VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Stanovení Value at Risk komplexního portfolia finančních aktiv

Value at Risk Determination of Complex Financial Assets Portfolio

Student: Bc. Dalie Peterová
Vedoucí diplomové práce: prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal

Ostrava 2012

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracovala samostatně a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 27. 4. 2012 ....

podpis studenta

Obsah

1 Úvod

Po dopadech finančních krize z roku 2007 vidělo mnoho odborníků příčinu tak velkého selhání trhů v metodách měření rizika, zejména pak v metodě Value at Risk. Tento ukazatel „hodnoty v riziku“ je přitom základem pro bankovní regulaci Basel II či regulaci v pojišťovnictví. Value at Risk, jehož výpočet je předmětem této práce, je tedy ukazatelem, který vyžaduje pozornost a u kterého je stále čemu se učit. Jedná se o klíčové kritérium řízení rizika, avšak také o velkou neznámou, která nabízí nepřeberné množství přístupů k portfoliu.

Cílem této práce je stanovit Value at Risk komplexního portfolia finančních aktiv, tedy portfolia, které není složené pouze z akcií. Základní metodikou pro samotný výpočet i stanovení dílčích potřebných údajů je RiskMetrics, jejímiž tvůrci byli J. P. Morgan a Reuters.

Práce je rozdělena do tří dílčích celků, kromě úvodu a závěru. První část je věnována výčtu známých a významných metod a přístupům ke stanovování rizika portfolia finančních aktiv, mezi něž patří statistické veličiny, greeks, durace či CreditMetrics a mnohé další.

Ve druhé části je popsán postup stanovení Value at Risk pro komplexní portfolio s využitím metodiky Risk Metrics. Je prezentován mapping finančních toků, predikce rozptylu finančních aktiv i sestavení kovarianční a korelační matice, pomocí níž bude VaR stanoven.

Obsahem poslední části je pak představení praktické aplikace metodiky na konkrétním příkladu zvoleného portfolia složeného ze tří instrumentů. Součástí je také komentář výsledků velikosti Value at Risk a případná optimalizace portfolia za účelem snížení získané hodnoty a tedy i eliminace rizika.

2 Metody a přístupy ke stanovení rizika portfolia finančních aktiv

V první kapitole budou představeny významné a často velmi rozšířené metody a přístupy ke stanovení rizika. Nejprve bude popsáno finanční riziko, jeho význam a druhy, se kterými je možné se v praxi nejčastěji setkat. Následuje popis statistické kvantifikace rizika, rizikových měr využívaných zejména u derivátů a měřítek úrokového rizika, zejména u obligace. Další kapitoly pak přiblíží modely měření kreditního rizika a faktorové modely. Posední dvě kapitoly této části se zabývají obecnou charakteristickou tzv. stresového testování a regulačními požadavky Basel.

2.1 Finanční riziko a jeho druhy

Riziko patří k základním pojmům v oblasti financí. Lze jej členit podle různých hledisek do velkého množství skupin a podskupin. Jedním z nejdůležitějších kroků při stanovení rizika je jeho **identifikace**, proto se lze setkat s mnoha metodami, které usilují mezi jinými právě i o tento cíl.

Riziko představuje odchylku od skutečnosti, je to možnost, že skutečné výnosy budou odlišné od výnosů očekávaných. Na rozdíl od jistoty, kdy víme přesné důsledky rozhodnutí, či nejistoty, kdy nemáme téměř žádné informace o budoucím vývoji, při rozhodování za rizika většinou známe rozdělení pravděpodobnosti, že určitý jev nastane. Cílem investora či manažera je pak udržet riziko v předem stanovené úrovni či v určitých mezích.

Řízení rizika je proces, jehož cílem je zamezit působení existujících i potenciálních budoucích faktorů. Je navrhováno řešení, které pomáhá snížit nežádoucí účinek externích vlivů a umožnit využití vlivů pozitivních. Tohoto lze dosáhnout pomocí vhodných metodik a nástrojů pro **měření** rizika, které budou popsány v dalších kapitolách. Při stanovené míře rizika pak správný investor maximalizuje svůj zisk.

2.1.1 Definice finančního rizika

Finanční riziko patří do skupiny podnikatelských rizik. Je možné jej rozdělit na riziko tržní, kreditní, úrokové apod. V podstatě u každého aktiva v portfoliu lze hovořit o riziku s ním spojeným a cílem je vždy identifikovat rizikový faktor.

Finanční riziko portfolia lze vyjádřit funkcí:

$$\Delta V = f(\Delta F_1, \Delta F_2, \Delta F_3, \dots, \Delta F_n, t) + \varepsilon\,, \tag{2.1}$$

kde V je hodnota portfolia, F_1, F_2, F_3,…, F_n jsou rizikové faktory, t představuje čas a ε náhodnou složku.

Čím větší riziko investor podstupuje, tím větší žádá výnosnost. Každá cena aktiva se tedy skládá v prvé části z tzv. bezrizikové výnosnosti, která v podstatě představuje výnosnost investice, která nenese pro investora žádné (či téměř žádné) riziko a jejíž výnos můžeme tedy předem odhadnout s velkou mírou jistoty. Druhou částí ceny aktiva je pak riziková přirážka, která v sobě právě zahrnuje různé druhy rizik, která jsou spojená s investováním peněžních prostředků.

Mezi nejdůležitější rozdělení rizika patří dělení na systematické, jinak také tržní, a nesystematické, specifické riziko, také označované jako jedinečné. **Systematické riziko** představuje ε v rovnici (2.1), jedná se o náhodnou složku, které se nelze vyhnout diverzifikací. Je určeno makroekonomickými podmínkami a souvisí s ekonomikou jako celkem. Jediným způsobem jeho eliminace je tzv. hedging, který se zakládá na principu vytváření hedgingových portfolií přikoupením dalších aktiv, a to tak, aby riziko nově vzniklého portfolia bylo nižší než riziko původního portfolia. **Specifické riziko** je pak určeno samostatně u každého rizikového faktoru, je charakteristické pro každý instrument a vztahuje se k emitentovi. Toto riziko lze snížit vhodnou diverzifikací. Už u portfolia složeného dle zásad eliminace rizika z 30 a více aktiv je specifické riziko téměř zanedbatelné.

2.1.2 Druhy finančního rizika

Podle nejčastějšího dělení získáme riziko tržní, kreditní, neboli úvěrové, operační či riziko likvidity. Lze popsat mnoho faktorů, v podstatě mnoho dílčích rizik. Vyjmenována a popsána jsou pouze ta nejdůležitější, se kterými se setká prakticky každý investor. Je vhodné poznamenat, že vedle interních rizik existuje celá řada externích faktorů, v podstatě neovlivnitelných, mezi něž můžeme zařadit události typu přerušení dodávek energií, teroristické činy, externí podvody či mnohem obvyklejší změny ekonomických podmínek trhu. Mnoho dalších rizik však ovlivnit jde a lze je snížit či částečně odstranit. Dále budou popsány nejvýznamnější skupiny, mezi něž patří riziko tržní, kreditní neboli úvěrové, operační a likvidní riziko.

Tržní riziko představuje riziko snížení zisku či ztráty způsobené změnami tržních cen v důsledku nepříznivého vývoje tržního prostředí. Výše tržního rizika závisí na struktuře bilance, konkrétně zejména na citlivosti jednotlivých položek aktiv i pasiv na změny tržních cen. Pod tržní riziko spadá mnoho dílčích skupin rizika. Mezi ty nejznámější patří:

- riziko úrokové, které značí riziko ztráty ze změn hodnoty aktiv citlivých na úrokové sazby,
- riziko akciové, které odráží reakci portfolia na změnu cen akcií,
- komoditní riziko, reagující na změnu cen nástrojů citlivých na ceny komodit,
- měnové riziko, jehož podkladem jsou měnové kurzy,
- korelační riziko, u něhož je rizikovým faktorem změna historických korelací mezi jednotlivými investičními instrumenty.

Kreditní nebo také **úvěrové riziko** se řadí mezi základní finanční rizika a představuje riziko ztráty způsobené selháním dlužníka, který nedostojí svým závazkům. Typickým příkladem je nesplacení úvěru klientem či neuhrazení faktury odběratelem. Nesplnění podmínek smlouvy pak může způsobit věřiteli ztrátu. Možností, jak toto riziko snížit, je obchodovat s důvěryhodnými partnery, používat rámcové dohody obsahující doložky o nettingu či využívat organizovaných trhů. Spolehlivost dlužníka hodnotí také rating. Pro eliminaci rizika je tedy v případech, kdy je to možné, vhodné využívat hodnocení světových ratingových agentur (např. Standard & Poor's, FitchIBCA či Moody's). Míru rizika banky určují i formou stanovení bonity potenciálního dlužníka a riziko snižují i každodenním přizpůsobováním požadavků na zajištění, například právě při změně bonity klienta. Mezi konkrétní příklady tohoto rizika patří přímé úvěrové riziko, vypořádací riziko či riziko úvěrové angažovanosti.

Operační riziko značí možnost vzniku ztráty v důsledku nedostatečnosti nebo selhání vnitřních procesů, osob, systémů či v důsledku extrémních událostí, jakou jsou například přírodní katastrofy. Zkráceně je to tedy riziko vzniku provozních nedostatků a chyb. Patří zde tedy i neidentifikovatelné či neautorizované obchodování a podvodné operace, jako je padělání či praní peněz, a je zde zahrnuto i riziko právní a riziko ztráty dobrého jména. Není však obsaženo riziko strategické (obchodní rozhodování) a reputační. Toto riziko je velmi těžko kvantifikovatelné. Můžeme jej dělit na transakční riziko, riziko systémů či riziko operačního řízení.

Posledním jmenovaným je **likvidní riziko**. Likvidita je schopnost firmy dostát svým splatným závazkům, a to v každém okamžiku. Cílem řízení likvidního rizika je zabezpečit přístup k hotovosti za akceptovatelnou cenu bez ohledu na vnější podmínky. Mezi příklady lze zařadit riziko financování, které odráží momentální platební neschopnost investora, či riziko tržní likvidity, jehož podkladem je malá likvidita trhu s finančními nástroji, která brání rychlé likvidaci peněz a omezuje tak přístup k peněžním prostředkům.

2.2 Statistická kvantifikace rizika

Riziko je v podstatě specifický případ vývoje událostí, který je kvantifikovatelný pomocí matematických metod. Toto měřitelné riziko a jeho odchylky lze zkoumat pomocí statistiky a s určitou pravděpodobností i odhadovat. V této kapitole bude popsán odhad rizika pomocí střední hodnoty, směrodatné odchylky a kovariance. Jedná se o statistické veličiny s velkým, v podstatě rozhodujícím vlivem v řízení finančních rizik. Tyto tři hodnoty jsou základem v podstatě všech přístupů ke stanovení rizika. Stejně tak i v této práci budou tedy hojně využity ke zjištění hodnoty VaR, která však sama o sobě také není ničím víc, než jen statistickým údajem vyčteným z rozdělení pravděpodobnosti.

Riziko stanovujeme jako určitou pravděpodobnost vzniku neočekávaných událostí. Důležité je stanovení správného odhadu, že nastane určitá varianta, která pak ovlivní celý propočet, který je podkladem pro finanční řízení. Riziko investice tedy spočívá v tom, nakolik se skutečné výnosy budou odchylovat od výnosů, které jsou očekávané.

Teorie portfolia stanovuje výnosnost cenného papíru jako náhodnou veličinu a k bližšímu zkoumání tedy používá charakteristiky náhodné veličiny. V dalším textu bude obecně představena náhodná veličina a dále tři nejdůležitější ukazatele – střední hodnota, rozptyl se související směrodatnou odchylkou a kovariance spolu s koeficientem korelace.

2.2.1 Náhodná veličina

Náhodná veličina je v podstatě proměnná, jejíž hodnota je určena jako výsledek náhodných pokusů. Tyto náhodné pokusy mají proměnlivé hodnoty v průběhu opakování a jejich výsledek je většinou vyjádřený číslem. Není tedy předem možné jednoznačně určit hodnotu náhodné veličiny.

Ve financích představuje náhodná veličina X většinou výnos z investice, neboť v tomto případě se jedná o jednoznačný příklad, ve kterém máme možnost předpokladu nějaké hodnoty, ale jistota chybí, protože velikost výnosu z investice je závislá na mnoha faktorech. Náhodné veličiny mohou být diskrétní, náhodná veličina tedy nabývá konkrétní izolované hodnoty z daného intervalu, nebo spojité, které nabývají libovolných hodnot z určitého i nekonečného intervalu. Právě výnos je příkladem diskrétní náhodné veličiny, je tedy znám obor hodnot, kterých veličina nabývá, a je dána pravděpodobnost výskytu těchto hodnot, což odpovídá rozhodování za rizika.

K popisu náhodné veličiny slouží distribuční funkce a funkce hustoty pravděpodobnosti. Distribuční funkce $F(x)$ přiřazuje každé reálné hodnotě $x \in (-\infty, +\infty)$ pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty, která je menší nebo rovna než hodnota x, tedy:

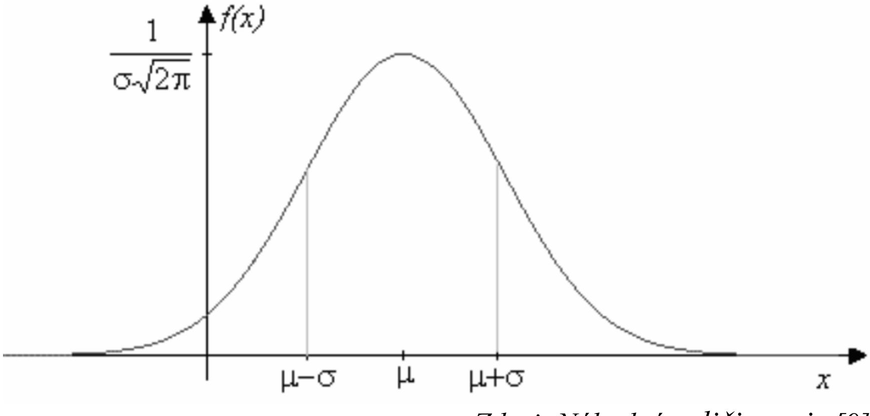
$$F(x) = P(X \leq x). \tag{2.2}$$

Při počítání s veličinami je vždy potřeba uvést, s jakým rozdělením je pracováno. Ve většině případů předpokládáme normální rozdělení pravděpodobnosti $N(\mu, \sigma^2)$, jehož hustota pravděpodobnosti má funkci:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma}}, \tag{2.3}$$

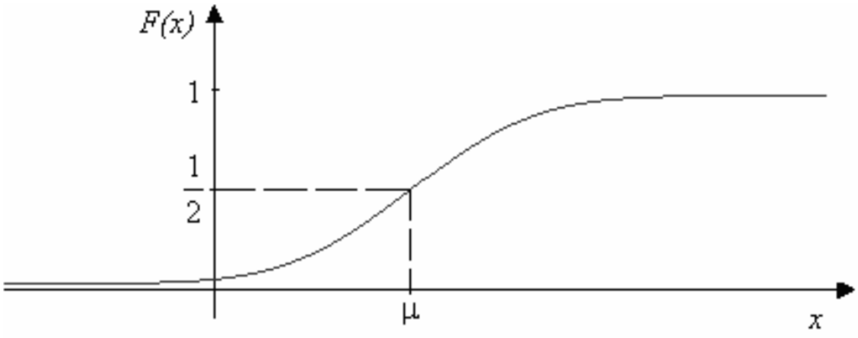
pro každá $x \in (-\infty, +\infty)$. Grafem hustoty pravděpodobnosti je tzv. Gaussova křivka, kterou zobrazuje graf 2.1. Distribuční funkci pak ukazuje graf 2.2.

Graf 2.1 Gaussova křivka



Zdroj: Náhodná veličina, viz [9]

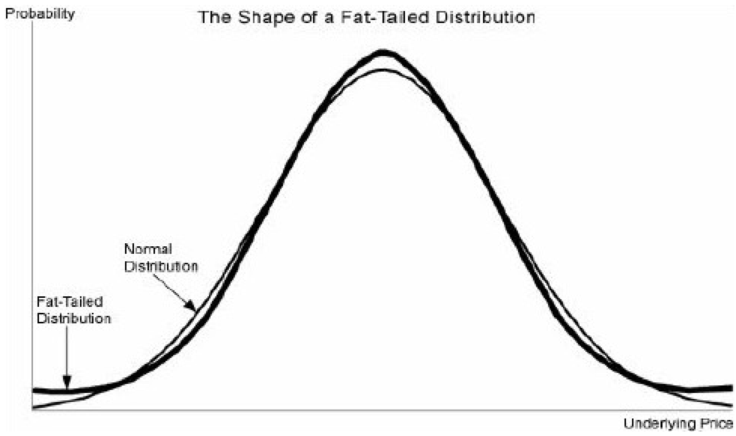
Graf 2.2 Distribuční funkce normálního rozdělení



Zdroj: Náhodná veličina, viz [9]

Normální rozdělení je základním rozdělením pro většinu přírodních jevů. Používáme jej v případě, že náhodná veličina je výsledkem působení velkého počtu nepatrných a vzájemně nezávislých vlivů. Z hlediska financí se jedná o značné zjednodušení, neboť finanční aktiva vykazují často spíše rozdělení Studentovo, které má vyšší výskyt hodnot okolo střední hodnoty a na koncích rozdělení. Zpřesněním pro výpočet může být použití dvou normálních rozdělení jako rozdělení smíšeného normálního, které ve výsledku již normální není, nebo využití tzv. teorie těžkých konců, která se zaměřuje na výrazné odchylky v rozdělení finančních výnosů na koncích rozdělení. Tvar rozdělení s těžkými konci ve srovnání s normálním rozdělením zobrazuje graf 2.3.

Graf 2.3 Rozdělení s těžkými konci a normální rozdělení



Zdroj:Risky Business, viz [31]

V této práci však bude využito pouze normální rozdělení, neboť zjednodušení v této oblasti umožňuje zaměřit se podrobně na oblast jinou, a to na zahrnutí více finančních aktiv. Dalším krokem při praktickém zjišťování hodnoty VaR by pak mělo být zaměření se na reálná rozdělení pravděpodobnosti výnosů finančních aktiv.

Protože popis náhodné veličiny pomocí rozdělení pravděpodobnosti, byť pomocí nejjednoduššího normálního rozdělení, je v praxi příliš rozsáhlý a nepřehledný, používají se často pouze charakteristiky či míry polohy. V této práci je blíže popsána střední hodnota, rozptyl a směrodatná odchylka a kovariance a korelace, vyjadřující vztah dvou náhodných veličin. Jedná se totiž o hodnoty, se kterými se ve financích setkáváme téměř neustále.

2.2.2 Střední hodnota

Střední hodnota $E(x)$ náhodné věličiny x je základní charakteristikou polohy, hodnotou, kterou lze považovat za střed, kolem kterého se náhodné veličiny pohybují. Tato veličina se používá pro měření tzv. očekávaného výnosu aktiva. Za předpokladu normálního rozdělení se jedná o hodnotu výnosu, kterou je možno s největší pravděpodobností očekávat.

Pro diskrétní náhodnou veličinu je střední hodnota definována podle vzorce:

$$E(x) = \sum_i x_i p_i \,, \tag{2.4}$$

kde x_i představuje náhodnou veličinu a p_i představuje pravděpodobnost výskytu náhodné veličiny x_i. Pro spojitou náhodnou veličinu je pak vzorec stanoven ve tvaru:

$$E(x) = \int_R x \cdot f(x) dx \,. \tag{2.5}$$

Střední hodnota je obvykle označována jako μ a má několik důležitých vlastností zobrazených vzorci (2.6), které platí pro náhodné veličiny x a y ($E(x) < \infty, E(y) < \infty$) a konstantu $k \in R$.

$$\begin{gathered} E(k) = k \\ E(k \cdot x) = k \cdot E(x) \\ E(x + y) = E(x) + E(y) \end{gathered} \tag{2.6}$$

Při praktické aplikace střední hodnoty lze například určit očekávaný výnos cenného papíru *i* podle vzorce:

$$\bar{r}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} r_{i_t} \,, \tag{2.7}$$

kde $\bar{r}_i$ je očekávaný výnos cenného papíru i, *T* je počet období a r_{i_t} je pozorovaná míra výnosu v časech *t* = 1,2,3, …, *T*.

2.2.3 Rozptyl a směrodatná odchylka

Rozptyl je mírou variability. Určuje velikost odchylky náhodné veličiny od charakteristiky polohy. Udává tedy, jak jsou hodnoty rozptýleny okolo střední hodnoty. Směrodatná odchylka je pak druhou odmocninou rozptylu. Je považována za dobrý ukazatel stupně investičního rizika. Směrodatná odchylka je například odhadem pravděpodobného odchýlení reálného výnosu od očekávaného výnosu. Čím větší je směrodatná odchylka, tím větší je riziko, které je spojené s očekávaným výnosem.

Rozptyl a směrodatná odchylka jsou ve velmi úzkém vztahu. Jejich vypovídací hodnota je téměř totožná. Dále budou tedy popsány vzorce pro výpočet rozptylu, přičemž druhým odmocněním je možné získat směrodatnou odchylku.

Rozptyl je druhý centrální moment náhodné veličiny a obvykle se označuje jako $var(x)$ nebo σ^2. Je vypočítán podle vzorce:

$$var(x) = E((x - E(x))^2)\,. \tag{2.8}$$

Pro náhodné veličiny x a y ($var(x) < \infty, var(y) < \infty$) a konstantu $k \in R$ platí:

$$var(x) \geq 0 \tag{2.9}$$
$$var(k) = 0$$
$$var(k \cdot x) = k^2 \cdot var(x).$$

Pro finanční aktiva je typické tzv. shlukování volatility, což znamená, že období s vysokou mírou rizika se střídají s obdobími s nízkou rizikovostí. Je také vidět pákový efekt, tedy fakt, že negativní zpráva má větší dopad na volatilitu, než zpráva pozitivní.

