respuesta oportuna a esta problemática actual mediante diversas sugerencias de actuación ante un problema matemático. Ya que pienso que un aprendizaje correcto de las matemáticas es fundamental para contribuir en la formación integral de las personas.

Para finalizar debo añadir que con esta propuesta deseo conseguir un método para la resolución de problemas matemáticos, el alumnado se sienta cómodo realizando estas actividades, así mismo que realice un aprendizaje significativo y útil para su vida diaria.

2. Resumen

Con el presente Trabajo de Fin de Grado se pretende proponer una alternativa de resolución de problemas matemáticos con el fin de conseguir beneficios en dichas tareas. Para ello se muestra un estudio sobre los diferentes autores y métodos más significativos en este asunto a lo largo de la historia de las matemáticas. A partir de esta investigación, se han seleccionado los puntos más destacados de cada modelo y se ha elaborado una nueva propuesta de método de resolución de problemas matemáticos. Cabe señalar que podemos observar dos ejemplificaciones de esta propuesta por medio de dos situaciones problemáticas orientadas a quinto curso de Educación Primaria. Dicha propuesta no ha sido llevada a la práctica, por tanto solamente es una sugerencia de actuación sin saber su valor real.

Palabras clave:

Resolución de problemas, métodos, propuesta, metodologías, fases.

3. Justificación

"Las matemáticas constituyen un conjunto de conocimientos que permiten entender y estructurar la realidad, analizarla y obtener información para valorarla y tomar decisiones; son necesarias en la vida cotidiana para aprender a aprender y, también, por lo que su aprendizaje aporta a la formación intelectual general y al desarrollo cognitivo." Decreto 108/2014 del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la educación primaria en la Comunidad Valenciana.

El tema escogido para el presente trabajo es la resolución de problemas matemáticos, porque del amplio abanico de posibilidades que se me ofrecía, quizás es el tema que más me interesaba, ya que resulta sorprendente contemplar que siendo un asunto con tanta utilidad en la vida diaria, el interés de los niños y niñas ante los problemas matemáticos va esfumándose poco a poco a medida que estos se hacen mayores.

Para hacer frente a este grave obstáculo, considero que es necesario un cambio en la forma de resolver los problemas. Esta modificación ha de conseguir que el alumnado se sienta cómodo realizando este tipo de actividades e incluso alcance a estimar las matemáticas y a considerarlas como una materia esencial para el desarrollo de la vida cotidiana.

Hay que decir, que desde mi experiencia como estudiante a lo largo de todos estos años, durante mucho tiempo, las situaciones problemáticas que se les ha planteado a los niños y niñas, han estado descontextualizadas, y alejadas del procedimiento que utilizamos en la vida diaria para resolver los problemas, lo cual esto hace que aumente la dificultad y no estimule sus capacidades para la resolución, además de aparecer la fatiga y frustración a la hora de enfrentarse dichas situaciones.

4. Objetivos

El objetivo general que se pretende conseguir en el presente trabajo es intentar mejorar las actuaciones de los alumnos frente a la resolución de problemas matemáticos.

Para llegar a dicha finalidad se establecen cuatro objetivos secundarios.

- Conocer e investigar los diferentes métodos de resolución de problemas más relevantes.
- Analizar los aspectos metodológicos más significativos.
- Proponer un nuevo método de resolución de problemas.
- Resolver una situación problemática a partir de la nueva propuesta.

5. Marco teórico

5.1 Perspectiva histórica

Según José Lorenzo Blanco en su artículo (1996), desde la antigüedad, la principal tarea de los matemáticos ha sido la resolución de problemas; sin embargo, hasta la mitad de este siglo no se ha reflexionado sobre todos los parámetros que intervienen en la misma de manera unánime.

Como bien dicen Castro, Puig y Santos (2008) En los últimos 30 años la RPM se ha acentuado, llegando así a aumentar su presencia en los currículos educativos, dándole más importancia en el aprendizaje de las matemáticas. De esta manera, Blanco y Cárdenas (2013) afirman que la RPM se debe considerar como un eje vertebrador dentro del contenido de las matemáticas, ya que evidencia el desarrollo de la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación.

De acuerdo con Castro (2008) La resolución de problemas es una amplia área de investigación. Un modo de describir y situar una investigación en este asunto es considerar los distintos agentes y componentes que lo estructuran.

Desde el punto de vista escolar, que es el que nos corresponde, se deben tener en cuenta los tres componentes que se distinguen o intervienen en toda situación de resolución de los problemas de matemáticas. (Kilpatrik, 1978) El problema, el alumno, o los alumnos, y la situación en que resuelve el problema, que en el ámbito educativo es el aula manejada por el profesor. La cantidad de trabajos de investigación sobre resolución de problemas matemáticos que cuentan con estos elementos es admirablemente numerosa, existen multitud de métodos, pero a continuación, en orden cronológico profundizaremos en los que son considerados más relevantes a lo largo de la historia de la RPM.

René Descartes

Basándonos en Manuel Moreno M., Gloria Rubí V. y Sergio Pou (2009) A. Descartes (1596-1650) establece cuatro pasos en la resolución de problemas matemáticos, de forma abreviada estos pasos son:

- No aceptar nada como cierto hasta no haber reconocido claramente lo que es.
- Dividir cada dificultad por examinar en tantas partes como sea posible.
- Llevar a cabo mis reflexiones en el orden debido, comenzando con los objetos más simples y fáciles de entender.
- Hacer las enumeraciones tan completas y las revisiones tan generales que pueda tener la seguridad de no haber omitido nada.

