

VŠB-Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra mechaniky

Pevnostní analýza talířového kola
Stress analysis of ring gear

Student:

Ivo Veselý

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Zdeněk Poruba, Ph.D.

Ostrava 2011

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra mechaniky

Zadání bakalářské práce

Student: **Ivo Veselý**
Studijní program: **B2241 Strojní inženýring**
Studijní obor: **3901RC03 Aplikovaná mechanika**
Téma: **Pevnostní analýza talířového kola
Stress Analysis of Ring Gear**

Zásady pro vypracování:

- 1) Proveďte technický popis problematiky a kinematický a silový model úpravných podmínek,
- 2) Pro zadané okrajové podmínky proveďte pomocí metody konečných prvků pevnostní kontrolu talířového kola a komentujte získané výsledky,
- 3) Pro vybraný konstruktérní úkol proveďte pevnostní kontrolu dle známých analytických postupů a srovnajte s výsledky získanými metodou konečných prvků,
- 4) Na základě pevnostní analýzy zhodnoťte možnost úpravy geometrie za účelem úspory materiálu a současně schopnost dále přetáčet definované váhové úspory.

Seznam doporučené odborné literatury:

1. ANSYS, Inc. *ANSYS Release 11 Documentation*. SAP AP, Inc., 2007. V elektronické podobě dostupné jako součást instalace programu ANSYS 11.
2. KOLÁŘ, V., NEMEC, L., KANICKÝ, V. *FEA: Principy a praktické aplikace konečných prvků*. 1. vyd. Praha: Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.
3. COOK, R. D. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*, 1st edition. New York: Wiley & Sons, 1995. 320 s. ISBN 0-471-10774-3.
4. KLIČEK, J. *Stručný úvod do mechaniky látek. Část I, Pruhy a trhliny, nestabilita látek*. 1. vyd. Olomouc: Vysoká škola báňská, 1995. 106 s. ISBN 80-7078-218-8.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Verze zadání bakalářské práce: **Ing. Zdeněk Poruba, Ph.D.**

Datum zadání: **17.12.2010**

Datum odevzdání: **23.05.2011**

doc. Ing. Jiří Poděševý, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Fašana, CSc.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě.....

.....

Podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě :.....

.....

Podpis

Jméno a příjmení autora práce: Ivo Veselý

Adresa trvalého pobytu autora práce: Bílovecká 54, Opava, 747 06, ČR

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VESELÝ, I. Pevnostní analýza talířového kola: bakalářská práce. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2011, 58 s. Vedoucí práce Ing. Zdeněk Poruba, Ph.D.

Bakalářská práce se zabývá zjednodušením modelu ozubeného talíře a náboje. Byla zpracována aplikace okrajových podmínek a vytvoření sítě konečných prvků pro výpočty. Následný výpočet ukázal vzájemné rozdíly napětí a deformací. Dále bylo vytýčeno místo vrubu a změněna geometrie s cílem snížit napětí. Pro nový vrub byly uvažovány dvě nové geometrie. Na konci bakalářské práce byla geometrie modelu zjednodušena s cílem snížit množství materiálu tak, aby byla zachována schopnost přenést dané zatížení. K získání výsledků pro jednotlivé případy byla použita metoda konečných prvků.

ANOTATION OF BACHELOR THESIS

VESELÝ, I. Stress analysis of ring gear: bachelor thesis. Ostrava: VŠB-Technical university of Ostrava, Faculty of mechanical engineering, Department of mechanics, 2011, 58 s. Thesis supervisor: Ing. Zdeněk Poruba, Ph.D.

Bachelor thesis deals with simplification of hollow shaft and ring gear. The application of boundary condition and creation of mesh was carried out for calculations. Subsequent calculations showed mutual differences of stress and deformations. Furthermore a notch position was selected and notch geometry was changed with the aim of decreasing stress. Two different geometries were considered for new notch. At the end of the thesis the model geometry was adjusted with the purpose of reducing the amount of material on shaft but being still capable of withstanding the defined load. The finite element method was applied to obtain results for each case.

Obsah

1	Seznam použitého značení, termínů a zkratk	7
2	Úvod	8
3	Technický popis	8
4	Model a jeho úprava	11
4.1	Odstranění přebytečných součástí	11
4.2	Zjednodušení geometrie náboje	12
4.3	Zjednodušení geometrie ozubeného talíře	14
4.4	Zjednodušení geometrie vnitřních kroužků ložisek	17
5	Kontaktní plochy	19
6	Síť konečných prvků	21
6.1	Tvorba sítě	21
6.2	Typy prvků	25
7	Definice materiálů a okrajových podmínek	27
7.1	Materiál	27
7.2	Zatížení a okrajové podmínky	27
8	Porovnání výsledků napětí a deformace	29
8.1	1. případ – 1 zub v záběru	31
8.2	2. Případ – 2 zuby v záběru	35
8.3	3. případ – 3 zuby v záběru	38
9	Analytická kontrola napětí konstrukčního vrubu	42
9.1	Změna geometrie vrubu 2	43
10	Změna geometrie náboje	46
11	Závěr	48
12	Seznam použitých pramenů	50

1 Seznam použitého značení, termínů a zkratk

E – modul pružnosti materiálu v tahu

HMH – pevnostní hypotéza pro výpočet redukovaného napětí

MPa – mega pascal, jednotka napětí

M_k – označení krouticího momentu pro výpočet

Nm – newton metr, jednotka velikosti momentu, $1 \text{ Nm} = 1\,000 \text{ Nmm}$

W_k – průřezový modul v krutu

α_k – součinitel vrubové koncentrace napětí

τ_k – nominální napětí v krutu

$\tau_{k\alpha}$ – napětí s účinkem vrubu

2 Úvod

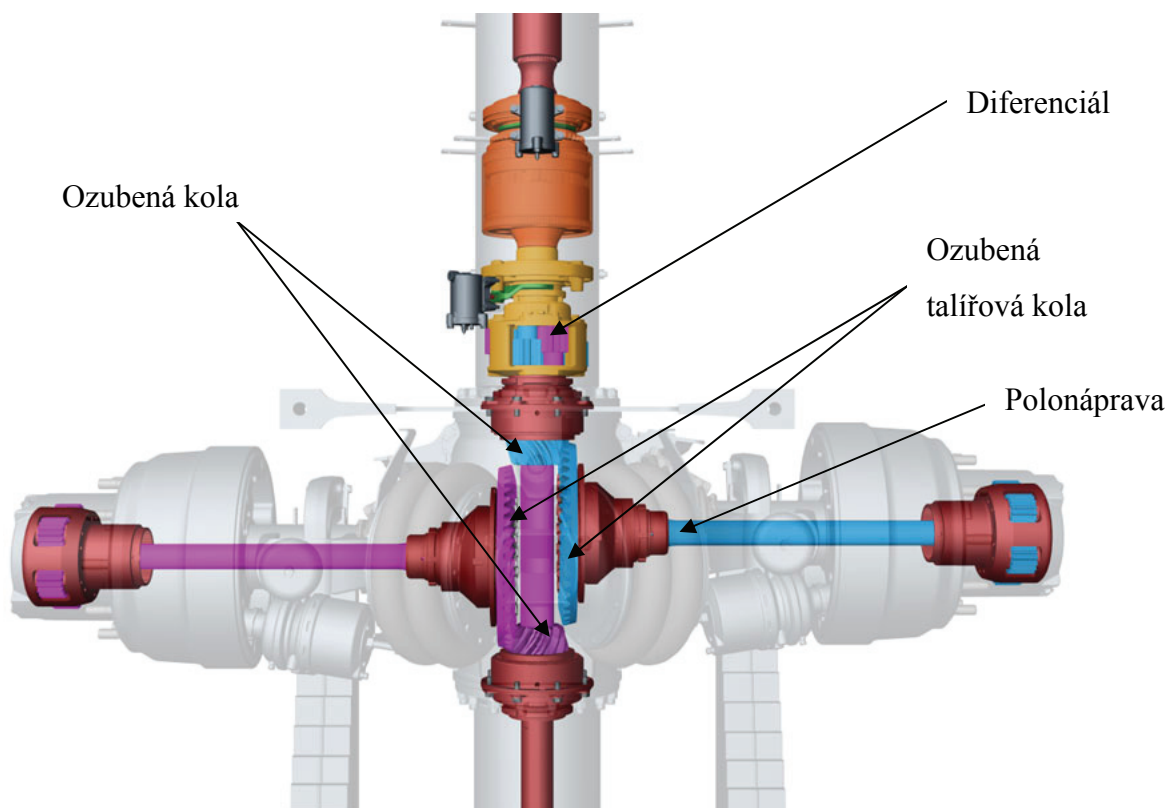
Cílem bakalářské práce je pevnostní analýza náboje a ozubeného talířového kola, které je součástí zadní polonápravy automobilu. Talířové kolo je zatěžováno krouticím momentem určeným z jízdní charakteristiky vozidla, kdy je v záběru uvažováno postupně jeden, dva a tři zuby talířového kola. Tento zatěžovací moment je uvažován pro stav vypnutí momentu na přední nápravu automobilu. Stejně tak je uvažováno rovnoměrné rozložení momentu na zadní nápravu.

Součástí práce je také zjednodušení dodané geometrie modelu, včetně nutných úprav geometrie odmazáním nepotřebných strojních součástí. Model je upraven tak, aby si zachoval podstatné části geometrie s co nejmenším zásahem, který by neměl změnit vlastnosti modelu pro samotný výpočet metodou konečných prvků. Dále před samotným výpočtem je navržena síť konečných prvků. Aby byly zajištěny dostatečně přesné výsledky touto metodou, bylo potřeba síť postupně zjemnit zvláště v místě konstrukčních vrubů na náboji. Tato navržená síť je identická pro všechna daná zatížení a okrajové podmínky. Tímto je zaručena vzájemná platnost a porovnatelnost výsledků. Touto metodou jsou pak zjištěny a porovnány výsledné napětí a deformace modelu při všech třech zatěžovacích podmínkách.

Dále si práce klade za cíl vybrat vrub náboje a pro tento vrub provést analytickou kontrolu výsledků s vypočtenými hodnotami. Následně je geometrie vrubu upravena s cílem pokusit se o snížení redukovaného napětí. Při této úpravě geometrie vrubu jsou uvažovány pro výpočet dva typy konstrukčních vrubů. Poté je geometrie náboje upravena za účelem uspořit materiál a současně si uchovat schopnost přenášet dané zatížení.

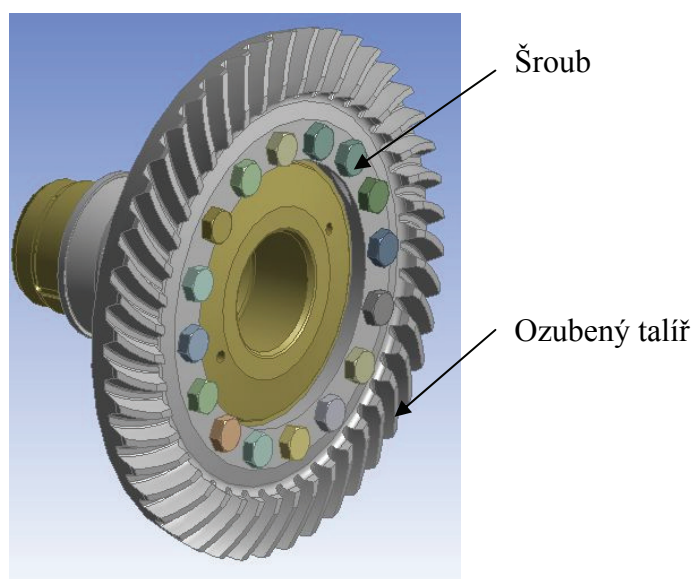
3 Technický popis

Celá sestava je součástí zadní polonápravy viz obr. 1. Jedná se o výkyvnou polonápravu, jejíž součástí je diferenciál, který leží mimo rozvodnou skříň. Polonáprava je konstruována bez použití kloubů. Náklon nápravy umožňují dvě talířová kola v záběru se dvěma ozubenými koly. Náprava slouží nejenom k přenosu tíhy vozidla na vozovku, ale také k pohonu kol.

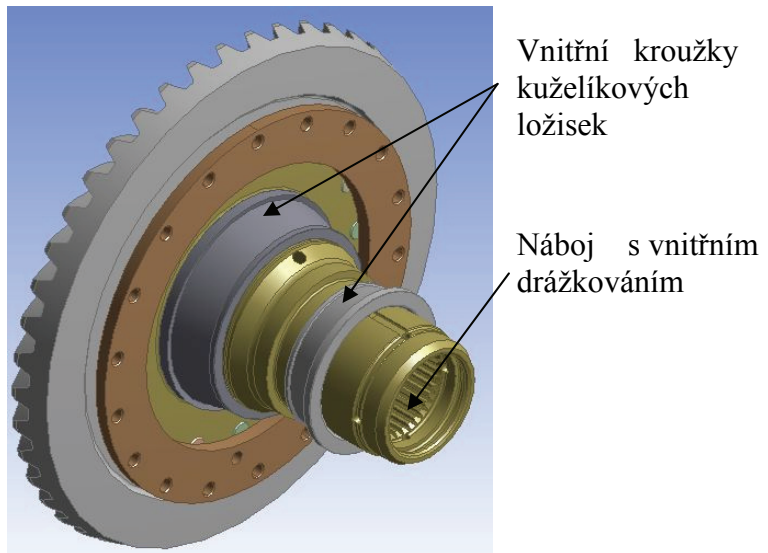


Obr. 1 – Zadní polonáprava podvozku [1]

Ozubený talíř, mající 44 zubů, přenáší krouticí moment. Samotný ozubený talíř je spojen s nábojem 16 šrouby viz obr. 2. Na náboji jsou nasazena dvě kuželíková ložiska s opačnou orientací vůči sobě s různými rozměry. Náboj je průchozí a má několik konstrukčních vrubů s vnitřním drážkováním. Tato část geometrie je zobrazena na obr. 3.

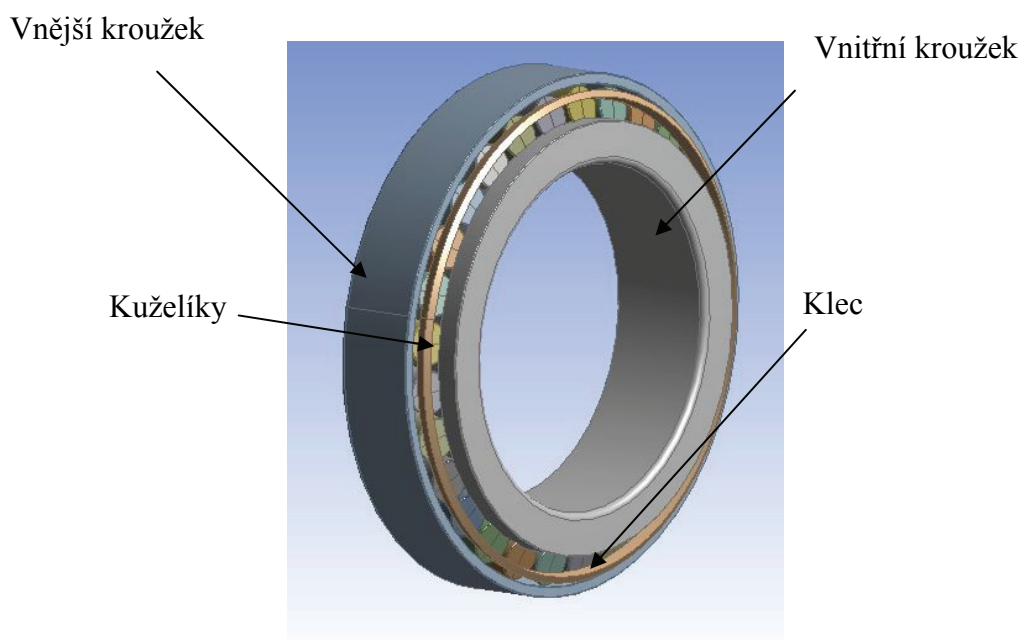


Obr. 2 – Ozubený talíř spojený šrouby



Obr. 3 – Umístění ložisek na náboji

Obě ložiska jsou jednořadá kuželíková. Tento typ ložisek je zvláštním typem ložisek, jenž je schopen přenášet jak axiální, tak radiální síly. Tento typ se navíc vyznačuje vysokou únosností, avšak mezi hlavní nevýhody patří především velice náročná a drahá montáž. Používají se spíše výjimečně. Jde o valivý typ ložiska, které je složeno z klasických součástí. Je tvořeno vnitřním kroužkem, klecí, která má udržovat kuželíky od vzájemného kontaktu, dále pak vnějším kroužkem a valivými elementy, které se označují jako kuželíky. Kuželíkové ložisko je zobrazeno na obr. 4.