Pro výpočet směrodatné odchylky výnosů lze použít vztah:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^{T} \left(r_{i_t} - \bar{r}_i\right)^2}\,, \tag{2.10}$$

kde σ_i je směrodatná odchylka vyjadřující riziko cenného papíru i.

2.2.4 Kovariance a korelace

Kovariance je střední hodnota součinu odchylek obou náhodných veličin x, y od jejich středních hodnot. Korelace pak představuje normovanou kovarianci. V obou případech se jedná o charakteristiky závislosti veličin, značí tedy vzájemné vazby mezi dvěma náhodnými veličinami.

Nejprve bude pozornost věnována kovarianci. Ta poskytuje informace o intenzitě vztahu mezi dvěma veličinami. Využívá se při výpočtu rizika portfolia. Můžeme ji značit cov nebo σ_{ij}. Nabývá libovolných hodnot v intervalu $(-\infty, +\infty)$. Je-li kovariance nulová, jsou veličiny nezávislé. Kovarianci lze vypočítat podle vzorce:

$$cov(x,y) = E\{[x - E(x)] \cdot [y - E(y)]\}\,. \tag{2.11}$$

Vzájemné vazby, které zde existují, lze zapsat pomocí vztahů:

$$cov(x,x) = var(x)\,, \tag{2.12}$$

$$cov(x,y) = E(x \cdot y) - E(x) \cdot E(y).$$

Velmi hojně je také využíván vztah:

$$var(x+y) = var(x) + var(y) + 2 \cdot cov(x,y). \tag{2.13}$$

Významným prvkem je kovarianční matice, která slouží k popisu n-rozměrného náhodného vektoru. Na hlavní diagonále jsou rozptyly jednotlivých veličin $x_i = x_j$, ostatní prvky, tedy takové, kde $i \neq j$, představují kovarianci veličin x_i a x_j.

Při práci s výnosy cenného papíru se lze setkat se vzorcem v podobě:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^{T} \left(r_{i_t} - \bar{r}_i\right) \cdot \left(r_{j_t} - \bar{r}_j\right), \tag{2.14}$$

kde σ_{ij} je kovariance mezi cenným papírem i a j, r_{i_t} a r_{j_t} jsou výnosy cenného papíru i a j v čase t a $\bar{r}_i$ a $\bar{r}_j$ jsou očekávané výnosy cenných papírů i a j. Za pomoci kovariance lze spočítat i rozptyl portfolia podle vzorce:

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j\,. \tag{2.15}$$

Korelace či koeficient korelace je normovanou kovariancí. V praxi se lze setkat s koeficientem korelace, který je označen jako $\rho(x,y)$ a lze jej vypočíst podle vztahu:

$$\rho(x,y) = \frac{cov(x,y)}{\sigma(x) \cdot \sigma(y)}, \tag{2.16}$$

kde $\sigma(x)$ a $\sigma(y)$ jsou směrodatné odchylky veličin x a y. Tento koeficient se používá pro označení míry lineární závislosti mezi dvěma náhodnými veličinami a nabývá hodnot $\langle -1,1 \rangle$. Hodnota $\rho = 1$ značí přímou lineární závislost, naopak $\rho = 0$ znamená, že veličiny x a y jsou nekorelované. Hodnota $\rho = -1$ pak také značí silnou, avšak zápornou lineární závislost.

Setkat se lze i s kovarianční maticí, která má na hlavní diagonále jedničky a mimo hlavní diagonálu koeficienty korelace mezi veličinami:

$$\rho_{ij} = \rho\left(x_i x_j\right). \tag{2.17}$$

2.3 Rizikové míry derivátů

Zejména u opcí a dalších instrumentů s nelineární výplatní funkcí se uplatňuje způsob měření rizika pomocí tzv. Greeks. Podstatou tohoto přístupu je využití derivace a stanovení jednoduchých ukazatelů popsaných řeckými písmeny. Výpočet jednotlivých měr je poměrně jednoduchý, kvantifikuje přibližnou lineární závislost hodnoceného aktiva na daném faktoru. Obvykle se pak prezentuje jako citlivost instrumentu na změnu tohoto faktoru. Míry rizika, jakému může být opce či celé portfolio vystaveno, nesou názvy Delta, Gamma, Vega, Theta a Rho. Každá z těchto měr je odvozena z určitého modelu oceňování. Zde je prezentován přístup Black-Scholesova modelu.

Delta je prvním a velmi hojně využívaným ukazatelem. Vztahuje se k absolutní změně ceny instrumentu. Vyjadřuje riziko lineární změny hodnoty portfolia při změně hodnoty podkladového nástroje *S*. Popsaný vztah je zobrazen vzorcem odvozeným z Black-Scholesova modelu, který je znám ve tvaru:

$$\Delta = \frac{\delta f}{\delta S}. \tag{2.18}$$

Do tohoto druhu rizika se řadí riziko akciové, komoditní i měnové. V případě opce může být delta charakterizována jako rychlost pohybu ceny opce ve vztahu ke změně kurzu podkladového aktiva. Vyjadřuje tedy, o kolik se změní hodnota opce při změně hodnoty podkladového aktiva o jednotku. Může se také z jiného pohledu jednat o teoretickou pravděpodobnost, že opce bude v době expirace zisková. Tato hodnota se nejčastěji udává v procentech. V případě, že je delta např. 100%, pohybuje se cena aktiva naprosto stejně jako kurz podkladového aktiva. Při delta 0% je pak instrument indiferentní k ceně podkladového aktiva.

Gama měří odchylky změny hodnoty portfolia od lineární změny hodnoty portfolia při změně podkladového nástroje S, neboli od delty. S tímto rizikem se setkáváme zejména u nelineárních, například opčních portfolií. Jeho vyjádřením je vzorec:

$$\Gamma = \frac{\delta^2 f}{\delta S^2}. \tag{2.19}$$

Gama je tedy první derivací delty. Určuje, o kolik se změní delta při změně ceny podkladového aktiva o jednotku. Tento ukazatel je používán především ve chvíli, kdy se obchoduje s větším množstvím peněz.

Vega je rizikem změny hodnoty portfolia při změně očekávané volatility u podkladového nástroje. Tento přístup vyjadřuje vzorec:

$$V = \frac{\delta f}{\delta \sigma}. \tag{2.20}$$

Jedná se o velmi důležité měřítko. Zejména u opcí vyjadřuje, jaký vliv má volatilita na hodnotu opce. Říká, o kolik se změní cena aktiva při změně volatility o jednotku. Vega se tedy může měnit i v případě, že se nemění cena podkladového aktiva, protože reaguje na změnu očekávané volatility. S blížící se expirací opce se většinou snižuje.

Theta je rizikem změny hodnoty portfolia za nějaký časový okamžik *t*, jedná se tedy o měřítko rizika v čase. Je získána pomocí vzorce:

$$\Theta = \frac{\delta f}{\delta t}. \tag{2.21}$$

Dá se tedy říci, že theta měří rychlost rozpadu časové hodnoty sledovaného aktiva. Značí tedy, o kolik se změní cena aktiva ve chvíli, kdy je drženo v portfoliu delší čas, třeba o den déle. Toto riziko není lineární. Zejména u opce lze vidět, že ztrácí hodnotu tím rychleji, čím blíže je čas její expirace. Jedná se o tzv. decay, neboli časový rozpad.

Rho, poslední hojně používané řecké písmeno, je znakem úrokového rizika. Měří tedy změny v hodnotě portfolia při změně úrokové míry *r* používané pro diskontování budoucích peněžních toků. Vzorec pro výpočet rho je zobrazen ve tvaru:

$$\mathrm{P} = \frac{\delta f}{\delta r}. \tag{2.22}$$

2.4 Míry úrokového rizika

Úrokové riziko vyplývá z pohybu tržních úrokových sazeb. Toto riziko se často pojí s obligací, proto v této sekci budou představeny nejvýznamnější míry úrokového rizika obligace, jimiž jsou durace a mnohé její podskupiny a konvexita.

2.4.1 Durace

Citlivost instrumentu, nejčastěji a nejtypičtěji dluhopisu, na změny úrokových sazeb měří durace. Jedná se jednoduše řečeno o ukazatel průměrné doby splatnosti peněžních toků. Durace v podstatě představuje sklon křivky závislosti ceny dluhopisu na úrokové míře a obecně je stanovena dle vzorce (2.23), kde D je durace, P je cena dluhopisu a y je úroková míra.

$$D = \frac{dP}{d(1+y)} \tag{2.23}$$

Základním a poměrně výrazně omezujícím předpokladem tohoto výpočtu je však paralelní posun výnosové křivky, což není dodrženo ve více než 80% případů. Vždy musí platit, že durace je menší nebo rovna době do splatnosti. Obecně je možné se setkat s několika typy durace.

Nejzákladnějším případem je **McCaulayho durace** (MC durace, označená jako D). Tato durace bývá vyjádřena v letech a spočítá se jako vážený průměr splatností budoucích toků plynoucích z držení úrokově citlivého aktiva, s tím, že váhami jsou současné diskontované hodnoty příjmů z daného aktiva. MC durace měří průměrnou dobu trvání, jež je potřebná k tomu, aby investor obdržel příjmy z dluhopisu. Matematicky je durace vyjádřená vztahem:

$$D = \frac{1}{P} \cdot \sum_{t=1}^{T} t \cdot CF_t \cdot (1+y)^{-t} \,. \tag{2.24}$$

Výsledná durace závisí především na třech faktorech – splatnosti, peněžních tocích a výnosnosti do splatnosti. S délkou splatnosti dluhopisu roste durace, ale čím dál pomaleji. U dluhopisů s nulovým kupónem je durace rovná délce splatnosti. S růstem výnosu do doby splatnosti durace klesá, avšak stále pomaleji. S rostoucí kupónovou mírou, také stále pomaleji, klesá durace. Obligace s nižším kupónem má ceteris paribus vyšší duraci, tedy vyšší citlivost kurzu na změnu úrokových sazeb, než obligace s vyšším kupónem. Čím vyšší má dluhopis duraci, tím vyšších výnosů nebo ztrát může dosáhnout při změnách úrokových měr.

Hodnota durace udává průměrnou dobu splatnosti finančních toků a současně říká, o kolik procent klesne vnitřní hodnota dluhopisu, vzroste-li úroková míra o jeden procentní bod. U kvalitních dluhopisů, kde je možné zanedbat kreditní riziko, je durace mírou rizika.

Duraci lze využít i pro řízení rizika portfolia. Při řízení aktiv a pasiv ve finančních institucích by mělo být zachováno pravidlo, že durace aktiv se rovná duraci pasiv. Víceméně platí, že durace aktiv se přizpůsobuje duraci pasiv. Portfolio, které má nulovou duraci, tedy citlivost na úrokovou míru, je zajištěné proti změně úrokové sazby. Aktiva mají zápornou duraci, růstem úrokové míry jejich hodnota klesá, zatímco pasiva mají kladnou duraci, protože s růstem úrokové míry jejich hodnota roste. Durace aktiv i pasiv nezůstává stále stejná, se změnou úrokových sazeb nebo samotným během času se mění. Firma by tedy měla neustále měnit strukturu svého dluhopisového portfolia, aby zůstala zachována rovnost durací. V praxi však narážíme na transakční náklady a zpravidla tedy stačí, aby se durace aktiv a pasiv nelišila výrazně a aby docházelo k pravidelné kontrole.

Jiným typem durace je **modifikovaná durace**. Matematicky se jedná o relativní změnu ceny ve vztahu k absolutní změně úrokových sazeb. Modifikovaná durace se vypočítá z MC durace, označené jako D, dle vzorce:

$$MD = \frac{D}{(1+y)}. \tag{2.25}$$

Výsledek je udáván v procentech a říká, o kolik procent se změní cena dluhopisu, když se výnos do splatnosti změní o 1 procentní bod. Jestliže výnos vzroste, cena poklesne. Dluhopisy s delší dobou splatnost mají vyšší modifikovanou duraci, protože jsou více citlivé na změny úrokových sazeb. Ve složitějších výpočtech se setkáváme právě s MD.

Posledním zde zmíněným a často používaným ukazatelem je **dolarová durace,** která je prakticky vypočítána z modifikované durace a je vyjádřena v peněžních jednotkách. Značí absolutní změnu ceny k absolutní změně úrokových sazeb. Může být vypočítána podle vzorce:

$$DD = \frac{MD \cdot P}{100}. \tag{2.26}$$

2.4.2 Konvexita

Konvexita dluhopisu se zaměřuje na určení nepřesnosti skutečného a předpokládaného výsledku. Měří zakřivenost průběhu ceny dluhopisu při změnách úrokové míry. Je-li konvexita kladná, křivka je konvexní a durace podhodnocuje riziko. Je-li konvexita záporná, křivka je konkávní a durace riziko nadhodnocuje.

Konvexita se vypočítá jako kvadratická změna ceny vůči kvadratické změně úrokových sazeb. Úpravou získáváme vzorec:

$$K = \frac{1}{P} \cdot \sum_{t=1}^{T} t \cdot (t+1) \cdot CF_t \cdot (1+y)^{-t} . \tag{2.27}$$

Chceme-li tedy změřit změnu tržní ceny obligace při změně úrokové míry, můžeme použít vzorec (2.28), jehož lineární složku tvoří modifikovaná durace (MD) a kvadratickou složkou je konvexita (K).

$$\frac{dP}{P} = -MD \cdot (1+y) + \frac{K}{2} \cdot (1+y)^2 \tag{2.28}$$

Čím je větší konvexita, tím více reagují ceny na pohyb úrokových sazeb. Analogicky k dělení durace existuje také několik typů konvexity. Mezi často používané opět patří McCaulayho konvexita, modifikovaná konvexita a korunová konvexita.

2.5 Měření kreditního rizika

Modely kreditního rizika jsou používány pro odhad ekonomického kapitálu potřebného pro krytí rizik spojených s úvěrovými aktivitami banky. Podle Ambrože (2011, viz [2]) se setkáme s default modely, které definují pouze dvě situace u dlužníka, a to selhání a neselhání. Druhým typem jsou mark-to-market modely, které řadí dlužníka do ratingových stupňů, mezi nimiž je i selhání. Úvěrové riziko je pak chápáno jako přechod dlužníka do nižší ratingové kategorie. Mezi modely pro měření kreditního rizika lze zahrnout CreditMetrics, Mertonův model, KMV model či Credit Risk+ a Credit Portfolio View. Blíže popsány budou KMV model a CreditMetrics.

2.5.1 KMV model

KMV je typem tzv. default modelu, prezentuje tedy dva stavy – selhání a neselhání. Default je zde vztažen ke kapitálové struktuře emitenta a nastane v případě, že hodnota aktiv klesne pod určitou kritickou úroveň. Tento model však může být rozšířen na již zmíněný mark-to-market model a tím postihnout i jiné stavy, ve kterých se objekt nachází.

Tento model byl vyvinut Mertonem jako rozšíření Mertonova modelu pro výpočet kreditního rizika. Využívá Brownův pohyb, Itowo lemmu i vzorce Black-Scholesova modelu.

Velmi důležitým pojmem je zde tzv. očekávaná frekvence selhání, což je odhad pravděpodobnosti, že daná firma selže v horizontu do jednoho roku. Pokladem pro stanovení této hodnoty je odhad bodu selhání, který je dán součtem hodnoty krátkodobých dluh a poloviny dlouhodobých dluhů, a odhad vzdálenosti od selhání.

2.5.2 CreditMetrics

CreditMetrics (CM) byl vyvinut v investiční bance J. P. Morgan s využitím pro klasické úvěrové instrumenty, nástroje s fixními příjmy, jako jsou dluhopisy, termínované vklady či repo operace, a dá se využít i pro pohledávky, úvěrové přísliby a derivátové transakce. Jedná se o mark-to-market model, který je založen na odhadu budoucích hodnot portfolia. Modeluje se tedy nejen kreditní selhání, ale i změna kvality finančního instrumentu.

Mezi základní předpoklady a současně omezení modelu patří to, že každý emitent má přiřazenu hodnotu ratingu a všichni emitenti v jedné ratingové kategorii jsou kreditně homogenní. Hodnota instrumentu v době splatnosti pak odpovídá jeho ratingovému hodnocení. Výchozími údaji je krom úvěrového rating pro každého dlužníka také množina pravděpodobností přechodu z jednoho stupně na druhý, která bývá označena jako migrační matice a je vypočítána na základě historické časové řady. Určuje tedy pravděpodobnosti přechodu mezi ratingovými kategoriemi a využívá se k modelování přechodu mezi kreditními ratingy. Předpokladem je také to, že proces defaultu je proces Markovský.

Předpokladem CM je, že čím více je hodnota aktiva rozptýlená, tím je aktivum rizikovější. Současná hodnota aktiva je součtem diskontovaných hodnot budoucích peněžních toků, které očekáváme do splatnosti. Diskontní mírou je úroková sazba, která odpovídá kreditní kvalitě emitenta. Nejtěžším stupněm je zde odhadnout tzv. recovery rate, což je míra návratnosti při defaultu.

CreditMetrics je metodologie velmi široká. Navazuje na VaR, využívá simulaci Monte Carlo, pracuje s Brownovým pohybem apod. Dá se tedy aplikovat na mnoho typů aktiv. Pro konkrétní případ je pak potřeba nastudovat specifický postup a znát ratingové hodnocení dlužníka. Model CreditMetrics lze využít pro stanovení ekonomického kapitálu, nastavení limitů pro emitenty, stanovení rizikově upraveného výnosu i oceňování kreditních instrumentů.

2.6 Faktorové modely

Faktorové modely vyjadřují předpoklad, že výnos cenného papíru je citlivý na různé faktory. Cílem analýzy portfolia je tedy identifikovat tyto faktory a zjistit, jaká je citlivost cenných papírů na jejich pohyb. Nejjednodušším z tohoto typu modelů je jednofaktorový model, vyjádřený rovnicí:

$$r_i = a_i + b_i F + \varepsilon_i \,, \tag{2.29}$$

kde F je faktor, a konstanta, b je citlivost cenného papíru i na faktor F a ε značí náhodnou chybu.

Vícefaktorové modely jsou reálnější, protože berou v úvahu více vlivů, tedy rizikových faktorů, avšak jejich stanovení a počítání s nimi bývá obtížnější. Základní formulace vypadá takto:

$$r_i = a_i + \sum_k b_{ik} F_k + \varepsilon_i \,. \tag{2.30}$$

Mezi nejznámější a nejčastěji používaný jednofaktorový a dvoufaktorový model patří (v pořadí) model CAPM a model APM. V podkapitole věnované modelu CAPM bude zmíněn také význam koeficientu β a ukazatele známého jako Sharpeho poměr.

2.6.1 Model CAPM

Model CAPM je modelem stanovení cen kapitálových aktiv, jejichž portfolio je ohodnoceno na základě očekávané výnosnosti a směrodatné odchylky. Předpokladem modelu je investor, který si vybírá portfolio s vyšší očekávanou výnosností a má averzi k riziku. Existuje zde bezriziková sazba a naopak nelze se setkat s transakčními náklady. Všichni investoři mají stejné investiční období i rovnocenný přístup k informacím, stejná očekávání a mohou využívat rovnou bezrizikovou sazbu.

Vzhledem k tomu, že mají všichni investoři stejnou efektivní množinu (podle Markowitze), tedy možné kombinace rizika a výnosů, to, kterou si zvolí, závisí na jejich postoji k riziku. Velkou roli hraje v tomto modelu také tržní portfolio, které je tvořeno investicemi do všech cenných papírů na trhu v poměru odpovídajícím relativní tržní hodnotě těchto cenných papírů.

Rovnovážný vztah mezi rizikem a výnosností může být dle modelu CAPM zapsán dle vzorce:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \cdot \sigma_{iM} \,, \tag{2.31}$$

kde r_f je bezriziková sazba, $\bar{r}_M$ výnos tržního portfolia, σ_M^2 rozptyl tržního portfolia, σ_{iM} kovariance aktiva i a tržního portfolia M a $\bar{r}_i$ je výnos aktiva i. Vztah (2.32) vyjadřuje směrnici přímky.

$$\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \tag{2.32}$$

Beta cenného papíru, β_i dle rovnice (2.33), je způsobem, jak vyjádřit jeho riziko.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \tag{2.33}$$

K jejím vlastnostem patří, že beta portfolia je váženým průměrem dílčích koeficientů beta jednotlivých cenných papírů, kde váhami jsou velikosti investic do jednotlivých aktiv.

CAPM model můžeme zapsat i ve tvaru:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i\big[E(r_M) - r_f\big]. \tag{2.34}$$

V tomto vyjádření je beta rizikovou mírou a je spočítána jako:

$$\beta = \frac{E(r_i) - r_f}{E(r_M) - r_f}, \tag{2.35}$$

kde r_f je opět bezriziková sazba, $E(r_i)$ je střední hodnota výnosů aktiva i a $E(r_M)$ je střední hodnota výnosů tržního portfolia. Beta tedy udává, o kolik se zvýší dodatečný výnos akcie nebo portfolia, pokud se dodatečný výnos tržního portfolia zvýší o jednotku. Jedná se o koeficient citlivost aktiva či portfolia na výnos tržního portfolia. Podle velikosti β můžeme například určit, zda je cenný papír agresivní a reaguje na podněty více než trh ($\beta < -1 \cup \beta > 1$), zda se cenný papír chová shodně s trhem ($\beta = -1 \cup \beta = 1$), či je jeho chování statisticky nezávislé na chování trhu ($\beta = 0$).

