

VŠB-Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Analýza vnitřních silových účinků v zevním fixátoru

Internal Forces Analysis of External Ring Fixators

Student:

Faksa Lukáš

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Rojíček Jaroslav, Ph.D

Ostrava 2012

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra pružnosti a pevnosti

Zadání bakalářské práce

Student: **Lukáš Faksa**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Analýza vnitřních silových účinků v zevním fixátoru**
Internal Forces Analysis of External Ring Fixators

Zásady pro vypracování:

1. Proved'te rozbor možných zatěžovacích stavů
2. Proved'te analytický výpočet rámové konstrukce zvolené varianty fixátoru
3. Proved'te výpočet MKP rámové konstrukce zvolené varianty fixátoru
4. Porovnejte výsledky obou výpočtů

Seznam doporučené odborné literatury:

LEONID N. SOLOMIN: The Basic Principles of External Fixation Using the Ilizarov Device, Springer, 2008, 530p, ISBN 978-88-470-0512-9.

GESSMANN J. et al.: Mechanical stress on tensioned wires at direkt and indirect loading: Abiomechanical study on the Ilizarov external fixator, Injury, Elsevier, 2011, 5p, ISSN 0020-1383.

BAIDYA K. P. et al.: Advanced textile composite ring for Ilizarov external fixator systém, Journal of Engineering in Medicine, 2001.

LENERT, J.: Pružnost a pevnost I, II, Ostrava, skripta VŠB-TU Ostrava.

LENERT, J.: Úvod do metody konečných prvků. 1. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 1999. 109 s. ISBN 80-7078-686-8.

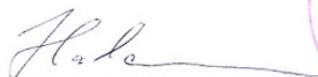
Ansys Inc. Documentation for ANSYS Release 13.0. SAS IP, Inc., 2011.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jaroslav Rojíček, Ph.D.**

Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě18.5.2012.....

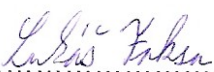
.....*Lukáš Kuba*.....

podpis studenta

Prohlašuji že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 12/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo-bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněná v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 18.5.2012


.....

podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Lukáš Faksa

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Pod Lesem 233

Branka u Opavy

747 41

Tímto bych chtěl poděkovat panu Ing. Jaroslavu Rojíčkovi, Ph.D za velmi ochotnou pomoc a cenné rady při psaní mé bakalářské práce.

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

FAKSA, L. *Analýza vnitřních silových účinků v zevním fixátoru: Bakalářská práce.* Ostrava:VŠB-Technická univerzita, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2012, 58 s. Vedoucí práce: Ing. Rojíček Jaroslav, Ph.D

Cílem této bakalářské práce bylo zmapovat možnosti analytického a numerického (MKP) řešení (vnitřní účinky, napětí, deformace apod.) u Ilizarovova fixátoru. Zatížení fixátoru byla stanovena z jeho předpokládaného použití. Výpočet je zaměřen na celkový pohled na fixátor a nezabývá se jednotlivými konstrukčními detaily. První kapitola - úvod, se zabývá popisem současných trendů na poli fixaci končetin. Dále jsou v druhé kapitole rozebrány možnosti použití materiálu, jež se v současnosti používají při konstrukci. Třetí část rozebírá konstrukci fixátoru a je zde také vybrána naše varianta Ilizarovova fixátoru, kterou se zabýváme při analytickém řešení v kapitole čtyři a při MKP řešení v kapitole pět. V šesté části jsou porovnány a zhodnoceny vypočtené výsledky.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

FAKSA, L. *Internal Forces Analysis of External Ring Fixators: Bachelor thesis.* Ostrava: VŠB-Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2012, 58 p. Thesis head: Ing. Rojíček Jaroslav, Ph.D

The aim of this thesis was mapping possibilities of analytically and numerically solutions of Ilizarov apparatus (internal forces, stress, deformation etc.). Load of apparatus was determined by its expected use. Calculation gives overall view of apparatus and does not deals with details. First chapter – introduction, deals with description of current trends in the field of limb fixation. Further in second chapter are analysed possibilities of using materials which are used currently. Third part deals with kinds of currently used apparatus and is here selected variant of Ilizarov apparatus, which we analyse in analytical solution in chapter four and in FEM solution in chapter five. In sixth chapter are results compared.

OBSAH

SEZNAM POUŽITÝCH ZNAČEK A SYMBOLŮ.....	7
1. ÚVOD	11
2. MATERIÁL FIXÁTORU	14
3. KONSTRUKCE-ILIZARŮV FIXÁTOR.....	15
3.1. OBECNÝ POPIS	15
3.2. ZVOLENÁ VARIANTA	16
3.3. OBECNÉ ROZLOŽENÍ SIL VE FIXÁTORU	17
3.4. VELIKOSTI SIL	18
3.5. KRITÉRIUM POROVNÁNÍ FIXÁTORŮ.....	19
3.6. POPIS KOSTI.....	19
4. ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ.....	20
4.1. PŘÍKLAD VÝPOČTU TUHOSTI.....	20
4.2. ROZHRANÍ KOST-DRÁT	22
4.3. ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ PRŮHYBU KIRSCHNEROVA DRÁTU	22
4.4. ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ STAVŮ NAMÁHÁNÍ NÁMI ZVOLENÉ MODIFIKACE	23
5. MKP VÝPOČET	38
5.1. GEOMETRICKÝ MODEL.....	38
5.2. VÝPOČETNÍ MODEL	40
5.3. VÝSLEDKY MKP VÝPOČTU.....	42
6. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ	52
6.1. POROVNÁNÍ ANALYTICKÝCH A MKP VÝSLEDKŮ	52
6.2. ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ.....	53
7. ZÁVĚR.....	55
POUŽITÁ LITERATURA.....	56
SEZNAM PŘÍLOH.....	58

Seznam použitých značek a symbolů

Označení	Název	Jednotka
m	hmotnost	kg
g	gravitační zrychlení	$m \cdot s^{-2}$
ρ	hustota	kg/m^3
S	obsah	mm^2
E	modul pružnosti v tahu	MPa
E_b	modul pružnosti v tahu kosti	MPa
E_k	modul pružnosti v tahu Kirschnerova drátu	MPa
E_{sb}	modul pružnosti v tahu boční tyče	MPa
μ	poissonovo číslo	-
M1	modul prvního řádu	-
M1u	modul prvního řádu užívající stejný element napříč	-
M1c	kombinovaný modul prvního řádu	-
M2	modul druhého řádu	-
M2u	modul druhého řádu užívající stejný element napříč	-
M2c	kombinovaný model druhého řádu	-
M3	modul třetího řádu	-
M_{1st}	standardní modul prvního řádu	-
M_{2st}	standardní modul druhého řádu	-
M_{3st}	standardní modul třetího řádu	-
aa	frontální rovina	-
bb	sagitální rovina	-
cc	příčná rovina	-
A	rovina ve které leží kruh	-
B	rovina ve které leží kruh	-
C	rovina ve které leží kruh	-
D	rovina ve které leží kruh	-
II	tuhostní index	-
m_x	počet Kirschnerových drátů v jedné části zlomeniny	-

n_f	počet bočních tyčí	-
D_k	střední průměr kruhu	mm
p	$\frac{D_k}{2}$	mm
R	střední poloměr kruhu	mm
L	vzdálenost prvních dvou kruhů od sebe	mm
H	vzdálenost dvou prostředních kruhů od sebe	mm
b	šířka průřezu kruhu	mm
h	výška průřezu kruhu	mm
d_k	průměr Kirschnerova drátu	mm
d_{sb}	průměr boční tyče	mm
D_{bi}	vnitřní průměr kosti	mm
t_b	tloušťka kosti	mm
s	délka Kirschnerova drátu od středního průměru kruhu po střední průměr kosti	mm
Q	délka paže na které příčná síla vytváří kroutící moment	mm
U	posunutí fixátoru v osovém směru kosti	mm
u_k	posuv	mm
w_k	posun kosti	mm
ΔH	zkrácení podélných tyčí	mm
ΔH_1	prodloužení (zkrácení) v důsledku radiálního zatížení	mm
Δl_1	celkové maximální zkrácení (prodloužení) podélných tyčí	mm
v_1	maximální průhyb vlivem M_k	mm
v_3	maximální průhyb v místě maximálního ohybového momentu	mm
v_k	maximální průhyb Kirschnerova drátu (iterační metoda)	mm
v_{kk}	maximální průhyb Kirschnerova drátu (druhy způsob)	mm
w_{R_2}	průhyb pod reakcí R_2	mm
$w_{F_{pk}}$	průhyb pod silou F_{pk}	mm
x,y	vzdálenost	mm
w_{ok}	průřezový modul v ohybu Kirschnerova drátu	mm ³
w_{o1}	modul průřezu v ohybu	mm ³
w_{o2}	průřezový modul v ohybu kruhu	mm ³

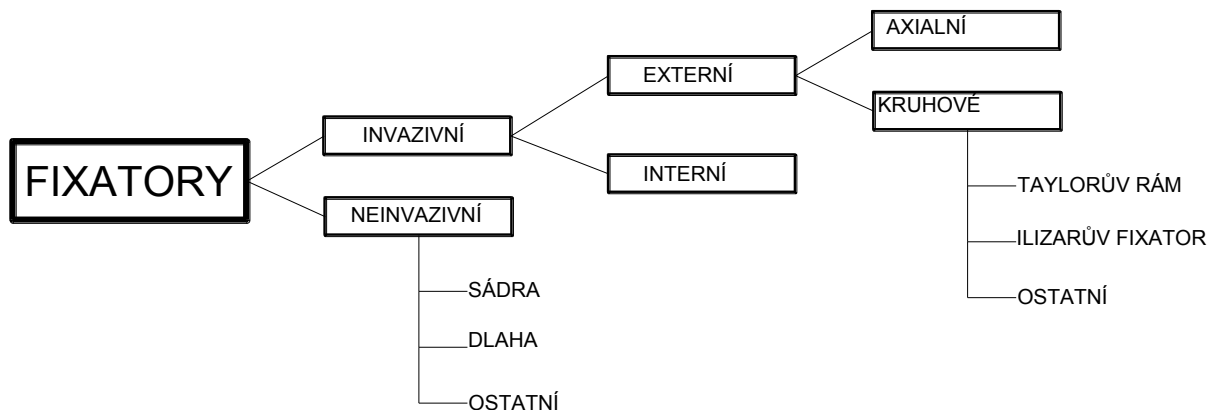
I_k	kvadratický moment Kirschnerova drátu	mm ⁴
J_{t1}	kvadratický moment průřezu podélné tyče	mm ⁴
J_{t2}	kvadratický moment průřezu kruhu	mm ⁴
F₁	axiální síla	N
F₂	radiální síla	N
F₃	radiální síla	N
F₄	rotační síla	N
F_a	axiální síla	N
F_m	$\frac{F_a}{2}$	N
F_r, F'_r	radiální síla	N
F_{PK}	předpětí Kirschnerova drátu	N
T_{ok}	posouvající síla Kirschnerova drátu	N
F_{krout}	síla na podélné tyče přepočtená z M _K	N
F_{krout1}	síla na jednu podélnou tyč přepočtená z M _K	N
F_{ix}	dílčí síly v ose x	N
F_{iy}	dílčí síly v ose y	N
F_{pom}	reakční síla od akční síly F _R	N
R_v, R₁, R₂	reakční síly	N
F_N	síla na jednu podélnou tyč přepočtená ze síly F _R	N
M_{ok}	ohybový moment Kirschnerova drátu	Nmm
M_{okz}	zpětný ohybový moment Kirschnerová drátu	Nmm
M_k	kroucí moment	Nmm
M_o	ohybový moment	Nmm
M_{o1}	ohybový moment v důsledku síly F _{krout1}	Nmm
M_i	dílčí momenty	Nmm
M_A, M_B	reakční momenty	Nmm
M_{o3}	ohybový moment v důsledku síly F _N	Nmm
M_{o2}	ohybový moment v kruhu	Nmm
k_{pod}	podélná tuhost	N/mm
k_{přič}	příčná tuhost	Nmm/°
k_{rot}	rotační	Nmm/°

K_b	tuhost kosti	N/mm
K_{st}	standardní tuhost z tabuly 2	N/mm
K_r	reálná tuhost reálného fixátoru	N/mm
k_f	tuhost rámu fixátoru	N/mm
σ_{ok}	ohybové napětí v Kirschnerovém drátu	MPa
σ_{bk}	max.napětí v rozhraní Kirschnerův drát-kost	MPa
k	modul podloží	MPa
σ_{d1}	napětí v tlaku podélných tyčí vyvozené axiální silou	MPa
σ_{td2}	Napětí v tahu(tlaku) od radiálního zatížení	MPa
σ_{c1}	celkové napětí (tlak+tlak) v podélných tyčích	MPa
σ_{c2}	celkové napětí (tlak+tah) v podélných tyčích	MPa
σ_{o1}	maximální zatížení podélných tyčí v ohybu vlivem M _k	MPa
σ_{o2}	napětí v ohybu kruhu	MPa
σ_{o3}	napětí v ohybu podélných tyčí vyvozené radiální silou	MPa
α	úhel	rad
φ	natočení	rad
q	$\sqrt{\frac{F_a}{E \cdot I_k}}$	$\frac{1}{mm}$

Tabulka 1

1. Úvod

Mechanické fixátory jsou zařízení používaná k fixaci zlomenin či rovnání pokřivených kostí. V současnosti se používá mnoho rozličných druhů. Jejich rozdělení lze vidět na obrázku 1.



Obr. 1

Fixátory lze rozdělit na invazivní a neinvazivní, tj. narušující a nenarušující lidskou tkáň. Neinvazivní fixátor je například všem dobře známá sádra, kterou se fixuje zlomená kost. Použití je jednoduché. Po smíchání sádry s vodou dochází k opětovné hydrataci a vzniká poměrně pevná bílá hmota schopná fixace pacientovy kosti. Nevýhodou takové fixace je hmotnost sádry, nemožnost použít sádru opakovaně a neomyvatelnost. Tento fixátor a jeho aplikace je vyobrazen na obrázku 2.



Obr. 2[5]

Druhým neinvazivním způsobem jak zafixovat kost či nohu jsou fixační dlahy a ortézy. Fixační dlahy jsou vyrobeny kombinací lehkých materiálů jako je plast, pryž, hliníkový plech. Jejich výhodou je (podle druhu dlahy) nastavitelnost dle potřeb pacienta, dále pak omyvatelnost a nízká hmotnost. Jak lze dle využitých materiálu předpokládat, dlahy se spíše využívají při zraněních menšího charakteru jako jsou vyvrtnuté kotníky apod. Fixačních dlah existuje nepřeberné množství dle způsobu použití. Existují tak dlahy na fixaci zápěstí (obr.3), fixaci prstů (obr.4), fixaci dolních končetin a mnoho dalších.

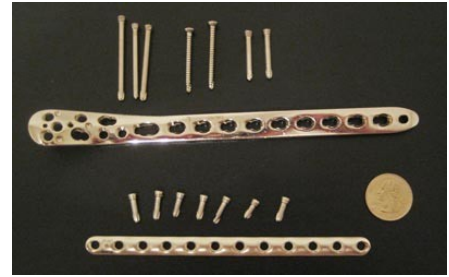


Obr.3[7]



Obr. 4[6]

Druhou skupinou fixátoru jsou invazivní, které se používají u problémovějších a složitějších zranění. Tyto fixátory využívají vnější přístup drátů či šroubů napříč kůží a kostmi k zamezení pohybu. Tato skupina může být dále rozdělená na interní a externí. Interní fixátory jsou řešeny jako kovový plát či destička (obr.5) spojující zlomená místa připojená ke kostem šrouby



Obrázek 5 [8]

(obr.6). Toto vše musí být vyrobeno z materiálu, který je zdravotně nezávadný pro člověka.

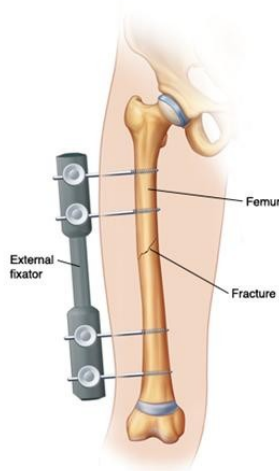
Externí invazivní fixátory mohou být buď axiální nebo kruhové. Axiální fixátory, jak už sám název napovídá, jsou rovnoběžné s osou kosti (obr. 7). Mezi nejznámější kruhové fixátory patří Taylorův prostorový rám (Taylor Spatial Frame-TSF) a Ilizarův fixátor. Oba tyto fixátory jsou upevněny ke kosti příčnými dráty (nerez ocel, slitina titanu) o průměru okolo 1,6 mm (může se lišit), které jsou do ní navrtány a musí být řádně



Obrázek 6 [8]

předepjaty, aby nedocházelo

k posuvům vlivem axiální síly vyvozené například hmotností člověka. Tyto dráty jsou upevněny do kroužků a tyto kroužky jsou spojeny tyčemi (viz.konstrukce).



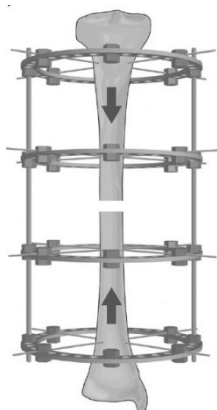
Obrázek 7 [9]

Taylorův prostorový rám se skládá z několika kroužků, obvykle ze tří a z šesti proměnně nastavitelných vzpěr, které se dají nastavit dle potřeb pacienta. To předurčuje fixátor spíše než k fixování zlomených kostí k jejich rovnání, i když v poslední době se tento fixátor začíná používat i na poli fixace zlomenin. Taylorův prostorový rám je na obrázku 8.



