



RESONANCIA DE PLASMÓN SUPERFICIAL EN PELÍCULAS DELGADAS DE ZNO

TESIS PRESENTADA POR **FABIÁN CAMILO CUBILLOS MORALES**
PARA OBTENER EL GRADO DE INGENIERO FÍSICO

Director: P.h.D Henry Riascos Landázuri

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FALCUTAD DE INGENIERIAS

GRUPO PLASMA, LÁSER Y APLICACIONES

Departamento de Física

2017

Agradecimientos

A mi familia por su apoyo incondicional. A todos los que hicieron parte del proceso y a los que no.

Resumen

En este trabajo se deducen analíticamente las funciones de transmitancia y reflectancia para un sistema óptico estratificado cuando existe la generación de plasmones de superficie (SPR). El sistema estudiado es comúnmente conocido en la literatura como la configuración de Kretschmann [13] (vidrio-metal-dieléctrico). Esta deducción se realizó utilizando un útil formalismo matemático llamado el método de la matriz de transferencia (MMT) [32], este formalismo se utiliza en la solución de problemas en materia condensada en la presencia de sistemas periódicos o no periódicos como pozos o barreras de potencial, para encontrar la solución de la función de onda. Se aplicó el MMT a la configuración de Kretschmann utilizando como metal el ZnO para deducir las funciones de transmitancia y reflectancia, y con ello determinar propiedades ópticas. Además, se aplicó el MMT a una bicapa de Au-ZnO y se determinó los grosores óptimos para la producción de SPR y se halló su respectivo ángulo de SPR, esto con el fin de estudiar su aplicación a biosensores.

Palabras clave: Plasma, plasmones superficiales, matriz de transferencia, reflectancia, transmitancia, Kretschmann, plasmónica.

0.1. Objetivos

0.1.1. Objetivo general

Estudiar las condiciones óptimas para la generación del fenómeno de resonancia de plasmón superficial en una interface vidrio-metal-aire (configuración Kretschmann), utilizando ZnO como metal. -

0.1.2. Objetivos específicos

- Calcular las relaciones de dispersión electromagnética para una interface vidrio-metal-aire (configuración Kretschmann).
- Determinar la dependencia de la longitud de onda del haz incidente, ángulo de incidencia, espesor óptimo e índice de refracción de las películas delgadas de ZnO, para la generación del plasmón superficial.
- Calcular las funciones de transmitancia y reflectancia usando el método de la matriz de transferencia para la configuración de Kretschmann y para una configuración anti-simétrica Prisma-ZnO-Au-Dieléctrico.
- Determinar los grosores óptimos de las películas delgadas de ZnO y Au para la producción de la resonancia de plasmón superficial para aplicación a biosensores.

Índice general

Agradecimientos	2
Resumen	3
0.1. Objetivos	4
0.1.1. Objetivo general	4
0.1.2. Objetivos específicos	4
1. Introducción	6
2. Teoría electromagnética de plasmones superficiales	8
2.1. La onda evanescente	9
2.2. Ecuaciones de dispersión de los plasmones superficiales, resonancia . .	11
2.3. Excitación de plasmones superficiales	13
3. Método de la matriz de transferencia MMT	15
3.1. Formulación matriz 2x2 para 2 interfaces	15
3.2. MMT para N interfaces	19
3.3. Propiedades de la Matriz de Transferencia	22
4. Funciones de Reflectancia y Transmitancia en la configuración de Kretschmann usando MMT	24
5. Funciones de Reflectancia y Transmitancia para un sistema multicapa ZnO-Au usando MMT	32
6. conclusiones	36
A. Deducción de la matriz Dinámica	38
Bibliografía	41

Capítulo 1

Introducción

Desde tiempo inmemorables los antiguos griegos empezaron a estudiar la naturaleza, propiedades y capacidad de interacción de la luz con la materia. Pero, solo hasta el s. XVII se empezaron a evidenciar ciertos comportamientos. Snell fue el primero en iniciar la óptica clásica con la formulación en 1621 de la ley de refracción que lleva su nombre. Luego, Descartes (1637) y Fermat (1647) profundizaron en este fenómeno. En 1665, Hooke observó el fenómeno de difracción de la luz y le atribuyó un carácter ondulatorio, al mismo tiempo, Newton en contraposición, le atribuyó una naturaleza corpuscular a esta. La teoría corpuscular prevaleció ante la ondulatoria gracias a la fama de Newton, a pesar de que ambas se basaban en resultados experimentales. Esta discusión no volvió a reabrirse hasta inicios del s. XIX cuando Young realizó sus trabajos sobre interferometría y Fresnel-Arago demostraron el comportamiento ondulatorio de la luz. Entonces, en 1876 llegó Maxwell y sus famosas ecuaciones, proporcionando a la física y la óptica una explicación de la mayoría de fenómenos ópticos observados hasta el momento, y convirtiendo a la luz en una "simple" onda electromagnética. Sin embargo, seguían existiendo muchas incógnitas alrededor de la luz. Unos años más tarde, Michelson (1881) refutó el concepto de éter introducido por Descartes 200 años antes, por otro lado Hertz (1888) verificaba experimentalmente las ecuaciones de Maxwell, a la vez que observaba que *la generación de ondas electromagnéticas surge de la oscilación colectiva de cargas eléctricas*. En medio de esta enorme confusión de la época, aparece en 1905 un joven Einstein, quien rompería con muchos conceptos establecidos postulando su *teoría de la relatividad*, además introduciendo el concepto de fotón y el efecto fotoeléctrico. Con esto, la teoría corpuscular volvía a ganar discípulos. Finalmente, en 1920, De Broglie junto ambas teorías (corpuscular y ondulatoria) gracias a la introducción del concepto de

dualidad, lo que generó un enorme avance en la comprensión y el estudio de muchos fenómenos relacionados a la **interacción de la luz con la materia**. Wood fue el primero que reportó en 1902 [31] el fenómeno de *plasmón superficial* al analizar la luz policromática reflejada por un espejo que poseía una red de difracción en su superficie. Esta luz presentó un patrón que Wood fue incapaz de interpretar. Esta interpretación la inició Rayleigh [19] y posteriormente se refinó, en 1941, por Fano [8]. Fue este último el que introdujo el concepto de *polaritón*: quasipartícula que resulta de la oscilación colectiva de electrones como resultado de la interacción con la luz, es decir, fotones con materia. Aunque la primera descripción teórica de la resonancia de plasmón superficial la dio Ritchie en 1957 [21], no fue sino hasta 11 años más tarde que el mismo Ritchie [22] relacionó el plasmón superficial con las ondas superficiales de Sommerfeld y el fenómeno observado por Wood anteriormente. En el mismo año, Otto [16] y Kretschmann-Raether [13] presentaron dos métodos muy simples para la extinción de SPP en capas de metales nobles, entonces se estableció así las bases de lo que se conoce hoy en día como *plasmonica*. En las últimas dos décadas la resonancia de plasmón superficial (SPR) ha pasado de ser un fenómeno físico bastante esotérico a una herramienta óptica que es sumamente usada en investigaciones de física, química y biología, en donde una interfase es la de interés. Recientemente, en el campo de la nano-óptica de SPR han sido añadidas estructuras metálicas en la escala nano, las cuales pueden ser diseñadas de forma tal que desarrollen ciertas funciones ópticas específicas. Una de las grandes aplicaciones de este fenómeno se encuentra en los biosensores [25], los cuales en su mayoría están compuestos de una película delgada de oro, o en algunos casos películas bimetálicas de Au-Ag [7, 27], estas películas bimetálicas han sido usadas para mejorar el hecho de que el Au reacciona ante algunos compuestos orgánicos. Por otro lado, en el estudio de las propiedades ópticas de la interfase metal-dieléctrico [9], se ha reportado que algunos óxidos metálicos presentan un aumento en la sensibilidad de los biosensores [6, 12, 20]. El ZnO por su parte presenta una buena transferencia de electrones, excelentes propiedades ópticas, biocompatibilidad y comportamiento antimicrobiano [10, 29, 30], haciendo este material prometedor para aplicaciones biomedicas [3, 17, 23].

Capítulo 2

Teoría electromagnética de plasmones superficiales

Las ondas de plasmón superficial son oscilaciones colectivas de electrones libres en la interface plana entre dos medios cuyas constantes dieléctricas poseen partes reales de signos opuestos (generalmente un metal y un dieléctrico, aunque también puede generarse en semiconductores dopados). El término deriva del concepto de plasma y se debe a que ambos, plasma y plasmón superficial, están constituidos por partículas cargadas que pueden responder de forma colectiva. Los plasmones superficiales pueden excitarse mediante electrones [1, 28], fonones [5] o fotones [18]. En este último caso, los electrones libres responden colectivamente oscilando en resonancia a la misma frecuencia que la luz incidente. De ahí que a la creación o excitación de plasmones superficiales mediante luz se la denomine usualmente Resonancia de Plasmón Superficial (SPR, del inglés Surface Plasmon Resonance), aunque estrictamente hablando se trata de un plasmón-polaritón superficial. Por esta razón, en clara referencia a su carácter híbrido, también se le denota como SPP (del inglés Surface Plasmon Polariton).