Z modelu CAPM je odvozen i tzv. **Sharpeho poměr**. Jedná se o koeficient měřící výkonnost portfolia či aktiva se zohledněním rizikovosti. Lze jej vypočíst podle vzorce:

$$SP = \frac{r - r_f}{\sigma} = \frac{E(r - r_f)}{\sqrt{var(r - r_f)}}, \tag{2.36}$$

kde r je výnos portfolia, r_f bezrizikový výnos, σ směrodatná odchylka výnosů a $E(r - r_f)$ očekávaný výnos portfolia převyšující bezrizikový výnos. Sharpeho poměr v podstatě značí tangentu úhlu, který svírá přímka, určená bodem na ose výnosu *y* ve výši bezrizikové sazby a bodem ve výší výnosu rizikového, s osou *x*.

2.6.2 Arbitrážní model

APM (Arbitrage pricing model) je rovnovážný model pro stanovení cen aktiv, který předpokládá, že výnosnosti jsou generovány faktorovým modelem. Základním předpokladem je, že investor dává přednost vyšší úrovni bohatství před nižší. Jedná se o speciální případ vícefaktorového modelu, u něhož je rovnovážnou podmínkou nemožnost arbitráže. Oproti modelu CAPM předpokládáme rizikově neutrálního investora.

Dvoufaktorový arbitrážní model lze zapsat rovnicí:

$$\bar{r_i} = a_i + b_{i1}\overline{F_1} + b_{i2}\overline{F_2} + \varepsilon_i \, , \tag{2.37}$$

nebo také rovnicí:

$$r_i = E(r_i) + \sum_j \beta_{ij} \cdot \left[F_j - E(F_j)\right] + \varepsilon_i \, , \tag{2.38}$$

kde r_i je výnos i-tého aktiva, β_{ij} je citlivost i-tého aktiva na j-tý faktor, F_j je j-tý faktor a ε_i je reziduální odchylka.

2.7 Stress testing

Stress testing neboli zátěžové testování je také nástroj pro zohlednění rizika. Jeho podstatou je modelovat stresové stavy a odhalit tak slabá místa portfolia či finanční situace podniku při nepříznivém, avšak možném reálném vývoji. Stresové stavy jsou takové případy, kdy dochází k porušení historických korelací, na trhu se vyskytuje nelikvidita a selhává hedging. Šoky, které tyto stavy způsobují, se také velmi rychle šíří.

První zátěžové testy byly použity pro měření úrokového rizika, dnes je možné je využít i na riziko kreditní, likvidní, tržní či operační. Podstatou je, že se zaměří na rizikové faktory, kterými může být například riziko posunu výnosových křivek, riziko selhání dlužníka, akciové riziko, a sestaví se scénáře vývoje chování vlastněného portfolia či podniku v případě takovéto události. Lze se zaměřit i na užší kategorie, například futures, call opce, nebo naopak na globální rizika typu růst cen surovin či pokles ekonomické výkonnosti ve světě.

Někdy se rozlišuje stresové testování a analýza scénářů. Jak uvádí Ambrož (2011, viz [2]), v podstatě se jedná o stejný nástroj. Nejprve se nadefinují scénáře očekávaného vývoje založené na náhodných kombinacích stresových šoků a podle získaných výsledků, které se poté analyzují, se stanoví rizikoví činitelé a identifikují činnosti, které nejvíce přispěly ke špatnému vývoji portfolia.

Scénáře mohou být dvojího typu. První jsou konstruovány na základě situací, které již v minulosti skutečně nastaly. Příkladem může být ropná krize či pokles ekonomiky USA. Druhým typem pak jsou umělé, spekulativní scénáře, které pracují například se scénářem světové epidemie nemoci, razantním zvýšením nezaměstnanosti čí s úplným vyřazením burzy cenných papírů.

V jednom scénáři může být zkoumáno několik dramatických změn. Může obsahovat extrémní až katastrofické změny či se může zaměřovat na změny v podstatě nenápadné, které však mohou způsobit závažné důsledky. Doplněním těchto testů je mnohdy citlivostní analýza, která zkoumá vliv změn jednoho parametru na výsledek portfolia.

Cílem stresového testování je tedy postihnout potenciální trendy vývoje rizikových faktorů a jejich vzájemných vazeb. Nejedná se o prognózy, ale o zobrazení stávajících vazeb v extrémní situaci. Tyto procesy významně pomáhají identifikovat a řídit riziko spojené s obchodováním. Stress testy, které kvantifikují ztráty v zátěžových situacích, je možné kombinovat s přístupem VaR, který pracuje v reálném čase, a vytvořit tak přehled o významných rizicích. Hlavní výhodou stresového testování však zůstává, že ukazuje, jak může být portfolio citlivé na jednotlivé rizikové prvky.

2.8 Regulační požadavky Basel

Cílem regulace pomocí pravidel Basel je stabilita bankovního sektoru. Aby nebyla podceněna rizika, stanovuje regulátor minimální požadovaný kapitál, který pokryje případnou ztrátu a zamezí krachu banky. Základním prostředkem řízení rizik se stal koncept kapitálové přiměřenosti vyvinutý ekonomickým výzkumem Banky pro mezinárodní platby v Basileji v systém pravidel Basel I, který je již minulostí, Basel II, který momentálně platí, a Basel III., jehož praktická aplikace je plánována na rok 2013.

Tato pravidla vznikla především kvůli tomu, že finanční instituce bývají vystaveny odlišným rizikům než podnikatelské subjekty, zejména díky tomu, že kapitál v pasivech tvoří jen malou část a většina se skládá z přijatých vkladů a úvěrů. Mezi aktivy lze pak nalézt poskytnuté úvěry a nakoupené cenné papíry. Díky malému kapitálovému zajištění může dojít k problému, kdy například nesplácené úvěry na straně aktiv mohou silně zasáhnout stabilitu banky. Protože selhání bank může působit značné problémy trhu i spotřebitelům, vyvinula se významná regulace specifických finančních rizik, která si klade za cíl ochránit klienty i důvěru veřejnosti a zabezpečit zdravý a konkurenceschopný bankovní systém.

Podstatou koncepce kapitálové přiměřenosti je měření rizik daného subjektu při možném nepříznivém vývoji vnějšího ekonomického prostředí a stanovení minimálních kapitálových požadavků odpovídajících těmto rizikům. Spočtená hodnota kapitálu musí být tak velká, aby byly pokryty potenciální ztráty, které se mohou objevit v budoucnosti, z rizik, kterým se subjekt vystavuje dnes.

2.8.1 Basel I

Tento koncept vydal Basilejský výbor pro bankovní dohled při Bance pro mezinárodní platby v roce 1988 jako první dokument pro měření finančních rizik a jejich regulaci. Cílem bylo zajistit pokrytí rizik kapitálem. Bylo stanoveno, že banky musí držet kapitál ve výši 8 % z výše poskytnutých úvěrů. Významným nedostatkem však bylo, že Basel I nerozlišoval klienty podle bonity.

2.8.2 Basel II

Tato úprava platí od 1. ledna 2007 a je povinným regulačním opatřením pro banky a obchodníky s cennými papíry. Reagovala na trendy v řízení úvěrového rizika a oproti Basel I byla regulace rozšířena o operační riziko. V centru opět stojí stanovení minimální požadované míry kapitálu ve vztahu k objemu aktiv v závislosti na jejich riziku, a to ve výši 8%,

Reálná výše minimálního kapitálu banky je zásadně ovlivněna mírou rizika, které banka podstupuje. Zejména u tržního rizika však Basel II umožňuje, aby si banky zvolily samy metody stanovení kapitálových požadavků.

Tato metoda stojí na třech pilířích. Prvním je stanovení minimálních kapitálových požadavků. Druhým je proces dohledu na aktivity bankovního sektoru a třetím je tržní disciplína a předávání informací o rizikovém profilu banky veřejnosti.

Proces měření rizika lze rozdělit do několika kategorií. Základem je kapitál, který je rozdělen na:

- Tier 1, do něhož patří vlastní kapitál, ážiové fondy, nerozdělený zisk, rezervní fondy a je odečtena neuhrazená ztráta z předchozích let, goodwill apod.,
- Tier 2, kam se řadí všeobecné rezervy ze zisku určené ke krytí ztrát či například termínovaný podřízený dluh,

- Tier 3, který představuje krátkodobý podřízený dluh určený ke krytí zejména tržního rizika.

Tento kapitál je vztažen k rizikově váženým aktivům (RVA), úvěrovým ekvivalentům mimobilančních položek, jimiž jsou například vystavené záruky či otevřené akreditivy, a k ukazateli krytí tržního rizika kapitálem, kam patří finanční deriváty a ostatní mimobilanční položky citlivé na pohyby tržních sazeb. Při výpočtu RVA je pracováno s úvěrovým, tržním i operačním rizikem. Rizikově vážená aktiva v podstatě představují druhy aktiv přepočítané pomocí rizikových vah, které zohledňují zmíněná rizika. Čím rizikovější aktiva jsou, tím větší objem povinného kapitálu je stanoven.

Základní koncept Basel II tedy vypadá následovně:

$$\left(KP = \frac{Tier\ 1 + Tier\ 2 + Tier\ 3}{RVA + MBP + KTRK}\right) \geq 8\%\,, \tag{2.39}$$

kde *KP* je kapitálová přiměřenost, *Tier* jsou skupiny kapitálu, *RVA* rizikově vážená aktiva, *MBP* mimobilanční položky a *KTRK* značí krytí tržních rizik kapitálem.

Pro přiřazování rizikových vah mohla banka využít ratingových agentur nebo si vybudovat vlastní ratingové přístupy a modely řízení rizik. Basel II dal však orgánu dohledu funkci schvalovatele těchto interních přístupů a umožnil mu stanovit bance vyšší minimální kapitál, než jaký vyvodila dle svých modelů, pokud by to bylo potřeba.

Mezi výhody Baselu II patří, že umožnil rozdělit rizikovost úvěrů pomocí rizikových vah. Vychází z koncepce, že čím více rizikové projekty banky úvěrují, tím větší kapitál by měly vlastnit. Je využito stanovení kapitálové přiměřenosti pomocí interního ratingu klienta. Tržní riziko obchodního portfolia je pak stanoveno pomocí standardizované metody nebo pomocí interních modelů, ke kterým může patřit například VaR.

Naopak nevýhodnou je určitá obava z procykličnosti. Jedná se o problém toho, že při nízkých úrokových sazbách a silném ekonomickém růstu, kdy je rizikovost malá, většina podniků prosperuje. Avšak při změně makroekonomických podmínek a následné změně například sazeb na trhu dochází k platební neschopnosti těchto podniků. Polštář, který banky vytvářely v období blahobytu, kdy byla mnohá rizika podceněna či alespoň nedoceněna, by pak nemusel dostačovat. Druhým problém je také fakt, že banky se snaží regulaci vyhnout a také nemají mnohdy dokonale zvládnutou metodiku, kterou si vybraly pro měření rizika.

2.8.3 Basel III

Vzhledem k tomu, že Basel II v krizi neuspěl, začala se hledat novější koncepce regulování rizik. Velkým problémem Baselu II bylo, že banky obcházely pravidla a vysoce riziková aktiva vyváděly z bilancí. Také se stávalo, že byly vypláceny vysoké bonusy a dividendy i v době, kdy již podnik nebyl ziskový.

Basel III si tedy klade za cíl odstranit návaznosti a vzájemnou propojenost bankovní regulace, posílit bankovní systém a zvýšit disciplínu subjektů. Zachovává celkový regulační kapitál na minimální hodnotě 8%, avšak celkový Tier 1 musí činit minimálně 6% RVA. Jsou zavedeny celkem čtyři složky kapitálu, tři z toho jsou dílčími složkami Tier 1, setkáme se ale i s Tier 2. Tier 3 již v konceptu nefiguruje.

Vzniká navíc povinnost vytvářet dodatečné kapitálové rezervy v podobě tzv. polštářů. Jedná se o proticyklický kapitálový polštář, jehož úkolem je absorbovat ztráty v krizových obdobích, kapitálový konzervační polštář a kapitál pro systémově významné banky. Nová pravidla také zakazují vyplácení dividend a bonusů v případě, že se banka potýká s finančními problémy.

Základní tři pilíře Basel III lze stanovit jako minimální kapitálový požadavek na kreditní, tržní a operační riziko, dále kontinuální proces dohledu vyžadující aktivní spolupráci regulátora a banky a poslední transparentnost a tržní disciplína, který souvisí s tím, že banky mají povinnost informovat o podstupovaných rizicích a modelech ke stanovení výše těchto rizik. Tento koncept klade velké nároky na identifikaci rizik a jejich efektivní řízení. Je proto nutné, aby byl rizikový management banky plně obeznámen s metodami měření a řízení rizika i s požadavky regulátora.

3 Postup stanovení Value at Risk komplexního portfolia finančních aktiv

Tato kapitola představuje postup stanovení Value at Risk (zkráceně VaR) na základě metodiky RiskMetrics, a to pro komplexní portfolio, tedy takové, které se skládá z více než jednoho druhu finančních aktiv. Nejprve je však nutno se seznámit se samotným ukazatelem VaR i s metodikou, na jejímž základě bude prováděn výpočet. Proto tedy první dvě kapitoly popisují ukazatel Value at Risk, způsoby jeho výpočtu a jeho význam v moderním řízení rizik, a metodiku RiskMetrics.

V dalších podkapitolách pak bude stanoven postup výpočtu VaR pro komplexní portfolio složené z lineárních instrumentů s pevným příjmem. Bude ukázán postup tzv. mapování, plánování rozptylu i kovariance a následný výpočet VaR dle zjištěných údajů na základě směrodatné odchylky a kovariance podle základů metody RiskMetrics.

3.1 Value at Risk a obecné způsoby jeho stanovení

Value at Risk neboli hodnota v riziku je stále častěji využívaným způsobem měření finančního rizika. Jeho aplikace je totiž velmi široká. Používá se pro stanovení kapitálové přiměřenosti bank i solventnosti pojišťoven. Jedná se o kritérium hojně využívané v manažerském řízení rizika. Patří do kategorie „safety first“ a jeho cílem je zobrazit dopady budoucího vývoje portfolia na velikost zisku.

Podstatou této metody je výpočet maximální možné ztráty z investice či portfolia za předem stanovenou dobu na určené hladině pravděpodobnosti. Odpovídá na otázku, kolik je možno maximálně ztratit s pravděpodobností (1- α), kde α je stanovená hladina významnosti, v průběhu daného časového horizontu.

Jinými slovy, hodnota VaR udává potenciální změnu v hodnotě portfolia. Velikost této změny určují krom parametrů portfolia a indikátorů rizika právě i stanovené parametry ukazatele VaR, tedy časový horizont, v průběhu kterého bude změnu hodnoty portfolia ukazatel VaR charakterizovat, a hladina významnosti α, kterou si stanoví většinou sám rizikový manažer provádějící výpočet. VaR bývá vyjádřen jako procento z hodnoty portfolia či v jednotkách zvolené podkladové měny jako absolutní ztráta portfolia.

VaR je ukazatelem ztráty nebo přeneseně záporného zisku. Vyjde-li kladně, můžeme konstatovat, že se zvolenou pravděpodobností nebude naše ztráta větší než VaR. Vyšel-li by VaR záporně, značil by nejmenší hodnotu zisku, kterého bude se stanovenou pravděpodobností dosaženo.

Jedna z jeho největších výhod je, že postihuje mnoho dílčích rizik a převádí je na společného jmenovatele, kterým je změna hodnoty portfolia finančních aktiv. Je stanoveno jediné číslo, které poskytuje přehled o celkovém riziku portfolia. Průkopníkem této metody byla banka J. P. Morgan, dnes jsou však již VaR i jeho modifikace známé široké finanční veřejnosti.

Mezi hlavní pozitiva ukazatele VaR patří již výše zmíněný fakt, že všechny druhy rizik jsou přeneseny na jednoho společného jmenovatele, jímž je maximální hodnota ztráty. Jedná se o hodnotu, jejíž význam je poměrně snadno interpretovatelný a pochopitelný. Dá se s ní velmi široce pracovat a řídit riziko. Také výpočet VaR není v mnoha případech složitý, přestože lze se setkat i s náročným výpočtem vstupních parametrů.

Mezi hlavní nevýhodu naopak patří, že ukazatel neposkytuje žádný přehled o tom, jak velké mohou být ztráty přesahující hodnotu VaR, vyskytující se s pravděpodobností α. Tato pravděpodobnost je velmi malá, avšak v reálném světě se mnohdy právě tyto ztráty také vyskytnou. Druhou určitou nevýhodou VaR je jeho složitější výpočet při předpokladu jiného rozdělení, než je rozdělení normální. Proto často dochází ke zjednodušení a předpokladu rozdělení normálního, přestože finanční výnosy mají rozdělení spíš leptokurtické, které má vyšší špičatost, těžší konce a bývá i zešikmené. Je proto potřeba velmi důrazně rozlišovat, kde je uvedené zjednodušení s využitím normálního rozdělení vhodné.

3.1.1 Odvození Value at Risk

Základní význam VaR vyjadřuje rovnice:

$$P(\tilde{X} \geq VaR) = \alpha \,, \tag{3.1}$$

kde P je pravděpodobnost, $\tilde{X}$ hodnota ztráty a α hladina významnosti. Tato rovnice tedy vyjadřuje, že pravděpodobnost, že ztráta přesáhne hodnotu VaR, bude rovna hladině významnosti, jejíž často používaná hodnota je 0,05.

Rovnici lze přepsat do tvaru:

$$P(\Delta\tilde{\Pi} \leq -VaR) = \alpha \,, \tag{3.2}$$

kde ΔΠ je velikost zisku a $-VaR$ je opačná hodnota k hodnotě VaR. Tento vztah udává, že hodnota zisku bude menší než je hodnota opačná ke kritériu VaR s pravděpodobností rovnou hladině významnosti α.

Pro analytické vyjádření VaR vycházíme z rovnice (3.3), do které dosadíme substituci (3.4), kde g patří do normálního rozdělení, a získáme rovnici (3.5).

$$P\left(\Delta\widetilde{\Pi} + VaR \leq 0\right) = \alpha \tag{3.3}$$

$$\tilde{g} = \Delta\widetilde{\Pi} + VaR \tag{3.4}$$

$$P(\tilde{g} \leq 0) = \alpha \tag{3.5}$$

Dále je provedena normalizace rovnice za účelem získání normovaného normálního rozdělení. Dostáváme tvar:

$$P\left(\frac{\tilde{g} - E(\tilde{g})}{\sigma(\tilde{g})} \leq \frac{0 - E(\tilde{g})}{\sigma(\tilde{g})}\right) = \alpha\,. \tag{3.6}$$

Za předpokladu, že:

$$E(\tilde{g}) = E\left(\widetilde{\Pi} + VaR\right) = E\left(\widetilde{\Pi}\right) + VaR\,, \tag{3.7}$$

$$\sigma(\tilde{g}) = \sigma\left(\widetilde{\Pi}\right),$$

$$\frac{0 - E(\tilde{g})}{\sigma(\tilde{g})} = \Phi^{-1}(\alpha),$$

byl odvozen vztah:

$$\frac{E\left(\widetilde{\Pi}\right) - VaR}{\sigma\left(\widetilde{\Pi}\right)} = \Phi^{-1}(\alpha), \tag{3.8}$$

kde VaR představuje hodnotu kritéria Value at Risk, $E\left(\widetilde{\Pi}\right)$ je střední hodnota zisku portfolia, $\sigma(\widetilde{\Pi})$ je rozptyl zisku portfolia a $\Phi^{-1}(\alpha)$ značí distribuční funkci normovaného normálního rozdělení při hodnotě pravděpodobnosti rovné hladině významnosti α. Z tohoto vztahu pak dostáváme výsledný analytický vzorec pro výpočet VaR ve tvaru:

$$VaR = -E\left(\widetilde{\Pi}\right) - \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sigma\left(\widetilde{\Pi}\right). \tag{3.9}$$

Získaný vzorec (3.9) pro výpočet VaR hraje významnou roli především díky tomu, že názorně ukazuje definici hodnoty VaR. Pro výpočet tohoto ukazatele v praxi se však používají většinou jiné přístupy, které jsou popsány v dalším textu.

3.1.2 Metody výpočtu Value at Risk

Pro výpočet VaR se používají obecně tři metody. Jedná se o metodu historické simulace, metodu variance a kovariance a metodu simulace Monte Carlo. V této práci bude použita metoda variance a kovariance dle RiskMetrics, avšak v této části budou shrnuty principy každého z těchto tří základních přístupů a budou představeny jeho silné a slabé stránky.

Prvním přístupem je **historická simulace**. Jedná se o nejjednodušší simulaci, která většinou nevyžaduje náročný software či složité výpočty. Je založena na historických výnosech. Základní podstatou je využití těchto historických dat k vytvoření rozdělení pravděpodobnosti. Toho je dosaženo při seřazení dat podle velikosti.

Získané rozdělení pravděpodobnosti obvykle neodpovídá matematickému rozdělení, ale mívá zcela individuální tvar. Value at Risk je získán jako α percentil ze seřazených hodnot od hodnoty nejnižší. Můžeme pak říci, že s pravděpodobností x nebudou ztráty větší než hodnota VaR. Jako příklad je možno uvést, že při využití 200 hodnot a hladině spolehlivosti $\alpha = 0{,}05$ je VaR 10. nejnižší hodnota.

Podstatou výpočtu VaR u historické metody je získat kvantil či percentil z historického rozdělení pravděpodobnosti. Chceme-li vědět nejhorší předvídanou ztrátu na určité hladině pravděpodobnosti, podíváme se na příslušný percentil. Například chceme-li interval spolehlivosti 99%, podíváme se na hodnotu, u které v 99% případů neztratíme více. Čím větší interval spolehlivosti, tím nižší hodnoty, tedy vyšší ztráty pravděpodobně dostaneme.