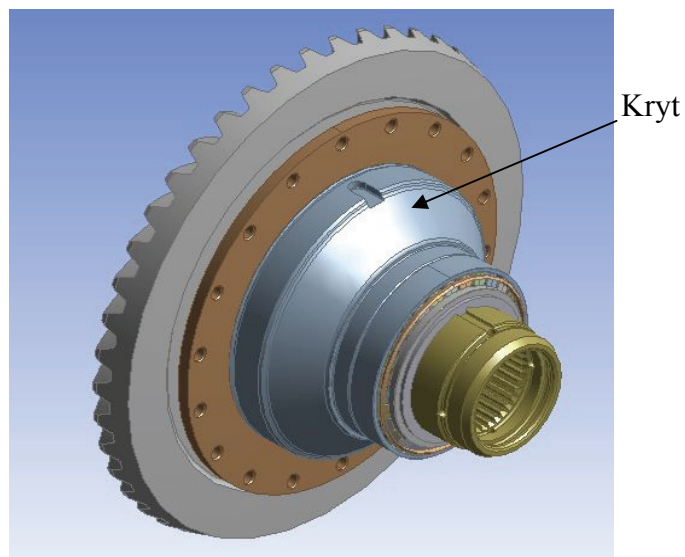


Obr. 4 – Kuželíkové ložisko

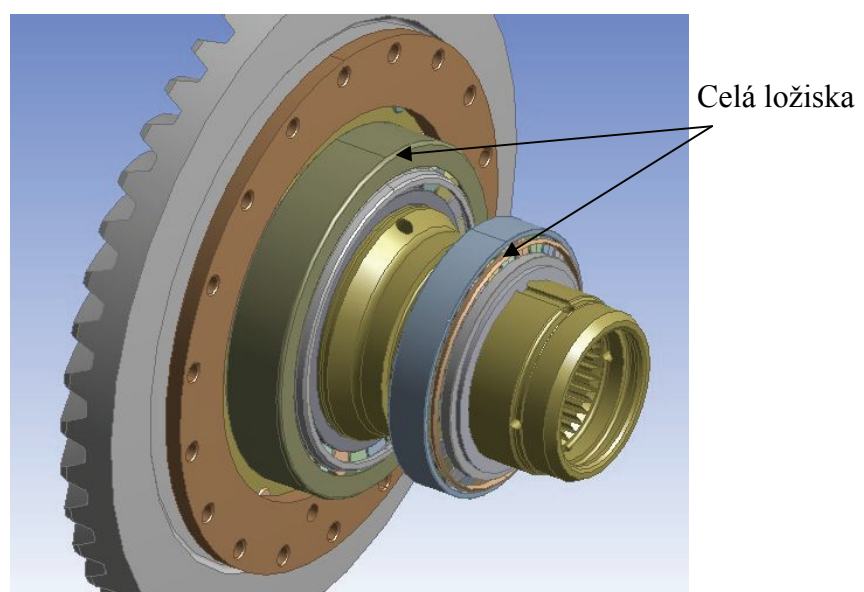
4 Model a jeho úprava

4.1 Odstranění přebytečných součástí

Originální model po importaci do softwaru Ansys obsahoval mnoho součástí nepotřebných pro další práci, respektive pro výpočty. Na náboji byly zcela nepotřebné části ložisek jako válečky, vnější kroužky a klece. Dále pak kryt, prstenec a pojistný prstenec zasazen do drážek. Na obr. 5 je vidět celý model s krytem, zatímco na obr. 6 je vidět část modelu s odstraněným krytem.

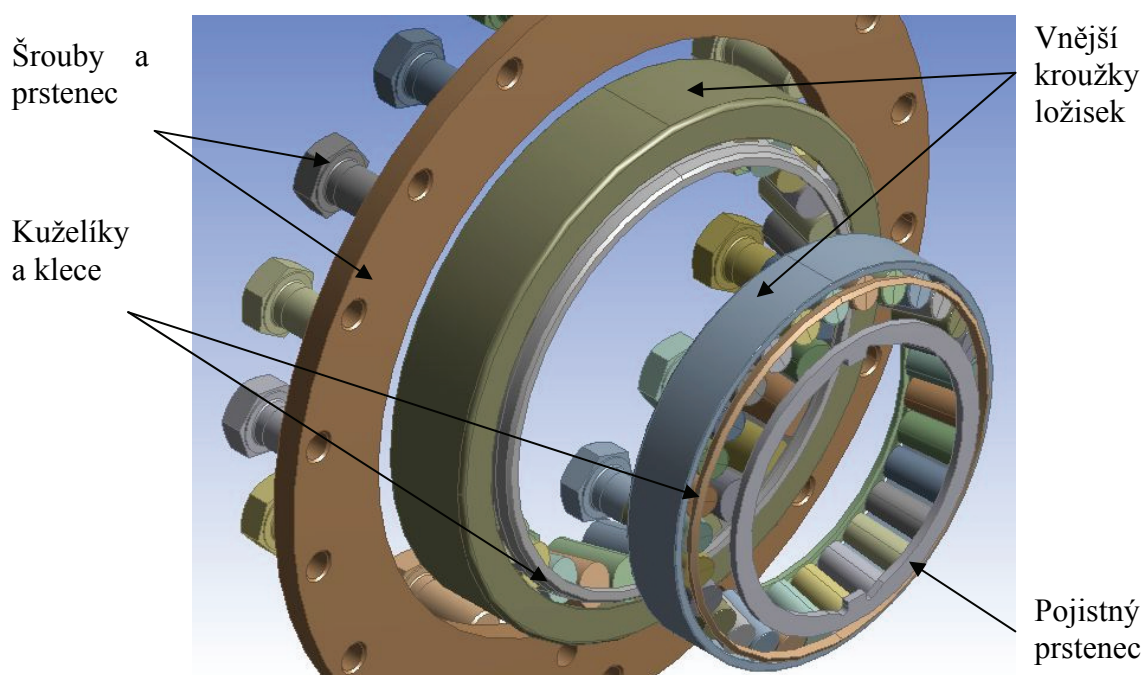


Obr. 5 – Celý model s krytem



Obr. 6 – Model bez krytu

Cílem bylo analyzovat především náboj, a proto bylo možné tyto nepotřebné části zcela odstranit. Šrouby byly zcela odstraněny, protože nebylo potřeba analyzovat jejich napětí a deformaci a vliv na díry, ve kterých byli usazeny. Co se týče ložisek, bylo možné odstranit jejich vnější a funkční části, a proto byly odstraněny vnější kroužky, klece, a všechny kuželíky. Jedinou částí ložisek potřebnou pro výpočet pak byly vnitřní kroužky. Na konec byly odstraněny nefunkční součástky jako vnější kryt a prstence. Veškeré přebytečné součásti jsou zobrazeny na obr. 7.



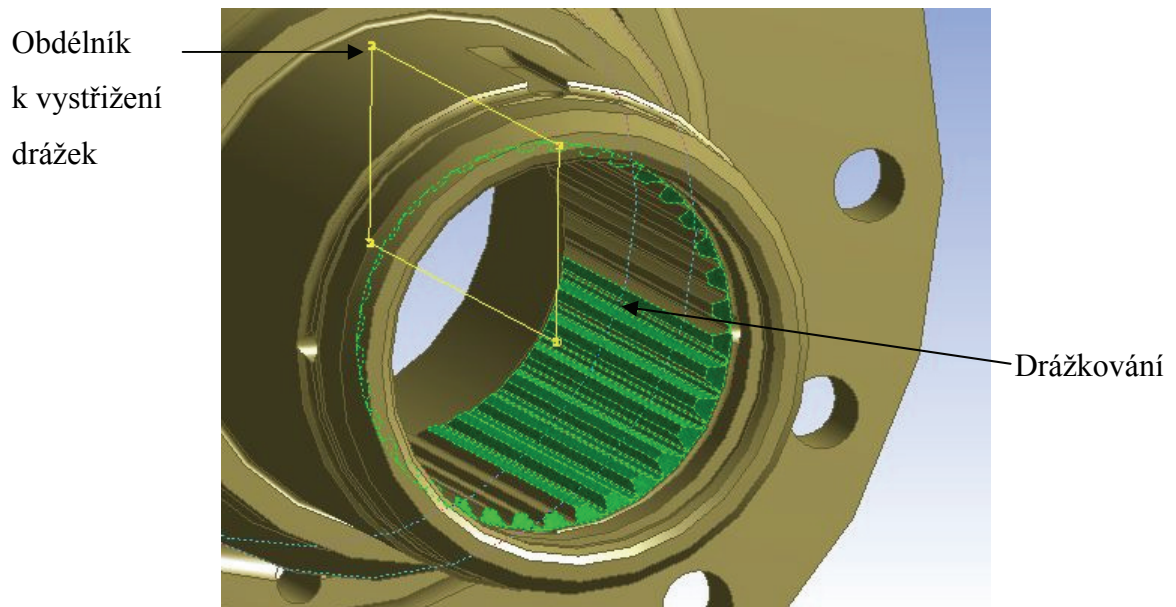
Obr. 7 – Přebytečné součásti

4.2 Zjednodušení geometrie náboje

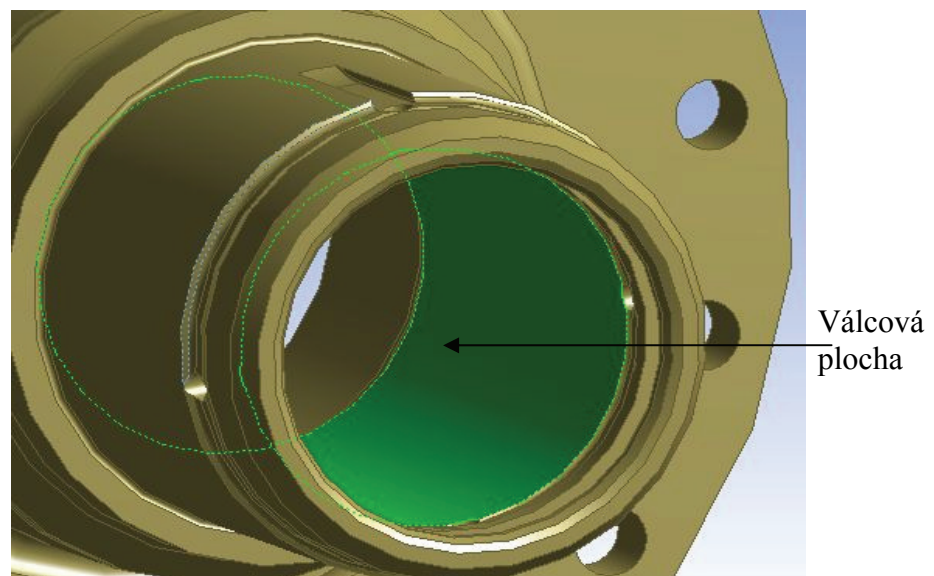
Po odstranění nepotřebných součástí bylo potřeba se na model zaměřit s cílem zjednodušení geometrických prvků na celém modelu. Dodaný model obsahoval prvky a detaily, které by zbytečně komplikovaly vytváření sítě konečných prvků, zjemnily by síť v těchto místech a prodloužily tak i samotné výpočty.

Na náboji bylo potřeba odstranit vnitřní drážkování a nahradit jej válcovou plochou a to z toho důvodu, že se na tuto plochu před samotným výpočtem aplikuje zátěž. K odstranění bylo nutné zjistit rozměry drážkování v průchozí díře. Tyto rozměry sloužily

k vytvoření obdélníku za účelem vyříznutí drážek. Obdélník (žlutě) a vnitřní drážkování (zeleně) jsou zobrazeny na obr. 8. Takto vytvořený obdélník se orotoval kolem osy díry o 360°, čímž vznikla válcová plocha. Vytvořená válcová plocha, zvýrazněná zeleně, je zobrazena na obr. 9.



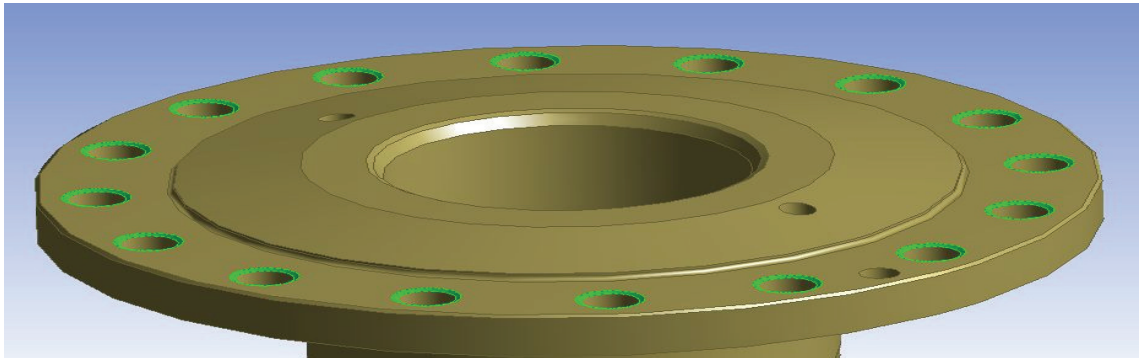
Obr. 8 – Pohled na drážkování a obdélník



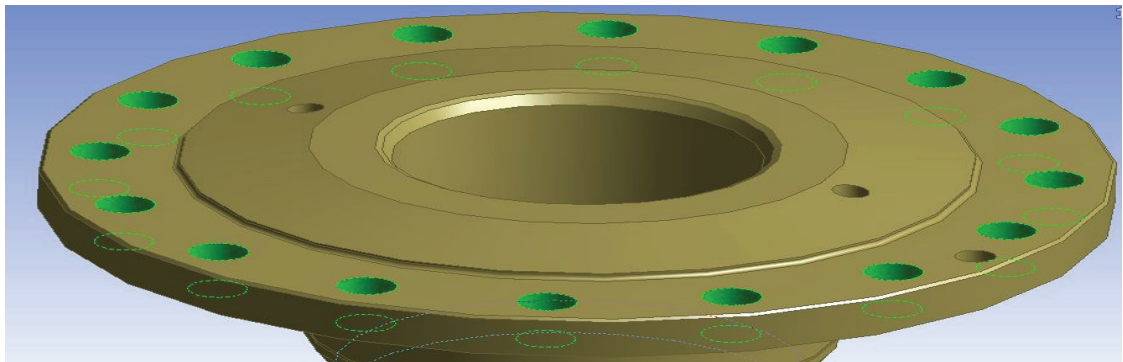
Obr. 9 – Válcová plocha po úpravě

Další potřebnou úpravou na náboji bylo odstranění zkosení děr pro šrouby. Zkosení děr (zeleně) je zobrazeno na obr. 10. V tomto případě bylo možné zcela zaslepit i díry, ale pro lepší průběh výsledků napětí byly ponechány, protože díry mohou fungovat jako

koncentrátory napětí. Jednotlivé díry po odstranění zkosení jsou zobrazeny na obr. 11. Takto upravené díry jsou výhodné z hlediska vytvoření rovnoměrnější sítě konečných prvků.



Obr. 10 – Jednotlivá sražená děra na náboji

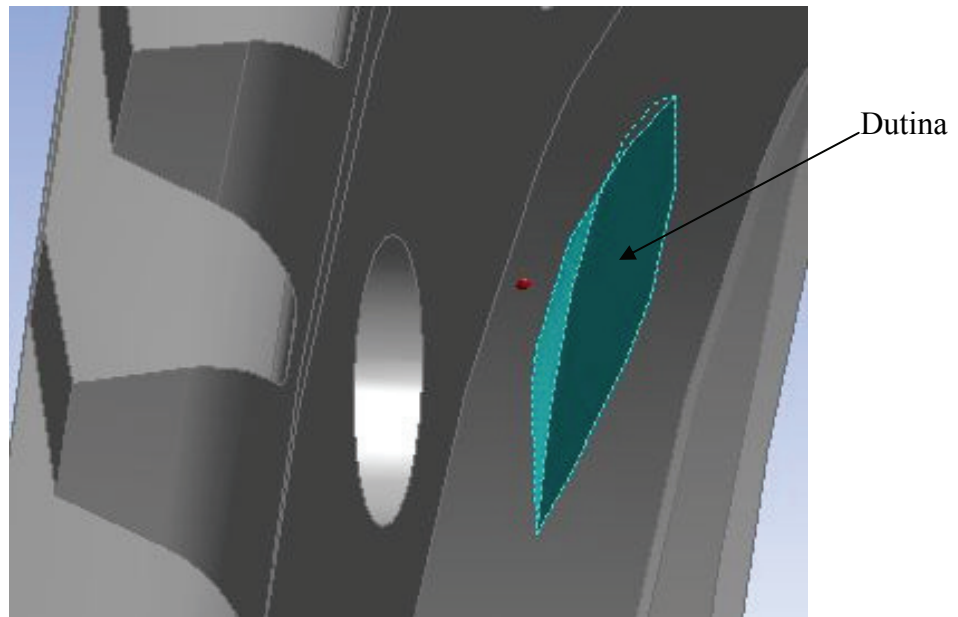


Obr. 11 – Díry po odstranění zkosení

Veškerá další zaoblení, zkosení, díry a drážky na náboji byly ponechány pro co nejpřesnější analýzu napětí a deformací, i za cenu komplikovanější sítě konečných prvků a delšího výpočetního času.

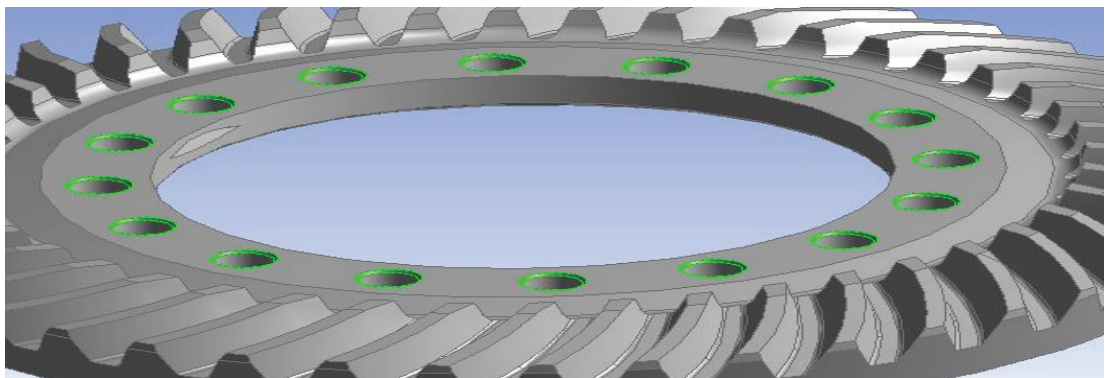
4.3 Zjednodušení geometrie ozubeného talíře

Další nutné úpravy byly provedeny na samotném ozubeném talíři, kde se vyskytovala přebytečná zkosení děr. Na geometrii se po importaci modelu objevily neobvyklosti v podobě ploch vytvářející dutiny. Takto se na ozubeném talíři vytvořily dvě stejné dutiny po 180°. Jedna z těchto dutin (modře) je zobrazena na obr. 12. Po odstranění obou dutin se plocha zarovнала a vytvořila se tím celistvá plocha po celém vnitřním obvodu ozubeného talíře.