Existen dos tipos distintos de plasmones superficiales con extraordinarias cualidades, los propagantes y los localizados. Los de tipo propagante, denotados como SPP se producen en la frontera plana entre un metal (los más usados son el oro y la plata) y un dieléctrico, como consecuencia de la oscilación colectiva de los electrones libres del metal próximos a su superficie [14]. Esta oscilación colectiva genera una onda electromagnética que se propaga a lo largo de la interface entre ambos medios, generando un campo electromagnético muy intenso, cuyo máximo de intensidad se localiza en la interface metal/dieléctrico y decae exponencialmente a ambos lados

de esta (Fig 2.1-a)). El otro tipo de plasmones superficiales, los localizados, se generan en nanoestructuras metálicas aisladas (por ejemplo, nanopartículas de oro). Este tipo suele denotarse como LSPP, del inglés Localized Surface Plasmon Polariton, quedando reservado el término Plasmón Superficial (o SPP) para los de tipo propagante. Como su propio nombre indica, en este caso el LSPP no se propaga si no que se localiza en la región de la nanoestructura (Fig 2.1-b)). Ya que en este trabajo sólo se van a considerar los de tipo propagante, los LSPP no serán analizados, debido a su diferente naturaleza. Aun así, se introducen para explicar las diferencias existentes entre estos y los de tipo propagante. Para una profundización [15, 24].

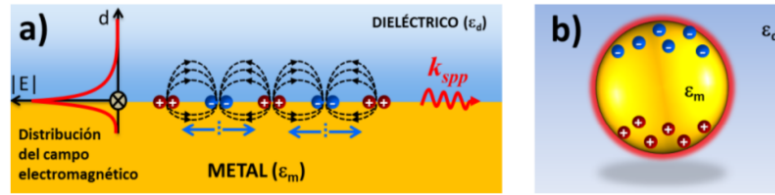


Figura 2.1: a) Plasmones superficiales propagantes(SPP) y b) localizados (LSPP)

2.1. La onda evanescente

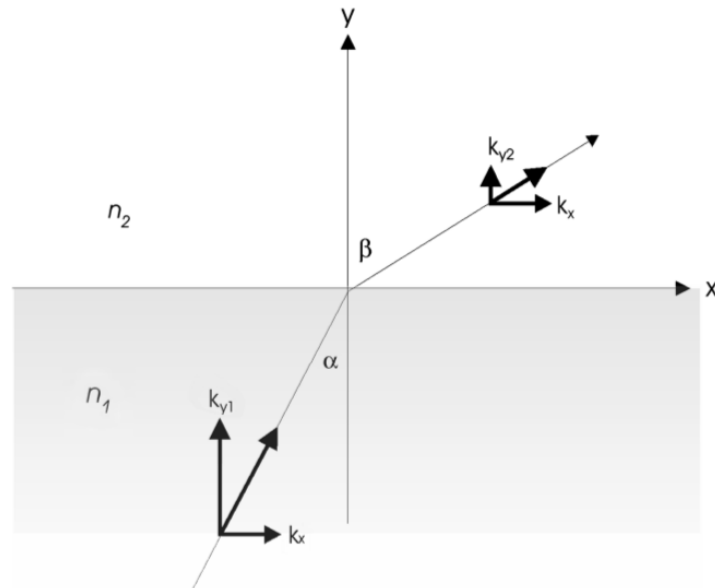
Antes de discutir en detalle los SPs, es apropiado proporcionar una descripción matemática de la onda evanescente, lo cual es sumamente central en la detección del SPR. Esto se hace convenientemente considerando el fenómeno de reflexión total interna. Una onda electromagnética plana que se propaga en un medio con índice de refracción n puede describirse matemáticamente por un campo eléctrico \mathbf{E} :

$$E = E_0 \exp(j\omega t - j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = E_0 \exp(j\omega t - jk_x x - jk_y y - jk_z z) \quad (2.1)$$

donde E_0 es la amplitud del campo eléctrico, ω es la frecuencia angular, \mathbf{k} es el vector de onda, $r = (x, y, z)$ es el vector posición y $j = \sqrt{-1}$. Notese que la ecuación (1) representa una onda viajera solo si el exponente es complejo.

Para nuestro caso, solo nos preocupara del vector de onda \mathbf{k} que: su dirección sea paralela a la de propagación de la onda; su magnitud este dada por

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = n \frac{2\pi}{\lambda} = n \frac{\omega}{c} \quad (2.2)$$

Figura 2.2: Reflexión de la luz a un ángulo de incidencia α

donde λ y c son la longitud de onda y la velocidad de propagación en el vacío, respectivamente.

Ahora se considerara la refracción de una onda en una interface entre dos medios 1 y 2 con índices de refracción n_1 y n_2 , respectivamente (Fig 2.2). Sin perdida de generalidad, podemos escoger la dirección del haz de luz tal que $k_z = 0$ y el problema se convierte esencialmente en dos-dimensional. De la física elemental sabemos que para esta situación la ley de Snell establece:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (2.3)$$

o, equivalentemente,

$$k_{x1} = k_{x2} \equiv k_x \quad (2.4)$$

Haciendo uso de las eqs (2.2) y (2.4), se puede encontrar una expresión para la componente del vector de onda k_y perpendicular a la interface:

$$k_{y2}^2 = n_1^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{n_2^2}{n_1^2} - \sin^2 \alpha \right) \quad (2.5)$$

Ahora asumamos que $n_1 > n_2$. De la eq(2.5) puede observarse que para $\sin \alpha > n_2/n_1$ la parte derecha es negativa, y, consecuentemente, k_y es puramente imaginario.

Regresando a la eq(2.1), concluimos que para este caso en el medio 2 hay solo una onda viajera paralela a la interface:

$$E_2 = E_0 e^{-k_y 2y} \exp(j\omega t - jk_x x) \quad (2.6)$$

con la amplitud del campo eléctrico decayendo exponencialmente sobre la dirección y con una distancia característica $1/k_y 2 \equiv 1/jk_y 2$. Por razones obvias, este campo en el medio 2 se denota como un *campo evanescente*. La eq. (5) puede ser usada para calcular su longitud de penetración, que es en el orden de la mitad de la longitud de onda. Esto explica la sensibilidad de la interface del campo evanescente: solo cerca a la interface es un campo electromagnético presente; además, solo un cambio en la propiedad dieléctrica (e.g un cambio en el índice de refracción) en la proximidad de la interface, tendrá influencia en este campo.

2.2. Ecuaciones de dispersión de los plasmones superficiales, resonancia

Existen bastantes acercamientos que resultan en las relaciones de dispersión para un SP, esto es, una relación entre la frecuencia angular ω y el vector de onda k . En su ultimo tratado sobre SPs, Raether [18] calculo la relación de dispersión del SP desde los primeros principios, *viz.* Ecuaciones de Maxwell. Un acercamiento particularmente elegante fue presentado por Cardona [2] y lo adoptaremos este aquí. Por razones que se harán claras mas adelante se discutirá solo luz p-polarizada interactuando con una interface. Para una interface entre dos medios el coeficiente de reflexión complejo r_p para el campo eléctrico de la luz incidente p-polarizada esta descrito por las ecuaciones de Fresnel (ref [11] para una derivación sobre la base de las ecuaciones de Maxwell):

$$r_p = \frac{E_i}{E_r} = |r_p| e^{j\varphi} = \left| \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \right| e^{j\varphi} \quad (2.7)$$

Donde E_i y E_r son los campos eléctricos incidentes y reflejados, respectivamente, y los ángulos α y β están definidos como se muestra en la figura 2.

Se presenta en adición, un cambio de fase φ del campo reflejado respecto al campo incidente, esto ocurre dependiendo de los índices de refracción de los materiales involucrados.

Para la reflectancia, definida como la relación de las intensidades reflejadas, se

escribe la siguiente relación:

$$R_p = |r_p|^2 \quad (2.8)$$

Ahora, siguiendo a Cardona [2], dos casos especiales existen: si $\alpha + \beta = \pi/2$, entonces el denominador de la eq. (7) se vuelve muy grande y por lo tanto R_p tendera a cero. Esta relación describe el ángulo de Brewster, donde no hay reflexión para la luz p-polarizada. El otro caso especial ocurre cuando $\alpha - \beta = \pi/2$: se puede ver de (7) y (8) que R_p se vuelve infinito: hay un E_r infinito para pequeños E_i . Esta circunstancia corresponde a la *resonancia*. De esta relación entre α y β se puede deducir la relación de dispersión si $\alpha - \beta = \pi/2$, entonces $\cos\alpha = -\sin\beta$ y $\tan\alpha = k_{1x}/k_{1y} = -n_2/n_1$. Para las componentes del vector de onda $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, se puede escribir

$$k_x^2 = k_1^2 - k_{y1}^2 = k_1^2 - k_x^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (2.9)$$

$$k_x = \frac{w}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \quad y \quad k_{yi} = \frac{w}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_i^2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \quad (2.10)$$

Donde ϵ_1 y ϵ_2 son las constantes dieléctricas de los materiales 1 y 2, respectivamente, y $i = 1$ o 2 . La eq(2.10) es la buscada ecuación de dispersión para el SPR para una interface entre dos medios semi-infinitos.