Metoda je poměrně jednoduchá, velmi snadno použitelná a poměrně intuitivní, avšak je velmi náročná na data a také je imunní k tomu, kdy který výnos nastal, tedy špatně zohledňuje časový dopad a časové zařazení jednotlivých dat. Obvykle se díváme do minulosti vzdálené 6 měsíců až 2 roky. V případě simulace rozdělení na základě historických údajů se často ukáže problém odlehlých hodnot, které poté zkreslují výsledek.

Druhým přístupem je **simulace Monte Carlo**, jejíž podstatou je simulování mnoha scénářů o budoucím vývoji podkladového instrumentu. Z těchto scénářů je zjištěno rozdělení pravděpodobnosti, které se opět stane podkladem pro výpočet VaR.

Jedná se o metodu založenou na podobném základu jako historická simulace, její přístup je srovnatelný, avšak místo historických dat jsou generována data budoucí, hypotetická. Scénáře využívají určitého předpokladu o vývoji výnosu aktiva v budoucnosti. Základními údaji většinou bývá střední hodnota a rozptyl historických dat. Dále jsou simulovány náhodné vývoje hodnot portfolia pro většinou několik tisíc scénářů. Z této simulace je poté zjištěno reálné rozdělení pravděpodobnosti výskytu budoucích dat.

Monte Carlo simulace je ve svém principu jednoduchou aplikací Brownova pohybu. Základem je vztah popisující Brownův pohyb:

$$ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \sim \Phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma\sqrt{T}\right], \tag{3.10}$$

kde S_t je dnešní cena aktiva, S_{t-1} cena aktiva v čase o jednotku předcházejícím, μ je střední hodnota rozdělení, σ^2 rozptyl a T je doba, za kterou je rovnice řešena. Periodický návrat je normálně rozložený. Tohoto postupu bude v práci využito při simulaci budoucí ceny některých aktiv, nikoli však již pro výpočet VaR.

Poslední a hojně používanou je **metoda variance a kovariance**, která bude v této práci využita. Při její aplikaci mohou být uplatněny i podobné veličiny, a to směrodatná odchylka a koeficient korelace finančních výnosů. Vše za předpokladu, že výnosy jsou normálně rozloženy. Tento přístup byl zvolen dle metodiky RiskMetrics, která vychází z opodstatněného předpokladu, že volatilita finančních výnosů je dobře predikovatelná a tedy poskytuje dobrou možnost odhadu budoucího dění. Základy tohoto přístupu jsou popsány v kapitole RiskMetrics, v dalších kapitolách je pak metoda prakticky aplikována.

3.2 RiskMetrics

RiskMetrics je metodika určená k měření, řízení a kontrole zejména tržního rizika. Je souborem nástrojů, které umožňují účastníkům finančních trhů odhadnout míru, v jaké se vystavují tržnímu riziku. Základním nástrojem je hodnota v riziku, tedy již zmíněný Value at Risk.

Metoda vznikla ze spolupráce J. P. Morgan a Reuters, její základní tzv. Technický dokument (viz [13]) byl vydán v roce 1996. Tento dokument obsahuje detailní popis metodiky RiskMetrics. Jeho součástí je soubor technik i již vypočtených dat měřících tržní riziko portfolia, a to jak instrumentů s pevnými příjmy, tak i dalších nástrojů, mezi kterými najdeme komodity, zahraniční měnu, swapy, forwardy i deriváty. Od doby jeho vydání dochází k aktualizacím. Významnou prací, která přináší zejména popis nových instrumentů a postup stanovení rizika ve specifických případech, je publikace s názvem Return to RiskMetrics: The Evolution of a Standards (viz [18]), která vyšla v roce 2001.

Krom samotného Technického dokumentu, který podrobně vysvětluje metodu VaR a soustředí se na to, aby byli rizikoví manažeři schopni tento ukazatel aplikovat v praktických výpočtech a řídit pomocí něj riziko, je součástí RiskMetrics i soubor dat, které autoři distribuují pro lepší ilustraci metodologie VaR. Poslední součástí pak je i výpočetní software navržený J. P. Morgan, Reuters a dalšími. Tento software však nebyl v této práci využit a nebude tedy ani popsán podrobněji.

Využití metodologie RiskMetrics pro stanovení VaR je základem této práce. Podstatou odhadu tržního rizika je identifikace faktorů ovlivňujících portfolio. Základem RiskMetrics je rozklad různých druhů finančních instrumentů na základní finanční toky a identifikace konkrétních rizikových faktorů, které na ně působí. Samotný postup výpočtu VaR se skládá z několika dílčích bodů.

V prvním kroku je potřeba identifikovat cash flow, které plyne z držby finančního instrumentu. Druhým krokem je v některých případech potřeba tyto finanční toky převést, tzv. mapovat na toky v předem stanovených obdobích. Jedná se o výrazné zjednodušení počítání při složitých a různě v čase rozložených cash flow. Metodika mapování do předem stanovených období, která jsou uvedena v Technickém dokumentu a na níž je dále založen výpočet VaR pomocí RiscMetrics, je blíže popsána v následující kapitole. Dalším krokem je odhad budoucích cen, výnosů a jejich rozptylu za stanovené období výpočtu VaR. Posledním výpočtem je samotné stanovení Value at Risk.

RiskMetrics používá k odhadům volatility a korelace analýzy historických časových řad velkého počtu finančních instrumentů. Předpokladem metody je, že na základě minulých výnosů může být modelována smysluplná předpověď budoucích výnosů. Je pracováno na bázi normálního rozdělení výnosů, přestože reálná tržní data vykazují rozdělení leptokurtické. Od tohoto faktu bude v práci abstrahováno, přestože metodika RiskMetrics pro reálnou praxi s tímto odchýlením počítá a nabízí možnosti úpravy získaných hodnot za předpokladu jiného rozdělení, než normálního.

Value at Risk je stanoveno jako α percentil rozdělení výnosu portfolia v daném časovém horizontu. Výnos portfolia se skládá z výnosů jeho dílčích složek, specificky jejich cash flow, vynásobených podílem těchto složek na hodnotě portfolia. Základem pro výpočet se stává vztah:

$$VaR = k \cdot \sigma_p \,, \tag{3.11}$$

kde VaR je hodnota ukazatele, σ_p je rozptyl portfolia a koeficient k je α percentil inverzní funkce k distribuční funkci normovaného normálního rozdělení vynásobený hodnotou (-1), protože VaR představuje měřítko ztráty. Jedná se o hodnoty stanovené, neměnné, závisející pouze na zvolené hladině spolehlivosti. Konkrétně získané vztahy jsou zobrazeny v tabulce (3.1).

Tabulka 3.1 Vztah pro výpočet VaR v závislosti na různé hladině významnosti

α	0,100	0,050	0,010	0,001
k	1,282	1,645	2,326	3,090
VaR	$1{,}282 \cdot \sigma_p$	$1{,}645 \cdot \sigma_p$	$2{,}326 \cdot \sigma_p$	$3{,}090 \cdot \sigma_p$

Zdroj: vlastní zpracování

VaR lze jinak vypočítat podle vzorce:

$$VaR = \sqrt{\bar{V} R \bar{V}^T}\,, \tag{3.12}$$

kde R je korelační matice jednotlivých prvků a $\bar{V}$ představuje vektor odhadovaných VaR pro jednotlivé instrumenty v portfoliu. Pro $\alpha = 0{,}05$ lze hodnotu vypočítat podle vzorce:

$$\bar{V} = w_i \cdot 1{,}645 \cdot \sigma_i\,, \tag{3.13}$$

kde w_i je váha i-tého instrumentu v portfoliu a σ_i je rozptyl i-tého instrumentu.

Přestože RiskMetrics nabízí metodiku také pro výpočet VaR nelineárních portfolií, jako jsou například opční portfolia, nebude zde tato metodika představena, neboť předmětem práce je portfolio lineární.

3.3 Stanovení a mapování cash flow

Prvním krokem pro výpočet VaR je stanovení budoucích finančních příjmů, které očekáváme, že budou plynout z jednotlivých instrumentů. Nejjednodušším případem jsou například akcie, u nichž z minulosti víme, jaké byly jejich ceny, a základem pro další modelování příjmů se stane prognóza výnosů. Pro výpočet výnosů je charakteristickým vzorec:

$$R_T = \ln\left(\frac{P_T}{P_{T-t}}\right), \tag{3.14}$$

kde R_T je výnos sledovaného aktiva v čase *T*, což je moment ocenění, P_T je cena aktiva v čase T a P_{T-t} je cena aktiva v čase $T - t$, kde *t* značí dobu, za kterou je výnos počítán. Je-li tedy potřeba stanovit denní výnos, pracujeme s hodnotou $t = 1$, při ročním výnosu je brána hodnota $t = 250$, počítáme-li obchodní dny.

3.3.1 Metody stanovení cash flow z obligace

V případě instrumentů s fixními příjmy, jako jsou zejména obligace, musíme nejprve určit, ve kterých momentech budeme očekávat finanční toky. Na rozdíl od akcií, kdy máme v podstatě každodenní informace a hodnoty, u obligací tomu tak není. Je potřeba tedy rozplánovat budoucí příjmy do určitých časových momentů. Technický dokument popisuje identifikaci a způsob modelování cash flow nejen obligací, jakožto finančních instrumentů s pevnými příjmy, ale i zahraniční měny či komodit.

Mezi nejvýznamnější metody, které plánují finanční toky, můžeme zařadit přístupy nazvané v Technickém dokumentu jako „duration map“, „principal map“ a „cash flow map“. Všechny přístupy se snaží stanovit peněžní toky z obligace a zařadit je k určitému budoucímu okamžiku.

Plán pomocí durací, tedy „duration map“, je velmi častou metodou. Pozice finančního toku z obligace je charakterizována pomocí durace, tedy váženého aritmetického průměru období, za které dostane investor celkové příjmy plynoucí z dluhopisu za předpokladu reinvestice jednotlivých kuponů. Durace je blíže popsána v kapitole 2.4. Tento údaj, durace, podává v podstatě zjednodušený pohled na tržní riziko portfolia. Jejím základním nedostatkem je předpoklad lineárního vztahu mezi změnami ceny a změnami výnosu. Jak již bylo uvedeno v kapitole 2.4, durace funguje velmi dobře v případě paralelních posunů výnosové křivky, avšak velmi špatně v případě, kdy se výnosová křivka například otáčí. Metoda plánuje pouze jeden finanční tok z obligace, kterým je celková suma, jež investor z dluhopisu získá, zasazená do času durace. Je-li tedy durace 2,6 let, jeden plánovaný celkový cash flow je očekáván za 2,6 let.

Základní mapa finančních toků, označovaná jako „principal map“, je metodou, která popisuje finanční toky z obligace tak, že je zasadí do doby splatnosti obligace, resp. do doby, kdy je očekáván největší příjem peněz, a ostatní drobné příjmy jsou převedeny k datu splatnosti. Základním nedostatkem tohoto konceptu je, že předpokládané úrokové platby, které se mají objevit v budoucnu, jsou oceněny současnými tržními hodnotami úrokových sazeb. Plánován je tedy opět jeden finanční příjem, a to v době splatnosti.

Metodou třetí, kterou využívá RiskMetrics a která bude uplatněna i v této práci, je mapa finančních toků, neboli cash flow map, která zobrazuje toky z obligace v daném čase, ve kterém jsou očekávány. V podstatě se jedná o rozložení kupónové obligace na sérii bezkupónových instrumentů s datem splatnosti v době výplaty kupónu a v době splatnosti obligace. Problémem této metody může být otázka, jak stanovit nejistá cash flow v případě, kdy má obligace nepevně stanovenou kupónovou sazbu či v případě, že se jedná o obligace s určitou opcí, tedy opět nejistými cash flow. V ostatních případech však tato metoda bez problémů stanoví finanční toky z obligace jako soubor dílčích cash flow rozložených v čase. Dále tedy bude hovořeno pouze o této metodě.

Při použití metody cash flow map dostaneme soubor finančních toku jednotlivě, nikoli v jedné chvíli a v jedné hodnotě, jako je tomu u ostatních dvou metod. S toky je poté nakládáno jednotlivě, jako by byly na sobě nezávislé. Cílem tohoto přístupu je přesnější model rizika. Z pohledu tržního rizika je totiž jedno, jestli je držena do splatnosti například pětiletá obligace s kupóny nebo pět dílčích obligací bez kupónu, jejichž splatnosti a nominální hodnota odpovídají nominální hodnotě kupónové obligace a jednotlivým kupónovým platbám.

3.3.2 Plánování cash flow do předem stanovených bodů

Ve chvíli, kdy je dokončen proces stanovení a rozplánovaní cash flow do jednotlivých bodů v čase, jak již bylo popsáno výše, nabízí metodika RiskMetrics další postup směrem ke sjednocení časovým termínů, ve kterých očekáváme cash flow. V případě, že portfolio obsahuje několik instrumentů s pevnými příjmy a dlouhou dobou splatnosti, může se stát, že získáme velmi rozsáhlou strukturu cash flow, která není sjednocená v čase, a proto by bylo pro výpočet VaR nutno plánovat velké množství volatilit a korelací, pro každou dobu výskytu cash flow zvlášť. Proto je vhodné rozplánovat tyto cash flow do předem stanovených přesných bodů, které metoda RiskMetrics nabízí. Tyto neměnné body jsou zobrazeny v tabulce 3.2.

Tabulka 3.2 Pevné body pro rozplánování získaných cash flow

1 m	3 m	6 m	12 m	2 r	3 r	4 r	5 r	7 r	9 r	10 r	15 r	20 r	30 r

Zdroj: RiskMetrics Technický dokument viz [13], vlastní zpracování

Po přiřazení cash flow do jednotlivých bodů jsou získány RiskMetrics cash flow. Body, do kterých jsou jednotlivé cash flow rozplánovány, jsou fixní a stabilní v čase nyní i v budoucnosti a platí pro všechny instrumenty, pro lineární, stejně tak jako pro nelineární. Důvodem, proč se v reálném prostředí řídit body stanovenými RiskMetrics a ne body vlastními, ke kterým je možno pomocí stejné techniky také rozplánovat cash flow produkované portfoliem, je ten, že RiskMetrics poskytuje mnoho již předem vypočtených volatilit a korelací pro jednotlivé typy instrumentů, a proto je mnohdy jednodušší používat předem stanovené body uvedené v metodice RiskMetrics.

Přiřazení reálných finančních toků k jednotlivým pevným bodům je prováděno tak, že se cash flow rozdělní mezi dva nejbližší body z matice bodů RiskMetrics. V praxi to vypadá například tak, že cash flow v roce 8 se rozdělí mezi roky 7 a 9. U budoucích dvou cash flow, v roce 7 a 9, zůstává uchována jak tržní hodnota, tak tržní riziko.

Pro výše uvedené rozplánování finančního toku poskytuje RiskMetrics metodiku založenou na rozptylu finančních výnosů. Prvním krokem je výpočet předpokládaného výnosu stávajícího cash flow, pokud jej neznáme. Paralelně k předchozímu příkladu se jedná o výnos osmiletého cash flow, které budeme označovat symbolem *l*. Získáme tedy výnos y_l, a to díky lineární interpolaci výnosu y_k a y_m, které odpovídají v pořadí hodnotám příkladu 7 let a 9 let. Tento výnos získáme z rovnice:

$$y_l = \hat{a} y_k + (1 - \hat{a}) y_m, \tag{3.15}$$

kde $\hat{a}$ je lineární koeficient přiřazující váhu rozplánování stávajícího cash flow k okolním bodům. Tento koeficient je možné na začátku stanovit na hodnotu 0,5. V případě, že intervaly mezi výnosem y_l a y_k a výnosem y_l a y_m nejsou stejné, jako je tomu v případě rozplánování osmiletého výnosu mezi sedmiletý a devítiletý, je přiřazena vyšší hodnota z $\hat{a}$ a $(1 - \hat{a})$ právě tomu výnosu, který je blíže výnosu, který chceme rozplánovat. Tedy například v případě, že bychom chtěli rozplánovat 4 měsíční (4m) výnos mezi 3m a 6m výnos, vyšší hodnotu koeficientu by bylo potřeba přiřadit k 3m výnosu.

Dalším krokem je určení současné hodnoty stěžejního cash flow. Následuje pak výpočet směrodatné odchylky výnosů aktuálního cash flow. Opět je v případě nedostupnosti možné vypočítat směrodatnou odchylku cash flow *l* jako lineární interpolaci cash flow *k* a *m*. Dostáváme rovnici:

$$\sigma_l = \hat{a} \sigma_k + (1 - \hat{a}) \sigma_m, \tag{3.16}$$

kde σ_l je rozptyl výnosů našeho cash flow, které chceme rozplánovat, σ_k je rozptyl výnosů cash flow z předešlého bodu a σ_m rozptyl cash flow z bodu následujícího.

Cílem těchto výpočtů je stanovit koeficient $\hat{a}$. Pro jeho určení získáváme rovnici:

$$\sigma_l^2 = \hat{a}^2 \sigma_k^2 + 2\hat{a}(1 - \hat{a}) \rho_{k,m} \sigma_k \sigma_m + (1 - \hat{a})^2 \sigma_m^2\,, \tag{3.17}$$

kde $\rho_{k,m}$ je korelace mezi výnosem v bodě k a výnosem v bodě m. Při paralelním přepisu rovnice do základního tvaru kvadratické rovnice:

$$\mathrm{a}\hat{a}^2 + \mathrm{b}\hat{a} + \mathrm{c} = 0\,, \tag{3.18}$$

lze výpočet založit na dílčím stanovení:

$$\mathrm{a} = \sigma_k^2 + \sigma_m^2 - 2\rho_{k,m}\sigma_k\sigma_m\,, \tag{3.19}$$

$$\mathrm{b} = 2\rho_{k,m}\sigma_k\sigma_m - 2\sigma_m^2\,,$$

$$\mathrm{c} = \sigma_m^2 - \sigma_l^2\,,$$

kde:

$$\alpha = \frac{-\mathrm{b} \pm \sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}}. \tag{3.20}$$

Výsledkem rovnice budou dvě řešení. Vybráno bude to, které lépe splňuje předpoklady.

Posledním krokem je již jen rozdělení aktuálního cash flow, zde označeného jako l, do dvou dílčích cash flow odpovídajících bodům dle RiskMetrics. Při stejné vzdálenosti bodů k a m od bodu l přiřadíme k bodu k koeficient $\hat{a}$ a k bodu m koeficient $(1 - \hat{a})$.

Jakmile jsou stanoveny peněžní toky, je potřeba určit jejich současnou hodnotu pomocí aktuálních tržních měr a cen. Pro diskontování peněžních toků z obligace, tedy pomyslných obligací s nulovým kupónem, jsou využity tržní úrokové míry odpovídající době toku daného cash flow.

3.4 Stanovení budoucích úrokových měr

Jakmile máme stanoveny budoucí finanční toky, je potřeba se zaměřit na zjištění jejich hodnoty k datu, ke kterému stanovujeme VaR. U obligace je měřítkem rizika tržní úroková sazba, jejíž historické údaje jsou k dispozici. Aby bylo možno diskontovat cash flow do bodu ocenění, je nutno vědět, jaká sazba bude v době výpočtu VaR. Proto je potřeba provést odhad budoucí úrokové míry.

Pro odhad úrokových sazeb je možno využít několika modelů. V této práci bude využit model, který patří do skupiny tzv. mean – reversion procesů, tedy takových modelů, které se neustále vracejí k zadané střední hodnotě. Do této skupiny lze zařadit například Vašíčkův model, Cox-Ingersol-Ross (CIR) model a Hull-Whiteův proces. Všechny tyto tři známé modely jsou založeny na náhodném procesu, konkrétně na tzv. specifickém Wienerově procesu. Než bude tedy popsán samotný postup stanovení budoucích úrokových měr pomocí Vašíčkova a CIR modelu, je potřeba blíže představit Wienerův proces.

3.4.1 Specifický Wienerův proces

Specifický Wienerův proces představuje základní dynamický proces, který nemá žádný trend. Jak již bylo řečeno, je často obsažen v dalších modelech jako jejich náhodná složka. Základním parametrem je náhodná proměnná $\tilde{z}$ z normovaného normálního rozdělení, jak uvádí:

$$\tilde{z} \in N(0,1)\,. \tag{3.21}$$

Tento proces vychází ze dvou předpokladů. Prvním je, že predikované ceny jsou ovlivněny jen aktuální cenou a nikoli cenami historickými, druhým předpokladem je pak nezávislost cen v čase. Z rovnice:

$$dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt} \tag{3.22}$$

vyvodíme základní parametry, tedy střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku. Ty odpovídají hodnotám:

$$\begin{aligned} E(dz) &= 0\,, \\ \sigma^2(dz) &= dt\,, \\ \sigma(dz) &= \sqrt{dt}\,. \end{aligned} \tag{3.23}$$

Pro vývoj ceny v čase za několik intervalů pak platí, podle Zmeškala (2004, str. 102, viz [8]):

$$\tilde{z}_T - z_0 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{z}_i \cdot \sqrt{dt}\,, \tag{3.24}$$

přičemž parametry střední hodnoty, rozptylu a směrodatné odchylky jsou stanoveny podle:

$$\begin{aligned} E(\tilde{z}_T) &= 0\,, \\ \sigma^2(\tilde{z}_T) &= n \cdot dt = T\,, \\ \sigma(\tilde{z}_T) &= \sqrt{T}\,. \end{aligned} \tag{3.25}$$

3.4.2 Vašíčkův a CIR model

Vašíčkův model popisuje chování úrokových sazeb i dalších instrumentů, jako jsou například ceny komodit. Obsahuje deterministickou trendovou a poté reziduální složku, které jsou (v pořadí, odděleny znaménkem „+“) zobrazeny v rovnici:

$$dx = a \cdot (b - x)dt + \sigma \cdot dz\,, \tag{3.26}$$

kde b udává empiricky zjištěnou dlouhodobou rovnováhu, tedy hodnotu, ke které se proces v čase vrací, dt je interval časový, v tomto případě nekonečně malý okamžik, x je cena aktiva a a je rychlost přibližování se k hodnotě b, tedy čím vyšší je hodnota a, tím rychleji se proces vrátí k dlouhodobé rovnováze.