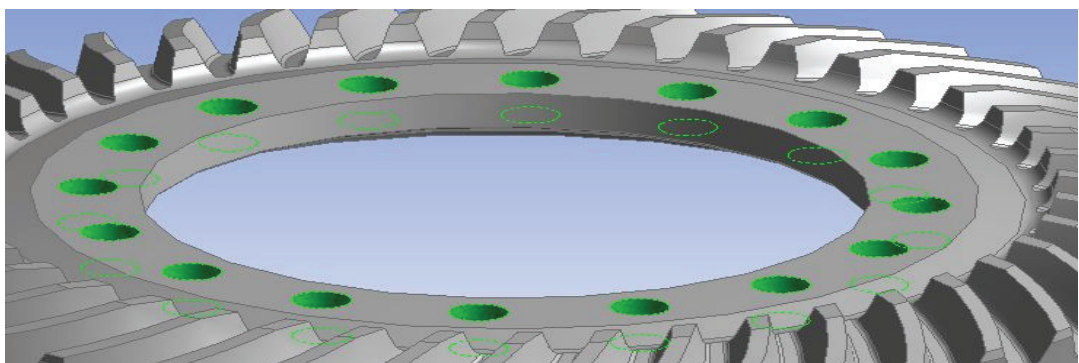


Obr. 12 – Neobvyklá dutina

Zkosení děr byla odstraněna a jednotlivé díry byly ponechány ze stejných důvodů jako díry na náboji. Zkosení děr na ozubeném talíři je zobrazeno na obr. 13. Jednotlivé díry bez zkosení jsou zobrazeny na obr. 14.

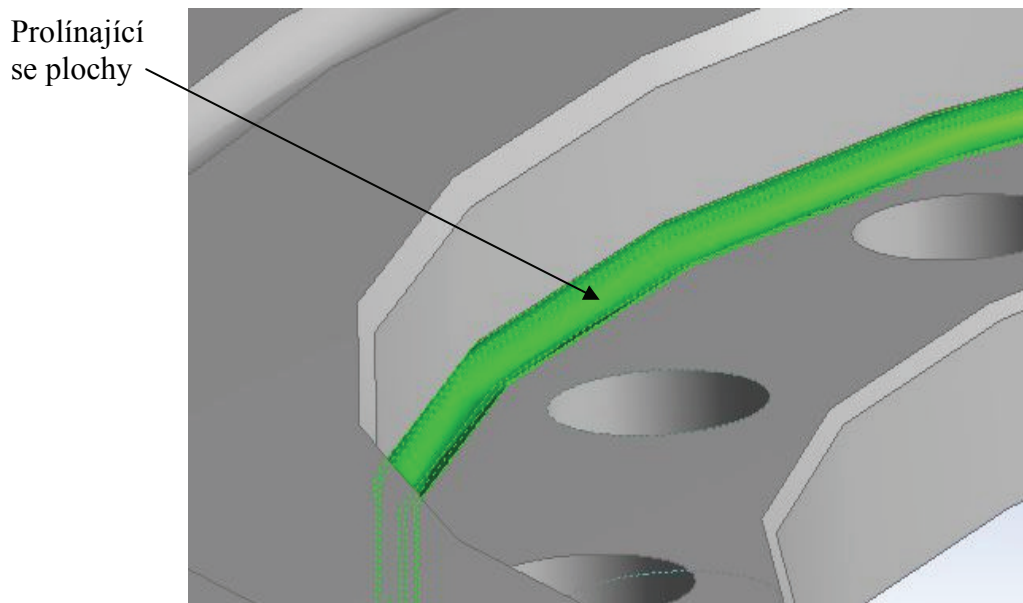


Obr. 13 – Jednotlivá zkosení děr na ozubeném talíři



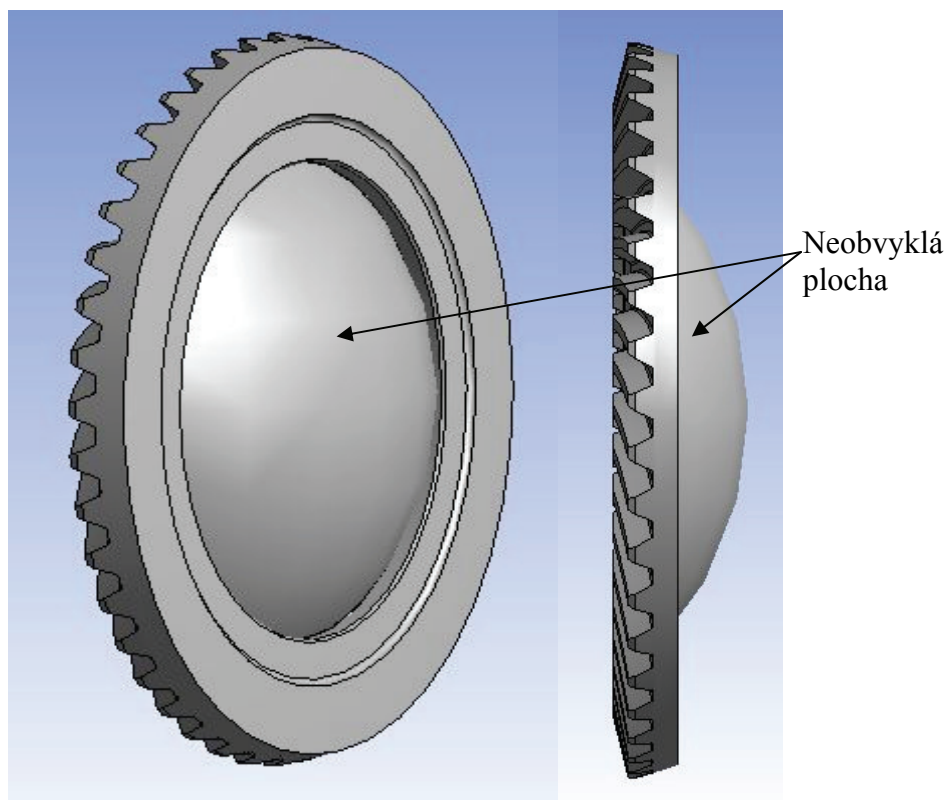
Obr. 14 – Díry bez zkosení

Další problematickou částí na ozubeném talíři byl vrub na vnitřní straně. Tento vrub se po importaci modelu skládal z několika ploch. Aby bylo s modelem možno dále pracovat, bylo nutné tyto plochy upravit. Při úpravě vrubu se model choval nevyzpytatelně a vrub se deformoval, či vytvořil neobvyklou plochu, která zaplnila celý vnitřní otvor talíře. Tyto plochy nebylo možné běžnými editačními nástroji upravit, přesto bylo nutné plochy zjednodušit. Problémem bylo to, že tyto komplikované plochy se vzájemně prolínaly a překrývaly, viz obr. 15.



Obr. 15 – Problematické plochy vrubu

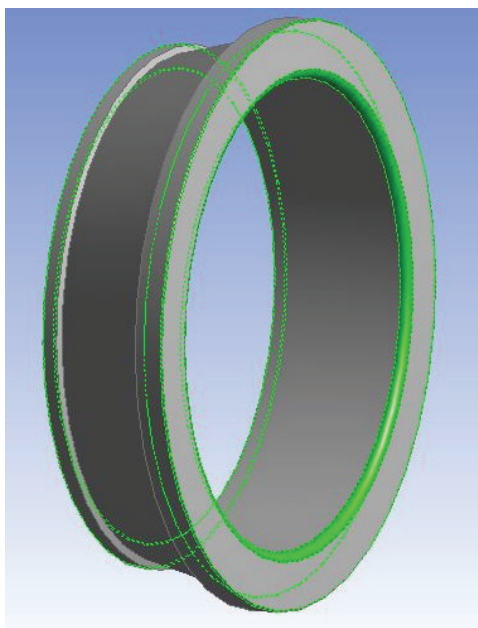
Při postupném odstraňování jednotlivých ploch došlo k deformaci modelu. Tato deformace je zobrazena na obr. 16. Stejně tak selhal pokus o úplné smazání všech těchto ploch s cílem vytvoření pravoúhlé plochy, na které by bylo možno celý vrub vymodelovat jednodušším způsobem. Problém byl vyřešen příkazem v softwaru Ansys, který umožňuje zjednodušení jakýchkoli ploch. Zjednodušení se děje tak, že software vytvoří matematicky nejjednodušší plochy nebo křivky a nejvhodněji jimi nahradí všechny křivky na modelu. Takto si model zachová prakticky původní geometrii, aniž by došlo ke zkreslení. Výhodou také je, že se jednodušeji vytváří síť konečných prvků i na původních problematických místech s těžko matematicky popsitelnými křivkami.



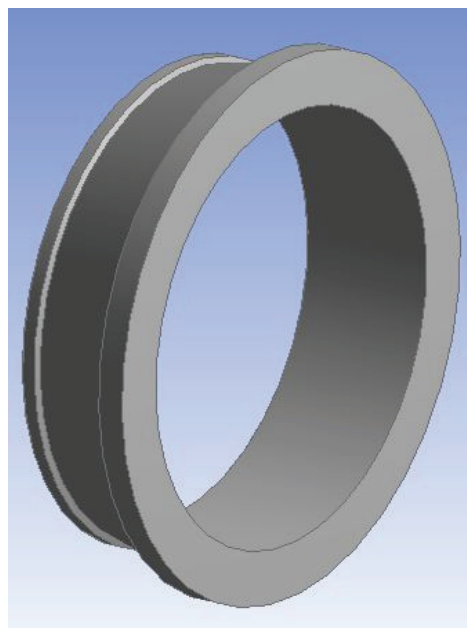
Obr. 16 – Neobvyklá plocha

4.4 Zjednodušení geometrie vnitřních kroužků ložisek

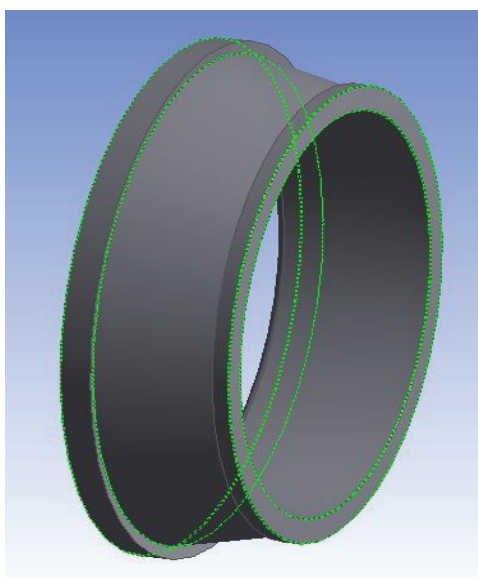
Jelikož jsou ložiska stejného typu a liší se jenom svými rozměry, probíhala úprava geometrie identickým způsobem na obou. Na ložiscích bylo především potřeba odstranit několik zaoblení s malým rádiusem. Odstraněním těchto míst se geometrie zjednodušila pro budoucí úpravu sítě. Navíc tato úprava nezatíží výpočet a neprojeví se ve výsledcích. Ponecháno bylo ovšem jedno zaoblení s větším rádiusem na vnitřní straně kroužku na větším z ložisek. Tento rádius je již dostatečně velký a jeho vliv na výpočet nelze zanedbat hlavně proto, že je tento vnitřní kroužek velmi blízko vrubu na náboji. Úprava menšího ložiska je zobrazena na obr. 17 a obr. 18. Větší ložisko je zobrazeno na obr. 19 a obr. 20. Vrub na náboji v blízkosti většího ložiska je zobrazen na obr. 21.



Obr. 17 – Malá zaoblení na menším ložisku

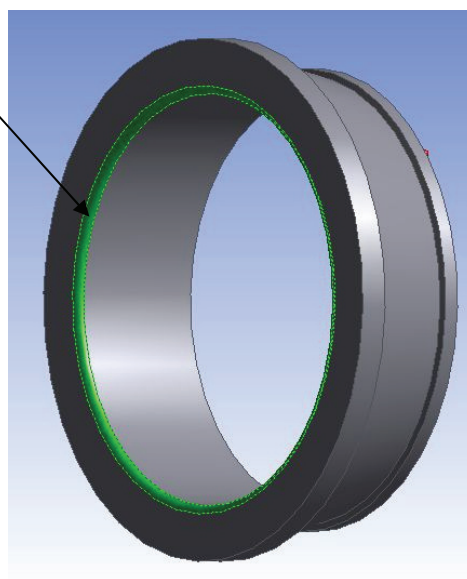


Obr. 18 – Menší ložisko po úpravě



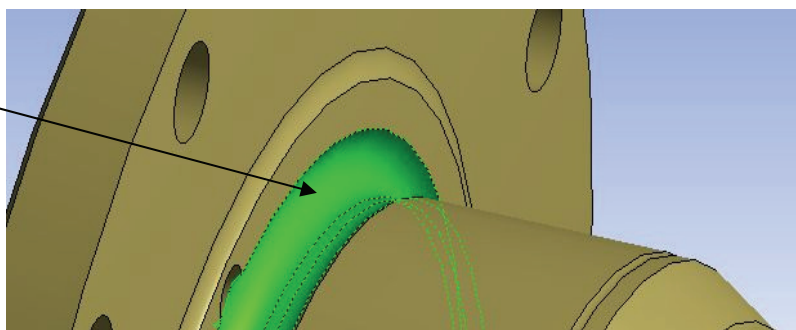
Obr. 19 – Malá zaoblení na větším ložisku

Ponechané
zaoblení



Obr. 20 – Větší ložisko po úpravě

Vrub pod
vnitřním
kroužkem
většího
ložiska



Obr. 21 – Detail vrubu

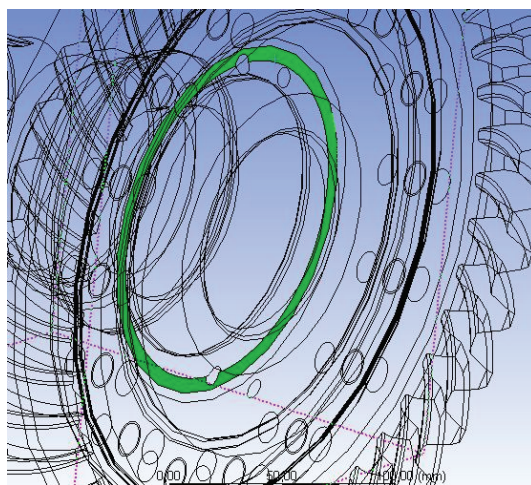
5 Kontaktní plochy

Celý model se skládal ze 4 těles a to náboje, ozubeného talíře a dvou vnitřních kroužků ložisek. Aby bylo možné provést výpočet, musela být tato tělesa spolu navzájem pevně spojena. K tomuto spojení, které by umožnilo vytvoření sítě mezi více tělesy, se mohou použít dva způsoby. První způsob je tvorba kontaktních ploch, zatímco druhou metodou je vytvoření jediného celistvého tělesa.

V případě první metody se tělesa vzájemně propojí kontaktními plochami. Tímto se vytvoří mezi danými tělesy kontaktní plochy. Výhoda kontaktů je v tom, že vytvořená síť na sebe nemusí přesně navazovat. Na kontaktní ploše se vytvoří tzv. kontaktní elementy. Tyto kontaktní elementy se dají považovat i za menší nevýhodu, neboť jsou stejně jako další elementy zahrnuty do výpočtu, což může způsobit prodloužení samotného výpočtu.

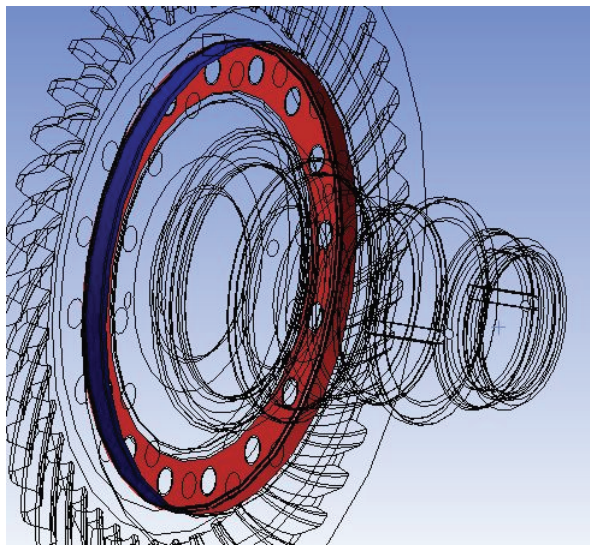
Druhou metodou jak tělesa vzájemně propojit je vytvoření celistvé sítě. Toho by se docílilo tak, že celá geometrie by se sjednotila, a vytvořila by se takto jedna součást. Tato součást by poté nevyžadovala použití kontaktů. Výhoda tohoto způsobu je, že se nemusejí vytvářet kontaktní elementy. Nevýhodou je nutnost z těles vytvořit jedno jediné, což může být komplikované a časově náročné, zvláště pokud je v modelu větší počet součástí.

Pro následující práci byla nejdříve zvolena metoda vytvoření jednotného tělesa, avšak touto metodou se nepodařilo síť vytvořit. V modelu se objevila neznámá součást, která znemožnila vytvoření sítě. Součást je zobrazena zeleně na obr. 22.