Obrázek 8[10]

Ilizarův fixátor je pojmenovaný po svém vynálezci Gavriilu Abramovichi Ilizarovovi z Ruska. Tento fixátor se skládá podobně jako Taylorův prostorový rám z kroužků s tím, že místo nastavitelných vzpěr jsou spojeny tyčemi. Ilizarův fixátor má mnoho modifikací (viz. kapitola 3.1). Jednu z možných modifikací lze vidět na obrázku 9.



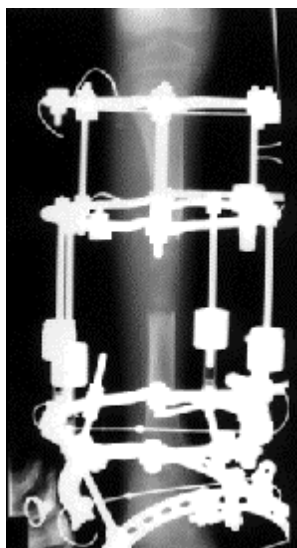
Obr. 9 [1]

Povaha zařízení, jak již bylo zmíněno výše, zahrnuje léčení širokého spektra problémů jako například léčení zlomenin či rovnání pokřivených končetin. [4].

Tato práce se bude zabývat Ilizarovými fixátory, které jsou na poli invazivních fixátorů díky dostupnosti široké škály tuhostí a rozdílných rámových konfigurací jedny z nejpoužívanějších v dnešní medicíně.

Vzhledem k širokým možnostem modifikací a zátěžných stavů je v dalších kapitolách vybraná varianta, se kterou je v této práci počítáno. Model byl proto vytvořen jako parametrický a je možné snadno výsledky upravit pro různé rozměry a zatížení.

2. Materiál fixátoru



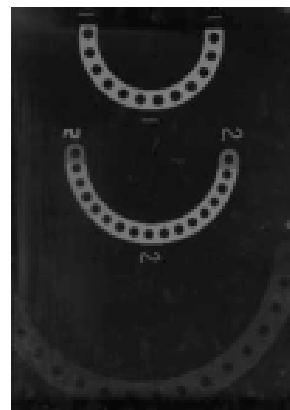
Obrázek 10[2]

Mezi nejčastěji používané materiály při konstrukci je nerezová ocel, titan nebo hliník. Běžné hodnoty nerez oceli jsou $E=210\text{GPa}$ a $\mu=0.31$ [2]. Tyto materiály se však vyznačují poměrně vysokou hustotou, proto přes ně špatně, nebo vůbec neprojde rentgenové záření. Z tohoto důvodu může konstrukce fixátoru zatemnit části léčené kosti na rentgenovém snímku a může zabránit vyhodnocení léčení.

Na obrázku 10 vidíme rentgenový snímek končetiny, na které je připevněn fixátor z nerez oceli. Jak lze vidět velká část fixátoru zatemňuje samotnou kost.

Z tohoto důvodu je snaha nahradit fixátor radiolucentními materiály, jako je například kevlar, který nezakryje při rentgenování léčenou kost. Další hojně používané materiály při konstrukci fixátoru jsou kompozity a plasty. [2]

Na obrázku 11 je pro porovnání rentgenový snímek kroužků fixátoru, na kterém je vidět prostupnost rentgenových paprsků.



Obrázek 11[2]
(shora: nerezová ocel,
hliník, kevlar)

Vzhledem k tomu, že bakalářská práce je časově omezená, zvolili jsme jako materiál fixátoru ocel. V praxi bude fixátor vyroben z kompozitu, jeho chování může být isotropní nebo ortotropní. Ve výpočtech by se pak změnily materiálové parametry nebo dle typu kompozitu celý materiálový model. Pro náš fixátor jsme zvolili materiál homogenní a isotropní - ocel jejíž parametry jsou v tabulce 2.

hustota	$\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$
modul pružnosti v tahu	$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
poissonovo číslo	$\mu = 0,3$

Tabulka 2

3. Konstrukce-Ilizarův fixátor

Následující kapitoly se zabývají obecným popisem Ilizarova fixátoru. Jsou popsány a rozebrány jednotlivé jeho části, moduly a způsoby konstrukce. Dále pak je vybrána varianta, ve které jsou popsány rozměry, zátěžné síly, pro které je fixátor v dalších kapitolách počítán. V neposlední řadě je zde popsána kost a okrajově je zde zmíněno hodnotící kritérium fixátoru.

3.1. Obecný popis

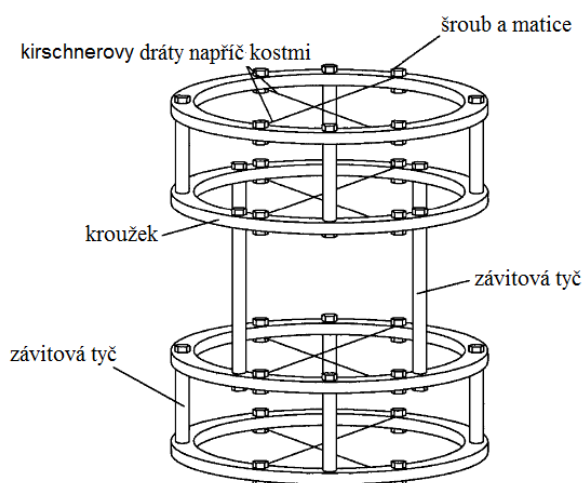


schéma fixátoru (M3u)

Obrázek 12 [2]

Modul prvního řádu M1 je jednotka s jedním nebo více elementy (Kirschnerovými dráty) upevněna napříč kosti. Spojením dvou jednotek prvního řádu dostaneme modul druhého řádu. Pro fixaci celé zlomené končetiny se používá modul třetího řádu, jež lze poskládat jedním z následujících tří způsobů:[3]

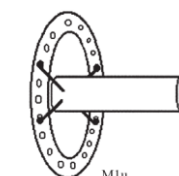
$$M3=M1+M1$$

$$M3=M1+M2 \text{ nebo } M3=M2+M1$$

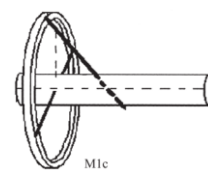
$$M3=M2+M2 \quad (\text{nejčastější způsob})$$

M1	Modul prvního řádu
M1u	Modul prvního řádu užívající stejný element napříč (obr. 13).
M1c	Kombinovaný modul prvního řádu užívající rozdílné elementy (obr. 14).
M2	Modul druhého řádu
M2u	Modul druhého řádu užívající stejný element napříč (obr. 15).
M2c	Kombinovaný modul druhého řádu (obr. 16).
M3	Modul třetího řádu
M3u	Modul třetího řádu užívající stejný element napříč.
M3c	Kombinovaný model třetího řádu.

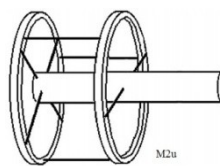
Tabulka 3[3]



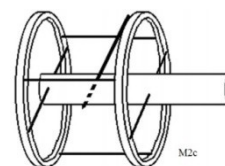
Obrázek 13[3]



Obrázek 14 [3]



Obrázek 15[3]



Obrázek 16 [3]

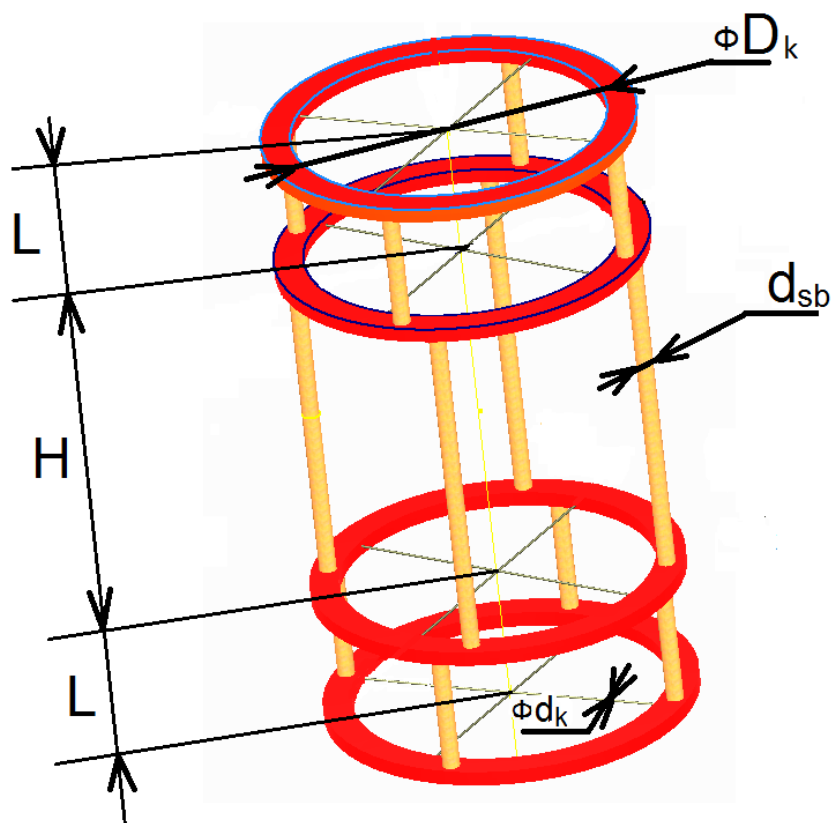
Kirschnerův drát napříč kosti může být koncipován jako drát přes celý průměr kosti nebo půldrát. Modul M3 dělíme na jednotný

modul M3u, kde je použit buď pouze drát nebo pouze půldrát a kombinovaný modul M3c, kde jsou použity kombinace půldrátů a celých drátů. Analogicky pak dělíme moduly M1 a M2. Rozdělení je uvedeno v tabulce 3. Standardizaci při vyšetřování tuhosti rámu zajišťujeme právě tímto značením [3].

3.2. Zvolená varianta

Pro výpočet jsme zvolili modifikaci M3u, která se používá k fixaci dolních končetin. Zatížení je proto větší a umožňuje fixaci na více místech. Zlomenina je k fixátoru upevněna pomocí osmi drátů (tzv. Kirschnerův drát), dva kruhy se čtyřmi dráty na jedné a dva kruhy se čtyřmi dráty na druhé straně zlomeniny (v každém z kruhů jsou tedy umístěny dva dráty). Mezi každými dvěma kruhy jsme navrhli čtyři podélné tyče, které je spojují. Obecné rozměry fixátoru jsou zakótovány na obrázku 17 a jejich číselné hodnoty jsou v tabulce 4.

Samotný způsob uchycení tyčí ke kruhům a drátů ke kruhům se v současné době řeší a jejich návrh, analýza není předmětem této bakalářské práce, nicméně pro ucelený pohled na tuto problematiku je součástí této práce příloha (příloha A), ve které je problematika tohoto uchycení popsána.



Obr. 17

Vstupní parametry:

Průměr Kirschnerova drátu	$d_k=5\text{mm}$
Průměr podélných drátů	$d_{sb}=10\text{mm}$
Střední průměr obruče	$D_k=160\text{mm}$
Rozměr z nákresu	$L=30\text{mm}$
Rozměr z nákresu	$H=140\text{mm}$
Průřez kruhu b×h	15x5mm
Počet bočních (podélných) tyčí	$n_f=4$

Tabulka 4

3.3. Obecné rozložení sil ve fixátoru

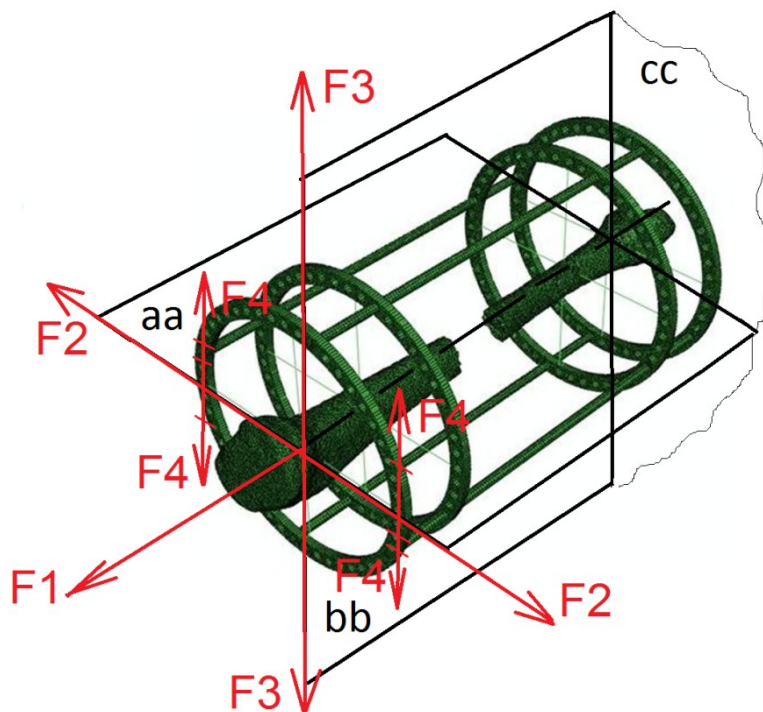
Zatěžování fixátoru vychází z jeho použití. V prvních týdnech po fixaci zlomeniny pacient pouze leží, fixátor zatěžuje pouze minimálně, např. formou rehabilitačních cvičení. Po částečném zhojení kosti (intenzita zatěžování narůstá s časem a souvisí s věkem a kondicí pacienta, řídí ji lékař) již může pacient nohu s fixátorem zatěžovat klasicky (chodí). V průběhu hojení zlomeniny roste tuhost kosti – toto je zanedbáno, předpokládáme, že fixátor přenáší celé zatížení. Zatížení fixátoru pak vyplývá pouze z chování a hmotnosti pacienta. Předpokládané zatížení fixátoru je stání, chůze, „vrtění“ nebo pád, z čehož byly navrženy jednotlivé zátěžné stavy.

Obrázek 18 nám ukazuje působení sil ve fixátoru, kdy jsou síly způsobené vnějším zatížením:

- Síla F_1 je osová síla, která je za předpokladu použití fixátoru na noze (což je náš případ) ekvivalentní hmotnosti člověka.
- Síly F_2 a F_3 jsou příčné síly, jež mohou být způsobeny špatným našlápnutím, zakopnutím nebo nerovnostmi povrchu.
- Síla F_4 je rotační síla, která je vyvolána otáčením se na stojící noze.

Příčnou sílu jsme zjistili experimentálně tak, že jsme měřili, jakou sílu dokáže vyvodit dospělý člověk patou do země, ležící na zemi na zádech bez jakéhokoliv zapření. Rotační sílu jsme odhadli.

S ohledem na fakt, že pacient se zlomenou nohou, jež ji má zafixovanou fixátorem, má nejmenší zájem stát o jedné noze, otáčet se na ni, skákat či vyvozovat jiné aktivity tohoto typu, nám budou takto určené příčné a radiální síly postačovat. Tyto síly jsou uvažovány především z důvodu nehody, při upadnutí pacienta a podobných nepředvídatelných

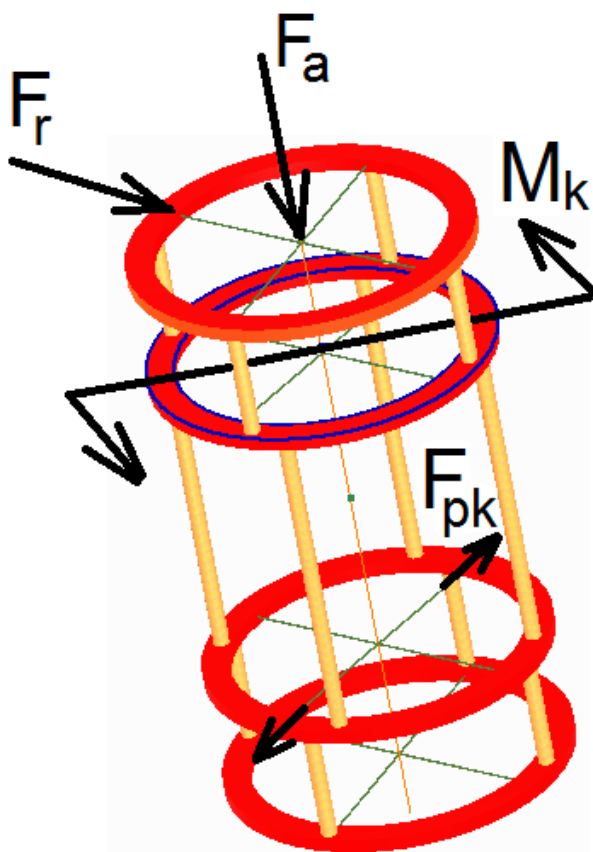


Obrázek 18[11](aa-frontální rovina, bb- sagitální rovina, cc- příčná rovina)

situacích. Síly F_2 , F_3 a F_4 se dají předpokládat i v ostatních rovinách kroužků.

3.4. Velikosti sil

Na obrázku 19 jsou síly, jejichž obecné případy byly popsány v kapitole 3.3. Tyto zatížení uvažujeme ve výpočtech. V kapitole 3.3 nebyla popsána síla F_{pk} , která nevzniká od vnějšího zatížení, ale je to předpětí Kirchnerových drátů, které pomáhá zmenšit jejich průhyb. Je evidentní, že síla F_{pk} působí ve všech Kirchnerových drátech. Z důvodu přehlednosti jsme zakreslili pouze jednu sílu. Vstupní parametry vnějšího zatížení jsou popsány v tabulce 5.