V praxi se uplatňuje tzv. aritmetický Vašíčkův proces, který má vzorec

$$r_t = r_{t-1} + a \cdot (b - r_{t-1}) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \tilde{z} \cdot \sqrt{\Delta t}\,, \tag{3.27}$$

kde r_t představuje hledanou úrokovou míru v čase t, r_{t-1} je úroková míra v čase předchozím, ze kterého většinou vycházíme, a parametry a, b je potřeba odhadnout. Vzhledem k tomu, že tento aritmetický proces je schopen namodelovat úrokovou míru jako záporné číslo, stále častěji se používá model CIR.

Cox-Ingersol-Ross model je modifikací Vašíčkova modelu. Jeho úspěchem je řešení záporných úrokových sazeb tím, že do rovnice přidává odmocninu úrokové sazby v čase $t - 1$, jak zobrazuje rovnice:

$$r_t = r_{t-1} + a' \cdot (b' - r_{t-1}) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \sqrt{r_{t-1}} \cdot \tilde{z} \cdot \sqrt{\Delta t}\,, \tag{3.28}$$

přičemž význam symbolů je shodný s modelem Vašíčkovým, je přidána pouze proměnná $\sqrt{r_{t-1}}$.

Pro odhad parametrů a, b Vašíčkova a poté i parametrů a', b' CIR modelu bylo použito kritérium minimalizace RMSE. Nejprve tedy byly zjištěny odhadované hodnoty pro historické údaje, poté byly tyto odhadované hodnoty odečteny od hodnot skutečných a tento rozdíl se stal podkladem pro kritérium RMSE dle vzorce:

$$RMSE = \frac{1}{T} \sqrt{\sum_{i=1}^{T} q^2}\,, \tag{3.29}$$

kde q je rozdíl skutečné a odhadované úrokové míry pro historické údaje. Minimalizací tohoto faktoru byly získány hodnoty a, b, tedy parametry Vašíčkova modelu, a při odhadu pomocí CIR modelu poté parametry a', b'. S využitím těchto parametrů byla tedy zjištěna úroková sazba odpovídající dni, ke kterému je počítána hodnota VaR. Tato úroková sazba je použita jako diskontní faktor budoucích cash flow z obligace. Dostáváme tedy současné hodnoty finančních toků z finančního instrumentu ke dni, ke kterému je počítána hodnota VaR.

3.5 Stanovení rozptylu a kovariance

Stanovení volatility je jednou z nejdůležitějších částí procesu stanovení VaR. Volatilita totiž značí nejistotu budoucího vývoje aktiva. Jedná se o základní nástroj řízení finančních rizik. Z hlediska statistického jde o směrodatnou odchylku většinou jednodenních spojitých výnosů, která je určena z historických dat a predikována pomocí modelů do budoucnosti. Stejný postup bude uplatněn i v této práci, na základě historických časových řad bude predikován vývoj rozptylu a z něj zjištěna směrodatná odchylka.

Nejčastějším způsobem předvídání jsou klouzavé průměry, jejichž cílem je zachytit trend historického vývoje rizika a prodloužit jej jako předpoklad budoucnosti. Vzhledem k tomu, že extrémní hodnoty často způsobovaly zkreslení, vyvinuly se tzv. exponenciální klouzavé průměry, které přiřazují některým pozorováním vyšší, jiným naopak nižší váhu. Nejčastěji jsou ve výpočtu více zhodnocené poslední hodnoty.

3.5.1 Model GARCH a EWMA

V praxi se nejvíce uchytili tzv. ARCH modely, z nichž nejjednodušším, avšak i přesto hojně používaným, je GARCH model, což je zkratka anglických slov „Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". Jedná se tedy o model podmíněného rozptylu, který předpokládá heteroskedasticitu. Obecný vzorec má tvar:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha\varepsilon_t^2 + \beta\sigma_t^2 \, , \tag{3.30}$$

kde σ_{t+1}^2 je predikce rozptylu na čas $t+1$, σ_t^2 je rozptyl v čase t, ε_t^2 značí novou informaci v čase t a ω, a, b jsou parametry, které je potřeba odhadnou. Musí být současně splněny dva typy podmínek:

$$\omega, \alpha, \beta \geq 0 \, , \tag{3.31}$$

$$\alpha + \beta < 1.$$

Zejména díky tomuto vysokému počtu parametrů, které je potřeba odhadnout, se vyvinul model EWMA, který bude v této práci používán. Jedná se opět o zkratku anglických slov „Exponentially Weighted Moving Average" neboli exponenciálně vážený klouzavý průměr. Jedná se o zvláštní případ modelu GARCH, u kterého je potřeba odhadnout jen jeden parametr λ. Ten je označován jako tzv. tlumící neboli decay faktor, který byl odvozen z parametrů GARCH modelu a platí pro něj pravidlo, že musí být v rozmezí 0 a 1, jako zobrazují rovnice (3.32). Čím blíže je tlumící faktor jedné, tím méně je odhad volatility citlivější na novější data.

$$\omega = 0, a = 1 - \lambda, b = \lambda \qquad (3.32)$$
$$0 \le \lambda \le 1$$

Rovnice modelu EWMA, jehož výhodou je snažnější odhad, vypadá takto:

$$\sigma^2_{t+1,t} = (1 - \lambda) \cdot r_t^2 + \lambda \cdot \sigma^2_{t,t-1}\,, \qquad (3.33)$$

kde r_t^2 je skutečný rozptyl a $\sigma^2_{t+1,t}$ je predikovaný rozptyl, v tomto případě predikovaný v čase t na čas $t+1$.Samotné zjištění parametru lambda je prováděno pomocí minimalizace kritéria RMSE a to tak, že nejprve je definována chyba v předpovědích modelu jako:

$$q_t = r_t^2 - \sigma^2_{t,t-1}\,, \qquad (3.34)$$

a účelovou funkcí minimalizace bude pak:

$$ÚF = min\sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^{N} [q_t(\lambda)^2]}\,. \qquad (3.35)$$

Model EWMA lze použít i pro odhad kovariance, a to tak, že postup výpočtu je plně zachován, avšak místo s druhou mocninou jedné časové řady se pracuje se dvěma hodnotami, tedy s násobky dvou časových řad výnosů. Další kroky jsou již plně shodné s odhadem rozptylu. Vzorec tedy vypadá takto:

$$\sigma_{ij;t+1,t} = \lambda \cdot \sigma_{ij;t,t-1} + (1 - \lambda) \cdot r_{i,t} \cdot r_{j,t}\,, \qquad (3.36)$$

přepisem do jiného tvaru pak získáváme:

$$\sigma_{ij;t+1,t} = (1 - \lambda) \cdot r_{ij,t} + \lambda \cdot \sigma_{ij;t,t-1}\,. \qquad (3.37)$$

Model EWMA je doporučován přímo autory metody RiskMetrics, a to zejména z toho důvodu, že dobře zachycuje dynamickou povahu volatility v reálném tržním prostřední. Díky tomu, že nejnovější pozorování má největší váhu, je EWMA lepším nástrojem předpovědi, než tradiční klouzavé průměry, jejichž váhy jsou fixní. Díky tomu je tento model schopen rychleji reagovat na změnu tržních dat a lépe zachytit následky významnějšího šoku na trhu. Stejně tak je velkou výhodou modelu, že umožňuje modelovat i kovarianci, a to poměrně jednoduchým způsobem.

3.5.2 Výpočet rozptylu aktiva z rozptylu rizikového faktoru

Posledním, avšak velmi důležitým krokem pro stanovení rozptylu všech aktiv, který bude podkladem pro výpočet VaR, je přepočet rozptylu podkladových instrumentů zachycujících riziko trhu na rozptyl reálného sledovaného aktiva v případě, kdy bylo v modelu EWMA pracováno právě pouze s podkladovými instrumenty. Tohoto bude využito zejména v případě, kdy je pracováno s časovou řadou úrokových sazeb při určování rizika obligace.

Technický dokument RiskMetrics uvádí vzorec pro přepočet tohoto rozptylu. Jeho základní verze vypadá takto:

$$\sigma_t = N \cdot \sigma(y_{t-1} - y_t), \tag{3.38}$$

kde $\sigma(y_{t-1} - y_t)$ je směrodatná odchylky výnosů $y_{t-1} - y_t$ a σ_t je hledaná směrodatná odchylka výnosů aktiva, které je součástí portfolia. Tato rovnice tedy říká, že volatilita výnosu aktiva je rovna násobku doby splatnosti tohoto aktiva a směrodatné odchylky absolutní změny výnosů. Při spojitém úročení, které bylo v této práci používáno, dostáváme vzorec:

$$\sigma_t = N \cdot \sigma \left[ln \left(\frac{1 + y_t}{1 + y_{t-1}} \right) \right], \tag{3.39}$$

kde $\sigma \left[ln \left(\frac{1+y_t}{1+y_{t-1}} \right) \right]$ je směrodatná odchylka $ln \left(\frac{1+y_t}{1+y_{t-1}} \right)$. V případě, že jsou použity úrokové míry odpovídající době splatnosti aktiva, doba do splatnosti *N* již ve vzorci nefiguruje, neboť je rovna 1.

3.6 Stanovení budoucích cen

Pro modelování tržní ceny z historické časové řady finančních instrumentů na dobu stanovení VaR byl použit geometrický Brownův pohyb. V případě instrumentů, jejichž cena se odvíjí od podkladového rizikového faktoru, kam lze zařadit například obligace, je použit postup diskontování pro stanovení současné ceny z cen budoucích.

3.6.1 Geometrický Brownův pohyb

Tento proces je nejčastější praktickou aplikací Wienerova procesu. Jedná se o stochastický proces, který je vhodný pro modelový popis jevů, jako jsou ceny akcií či měnové kurzy. Podstatou procesu je měnění libovolné veličiny náhodným způsobem v čase. Je vhodný pro instrumenty s pevnými příjmy, neboť zde nejsou žádné cenové šoky a ceny se vyvíjejí náhodně.

Vývoj ceny je popsán na základě exponenciálního trendu. Základním vyjádřením tohoto procesu je rovnice:

$$dS = \mu \cdot S \cdot dt + \sigma \cdot S \cdot dz\,, \tag{3.40}$$

kde S je tržní cena instrumentu v čase t, μ je průměrný výnos a σ směrodatná odchylka.

Pro geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami platí podle Zmeškala (2004, str. 102, viz [8]) vztah založený na využití tzv. Itôovy lemy pro $G = ln\,x$. Itôova lema je obdoba Taylorova rozvoje, která se používá pro stochastické procesy. Základem je zobecněný typ stochastických procesů, Itôův proces, který je v podstatě zobecněním Wienerova a Brownova procesu a je definován jako:

$$dx = a(x;t) \cdot dt + b(x;t) \cdot dz\,, \tag{3.41}$$

kde x je proměnná, $a(\cdot)$ je přírůstek a $b(\cdot)$ směrodatná odchylka změny proměnné x. Na jeho základě je Itôova lema definována jako:

$$dG = \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x} \cdot a(\cdot)\right) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \cdot b^2(\cdot)\right] \cdot dt + \frac{\partial G}{\partial x} \cdot b(\cdot) \cdot dz\,. \tag{3.42}$$

Brownův proces lze napsat ve tvarech:

$$dx = \alpha \cdot x \cdot dt + \sigma \cdot x \cdot dz\,, \tag{3.43}$$

$$\frac{dx}{x} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz\,,$$

kde x představuje cenu akcie, α průměrnou cenu a σ směrodatnou odchylku. S využitím Itôovy lemy dostáváme vztah:

$$dG = d\,lnS = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz\,, \tag{3.44}$$

kde:

$$\alpha = \mu - \frac{\sigma^2}{2}, \tag{3.45}$$

$$\mu = ln\,\frac{S_T}{S}.$$

Po dosazení tedy lze tvrdit, že geometrický Brownův pohyb s logaritmickými cenami je definován vtahem:

$$d\,lnS = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma \cdot dz \cdot \sqrt{dt}\,. \tag{3.46}$$

V případě přepisu rovnice do tvaru:

$$lnS_{t+dt} - lnS_t = ln\frac{S_{t+dt}}{S_t} = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma \cdot dz \cdot \sqrt{dt}\,, \tag{3.47}$$

lze uvést výsledný vztah pro modelaci náhodného vývoje tržní ceny aktiva:

$$S_{t+dt} = S_t \cdot e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma \cdot dz \cdot \sqrt{dt}}. \tag{3.48}$$

Jako simulační metoda bude využita metoda Monte Carlo, která simuluje scénáře budoucího vývoje aktiv. Prvním krokem je vygenerování pseudonáhodných čísel η z normálního rozdělení pravděpodobnosti.

Vygenerované hodnoty jsou mezi sebou nezávislé. Aby do nich byla promítnuta závislost jednotlivých instrumentů, je potřeba použít postup tzv. Choleskeho dekompozice. Základem je vypočtení korelační matice původních prvků a poté promítnutí této korelace do náhodných čísel. Principem výpočtu Choleskeho matice je rozložení kovarianční matice C na AA^T , kde prvky na hlavní diagonále Choleskeho matice A jsou vypočítány jako:

$$A_{ii} = \sqrt{C_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik}^2}\,, \tag{3.49}$$

a prvky pod hlavní diagonálou jako:

$$A_{ij} = \left(C_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} A_{jk} \right) / A_{jj}\,. \tag{3.50}$$

Postup je tedy takový, že je rozložena kovarianční matici $C = A \cdot A^T$ tak, že A je dolní trojúhelníková matice s nulami na hlavní diagonále. Dále je s pomocí již vygenerovaného vektoru nekorelovaných náhodných proměnných η z normálního rozdělení vypočítán vektor $\varepsilon = A \cdot \eta$. Je tedy získán náhodný vektor ε, který má normální rozdělení a jeho prvky jsou korelovány, jejich vztah je vyjádřen kovarianční maticí C.

S využitím vektoru ε je pak pomocí vzorce pro geometrický Brownův pohyb namodelována budoucí cena aktiva pro mnoho scénářů. Výsledná cena aktiva je zjištěna jako střední hodnota získaných hodnot z jednotlivých scénářů. Tato průměrná hodnota pak tedy vyjadřuje cenu aktiva v čase, ve kterém je počítán VaR.

3.6.2 Stanovení cen diskontováním

Cena instrumentů, u kterých jsou modelovány pouze pokladové hodnoty, jimiž v této práci byly úrokové sazby, se stanoví diskontováním tržní ceny v době splatnosti pomocí úrokových měr naplánovaných na dobu, ve které se měří VaR.

Pro výpočet dostáváme vzorec:

$$P_t = e^{-y_t \cdot N}\,, \tag{3.51}$$

kde P_t je cena instrumentu v portfoliu, y_t je výnos podkladového instrumentu v čase t a N je počet období do splatnosti.

Pro sazby a splatnosti, které jsou oceněny na peněžním trhu, se používá vzorec:

$$P_t = \frac{1}{(1 + y_t)^N}\,. \tag{3.52}$$

3.7 Stanovení Value at Risk

Prvním krokem pro výpočet VaR je definice tří základních parametrů. Jedná se o časový horizont výpočtu, hladinu spolehlivosti α, tedy pravděpodobnost $(1 - \alpha)$, že změny v portfoliu nepřinesou větší pokles hodnoty, než udává predikce pomocí VaR, a třetím parametrem je podkladová měna, která bude považována za nepodléhající kurzovému riziku.

Druhým krokem je identifikace cash flow, které plynou z držby daného portfolia či instrumentu. Tyto finanční toky musí být stanoveny na bázi tržních podmínek, oceněny za reálného tržního rizika a případně dle RiskMetrics přeplánovány do předem stanovených bodů, jak bylo ukázáno v kapitole 3.3.2.

Závěrečným krokem je tedy samotný výpočet VaR. Je potřeba zvolit metodu tohoto výpočtu a také rozdělení pravděpodobnosti, se kterým bude pracováno. Nejčastěji se doposud používalo rozdělení normální, přestože mnohdy zanedbává reálné rozdělení finančních výnosů, které často realizují extrémní a díky normálnímu rozdělení zanedbávané a neočekávané ztráty.

Technický dokument RiskMetrics (viz [13]) popisuje postup výpočtu VaR pomocí dvou metod, jedná se o jednoduchý VaR pro lineární instrumenty a delta-gamma VaR pro instrumenty nelineární, jako jsou například opce. Rozdělení instrumentů je uvedeno v Příloze 1. V této práci bude použita metodika výpočtu pro portfolio, u něhož předpokládáme, že relativní změna v hodnotě portfolia je lineární funkcí výnosu podkladového instrumentu. Dalším předpokladem je, že se výnosy chovají podle normálního rozdělení.

VaR je definován jako α percentil z rozdělení relativních změn výnosu portfolia. Jeho výpočet se zakládá na směrodatné odchylce a korelaci jednotlivých aktiv obsažených v portfoliu. Výpočet VaR pro jedno aktivum odpovídá vztahu dle kapitoly 3.2:

$$VaR = k \cdot \sigma_p , \tag{3.11}$$

kde VaR je hodnota ukazatele, σ_p je rozptyl portfolia a koeficient k je α percentil inverzní funkce k distribuční funkci normovaného normálního rozdělení vynásobený (-1), protože VaR představuje hodnotu ztráty.

Pro výpočet portfolia pak využíváme vzorec:

$$VaR = \sqrt{\bar{V}R\bar{V}^T} , \tag{3.12}$$

kde R je korelační matice jednotlivých prvků a $\bar{V}$ představuje vektor odhadovaných VaR pro jednotlivé instrumenty v portfoliu. Při stanovení horizontu výpočtu VaR na dobu 1 den lze VaR vypočítat podle vzorce:

$$VaR_t = \sqrt{\vec{\sigma}_{t|t-1} \cdot R_{t|t-1} \cdot \vec{\sigma}_{t|t-1}^T} . \tag{3.53}$$

Pro první člen vzorce pak platí vztahy:

$$\vec{\sigma}_{t|t-1} = [k \cdot \sigma_{1,t|t-1} \cdot \omega_1 \quad k \cdot \sigma_{2,t|t-1} \cdot \omega_2 \quad \cdots \quad k \cdot \sigma_{N,t|t-1} \cdot \omega_N] , \tag{3.54}$$

kde $\vec{\sigma}_{t|t-1}$ je rozptyl portfolia v čase $t-1$ pro čas t, k je koeficient dle rovnice (3.11) a ω_N značí váhu investice do $N-tého$ instrumentu, jedná se o celkovou nominální hodnotu investice do jednoho instrumentu, představuje v podstatě podíl aktiva v portfoliu. Rozptyl portfolia je ve výpočtu použit i transponovaný.

Pro druhý člen vzorce pak platí:

$$\mathrm{R}_{\mathrm{t|t-1}} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12,t|t-1} & \rho_{1N,t|t-1} \\ \rho_{21,t|t-1} & 1 & \dots \\ \rho_{N1,t|t-1} & \dots & 1 \end{bmatrix} , \tag{3.55}$$

jedná se tedy o korelační matici výnosů podkladových finančních toků.

Již v této chvíli je zřejmě, že před samotným výpočtem bude potřeba provést několik úprav namodelovaných hodnot. Prvním propočtem bude získání směrodatné odchylky z modelovaného rozptylu. Toto je možné vypočíst pouze odmocněním rozptylu, dle vzorce:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} . \tag{3.56}$$

Podstatné je přepočítat získané kovariance na korelace dle (2.16). Spočítána je i hodnota koeficientu k dle zvolené hladiny významnosti α a v neposlední řadě také nominální podíly jednotlivých aktiv, které jsou vypočteny jako součin počtu kusů aktiv a jejich cen v době výpočtu VaR.

Je potřeba zdůraznit, že do rovnice pro výpočet VaR není dosazován rozptyl podkladového instrumentu, ale již výsledného aktiva, který je získán přepočtem dle vzorce (3.39).

Po dosazení do vzorce je získán VaR. Ten je již vyjádřen v nominálních jednotkách a jeho podstatou je určení, jakou maximální ztrátu může portfolio utrpět v průběhu jednoho dne. Pro úplnost je potřeba dodat, že pokud by nebyl horizont pro výpočet VaR jen jeden den, do všech rovnic by se musel promítnout faktor času. Základní vyjádření výpočtu VaR by pak bylo stanoveno takto:

$$VaR_t = V_{T-t} \cdot \sigma_{T-t} \cdot \sqrt{t}\,. \tag{3.57}$$

V této práci však bude pracováno s jednodenním úsekem výpočtu VaR, kde $\sqrt{t} = 1$, není tedy potřeba tento člen do rovnice zařazovat.

4 Stanovení Value at Risk komplexního portfolia finančních aktiv

4.1 Složení portfolia a výchozí údaje

Pro stanovení VaR bylo vybráno portfolio celkem čtyř instrumentů, z nichž se jedná o dvě akcie, jeden kurz zahraniční měny a jeden dluhopis. Konkrétně byly zvoleny akcie společnosti ČEZ a společnosti Microsoft, se kterými se obchoduje v České republice a v české měně na RM-systému, viz [14] a [15], odkud byly informace o vývoji těchto akcií získány. Graf vývoje ceny akcií za sledované období je zobrazen v Příloze 2. Jako zahraniční měna, do které bude investováno, bylo zvoleno EURO, podkladem pro tuto práci je tedy kurz CZK/EUR, který byl získán ze serveru Patria.cz, viz [19]. Graf vývoje tohoto kurzu zobrazuje Příloha 3. Posledním instrumentem byla tříletá obligace, jejíž nominální hodnota 10 000 Kč a kupon ve výši 6%, vyplácený půlročně k 30. 6. a 30. 12., byly zvoleny na základě údajů obvyklých. Obligace byla zakoupena již k 30. 12. 2009. Podkladem pro počítání s obligací byly úrokové sazby PRIBOR, které byly rovněž získány ze serveru Patria.cz, viz [19]. Vzhledem k tomu, že nominální hodnota obligace bude vyplacena již v tomto roce, byly použity sazby peněžního trhu. Jejich vývoj za sledované období je zobrazen v Příloze 4.