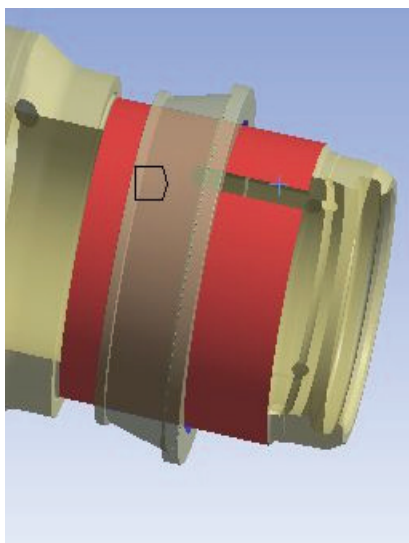


Obr. 22 – Neznámá součást

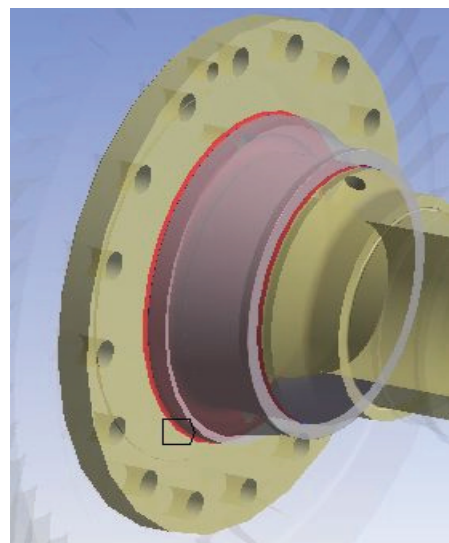
Z tohoto důvodu byla tedy použita metoda vytvoření kontaktů mezi tělesy. V tomto případě se neznámá součást neobjevila a vytvoření proběhlo úspěšně. Aby byl pevně spojen ozubený talíř s nábojem a náboj s oběma vnitřními kroužky, bylo použito tři kontaktů. Tedy jeden kontakt mezi ozubeným talířem a nábojem, druhý kontakt mezi nábojem a větším vnitřním kroužkem a třetí kontakt mezi menším vnitřním kroužkem a nábojem. Kontakt mezi ozubeným talířem a nábojem je zobrazen (červeně a modře) na obr. 23. Kontakty náboje s vnitřními kroužky jsou zobrazeny (červeně) na obr. 24 a obr. 25. Model byl tedy připraven pro tvorbu sítě.



Obr. 23 – Kontakt mezi nábojem a ozubeným talířem



Obr. 24 – Kontakt náboje s menším vnitřním kroužkem

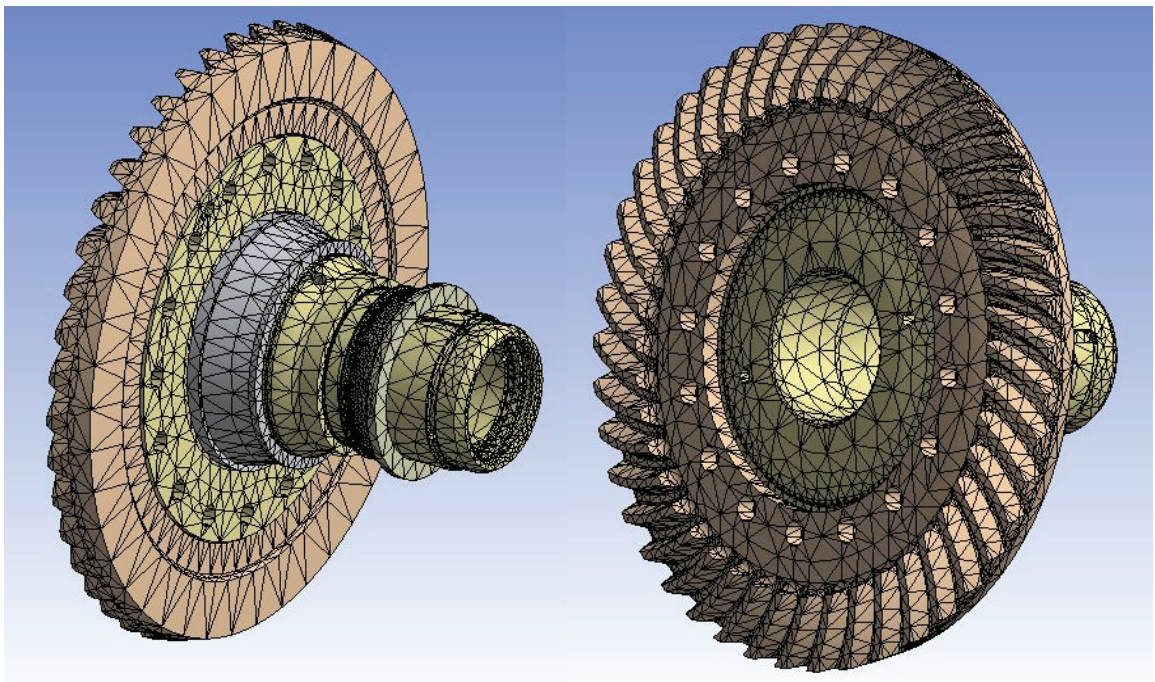


Obr. 25 – Kontakt náboje s větším vnitřním kroužkem

6 Síť konečných prvků

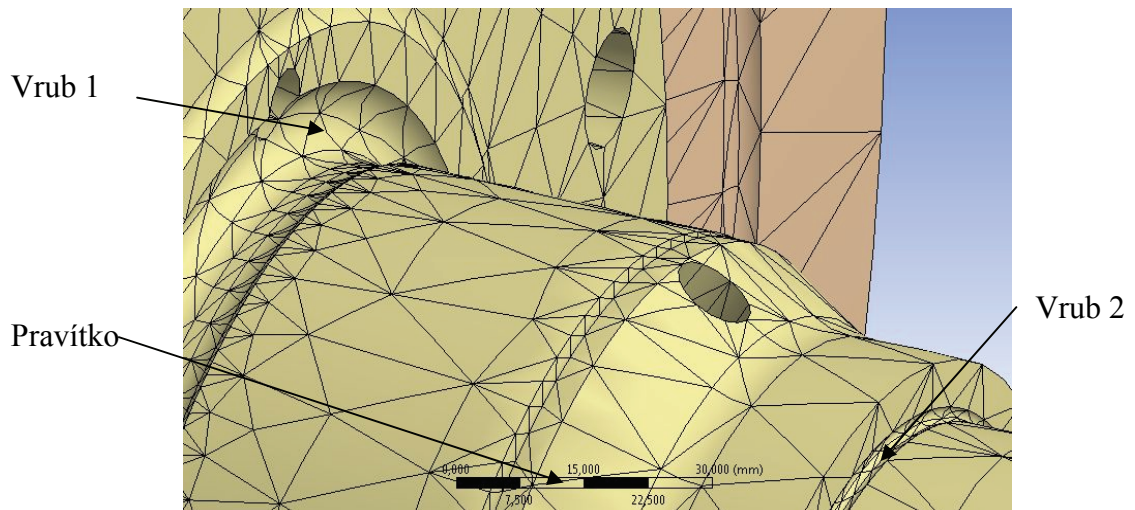
6.1 Tvorba sítě

Jelikož model obsahoval řadu zaoblení a hran, které způsobují koncentraci napětí, muselo být zaručeno, aby byla finální síť konečných prvků dostatečně jemná. Aby však bylo možné určit parametry takto jemné sítě, jako velikost prvku, byla nejprve vytvořena hrubá síť. Tato hrubá síť je zobrazena na obr. 26.

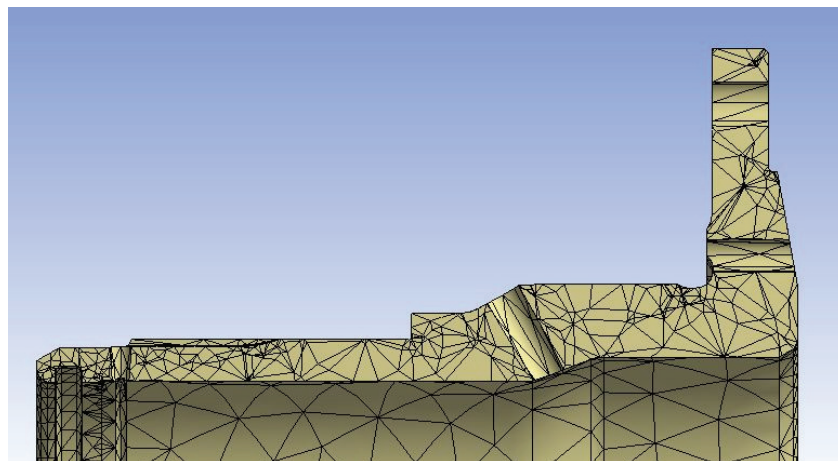


Obr. 26 – Hrubá síť na celém modelu

Z obrázku 26 je patrné, že takto hrubá síť potřebovala zjemnit, zvláště v místech na náboji, která jsou zobrazena na obr. 27. Zde je vidět, že v místech vrubů dosahovaly elementy velikosti hrany přibližně 12 mm. Na modelu bylo celkově vytvořeno 237 744 elementů a 140 661 uzlů sítě. Dále muselo být zaručeno, aby měl model rovnoměrnou síť v průřezu. Hrubá síť v průřezu je zobrazena na obr. 28. Zde je vidět jak byla síť nerovnoměrně uspořádána a jak byly elementy nevhodně velikostně rozloženy vůči ostatním elementům. Je také patrné, že v místě vrubů byla síť naprosto nevhodná.

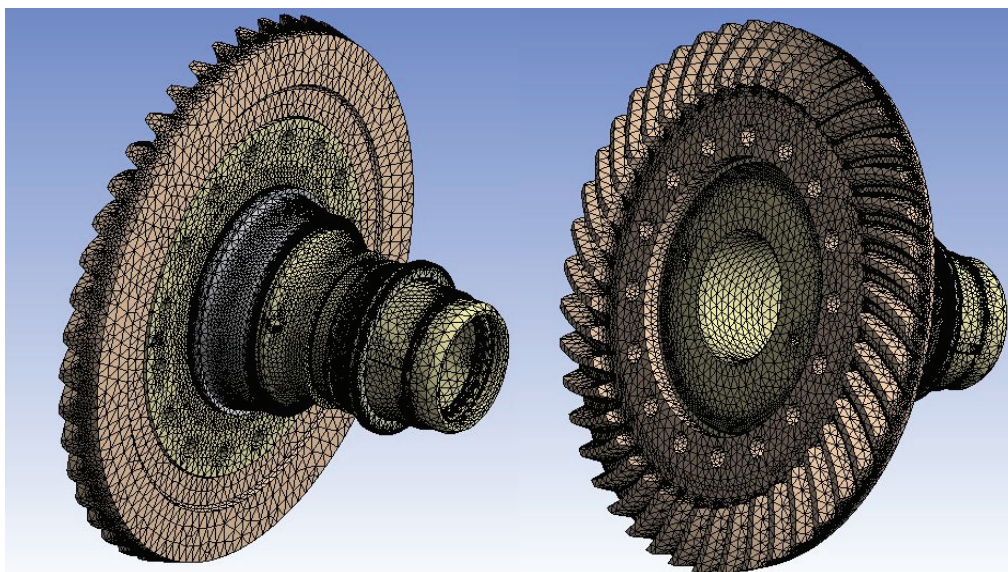


Obr. 27 – Hrubá síť na vrubech

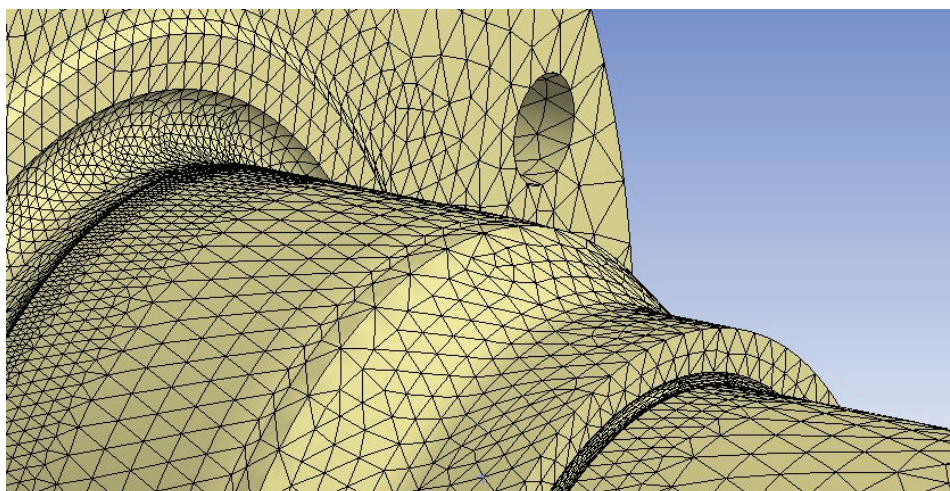


Obr. 28 – Hrubá síť v průřezu

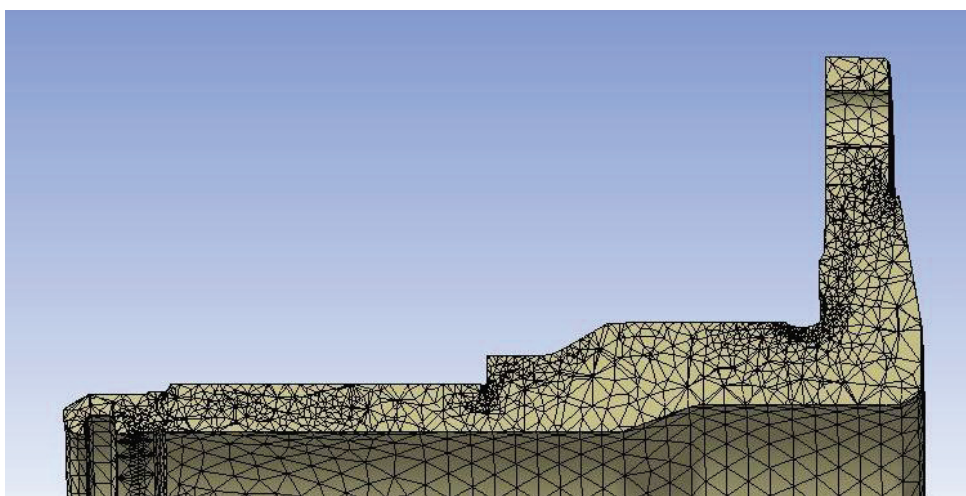
Pro tvorbu finální sítě konečných prvků se vycházelo z potřeby, aby byl celý objem byl vyplněn elementy o dostatečné velikosti a z potřeby zajistit rovnoměrnou síť především v místě vrubů a děr. Postupnou úpravou parametrů sítě byla vytvořena finální jemná síť. Tato síť obsahovala 4 555 553 elementů a 3 244 421 uzlů. Velikost elementu na náboji byla v rozmezí 1 až 5 mm, kde jemnější elementy byly vytvořeny v místech vrubů. Na ozubeném talíři byla velikost elementů od 2 do 10 mm. Větší prvky se vyskytovaly především na rovných plochách talíře. Na ložiscích dosahovala velikost elementů přibližně 1 až 5 mm. Finální síť je zobrazena na obr. 29. Síť v místě vrubů na náboji je zobrazena na obr. 30. Síť v průřezu na náboji je zobrazena na obr. 31. Síť na obou vnitřních kroužcích ložisek je zobrazena na obr. 32. Síť na ozubeném talíři je zobrazena na obr. 33. Z těchto obrázků je patrné dostatečně jemné rozložení sítě jak na povrchu součástí, tak v celém objemu.