Obrázek 19

Hmotnost člověka	$m=80\text{Kg}$
Radiální síla (vyvozená špatným našlápnutím, zakopnutím nebo nerovnostmi povrchu)	$F_r=250\text{N}$
Krouticí moment (vyvolaný otáčením se na stojící noze)	$M_k=20\text{Nm}$
Předepínající síla	$F_{pk}=784,8\text{N}$

Tabulka 5

3.5. Kritérium porovnání fixátorů

V literatuře [3] jsou popsána základní kritéria porovnání Ilizarovových fixátorů, respektive, porovnání tuhosti rámců. Pro hodnocení fixátoru jako konečného výrobku je toto porovnání a informace o celkové tuhosti velmi důležitá, proto zde uvádíme alespoň tento základní přehled, nicméně v dalších kapitolách s tímto porovnáním nepracujeme.

Existují tři základní druhy tuhosti, které se vypočítají takto:

- Podélná tuhost $K_{\text{pod}}=F_1/w_k$ [N/mm], kde w_k je posunutí části v osové směru modelu kosti, rovnoběžně se silou F_1 , která vzniká vlivem zatížení.[3]
- Příčná tuhost $K_{\text{příč}}=F_2.P/\Phi$ [Nmm/°], kde Q je délka paže na které příčná síla vytváří krouticí moment a Φ je úhel pootočení části pod vlivem síly F_2 .[3]
- Rotační tuhost $K_{\text{rot}}=F_4.D_k/\Phi$ [Nmm/°], kde D_k je vzdálenost mezi dvojicí působících sil F_4 a Φ je úhel pootočení pod vlivem sil F_4 .[3]

Analogicky se dají určit tuhosti pro ostatní síly například pro sílu F_2 .

K porovnání fixátorů je nutné zavést standardní tuhosti pro jednotlivé moduly, které jsou uvedeny v tabulce 6.

Modul	Rotační tuhost [Nmm/°]	Příčná tuhost[Nmm/°]		Podélná tuhost [N/mm]
		Sagitální rovina	frontální rovina	
M1st	3×10^3	3×10^2	7×10^2	66
M2st	$3,2 \times 10^3$	2×10^3	$3,51 \times 10^3$	54
M3st	$2,8 \times 10^3$	$2,03 \times 10^3$	$6,6 \times 10^3$	53

Tabulka 6[3] *tyto standardní tuhosti mají stejné hodnoty jak pro tažený tak pro tlačný směr.

$II = K_{\text{st}}/K_{\text{r}}$, je tuhostní index[3]

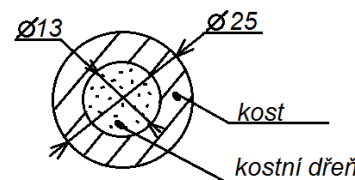
K_{st} ... je standardní tuhost z tabule 6

K_{r} ...je reálná tuhost reálného fixátoru.

Například když vyjde $II=0,5$ tak to znamená, že tuhost je dvojnásobek standardního modulu[3]

3.6. Popis kosti

Při výpočtech jsme použili pružiny nahrazující kosti. Tuhost pružiny-kosti byla odhadnuta pro průměrnou kost (rozměry viz obr. 20) s modulem pružnosti $E_b=125\text{MPa}$. Kostní dřevě má zanedbatelné mechanické vlastnosti, proto do odhadu nebyla uvažována.



Obrázek 20

$$K_b = \frac{E_b \cdot S}{L} = \frac{125 \cdot \left(\frac{\pi \cdot (25^2 - 13^2)}{4} \right)}{30} = 1492 \text{ N/mm} \quad (3.1.)$$

Každý drát ve fixátoru se chová v souladu s lineární teorií tak dlouho, dokud napětí nepřekoná plastickou deformaci.

Předpokládáme zde, že osová pružnost kosti je zanedbatelná. [4]
Proto můžeme uvažovat pro každý Kirschnerův drát

$$u_k(x = 0) = \frac{w_k}{2} \quad (4.1.)$$

$$u_k(x = s) = 0 \quad (4.2.)$$

$$\left(\frac{du_k}{dx}\right)_0 = \left(\frac{du_k}{dx}\right)_s = 0 \quad (4.3.)$$

Z těchto okrajových podmínek a diferenciálních rovnic stanovujeme pro každý příčný drát ohybový moment[4]

$$M_{0k} = \frac{s \cdot T_{0k}}{2} \quad (4.4.)$$

a průhyb

$$u_{k(0)} = \frac{w_k}{2} = \frac{s^2}{6 \cdot E_k \cdot I_k} (2 \cdot T_{0k} \cdot s - 3 \cdot M_{0k}) \quad (4.5.)$$

Všechny dráty přenášejí stejné zatížení proto

$$T_{0k} = \frac{F_a}{n_f \cdot m_x} \quad (4.6.)$$

Kombinací rovnic (4.4.), (4.5.), (4.6) dostáváme analytický výraz pro tuhost rámu k_f . [4]

$$k_f = 6 \cdot \left(\frac{n_f \cdot m_x \cdot E_k \cdot I_k}{s^3} \right) \quad (4.7.)$$

„Analytickou metodou však vycházejí tuhosti menší než numerickou metodou. Je to tím, že ohybová tuhost boční tyče nemůže být zanedbána, proto modifikací vzorce (4.7.) zahrnující i ohybovou tuhost boční tyče vznikne“[4]:

$$k_f = \left(\frac{s^3}{6 \cdot m_x \cdot E_k \cdot I_k} + \frac{s^2 \cdot l_p}{E_{sb} \cdot J_{t1}} \right)^{-1} \quad (4.8.)$$

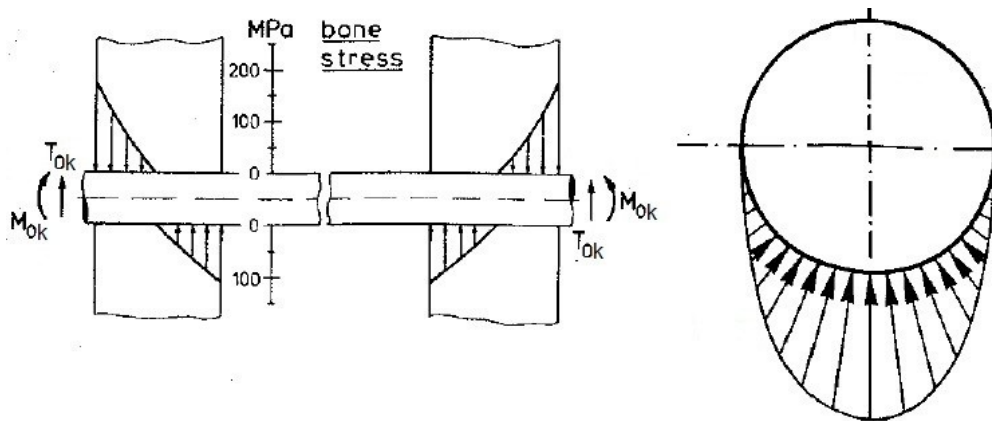
Napětí v drátu

$$\sigma_{okmax} = \frac{M_{0k}}{W_{ok}} \quad (4.9.)$$

[4]

4.2. Rozhraní kost-drát

Napětí v rozhraní drát-kost v našem výpočtu neřešíme. Nicméně, tento výpočet je nezbytný pro komplexní náhled na problematiku analýzy fixátoru. Tento výpočet jsme převzali z literatury [4].



Obrázek 22[4]

$$\sigma_{bk} = \frac{T_{0k} \cdot s}{d_k \cdot \left(\frac{8 \cdot E_k \cdot I_k}{t_b \cdot D_{bi} \cdot k} + \frac{t_b^2}{3} \right)} \quad \text{platí pro } d \geq 3\text{mm} \quad (4.10.)$$

užitím vztahu (4.6) získáváme[4]

$$\sigma_{bk} = \frac{F_a \cdot s}{n_f \cdot m_x \cdot d_k \cdot \left(\frac{8 \cdot E_k \cdot I_k}{L \cdot D_{bi} \cdot k} + \frac{t_b^2}{3} \right)} \quad \text{platí pro } d \geq 3\text{mm} \quad (4.11.)$$

Je důležité poznamenat, že tento vzorec slouží pouze pro hrubý odhad[4].

4.3. Analytické řešení průhybu Kirschnerova drátu

V článku [15] byla odvozena analytická metoda pro výpočet průhybu Kirschnerova drátu. Tento analytický výpočet slouží pouze ke srovnání výsledku průhybu drátu vypočteným numerickým iteračním postupem, který je popsán v kapitole 4.4.

$$q = \sqrt{\frac{F_a}{E \cdot I_k}} \quad (4.12.)$$

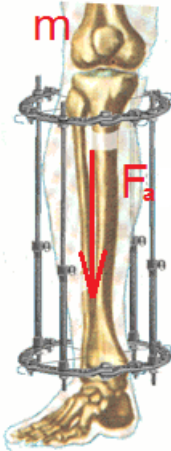
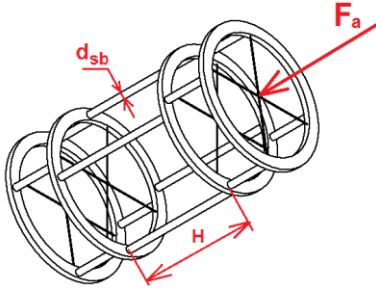
$$V_{kk} = \left(\frac{F_a}{E \cdot I_k \cdot q^3} \right) \cdot \left(\tanh \left(q \cdot \frac{D}{4} \right) - q \cdot \frac{D}{4} \right) = 2,411\text{mm} \quad (4.13.)$$

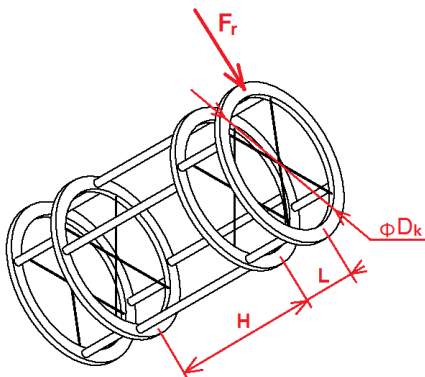
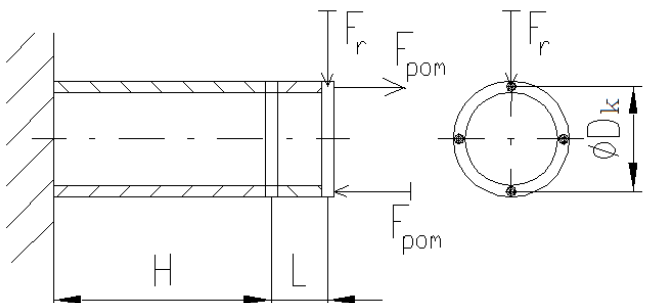
Je nutno poznamenat, že výsledný posun kosti bude 4x menší neboť jednu část kosti drží čtyři Kirschnerovy dráty.

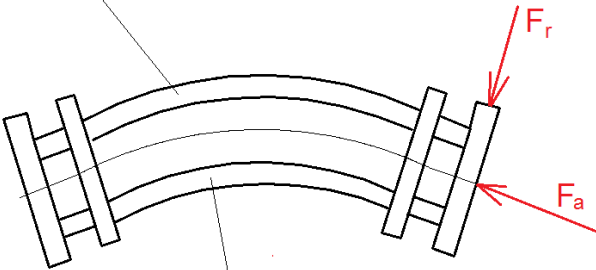
4.4. Analytické řešení stavů namáhání námi zvolené modifikace

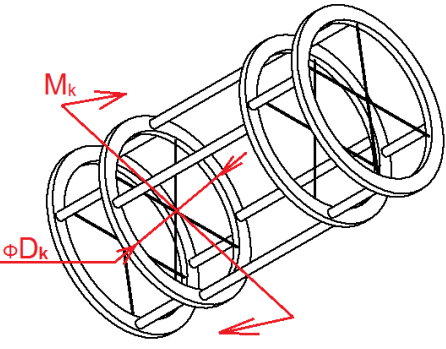
Tato kapitola se zabývá výpočty aplikované na zvolené variantě fixátoru, která je uvedena v kapitole 3.2, jehož zatížení jsou popsány v kapitole 3.3 a 3.4. Výpočet je členěn do čtyř sloupců. V prvním sloupci je název výpočtu, v druhém sloupci je označení počítané hodnoty, třetí sloupec obsahuje výpočet, případně je naznačeno odvození rovnic a ve čtvrtém sloupci je uveden číselný výsledek a jednotky.

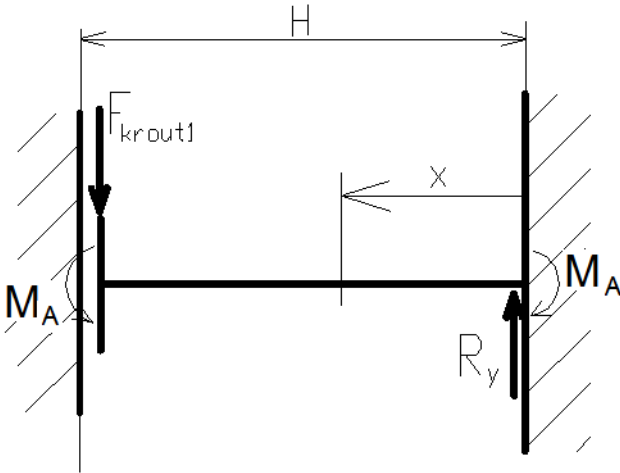
Výpočtová tabulka

Název	zn.	výpočet	výsledek
Axiální síla	F_a	 <p>Při zatížení fixátoru člověkem o hmotnosti m, působí na fixátor síla F_a.</p> <p>Obrázek 23[12]-stání</p> $F_a = m \cdot g \quad (4.14.)$	784,5 [N]
Napětí v tlaku podélných tyčí vyvozené axiální silou	σ_{d1}	 <p>Obrázek 24</p> <p>Při zatížení silou F_a, vzniká v n_f podélných tyčích o průměru d_{sb} napětí:</p> $\sigma_{d1} = \frac{F_a}{n_f \cdot \frac{\pi \cdot d_{sb}^2}{4}} \quad (4.15.)$	2,497 [MPa]

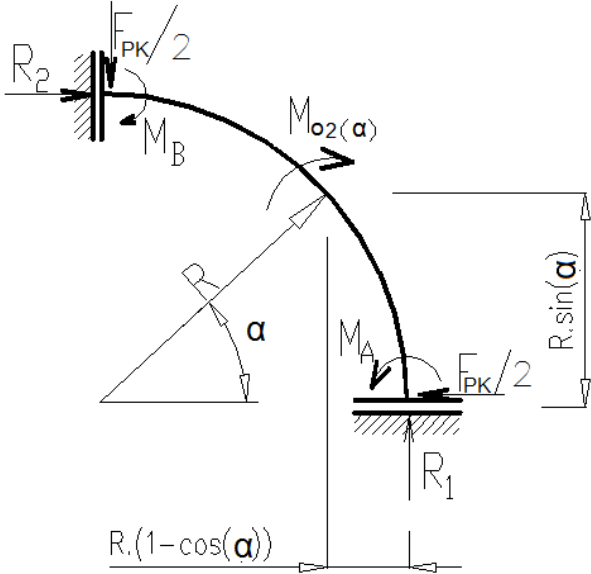
<p>Zkrácení podélných tyčí</p>	<p>ΔH</p>	<p>Zkrácení tyčí o délce H a modulu pružnosti v tahu E je:</p> $\Delta H = \frac{\frac{F_a \cdot H}{n_f}}{E \cdot \frac{\pi \cdot d_{sb}^2}{4}} \quad (4.16.)$	<p>$1,665 \cdot 10^{-3}$ [mm]</p>
<p>Napětí v tlaku (tahu) od radiálního zatížení</p>	<p>σ_{td2}</p>	<p>Na soustavu působí radiální síla F_r, která vytváří moment $F_r \cdot (H+L)$. V důsledku tohoto momentu vzniká na poloměru D_k dvojice sil F_{pom}(reakční síla), která namáhá podélnou tyč na tah, respektive na tlak na druhé straně osy symetrie. Toto je kritický případ, kdy radiální síla působí přímo ve spoji podélná tyč-kroužek. Bude-li jakkoli jinak natočená, bude to vždy příznivější případ. Problematiku nejlépe vysvětluje obrázek 25 a výpočtový obrázek 26.</p>  <p>Obrázek 25</p>  <p>Obrázek 26</p>	

		<p>Pomocí momentové rovnováhy vypočteme sílu F_{pom}.</p> $F_r \cdot (H+L) = M_o = F_{pom} \cdot D_k \quad (4.17.)$ $F_{pom} = \frac{F_r \cdot (H + L)}{D_k} \quad (4.18.)$ <p>Napětí v tlaku (tahu) vyvozené silou F_{pom} je:</p> $\sigma_{td2} = \frac{F_{pom}}{\frac{\pi \cdot d_{sb}^2}{4}} \quad (4.19.)$	<p>3,382 [MPa]</p>
<p>Prodloužení (zkrácení) v důsledku radiálního zatížení</p>	<p>ΔH_1</p>	<p>Zkrácení (prodloužení) působením síly F_{pom} je:</p> $\Delta H_1 = \frac{F_{pom} \cdot H}{E \cdot \frac{\pi \cdot d_{sb}^2}{4}} \quad (4.20.)$	<p>$2,255 \cdot 10^{-3}$ [mm]</p>
<p>Celkové napětí (tlak+tlak) v podélných tyčích</p>	<p>σ_{c1}</p>	<p>tlak(vyvozený důsledkem axiální síly F_a)+tah(vyvozený důsledkem radiální síly F_r)</p>  <p>tlak(vyvozený důsledkem axiální síly F_a)+tlak(vyvozený důsledkem radiální síly)</p> <p>Obrázek 27</p> <p>Součtem tlakové složky napětí vyvozené na vnitřní straně fixátoru radiální silou a tlakové složky napětí vyvozené axiální silou dostáváme celkové napětí vnitřní tyče:</p> $\sigma_{c1} = \sigma_{d1} + \sigma_{td2} \quad (4.21.)$ <p>(celkové napětí je tlakové)</p>	<p>5,879 [MPa]</p>