J.M. Sigarreta, J.M. Rodríguez y P. Ruesga, (2006) enuncian que Descartes asignó dentro del proceso de conocimiento un papel extraordinaria la deducción, basada en principios alcanzables por vía intuitiva. Afirman que para obtener el conocimiento, él creía necesario ponerlo todo en duda.

Wallas

Continuando con el artículo de Blanco (1996), en él afirma que el modelo más relevante entre los primeros propuestos se debe a Wallas (1926), describe el proceso de intervención, en el que estableció cuatro fases de resolución:

1. Preparación: Recolección de información e intentos preliminares de solución.
2. Incubación: Dejar el problema de lado para realizar otras actividades o descansar.
3. Iluminación: Es cuando se produce la aparición de la idea clave para la solución.
4. Verificación: Se comprueba la solución.

George Polya

En 1945, el matemático George Polya, publicó su libro llamado "How to solve it" el cual fue trascendental en la resolución de problemas matemáticos. Según la propia definición de Polya <<trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular "las operaciones típicamente útiles" en este proceso. >> Considerando que la intención principal del modelo es conseguir que cualquier persona, ayudada preferentemente por un tutor, logre resolver un problema avanzando linealmente desde el enunciado hasta la solución. Para obtener estos resultados, en su libro nos propone cuatro fases:

1. Comprender el problema: El problema debe escogerse adecuadamente, ni muy difícil ni muy fácil, y debe dedicarse un cierto tiempo a exponerlo de un modo natural e interesante. El maestro formulará las siguientes preguntas para comprobar que el enunciado verbal del problema se ha comprendido.

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son los datos?

¿Cuál es la condición?

¿Es posible satisfacer la condición?: En esta pregunta no se espera una respuesta definitiva, sino más bien provisional.

En caso de haber alguna figura relacionada con el problema, se debe dibujar la figura y destacar en ella la incógnita y los datos.

2. Concepción de un plan: Polya nos explica en su libro que tenemos un plan cuando sabemos, en cierto modo, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones haremos de efectuar para determinar la incógnita. Propone que el maestro conduzca a la idea de concebir el plan sin imponérselo. Se puede plantear la siguiente pregunta ¿Conoce algún problema relacionado? Si se llega a recordar algún problema ya resuelto que esté relacionado con nuestro problema actual debemos tratar de preguntar si se puede hacer uso de él. En caso negativo, debemos cambiar, transformar o modificar el problema. Una modificación del problema puede conducirnos a algún otro problema auxiliar apropiado, y al tratar de utilizar otros problemas o teoremas que ya conocemos, podemos desviarnos y alejarnos de nuestro problema primitivo. Unas preguntas para conducir de nuevo a él es: ¿Ha empleado todos los datos?; ¿Ha hecho uso de toda la condición?

3. Ejecución del plan: Al ejecutar el plan se debe comprobar que cada uno de los pasos sea correcto.

4. Examinar la solución obtenida. El matemático puntualiza que una vez obtenida la solución del problema y expuesto claramente el razonamiento, existe un medio rápido e intuitivo para asegurarse de la exactitud del resultado o del razonamiento, mediante las preguntas: ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado de un modo distinto?

Allan Schoenfeld

Según afirma Hugo Barrantes (2006), Allan Schoenfeld, un matemático norteamericano, terminando de estudiar matemática pura, se encontró con el libro de Polya *How to solve it*. Cuatro décadas más tarde su publicación, el norteamericano publicó su libro *Mathematical Problem,* basado en los trabajos realizados con estudiantes y profesores en los que les proponía problemas a resolver siguiendo las ideas de Polya. Tras la observación a ambos grupos, Schoenfeld llegó a la conclusión de que para realizar el trabajo de resolución de problemas como una estrategia didáctica no solamente hay que tener en cuenta la heurística, sino también otros tres factores más que consideró de gran importancia:

Recursos: Referidos a los conocimientos previos que poseen los individuos, como son las fórmulas, los conceptos, los algoritmos… En los que en ocasiones algunos pueden ser defectuosos, como por ejemplo alguna fórmula o procedimiento mal aprendido. Otro aspecto relevante, es que el profesor ha de tener en conocimiento de cuáles son las herramientas con las que cuenta el sujeto que aprende, además de conocer cómo accede este a los conceptos que tiene, a este último concepto se le llama *inventario de recursos.*

Heurísticas: En contra del pensamiento de Polya, Schoenfeld considera que cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares. Es decir, Schoenfeld, cree cada problema tiene unas características diferentes, y la propuesta de Polya es genérica para todo tipo de problemas. Como por ejemplo, Polya sugiere como heurísticas realizar dibujos, pero el norteamericano piensa que no en todos los problemas se puede poner en práctica este aspecto.

Control: Expone que este asunto se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo, y descubrir si en algún momento de la resolución del problema seleccionó erróneamente las herramientas necesarias. Schoenfeld señala que la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, o sea, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones.