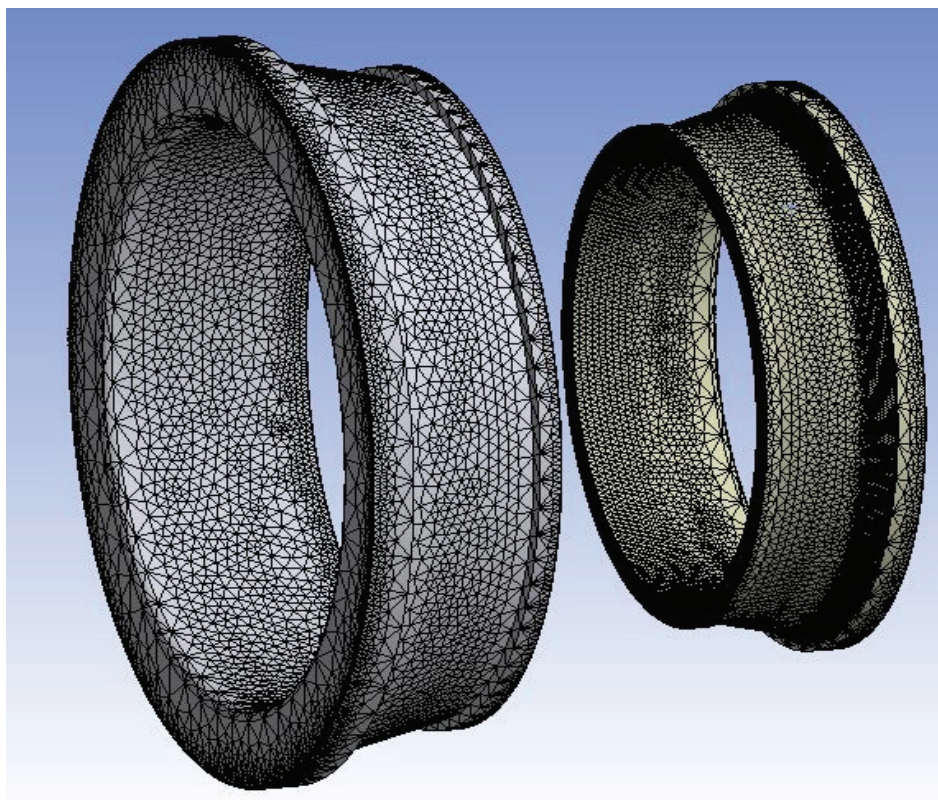
Obr. 29 – Jemná síť celého modelu



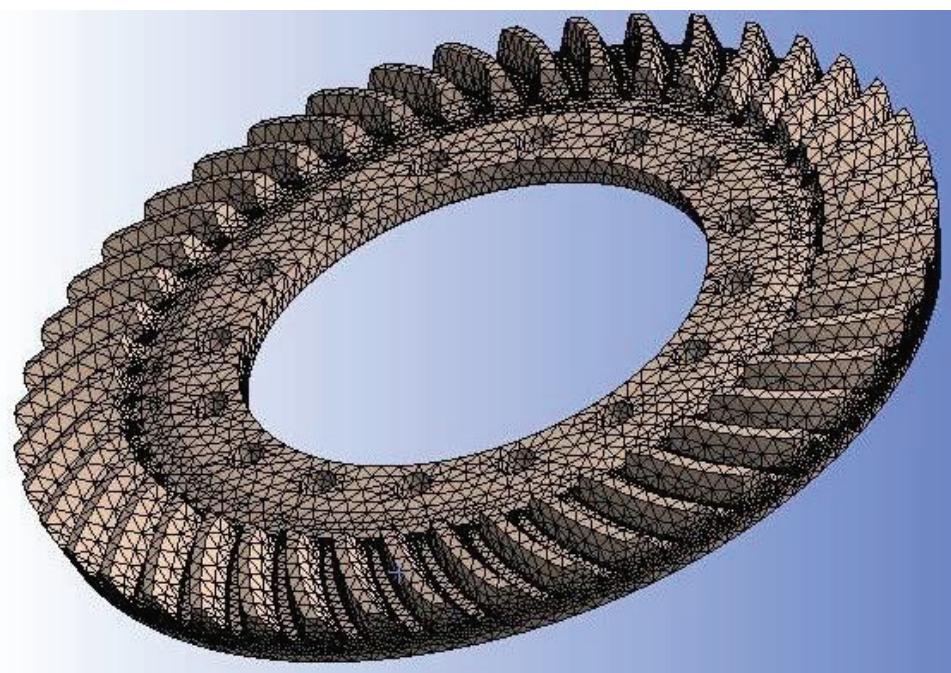
Obr. 30 – Jemná síť na náboji



Obr. 31 – Síť v průřezu



Obr. 32 – Jemná síť na vnitřních kroužcích ložisek

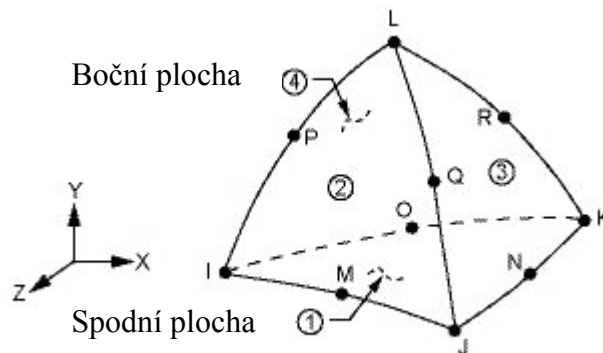


Obr. 33 – Jemná síť na ozubeném talíři

6.2 Typy prvků

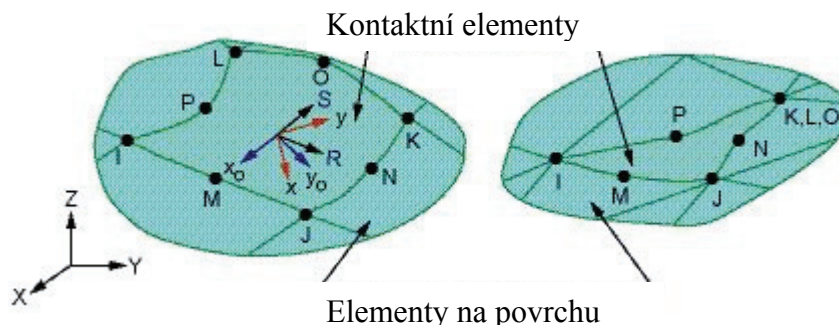
Síť konečných prvků modelu je tvořena čtyřmi typy prvků. Každý prvek se vyznačuje jinými vlastnostmi a použitím. Tyto prvky jsou definovány v rozsáhlé databázi prvků v softwaru Ansys. Jde o prvky označené v softwaru Ansys jako SOLID 187, CONTA 174, TARGE 170 a SURF 154. Níže uvedené obrázky mají uzly a meziuzly označené písmeny.

Element SOLID 187 je definován jako prostorový prvek s 4 uzly a 6 meziuzly. Každý uzel a meziuzel má tři stupně volnosti, a to posuvy v osách x , y , z . Tento prvek je vhodný pro tvorbu prostorových sítí s nepravidelným rozložením. Geometrie prvku s uzly a meziuzly je zobrazena na obr. 34.



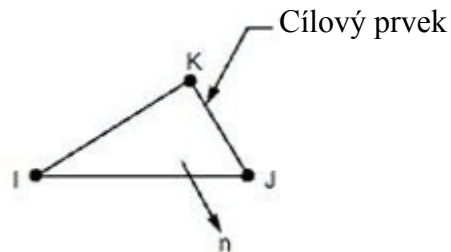
Obr. 34 – Prvek SOLID 187 [2]

CONTA 174 je kontaktní prvek, který představuje vzájemný dotyk prostorových těles. Tento prvek se umísťuje na povrch součástí a používá se pouze na prvky s meziuzly. Takto získá stejný tvar a stejný počet uzlů a meziuzlů. Prvek je zobrazen na obr. 35.



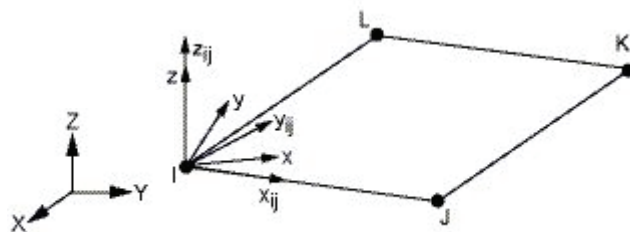
Obr. 35 – Prvek CONTA 174 [2]

TARGE 170 je typ prvku, který vymezuje plochy pro kontaktní elementy a představuje cílovou plochu kontaktu. K vytvoření cílové plochy se použije několik cílových prvků. Vytvoří se pouze při použití kontaktních elementů, se kterými je spojen. Prvek je zobrazen na obr. 36.

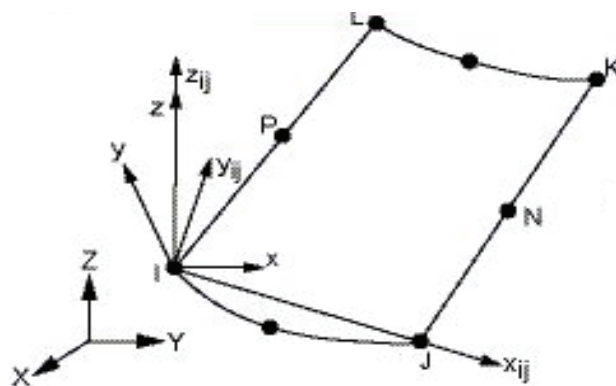


Obr. 36 – Cílový prvek TARGE 170 s normálou plochy n [2]

Čtvrtým použitým typem je prvek SURF 154. Tento prvek je používán pro napodobení různých zatížení. Vytvoří se na povrchu prostorového prvku. Může se skládat ze 4 uzlů nebo 4 uzlů a 4 meziuzlů.



Obr. 37 – Prvek SURF154 se 4 uzly [2]



Obr. 38 – Prvek SURF154 se 4 uzly a 4 meziuzly [2]

7 Definice materiálů a okrajových podmínek

7.1 Materiál

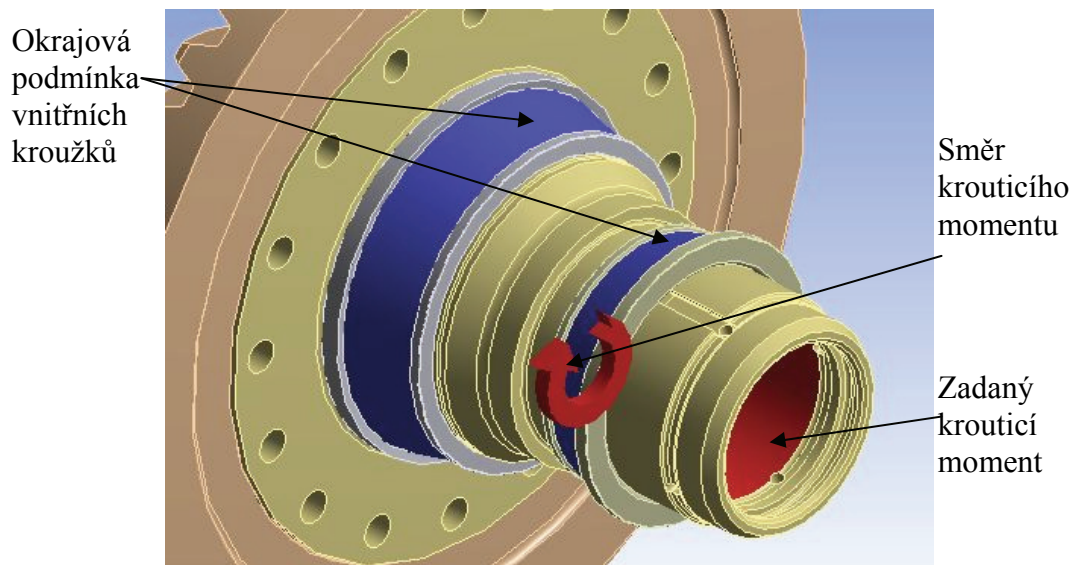
Materiál použitý na náboji je nízkolegovaná ocel s označením 13 240.7 podle normy ČSN EN 10027-2 v platnosti od roku 1995. Na ostatních součástech není materiál definován. Pro výpočet byla na každé součásti uvažována jako materiál nízkolegovaná ocel s modulem pružnosti $E=210000$ MPa a Poissonovou konstantou $\mu=0,3$. Nízkolegované oceli se ve skutečnosti příliš neliší svými parametry materiálu v lineární mechanice, a proto byly předpokládány stejné parametry pro celý model.

7.2 Zatížení a okrajové podmínky

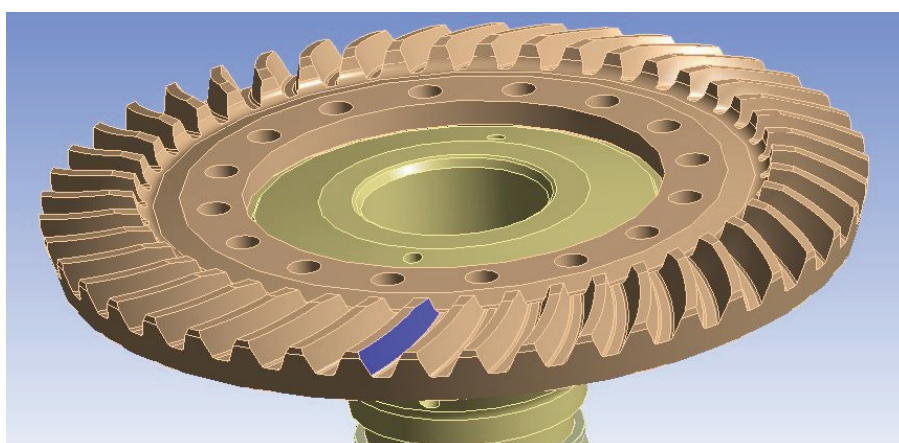
Celkově byly uvažovány 3 případy okrajových podmínek. Všechny měly společnou velikost a směr zatěžovacího momentu, stejně tak okrajové podmínky uvažované na vnitřních kroužcích ložisek. Rozdílné byly pouze počty uvažovaných zubů v záběru. V prvním případě byl v záběru 1 zub, ve druhém 2 zuby a ve třetím 3 zuby.

Na vnitřních kroužcích ložisek byla použita okrajová podmínka, která uvažuje namáhání pouze při tlakovém zatížení. Moment je zadán na upravenou vnitřní plochu náboje, kde původně bylo vnitřní drážkování. Hodnota momentu byla daná zadáním 27 754 Nm. Dále na každý zub v záběru byla použita okrajová podmínka, která neuvažuje tření na zubu a je aplikovaná na celou plochu zubu, i když ve skutečnosti je v záběru malá část plochy zubu. Okrajová podmínka na vnitřních kroužcích a aplikace krouticího momentu je zobrazena na obr. 39. Okrajové podmínky použité na zubech ve všech případech jsou zobrazeny na obr. 40, 41, 42.

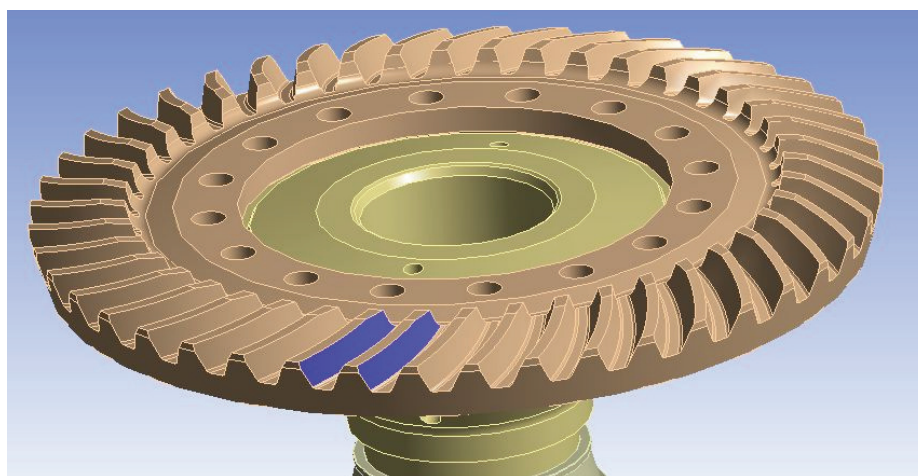
Ve skutečnosti se děje přenos krouticího momentu tak, že přes ozubený talíř se přenesou na náboj. Při aplikaci okrajových podmínek byl použit opačný postup, tedy krouticí moment vstupuje na náboj a je přenesen na ozubení ozubeného talíře. Při zadání okrajových podmínek tímto způsobem nedochází k ovlivnění výsledků.



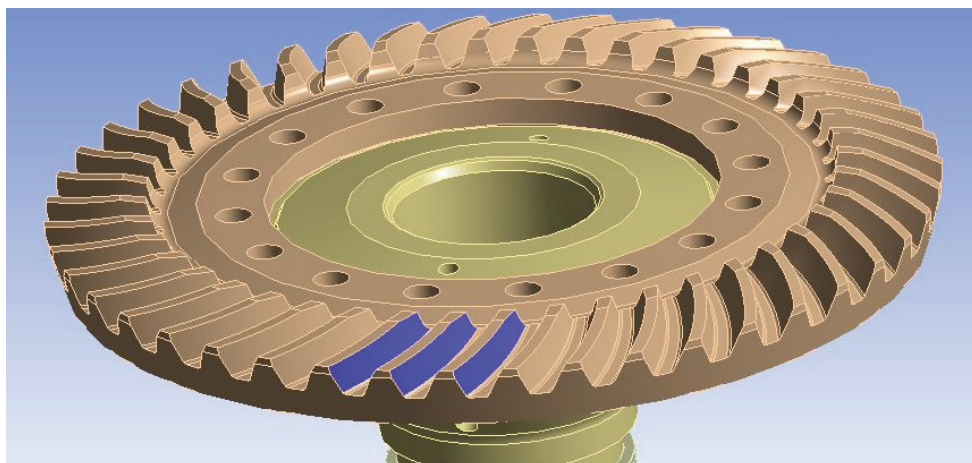
Obr. 39 – Společné okrajové podmínky



Obr. 40 – Okrajová podmínka pro 1. případ



Obr. 41 – Okrajová podmínka pro 2. případ



Obr. 42 – Okrajová podmínka pro 3. případ

8 Porovnání výsledků napětí a deformace

Ve všech třech případech jsou výsledné hodnoty redukovaného napětí typu Von Mises (hypotéza HMH) v MPa a výsledné hodnoty deformací jsou v milimetrech. Vzájemným porovnáním stejných obrázků pro různé případy lze vidět, že hodnoty napětí i deformací jsou si podobné. Hlavní rozdíl je tedy v jiném rozložení napětí. Hodnoty napětí a deformací jednotlivých případů jsou uvedeny v tab. 1.

	1. případ	2. případ	3. případ
Napětí [MPa]			
Náboj	606,96	650,07	644,20
Náboj - řez	179	206	207
Vrub 1	116	170	180
Vrub 2	399	490	528
Ozubený talíř	1380 MPa	1174 MPa	1004 MPa
Deformace [mm]			
Náboj	0,212	0,20327	0,19606
Ozubený talíř	0,5378	0,4524	0,3771

Tab. 1 – Hodnoty nejvyšších napětí a deformací jednotlivých případů

Jako nejpříznivější se z hlediska napětí jeví záběr jednoho zubu, tedy 1. případ. Případy 2 a 3 jsou si velice podobné a nedochází mezi nimi k větším odchylkám hodnot.

Zobrazení napětí na náboji je vidět na obr. 43, 50, 57. Lze pozorovat, že rozdíl v maximech napětí mezi 2. a 3. případem je přibližně 6 MPa, avšak v porovnání s prvním případem dosahuje rozdíl přibližně 45 MPa. Na vnitřní straně náboje dochází k plynulejšímu rozložení napětí u 2. a 3. případu, zvláště v místě, kde se díra rozšiřuje. V 1. případě nejvyšší napětí v tomto místě dosahuje 131 MPa, zatímco u 2. a 3. případu je ve stejném místě napětí 107 MPa a 95 MPa. Tyto hodnoty jsou zobrazeny na obr. 44, 51, 58.