Seguidamente, se investigara el caso en el que el medio 2 es un metal. Este medio entonces contiene un gran numero de electrones libres y la consecuencia es que a una frecuencia angular $w < w_p$ su constante dieléctrica ϵ_2 sera negativa (ref. [21]):

$$\epsilon_2(w) = 1 - \frac{w_p^2}{w^2} \quad (2.11)$$

$$w_p = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e} \quad (2.12)$$

Donde w_p es la conocida frecuencia del plasma, n_e es la densidad del electrón libre, y e y m_e son la carga del electrón y la masa, respectivamente.

Generalmente esto implica que para $w < w_p$ no hay campo electromagnético que pueda propagarse por un metal [eqs. (1) y (2)]. Mas específicamente, nos dice que $\epsilon_2 > -\epsilon_1$, encontramos que para una interface donde k_{yi} es imaginario k_x se mantiene real donde sea. Por lo tanto, existe una onda electromagnética propagándose estrictamente a lo largo de la interface, con colas evanescentes extendiéndose en ambos

lados de la interface [eq. (6)].

2.3. Excitación de plasmones superficiales

Si sustituimos las ecuaciones (11) y (12) dentro de (10), obtenemos una representación gráfica de la relación de dispersión del SPR como se muestra en la figura 3 (línea I). En la misma figura, la relación de dispersión para luz "normal" es representado por (línea a). inmediatamente se ve que, aparte de el origen, no existe un punto donde la curva del SPR y la curva de luz se intercepten, implicando que la luz "normal" no puede proveer un correcto vector de onda y una frecuencia angular para excitar el plasmón superficial.

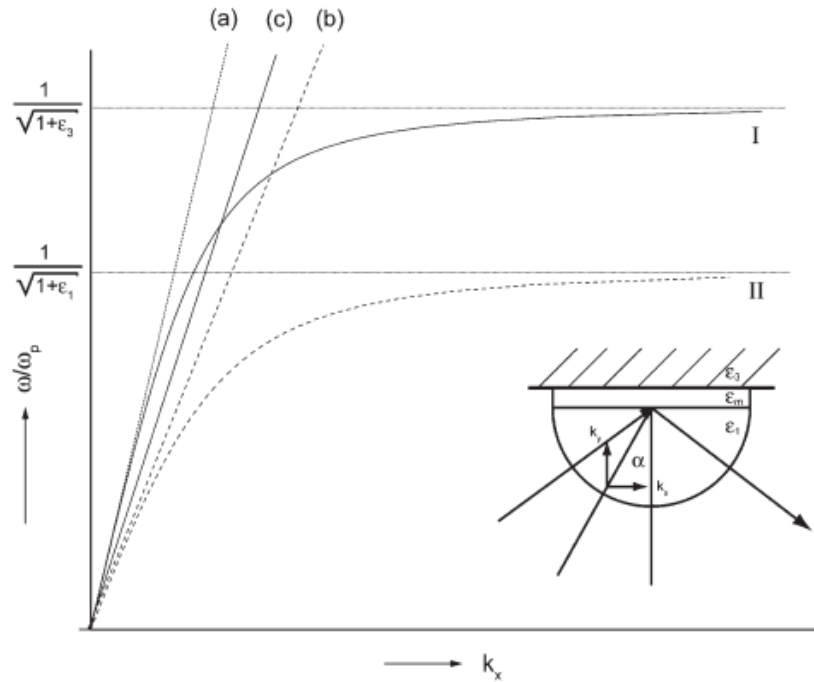


Figura 2.3: Relaciones de dispersión para los plasmones superficiales.

Una forma de solucionar este problema es introduciendo una segunda interface, como se muestra en la esquina inferior derecha de la figura 3. Aquí una película delgada de un metal con constante dieléctrica ϵ_m es colocada entre dos materiales dieléctricos 1 y 3 con diferentes constantes dieléctricas ϵ_1 y ϵ_3 , con $\epsilon_1 > \epsilon_3$. Aplicando las ecuaciones de Fresnel para las dos interfaces, se encuentran ecuaciones mas complicadas que (10); sin embargo la física esencial permanece igual. Se encuentran ahora 2 ecuaciones de dispersión para k_x , una para cada interface, y se puede ver que

la línea que representa la relación de dispersión de la luz normal en el medio 1 (línea b) intersecta la línea de dispersión para el SP. Esto indica que la luz incidente desde el medio 1 puede excitar los SPs: con un adecuado ajuste del ángulo de incidencia α , se puede afinar el vector de onda incidente $k_x = kn_1 \sin\alpha$ para la excitación del SP. De esta forma, cualquier k_x entre las líneas a y b puede servir. Como un ejemplo se ha colocado la línea c. Esto es el conocido método de reflexión total atenuada (ATR) que fue demostrado por Kretschmann y Raether [13] y desde ese entonces se ha convertido en la técnica estándar de excitación de SP.

Capítulo 3

Método de la matriz de transferencia MMT

El método de la matriz de transferencia se puede utilizar para el estudio de ondas que se propagan, como: partículas cuánticas, así como, los electrones en pozos cuánticos [4]. Además de esto puede ser utilizado para describir fenómenos con ondas electromagnéticas y ondas mecánicas. Este método se utiliza en campos eléctricos y magnéticos en medios anisotrópicos compuestos por varias capas, sin embargo, cuando el número de capas es muy grande se convierte en un problema complicado por el número de ecuaciones a resolver. En este capítulo se da entonces una introducción al método de la matriz de transferencia.

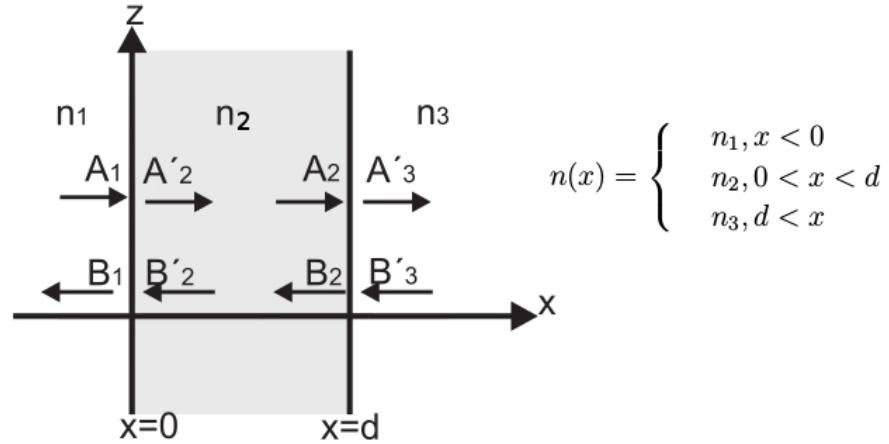
3.1. Formulación matriz 2x2 para 2 interfaces

Para resolver el problema de la reflexión y la transmisión de ondas electromagnéticas en medio estratificados, se estudiara el sistema que se muestra en la Fig 3.1.

Donde n_1, n_2, n_3 son los índices de refracción de los tres medios, d el grosor de la lamina, considerando que todo el medio es homogéneo en la dirección z , entonces se cumplirá que $\frac{\partial n}{\partial z} = 0$, el campo eléctrico que cumple con esta condición y también con las ecuaciones de Maxwell, puede expresarse como una onda plana de la forma:

$$\mathbf{E} = E(x)\exp(i(\omega t - \beta z)) \quad (3.1)$$

Donde β es la componente z del vector de onda y ω es la frecuencia angular, asumimos que la onda electromagnética se propaga en el plano xz , y también que el campo electromagnético puede tener polarización s , es decir, el campo eléctrico


 Figura 3.1: Película con espesor d en un medio dieléctrico.

es paralelo al eje y o polarización p , donde el campo magnético es paralelo al eje y . El campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ está compuesto por una onda viajera que se mueve a la derecha y otra hacia la izquierda, este campo puede escribirse como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = R \exp(-ik_x x) + L \exp(ik_x x) \equiv A(x) + B(x) \quad (3.2)$$

Aquí $\pm k_x$ es la componente del vector de onda en la dirección x , R y L son las constantes que dependen del medio en que se propague la onda. $A(x)$ representa la amplitud de la onda que viaja hacia la derecha y $B(x)$ la amplitud de la onda que viaja hacia la izquierda, para ilustrar el MMT se definen los siguientes parámetros

$$A_1 = A(0^-) \quad (3.3)$$

$$B_1 = B(0^-) \quad (3.4)$$

$$A'_2 = A(0^+) \quad (3.5)$$

$$B'_2 = B(0^+) \quad (3.6)$$

$$A_2 = A(d^-) \quad (3.7)$$

$$B_2 = B(d^-) \quad (3.8)$$

$$A'_3 = A(d^+) \quad (3.9)$$

$$B'_3 = B(d^+) \quad (3.10)$$

$$(3.11)$$

Donde 0^- representa el lado izquierdo de la interfaz en $x = 0$ y 0^+ representa el lado derecho de la misma interfaz. De igual forma d^- y d^+ definen la interfaz en $x = d$ en el lado izquierdo y derecho respectivamente. Note que, $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ para la polarización transversal eléctrica (s) es una función continua en x . No obstante, como un resultado de la descomposición de la ecuación 3-3, $A(x)$ y $B(x)$ ya no son continuos en las interfaces si se escriben las amplitudes de $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ como un vector columna, las ondas de la Fig. 3-1 estarían relacionadas de la forma:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} \equiv D_{12} \begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$\begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \exp(i\phi_2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix} \equiv D_{12} \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Los términos D_1 , D_2 y D_3 son las matrices dinámicas¹ y están dadas por:

$$D_\alpha = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_\alpha \cos\theta_\alpha & -n_\alpha \cos\theta_\alpha \end{pmatrix}, & \text{Para polarización TE;} \\ \begin{pmatrix} \cos\theta_\alpha & \cos\theta_\alpha \\ n_\alpha & -n_\alpha \end{pmatrix}, & \text{Para polarización TM;} \end{cases} \quad (3.15)$$