El entendimiento es un asunto que determina el control sobre el problema, el sujeto deberá tener claro de lo que trata el problema antes de resolverlo, este aspecto es común a la primera fase del método de Polya, "Comprender el problema", ya que resulta fundamental la interpretación de la situación problemática para su resolución. Habría que decir también que considerar varias formas posibles de elección y posteriormente seleccionar una específica sería una acción que involucra al control de manera directa ya que el resolutor debe optar por el modo de resolución que más le convenga en cada situación. Todavía cabe señalar, la idea del matemático de que la persona que se encuentra resolviendo el problema debe monitorizar el proceso y darse cuenta cuando un camino no es exitoso y abandonarlo para tomar uno nuevo, es decir, llevar a cabo el diseño de resolución y estar dispuesto a modificarlo si cabe. Por último, revisar el proceso de resolución.

Sistema de creencias: Referido al conjunto de ideas y creencias que tiene el sujeto sobre las matemáticas. Teniendo en cuenta también las creencias del profesor y las creencias sociales. Como puntualiza Blanco en su artículo nombrado anteriormente, según Schoenfeld, las opiniones que reinan en nuestro ambiente tienen gran importancia sobre las actitudes que tomamos ante la resolución de los problemas.

Blanco (1996) señala que Schoenfeld entiende que el proceso de resolución no es lineal, sino que supone caminos en zig-zag y marchas hacia atrás y hacia adelante. Pero aún así El matemático norteamericano propone cuatro fases basado en la propuesta de Polya. En cada una de esas fases presenta una serie de pautas y estrategias heurísticas.

1. Análisis:

- Trazar un diagrama si es posible.
- Examinar casos particulares.
- Probar a simplificar el problema

2. Exploración

- Examinar problemas esencialmente equivalentes: sustituyendo condiciones por otras equivalentes, recombinando los elementos del problema
- Examinar problemas ligeramente modificados: establecer subobjetivos, descomponer el problema en casos y analizar caso por caso.
- Examinar problemas ampliamente modificados: construir problemas semejantes con menos variables, tratar de sacar partido de problemas afines respecto a la forma, los datos o las conclusiones

3. Ejecución.

4. Comprobación de la solución obtenida: esta fase se llevará a cabo mediante la contestación a las siguientes cuestiones:

- ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
- ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
- ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?
- ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?
- ¿Puede quedar concretada en casos particulares?
- ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
- ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Mason. Burton y Stacey

En el I seminario nacional sobre lenguaje y matemáticas, publicado por Hernández y Socas (1994) puntualizan que partiendo de la ideas de Polya y Schoenfeld; Mason, Burton y Stacey, en su libro *Pensar matemáticamente (1982),* proponen un modelo que no pretende ser un instrumento de estudio o de análisis, sino una ayuda para la instrucción. El objetivo de los autores es mostrar como atacar cualquier problema de una manera eficaz y cómo ir aprendiendo de la experiencia. A continuación se presenta un cuadro resumen tomado del citado libro.

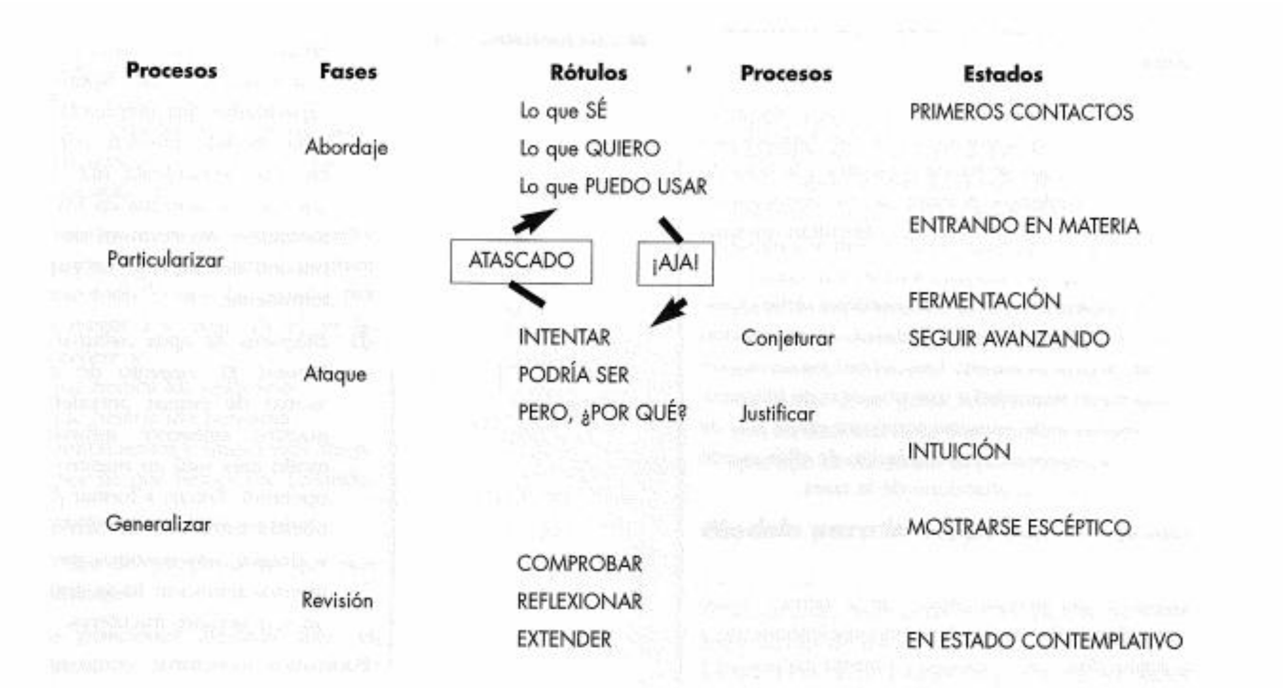


Figura 1: Esquema de la propuesta de Mason y Burton (1982) Fuente: La resolución de problemas. Una revisión teórica, Blanco (1996)