Dále se na náboji porovnávala místa vrubů, a to místo vrubu 1 a místo vrubu 2. V místě vrubu 1 se napětí pohybovalo v rozmezí 83 MPa až 116 MPa pro 1. případ, 90 MPa až 170 MPa pro 2. případ a 130 MPa až 180 MPa pro 3. případ. Vzájemným porovnáním lze konstatovat, že nejpříznivější průběh napětí je pro 1. případ, přestože mají všechny tři případy velice podobné hodnoty. Jednotlivá napětí v místě vrubu 1 jsou zobrazeny na obr. 46, 53, 60.

V místě vrubu 2 je průběh napětí rozdílnější. Nejpříznivější hodnoty jsou pro 1. případ, kdy nejvyšší hodnota je přibližně 399 MPa a průběh napětí je 306 až 399 MPa. 2. případ dosahuje vyššího napětí a to až 490 MPa. Nejméně příznivý průběh napětí byl v 3. případě s hodnotou 528 MPa. V 2. případě je rozložení napětí 297 až 490 MPa, což je v porovnání se 3. případem lepší, kde průběh dosahuje hodnot 340 až 528 MPa. Hodnoty v místě vrubu 2 jsou zobrazeny na obr. 47, 54, 61.

Pohled na deformaci náboje ukazuje, že nejvyšší hodnota deformace je pro 1. případ, zatímco nejlepší hodnota je pro 3. případ. V prvním případě se jedná o deformaci o hodnotě 0,212 mm. Ve 2. případě je tato hodnota mírně nižší a to 0,20327 mm. Pro 3. případ je hodnota 0,19606 mm. Rozložení deformace v místě aplikace momentu je velice podobné pro všechny případy, což je patné z barevného spektra rozložení deformace, přesto je 1. případ mírně odlišnější od ostatních. Jednotlivé deformace jsou zobrazeny na obr. 49, 56, 63.

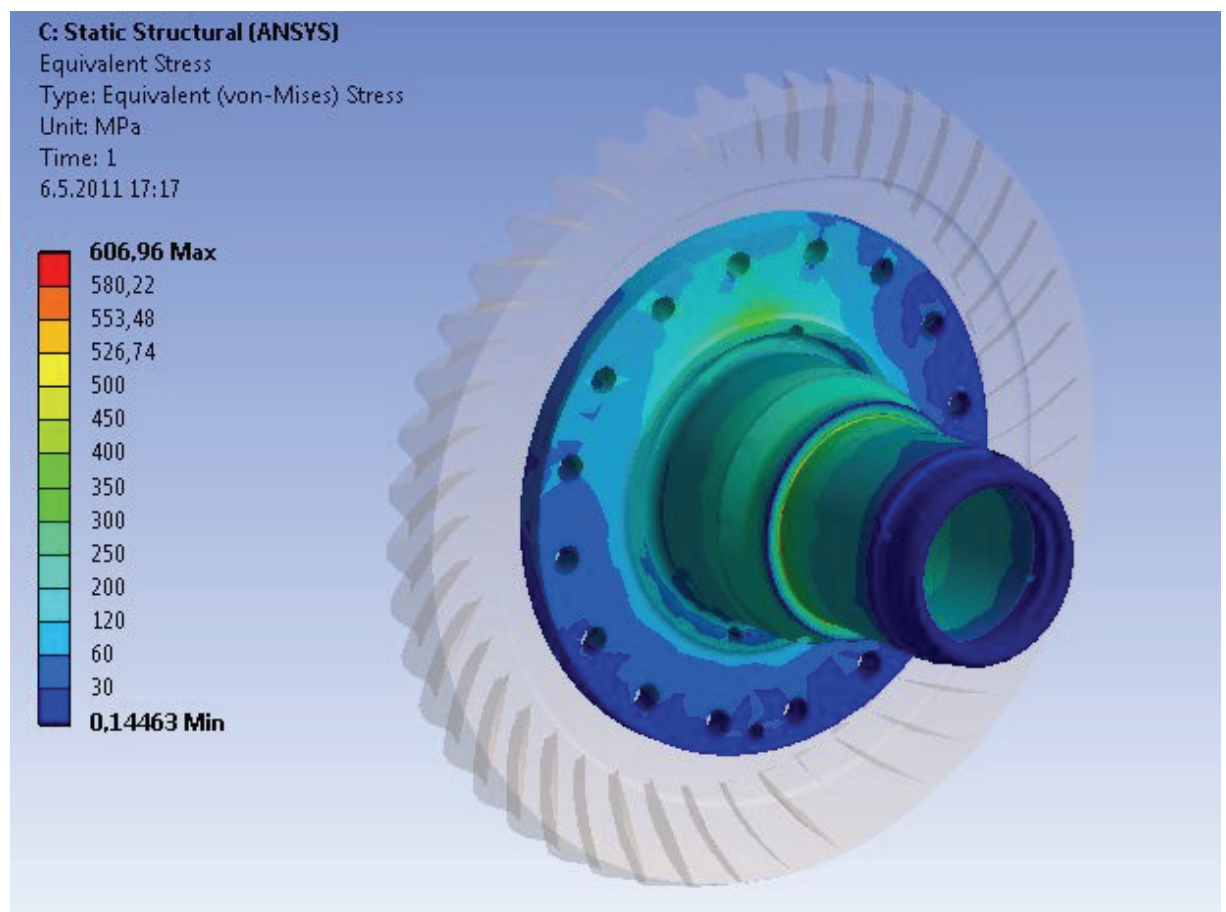
Rozložení napětí na ozubeném talíři je velice podobné pro všechny tři případy. Jediným hlavním rozdílem je zvýšené napětí v místě záběrů zubů. Pro zuby v záběru je nejvyšší napětí u kořene jednotlivých zubů. Pro jeden zub dosahuje hodnota napětí v kořeni 1 380 MPa. Pro dva zuby 1 174 MPa. Pro tři zuby 1 004 MPa. Lze pozorovat, že s rostoucím

počtem zubů v záběru klesá hodnota napětí v kořeni zubu, z tohoto důvodu je nejpříznivější 3. případ záběru. Tyto hodnoty jsou zobrazeny na obr. 45, 52, 59.

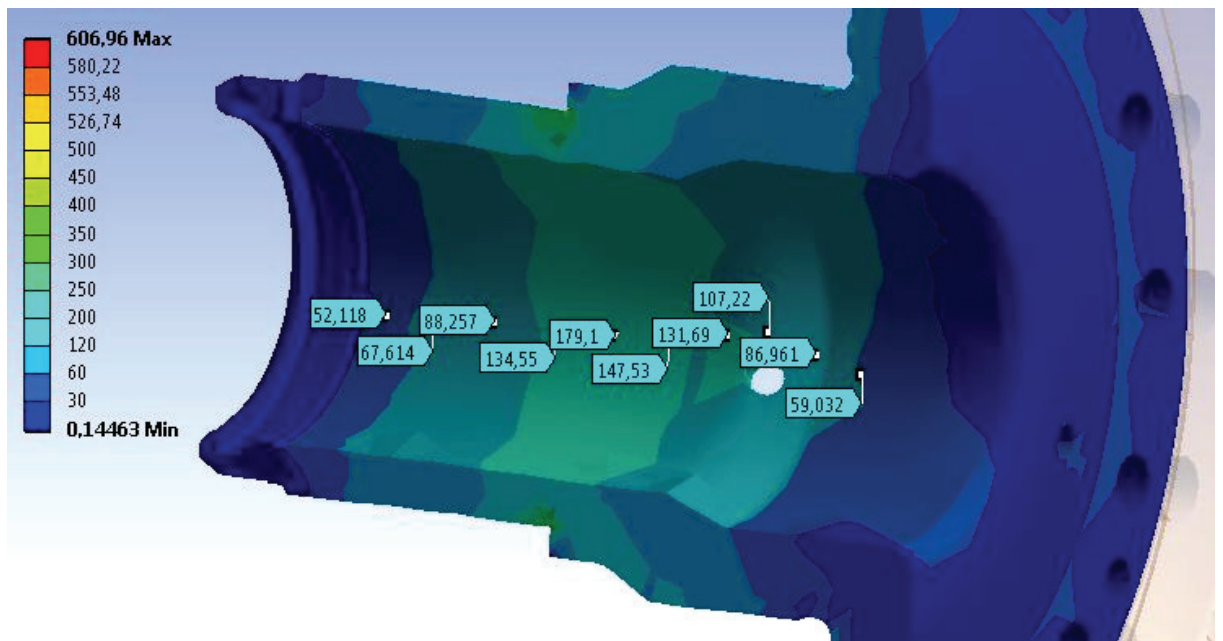
Deformace ozubeného talíře vykazuje podobné rozložení pro všechny tři případy. Rozdílné jsou hodnoty deformace talíře v místě zabírajících zubů. Pro jeden zub v záběru je hodnota deformace 0,5378 mm. Pro dva zuby 0,4524 mm. Pro 3 zuby 0,3771 mm. Stejně jako v případě napětí se deformace snižuje s rostoucím počtem zubů v záběru. Toto pozorování potvrzuje, že s klesajícím napětím se snižuje hodnota deformace. Deformace ozubeného talíře jsou zobrazeny na obr. 48, 55, 62.

Celkově lze konstatovat, že 1. případ záběru má nižší napětí ve zkoumaných místech, zato deformace je větší. S rostoucím počtem zubů v záběru se mírně zvyšuje napětí především v místech vrubů, ale snižuje se deformace modelu.

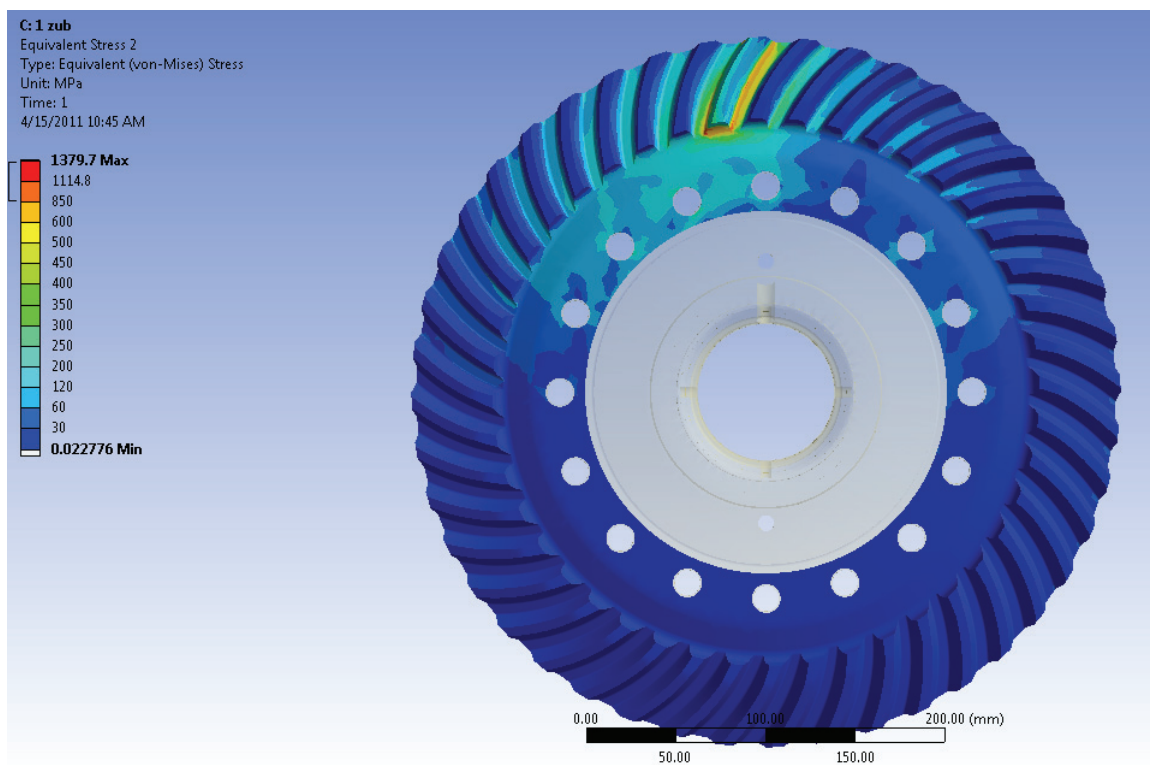
8.1 1. případ – 1 zub v záběru



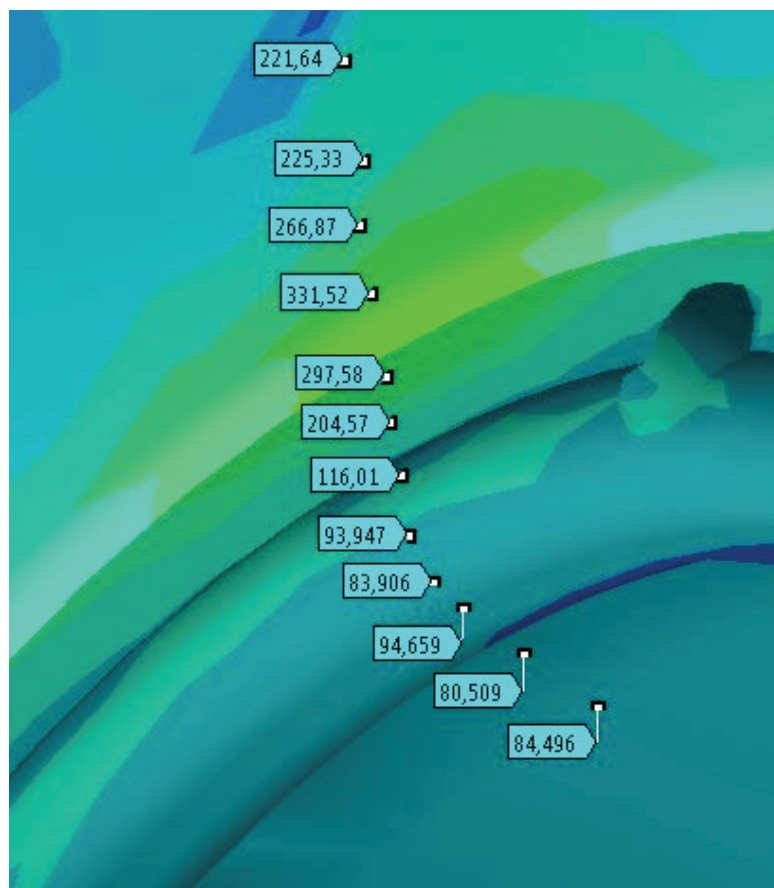
Obr. 43 – Rozložení napětí na náboji



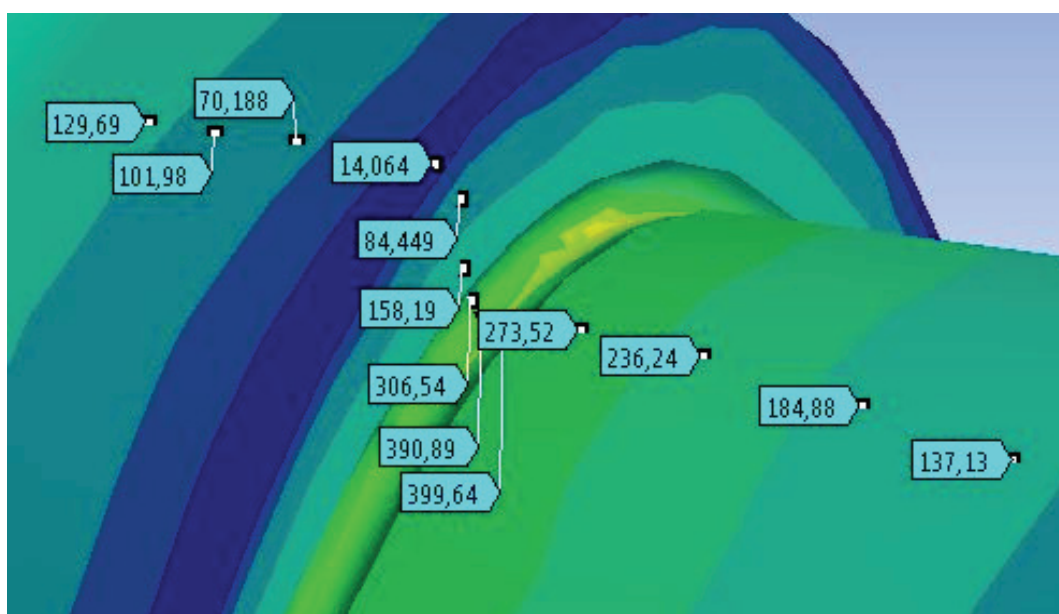
Obr. 44 – Napětí na vnitřní straně náboje