Datem ocenění a počítání VaR bylo datum 29. 3. 2012. K tomuto datu byly získány veškeré údaje potřebné pro výpočet a z tohoto dne také byly prováděny predikce budoucnosti. Tyto predikce vycházely z časových řad údajů o vývoji jednotlivých instrumentů, které sahaly zhruba rok do minulosti. Počátečním dnem bylo 3. 1. 2011, bylo tedy počítáno celkem s 317 cenami či úrokovými sazbami a v případě výnosů s 316 hodnotami. Výchozí hodnoty jednotlivých instrumentů, jejich počet a celková hodnota portfolia k 29. 3. 2012 jsou uvedeny v tabulce 4.1.

Tabulka 4.1 Počáteční stav portfolia k 29. 3. 2012

Instrument	Cena [Kč]	Počet kusů	Hodnota portfolia [Kč]	Procentní podíl
Akcie ČEZ	800,000	100	80 000,000	29,792%
Akcie Microsoft	595,500	100	59 550,000	22,176%
Kurz měny CZK/EUR	24,738	1 000	24 738,000	9,212%
Dluhopis	10 424,153	10	104 241,525	38,819%
			268 529,525	**100,000%**

Zdroj: vlastní zpracování

Jak je v tabulce vidět, celková hodnota portfolia k tomuto datu činila přibližně 268 530 Kč. Portfolio bylo složeno ze 100 ks akcie ČEZ a stejně tak i akcie Microsoft, z 1 000 EURO, tedy peněz investovaných do zahraniční měny, a z obligací, kterých bylo zakoupeno 10. Hodnota jedné obligace k 29. 3. 2012 byla získána diskontováním budoucích výplat nominální hodnoty obligace ve výší 10 000 Kč a dvou kupónů ve výši 300 Kč, které budou vyplaceny k 30. 6. 2012 a k 30. 12. 2012, což je také splatnost nominální hodnoty. Pro diskontování částky byly použity sazby PRIBOR tříměsíční (3m) pro první kupon, tedy pro 300 Kč, a PRIBOR devítiměsíční (9m) pro nominální hodnotu a druhý kupon, tedy pro částku 10 300 Kč.

Je možné také zhodnotit, že akcie tvoří zhruba 50% hodnoty portfolia a obligace téměř 40%. Investováno v hodnotě zahraniční měny je pak téměř 10% hodnoty portfolia. Jak tento podíl ovlivní hodnotu VaR bude zobrazeno v poslední kapitole.

Pro samotný výpočet VaR je potřeba nejprve stanovit, jak již bylo řečeno, časový interval výpočtu, hladinu významnosti a podkladovou měnu. V této práci bude zjišťována hodnota v riziku v českých korunách (Kč) za období 1 den a to na hladině významnosti 0,05. Ve výsledku tedy bude zjištěno, jaká bude maximální ztráta portfolia za jeden den v Kč s pravděpodobností 0,95. Budou však také provedeny modifikace výpočtu pro jiné hladiny významnosti.

Rizikovými faktory, které na sledované portfolio působí, jsou změna ceny akcie, změna kurzu měny a změna tržních úrokových sazeb, které jsou alternativním výnosem pro peníze investované do obligace a pomocí kterých je také diskontována cena obligace do dnešního dne. Celkem je tedy toto portfolio vystaveno čtyřem rizikovým faktorům.

4.2 Stanovení cash flow

V této kapitole budou stanoveny peněžní toky z jednotlivých instrumentů. Zvláštní pozornost bude věnována především obligaci, která bude rozplánována na základě metodiky RiskMetrics. Prvním krokem u většiny instrumentů je však výpočet výnosů.

4.2.1 Výpočet výnosů

U akcií, měnového kurzu a úrokových sazeb bylo prvním krokem vypočtení výnosů, které v podstatě vyjadřovaly finanční toky, a to zejména tím, zda byly kladné či záporné.

Výnosy byly zjištěny spojitým úročením dle vzorce:

$$R_T = \ln\left(\frac{P_T}{P_{T-t}}\right). \tag{3.14}$$

Výnosy byly zjištěny na denní bázi, lze tedy doplnit, že $t = 1$. Časová řada výnosů bude dále použita jako výchozí hodnota pro další výpočty. Spolu s ní bude potřeba také střední hodnota výnosů a rozptyl výnosů, které byly zjištěny dle vzorců (2.4) a (2.8).

4.2.2 Stanovení cash flow z obligace

Stanovení cash flow z obligace bylo v této práci provedeno pomocí metodiky RiskMetrics. Jedná se o takový přístup, kdy jsou jednotlivé kupony, v podstatě příjmy plynoucí z této obligace, brány jako samostatný zero bond, tedy obligace s nulovým kuponem. V případě obligace, která je součástí tohoto portfolia, se jednalo o dva cash flow a bude dále pracováno se dvěma finančními toky a v podstatě s portfoliem, které obsahuje dvě obligace s nulovým kuponem.

Prvním finančním tokem, prvním zero bondem, je výplata kuponu původní obligace, který je ve výši 300 Kč a proběhne k 30. 6. 2012, tedy přesně za tři měsíce ode dne, na který je počítána hodnota VaR. K této obligaci bude dále přiřazena úroková míra 3m PRIBOR.

Druhým finančním tokem byla splatnost nominální hodnoty obligace spolu s výplatou posledního kuponu, která bude obdržena k 30. 12. 2012. Bude tedy obdržena částka 10 300 Kč, a to přesně devět měsíců ode dne, na který je stanovován VaR. K tomuto příjmu bude přiřazena úroková míra 9m PRIBOR, kterou uvádí Česká národní banka na svých stránkách a která byla získána ze serveru Patria.cz.

Dle metodiky RiskMetrics však 9m neodpovídá matici pevných bodů, ke kterým je vhodné přeplánovat všechny obdržené finanční toky. V následujícím textu proto bude použita metoda rozpočtení tohoto devítiměsíčního cash flow do dvou dílčích příjmů, a to v bodě šest měsíců a 12 měsíců od ode dne výpočtu VaR.

Pro tento přepočet bylo opět využito metodiky RiskMetrics, která stanovuje vztah:

$$\sigma_l = \hat{a}\sigma_k + (1-\hat{a})\sigma_m\,, \tag{3.16}$$

pro přepočet. Analogicky pro konkrétní problém získáváme vztah:

$$\sigma_{9m} = \hat{a}\sigma_{6m} + (1-\hat{a})\sigma_{12m}, \tag{4.1}$$

kde σ_{9m} je rozptyl výnosu 9m PRIBORu, σ_{6m} je rozptyl výnosu 6m PRIBORu a σ_{12m} je rozptyl výnosu 12m PRIBORu. Rozptyl výnosů úrokových sazeb byl získán dle vzorce (2.8).

Rovnice byla přepsána do tvaru:

$$\sigma_{9m}^2 = \hat{a}^2 \cdot \sigma_{6m}^2 + 2\hat{a}(1-\hat{a})\rho_{6m,12m} \cdot \sigma_{6m} \cdot \sigma_{12m} + (1-\hat{a})^2 \cdot \sigma_{12m}^2 , \tag{4.2}$$

a byla zjištěna pro výpočet potřebná korelace výnosů úrokových sazeb 6m a 12m, v této rovnici označená jako $\rho_{6m,12m}$.

Poté, co byly vypočteny všechny potřebné údaje, bylo přikročeno k výpočtu $\hat{a}$ podle vzorců:

$$\begin{gathered} \mathrm{a} = \sigma_{6m}^2 + \sigma_{12m}^2 - 2\rho_{6m,12m} \cdot \sigma_{6m} \cdot \sigma_{12m} , \\ \mathrm{b} = 2\rho_{6m,12m} \cdot \sigma_{6m} \cdot \sigma_{12m} - 2\sigma_{12m}^2 , \\ \mathrm{c} = \sigma_{12m}^2 - \sigma_{9m}^2 , \end{gathered} \tag{4.3}$$

kde:

$$\hat{a} = \frac{-\mathrm{b} + \sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}} . \tag{3.20}$$

Hodnota $\hat{a}$ je v tomto případě přibližně 0,405. Díky tomu docházíme ke stanovení cash flow dle vzorce (3.15). Z původního cash flow 10 300 Kč v devátém měsíci, který je diskontován na současnou hodnotu 10 128,284 Kč (viz následující kapitola), vznikly dva peněžní toky, jejichž současné hodnoty jsou tedy přibližně $0{,}405 \cdot 10\,128$ a $0{,}595 \cdot 10\,128$. Současná hodnota cash flow, které je plánováno do bodu splatnosti 6m, je zhruba 4 101 Kč a současná hodnota cash flow, které je plánováno do bodu 12m, je zhruba 6 027 Kč.

Přestože zde byla použita metodika RiskMetrics rozplánování cash flow do předem stanovených bodů, dále bude pracováno stále s cash flow 9m. Je to ze dvou důvodů. Prvním je fakt, že 9m úroková míra je již predikovaná a dostupná ze stránek ČNB stejně jako míry 6m a 12m, nedochází tedy k žádným komplikacím při její aplikaci. Kdyby tomu tak nebylo, bylo by vhodné využít skutečnosti, že RiskMetrics Technický dokument již poskytuje některé údaje, jako jsou korelace či směrodatné odchylky mnoha instrumentů, právě pro tyto stanovené body. Druhým důvodem je fakt, že rozplánování do pevných bodů má řešiteli ulehčit práci. Princip tohoto převádění do konkrétních předem stanovených údajů v čase je velmi hodnotný zejména v případech, kdy součástí portfolia je více než jedna obligace, například je-li shromážděno velké množství cash flow splatných v různých dobách. Poté rozplánování do matice RiskMetrics velmi ulehčí práci například s následně vytvořenou kovarianční maticí, která by v případě různých dob splatnosti byla obrovská. V tomto konkrétním případě by však rozplánování do více bodů naopak náročnost stanovení VaR zvýšilo, protože místo dvou cash flow bychom dostali hodnoty tři. Ve spojitosti s již zmíněnou dostupností úrokové míry 9m je tedy naprosto zbytečné dále pracovat s přepočtenými hodnotami. Je však vhodné tuto techniku rozplánování ovládat. Proto zde také byla uvedena, neboť je významnou součástí metodiky RiskMetrics.

4.3 Stanovení úrokových měr

V této části bude popsán způsob predikce budoucí úrokové míry. Jedná se o odhad, jaká bude za dané časové období úroková míra. Pro tento odhad byl použit Vašíčkův model a Cox-Ingersol-Ross model (CIR). Oba tyto modely obsahují parametry, které však bylo potřeba nejdříve odhadnout.

4.3.1 Odhad parametrů modelu

Pro odhad parametrů a, b a a', b' bylo použito metody minimalizace nejmenších čtverců. Postup spočíval v tom, že se na základě prvního dne historické časové řady namodelovaly s využitím Vašíčkova a CIR modelu historické sazby. Pro generování náhodných čísel byl využit Generátor pseudonáhodných čísel obsažený v MS Excelu, pomocí kterého lze generovat náhodné veličiny z vybraných rozdělení pravděpodobnosti. Bylo tedy vybráno normované normální rozdělení a bylo generováno celkem 316 hodnot, protože přesně tento počet historických sazeb následujících po prvním dni, za který jsou v této práci k dispozici údaje, byl znám.

Jakmile byly zjištěny jak historické, tak namodelované sazby, byla vytvořena veličina q, která představuje rozdíl namodelovaných a skutečných sazeb. Posledním krokem byla minimalizace kritéria RMSE dle vzorce:

$$RMSE = \frac{1}{T}\sqrt{\sum_{i=1}^{T} q^2}\,. \tag{3.29}$$

Výsledkem bylo získání dvou parametrů pro každý model a pro každou sazbu. Výsledky jsou uvedeny v tabulce 4.2. Parametr a pro Vašíčkův model a 3m sazbu je přibližně 12,68 a parametr b cca 1,19. Parametry pro sazbu 3m pro CIR model jsou podobné, a' je přibližně 12,55 a b' je přibližně 1,19. Pro sazbu 9m byly zjištěny hodnoty parametru a pro Vašíčkův model zaokrouhleně 34,70 a parametr

b zaokrouhleně 1,67, pro model CIR a sazbu 9m je parametr a' ve výši cca 35,65 a parametr b' o velikosti cca 1,67.

Tabulka 4.2 Odhadnuté parametry Vašíčkova a CIR modelu

Parametry	Vašíčkův model		Parametry	CIR model	
	3m	9m		3m	9m
a	12,68074	34,69546	a'	12,55179	35,64830
b	1,18950	1,66780	b'	1,18914	1,66782

Zdroj: vlastní zpracování

4.3.2 Výpočet budoucí tržní úrokové sazby

Po zjištění vstupních údajů bylo přikročeno k samotnému výpočtu potřebných úrokových sazeb, kterými byly 3m PRIBOR k 30. 3. 2012 a 9m PRIBOR k 30. 3. 2012. Pro výpočet pomocí obou modelů bylo pomocí Generátoru pseudonáhodných čísel nasimulováno celkem 1 000 náhodných čísel $\tilde{z}$ pro každou z obou sazeb. Dosazením do vzorce pro výpočet Vašíčkova modelu:

$$r_t = r_{t-1} + a \cdot (b - r_{t-1}) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \tilde{z} \cdot \sqrt{\Delta t}\,, \tag{3.27}$$

a CIR modelu:

$$r_t = r_{t-1} + a' \cdot (b' - r_{t-1}) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \sqrt{r_{t-1}} \cdot \tilde{z} \cdot \sqrt{\Delta t}\,, \tag{3.28}$$

bylo získáno celkem 1 000 scénářů vývoje těchto sazeb. Výsledná hodnota pak byla stanovena jako střední hodnota časové řady jednotlivých scénářů. Hodnoty, které byly dosazovány, a výsledné sazby zobrazuje tabulka 4.3.

Tabulka 4.3 Stanovení budoucí úrokové sazby pomocí Vašíčkova a CIR modelu

	3m PRIBOR		9m PRIBOR	
	Vašíček	CIR	Vašíček	CIR
r_{t-1}	1,240%	1,240%	1,700%	1,700%
a	12,681	12,552	34,695	35,648
b	1,190	1,189	1,668	1,668
σ	0,001	0,001	0,001	0,001
Δt	0,004	0,004	0,004	0,004
$\boldsymbol{r_t}$	**1,237%**	**1,237%**	**1,696%**	**1,695%**

Zdroj: vlastní zpracování

Vidíme, že v obou případech dospěly oba modely k velmi podobným výsledků, které jsou v tabulce zaokrouhleny na tři desetinná místa. Vašíčkův model pro 3m PRIBOR získal výsledek 1,237437%, CIR model stanovil pro 3m PRIBOR sazbu 1,237444%. Pro 9m PRIBOR byl Vašíčkovým modelem vygenerován výsledek 1,695527% a modelem CIR výsledek 1,695406%. Vidíme, že v obou případech došlo k poklesu vstupní sazby, oba modely tedy shodně předpokládají, že na trhu dojde spíš ke snížení sazby PRIBOR.

Pro další výpočty budou používány výsledky získané pomocí modelu CIR, a to z toho důvodu, že tento model je vylepšením Vašíčkova modelu, který umožňuje sazbě, aby byla záporná, přestože v tomto případě nedošlo k předpovědi záporných sazeb. Výslednými úrokovými sazbami jsou tedy sazby přibližně 1,237% pro 3m PRIBOR a 1,695% pro 9m PRIBOR.

4.4 Stanovení rozptylu a kovariance

Klíčovým faktorem pro výpočet VaR je správné stanovení směrodatné odchylky a koeficientu korelace u jednotlivých aktiv či jejich vzájemných vztahů. Jak již bylo napsáno v kapitole 3.5, bude v tomto případě využit model EWMA, tedy exponenciálně vážený klouzavý průměr. Pomocí tohoto modelu budou naplánovány rozptyly a vzájemné kovariance jednotlivých částí portfolia, které budou pak v závěrečné části práce, těsně před samotným stanovením VaR, přepočteny na potřebné hodnoty.

4.4.1 Výpočet rozptylu pomocí modelu EWMA

Model EWMA využívá pro predikci informace z historických časových řad výnosů. Jednotlivé výnosy u každého z aktiv případně u rizikových faktorů již byly zjištěny. Dalším postupem je výpočet parametrů, které je potřeba dosadit do vzorce:

$$\sigma_{t+1,t}^2 = (1-\lambda) \cdot r_t^2 + \lambda \sigma_{t,t-1}^2 \,, \tag{3.33}$$

kde r_t^2 je skutečný rozptyl a $\sigma_{t+1,t}^2$ je predikovaný rozptyl, v tomto případě predikovaný v čase t na čas $t+1$.

Prvním krokem je zjištění r_t^2, které vzniká umocněním historických výnosů. Dalším krokem je stanovení první hodnoty $\sigma_{t+1,t}^2$ z historické časové řady, která byla zjištěna jako střední hodnota druhé mocniny výnosů r_t^2. Jedná se o hodnotu přiřazenou prvnímu známému výnosu, který odpovídá rozmezí dní 3. 1. 2012 a 4. 1. 2012. Další hodnoty časové řady již byly zjištěny dle vzorce (3.33).

Následuje stanovení q_t dle vzorce (3.34), tedy jako rozdílu druhé mocniny výnosů a modelem odhadovaných historických rozptylů. Tato veličina je základem kritéria RMSE, které zde slouží jako účelová funkce jdoucí do minima pro rovnici, jejíž měněnou buňkou a současně hledaným výsledkem je hodnota λ . Tato hodnota se musí nacházet v rozmezí 0 a 1, může také nabývat každé z této hodnot.

V konkrétním případě byla hodnota λ pomocí Řešitele v MS Excelu velmi často stanovena jako rovna 1. Tento fakt v podstatě znamená, že rozptyl aktiv, u kterých vyšla $\lambda = 1$ je v čase stálý. Výsledné hodnoty pro dvě sledované akcie, měnový kurz a dvě úrokové sazby získány s využitím rovnice (3.33) v čase t, které odpovídá datu 29. 3. 2012, a příslušné λ jsou uvedeny v tabulce 4.4. Je zde také zobrazena hodnota směrodatné odchylky, která vzniká odmocněním hodnoty rozptylu podle vztahu (3.56).

Tabulka 4.4 Hodnoty faktoru λ, plánovaný rozptyl a směrodatná odchylka k 30. 3. 2012

Název	Decay faktor, λ	Rozptyl, σ^2	Směrodatná odchylka, σ
ČEZ	1,0000	0,000207	0,014393
Microsoft	1,0000	0,000219	0,014813
Měna CZK/EUR	0,0627	0,000017	0,004113
PRIBOR 3m	1,0000	0,000036	0,005992
PRIBOR 9m	1,0000	0,000010	0,003193

Zdroj: vlastní zpracování

4.4.2 Výpočet kovariance pomocí modelu EWMA

Jak již bylo uvedeno, stejný postup jako v případě plánování rozptylu lze použít i pro získání odhadu budoucí kovariance mezi dvěma aktivy. Postup je téměř totožný, liší se pouze první krok. Místo umocnění výnosu jednoho aktiva jsou vynásobeny výnosy dvou různých aktiv, čímž je získána hodnota $r_{ij,t}$.

Následujícím krokem je pak zjištění $\sigma_{ij;t+1,t}$ podle vzorce:

$$\sigma_{ij;t+1,t} = (1 - \lambda) \cdot r_{ij,t} + \lambda \cdot \sigma_{ij;t,t-1} , \tag{3.37}$$

kde první hodnota v čase, kdy ještě není známa hodnota $\sigma_{ij;t,t-1}$ je získána jako průměr neboli střední hodnota časové řady r_{ij}. Pro získání koeficientu λ je opět použito minimalizace účelově funkce založené na kritériu RMSE, jehož základním parametrem je opět q_t získané dle rovnice:

$$q_t = r_{ij,t} - \sigma^2_{t,t-1} . \tag{4.4}$$

Výsledné hodnoty parametru λ spolu s hodnotami kovariance namodelovanými dle rovnice (3.37), kde t odpovídá dni 29. 3. 2012, a výsledný rozptyl platný pro datum 30. 3. 2012 odpovídající hodnotám na diagonále kovarianční matice, jsou zobrazeny v tabulce 4.5.

Tabulka 4.5 Kovarianční matice k 30. 3. 2012

	ČEZ	Microsoft	Měna CZK/EUR	PRIBOR 3m	PRIBOR 9m
ČEZ	0,00020715	0,00001295	0,00000065	0,00000778	0,00000560
Microsoft	0,00001295	0,00021943	0,00001064	0,00000729	0,00000022
Měna CZK/EUR	0,00000065	0,00001064	0,00001692	-0,00000231	-0,00000109
PRIBOR 3m	0,00000778	0,00000729	-0,00000231	0,00003590	0,00000412
PRIBOR 9m	0,00000560	0,00000022	-0,00000109	0,00000412	0,00001019

Zdroj: vlastní zpracování

4.4.3 Výpočet rozptylu aktiva z rozptylu rizikového faktoru

Jiný typ stanovení směrodatné odchylky byl použit u zero bondů. V tomto případě totiž byl pomocí modelu EWMA odhadnut rozptyl úrokové sazby, nikoli samotného zero bondu. Hledaná hodnota je získána dle vzorce:

$$\sigma_t = N \cdot \sigma\left[ln\left(\frac{1+y_t}{1+y_{t-1}}\right)\right], \tag{3.39}$$

a to jako směrodatná odchylka získaná z časové řady údajů vypočtených podle:

$$ln\left(\frac{1+y_t}{1+y_{t-1}}\right). \tag{4.5}$$

Pro cash flow očekávané za 3m jsou podkladovými výnosy y_t a y_{t-1} výnosy 3m PRIBORu. Z těchto výnosů je dle (4.5) vypočten přirozený logaritmus. Stanovením směrodatné odchylky z této časové řady je získána směrodatná odchylka 3m zero bondu. Při dosazení do vzorce (3.39) bylo předpokládáno, že $N = 1$, neboť doba do splatnosti obligace je již obsažena v úrokové sazbě. Paralelně bylo postupováno i pro obligaci se splatností devět měsíců, podkladem byla sazba 9m, díky čemuž se opět $N = 1$. Byly získány směrodatné odchylky pro 3m obligaci 0,00955 a pro 9m obligaci 0,00494. S těmito hodnotami bude počítáno při zjišťování VaR.