La primera fase, “abordaje”, pretende que el sujeto resolutor se familiarice con el problema, después de leer el problema es necesario que conteste a las cuestiones planteadas. Una vez finalizada esta fase, continuamos con la siguiente, llamada “ataque”. En esta fase el sujeto debe hacer conjeturas o hipótesis orientadas a resolver el problema para seguir avanzando, y justificar dichas conjeturas. Para finalizar, la última de las fases, “revisión” consiste en la comprobación de la solución y de los cálculos realizados, y por último extender a un contexto más amplio.

Bransford y Stein

Josefa Hernández Domínguez y Martín M. Socas Robayna (1994) explican el método ideal, creado por Bransford y Stein, basados en Polya con la intención de facilitar la identificación y el reconocimiento de las distintas partes a tener en cuenta en la resolución de problemas. Las letras de la palabra IDEAL indican los elementos del método.

Las fases del método son las siguientes:

1. **I**dentificación de los problemas: esta fase tiene la intención de ayudar a identificar los problemas.
2. **D**efinición y representación del problema: consiste en definir y representar el problema con toda la precisión y cuidado que sea posible.
3. **E**xploración de posibles estrategias: se dirige a la indagación de distintos métodos de resolución del problema, además de analizar cómo se está reaccionando en ese momento ante el problema.
4. **A**ctuación: fundada en una estrategia.
5. **L**ogros: Observación y evaluación de los efectos de nuestras actividades.

Miguel de Guzmán

Miguel de Guzmán (2007). Señala que se trata de considerar como lo más importante que el alumno manipule los objetos matemáticos, y a la vez active su propia capacidad mental ejercitando su creatividad. El matemátcico considera de gran importancia que el alumnado reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con la finalidad de mejorarlo conscientemente, adquiriendo así confianza en sí mismo, divirtiéndose a la vez con su propia actividad mental mientras se prepara para los retos de su vida cotidiana.

Según Blanco (1996) este modelo defiende que para la mejora de la cualificación como resolutores, en un primer momento, el sujeto debe ser consciente de las limitaciones personales y sociales que se hacen presentes a la hora de enfrentarse a los problemas. A partir de ese conocimiento se podrá actuar sobre los lastres que dificultan las actuaciones.

De Guzmán señala que la actitud adecuada para abordar un problema debe caracterizarse por la confianza, la tranquilidad, la disposición para aprender, la curiosidad etc. Sin embargo, hay muchos tipos de bloqueos. La actuación sobre estos se basa en su detección y proposición de otras ideas más apropiadas. Dichas actitudes nocivas son tales como: bloqueos de tipo inercial, referidos a la acomodación inconsciente de unas reglas fijas; bloqueos de origen afectivo, como por ejemplo es la pereza ante el comienzo de la tarea; bloqueos de tipo cognoscitivo, referido a las dificultades para percibir el problema, identificarlo, definirlo o desglosarlo en tareas más sencillas. Este es uno de los aspectos en los que el monitor y sus acciones de control pueden desempeñar un papel determinante; y por último bloqueos de tipo cultural y ambiental, que es el conjunto de ideas y formas de pensar prevalentes en nuestro ambiente, que influyen en nuestro modus operandi.

Blanco (1996) explica que la propuesta de Guzmán se basa, según el autor, en las observaciones realizadas en su propia actividad, en el intercambio de experiencias con sus compañeros, en la exploración de las formas de pensar de sus alumnos en la universidad y en el estudio de las obras de otros autores. Establece cuatro fases para la resolución de un problema.

1. Familiarización con el problema: incluye todas las acciones encaminadas a la comprensión del problema. Propone una serie de cuestiones para ello
   - ¿De qué trata el problema?
   - ¿Cuáles son los datos?
   - ¿Qué pide determinar o comprobar el problema?
   - ¿Disponemos de datos suficientes?
   - ¿Guardan los datos relaciones entre sí?

2. Búsqueda de estrategias: se trata de seleccionar qué estrategias se adecúan más a la naturaleza del problema. Las más usuales son:
   - Simplificación del problema, concretándolo hasta tener la posibilidad de abordarlo.
   - Representación gráfica
   - Organización, codificación: (Viar 2007) La organización general consiste en adoptar un enfoque sistemático del problema. Suele ser de gran ayuda enfocar el problema en términos de tres componentes fundamentales: antecedentes (origen y datos), el objetivo y las operaciones que pueden realizarse en el ámbito del problema.
   - Semejanza: se refiere a la búsqueda de semejanzas (parecidos, relaciones, similitudes en el “archivo de la experiencia, con casos, problemas, juegos etc. que ya se hayan resuelto. Viar (2007)

3. Desarrollo de la estrategia: En este momento se juzga entre todas las estrategias que han surgido, aquella o aquellas que tengan más probabilidad de éxito. Después de elegir una la llevamos adelante con decisión y si sucediesen dificultades, volveríamos a la fase anterior de

búsqueda de estrategias hasta conseguir dar con la o las adecuadas que nos conduzcan a la solución. (Viar, 2007)

4. Revisión del proceso: una vez finalizado el problema, se pasaría a realizar una reflexión, cuya guía puede ser la siguiente serie de sugerencias.
   - ¿Cómo hemos llegado a la solución?
   - Buscar un camino más simple
   - Tratar de entender por qué funciona
   - Reflexionar el proceso de pensamiento
   - Estudiar qué otros resultados podríamos obtener con este método.