<p>Celkové napětí (tlak+tah) v podélných tyčích</p>	σ_{c2}	<p>(obrázek 27)</p> <p>Součtem tahové složky napětí vyvozené na vnější straně fixátoru radiální silou a tlakové složky napětí vyvozené axiální silou dostáváme celkové napětí vnější tyče:</p> $\sigma_{c2} = \sigma_{d1} - \sigma_{td2} \quad (4.22.)$ <p>(celkové napětí je tahové)</p>	<p>0,8848 [MPa]</p>
<p>Celkové maximální zkrácení podélných tyčí</p>	Δl_1	<p>Součtem maximálního zkrácení vyvozené na vnitřní straně fixátoru radiální silou a maximálního zkrácením vyvozené silou axiální, dostaneme celkové maximální zkrácení podélných tyčí:</p> $\Delta l_1 = \Delta H + \Delta H_1 \quad (4.23.)$	<p>$3,92 \cdot 10^{-3}$ [mm]</p>
<p>Celkové maximální prodloužení podélných tyčí</p>	$ \Delta l_1 $	<p>Součtem maximálního zkrácení vyvozené axiální silou a maximálního prodloužení vyvozené silou radiální na vnější straně fixátoru, dostaneme celkové maximální prodloužení podélných tyčí:</p> $ \Delta l_1 = \Delta H - \Delta H_1 \quad (4.24.)$	<p>$5,9 \cdot 10^{-4}$ [mm]</p>
<p>Celková kroutící síla na průměru D_k, vyvozená kroutícím momentem M_k</p>	F_{krout}	<p>Na soustavu působí kroutící moment M_k. Tento moment odpovídá na ΦD_k síle F_{krout}.</p>  <p>Obrázek 28</p> $F_{krout} = \frac{2 \cdot M_k}{D_k} \quad (4.25.)$	<p>250 [N]</p>

<p>Kroutící síla na jednu podélnou tyč</p>	<p>F_{krout1}</p>	<p>Přepočet síly F_{krout} na jednu podélnou tyč (tato síla pak ohýbá tuto tyč).</p> $F_{krout1} = \frac{F_{krout}}{n_f} \quad (4.26.)$	<p>62,5 [N]</p>
<p>Maximální ohybový moment</p>	<p>M_{o1mx}</p>	<p><i>Odvození průběhu ohybového momentu</i></p> <p>Pro odvození ohybového momentu uvažujeme podélnou tyč jako vetknutý nosník, který má na svém konci nulové natočení (obrázek 29).</p>  <p>Obrázek 29</p> <p>Předpoklad natočení: $\varphi_{(x=H)} = 0 \quad (4.27.)$</p> <p>Součet všech sil v ose y je nulový:</p> $\sum F_{iy} = 0 \quad (4.28.)$ $0 = -F_{krout1} + R_y \Rightarrow R_y = F_{krout1} \quad (4.29.)$ <p>Ohybový moment v závislosti na souřadnici x:</p> $M_{o1(x)} = R_y \cdot x - M_A \quad (4.30.)$	

	<p>Derivace ohybového momentu 4.30.:</p> $\frac{dM_{o1(x)}}{dM_A} = -1 \quad (4.31.)$ <p>Dále použijeme Castignilianovu teorii o natočení pro okrajovou podmínku 4.27 a dosadíme příslušný ohybový moment 4.30. a derivaci ohybového momentu 4.31.:</p> $\varphi_{(x=H)} = 0 = \int_0^H M_{o1(x)} \cdot \frac{dM_{o1(x)}}{dM_A} dx \quad (4.32.)$ <p>získáme:</p> $0 = \left[M_A \cdot x - R_y \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^H \quad (4.33.)$ <p>a reakční moment:</p> $M_A = R_y \cdot \frac{H}{2} \quad (4.34.)$ <p>Po dosazení ohybového momentu 4.34 do 4.30, při použití 4.29 získáme následující vztah pro průběh ohybový moment podélné tyče fixátoru:</p> $\begin{aligned} M_{o1(x)} &= R_y \cdot x - M_A = R_y \cdot x - R_y \cdot \frac{H}{2} \\ &= F_{krout\ 1} \cdot x - F_{krout\ 1} \cdot \frac{H}{2} \end{aligned} \quad (4.35.)$ <p>Nulový moment působí uprostřed tyče</p> $M_{o1(x=\frac{H}{2})} = 0 \quad (4.36.)$ <p>Maxima a minima jsou v krajních bodech</p> $M_{o1(x=0)} = -R_y \cdot \frac{H}{2} \quad (4.37.)$ $M_{o1mx} = M_{o1(x=H)} = R_y \cdot \frac{H}{2} \quad (4.38.)$	<p>4375 [Nmm]</p>
--	--	-----------------------

<p>Maximální napětí podélných tyčí v ohybu</p>	<p>σ_{o1}</p>	<p>Ohybové napětí je pak:</p> $\sigma_{o1} = \frac{M_{o1(x=H)}}{w_{o1}} \quad (4.39.)$ <p>Příčemž průřezový modul v ohybu podélné tyče je:</p> $w_{o1} = \frac{\pi \cdot d_{sb}^3}{32} \quad (4.40.)$	<p>44,563 [MPa]</p>
<p>Maximální průhyb v místě maximáln. ohybového momentu</p>	<p>V_1</p>	<p>Použitím Castignilianovy věty o průhybu, dosazením rovnice průběhu ohybového momentu 4.35. a derivaci tohoto průběhu získáváme průhyb boční tyče:</p> $V_1 = \frac{\int_0^{x=H} (F_{krout} \cdot x - R_{krout} \cdot \frac{H}{2}) \cdot \left(\frac{d}{dF_{krout1}} (F_{krout} \cdot x - R_{krout} \cdot \frac{H}{2}) \right) dx}{E \cdot J_{t1}} \quad (4.41.)$ <p>Příčemž kvadratický moment podélné tyče je:</p> $J_{t1} = \frac{\pi \cdot d_{sb}^4}{64} \quad (4.42.)$	<p>0,139 [mm]</p>
<p>Maximální ohybový moment v kruhu</p>	<p>M_{o2mx} [mm]</p>	<p>Na obrázku 30 je zobrazena čtvrtina kruhu fixátoru, na který působí síly $F_{pk}/2$. (Ve skutečnosti působí na kruh síla F_{pk}, protože máme výpočetní model čtvrtinový, doplněný okrajovými podmínkami, tak používáme polovinu této síly.)</p>  <p>Obrázek 30</p>	

Součet sil v ose x:

$$\sum F_{ix} = 0 \quad (4.43.)$$

$$0 = R_2 - \frac{F_{pk}}{2} \quad (4.44.)$$

Součet sil v ose y:

$$\sum F_{iy} = 0 \quad (4.45.)$$

$$0 = R_1 - \frac{F_{pk}}{2} \quad (4.46.)$$

Součet momentů:

$$\sum M_{iB} = 0 \quad (4.47.)$$

$$R_1 \cdot R - \frac{F_{pk}}{2} \cdot R + M_A - M_B = 0 \quad (4.48.)$$

Součet momentů v místě o souřadnicích α :

$$-M_{o2(\alpha)} + R_1 \cdot R \cdot (1 - \cos(\alpha)) - \frac{F_{pk}}{2} \cdot R \cdot \sin(\alpha) + M_A = 0 \quad (4.49.)$$

Průběh ohybového momentu v závislosti na α je tedy:

$$M_{o2(\alpha)} = R_1 \cdot R \cdot (1 - \cos(\alpha)) - \frac{F_{pk}}{2} \cdot R \cdot \sin(\alpha) + M_A \quad (4.50.)$$

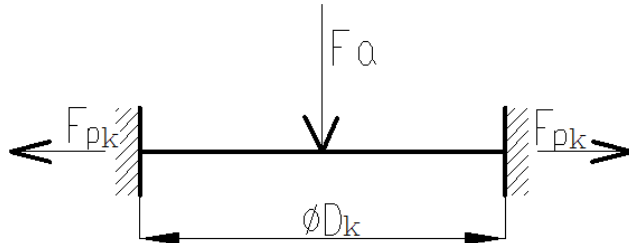
Jelikož kruh je podle rovnic 4.44.-4.48 staticky neurčitý, musíme použít okrajové podmínky 4.51. a 4.52 v kombinaci s Castignilianovou teorií, abychom získali reakce R_1 a M_A .

$$\varphi_{(\alpha=0)} = 0 = \frac{1}{E \cdot J_{t2}} \cdot \int_0^{\pi/2} M_{o2(\alpha)} \cdot \frac{dM_{o2(\alpha)}}{dM_A} R \cdot d\alpha \quad (4.51.)$$

$$w_{R_2} = 0 = \frac{1}{E \cdot J_{t2}} \cdot \int_0^{\pi/2} M_{o2(\alpha)} \cdot \frac{dM_{o2(\alpha)}}{dR_1} R \cdot d\alpha \quad (4.52.)$$

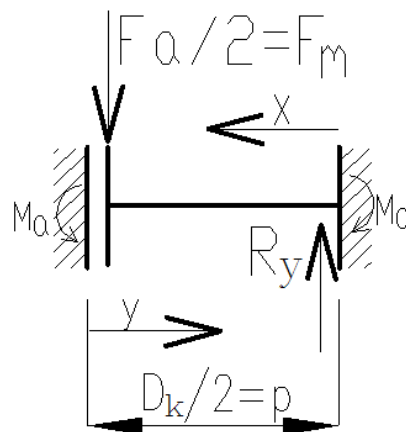
		<p>Z 4.51. vyplývá reakce R_1:</p> $R_1 = \frac{\frac{8 \cdot F_{pk}}{\pi \cdot 2} - F_{pk}}{\pi - \frac{8}{\pi}} \quad (4.53.)$ <p>Z 4.52. vyplývá reakce M_A:</p> $M_A = \frac{F_{pk} \cdot R + 2 \cdot R \cdot R_1 - \pi \cdot R \cdot R_1}{\pi} \quad (4.54.)$ <p>Maximální ohybový moment je pak v $\alpha = \frac{\pi}{2}$:</p> $M_{o2mx} = M_{o2(\alpha=\frac{\pi}{2})} =$ $= R_1 \cdot R \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) - \frac{F_{pk}}{2} \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + M_A \quad (4.55.)$	9510 [Nmm]
Maximální napětí kruhu v ohybu	σ_{o2}	<p>Maximální napětí je tedy:</p> $\sigma_{o2} = \frac{M_{o2(\alpha=\frac{\pi}{2})}}{w_{o2}} \quad (4.56.)$ <p>příčemž průřezový modul v ohybu je:</p> $w_{o2} = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (4.57.)$	50,719 [MPa]
Průhyb pod silou F_{pk}	w_{Fpk}	<p>Pomocí Castignilianovy věty vypočteme průhyb pod silou F_{pk}.</p> $w_{F_{pk}} = \frac{1}{E \cdot J_{t2}} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{o2(\alpha)} \cdot \frac{dM_{o2(\alpha)}}{dF_{pk}} R d\alpha \quad (4.58.)$ <p>Příčemž kvadratický moment kruhu je:</p> $J_{t2} = \frac{h \cdot b^3}{12} \quad (4.59.)$	0,016 [mm]

Na obrázku 31 je naznačen Kirschnerův drát jež je uchycen v kruhu fixátoru, na nějž působí síla F_a , a předpětí F_{pk} , jehož průměr je d_k .



Obrázek 31

Výpočet reakci:



Obrázek 32

Součet sil v ose y:

$$\sum F_{iy} = 0 \quad (4.60.)$$

$$0 = -F_m + R_y \Rightarrow R_y = F_m \quad (4.61.)$$

Průhyb
Kirschnerova
drátu

v_k

Ohybový moment v závislosti na souřadnici x:

$$M_{ok(x)} = -R_y \cdot x + M_a \quad (4.62.)$$

Předpokládáme okrajovou podmínku:

$$\varphi_{(x=p)} = 0 \quad (4.63.)$$

Tuto okrajovou podmínku aplikujeme na to, abychom zjistili reakční moment M_a . Podle Castignilianovy věty platí:

$$\varphi_{(x=p)} = 0 = \int_0^p M_{ok(x)} \cdot \frac{dM_{ok(x)}}{dM_a} dx \quad (4.64.)$$

Z toho plyne:

$$0 = \left[-M_a \cdot x + R_y \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^p \quad (4.65.)$$

a výsledný reakční moment:

$$M_a = R_y \cdot \frac{p}{2} = F_m \cdot \frac{p}{2} = F_a \cdot \frac{p}{4} \quad (4.66.)$$

Průběh ohybového momentu v závislosti na souřadnici x vychází ze vztahů 4.61., 4.62. a 4.66.

$$M_{ok(x)} = -\frac{F_a}{2} \cdot x + F_a \cdot \frac{p}{4}$$

Kvadratický moment Kirschnerova drátu je:

$$I_k = \frac{\pi \cdot d_k^4}{64} \quad (4.67.)$$

Následně použijeme pro výpočet průhybu analytickou metodu:

Natočení v závislosti na x:

$$\varphi_{i(x)} = \int \frac{-M_{ok(x)}}{E \cdot I_k} dx \quad (4.68.)$$

Po aplikaci okrajových podmínek

$$\varphi_{i(x=p)} = 0 \quad (4.69.)$$

vyjde:

$$\varphi_{i(x)} = \frac{1}{E \cdot I_k} \left(-F_a \cdot \frac{x^2}{4} + F_a \cdot \frac{p \cdot x}{4} \right) \quad (4.70.)$$

Průhyb Kirschnerova drátu je pak:

$$V_{ki(x)} = \int \varphi_{(x)} dy \quad (4.71.)$$

Po aplikaci okrajových podmínek $V_{k(x=0)} = 0$ vyjde:

$$V_{ki(x)} = \frac{1}{E \cdot I_k} \left(-F_a \cdot \frac{x^3}{12} + F_a \cdot \frac{p \cdot x^2}{8} \right) \quad (4.72.)$$

Vlivem předpětí F_{pk} , vzniká zpětný ohybový moment M_{okz} , který působí proti ohybovému momentu M_{ok} a zmenšuje tak výsledný průhyb Kirschnerova drátu.

$$M_{okzi(x)} = -F_{pk} \cdot V_{ki(x)} \quad (4.73.)$$

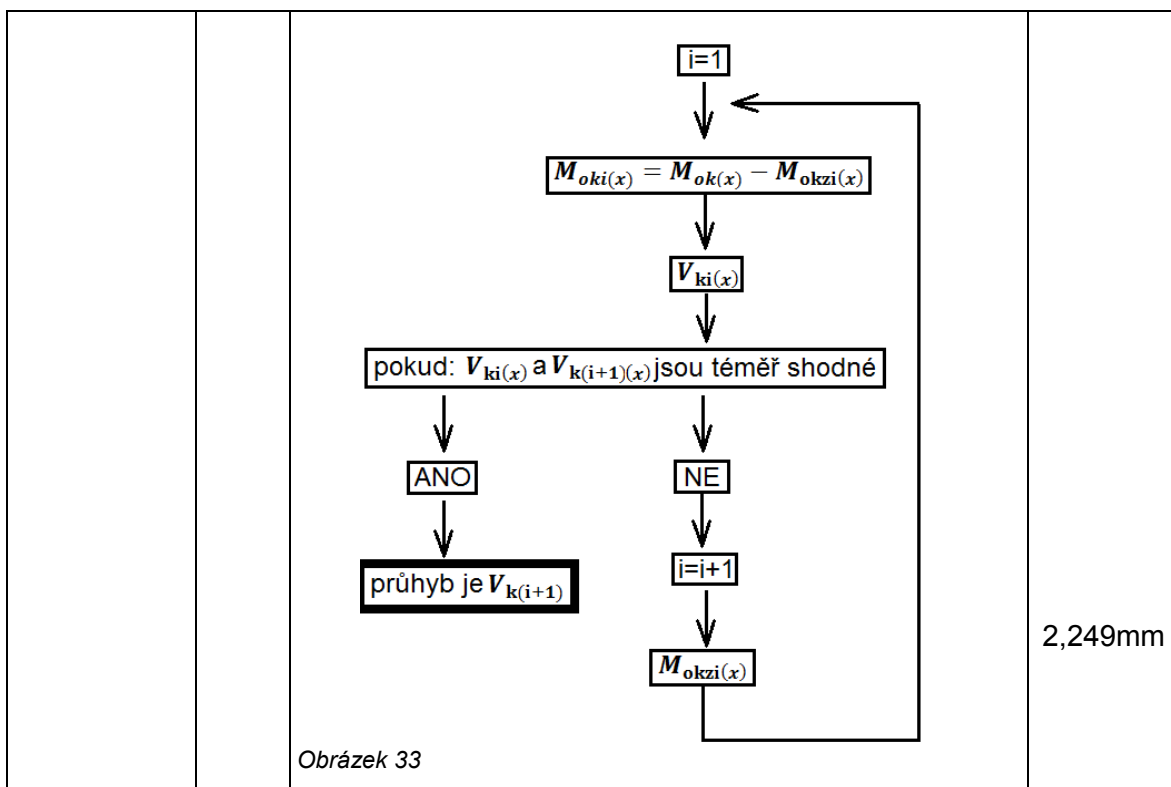
$$M_{okzi(x)} = -F_{pk} \cdot \left(\frac{1}{E \cdot I_k} \left(-F_a \cdot \frac{x^3}{12} + F_a \cdot \frac{p \cdot x^2}{8} \right) \right) \quad (4.74.)$$

Výsledný moment tedy bude:

$$M_{ok(i+1)(x)} = M_{ok(x)} - M_{okzi(x)} \quad (4.75.)$$

Z tohoto momentu následně opětovně vypočteme průhyb $V_{k(i+1)(x)}$. Vynásobením tohoto průhybu předepínající silou F_{pk} získáme zpětný moment $M_{okz(i+1)(x)}$, který odečteme od momentu $M_{ok(x)}$, a opět vypočteme průhyb $V_{k(i+1)(x)}$. Tento postup jsme opakovali tak dlouho, dokud dva po sobě vypočtené průhyby se lišily minimálně.