4.5 Stanovení budoucích cen

Pro výpočet VaR je potřeba znát korelace a směrodatné odchylky jednotlivých instrumentů stejně jako současnou hodnotu portfolia, u kterého je měřeno tržní riziko. V první kapitole byla uvedena hodnota portfolia k 29. 3. 2012. Tato kapitola si klade za cíl stanovit hodnotu tohoto portfolia k 30. 3. 2012. V první části bude využito geometrického Brownova procesu a na základě simulace Monte Carlo budou zjištěny ceny akcií a měnového kurzu ke stanovenému datu. V druhé části kapitoly bude využito sazeb zjištěných v předchozí kapitole pro stanovení současné hodnoty peněžních toků z obligace.

4.5.1 Stanovení ceny akcií a měnového kurzu

Jak již bylo řečeno, pro potřeby výpočtu ceny u akcií a měnového kurzu k datu 30. 3. 2012 bude využito simulace Monte Carlo a faktu, že vývoj ceny akcií, stejně jako měnových kurzů, lze popsat pomocí geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami, který je definován vzorcem:

$$S_t = S_{t-dt} \cdot exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{dt}\right], \tag{4.6}$$

kde S_t je hledaná cena instrumentu v čase t, S_{t-dt} je cena tohoto instrumentu v čase $t - dt$, μ je střední hodnota výnosů historických cen, σ je odhad směrodatné odchylky v čase t a ε je náhodná veličina z normovaného normálního rozdělení. V případě, že je $dt = 1$, lze vzorec přepsat do tvaru:

$$S_t = S_{t-1} \cdot exp\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} + \sigma \cdot \varepsilon\right). \tag{4.7}$$

Aby bylo možno vypočítat cenu v čase t, tedy k 30. 3. 2012, na základě ceny z předchozího dne, je potřeba nejprve vygenerovat náhodná čísla z normálního rozdělení. Bylo opět využito Generátoru pseudonáhodných čísel v MS Excelu. Bylo vygenerováno 1 000 náhodných čísel, η, pro celkem tři proměnné, akcii ČEZ, akcii Microsoft a měnový kurz CZK/EUR. Aby však tato náhodná čísla mohla být použita pro výpočet, musí respektovat vzájemné závislosti jednotlivých proměnných. Proto byl nejprve použit vzorec odvozený ze vztahu (4.7):

$$\varepsilon = \frac{ln\frac{S_t}{S_{t-1}} - \mu + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma}, \tag{4.8}$$

jehož účelem bylo zjistit skutečné vztahy aktiv, které platily mezi jejich historickými údaji. Bylo tedy získáno 316 údajů o historických náhodných číslech.

Pro takto vypočtená náhodná čísla byla zjištěna kovariance dle vztahu:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(r_{i,t} - \bar{r}_i\right) \cdot \left(r_{j,t} - \bar{r}_j\right). \tag{4.9}$$

Takto získaná kovarianční matice C byla pro stanovení obecné kovariance mezi generovanými náhodnými prvky přepočtena pomocí Choleskeho dekompozice. Byla vypočtena Choleskeho matice A, která je dolní trojúhelníkovou maticí, a následovala její transpozice na horní trojúhelníkovou matici, kterou již šlo použít pro přepočet nekorelovaných náhodných čísel na hodnoty korelované, jak uvádí vzorec:

$$\varepsilon = \eta \cdot C^T. \tag{4.10}$$

V této chvíli již byly stanoveny všechny potřebné údaje a může být vypočítáno 1 000 scénářů jednodenního vývoje ceny akcií a měnového kurzu. Je tak učiněno dle vzorce (4.7). Například pro měnový kurz byly do rovnice pro první scénář dosazeny hodnoty:

$$S_t = 24{,}738 \cdot exp\left(-0{,}0000368819 - \frac{0{,}0000000001}{2} + 0{,}0000101926 \cdot \right.$$
$$\left. \cdot\, 0{,}3744522406\right). \qquad (4.11)$$

Získaný měnový kurz pro první scénář je ve výši $S_t = 24{,}737$. Dále například pro akcii Microsoft byly dosazeny hodnoty pro první scénář dle rovnice (4.12) a získána cena akcie pro první scénář ve výši $S_t = 595{,}710$.

$$S_t = 595{,}500 \cdot exp\left(0{,}0000101926 - \frac{0{,}0000000001}{2} + 0{,}0003508860 \cdot \right.$$
$$\left. \cdot\, 0{,}1877281097\right) \qquad (4.12)$$

Výsledné ceny jednotlivých instrumentů byly stanoveny jako střední hodnota z 1 000 scénářů. Výslednou cenou k 30. 3. 2012 pro akcii ČEZ je hodnota 800,010 Kč, pro akcii Microsoft je to 595,709 Kč a pro měnový kurz byla získána hodnota 24,737 Kč za 1 EURO. S těmito hodnotami tedy bude přeceněno portfolio ke zmíněnému datu a vypočítána hodnota Value at Risk.

4.5.2 Stanovení současné hodnoty cash flow z obligace

Pro stanovení hodnot cash flow, které plynou z držby obligace, budou využity odhady tržních úrokových měr z kapitoly 4.4. Současná hodnota peněžních toků, jejichž splatnost proběhne do jednoho roku, se vypočítá dle vzorce (4.13), kde P_N označuje cenu v době splatnosti.

$$P_t = \frac{1}{(1 + y_t)^N} \cdot P_N \qquad (4.13)$$

V konkrétním případě tedy vezmeme cash flow 3m zero bondu, což je 300 Kč, a diskontujeme jej pomocí tržní úrokové míry 3m PRIBOR, tedy 1,237%. Výpočet tedy vypadá následovně:

$$P_{t,3m} = \frac{300}{(1 + 0{,}01237)^1} \cong 296{,}333\,. \qquad (4.14)$$

Počet měsíců do splatnosti je zde roven 1 z toho důvodu, že se pro diskontování používá 3m úroková míra, která v sobě již zahrnuje 3 měsíce do splatnosti. Současná hodnota tohoto peněžního toku je tedy přibližně 296,333 Kč.

Při výpočtu cash flow 9m zero bondu postupujeme obdobně. Peněžní tok složený z kuponu a nominální hodnoty, který je tedy v celkové výši 10 300 Kč, bude diskontován pomocí úrokové míry 1,695%. Výpočet uvádí vzorec:

$$P_{t,9m} = \frac{10\,300}{(1 + 0{,}01695)^1} \cong 10\,128{,}284\,. \tag{4.15}$$

Stejně jako v předchozím případě je počet měsíců do splatnosti zachycen již v úrokové míře. Současná hodnota tohoto peněžního toku je tedy přibližně 10 128,284 Kč.

Vrátíme-li se k původní, kuponové obligaci, která je součástí sledovaného portfolia, jsme schopni říci, že současná hodnota budoucích příjmů z této obligace plynoucích je cca 10 424,618 Kč.

4.6 Stanovení Value at Risk

Posledním krokem pro naplnění cíle diplomové práce je stanovení samotného ukazatele „hodnoty v riziku", VaR. Toho bude dosaženo pomocí dosazení do vzorce:

$$VaR_t = \sqrt{\vec{\sigma}_{t|t-1} \cdot R_{t|t-1} \cdot \vec{\sigma}_{t|t-1}^T}\,. \tag{4.16}$$

Nejprve je však potřeba stanovit vstupní údaje, a to jak převzetím hodnot vypočtených v předchozích kapitolách, tak jejich úpravou pro dosazení do výše uvedeného vzorce.

4.6.1 Vstupní údaje

V této chvíli jsou již známy plánované rozptyly jednotlivých aktiv, stejně tak i ceny jednotlivých instrumentů. Model EWMA však naplánoval pouze kovarianci, je třeba tedy nejprve provést přepočet kovariance na korelaci, a to pomocí vzorce:

$$\rho_{x,y} = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \tag{4.17}$$

kde $\rho_{x,y}$ je koeficient korelace pro aktiva x a y, $\sigma_{x,y}$ je kovariance těchto dvou aktiv k 30. 3. 2012 stanovená dle modelu EWMA a zobrazená v tabulce 4.4 a σ_x a σ_y jsou směrodatné odchylky aktiv, také stanovené pomocí modelu EWMA a uvedené v tabulce 4.4. Matice $R_{t|t-1}$ je uvedena v tabulce 4.6.

Tabulka 4.6 Korelační matice k 30. 3. 2012

	ČEZ	MS	MĚNA	SAZBA 3M	SAZBY 9M
ČEZ	1,00000000	0,06072624	0,01094128	0,09020277	0,12186149
MS	0,06072624	1,00000000	0,17458019	0,08214314	0,00454870
MĚNA	0,01094128	0,17458019	1,00000000	-0,09390484	-0,08337477
SAZBA 3M	0,09020277	0,08214314	-0,09390484	1,00000000	0,21527748
SAZBY 9M	0,12186149	0,00454870	-0,08337477	0,21527748	1,00000000

Zdroj: vlastní zpracování

Další člen rovnice, vektor $\vec{\sigma}_{t|t-1}$, obsahuje prvky, které jsou tvořeny součinem směrodatné odchylky aktiva, váhou aktiva v portfoliu, která je tvořena celkovými finančními prostředky vloženými do daného aktiva, a koeficientem vyjadřujícím hladinu významnosti. Směrodatné odchylky naplánované v modelu EWMA jsou zobrazeny v tabulce 4.4, pro výpočet VaR je však potřeba zohlednit nikoli směrodatnou odchylku rizikového faktoru, ale přímo obligací. Směrodatné odchylky, které budou použity pro výpočet VaR, jsou zobrazeny v tabulce 4.7.

Tabulka 4.7 Rozptyl a směrodatná odchylka aktiv v portfoliu k 30. 3. 2012

Název	Rozptyl	Směrodatná odchylka
Akcie ČEZ	0,0002072	0,0143928
Akcie Microsoft	0,0002194	0,0148132
Kurz měny CZK/EUR	0,0000169	0,0041132
Dluhopis 3m	0,0000912	0,0095496
Dluhopis 9m	0,0000244	0,0049410

Zdroj: vlastní zpracování

Hodnota portfolia ke dni stanovení VaR je zobrazena v tabulce 4.8. Cena akcií a měnového kurzu byla získána pomocí geometrického Brownova procesu, cena dluhopisu je získána diskontováním dvou dílčích zero bondů pomocí dvou různých úrokových měr, které byly naplánovány pomocí modelu CIR.

Tabulka 4.8 Hodnota portfolia k 30. 3. 2012

Instrument	Cena [Kč]	Počet kusů	Hodnota portfolia [Kč]	Procentní podíl
Akcie ČEZ	800,010	100	80 000,959	29,789%
Akcie Microsoft	595,709	100	59 570,893	22,182%
Kurz měny CZK/EUR	24,737	1 000	24 737,100	9,211%
Dluhopis 3m	296,333	10	2 963,330	1,103%
Dluhopis 9m	10 128,284	10	101 282,845	37,714%
			268 555,128	**100,000%**

Zdroj: vlastní zpracování

4.6.2 Výpočet Value at Risk pro stanovené portfolio

Nyní je již možné stanovit hodnotu VaR. Jak již bylo řečeno, jedná se o stanovení jednodenního VaR na hladině významnosti 0,05. Hodnoty koeficientu k pro různé hladiny významnosti lze nalézt v kapitole 3.2, v tabulce 3.1. Pro $\alpha = 0{,}05$ bude použita hodnota $k = 1{,}645$.

Dosazením do vzorce byla získána hodnota VaR ve výši **2 690,188 Kč**. Tato hodnota tedy říká, že s pravděpodobností 0,95 nebude jednodenní ztráta portfolia větší než 2 690,188 Kč. S ohledem na výši portfolia tvoří maximální hodnota ztráty na hladině významnosti 0,05 jen o málo více, než je jedno procento z hodnoty portfolia, a to 1,002%.

Výsledek je akceptovatelný, odpovídá obecným předpokladům, avšak jedná se o poměrně rizikové portfolio, neboť s ohledem na horizont pouhého jednoho dne je částka poměrně vysoká.

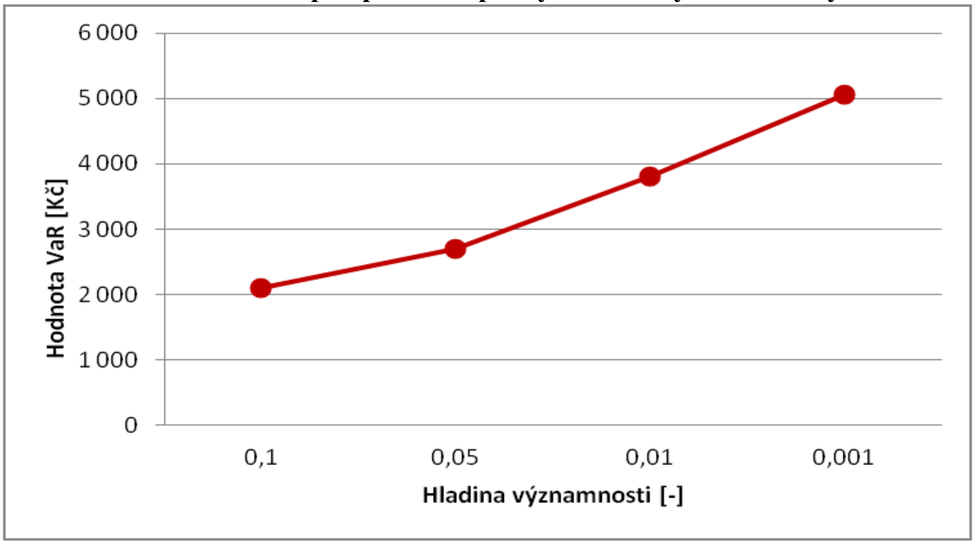
Hodnotu VaR na zvolené hladině významnosti a také na hladině významnosti 0,100; 0,010 a 0,001 zobrazuje tabulka 4.9. Jak je ukázáno v grafu 4.1, hodnota VaR s rostoucí pravděpodobností nepřekročení této hodnoty ztráty výrazně roste. Se spolehlivostí 0,999 nepřekročí ztráta za jeden den hodnotu 5 054,131 Kč, která však již představuje téměř 2% hodnoty portfolia, přesněji 1,882% z hodnoty portfolia k 30. 3. 2012.

Tabulka 4.9 Hodnota VaR při různé hladině významnosti

Hladina významnosti α	0,100	0,050	0,010	0,001
Value at Risk k 30. 3. 2012	2 096,001	2 690,188	3 804,784	5 054,131
Procento hodnoty portfolia	0,780%	1,002%	1,417%	1,882%

Zdroj: vlastní zpracování

Graf 4.1 Hodnota VaR pro portfolio při využití různých hladin významnosti



Zdroj: vlastní zpracování

4.6.3 Modifikace výpočtu

V této části bude modifikován výpočet VaR na hladině významnosti 0,05. Prvním typem modifikace je postupné odstraňování jednotlivých typů instrumentů, v pořadí měnový kurz, dluhopis, akcie ČEZ a akcie Microsoft, a sledování, jaký to má vliv na hodnotu VaR. V druhém typu budou měněny podíly jednotlivých aktiv v původním portfoliu. Z těchto dílčích pokusů pak budou učiněny závěry. Je nutno podotknout, že v této fázi již opět pracujeme s dluhopisem jako s jedním instrumentem, jehož současná hodnota je součtem současných hodnot jednotlivých cash flow.

Podíváme-li se na možnost, že by portfolio bylo tvořeno pouze ze dvou typů akcí a obligace, a to tak, že by do těchto instrumentů bylo investováno stejné množství financí, jako v případě původního složení portfolia, dostáváme hodnotu VaR na zvolné hladině významnosti ve výši 2 672,411 Kč. Vidíme, že maximální ztráta, kterou můžeme utrpět, je menší, než jaká byla v případě portfolia původního. Je však na místě se zamyslet nad tím, že také celková hodnota portfolia poklesla a že je tedy vhodné získanou hodnotu vztáhnout k nové hodnotě portfolia. Výsledky pro tento i další příklady jsou zobrazeny v tabulce 4.10.

V případě, že by byla z portfolia odstraněna obligace, byla by hodnota VaR při zachování původních investic rovna částce 2 479,407 Kč. Částka tedy opět klesla, avšak v tomto případě by poklesl i podíl hodnoty VaR na celkové hodnotě portfolia. Tedy hrozilo by nám, že ztratíme menší procento z investované částky, což je vývoj žádaný.

Varianta, ve které by nebyla součástí portfolia akcie ČEZ, vedla k výsledku 1 706,864 Kč, který v dané variantě představoval 0,905% z hodnoty portfolia. Jedná se o nejmenší hodnotu ve vztahu k hodnotě portfolia. Naopak v případě, že by byla vyškrtnuta akcie Microsoft, hodnota VaR by klesla pouze na částku 2 165,565 Kč, což je 1,036% hodnoty takto vzniklého portfolia.

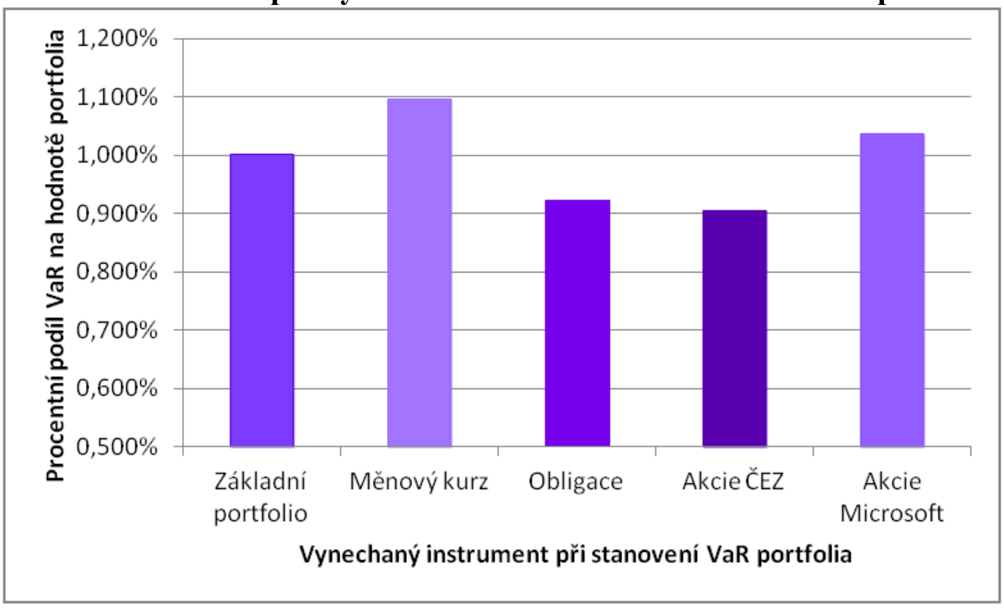
Tabulka 4.10 Hodnota VaR pro změny základního portfolia

Varianty	VaR	Procento z hodnoty portfolia
VaR základního portfolia	2 690,188	1,002%
VaR portfolia bez měnového kurzu	2 672,411	1,096%
VaR portfolia bez obligace	2 479,407	0,923%
VaR portfolia bez akcie ČEZ	1 706,864	0,905%
Var portoflia bez akcie Microsoft	2 165,565	1,036%

Zdroj: vlastní zpracování

Procentní podíly získaného VaR na hodnotě vzniklého portfolia ukazuje graf 4.2. Světlost zbarvení indikuje rizikovost instrumentu, který je v portfoliu vynechán. Čím je sloupec světlejší, tím méně je instrument rizikový, neboť portfolio, které jej neobsahuje, dosahuje vyšších procentních podílů VaR na hodnotě portfolia. Z grafu je tedy je možné říci, že nejrizikovějším instrumentem je akcie ČEZ, zatímco nejméně rizikovým je měnový kurz.

Graf 4.2 Procentní podíly získaného VaR na hodnotě vzniklého portfolia



Zdroj:vlastní zpracování

Dále se podíváme na zastoupení jednotlivých aktiv v portfoliu. Výchozím bodem bude stanovení takového počtu jednotlivých aktiv, aby jejich podíl v portfoliu byl přibližně stejný. Tento podíl bude stanoven na hodnotě cca 62 500 Kč, která byla stanovená kombinací rovnoměrného rozdělení částky původního portfolia mezi 4 druhy aktiv, což je částka cca 67 100 Kč připadající na jedno aktivum, a možnostmi investice do dluhopisu, kterého může být nakoupeno 6 kusů a investováno zhruba 62 550 Kč, nebo jej může být vlastněno 7 kusů a tedy investováno zhruba 73 000 Kč.