Donde $\alpha = 1, 2, 3$ y θ_α es el angulo que forma el láser con cada capa y esta relacionado con β y $k_{\alpha x}$ por:

$$\beta = n_\alpha \frac{w}{c} \sin\theta_\alpha \quad (3.16)$$

$$k_{\alpha x} = n_\alpha \frac{w}{c} \cos\theta_\alpha \quad (3.17)$$

P_2 se conoce como la matriz de propagación y representa la propagación de la onda a través de la separación de cada capa, y esta dada por:

$$P_2 = \begin{pmatrix} \exp(i\phi_2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_2) \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

¹Ver deducción de las matrices dinámicas en A.1

con

$$\phi_2 = k_{2x}d \quad (3.19)$$

D_{12} y D_{23} se consideran como las matrices de transferencia que unen las amplitudes de las ondas en los dos lados de las interfaces y vienen dadas por:

$$D_{12} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 - \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 + \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) \end{pmatrix}, \text{ Para polarización TE;} \quad (3.20)$$

y

$$D_{12} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 - \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 + \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) \end{pmatrix}, \text{ Para polarización TM;} \quad (3.21)$$

La expresión para D_{23} es similar a D_{12} , solo que los subíndices 2 y 3 reemplazan a 1 y 2 en las ecuaciones 3-20 y 3-21. Estas matrices pueden escribirse formalmente como:

$$D_{12} = \frac{1}{t_{12}} \begin{pmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Donde t_{12} y r_{12} son los coeficientes de Fresnel de transmisión y reflexión respectivamente. Dados por:

$$r_{12} = \begin{cases} \frac{k_{1x} - k_{2x}}{k_{1x} + k_{2x}}, & \text{ Para ondas TE.} \\ \frac{n_1^2 k_{2x} - n_2^2 k_{1x}}{n_1^2 k_{2x} + n_2^2 k_{1x}}, & \text{ Para ondas TM.} \end{cases} \quad (3.23)$$

y

$$t_{12} = \begin{cases} \frac{2k_{1x}}{k_{1x} + k_{2x}}, & \text{ Para ondas TE.} \\ \frac{2n_1^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{2x} + n_2^2 k_{1x}}, & \text{ Para ondas TM.} \end{cases} \quad (3.24)$$

Relacionando lo que entra al sistema con lo que sale se asocian las ecuaciones 3-12 hasta 3-14, esto para dejar las amplitudes A_1 , B_1 en términos de A'_3 , B'_3 , lo que sería:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 P_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 P_2 D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Los vectores columna representan las amplitudes de la onda plana en cada capa y se relacionan con el producto de varias matrices 2 x 2. Cada lado de la interfaz es representado por una matriz dinámica D_α y el medio por el cual se debe transmitir las ondas entre interfaz e interfaz se representa por una matriz de propagación P_α . Cuando se multiplican estas matrices se obtiene una nueva matriz 2 x 2 que se conoce como la matriz de transferencia entre el n_1 hasta el medio n_3 . Este método es extensible a casos de sistemas estratificados de N capas [32].

3.2. MMT para N interfaces

Consideremos una estructura multicapa como se muestra en la Fig. 3-2, descrita por:

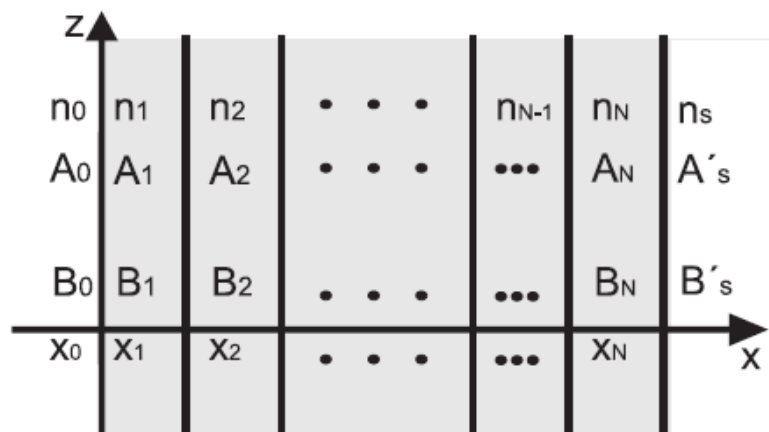


Figura 3.2: Sistema dieléctrico multicapa.

$$n(x) = \begin{cases} n_0, & x < x_0, \\ n_1, & x_0 < x < x_1, \\ n_2, & x_1 < x < x_2, \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ n_N, & x_{N-1} < x < x_N, \\ n_s, & x_N < x. \end{cases} \quad (3.28)$$

Donde n_l es el índice de refracción de la l – esima capa, x_l es la posición de la interface entre la l – esima capa y la $(l + 1)$ – esima capa, n_s es el índice de refracción del sustrato en el cual es depositado todo el sistema, y n_0 es el índice del medio de incidencia de la onda electromagnética al sistema.

El espesor de las capas está relacionada con las posiciones x_l de la forma:

$$d_1 = x_1 - x_0, \quad (3.29)$$

$$d_2 = x_2 - x_1, \quad (3.30)$$

$$\bullet = \bullet \quad (3.31)$$

$$\bullet = \bullet \quad (3.32)$$

$$\bullet = \bullet \quad (3.33)$$

$$d_N = x_N - x_{N-1}, \quad (3.34)$$

Como se mostró anteriormente, el campo eléctrico puede ser escrito de la forma:

$$E = E(x)exp(i(\omega t - \beta z)) \quad (3.35)$$

Para este caso la distribución del campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ será:

$$E(x) = \begin{cases} A_0exp(-ik_{0x}(x - x_0)) + B_0exp(ik_{0x}(x - x_0)), & x < x_0, \\ A_lexp(-ik_{lx}(x - x_l)) + B_lexp(ik_{lx}(x - x_l)), & x_{l-1} < x_l, \\ A'_sexp(-ik_{sx}(x - x_N)) + B'_sexp(ik_{sx}(x - x_N)), & x_N < x. \end{cases} \quad (3.36)$$

Con k_{lx} la componente x del vector de onda

$$k_{lx} = \left[\left(n_l \frac{w}{c} \right)^2 - \beta^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.37)$$

y la relación entre el ángulo del haz con el vector de onda será:

$$k_{lx} = n_l \frac{w}{c} \cos \theta_l \quad (3.38)$$

Haciendo uso de las ecuaciones 3-35 y 3-36, A_l y B_l representan las amplitudes de la onda en la interface $x = x_l$. Así, utilizando el mismo argumento de la sección anterior, podemos llegar a los siguientes sistemas matriciales:

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = D_0^{-1} D_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

$$\begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = D_l^{-1} P_l D_{l+1} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix}, \quad l = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.40)$$

$N + 1$ representa el medio (s), $A_{N+1} = A'_s$, $B_{N+1} = B'_s$ y las matrices dinámicas; que pueden ser escritas como:

$$D_l = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_l \cos \theta_l & -n_l \cos \theta_l \end{pmatrix}, & \text{Para s es decir polarización TE;} \\ \begin{pmatrix} \cos \theta_l & \cos \theta_l \\ n_l & -n_l \end{pmatrix}, & \text{Para p es decir polarización TM;} \end{cases} \quad (3.41)$$

y

$$P_l = \begin{pmatrix} \exp(i\phi_l) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_l) \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

con

$$\phi_l = k_{lx} d_l \quad (3.43)$$

la relación entre las amplitudes A_0, B_0 y A'_s, B'_s se pueden escribir como

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_s \\ B'_s \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

Donde la matriz M es

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = D_0^{-1} \left[\prod_{l=1}^N D_l P_l D_l^{-1} \right] D_s \quad (3.45)$$

Aquí N representa el numero de capas, A_0 y B_0 son las amplitudes de la onda plana en el medio 0 en $x = x_0$, A'_s y B'_s son las amplitudes de la onda en el medio s en $x = x_N$, la matriz M, definida por 3-36, es la matriz de transferencia de todo el sistema.

Basados en este formalismo y los conceptos anteriormente estudiados nos disponemos a aplicar el MMT a la configuración de Kretschmann en el siguiente capitulo.