Pro přehlednost je na obrázku 33 uvedeno schéma tohoto postupu.

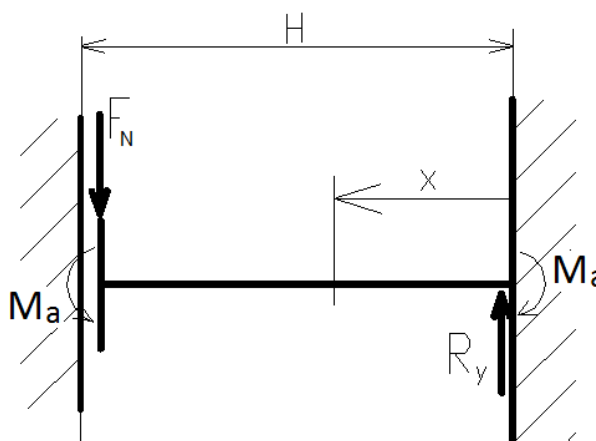


Oprava výpočtu

<p>Maximální ohybový moment v důsledku radiální síly</p>	<p>M_{o3mx}</p>	<p>Jelikož náš předchozí předpoklad, při zatížení radiální silou se v MKP výpočtu nepotvrdil jako správný, přistoupili jsme k opravě:</p> <p>Na soustavu působí radiální síla F_r</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>Obrázek 34</p> <p>Působí-li síla F_r na rameni $H+L$, potom podle momentové rovnováhy bude na rameni H působit síla:</p> $F_r' = \frac{F_r \cdot (H + L)}{H} \quad (4.76.)$	
--	------------------------------	---	--

Na každou podélnou tyč působí síla:

$$F_N = \frac{F_r}{n_f} \quad (4.77.)$$



Obrázek 35

Předpoklad natočení:

$$\varphi_{(x=H)} = 0 \quad (4.78.)$$

Součet sil v ose y:

$$\sum F_{iy} = 0 \quad (4.79.)$$

$$0 = -F_N + R_y \Rightarrow R_y = F_N \quad (4.80.)$$

Průběh ohybového momentu v závislosti na souřadnici x:

$$M_{o3(x)} = R_y \cdot x - M_A \quad (4.81.)$$

Derivace tohoto momentu pak je:

$$\frac{dM_{o3(x)}}{dM_A} = -1 \quad (4.82.)$$

Dále použijeme Castignilianovu teorii o natočení pro okrajovou podmínku 4.78 a dosadíme příslušný ohybový moment 4.81. a derivaci ohybového momentu 4.82.:

		$\varphi_{(x=H)} = 0 = \int_0^H (R_y \cdot x - M_A) \cdot (-1) dx \quad (4.83.)$ $0 = \left[M_A \cdot x - R_y \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^H \quad (4.84.)$ <p>Z toho plyne reakční moment M_A.</p> $M_A = R_y \cdot \frac{H}{2} \quad (4.85.)$ <p>Kombinací 4.80., 4.81. a 4.85. dostáváme ohybový moment v závislosti na souřadnici x:</p> $M_{o3(x)} = R_y \cdot x - M_A = R_y \cdot x - R_y \cdot \frac{H}{2} = F_N \cdot x - F_N \cdot \frac{H}{2} \quad (4.86.)$ <p>Nulový moment působí uprostřed tyče</p> $M_{o3(x=\frac{H}{2})} = 0 \quad (4.87.)$ <p>Maxima a minima jsou v krajních bodech</p> $M_{o3(x=0)} = -R_y \cdot \frac{H}{2} \quad (4.88.)$ $M_{o3mx} = M_{o3(x=H)} = R_y \cdot \frac{H}{2} \quad (4.89.)$	5313 [Nmm]
Maximální napětí podélných tyčí v ohybu	σ_{o3}	<p>Maximální napětí je pak:</p> $\sigma_{o3} = \frac{M_{o3(x=H)}}{w_{o1}} \quad (4.90.)$	54,113 [MPa]
Maximální průhyb v místě max. ohybového momentu.	V_3	<p>Použitím Castignilianovy věty o průhybu, dosazením rovnice průběhu ohybového momentu 4.86. a derivace tohoto průběhu získáváme průhyb boční tyče:</p> $V_3 = \frac{\int_0^{x=H} (F_N \cdot x - R_y \cdot \frac{H}{2}) \cdot (\frac{d}{dx} (F_N \cdot x - R_y \cdot \frac{H}{2})) dx}{E \cdot J_{t1}} \quad (4.91.)$	0,168 [mm]

Tabulka 7

5. MKP výpočet

Následující kapitola se zabývá výpočty zvolené varianty fixátoru pomocí metody konečných prvků (MKP). K výpočtu byl použit program Ansys Workbench 13. V kapitole je nejprve rozebrána problematika geometrického modelu, následovaná kapitolou o výpočetním modelu a kapitolou s výsledky.

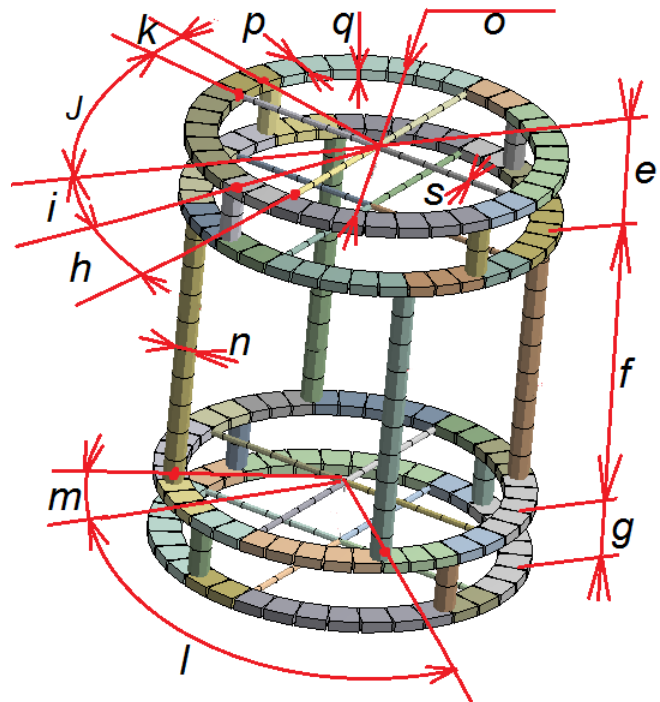
5.1. Geometrický model

Abychom mohli provést výpočet, museli jsme nejdříve vytvořit model.

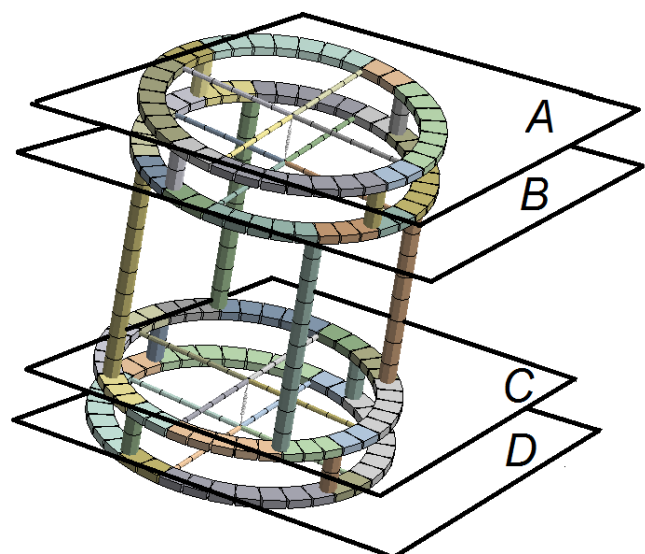
Model lze vytvořit zvlášť v CAD programech, které jsou na modelování specializované a poté je lze importovat do výpočetního programu ve formátech typu iges, parasolid či step. My však využili druhé možnosti a to implementovaného modeláře přímo v programu Workbench 13, který jsme zvolili pro výpočet úlohy. Modelování ve Workbenchu nám umožňuje použít parametry, jež nám zaručují rychlou změnu rozměru, aniž bychom museli vytvářet model nový. Vybrané kóty, které jsou zadány parametricky, jsou uvedeny na obrázku 36.

Pro přehlednost jsou zde vyznačeny kóty jen v některých rovinách. Rozměry h , i , j , k , o , m , l však jdou změnit v kterékoliv rovině A, B, C, D (obrázek 37). U podélných tyčí se parametrem mění koncový bod a ne celá tyč. Díky tomuto lze

podélné tyče natočit tak, aby jejich osa nebyla kolmá vůči rovinám. Toho však v našem



Obrázek 36



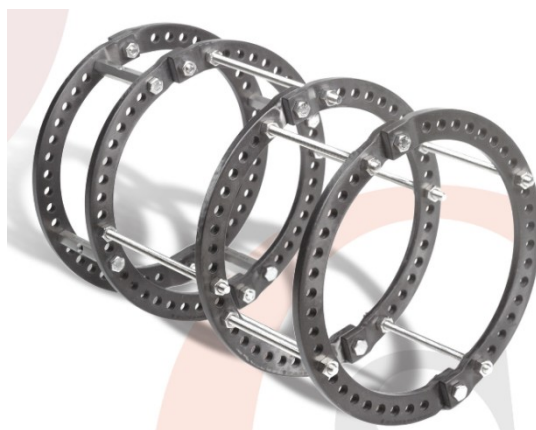
Obrázek 37

modelu nevyužíváme. Dále je nutno poznamenat, že podélné tyče jdou natočit, pouze jako dvojice s protilehlou tyčí. To znamená, že posunutím jedné, se druhá tyč naproti natočí tak, aby vůči sobě byli znovu o 180°.

Změnou parametrů „s“ a „n“ se změní veškeré průměry Kirschnerových drátů („s“) v modelu a veškerých podélných tyčí („n“). Všechny tyče musí mít tedy shodný rozměr, stejně tak všechny Kirschnerovy dráty. Parametry obdélníkového průřezu kruhů $p \times q$ lze rovněž nastavit pouze pro všechny roviny stejně.

Kóty e, f, g nám umožňují měnit délku podélných tyčí, respektive vzdálenost rovin A, B, C, D mezi sebou, ve kterých leží kruhy.

Na modelu je zjednodušeno uchycení tyčí ke kruhům. Oproti reálnému modelu (obrázek 38) chybí díry v kruzích z toho důvodu, že u vybraného prvku line body (viz. níže) nelze namodelovat jednoduše otvory. V úvahu nebylo bráno ani zkosení ostrých hran. Dále zde byly zjednodušeny Kirschnerovy dráty, jejichž dvojice se ve stejných rovinách protínají. Ve skutečnosti se však tyto dráty neprotínají. Všechna tato zjednodušení jsme provedli po důkladné analýze toho, jak velký vliv mají na konečný výpočet.

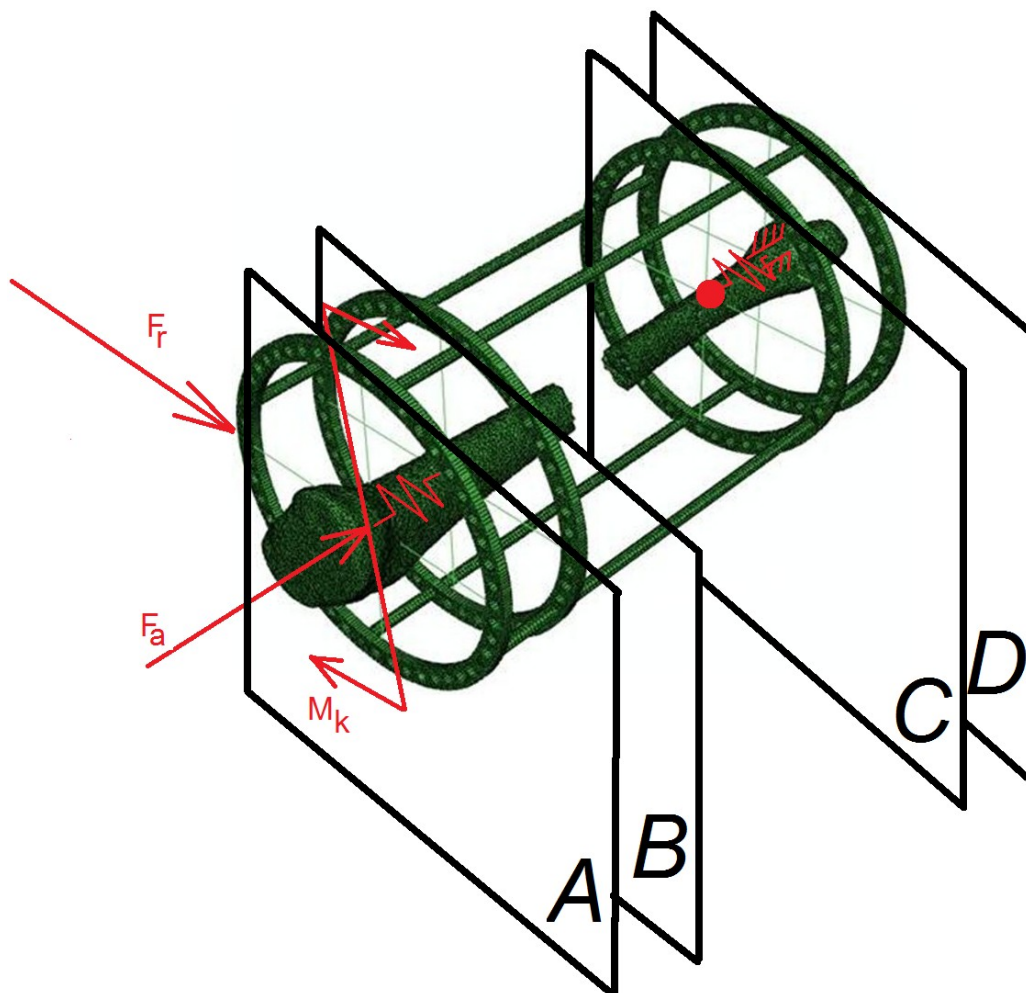


Obrázek 38[14]

Rozměry fixátoru jsou uvedeny v kapitole 3.2 v tabulce 4.

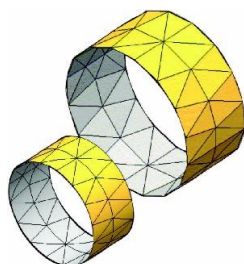
5.2. Výpočetní model

V modelu (obr. 39) jsou zachyceny okrajové podmínky. Na průsečík Kirschnerových drátů v rovině „A“ působí axiální síla F_a . Dále pak působí na kruh radiální síla F_r a krouticí moment M_k (M_k působí taky v rov. B). V rovině „C“ v průsečíku Kirschnerových drátů je aplikována pevná vazba, která odebírá všech šest stupňů volnosti a je v obrázku označena červenou tečkou. V rovině „D“ je zavedena vazba posuvná, která dovoluje pouze posuv v axiálním směru osy fixátoru. Jelikož mezi jednotlivými dvojicemi Kirschnerových drátů (mezi rovinami A-B a C-D) je upevněna kost. Nemohli jsme zanedbat její tuhost. Výpočet její tuhosti je v kapitole 3.6. Tato tuhost je naznačena v obrázku pružinkami.

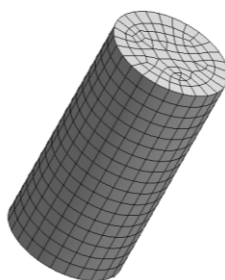


Obrázek 39[11]

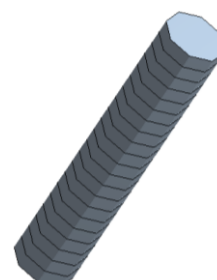
Výpočetní model lze sestavit pomocí prvků shell(skořepina) (obr.40), solid body(objemové těleso) (obr.41) nebo line body(nosníkový element) (obr.42).



Obrázek 40[13]



Obrázek 41



Obrázek 42

Z konstrukce skutečného fixátoru je patrné, že téměř všechny části jsou složeny z přímých a zakřivených prutů. Proto jsme zvolili pro náš výpočetní model nosníkový prvek. Tento prvek má největší výhodu v tom, že obsahuje o mnoho méně uzlů než skořepinové a objemové prvky, čímž se zkrátily nároky na počítačový hardware a výpočtový čas. Jeho nevýhoda je ta, že můžeme používat pouze konstantní průřez elementů, což nás trošku omezuje v modelování detailů. Po uvážení všech kladů a záporů jsme však byli ochotni tyto detaily zanedbat, protože nám ovlivní výsledek pouze nepatrně.