Při zvolném stejném podílu v portfoliu dostáváme hodnotu VaR 2 393,116 Kč, která činí 0,919% z hodnoty portfolia. Tabulka 4.11 zobrazuje podíly jednotlivých aktiv a hodnotu portfolia. Vidíme, že při odlišném rozdělení investice podobného finančního obnosu by bylo možno snížit VaR o 11,043%, což je významná hodnota. K tomuto výsledku vedlo snížení podílu dluhopis a snížení podílu akcie ČEZ, naopak zvýšení podílu akcie Microsoft a významné navýšení počtu nakoupených EUR.

Tabulka 4.11 Hodnota portfolia při přibližně stejném procentním podílu jednotlivých aktiv k 30. 3. 2012

Instrument	Cena [Kč]	Počet kusů	Hodnota portfolia [Kč]	Procentní podíl
Akcie ČEZ	800,010	78	62 400,748	24,952%
Akcie Microsoft	595,709	105	62 549,438	25,011%
Kurz měny CZK/EUR	24,737	2530	62 584,864	25,026%
Dluhopis	10 424,618	6	62 547,705	25,011%
			250 082,755	**100,000%**

Zdroj: vlastní zpracování

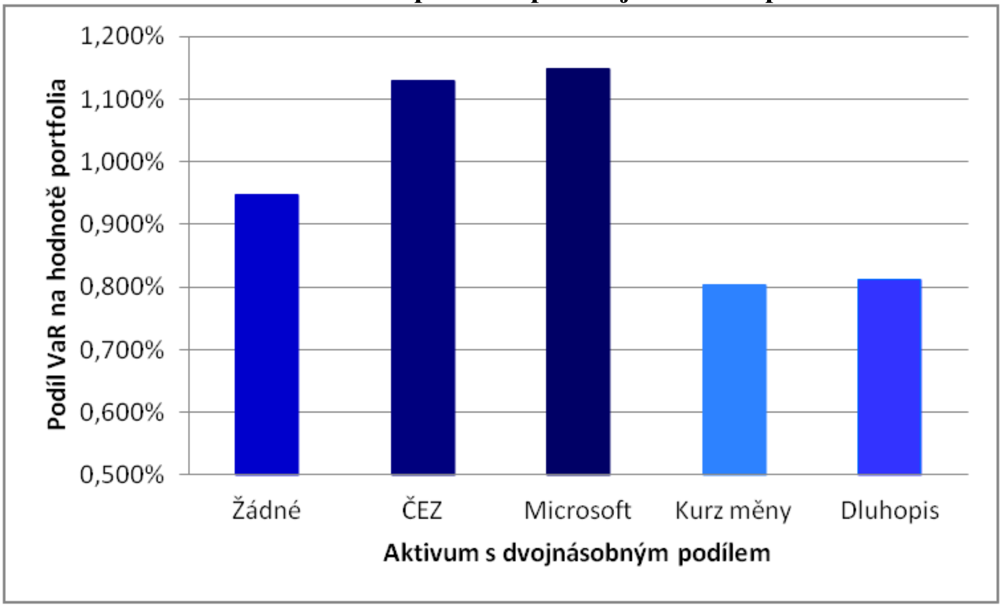
V případě, že jednotlivé procentní podíly by byly dvojnásobné, oproti ostatním procentním podílům, získaly bychom hodnoty VaR zobrazené v tabulce 4.12. Jejich podíl na hodnotě takto získaného portfolia je zobrazen v grafu 4.3. Odstíny zde opět ukazují rizikovost aktiva, přičemž nejvyšší riziko je zobrazeno nejtmavší barvou. Vidíme, že nejmenší podíl VaR na hodnotě portfolia a tedy nejmenší riziko je v případě, že dvojnásobný podíl má oproti ostatním kurz měny a naopak nejvyšší je hodnota VaR u dvojnásobného procentního podílu akcií Microsoft, které jsou z tohoto pohledu nejvíce rizikové. Hodnoty jsou pouze orientační, podíly nejsou zcela totožné, zkreslení odpovídá tomu, že počet kusů aktiv musí být celé číslo.

Tabulka 4.12 Hodnota VaR a hodnota portfolia při dvojnásobném podílu aktiv

Aktivum s dvojnásobným podílem	VaR	Hodnota portfolia [Kč]	Procentní podíl VaR
Žádné	2 368,436	250 082,755	0,947%
ČEZ	2 850,260	252 182,254	1,130%
Microsoft	2 902,969	252 621,210	1,149%
Kurz měny	2 027,162	252 600,077	0,803%
Dluhopis	2 066,165	254 704,747	0,811%

Zdroj: vlastní zpracování

Graf 4.3 Podíl VaR na hodnotě portfolia při dvojnásobném podílu aktiva



Zdroj:vlastní zpracování

Z grafu 4.3 je zřejmé, že akcie v sobě nesou větší riziko než kurz měny či dluhopis. Aby zvolené portfolio neslo tedy menší riziko, bylo by vhodné zvýšit v něm podíl měnového kurzu, který ze všech simulací vychází jako nejméně rizikový. Tabulka 4.13 ukazuje příklad sestavení portfolia takovýmto způsobem.

Tabulka 4.13 Hodnota portfolia při změně počtu aktiv k 30. 3. 2012

Instrument	Cena [Kč]	Počet kusů	Hodnota portfolia [Kč]	Procentní podíl
Akcie ČEZ	800,010	50	40 000,480	15,464%
Akcie Microsoft	595,709	50	29 785,447	11,515%
Kurz měny CZK/EUR	24,737	3 000	74 211,301	28,690%
Dluhopis 3m	296,333	11	3 259,663	1,260%
Dluhopis 9m	10 128,284	11	111 411,129	43,071%
			258 668,021	**100,000%**

Zdroj: vlastní zpracování

Pří sestavení portfolia, ve kterém má významný podíl dluhopis a kurz měny, naopak sníží se zde podíl investovaný do akcií, dostáváme výrazně menší hodnotu VaR než u portfolia původního. Místo hodnoty 2 690,188 Kč, která tvořila 1,002% podíl z celkové hodnoty portfolia, byla získána hodnota VaR (také na hladině významnosti 0,05) o velikosti 1 699,496 Kč, která tvoří 0,657% hodnoty portfolia.

Chceme-li naprosto minimalizovat hodnotu VaR pomocí software, lze využít Řešitele v MS Excel. Účelovou funkcí bude hodnota VaR směřující do minima a měněnými buňkami počet kusů jednotlivých akcií. Výsledky jsou zobrazeny v tabulce 4.14.

Tabulka 4.14 Hodnota portfolia s podíly aktiv pro minimalizaci VaR k 30. 3. 2012

Instrument	Cena [Kč]	Počet kusů	Hodnota portfolia [Kč]	Procentní podíl
Akcie ČEZ	800,010	10	8 000,096	2,949%
Akcie Microsoft	595,709	11	6 552,798	2,415%
Kurz měny CZK/EUR	24,737	4900	121 211,792	44,681%
Dluhopis 3m	296,333	13	3 852,330	1,420%
Dluhopis 9m	10 128,284	13	131 667,698	48,535%
			271 284,714	**100,000%**

Zdroj: vlastní zpracování

S využitím funkce Řešitele bylo dosaženo hodnoty VaR ve výši 1 364,660 Kč, což činí 0,503% z hodnoty takto získaného portfolia. Je tedy ukázáno, že portfolio o přibližně stejné celkové hodnotě obsahující stejné instrumenty by mohlo vykazovat téměř poloviční hodnotu ukazatele VaR, kdyby bylo sestaveno v jiném poměru obsažených instrumentů.

5 Závěr

Hodnota Value at Risk je velmi důležitým měřítkem rizika. Zejména v dnešní době se ukazuje, jak podstatné je riziko správně identifikovat a řídit. I z tohoto důvodu bylo cílem práce správně stanovit hodnotu Value at Risk komplexního portfolia finančních aktiv, tedy takového portfolia, které se skládá z více druhů finančních aktiv. Základem pro zjištění Value at Risk byla metodika RiskMetrics, která zde byla úspěšně prakticky aplikována.

Před samotným výpočtem byly ve druhé kapitole shrnuty obecné metody a přístupy stanovení rizika portfolia pro různé druhy aktiv. Byly představeny statistické veličiny, které se ve financích nejčastěji využívají, měřítka rizika pro dluhopisy i opce či obecné přístupy ke stanovní kapitálové přiměřenosti. Je možné říci, že měřit riziko lze mnoha způsoby, z nichž každý má svá specifika, své plusy a minusy.

V této práci však byla využita metoda Value at Risk, tedy hodnota v riziku, která byla výrazně zdokonalena pomocí metodiky RiskMetrics. Oba tyto pojmy jsou blíže specifikovány ve třetí kapitole, v níž je popsán postup samotného stanovení hodnoty Value at Risk, který byl následně aplikován v kapitole čtvrté.

Pro tuto práci bylo vybráno portfolio skládající se ze dvou druhů akcií, měnového kurzu a dluhopisu, pro které byla stanovována hodnota Value at Risk v českých korunách na hladině významnosti 0,05 v časovém horizontu jednoho dne, kde datem, na který byla hodnota stanovena, bylo 30. 3. 2012.

Zvláštní pozornost byla věnována obligaci, u které bylo potřeba nejprve stanovit peněžní toky. Byl zde aplikován přístup RiskMetrics a obligace byla rozdělena na dílčí zero bondy se samostatným cash flow, se kterým bylo dále pracováno. Představena byla i metodika rozplánování stanovených cash flow do pevně určených bodů uvedených v Technickém dokumentu RiskMetrics. Jako rizikový faktor pro práci s dluhopisy zde sloužily tržní úrokové sazby.

Jakmile byly získány časové řady cen finančních aktiv i úrokových sazeb a byly zjištěny jejich spojité výnosy, bylo přikročeno k odhadu rozptylu a vzájemné kovariance pomocí modelu EWMA. Následovalo stanovení úrokových měr, kterého bylo dosaženo s využitím modelu CIR. Posledním významným aplikovaným modelem byl geometrický Brownův pohyb, který se stal podkladem pro stanovení ceny akcií a měnového kurzu.

Po propočtu všech potřebných údajů dle stanoveného postupu následoval přepočet vstupních hodnot a samotné stanovení hledaného ukazatele. Bylo zjištěno, že s uvedenými vstupními parametry činí Value at Risk pro portfolio o hodnotě 268 555,128 Kč částku o velikosti 1,002%, tedy 2 690,188 Kč.

V poslední kapitole této práce byly také provedeny modifikace vypočtené hodnoty, tedy určení hodnoty Value at Risk na různých hladinách významnosti, s různým složením portfolia či s různými podíly jednotlivých aktiv. Bylo zjištěno, že při snížení podílu rizikových složek a zvýšení podílu méně rizikových aktiv by mohla hodnota Value at Risk pro portfolio o velikosti 271 284,714 Kč činit částku 1 364,660 Kč, která tvoří pouze 0,503% z hodnoty portfolia. Riziko by tedy mohlo být výrazně sníženo při zvýšení podílu dluhopisu a měnového kurzu a snížení podílu akcií.

Byla tedy nejen stanovena hodnota Value at Risk zvoleného komplexního portfolia s využitím metody RiskMetrics, ale bylo i dokázáno, že hodnota Value at Risk může efektivně sloužit k řízení rizika portfolia.

Seznam použité literatury

Knihy:

[1] ALEXANDER, Carol. *Market risk analysis*: *Volume IV, Value-at-risk models.* Chichester: Wiley, 2008, 449 s. ISBN 97804709978884.

[2] AMBROŽ, Luděk. *Měření rizika ve financích*. 1. vyd. Praha: Ekopress, 2011, 232 s. ISBN 978-80-86929-76-7.

[3] DANIELSSON, Jon. *The value-at-risk reference*: *key issues in the implementation of market risk*. London: Risk Book, 2007, 539 s. ISBN 19-043-3981-6.

[4] HOLTON, Glyn A. *Value-at-risk*: *theory and practice*. Boston: Academic Press, 2003, 405 s. ISBN 01-235-4010-0.

[5] HULL, John. *Options, futures and other derivatives*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2009, 821 s. ISBN 978-013-6015-864.

[6] JORION, Philippe. *Value at risk*: *the new benchmark for managing financial risk*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2007, 602 s. ISBN 978-007-1464-956.

[7] SMEJKAL, Vladimír a Karel RAIS. *Řízení rizik ve firmách a jiných organizacích*. Praha: Grada, 2009, 354 s. ISBN 978-80-247-3051-6.

[8] ZMEŠKAL, Zdeněk. *Finanční modely*. Praha: Ekopress, 2004, 236 s. ISBN 80-861-1987-4.

Elektronické publikace:

[9] BOHÁČ, Zdeněk. Náhodná veličina. *Teze přednášky z předmětu Statistika* [online]. č. 2 [cit. 2012-03-22]. Dostupné z: http://homen.vsb.cz/~boh10/2_Nahodna_velicina.pdf

[10] DUDEK, Lukáš. *Stanovení hodnoty Value at Risk portfolia finančních aktiv*. Ostrava, 2008. Dostupné z: https://dspace.vsb.cz/bitstream/handle/10084/68975/M6202.6202T010.dud117.pdf?sequence=1. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Zdeněk Zmeškal.

[11] GRONYCHOVÁ, Marcela. Měření kreditního rizika: model CreditMetrics. *Česká společnost aktuárů* [online]. 2008-11-21 [cit. 2012-04-15]. Dostupné z: http://www.actuaria.cz/upload/Kreditni%20riziko.pdf

[12] HOFMANOVÁ, Lucie. *Faktorové modely a jejich využiti při tvorbě portfolia*. Brno, 2006. Dostupné z: http://is.muni.cz/th/136840/esf_m/scan.pdf. Diplomová práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce František Čámský.

[13] J. P. MORGAN/REUTERS. RiskMetrics™—Technical Document. In: [online]. New York, 1996 [cit. 2012-03-28]. 4. Dostupné z: http://www.phy.pmf.unizg.hr/~bp/TD4ePt_2.pdf

[14] Jednotlivé cenné papíry: ČEZ - BAACEZ (CZ0005112300). *RM-SYSTÉM, česká burza cenných papírů a.s.* [online]. 2012 [cit. 2012-03-29]. Dostupné z: http://www.rmsystem.cz/vysledky/historie-obchodovani/jednotlive-cenne-papiry?ticker=BAACEZ

[15] Jednotlivé cenné papíry: MICROSOFT CORP. - BAAMICRC (US5949181045). *RM-SYSTÉM, česká burza cenných papírů a.s.* [online]. 2012 [cit. 2012-03-29]. Dostupné z: http://www.rmsystem.cz/vysledky/historie-obchodovani/jednotlive-cenne-papiry?ticker=BAAMICRC

[16] KUČEROVÁ, Kamila. *Řízení rizika společností poskytujících spotřebitelské úvěry*. Brno, 2011. Dostupné z: http://www.scribd.com/doc/70575944/36/Strukturni-modely-%E2%80%93-Merton%C5%AFv-model-KMV-model-Credit-Metrics. Bakalářská práce. Mendelova univerzita v Brně. Vedoucí práce Martin Řezáč.

[17] MAREK, Patrice. Náhodná veličina a její popis. [online]. [cit. 2012-04-10]. Dostupné z: http://physics.ujep.cz/~mmaly/vyuka/poc_fyz_1/NahodnaVelicina_zaklady.pdf

[18] MINA, Jorge a Jerry Yi XIAO. Return to RiskMetrics: The Evolution of a Standard. [online]. 2001, s. 119 [cit. 2012-03-19]. Dostupné z: http://zhiqiang.org/blog/download/Return%20to%20Risk%20Metrics%20-%20The%20Evolution%20of%20a%20Standard.PDF

[19] PATRIA ONLINE, a.s. *Patria.cz* [online]. 2012 [cit. 2012-03-29]. Dostupné z: http://www.patria.cz

Elektronické články:

[20] BUČKOVÁ, Veronika. Basel III: Obětují banky část svého zisku?. In: *Finance.cz* [online]. 2010-11-19 [cit. 2012-04-15]. Dostupné z: http://www.finance.cz/zpravy/finance/288363-basel-iii-obetuji-banky-cast-sveho-zisku-/

[21] CIMLER, Jiří. Řecká písmena. *OptionsLOCK* [online]. 2009 [cit. 2012-04-15]. Dostupné z: http://www.optionslock.cz/opce/reckapismena.php

[22] ČESKÁ SPOŘITELNA a.s. Basel II. [online]. 2006, s. 14 [cit. 2012-03-18]. Dostupné z: http://www.csas.cz/banka/content/inet/internet/cs/BaselII_final_cj.pdf

[23] Finanční rizika. *Pojistenec.cz* [online]. 2010-03-11 [cit. 2012-04-04]. Dostupné z: http://pojistenec.cz/financni_rizika.htm

[24] HLAVÁČ, Petr. Durace a její využití – díl I. *Měšec.cz*: *Trhy* [online]. 2009-02-17 [cit. 2012-04-04]. Dostupné z: http://trhy.mesec.cz/clanky/durace-a-jeji-vyuziti-dil-i/

[25] HVOZDENSKÁ, Jana. Metody Konstrukcí Výnosových Křivek Dluhopisů S Nulovým Kupónem. [online]. 2011, s. 6 [cit. 2012-04-10]. Dostupné z: http://www.derivat.sk/files/fsn%202011/Hvozdenska.pdf

[26] KOLLÁR, Miroslav. Může Basel II vše spasit?. *Česká Národní Banka* [online]. 2007 [cit. 2012-03-12]. Dostupné z: http://www.cnb.cz/cs/verejnost/pro_media/clanky_rozhovory/media_2007/cl_07_070806.html

[27] KUCHTA, Daniel. Stres testy české banky velmi neovlivní. *Investujeme.cz* [online]. 2010-07-28 [cit. 2012-04-18]. Dostupné z: http://www.investujeme.cz/stres-testy-a-ceske-banky-na-burze-nic-noveho-pod-sluncem/

[28] LAUŠMANOVÁ, Monika. Basel III může pozitivně ovlivnit řízení bank. *Ihned.cz*: *Bankovnictví* [online]. 2011-02-18 [cit. 2012-04-15]. Dostupné z: http://bankovnictvi.ihned.cz/c1-50251200-basel-iii-muze-pozitivne-ovlivnit-rizeni-bank

[29] PLÍVA, Rostislav. Basel I., Basel II., … Basel III. *Patria Online* [online]. 2011-06-28 [cit. 2012-04-10]. Dostupné z: http://www.patria.cz/zpravodajstvi/1852249/basel-i-basel-ii--basel-iii.html

[30] PRCHAL, Luboš. Výzvy v modelování finančních rizik. *Ihned.cz*: *Bankovnictví* [online]. 2009-03-19 [cit. 2012-03-01]. Dostupné z: http://bankovnictvi.ihned.cz/c1-35745000-vyzvy-v-modelovani-financnich-rizik

[31] Risky Business: (Part 2). *MarketingMuses* [online]. 2011 [cit. 2012-02-29]. Dostupné z: http://marketingmuses.typepad.com/marketingmuses/2011/11/risky-business-part-2.html

[32] ROHRBACHER, Jan. Řecká písmena: Ovládněte riziko opcí. *Investujeme.cz* [online]. 2009-06-11 [cit. 2012-03-10]. Dostupné z: http://www.investujeme.cz/recka-pismena-ovladnete-riziko-opci/

[33] TRAXLER, Jan. Analýza: Jsou dluhopisy opravdu nejhorší investice?. *Peníze.cz* [online]. 2011-10-31 [cit. 2012-03-20]. Dostupné z: http://www.penize.cz/dluhopisy/223697-analyza-jsou-dluhopisy-opravdu-nejhorsi-investice

[34] Výnos a riziko portfolia akcií. In: *EuroEkonóm.sk* [online]. [cit. 2012-02-22]. Dostupné z: http://www.euroekonom.sk/financie/financne-investovanie/vynos-a-riziko-portfolia-akcii/

Seznam zkratek a symbolů

Zkratky:

CAPM	Model oceňování kapitálových aktiv
CM	CreditMetrics
CZK	Koruna česká
EUR	Euro
EWMA	Exponenciálně vážený klouzavý průměr
GARCH	Zobecněný model podmíněného rozptylu
KP	Kapitálová přiměřenost
KTRK	Krytí tržních rizik kapitálem
MBP	Mimobilanční položky
RM	RiskMetrics
RVA	Rizikové vážená aktiva
Tier	Skupina kapitálu
VaR	Value at Risk
3m	Úroková sazba za 3 měsíce
9m	Úroková sazba za 9 měsíce

Symboly:

α	Hladina významnosti
A	Choleského matice
β	Koeficient Beta
cov	Kovariance
∂	Derivace
D	McCaulayho durace
DD	Dolarová durace
dt	Časové období
dz	Specifický Wienerův proces
η	Nekorelovaný náhodný prvek
e	Eulerovo číslo
$E(\cdot)$	Střední hodnota náhodné veličiny
ε	Náhodná veličina z normovaného normálního rozdělení.
$\Phi^{-1}(\alpha)$	Distribuční funkce normovaného normálního rozdělení pro α

K	Konvexita
λ	Tlumící faktor/Decay faktor
ln	Přirozený logaritmus
μ	Střední hodnota
MD	Modifikovaná durace
N	Počet pozorování
Π	Zisk
$\rho_{x,y}$	Koeficient korelace pro aktiva *x* a *y*
$r_t\ (y_t)$	Výnos aktiva v čase *t*
$\sigma_{i,j}$	Kovariance veličin *i* a *j*
σ_i	Směrodatná odchylka veličiny *i*
σ_i^2	Rozptyl veličiny *i*
$S_t\ (P_t)$	Cena aktiva v čase *t*
var	Rozptyl
w_i	Váha i-tého instrumentu v portfoliu

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byl(a) seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou (bakalářskou) práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová (bakalářská) práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové (bakalářské) práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou (bakalářskou) práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 27. 4. 2012

…………………………..

jméno a příjmení studenta

Seznam příloh