3.3. Propiedades de la Matriz de Transferencia

Como hemos definido la matriz de transferencia en el apartado anterior, esta tiene las siguientes propiedades. si tenemos:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

entonces, debe cumplirse que:

$$M_{21} = M_{12}^* \quad (3.47)$$

$$M_{22} = M_{11}^* \quad (3.48)$$

Es decir, que los elementos de sus diagonales principal y secundaria tienen que ser los complejos conjugados entre sus elementos. Esto garantiza que el determinante de la matriz sea un numero real, esto es una propiedad de las matrices que poseen información física.

$$Det M = \frac{n_s \cos \theta_s}{n_0 \cos \theta_0} \quad (3.49)$$

Si se observa la Fig. 3-2 y la ecuación 3-49, se puede inferir que, el determinante de la matriz de transferencia depende unicamente del medio en el cual incide la onda electromagnética, el termino con subíndice (0) y el ultimo medio o sustrato que esta al final del sistema estratificado identificado con el subíndice (s). El determinante de esta matriz sera igual a la unidad sí y solo sí el medio inicial (0) y el medio final (s),

son del mismo material, en ese caso el determinante será 1.

El determinante de la matriz de propagación siempre sera 1 sin importar el medio, ya que esta matriz esta definida para describir la propagación de la onda de la frontera izquierda a la frontera derecha del mismo medio.

$$\text{Det}P_l = \begin{pmatrix} \exp(i\phi_l) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_l) \end{pmatrix} = \exp(i\phi_l) * \exp(-i\phi_l) = 1 \quad (3.50)$$

Capítulo 4

Funciones de Reflectancia y Transmitancia en la configuración de Kretschmann usando MMT

En este apartado se estudiara la configuración de Kretschmann utilizando el MMT para deducir las funciones de transmitancia y reflectancia. Inicialmente se tiene el sistema óptico a estudiar, que se muestra en la Fig. 4-1:

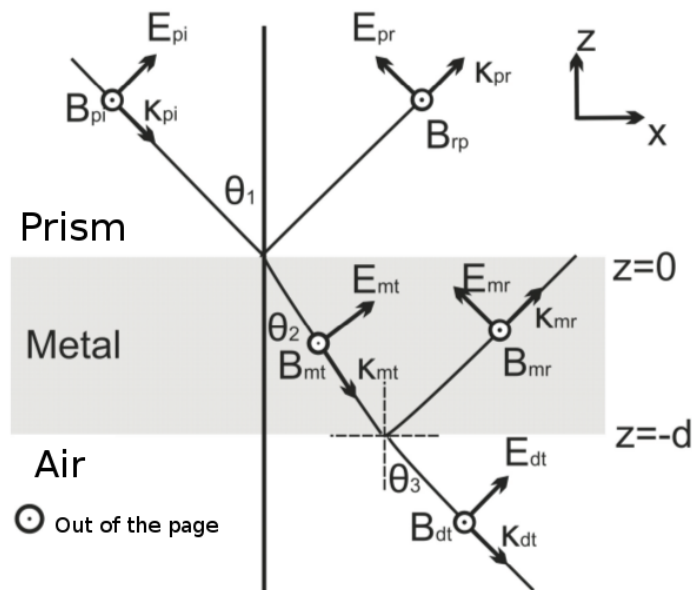


Figura 4.1: Configuración de Kretschmann

$$n(z) = \begin{cases} n_p, & z < 0; \\ n_m = \sqrt{\epsilon_m}, & 0 < z < d; \\ n_a, & d < z. \end{cases} \quad (4.1)$$

Para este sistema se puede comprobar que el índice de refracción es homogéneo en la dirección x , es decir, $\frac{\partial n}{\partial x} = 0$, lo cual garantiza que el índice de refracción es una función de la posición en la dirección z , y $n_a \approx 1$. Para aplicar el MMT, utilizaremos el esquema de la Fig. 4-2. En este esquema se utiliza la notación del capítulo 2, en el cual, los términos que tengan subíndice i, r, t representan incidente, reflejado y transmitido respectivamente, y los subíndices p, m y d corresponden al prisma, metal y dielectrico (aire), es decir, si el término tiene el subíndice ip ; (incidente en el prisma), rp ; (reflejado en el prisma), rm ; (reflejado en el metal) y así sucesivamente. Se puede observar que aparece un termino que no estaba en el capítulo 2, y es el termino E_{id} , que representa la onda que viene desde el infinito en el eje de las z . Este término físicamente no existe, pero debe utilizarse para generar una simetría en la geometría óptica para construir las matrices deseadas.

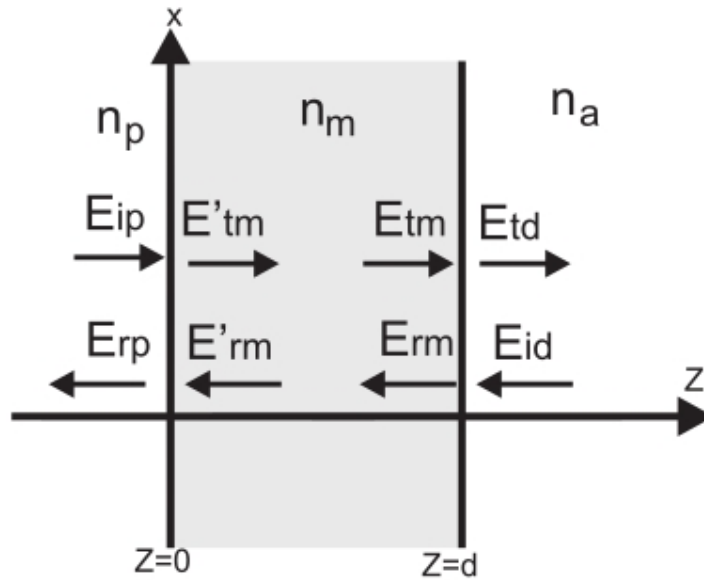


Figura 4.2: Sistema óptico para aplicar el MMT

De las ecuaciones de Maxwell se deducen las condiciones de frontera. Estas son básicamente que las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético

deben ser continuas en la frontera [26]. Por lo tanto para $z = 0$ se tiene:

$$(E_{ip} - E_{rp})\cos\theta_1 = (E'_{tm} - E'_{rm})\cos\theta_2 \quad (4.2)$$

$$n_p(E_{ip} + E_{rp}) = \sqrt{\epsilon_m}(E'_{tm} + E'_{rm}) \quad (4.3)$$

Las condiciones en la segunda frontera para $z = d$ son:

$$(E_{tm} - E_{rm})\cos\theta_2 = (E_{td} - E_{id})\cos\theta_3 \quad (4.4)$$

$$\sqrt{\epsilon_m}(E_{tm} + E_{rm}) = n_d(E_{td} + E_{id}) \quad (4.5)$$

Con los sistemas de ecuaciones anteriores de 4-2 hasta 4-5 podemos construir las matrices dinámicas. Matricialmente para $z = 0$ tenemos:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\cos\theta_1 \\ n_p & n_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\cos\theta_2 \\ \sqrt{\epsilon_m} & \sqrt{\epsilon_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

En la región $z = 0$ hasta $z = d$ se define la matriz de propagación P_1

$$P_2 = \begin{pmatrix} \exp(i * K(z) * d) & 0 \\ 0 & \exp(-i * K(z) * d) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Se puede verificar fácilmente que el determinante de la matriz de propagación P_2 es 1. En este caso el vector de onda $K(z)$ viene dado por:

$$K(z) = -\sqrt{\left(\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\epsilon_m - k(z)^2\right)} \quad (4.8)$$

$$k(z) = \frac{2\pi}{\lambda}n_p\sin\theta_1 \quad (4.9)$$

Esta matriz nos permite definir el paso de la onda electromagnética por la película delgada de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i * K(z) * d) & 0 \\ 0 & \exp(-i * K(z) * d) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Por ultimo definiremos el sistema en la interface $z = d$:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\cos\theta_2 \\ \sqrt{\epsilon_m} & \sqrt{\epsilon_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & -\cos\theta_3 \\ n_a & n_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Para abreviar los sistemas matriciales anteriores, escribiremos las condiciones de frontera en términos de las matrices dinámicas y la de propagación, de la siguiente forma:

$$D_1 = \begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_2 \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$$\begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} = P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

$$D_3 = \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_4 \begin{pmatrix} E'_{td} \\ E'_{id} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Lo siguiente sera dejar el sistema matricial en función de los campos electromagnéticos que entran y salen del sistema.

$$D_1 = \begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_2 \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Donde D_1^{-1} es la matriz inversa de D_1 y D_{12} es la matriz que se origina al realizar el producto matricial entre D_1^{-1} con D_2 , estas matrices están dadas por:

$$D_1^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\cos\theta_1} & \frac{1}{2n_p} \\ -\frac{1}{2\cos\theta_1} & \frac{1}{2n_p} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$D_{12} = D_1^{-1} D_2 = \begin{pmatrix} \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} & \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \\ \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} & \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Es importante mencionar que se han tomado las matrices dinámicas para luz p-polarizada (TM), esto permite tener siempre una componente del campo eléctrico

normal a la dirección de propagación de la onda y por lo tanto puede se excitada la densidad de carga en la interface. Tomando la ecuación 4-17 y aplicando la ecuación 4-13 tendremos:

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Si tomamos la ecuación matricial 4-14 tendremos que:

$$D_3 = \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_4 \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

$$\begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_3^{-1} D_4 \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

$$\begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_{34} \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Nuevamente D_3^{-1} es la matriz inversa de D_3 y D_{34} es la matriz producto entre D_3^{-1} y D_4 , estas matrices están dadas por:

$$D_3^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\cos\theta_2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_m}} \\ -\frac{1}{2\cos\theta_2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_m}} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

$$D_{34} = D_3^{-1} D_4 = \begin{pmatrix} \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} & \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \\ \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} & \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Usando las ecuaciones 4-21 y 4-24 llegamos a:

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} P_2 D_{34} \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

El producto matricial entre $D_{12}P_2D_{34}$ es lo que se define como la **matriz de transferencia**.

$$M = D_{12}P_2D_{34} \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Los términos de la matriz de transferencia vienen dados por:

$$M_{11} = \exp(idK(z)) \left(\frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) + \exp(-idK(z)) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \quad (4.30)$$

$$M_{12} = \exp(-idK(z)) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) + \exp(idK(z)) \left(\frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \quad (4.31)$$

$$M_{21} = \exp(idK(z)) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) + \exp(-idK(z)) \left(\frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \quad (4.32)$$

$$M_{22} = \exp(-idK(z)) \left(\frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) + \exp(idK(z)) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \quad (4.33)$$

Con los elementos de la matriz de transferencia que están dados por las expresiones 4-30 hasta 4-33, es posible comprobar que el determinante del sistema es igual a 1. Si el medio inicial es el mismo que el final. Finalmente podemos expresar el sistema de estudio con la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

Ahora para obtener las relaciones de reflectancia y transmitancia del sistema óptico, debemos calcular los coeficientes de Fresnel, r y t respectivamente, estos podemos extraerlos del arreglo matricial de 4-34, recordando:

$$r = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} \quad (4.35)$$

$$t = \frac{E_{td}}{E_{ip}} \quad (4.36)$$

Podemos escribir el sistema 4-34 de la forma:

$$E_{ip} = M_{11}E_{td} + M_{12}E_{id} \quad (4.37)$$

$$E_{rp} = M_{21}E_{td} + M_{22}E_{id} \quad (4.38)$$

Recordando que no existe ninguna onda electromagnética que se propague desde el dielectrico (aire) al sistema; lo cual significa que, el termino E_{id} no se considera, es decir, $E_{id} = 0$. En consecuencia, las ecuaciones 4-50 y 4-51 quedan:

$$E_{ip} = M_{11}E_{td} \quad (4.39)$$

$$E_{rp} = M_{21}E_{td} \quad (4.40)$$

Calculamos directamente de las ecuaciones 4-37 y 4-38 los términos r y t :

$$r = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} = \frac{M_{21}}{M_{11}} \quad (4.41)$$

$$t = \frac{E_{td}}{E_{ip}} = \frac{1}{M_{11}} \quad (4.42)$$

Existe una relación entre los coeficientes de Fresnel y las funciones de reflectancia y transmitancia, las cuales son:

$$R = |r|^2 = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad (4.43)$$

$$T = \frac{n_a^2 v_3}{n_p^2 v_1} |t|^2 = \frac{n_a \cos \theta_3}{n_p \cos \theta_1} \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2 \quad (4.44)$$

En la Fig. **4-3** se muestra el comportamiento para las funciones de transmitancia y reflectancia para una película de ZnO (a) y una película de Au (b). Puede apreciarse

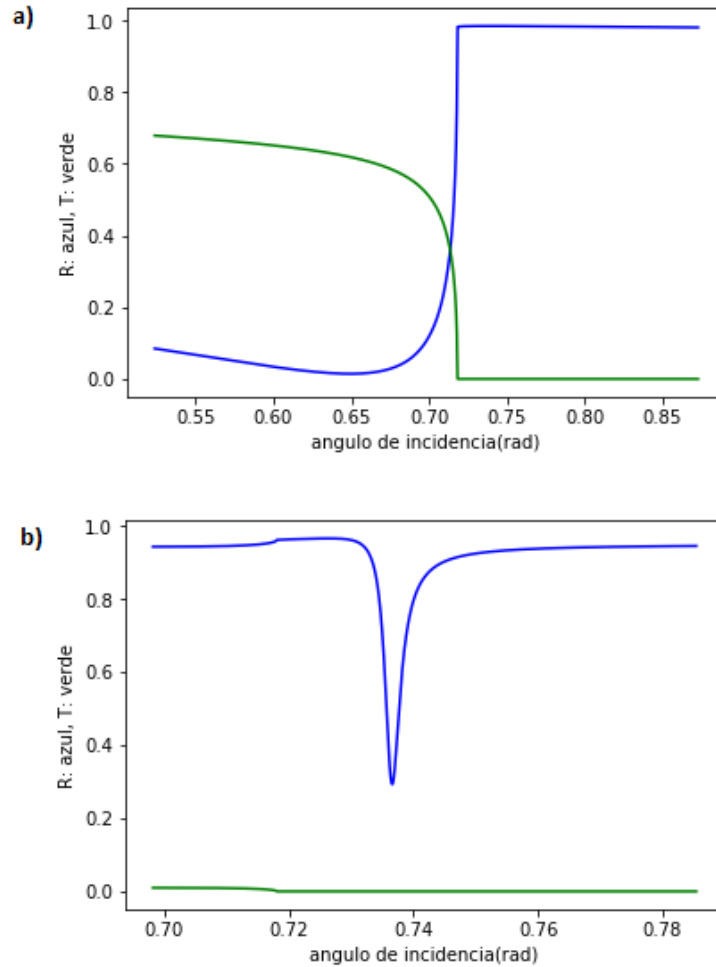


Figura 4.3: Funciones de reflectancia(verde) y transmitancia(azul) para: a) Película de ZnO de 50nm y b) Película Au de 50nm. Los parámetros para realizar las gráficas fueron, $n_p = 1,52$, $\epsilon_{ZnO} = 4,884 + 0,01j$, $\epsilon_{Au} = -25 + 1,44j$, $n_a = 1$ y $\lambda = 633nm$.

en la Fig.4-3.a) el fenómeno de reflexión total interna que sucede cuando el ángulo incidente es mayor que el ángulo crítico y la luz incide de un medio denso a uno poco común. El ZnO presenta un índice de refracción muy parecido al del prisma y es por esto que el comportamiento de la función de reflectancia resulta similar al de un sistema prisma-aire.

Capítulo 5

Funciones de Reflectancia y Transmitancia para un sistema multicapa ZnO-Au usando MMT

En el apartado anterior se encontró que no es posible excitar plasmones de superficie en materiales que actúan como dieléctricos. Es por esto que a continuación se estudiara una estructura anti-simétrica con una capa intermedia de ZnO. La cual ha sido usada para aumentar la sensibilidad en los biosensores [3]. Siguiendo los pasos para la deducción de las funciones de transmitancia y reflectancia basados en el MMT para una multicapa:

$$n(z) = \begin{cases} n_p, & z < 0; \\ n_{ZnO} = \sqrt{\epsilon_{ZnO}}, & 0 < z < d; \\ n_{Au} = \sqrt{\epsilon_{Au}}, & d < z < t; \\ n_a, & t < z. \end{cases} \quad (5.1)$$

La matriz de transferencia para un sistema prisma/dieléctrico/metal/dieléctrico estará dada por:

$$M = D_{12}P_2D_{34}P_3D_{56} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Donde

$$D_{12} = D_1^{-1} D_2 = \begin{pmatrix} \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} & \frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \\ \frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} & \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} \exp(i * K(z1) * d) & 0 \\ 0 & \exp(-i * K(z1) * d) \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

con

$$K(z1) = -\sqrt{\left(\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \epsilon_{ZnO} - k(z)^2\right)} \quad (5.5)$$

$$k(z) = \frac{2\pi}{\lambda} n_p \sin\theta_1 \quad (5.6)$$

$$D_{34} = D_1^{-1} D_2 = \begin{pmatrix} \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} & \frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \\ \frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} & \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} \exp(i * K(z2) * t) & 0 \\ 0 & \exp(-i * K(z2) * t) \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

con

$$K(z2) = -\sqrt{\left(\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \epsilon_{Au} - K(z1)^2\right)} \quad (5.9)$$

y

$$D_{56} = D_1^{-1} D_2 = \begin{pmatrix} \frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_{Au}}} & \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_{Au}}} - \frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} \\ \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_{Au}}} - \frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} & \frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_{Au}}} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

Basados en las matrices dinámicas y las de propagación se calcula el producto de estas y se obtienen los coeficientes de transmisión y reflexión como en el apartado anterior. Los términos de la matriz de transferencia M_{11} y M_{21} para el sistema de Au-ZnO vienen dados por:

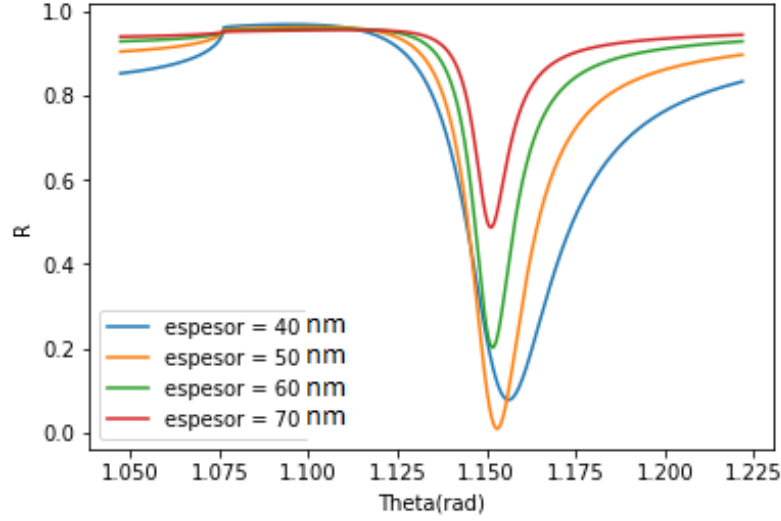


Figura 5.1: Función de reflectancia con Película de ZnO fija de 50nm y variando la Película de Au de(40-70nm). Los parámetros para realizar las gráficas fueron, $n_p = 1,52$, $\epsilon_{ZnO} = 4,884 + 0,01j$, $\epsilon_{Au} = -25 + 1,44j$, $n_d = 1,329$ y $\lambda = 830nm$.

$$\begin{aligned}
 M_{11} = & \left(\frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} + \frac{n_a}{\sqrt{\epsilon_{Au}}} \right) \left(\exp(i(dK_{z1} + tK_{z2})) \left(\frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} \right) \left(\frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} \right) + \right. \\
 & \left. \exp(i(tK_{z2} - dK_{z1})) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \right) + \\
 & \left(\frac{n_a}{\sqrt{\epsilon_{Au}}} - \frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} \right) \left(\exp(i(dK_{z1} - tK_{z2})) \left(\frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} \right) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) + \right. \\
 & \left. \exp - (i(tK_{z2} + dK_{z1})) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} + \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \right) \\
 M_{21} = & \left(\frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} + \frac{n_a}{\sqrt{\epsilon_{Au}}} \right) \left(\exp(i(dK_{z1} + tK_{z2})) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} + \frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} \right) + \right. \\
 & \left. \exp(i(tK_{z2} - dK_{z1})) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} + \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \right) + \\
 & \left(\frac{n_a}{\sqrt{\epsilon_{Au}}} - \frac{\cos\theta_4}{2\cos\theta_3} \right) \left(\exp(i(dK_{z1} - tK_{z2})) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} - \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} - \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) + \right. \\
 & \left. \exp - (i(tK_{z2} + dK_{z1})) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{ZnO}}}{2n_p} + \frac{\cos\theta_2}{2\cos\theta_1} \right) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_{Au}}}{2\sqrt{\epsilon_{ZnO}}} + \frac{\cos\theta_3}{2\cos\theta_2} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Se muestra en la Fig. 5-1 el sistema anti-simétrico con un grosor de la película de ZnO fijo de 50nm y se vario el grosor de Au de (40-70)nm. Se encontró un grosor optimo para el Au de 50 nm con un ancho a media altura de 0.0096 rad.

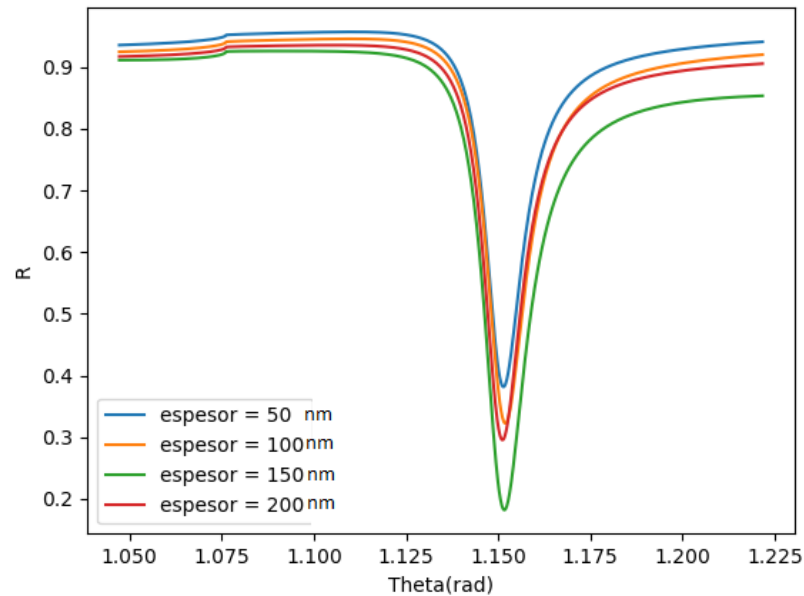


Figura 5.2: Función de reflectancia con Película de Au fija de 50nm y variando la Película de ZnO de(50-200nm). Los parámetros para realizar las gráficas fueron, $n_p = 1,52$, $\epsilon_{ZnO} = 4,884 + 0,01j$, $\epsilon_{Au} = -25 + 1,44j$, $n_d = 1,329$ y $\lambda = 633nm$.

En el caso que Au es fijo a 50nm (valor optimo) se encontró un grosor optimo de ZnO de 50nm Fig. 5-2, con un valor del ancho a media altura de 0.011 rad. Aunque el grosor de 150nm presenta un mejor mínimo de reflectancia a la vez su ancho a media altura es mayor que la película de 50nm. Es decir que presentara mayor imprecisión a la hora de medir el ángulo del SPR.

Capítulo 6

conclusiones

Se implemento el MMT a la configuración de Kretschmann como modelo estratificado, se dedujeron las funciones de transmitancia y reflectancia en términos de los elementos de la matriz de transferencia. Se utilizo ZnO como película conductora y se aplico el MMT a una estructura anti-simétrica (Prisma-dieléctrico-metal-dieléctrico).

Resulta bastante útil el emplear el MMT en los sistemas periódicos, ya que permite trabajar en física con matrices. Las matrices pueden portar gran información y además son más sencillas de manejar que las funciones extensas utilizadas en los métodos convencionales. Un problema que no presenta el MMT es que para dos o más medios siempre se utilizaran matrices de 2x2 y el manejo de estas matrices resulta más fácil.

se encontró en el proceso de deducción analítica de las funciones de transmitancia y reflectancia que permiten identificar la generación de plasmones de superficie en la configuración de Kretschmann mediante la técnica de reflexión total atenuada (ATR), que este fenómeno depende de cuatro parámetros específicos del sistema: El **grosor de la película**, al variar puede maximizar o minimizar el valor del mínimo en el función de reflectancia en el ángulo que es generado el plasmón de superficie θ_p . Cuando se cambia la **función dieléctrica** del material, es decir, si se cambia el material de la película delgada, el ángulo θ_p sufrirá un desplazamiento. El **ángulo de incidencia** del láser sobre el sistema, debe ser mayor al ángulo crítico de reflexión total. En este caso un sistema de solo Au cambio su ángulo θ_p de 42.187° a 65.98° cuando es agregado ZnO. Finalmente, la variable de relevancia para la generación de plasmones de superficie es la **longitud de onda** del láser incidente.

Por último se ajustaron los parámetros de la longitud de onda a 633nm y se determino que la configuración más óptima se presenta cuando el grosor de cada

película de Au y ZnO es de 50 nm. Con esto puede diseñarse un montaje experimental que genere la mayor eficiencia para la excitación de los plasmones superficiales en un trabajo posterior.

Apéndice A

Deducción de la matriz Dinámica

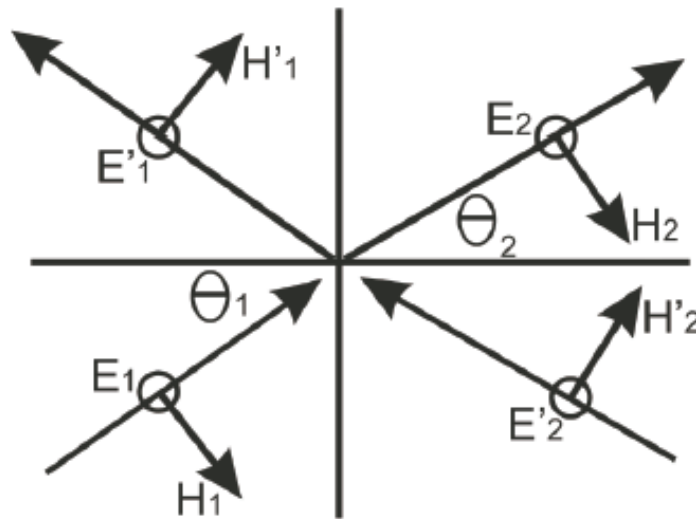


Figura A.1: Refracción y reflexión con ondas TE.