Parametry síťového modelu, stejně jako teplota okolí a hmotnost modelu jsou v tabulce 8.

Teplota okolí	22°C	
MKP síť	uzlů	616
	elementů	320
Hmotnost modelu	m=1,748Kg	

Tabulka 8

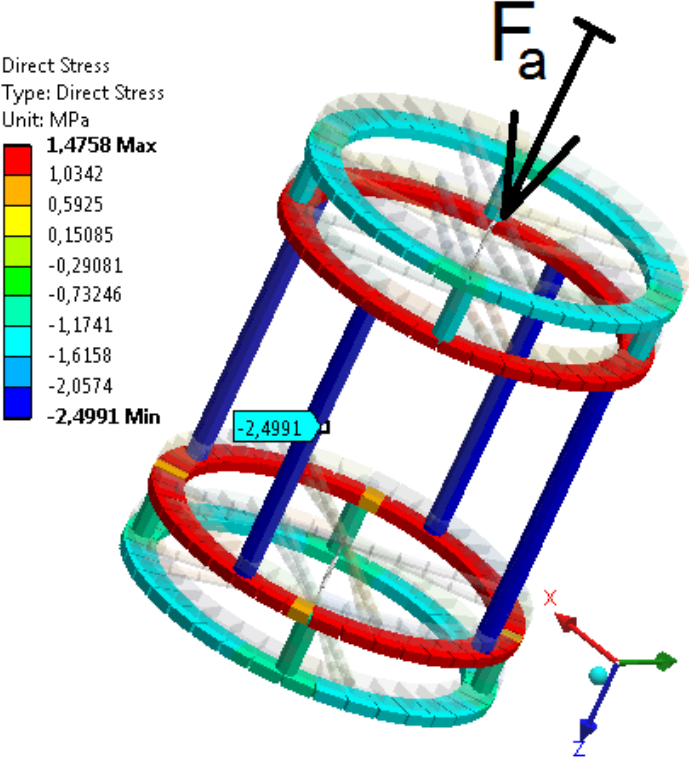
Jako použitý materiál byla vybrána ocel, jejíž parametry jsou v kapitole 2, v tabulce 2.

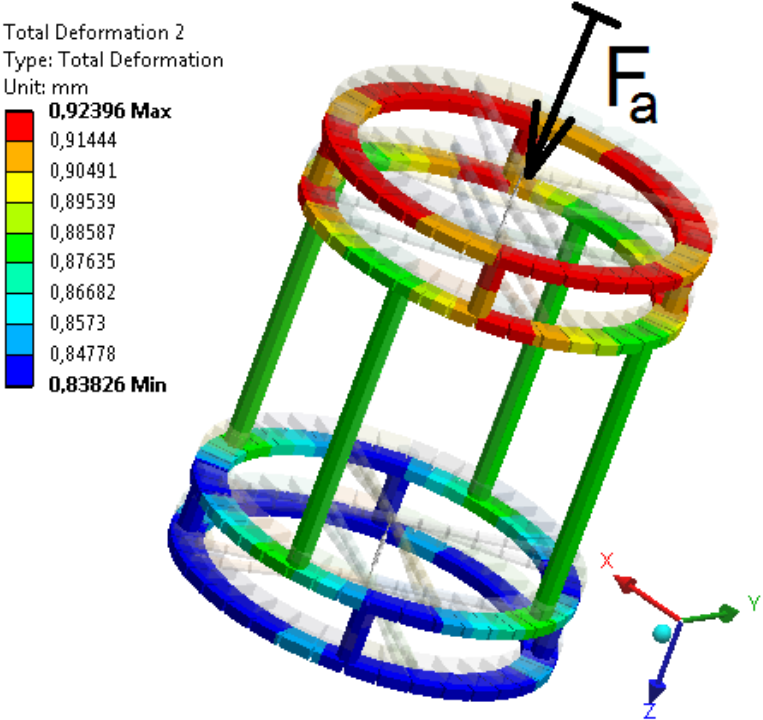
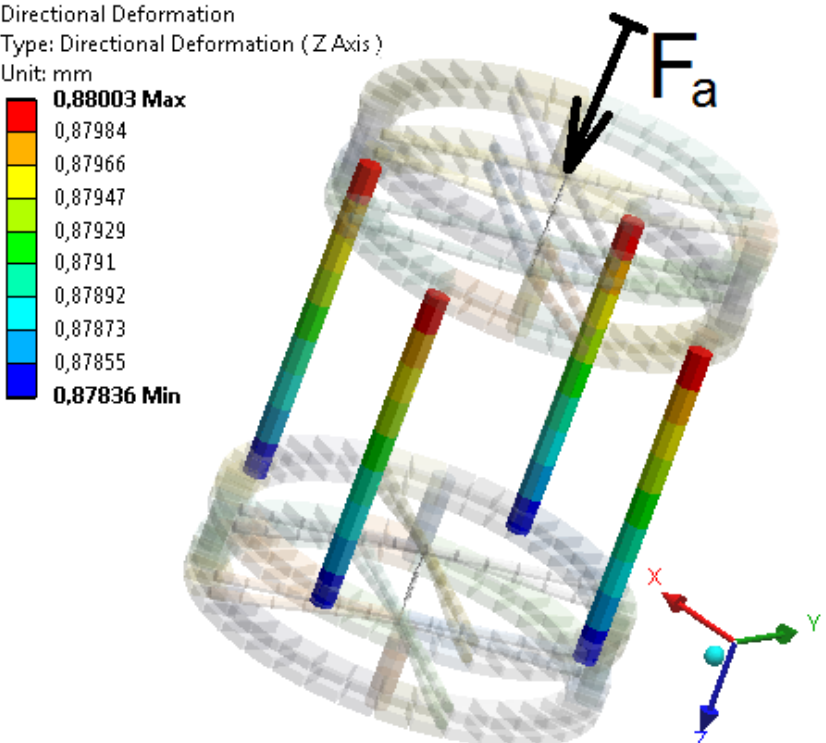
5.3. Výsledky MKP výpočtu

Výsledky v kapitole jsou pro přehlednost seřazeny v tabulce. V prvním sloupci je uvedeno vnější zatížení, které působí na fixátor. Hodnoty těchto zatížení jsou uvedeny v kapitole 3.4 a okrajové podmínky v kapitole 5.2. Ve druhém sloupci je napsáno, co chceme výpočtem zjistit (hledaná hodnota) a ve třetím sloupci vyšetřované místo fixátoru (řešená část fixátoru). Čtvrtý sloupec je výsledek, který se skládá z barevného obrázku (výsledku MKP výpočtu) a barevné palety, přiřazující barvě vypočítané hodnoty a jednoduchý popis.

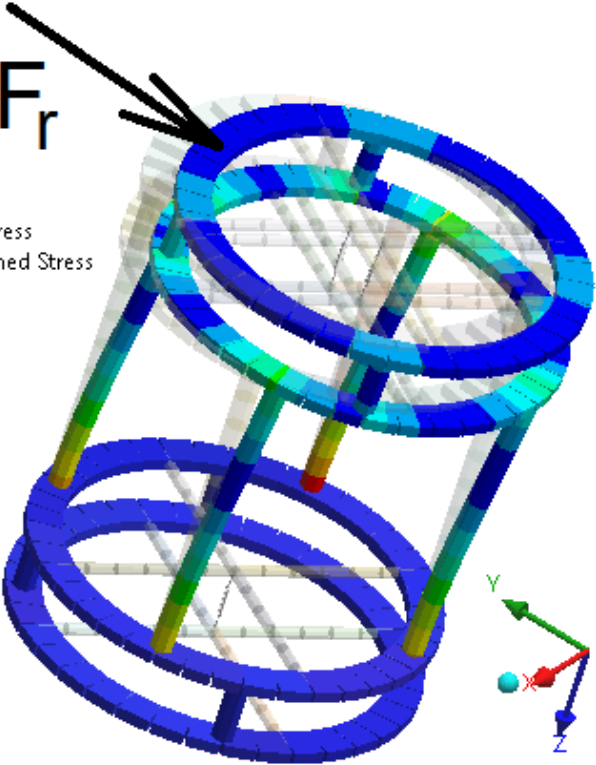
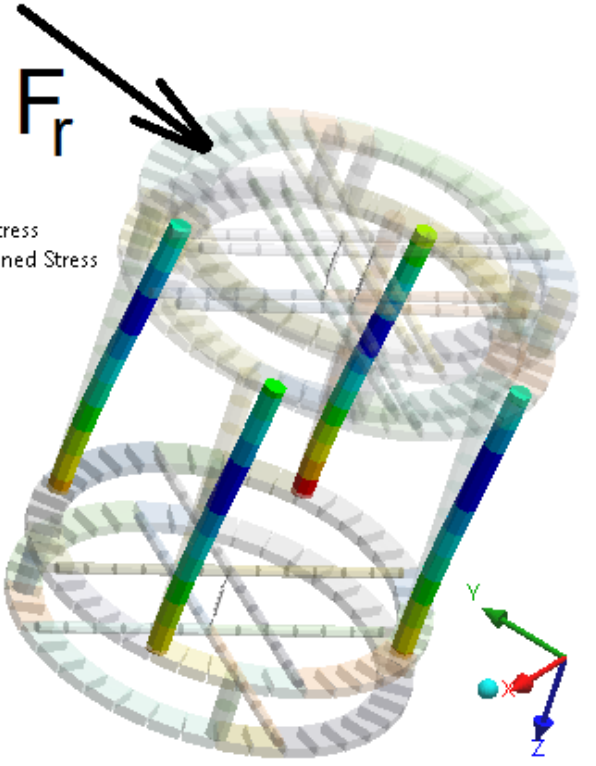
Vysvětlivky:

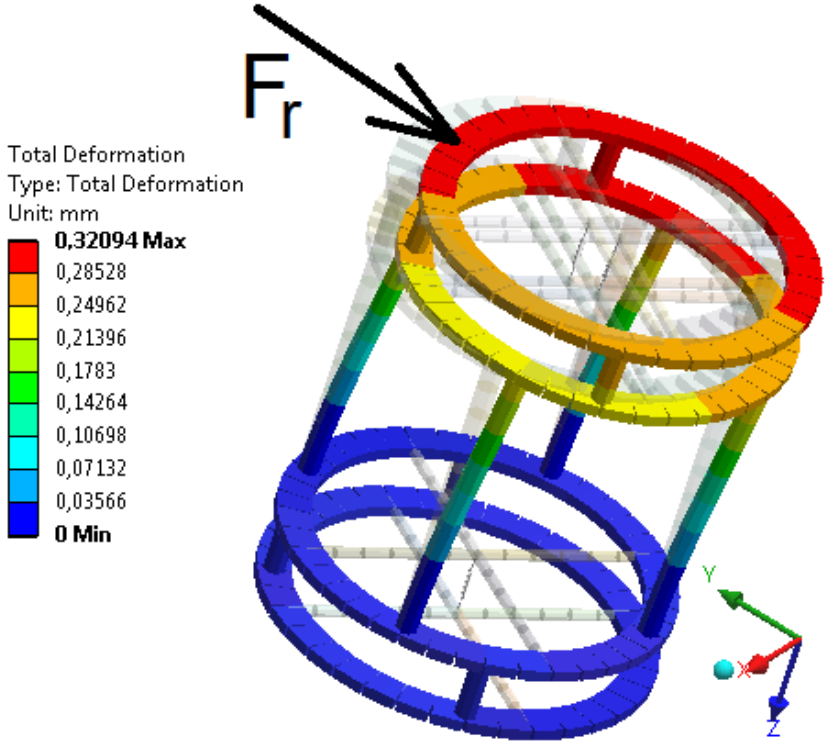
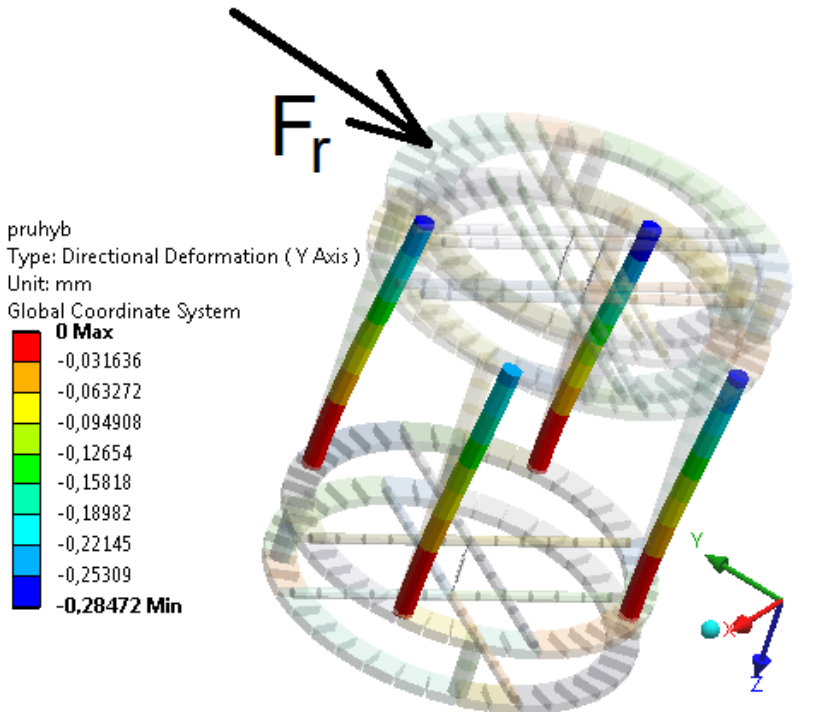
- Normálové napětí= napětí vyšetřovaného elementu kolmé na vnější sílu
- Kombinované napětí=vznikne lineární kombinací normálového napětí a maximálního ohybového napětí
- Celková deformace= deformace, která vznikla geometrickým součtem deformací v osách x, y, z
- Celkový ohybový moment=celkový ohybový moment, který vznikl geometrickým součtem dílčích ohybových momentů v osách x, y, z.

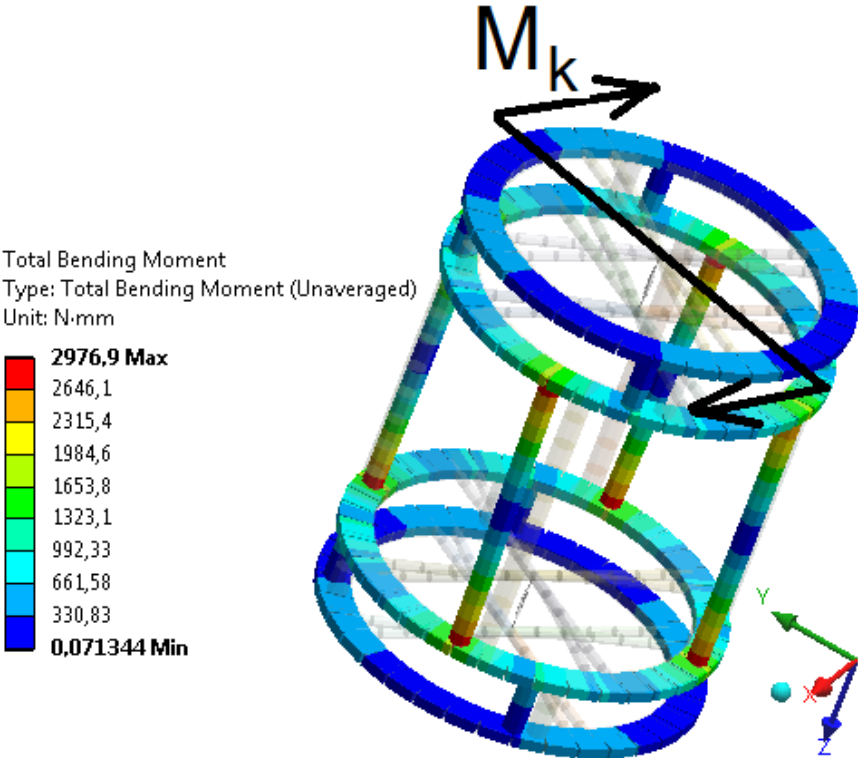
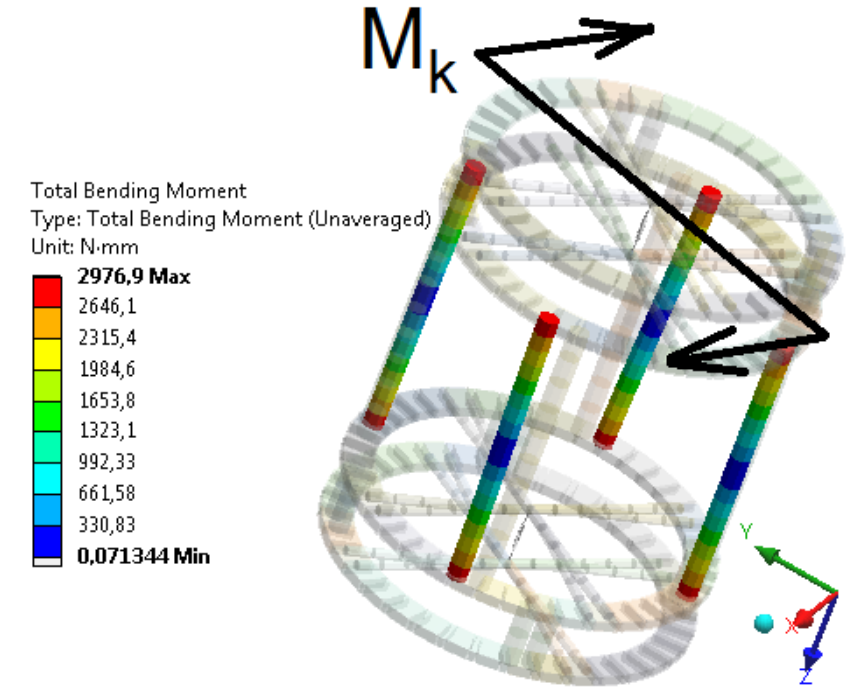
Zatížení	Druh výpočtu	Vyšetřované místo	Výpočet-výsledek
Axiální síla F_a	Normálové napětí v ose z σ_{d1} [MPa]	Podélné tyče	 <p>Direct Stress Type: Direct Stress Unit: MPa</p> <p>1,4758 Max 1,0342 0,5925 0,15085 -0,29081 -0,73246 -1,1741 -1,6158 -2,0574 -2,4991 Min</p> <p>-2,4991</p> <p>Obrázek 43</p>