6. Propuesta de mejora

Según el Decreto 108/2014 del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la educación primaria en la Comunidad Valenciana El sentido del área de matemáticas en la Educación Primaria es experiencial; el alumnado ha de aprender matemáticas utilizándolas en contextos relacionados con situaciones de la vida diaria, para adquirir progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos. De las tareas y actividades que se planteen, de la motivación, de la actitud positiva y de los materiales que se utilicen dependerá, en gran parte, el éxito en el aprendizaje.

Esta área expresa la necesidad de trabajar la resolución de problemas en todos los bloques de contenidos, permitiendo descubrir que las matemáticas facilitan la resolución de problemas de la vida diaria, por la cual cosa es obvia la importancia de la RPM en la Educación Primaria.
Con motivo de dicha significación en cuanto a la RPM, mediante el presente trabajo pretendo participar y ayudar en el proceso de enseñanza-aprendizaje para abordar las situaciones problemáticas mediante una propuesta metodológica basada en los procedimientos considerados anteriormente. Por el contrario, no he tenido la oportunidad de ponerla en práctica durante mi estancia en el colegio realizando el "practicum II", por la cual cosa en un futuro como docente, tengo la intención de llevarla a la práctica y analizar su efectividad.

En todo momento en este método de RPM se persigue que el alumnado sea la parte más activa del aprendizaje. El docente se ceñirá a hacer una elección adecuada del problema atendiendo a las diferentes características de los alumnos y de las alumnas como bien afirma Polya (1945) pág. 3. Si el profesor de matemáticas pone a prueba la curiosidad de sus alumnos plantándoles problemas adecuados a sus conocimientos y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podría despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ellos. Dicho en otras palabras, el docente tiene la capacidad y el poder de motivar al alumnado con sus actitudes y sus propuestas. Sin embargo; también puede hacer surgir el efecto contrario en sus alumnos. Por esa razón, la función del docente en todo momento en la propuesta de este método, será la de causar interés por las situaciones que se están planteando y guiar al alumnado al descubrimiento de la solución sin imponer ideas.

En cuanto a la comprensión del problema, en mi opinión, es el factor más condicionante a la hora de la resolución de estas situaciones debido a los extensos obstáculos que pueden aparecer. Como puede ser, el nivel de comprensión lectora, los conocimientos previos, las estrategias de RPM o el factor tiempo. Para abordar estos elementos propongo una serie de fases justificadas con los métodos estudiados en el apartado anterior.

A pesar que la mayoría de las fases están basadas en el método de Polya, no estoy de acuerdo con su opinión de que la resolución de un problema es un proceso lineal. Bajo mi punto de vista, apoyando la idea de Schoenfeld y de Guzmán, pienso que en cualquier momento durante la resolución del problema, el resolutor debe ser capaz de percatarse cuando un procedimiento no es exitoso y abandonarlo para tomar uno nuevo, dicho de otra manera, retroceder en la actuación y reconducirla por otro lado.

Las fases planteadas son las siguientes:

1. <u>Interpretación del problema:</u> En este primer apartado, se hace fundamental descubrir que la situación planteada corresponde a un problema, este aspecto es común entre Polya, Schoenfeld, y Bransford y Stein. Es esencial que para una correcta interpretación del problema, se disponga de una comprensión lectora adecuada.

   Una vez se ha comprendido que el supuesto corresponde a un problema, el siguiente paso supone, si el enunciado plantea más de una tarea, desglosarlo por estas y encontrar los datos que se plantean para cada tarea. Este trabajo lo realizaremos mediante las preguntas ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? Como estableció Polya.

2. <u>Representación gráfica/ manipulación de objetos:</u> Depende de la naturaleza del problema, se realizará una representación gráfica, o si no es posible, o se prefiere, una manipulación de objetos para clarificar las ideas sobre el problema planteado. En mi opinión este apartado es

fundamental para dejar atrás la abstracción que supone el enunciado y poder llegar formar un plan concreto para encontrar la solución.

3. Búsqueda de estrategias: En primer lugar, en esta fase, de acuerdo con Alcalde et al. (2013) los conocimientos previos sobre las operaciones que se necesitan son la base para el éxito en el descubrimiento de la estrategia. Lógicamente, si el resolutor, no conoce bien la utilización de las operaciones que necesita realizar para resolver el problema planteado, no tendrá éxito en la solución.
   En segundo lugar, de acuerdo con Schoenfeld, para encontrar un plan de resolución, se establecerán subobjetivos, es decir, descomponer el problema en casos y analizar caso por caso.

4. Ejecución: En esta fase se pondrá en práctica el plan elaborado en la fase anterior. De acuerdo con la propuesta de Guzmán, en este momento se aplica la estrategia seleccionada llevando adelante las mejores ideas que se nos hayan ocurrido; si suceden dificultades no desanimarse, pero tampoco insistir si las cosas se complican demasiado; reflexionar sobre la validez de cada paso; preguntarse si lo que se ha obtenido es la solución.