Se utilizara el sistema óptico de la Fig. **A-1** para la deducción de la matriz dinámica. Se tiene un sistema conocido como TE o s , es decir, que tiene polarización transversal eléctrica, lo que indica que la dirección del campo eléctrico \mathbf{E} es transversal al plano de incidencia. Todos los vectores de campo eléctrico están perpendiculares al plano de incidencia (saliendo de la hoja), el vector de campo magnético esta contenido en el plano de incidencia (en la superficie de la hoja), basados en las condiciones de continuidad[26] las componentes de los campos E_y y H_z en la interface $x = 0$ se tiene que:

$$E_{1s} + E'_{1s} = E_{2s} + E'_{2s} \quad (\text{A.1})$$

$$\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}}(E_{1s} - E'_{1s})\cos\theta_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}}(E_{2s} - E'_{2s})\cos\theta_2 \quad (\text{A.2})$$

Los ángulos θ_1 y θ_2 son aquellos generados por los vectores de onda k_1 y k_2 respectivamente, sobre la normal a la interface. Se pueden escribir estas dos ecuaciones como una matriz de la forma:

$$D_s(1) \begin{pmatrix} E_{1s} \\ E'_{1s} \end{pmatrix} = D_s(2) \begin{pmatrix} E_{2s} \\ E'_{2s} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Donde,

$$D_s(i) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\frac{\epsilon_i}{\mu_i}}\cos\theta_i & -\sqrt{\frac{\epsilon_i}{\mu_i}}\cos\theta_i \end{pmatrix} \quad \text{el subíndice } i \text{ representa cada medio } i=1,2. \quad (\text{A.4})$$

La matriz $D_s(i)$ es llamada matriz dinámica, en este caso, para ondas **TE** o **s**. Así el sistema **A-1** se escribirá sencillamente como:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}}\cos\theta_1 & -\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}}\cos\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{1s} \\ E'_{1s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}}\cos\theta_2 & -\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}}\cos\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{2s} \\ E'_{2s} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Con la onda incidiendo desde el medio 1 los coeficientes de reflexión y transmisión en la interface estarán dados por:

$$r_s = \left(\frac{E'_{1s}}{E_{1s}}\right), \quad E'_{2s} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$t_s = \left(\frac{E_{2s}}{E_{1s}}\right), \quad E'_{2s} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Debido a que la onda solo incide desde el medio uno $E'_{2s} = 0$, es decir que no existe onda alguna que incida sobre el medio dos, E_{2s} existe en el medio dos por que la onda incidente es regresada al medio uno. Definiendo las ecuaciones **A-6** y **A-7** tenemos:

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (\text{A.8})$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (\text{A.9})$$

Donde se asume que $\mu_1 = \mu_2 = 1$, generalmente toma este valor para materiales en las frecuencias ópticas, el índice de refracción de los medios 1 y 2 son n_1 y n_2 respectivamente. Las expresiones r_s y t_s son los coeficientes de Fresnel mencionados en el capítulo 3.

Bibliografía

- [1] P. Bharadwaj, A. Bouhelier, y L. Novotny. Electrical excitation of surface plasmons. *Phys. Rev. Lett*, 106:226802, 2011. doi:10.1103/PhysRevLett.106.226802.
- [2] M. Cardona. Lspr-based nanobiosensors. *Am. J. Phys*, 39:1277, 1971.
- [3] Nan-Fu Chiu, Yi-Chen Tu, y Teng-Yi Huang. Enhanced sensitivity of anti-symmetrically structured surface plasmon resonance sensors with zinc oxide intermediate layers. *Sensors*, 14:170–187, 2014. doi:10.3390/s140100170.
- [4] F Cohen Tannoudji, C. B D. ; Lalce. *Quantum Mechanics 1*. John Wily Sons, New York. P887, 2007.
- [5] B. Diaconescu, K. Pohl, L. Vattuone, L. Savio, P. Hofmann, V. M. Silkin, J. M. Pitarke, E. V. Chulkov, y P. M. Echenique. Low energy acoustic plasmons at metal surfaces. *Nature*, 448:57–59, 2007. doi:10.1038/nature05975.
- [6] Pérez Rodríguez J. E.*, Palomino Ovando M. A, y Hernández Cocoltzi G. Optimización para la generación de modos de superficie en la configuración de kretschmann empleando lhm. *Superficies y Vacío*, 27(2):49–54, 2014.
- [7] Timothy T. Ehler y Lewis J. Noe*. Surface plasmon studies of thin silver/gold bimetallic films. *Langmuir*, 11:28760, 1995.
- [8] U. Fano. The theory of anomalous diffraction gratings and of quasi-stationary waves on metallic surfaces (sommerfelds waves). *J. Opt. Soc. Am*, 31:213–222, 1941. doi:10.1364/JOSA.31.000213.
- [9] L. Fuchs, G. H. Cocoltzi, y J. L. Carrillo. Propiedades opticas de la interface dieléctrico-metal.

- [10] C. Hanley, J. Layne, A. Punnoose, K.M Reddy, I. Coombs, A. Coombs, K. Feris, y D. Wingett. Preferential killing of cancer cells and activated human t cells using zno nanoparticles. *Nanotechnology*, 19:295103, 2008. doi: 10.1088/0957-4484/19/29/295103.
- [11] F.J. Milford J.R. Reitz y R.W. Christy. *Foundations of Electromagnetic Theory*. Addison-Wesley, New York, 1993.
- [12] L. C. Kao. Improving the sensitivity of biosensor by use of the ag and sio. *SPIE*, 6037:60370W–3, 2005. doi:10.1117/12.637735.
- [13] E. Kretschmann. Radiative decay of nonradiative surface plasmons excited by light. *Naturforsch*, 23A:2135–2136, 1968. doi:10.1007/BF01391532.
- [14] S. A. Maier. *Plasmonics: Fundamentals and applications*. Springer, New York, 2007.
- [15] L. Novotny y B. Hecht. *Principles of nano-optics*. Cambridge University Press, 2006.
- [16] A. Otto. Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection. *Z.Physik*, 216:398–410, 1968. doi: 10.1007/BF01391532.
- [17] Ayushi Paliwal, Monika Tomar, y Vinay Gupta. Table top surface plasmon resonance measurement system for efficient urea biosensing using zno thin film matrix. *J. Biomed. Opt*, 21(8):087006, 2016. doi:10.1063/1.3206954.
- [18] H. Raether. *Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings*. Springer, 1998.
- [19] L. Rayleigh. On the dynamical theory of gratings. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 79:399–416, 1907. doi:10.1098/rspa.1907.0051.
- [20] C. Rhodes, S. Franzen, J-P. Maria, MarkLosego, Donovan N. Leonard, B. Laughlin, G. Dus-cher, y S. Weibel. Surface plasmon resonance in conducting metal oxides. *J. Appl. Phys*, 100:054905, 2006. doi:10.1063/1.2222070.
- [21] R. H. Ritchie. Plasma losses by fast electrons in thin films. *Phys. Rev*, 106:879, 1957. doi:10.1103/PhysRev.106.874.

- [22] R. H. Ritchie, E. T. Arakawa, J. J. Cowan, y R. N. Hamm. Surface plasmon resonance effect in grating diffraction. *Phys. Rev*, 21:1530, 1968. doi:10.1103/PhysRevLett.21.1530.
- [23] Shibu Saha, Navina Mehanand K. Sreenivas, y Vinay Guptaa. Temperature dependent optical properties of (002) oriented zno thin film using surface plasmon resonance. *Appl. Phys. Lett*, 95:071106, 2009. doi:10.1063/1.3206954.
- [24] B. Sepúlveda, P. C. Angelomé, L. M. Lechuga, y L. M.Liz Marzán. Lspr-based nanobiosensors. *Nano today*, 4:244–241, 2009.
- [25] B. Sepúlveda, F. Prieto, A. Calle, y L.M. Lechuga. Prototipo de biosensor óptico basado en la resonancia de plasmón superficial con sistema de referencia. *Isaac Newton*, 8 Tres Cantos, Madrid (Spain):28760, 1999.
- [26] Greiner Walter. *Classical electrodynamics*. Springer, institut fur theoretische physik ed^{ón}., P541.1991.
- [27] Liying Wang, Ying Sun, Jian Wang, Xiaonan Zhu, Fei Jia, Yan bo Cao, Xinghua Wang, Hanqi Zhang, y Daqian Song. Sensitivity enhancement of spr biosensor with silver mirror reaction on the ag-au film. *Talanta*, 78:265–269, 2009.
- [28] T. Wang, E. Boer-Duchemin, Y. Zhang, G. Comtet, y G .Dujardin. Excitation of propagating surface plasmons with a scanning tunneling microscope. *Nanotechnology*, 22:175201, 2011. doi:10.1088/0957-4484/22/17/175201.
- [29] X. Wang, F. Yang, W. Yang, y X. Yang. A study on the antibacterial activity of one-dimensional zno nanowire arrays: effects of the orientation and plane surface. *Chem. Commun. Cambridge*, pág. 4419, 2007. doi:10.1039/b708662h.
- [30] A. Wei, X. W. Sun, J. X. Wang, Y. Lei, P. Cai, C. M. Li, Z. L. Dong, y W. Huang. Enzymatic glucose detection using zno nanorods on the gate region of algan-gan high electron mobility transistors. *Appl. Phys. Lett*, 89:123902, 2006. doi:10.1063/1.2825574.
- [31] R. W. Wood. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum. *Proc. Phys. Soc. London*, 18:269–275, 1902. doi:10.1088/1478-7814/18/1/325.
- [32] Pochi Yeh. Optical waves in layered media. *University of California Santa Barbara*, pág. 436, 2008.