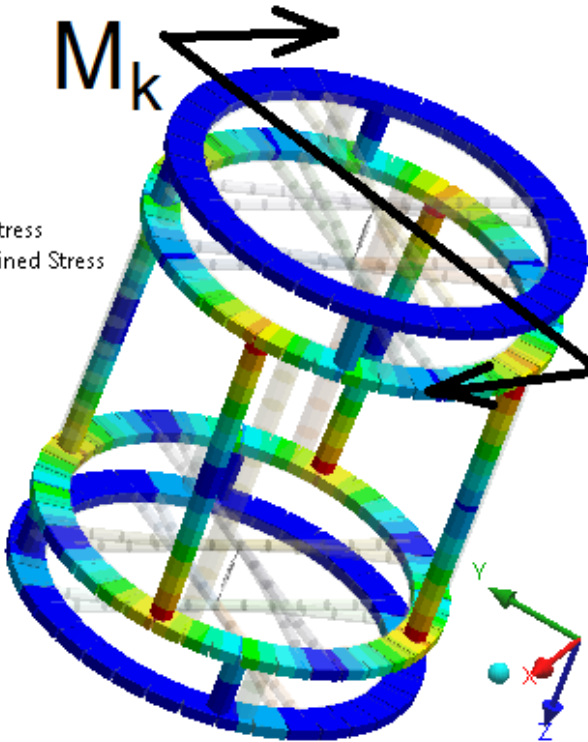
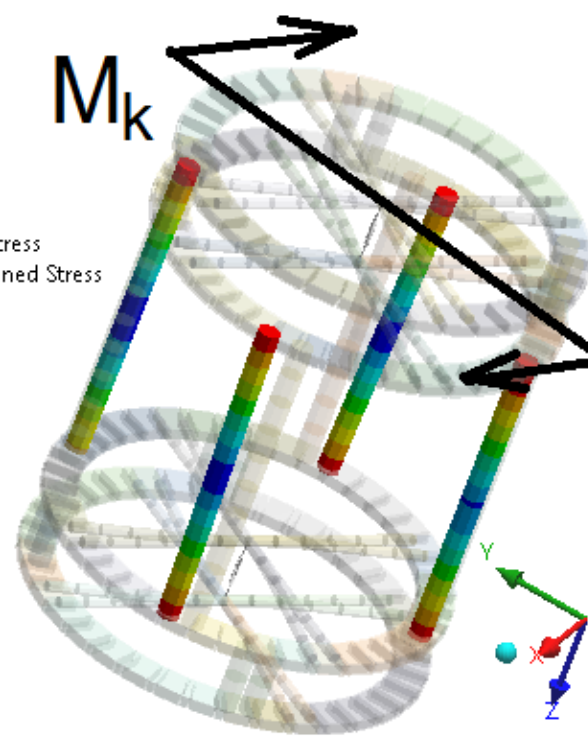
Axiální síla F_a	Celková deformace	Celý fixátor	<p>Total Deformation 2 Type: Total Deformation Unit: mm</p>  <p>0,92396 Max 0,91444 0,90491 0,89539 0,88587 0,87635 0,86682 0,8573 0,84778 0,83826 Min</p> <p>Obrázek 44</p>
Axiální síla F_a	Zkrácení ΔH [mm] v ose z	Podélné tyče	<p>Directional Deformation Type: Directional Deformation (Z Axis) Unit: mm</p>  <p>0,88003 Max 0,87984 0,87966 0,87947 0,87929 0,8791 0,87892 0,87873 0,87855 0,87836 Min</p> <p>Obrázek 45</p> <p>Po odečtení nejmenší a největší deformace je $\Delta H = 0,88003 - 0,87836 = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$</p>

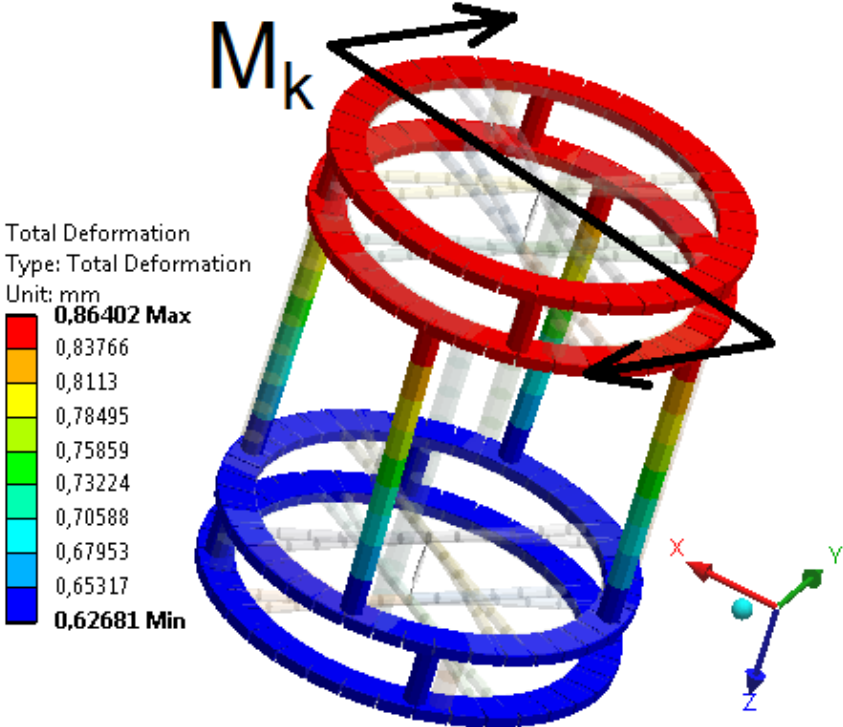
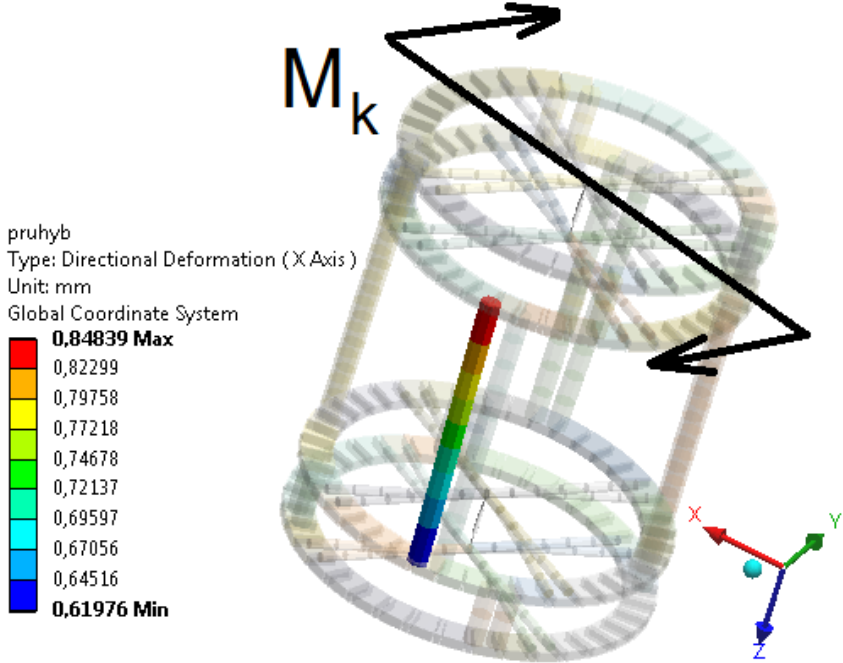
Radiální síla	Celkový ohybový moment M_{03} [Nmm]	Celý fixátor	<p>Total Bending Moment Type: Total Bending Moment (Unaveraged) Unit: N-mm</p> <p>6548,5 Max</p> <p>5820,9 5093,3 4365,6 3638 2910,4 2182,8 1455,2 727,61 0 Min</p> <p>Obrázek 46</p> <p><i>Pevná vazba není zde uchycena podle kapitoly 5.2 v průřezu Kirschnerových drátů, ale je použita na celý druhý spodní kruh.</i></p>
Radiální síla F_r	Celkový ohybový moment M_{03} [Nmm]	Podélné tyče(detail)	<p>Total Bending Moment Type: Total Bending Moment (Unaveraged) Unit: N-mm</p> <p>6548,5 Max</p> <p>5845,2 5141,9 4438,5 3735,2 3031,9 2328,6 1625,3 922,01 218,71 Min</p> <p>Obrázek 47</p> <p><i>Pevná vazba není zde uchycena podle kapitoly 5.2 v průřezu Kirschnerových drátů, ale je použita na celý druhý spodní kruh zdola.</i></p>

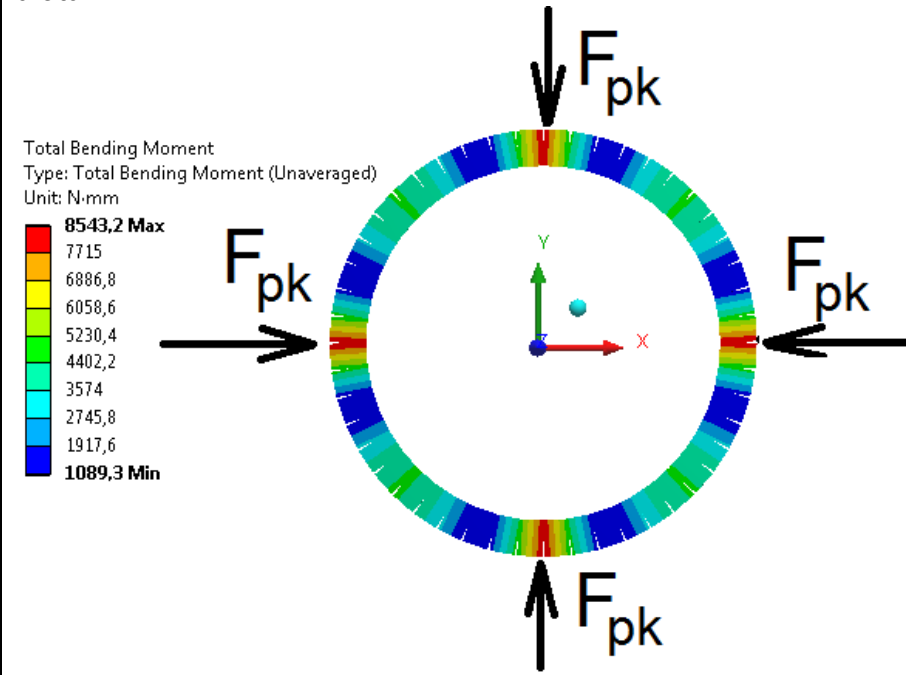
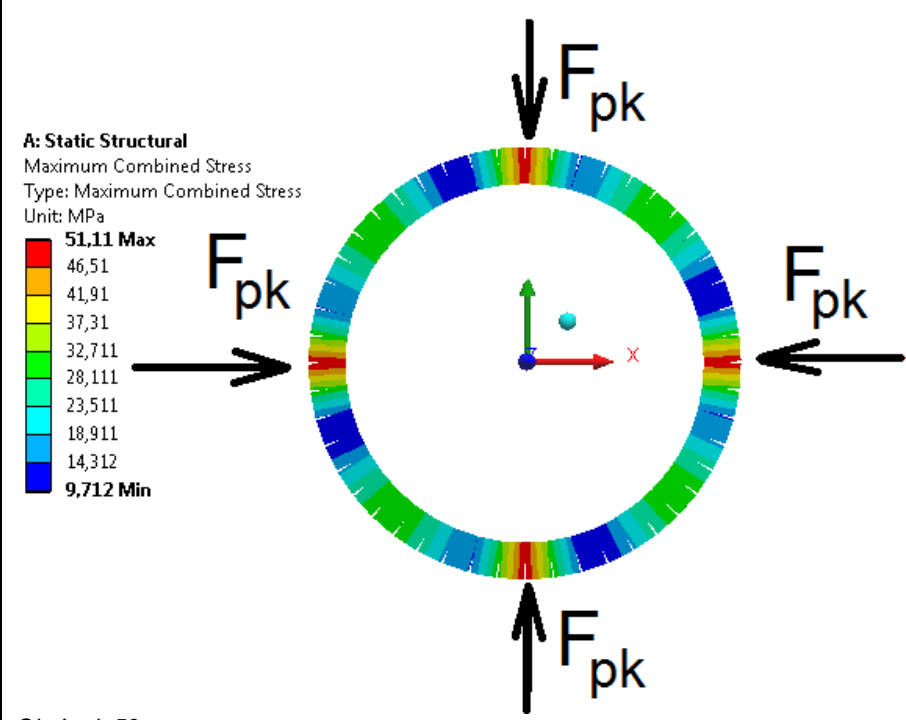
Radiální síla F_r	Kombinované napětí σ_{03} [MPa]	Celý fixátor	<p>Maximum Combined Stress Type: Maximum Combined Stress Unit: MPa</p> <p>65,926 Max</p> <p>58,601 51,276 43,951 36,626 29,301 21,975 14,65 7,3251 0 Min</p>  <p>Obrázek 48</p> <p><i>Pevná vazba není zde uchycena podle kapitoly 5.2 v průřezu Kirschnerových drátů, ale je použita na celý druhý spodní kruh zdola.</i></p>
Radiální síla F_r	Kombinované napětí σ_{03} [MPa]	Podélné tyče(detail)	<p>Maximum Combined Stress Type: Maximum Combined Stress Unit: MPa</p> <p>65,926 Max</p> <p>58,656 51,386 44,115 36,845 29,575 22,305 15,034 7,7642 0,49389 Min</p>  <p>Obrázek 49</p> <p><i>Pevná vazba není zde uchycena podle kapitoly 5.2 v průřezu Kirschnerových drátů, ale je použita na celý druhý spodní kruh.</i></p>

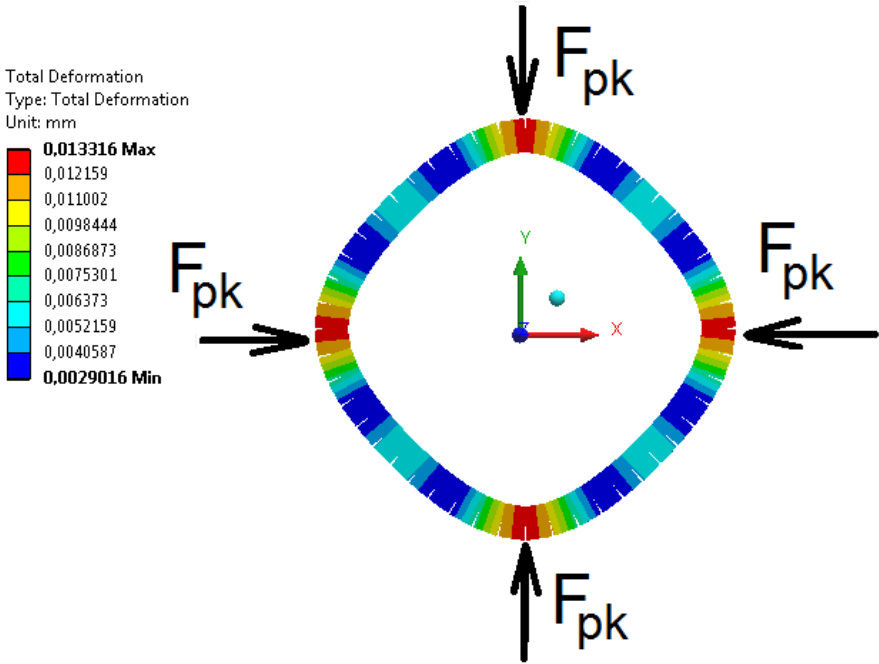
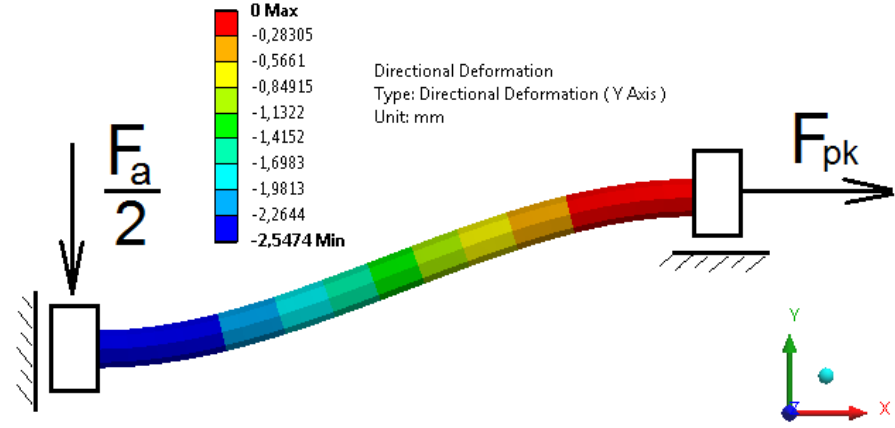
Radiální síla F_r	Celková deformace[mm]	Celý fixátor	 <p>Total Deformation Type: Total Deformation Unit: mm</p> <p>0,32094 Max</p> <p>0,28528 0,24962 0,21396 0,1783 0,14264 0,10698 0,07132 0,03566 0 Min</p> <p>Obrázek 50</p> <p><i>Pevná vazba není zde uchycena podle kapitoly 5.2 v průřezu Kirschnerových drátů, ale je použita na celý druhý spodní kruh.</i></p>
Radiální síla F_r	Průhyb V_3 [mm] v ose y	Podélné tyče	 <p>pruhyb Type: Directional Deformation (Y Axis) Unit: mm Global Coordinate System</p> <p>0 Max</p> <p>-0,031636 -0,063272 -0,094908 -0,12654 -0,15818 -0,18982 -0,22145 -0,25309 -0,28472 Min</p> <p>Obrázek 51</p> <p><i>Pevná vazba není zde uchycena podle kapitoly 5.2 v průřezu Kirschnerových drátů, ale je použita na celý druhý spodní kruh.</i></p>