5. Valorar la solución: En la última de las fases de la propuesta se pretende que el resolutor observe el procedimiento que ha utilizado para hallar la solución del problema, y que evalúe, si el resultado que ha obtenido es el que investigaba. Para poder realizar esta fase, realizaremos una serie de preguntas basadas en las propuestas de Polya, Schoenfeld y de Guzmán.
   ¿La solución es lógica?
   ¿Se han utilizado todos los datos pertinentes?
   ¿Es posible obtener la misma solución por otro medio?

7. Situaciones problemáticas

7.1 Ejemplo 1

"Dos adultos y 15 niños pagaron con 150 € las entradas de una función. La entrada de adulto valía 12 € y la infantil, 8 €. ¿Cuánto costaron todas las entradas? ¿Cuánto dinero les devolvieron?"

1. <u>Interpretación del problema</u>

   Después de leer el problema comprensivamente el problema propuesto, en un primer momento, tenemos que comprender qué nos está planteando el problema. Como tenemos dos incógnitas, desglosaremos el enunciado en estas dos.

- ¿Cuánto costaron todas las entradas?
- ¿Cuánto dinero les devolvieron?

   Una vez separadas las incógnitas, pasaremos a fijarnos en los datos que nos da el problema:

- 2 Entradas de adultos a 12€
- 15 Entradas infantiles a 8€
- Pagamos con 150€

2. <u>Representación gráfica</u>

Entrada de adultos 12€	Entrada infantil 8€
2	15

3. <u>Búsqueda de estrategias</u>

Nos enfrentamos con un problema que tiene dos incógnitas, en un primer momento, nos centraremos en la primera de las incógnitas, ya que para resolver la segunda necesitamos conocer el resultado de la primera.

"¿Cuánto costaron todas las entradas?

Es un problema de quinto curso de primaria, los conocimientos previos de los niños y las niñas, les permiten saber que tienen que para calcular el precio de las entradas deben hacer dos multiplicaciones y sumar los resultados. Si los niños y niñas no llegan a este punto, se les planteará un problema más sencillo para relacionarlo con el inicial.

Por ejemplo: *He comprado un videojuego para mí y otro para mi hermano, cada uno ha costado 20€ ¿Cuánto dinero me he gastado en total?*

Al ser más sencillo debido a que solo tenemos un precio a multiplicar, los niños y las niñas llegarán al conocimiento con más facilidad.

Para encontrar un plan para resolver la segunda incógnita, *si pagamos con 150 euros, ¿Cuánto dinero nos devuelven?* Como ya sabemos cuánto dinero han costado todas las entradas, solamente tienen que calcular la diferencia entre el total y los 150 €.

4. <u>Ejecución</u>

¿Cuánto valen las entradas?

2 x 12= 24 €

15 x 8= 120 €

24+120= 144 €

¿Cuánto dinero nos devuelven?

150-144= 6 €

5. <u>Valorar la solución</u>

- ¿La solución es lógica?

Podemos decir que las soluciones que hemos obtenido en ambas incógnitas son lógicas, ya que 144 € es un precio razonable para un total de 17 entradas; asimismo 6 € también es razonable ya que es un número de una sola cifra.

- ¿Se han utilizado todos los datos pertinentes?

Observamos que en las operaciones realizadas se han utilizado todos los datos proporcionados por el enunciado.

- ¿Es posible obtener la solución por otro medio?

Sí, podemos sumar todas las entradas, y restarle a 150 el resultado para averiguar cuánto dinero nos devuelven.

12+12+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8+8=144 €

150-144= 6 €

7.2 Ejemplo 2

“Un niño se come 3 porciones y otro 2 de una tableta de chocolate dividida en 8 porciones iguales. ¿Qué parte de la pastilla se han comido entre los dos? ¿Qué parte de la pastilla les ha sobrado?

1. Interpretación del problema

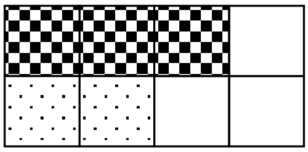
En primer lugar, al tener dos tareas, desglosaremos el enunciado según las incógnitas.

- ¿Qué parte de la pastilla se han comido entre los dos?
- ¿Qué parte de la pastilla ha sobrado?

En segundo lugar, observaremos las incógnitas del problema.

- Un niño se come 3 porciones
- Otro niño se como 2 porciones
- La tableta está dividida en 8 porciones

2. Representación gráfica



Hemos representado la tableta de chocolate como la unidad, dividida en ocho partes iguales.

3. Búsqueda de estrategias

Estamos ante una situación problemática, en que gracias a la representación gráfica de la situación, es muy intuitivo resolver las dos incógnitas.

Resulta evidente que se han comido la suma de las dos partes que aparecen coloreadas en la representación. Asimismo que les ha sobrado la parte que no está coloreada, que sería la diferencia entre el total y la parte coloreada.

4. Ejecución

¿Qué parte de la pastilla se han comido entre los dos?

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

¿Qué parte de la pastilla les ha sobrado?

$$\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

5. Valorar la solución

- ¿La solución es lógica?

Podemos decir que las soluciones obtenidas en ambas incógnitas son lógicas, debido a que hemos obtenido fracciones menores a la fracción que representa la unidad

- ¿Se han utilizado todos los datos pertinentes?