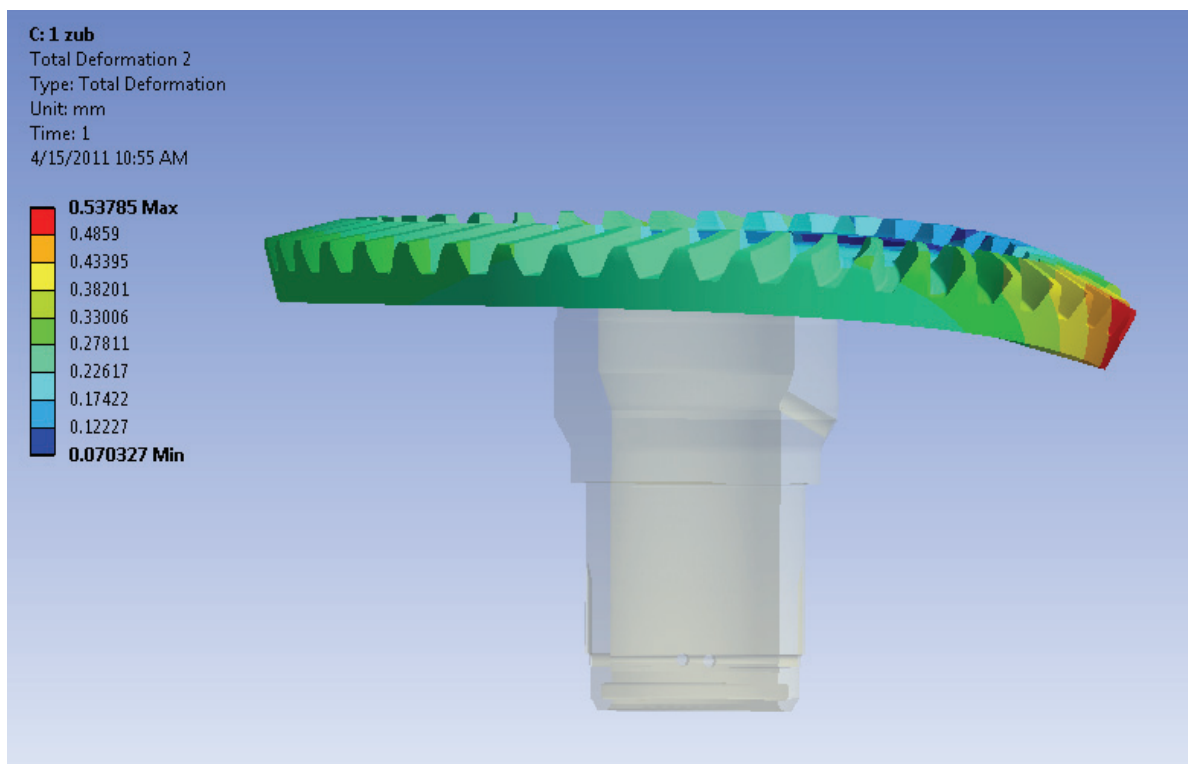
Obr. 45 – Rozložení napětí na ozubeném talíři



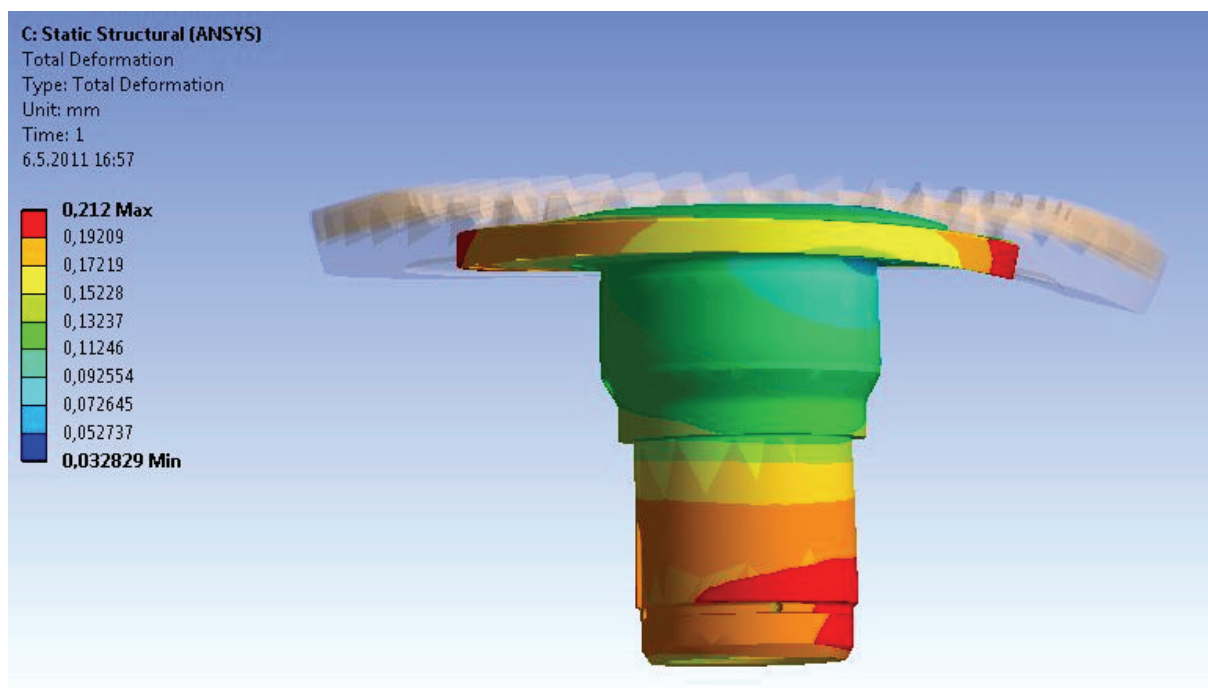
Obr. 46 – Napětí v místě vrubu 1



Obr. 47 – Napětí v místě vrubu 2

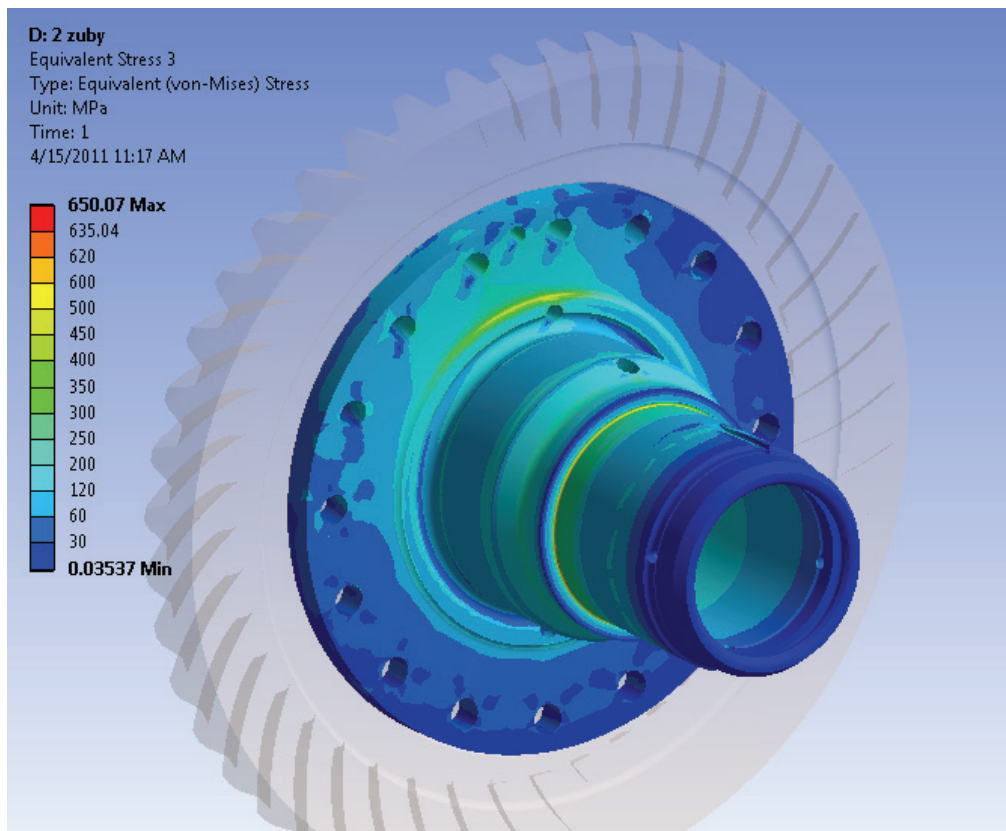


Obr. 48 – Deformace ozubeného talíře

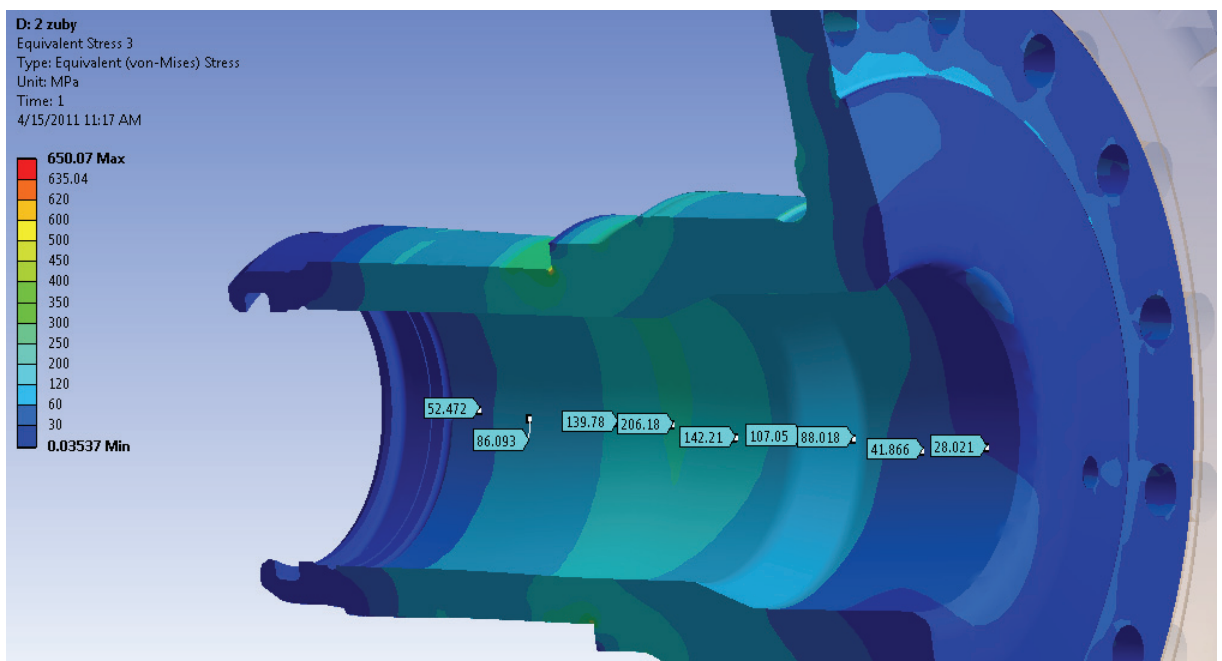


Obr. 49 – Deformace náboje

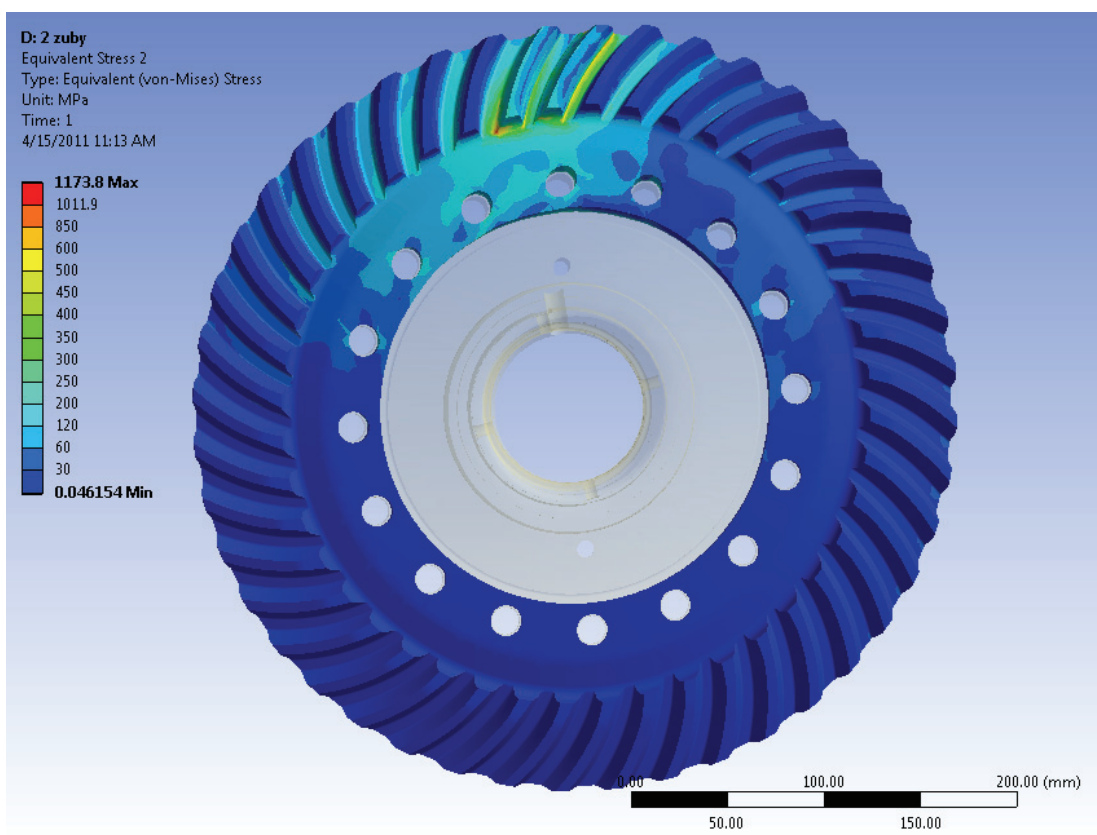
8.2 2. Příklad – 2 zuby v záběru



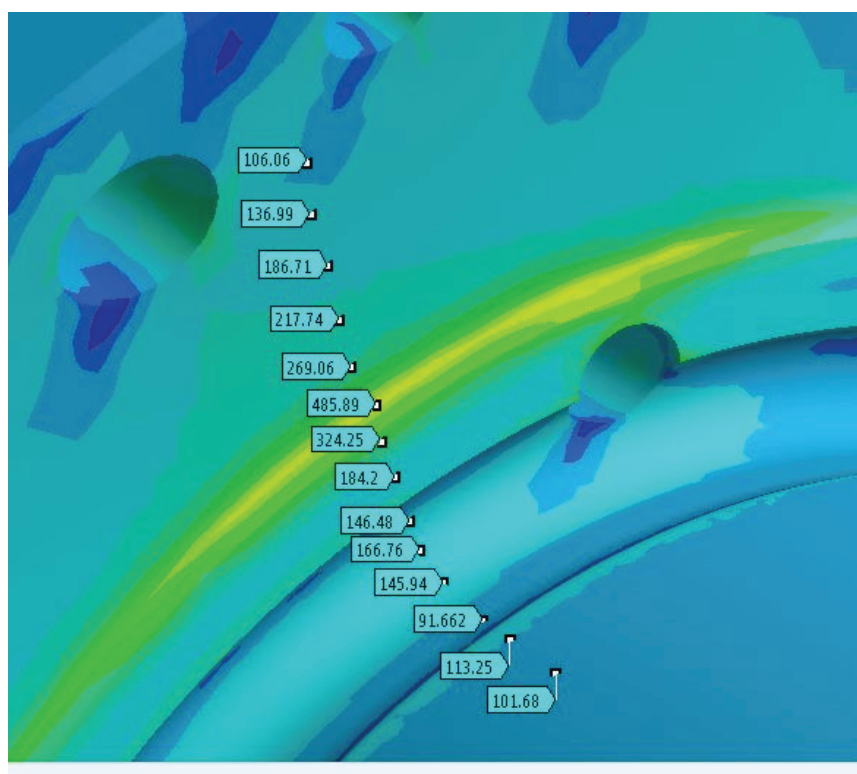
Obr. 50 – Rozložení napětí na náboji



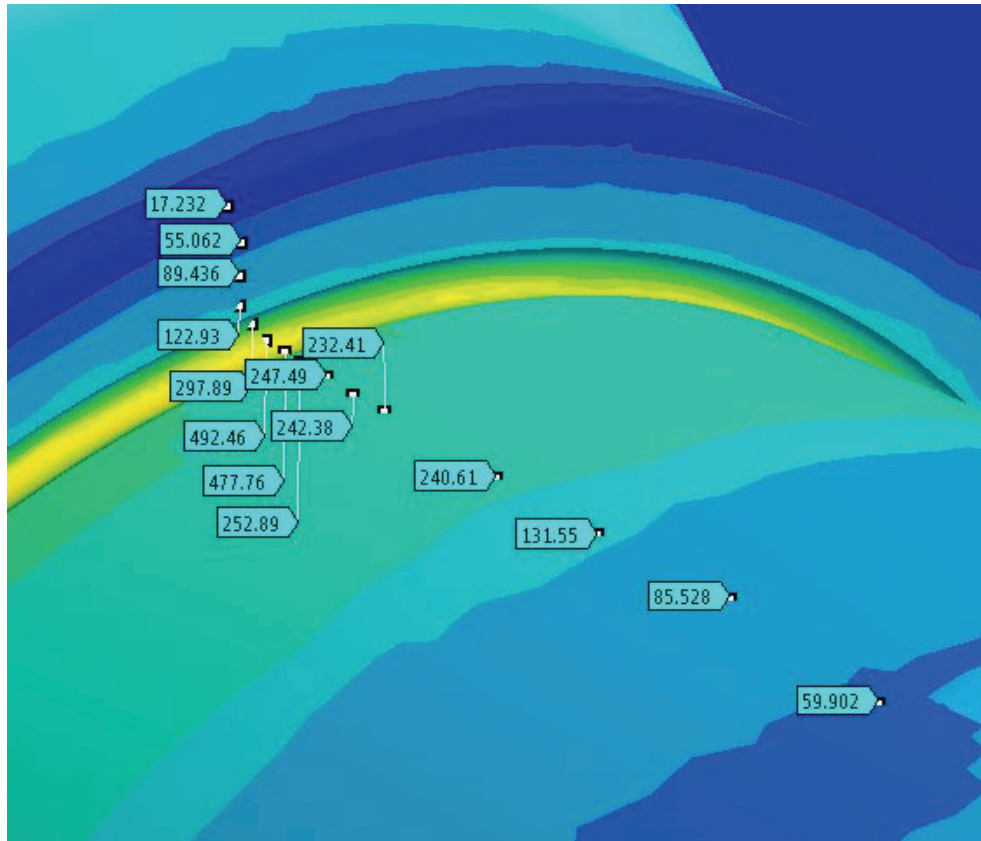
Obr. 51 – Napětí na vnitřní straně náboje