<p>*Kroučící moment M_k</p>	<p>Celkový ohybový momentu M_{o1}</p>	<p>Celý fixátor</p>	 <p>Total Bending Moment Type: Total Bending Moment (Unaveraged) Unit: N·mm</p> <p>2976,9 Max 2646,1 2315,4 1984,6 1653,8 1323,1 992,33 661,58 330,83 0,071344 Min</p> <p>Obrázek 52</p>
<p>*Kroučící moment M_k</p>	<p>Celkový ohybový momentu M_{o1}</p>	<p>Podélné tyče(detail)</p>	 <p>Total Bending Moment Type: Total Bending Moment (Unaveraged) Unit: N·mm</p> <p>2976,9 Max 2646,1 2315,4 1984,6 1653,8 1323,1 992,33 661,58 330,83 0,071344 Min</p> <p>Obrázek 53</p>

<p>*Kroučící moment M_k</p>	<p>Kombinované napětí σ_{o1}[MPa]</p>	<p>Celý fixátor</p>	 <p>Maximum Combined Stress Type: Maximum Combined Stress Unit: MPa 30,299 Max 26,932 23,566 20,199 16,833 13,466 10,1 6,7335 3,367 0,00051464 Min</p> <p>Obrázek 54</p>
<p>*Kroučící moment M_k</p>	<p>Kombinované napětí σ_{o1}[MPa]</p>	<p>Podélné tyče(detail)</p>	 <p>Maximum Combined Stress Type: Maximum Combined Stress Unit: MPa 30,299 Max 26,932 23,566 20,199 16,833 13,466 10,1 6,7335 3,367 0,00051464 Min</p> <p>Obrázek 55</p>

*Kroučící moment M_k	Celková deformace[mm]	<p data-bbox="411 539 443 703">Celý fixátor</p>  <p data-bbox="507 439 759 846">Total Deformation Type: Total Deformation Unit: mm 0,86402 Max 0,83766 0,8113 0,78495 0,75859 0,73224 0,70588 0,67953 0,65317 0,62681 Min</p> <p data-bbox="512 1010 639 1032">Obrázek 56</p>
*Kroučící moment M_k	Maximální průhyb V_1 [mm]	<p data-bbox="411 1234 443 1868">Podélná tyč(ostatní mají téměř stejný průhyb)</p>  <p data-bbox="507 1402 863 1794">pruhyb Type: Directional Deformation (X Axis) Unit: mm Global Coordinate System 0,84839 Max 0,82299 0,79758 0,77218 0,74678 0,72137 0,69597 0,67056 0,64516 0,61976 Min</p> <p data-bbox="512 1850 639 1872">Obrázek 57</p> <p data-bbox="507 1917 1118 1984">Po odečtení nejmenšího a největšího průhybu $V=0,84839-0,61976=0,22863\text{mm}$</p>

<p>Síla od předpětí F_{pk}</p>	<p>Celkový ohýbový moment M_{o2}[Nmm]</p>	<p>Na kruh působí síla F_{pk}, která je důsledkem předpětí Kirschnerových drátů.</p>  <p>Total Bending Moment Type: Total Bending Moment (Unaveraged) Unit: N-mm</p> <table border="1"> <tr><td>8543,2 Max</td></tr> <tr><td>7715</td></tr> <tr><td>6886,8</td></tr> <tr><td>6058,6</td></tr> <tr><td>5230,4</td></tr> <tr><td>4402,2</td></tr> <tr><td>3574</td></tr> <tr><td>2745,8</td></tr> <tr><td>1917,6</td></tr> <tr><td>1089,3 Min</td></tr> </table> <p>Obrázek 58</p>	8543,2 Max	7715	6886,8	6058,6	5230,4	4402,2	3574	2745,8	1917,6	1089,3 Min
8543,2 Max												
7715												
6886,8												
6058,6												
5230,4												
4402,2												
3574												
2745,8												
1917,6												
1089,3 Min												
<p>Síla od předpětí F_{pk}</p>	<p>Kombinované napětí σ_{o2}</p>	 <p>A: Static Structural Maximum Combined Stress Type: Maximum Combined Stress Unit: MPa</p> <table border="1"> <tr><td>51,11 Max</td></tr> <tr><td>46,51</td></tr> <tr><td>41,91</td></tr> <tr><td>37,31</td></tr> <tr><td>32,711</td></tr> <tr><td>28,111</td></tr> <tr><td>23,511</td></tr> <tr><td>18,911</td></tr> <tr><td>14,312</td></tr> <tr><td>9,712 Min</td></tr> </table> <p>Obrázek 59</p>	51,11 Max	46,51	41,91	37,31	32,711	28,111	23,511	18,911	14,312	9,712 Min
51,11 Max												
46,51												
41,91												
37,31												
32,711												
28,111												
23,511												
18,911												
14,312												
9,712 Min												

Síla od předpětí F_{pk}	Celková deformace $w_{F_{pk}}$	<p>Kruh</p>  <p>Total Deformation Type: Total Deformation Unit: mm</p> <ul style="list-style-type: none"> 0,013316 Max 0,012159 0,011002 0,0098444 0,0086873 0,0075301 0,006373 0,0052159 0,0040587 0,0029016 Min <p>Obrázek 60</p>
Axiální síla F_a , předepínající síla F_{pk}	průhyb V_k	<p>Kirschnerův drát</p> <p>Na Kirschnerův drát působí síla F_a, z důvodů použití symetrie je v modelu její polovina. Drát je zároveň napínán předepínací silou F_{pk}.</p>  <p>Directional Deformation Type: Directional Deformation (Y Axis) Unit: mm</p> <ul style="list-style-type: none"> 0 Max -0,28305 -0,5661 -0,84915 -1,1322 -1,4152 -1,6983 -1,9813 -2,2644 -2,5474 Min <p>Obrázek 61</p>

Tabulka 9

*Moment M_k působí i v rovině B, tak jak je popsáno v kapitole 5

6. Vyhodnocení výsledků

Následující kapitoly se zabývají vyhodnocením výsledků, jež byly počítány v kapitolách 4.3., 4.4. a 5.3. První část je porovnání výsledků počítaných analyticky a MKP. V další části jsou pak tyto výsledky a jejich správnost podrobněji rozebrány.

6.1. Porovnání analytických a MKP výsledků

Kapitola porovnává jednotlivé vypočítané analytické a MKP výsledky, tyto výsledky jsou seřazeny do tabulky. První sloupec tabulky popisuje, co porovnáváme. Ve druhém sloupci je označení a jednotka porovnávané hodnoty a ve třetím a čtvrtém sloupci jsou hodnoty analytického a MKP výpočtu.

Druh výpočtu	označ	Analyticky výpočet	MKP výpočet
normálové napětí σ_{d1} v ose podélné tyče vyvolané axiální silou F_a	σ_{d1} [MPa]	2,497	2,4991
zkrácení ΔH v ose podélné tyče vyvolané axiální silou F_a	ΔH [mm]	$1,665 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$
celkový ohybový moment M_{o3} v podélné tyči vyvozené radiální silou F_r	M_{o3} [Nmm]	5313	6548,5
kombinované napětí σ_{o3} v podélné tyči vyvozené radiální silou F_r	σ_{o3} [MPa]	54,113	65,926
průhyb V_3 podélné tyče vyvozené radiální silou F_r	V_3 [mm]	0,168	0,28427
celkový ohybový momentu M_{o1} podélné tyče v důsledku krouticího momentu M_k	M_{o1} [Nmm]	4375	2976,9
kombinované napětí σ_{o1} v podélné tyči v důsledku krouticího momentu M_k	σ_{o1} [MPa]	44,563	30,299
maximální průhyb V_1 podélné tyče v důsledku krouticího momentu M_k	V_1 [mm]	0,139	0,22863
ohybový moment v kruhu v důsledku předpětí Kirschnerových drátů	M_{o2} [Nmm]	9510	8543,2
celkové napětí kruhu v důsledku předpětí Kirschnerových drátů	σ_{o2} [MPa]	50,719	51,11
celková deformace kruhu v důsledku předpětí Kirschnerových drátů	w_{Fpk} [mm]	0,016	0,0133
průhyb Kirschnerova drátu	$V_k(V_{kk})$ [mm]	2,249-iteračně (2,411- literatura)	2,5474

Tabulka 10

6.2. Zhodnocení výsledků

Nejprve vyhodnotíme jednotlivé vnější způsoby zatěžování:

- Při namáhání axiální silou F_a jsou výsledky jak analytické tak MKP téměř shodné, můžeme je tedy považovat za správné a v praxi použitelné.
- Při zatěžování radiální silou F_r :
 - Nejprve jsme předpokládali, že se bude fixátor ohýbat, jako vetknutá tyč, na jejímž konci působí radiální síla. Z toho jsme usoudili, že podélné tyče na vnější straně ohýbaného fixátoru budou namáhány na tah a na jeho vnitřní straně budou namáhány na tlak. Tento předpoklad se nám však nepotvrdil MKP výpočtem, neboť fixátor se choval zcela odlišně od naší úvahy.
 - To nás vedlo ke korekci analytického výpočtu. Počítali jsme podélné tyče jako vetknutý nosník s nulovým natočením na jeho konci, na nějž působí radiální síla. Takto vypočítané výsledky se ukázaly jako lepší v porovnání s předchozí variantou, nicméně stejně vykazují asi třetinovou odchylku od MKP výpočtu. Tato odchylka je způsobena tím, že kruhy držící podélné tyče umožňují jejich lehké natočení, neboť nejsou dostatečně tuhé na to, aby jejich natočení zachytily úplně. Výsledek analytického výpočtu je možné použít pro zjednodušený odhad.
- Při namáhání krouticím momentem M_k :
 - Bylo důsledkem opět namáhání tyčí na ohyb. Tento problém jsme znovu řešili jako vetknutý nosník, na jehož konci je nulové natočení. Porovnáme-li tyto výsledky s MKP analýzou, zjišťujeme opět, že výsledky se vůči sobě liší zhruba o třetinu. Toto je znovu důsledkem úvahy zjednodušení analytického výpočtu a to nulové natočení na konci podélné tyče. Výsledek analytického výpočtu je možné použít pro zjednodušený odhad.

Jelikož zohlednit tuhost soustavy kruhů, dovolující určité natočení tyčí a zakomponovat ji do analytických výpočtů je poměrně komplikovaná záležitost, rozhodli jsme se s těmito výsledky spokojit.

Dále zhodnotíme zatěžování vlivem předpětí Kirschnerových drátů:

- Pro výpočet Kirschnerova drátu, jsme MKP model namodelovali a zatížili zvlášť, mimo celkový fixátor. To nám zaručilo, že se do výsledků nezapletou další vlivy (deformace jiných částí fixátoru) pro náš výpočet. Je tedy vzato určité zjednodušení. Takto zatížený Kirschnerův drát jsme porovnávali s našimi analytickými výpočty. Tady jsme provedli dva druhy výpočtu. První rovnici pro výpočet průhybu předepjatého drátu jsme našli v literatuře [15] a použili pro naše potřeby. Druhý výpočet na bázi iteračního principu je odvozen námi. Podíváme-li se na všechny tři výsledky - MKP, výpočet převzatý z literatury a náš iterační způsob, tak jsou podobné, nicméně lepší hodnoty v porovnání s MKP analýzou vykazuje rovnice převzata z literatury než iterační způsob.

U toho výpočtu je nutno poznamenat, že výsledný průhyb Kirschnerova drátu bude asi čtyřikrát menší než naše vypočtená hodnota a to z toho důvodu, že jednu část kosti budou držet čtyři dráty.

- Náš poslední výpočet se týkal analýzy kruhu, kterou jsme prováděli na namáhání předepínající silou, jako důsledek namáhání od Kirschnerových drátů. Kruhy jsme si opět namodelovali odděleně mimo fixátor a zatížili jsme je. MKP a analytické výsledky dávají uspokojivé hodnoty. Pro návrh je možné tyto rovnice použít.

7. Závěr

Hlavní úkol této práce bylo analyzovat a rozebrat vnitřní účinky Ilizarovova fixátoru, které jsou důsledkem vnějších zatížení. V první části se práce zabývala a snažila odpovědět na otázky co je to fixátor, kde, na co se používá a jaké jsou jeho typy. Další část se zaměřila pouze na Ilizarův fixátor.

Byla vysvětlena otázka materiálů, jež se na něj v současnosti používají, je zde rozebrán obecný popis, jeho konstrukce a hlavní části, ze kterých se skládá. Další kapitoly se zabývaly problematikou namáhání, byly určeny hlavní zátěžné stavy, které mohou nastat při aplikaci fixátoru na noze. Poté byly tyto zátěžné stavy aplikovány v analytických a MKP výpočtech a následně pak vyhodnoceny ve výsledcích, které z analýz vzešly. S ohledem na to, že všechny výše zmíněné části byly splněny a výsledné hodnoty deformací a napětí jsou v normě, můžeme tuto práci považovat za využitelnou pro inspiraci podobně koncipovaných prací zabývajících se touto problematikou, případně by se rovnou dala použít jako doplněk při konstrukci samotného fixátoru.

Výpočet slouží pro ověření funkcionality analytických vzorců. Model je parametrický a je možné ho snadno využít pro výpočet různých rozměrových řad používaných v praxi. Dále mohou být výsledky výpočtu (síly, momenty atd.) využity jako vstupní hodnoty při výpočtu uchycení drátů ke kruhům a tyčí ke kruhům (viz. příloha A). Dále pak je možné výsledky (síly, deformace) využít při porovnání navržených fixátorů s fixátory používanými v praxi (viz kap. 3.5).

Práce byla vytvořena v rámci grantu MPO FR-TI3/818-ZEVNÍ FIXACE.

Použitá literatura

- [1] *Mechanical stress on tensioned wires at direkt and indirect loading: Abiomechanical study on the Ilizarov external fixator*, 2011
(Jan Gessmann, BirgerJettkant,ThomasArminSchildhauer, DominikSeybold)
- [2] *Advanced textile composite ring for Ilizarov external fixator system*
Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine 2001 215: 11
(K P Baidya, S Ramakrishna, M Rahman and A Ritchie)
- [3] *The Basic Principles of External Fixation Using the Ilizarov Device*, Spriner
(Leonid N. Solomin)
- [4] *Guidelines For External Fixation Frame Rigidity and Stresses*
Laboratory for Experimental Orthopaedics. University of Nijmegen, Nijmegen, The Netherlands; and Orthopedic Biomechanics Laboratory, Mayo Clinic/ Mayo Foundation, Rochester, Mennesota, U.S.A, 1986
(R. Huiskes and E. Y. S Chao)
- [5] internetové stránky: <http://www.mudrmichalvotruba-chirurgie.cz>
funkční dne: 18. 4. 2012 v 00:30
- [6] internetové stránky:
<http://e-shop.erilens.cz/erilens/eshop/2-1-Fixacni-material/9-2-Dlahy-AI/5/25-Dlaha-pro-fixaci-prstu-ruky-A>
funkční dne: 18. 4. 2012 v 00:15
- [7] internetové stránky: <http://www.ms-protetik.cz/view.php?cislocianku=2006100003>
funkční dne: 15. 4. 2012 v 14:00
- [8] internetové stránky: <http://www.tibial-nonunion.org/itfx.html>
funkční dne: 15. 3. 2012 v 14:00
- [9] internetové stránky: <http://www.fashion-reply.com/complications-external-fixation/>
funkční dne: 18. 4. 2012 v 00:15
- [10] internetové stránky:
[http://www.bonefixator.com/fracture fixation/taylor spatial frame 1.html](http://www.bonefixator.com/fracture%20fixation/taylor_spatial_frame_1.html)
funkční dne: 5. 4. 2012 v 00:15
- [11] internetové stránky: <http://imtronics.cereteth.gr/?p=528>
funkční dne: 18. 4. 2012 v 00:15
- [12] internetové stránky: <http://shortsupport.org/Health/Leg-Lengthening/procedure.html>
funkční dne: 15.4.2012 15:00
- [13] internetové stránky:
[http://machinedesign.com/article/a-closer-look-at-model- meshing-1104](http://machinedesign.com/article/a-closer-look-at-model-meshing-1104)
funkční dne: 15. 3. 2012 v 18:00
- [14] internetové stránky: <http://www.orthosol.com/uploads/pdfs/ring-fixator-system.pdf>
funkční dne: 17. 4. 2012 v 23:45

[15] internetové stránky: <http://rsif.royalsocietypublishing.org/content/6/32/243.full>
funkční dne: 17. 4. 2012 v 23:00

Seznam příloh

Příloha A-Uchycení drátů ke kruhům