Para la resolución de cada incógnita han sido utilizados unos datos facilitados por el enunciado del problema, pero finalmente han sido útiles todos los datos que necesitábamos.

- ¿Es posible obtener la misma solución por otro medio?

Sí, a la parte entera, le podríamos restar, las partes que cada niño se ha comido, y el resultado final sería la parte de pastilla que ha sobrado. Para saber la parte de pastilla que se han comido entre los dos, realizaríamos la resta entre la unidad y el resultado obtenido.

$$\frac{8}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

8. Conclusiones

Para finalizar el presente trabajo, y como conclusión, cabe decir que soy consciente de que el objetivo general, intentar mejorar las actitudes de los alumnos frente a la RPM, es muy difícil de conseguir y todavía más de demostrar. Sin embargo; durante todo el proceso del trabajo procuro encontrar una alternativa a esta problemática, que posiblemente con su puesta en práctica podría aumentar los resultados en el alumnado en la RPM mediante su actuación. En todo momento esta propuesta intenta dejar atrás la abstracción que suponen los problemas matemáticos y procura concretar los elementos y tareas de la situación.

En el trayecto de la realización del Trabajo de Fin de Grado, se ha realizado un estudio e investigación de los modelos de RPM más representativos a lo largo de la historia. El cual me ha permitido descubrir posibilidades y métodos desconocidos para mí hasta ahora, la cual cosa despertaba en mí más curiosidad para explorar sobre el asunto.

En cuanto a las fases escogidas en la propuesta elaborada, están encaminadas principalmente con la intención de que el maestro actúe como un guía para el alumno, y este sea el componente primordial del proceso, siendo partícipe de su propio aprendizaje en todo momento para el logro de un aprendizaje significativo. Para la elaboración de dichas fases, me he basado en varios de los modelos sobre los que he indagado, pero principalmente en la propuesta de Polya, ya que de entre dichos modelos investigados es el método con el que compartía más ideas.

Hay que añadir también que gracias a resolver una situación problemática mediante mi sugerencia de actuación, he podido comprobar que es posible encontrar la solución, por tanto podría ser una respuesta viable al evidente obstáculo que supone en los alumnos la RPM.

Es necesario recalcar que no he tenido la oportunidad de llevar a cabo mi propuesta en el aula con niños y niñas de Educación Primaria, por la cual cosa, no puedo asegurar que esta sea efectiva. Evidentemente con la puesta en práctica que como futura docente estoy segura que experimentaré, podré observar las imperfecciones y los problemas que puedan surgir, asimismo corregirlos y perfilar mi trabajo.

9. Referencias

ALCALDE, M., GIL, L., C.PÉREZ, I,. PERIS,M.S., PEYDRÓ, L., SANTÁGUEDA, M., SERRANO, J,. SIMÓ, R. (2013): Algunas reflexiones sobre la didáctica de la Resolución de Problemas Matemáticos. Jornada s sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas.

ALCALDE, M., GIL, L., PÉREZ, I. (2009): Els nombres enters i racionals, les magnituds i la mesura en la formació dels Mestres. Publicacions de la Universitat Jaume I. Castellón, España.

BARRANTES, H. (2006): Resolución de problemas, El trabajo de Allan Schoenfeld. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática.

BLANCO, J.L. (1996): La resolución de problemas, una revisión teórica. Revista Suma. pp. 11-20.

BLANCO, J.L., CÁRDENAS, J.A., CABALLERO. A. (2015): La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria. Cáceres. Universidad de Extremadura.

BRANDI, A., GREGORI I. (2014) Matemàtiques. Edicions Voramar.

CASTRO, E. (2008): Resolución de Problemas Ideas, tendencias e influencias en España. Universidad de Granada.

DECRETO 108/2014, de 4 de julio, del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la educación primaria en la Comunitat Valenciana. (2014)

DE GUZMÁN, M (2007): Enseñanza de las ciencias y la matemática. Revista Iberoamericana de Educación. Madrid, España. pp. 19-58.

HERNÁNDEZ, J., SOCAS, M. (1994): I seminario nacional sobre lenguaje y matemáticas. Revista suma. pp. 82-90.

J.M. SIGARRETA, J.M. RODRÍGUEZ Y P. RUESGA, (2006): La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana. Vol XIII.

MANUEL MORENO M., GLORIA RUBÍ V. Y SERGIO POU (2009): Panorama y actualidad de la enseñanza basada en la resolución de problemas en matemáticas. Revista Quaderns digitals.

ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICOS (2016): PISA 2015 Resultados clave.

POLYA. G (1989): Cómo plantear y resolver problemas. México. Editorial Trillas.

VIAR, R. (2007): Estrategias en la resolución de problemas. I.E.S Conde de Aranda.

10. Anexos

Países/economías con un rendimiento medio/proporción de alumnos excelentes por encima de la media de la OCDE Países/economías con una proporción de alumnos con bajo rendimiento por debajo de la media de la OCDE
Países/economías con un rendimiento medio/proporción de alumnos excelentes/proporción de alumnos con bajo rendimiento no significativamente distinta a la media de la OCDE
Países/economías con un rendimiento medio/proporción de alumnos excelentes por debajo de la media de la OCDE. Países/economías con una proporción de alumnos con bajo rendimiento por encima de la media de la OCDE

	Ciencias		Lectura		Matemáticas		Ciencias, lectura y matemáticas	
	Rendimiento medio en PISA 2015	Tendencia media en tres años	Rendimiento medio en PISA 2015	Tendencia media en tres años	Rendimiento medio en PISA 2015	Tendencia media en tres años	Proporción de alumnos con nivel excelente en al menos una asignatura (nivel 5 o 6)	Proporción de alumnos con bajo rendimiento en las tres asignaturas (por debajo del nivel 2)
	Media	Dif. nota	Media	Dif. nota	Media	Dif. nota	%	%
Media OCDE	493	-1	493	-1	490	-1	15.3	13.0
Singapur	556	7	535	5	564	1	39.1	4.8
Japón	538	3	516	-2	532	1	25.8	5.6
Estonia	534	2	519	9	520	2	20.4	4.7
China Taipéi	532	0	497	1	542	0	29.9	8.3
Finlandia	531	-11	526	-5	511	-10	21.4	6.3
Macao (China)	529	6	509	11	544	5	23.9	3.5
Canadá	528	-2	527	1	516	-4	22.7	5.9
Vietnam	525	-4	487	-21	495	-17	12.0	4.5
Hong Kong (China)	523	-5	527	-3	548	1	29.3	4.5
P-S-J-G (China)	518	m	494	m	531	m	27.7	10.9
Corea	516	-2	517	-11	524	-3	25.6	7.7
Nueva Zelanda	513	-7	509	-6	495	-8	20.5	10.6
Eslovenia	513	-2	505	11	510	2	18.1	8.2
Australia	510	-6	503	-6	494	-6	18.4	11.1
Reino Unido	509	-1	498	2	492	-1	16.9	10.1
Alemania	509	-2	509	6	506	2	19.2	9.8
Holanda	509	-5	503	-3	512	-6	20.0	10.9
Suiza	506	-2	492	-4	521	-1	22.2	10.1
Irlanda	503	0	521	13	504	0	15.5	6.8
Bélgica	502	-3	499	-4	507	-5	19.7	12.7
Dinamarca	502	2	500	3	511	-2	14.9	7.5
Polonia	501	3	506	3	504	5	15.8	8.3
Portugal	501	8	498	4	492	7	15.6	10.7
Noruega	498	3	513	5	502	1	17.6	8.9
Estados Unidos	496	2	497	-1	470	-2	13.3	13.6
Austria	495	-5	485	-5	497	-2	16.2	13.5
Francia	495	0	499	2	493	-4	18.4	14.8
Suecia	493	-4	500	1	494	-5	16.7	11.4
República Checa	493	-5	487	5	492	-6	14.0	13.7
España	493	2	496	7	486	1	10.9	10.3
Letonia	490	1	488	2	482	0	8.3	10.5
Rusia	487	3	495	17	494	6	13.0	7.7
Luxemburgo	483	0	481	5	486	-2	14.1	17.0
Italia	481	2	485	0	490	7	13.5	12.2
Hungría	477	-9	470	-12	477	-4	10.3	18.5
Lituania	475	-3	472	2	478	-2	9.5	15.3
Croacia	475	-5	487	5	464	0	9.3	14.5
CABA (Argentina)	475	51	475	46	456	38	7.5	14.5
Islandia	473	-7	482	-9	488	-7	13.2	13.2
Israel	467	5	479	2	470	10	13.9	20.2
Malta	465	2	447	3	479	9	15.3	21.9
República Eslovaca	461	-10	453	-12	475	-6	9.7	20.1
Grecia	455	-6	467	-8	454	1	6.8	20.7
Chile	447	2	459	5	423	4	3.3	23.3
Bulgaria	446	4	432	1	441	9	6.9	29.6
Emiratos Árabes Unidos	437	-12	434	-8	427	-7	5.8	31.3
Uruguay	435	1	437	5	418	-3	3.6	30.8
Rumanía	435	6	434	4	444	10	4.3	24.3
Chipre[1]	433	-5	443	-6	437	-3	5.6	26.1
Moldavia	428	9	416	17	420	13	2.8	30.1
Albania	427	18	405	10	413	18	2.0	31.1
Turquía	425	2	428	-18	420	2	1.6	31.2
Trinidad y Tobago	425	7	427	5	417	2	4.2	32.9
Tailandia	421	2	409	-6	415	1	1.7	35.8
Costa Rica	420	-7	427	-9	400	-6	0.9	33.0
Catar	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Colombia	416	8	425	6	390	5	1.2	38.2
México	416	2	423	-1	408	5	0.6	33.8
Montenegro	411	1	427	10	418	8	2.5	33.0
Georgia	411	23	401	18	404	15	2.6	36.3
Jordania	409	-5	408	2	380	-1	0.6	35.7
Indonesia	403	3	397	-2	386	4	0.8	42.3
Brasil	401	3	407	-2	377	6	2.2	44.1
Perú	397	14	398	14	387	10	0.6	46.7
Líbano	386	m	347	m	396	m	2.5	50.7
Túnez	386	0	361	-21	367	4	0.6	57.3
ARYM	384	m	352	m	371	m	1.0	52.2
Kosovo	378	m	347	m	362	m	0.0	60.4
Argelia	376	m	350	m	360	m	0.1	61.1
República Dominicana	332	m	358	m	328	m	0.1	70.7

Tabla 1: Datos del informe PISA en Ciencias, Lectura y Matemáticas (2015)