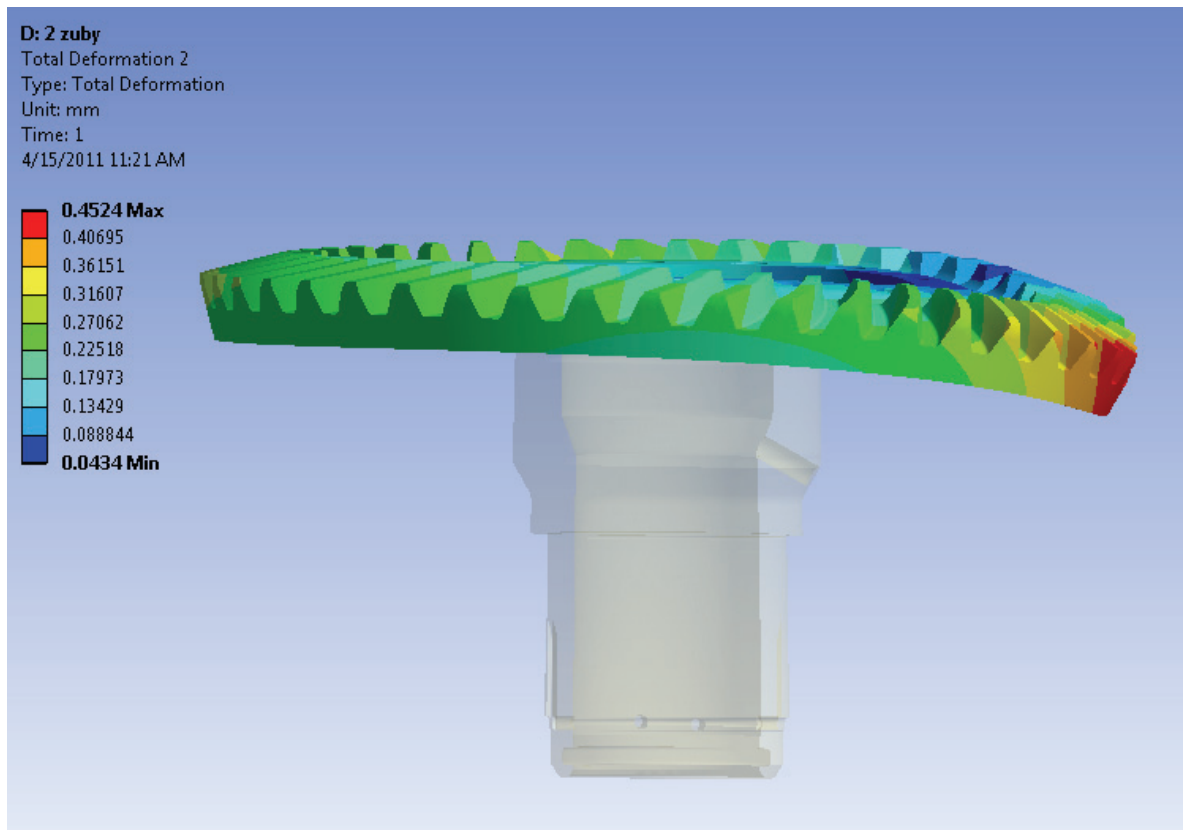
Obr. 52 – Rozložení napětí na ozubeném talíři



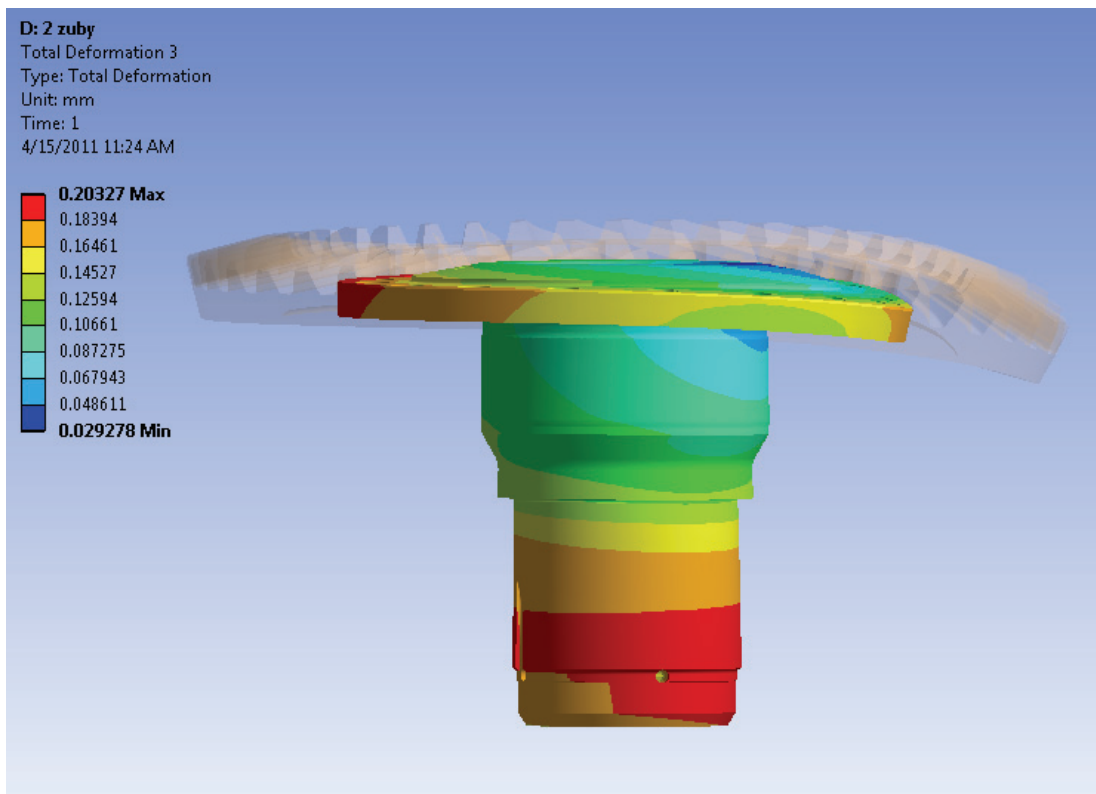
Obr. 53 – Napětí v místě vrubu 1



Obr. 54 – Napětí v místě vrubu 2

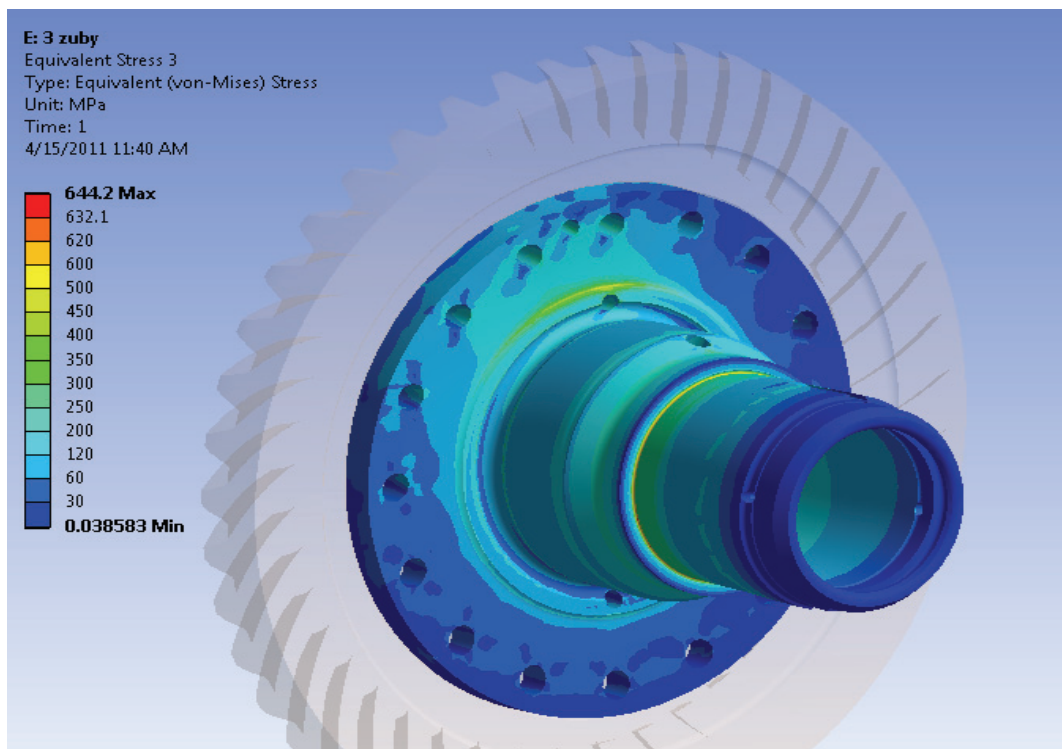


Obr. 55 – Deformace ozubeného talíře

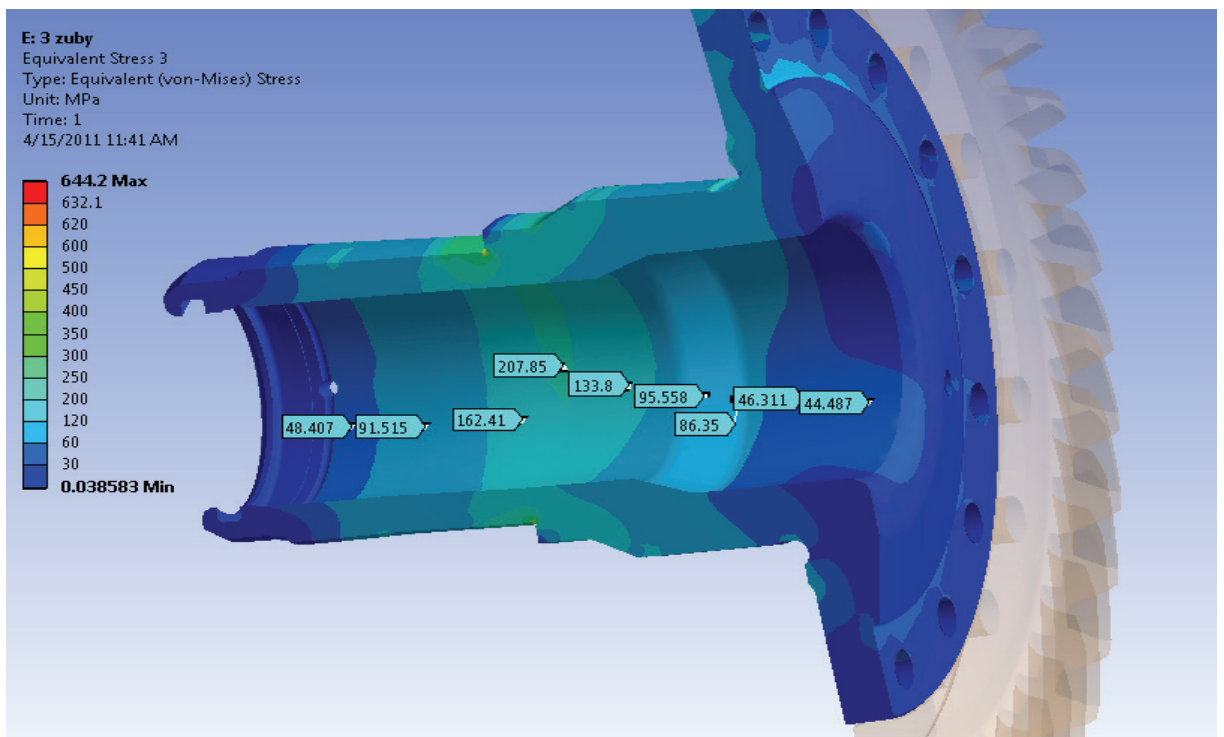


Obr. 56 – Deformace náboje

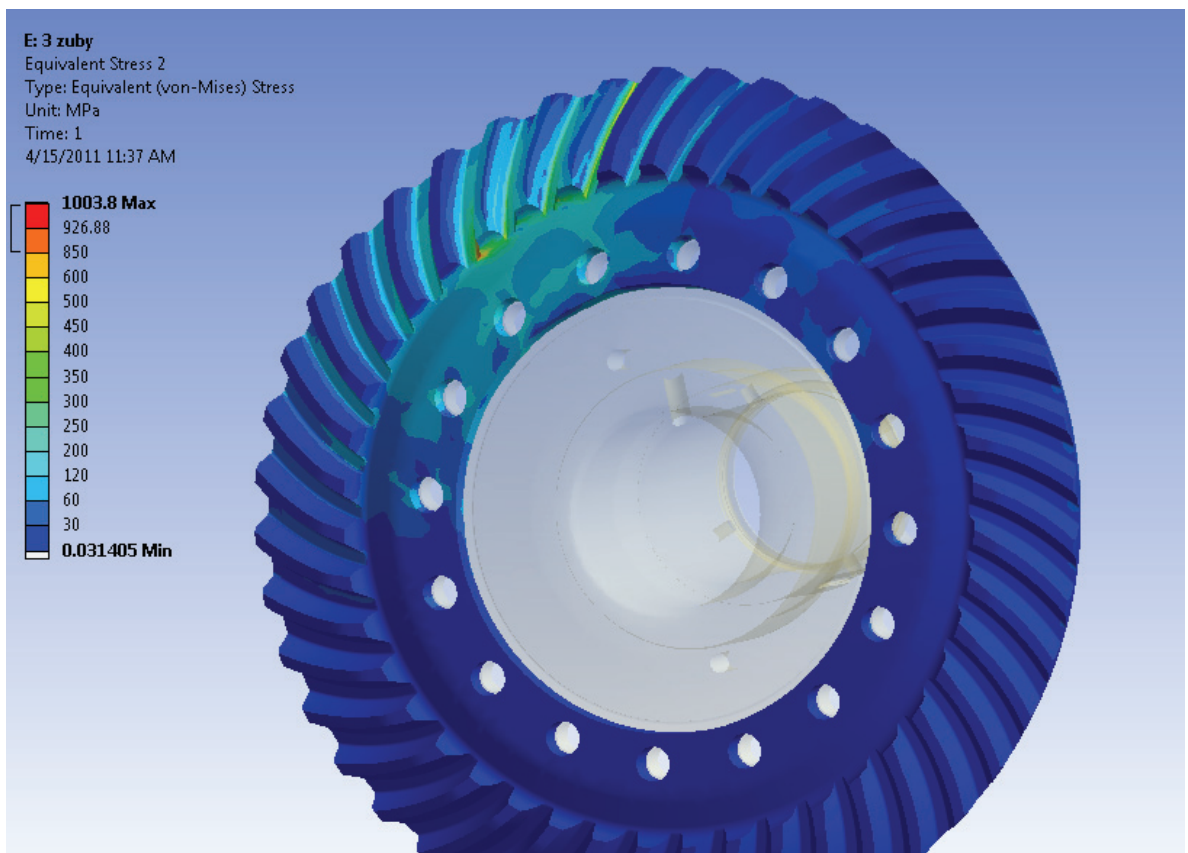
8.3 3. případ – 3 zuby v záběru



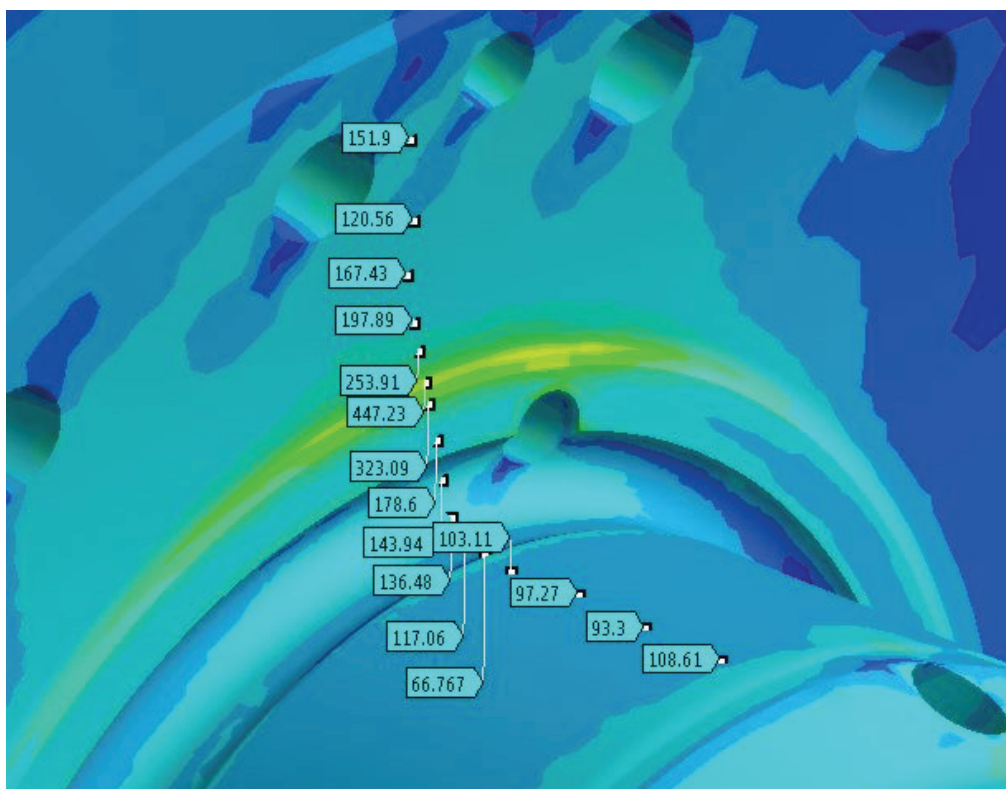
Obr. 57 – Rozložení napětí na náboji



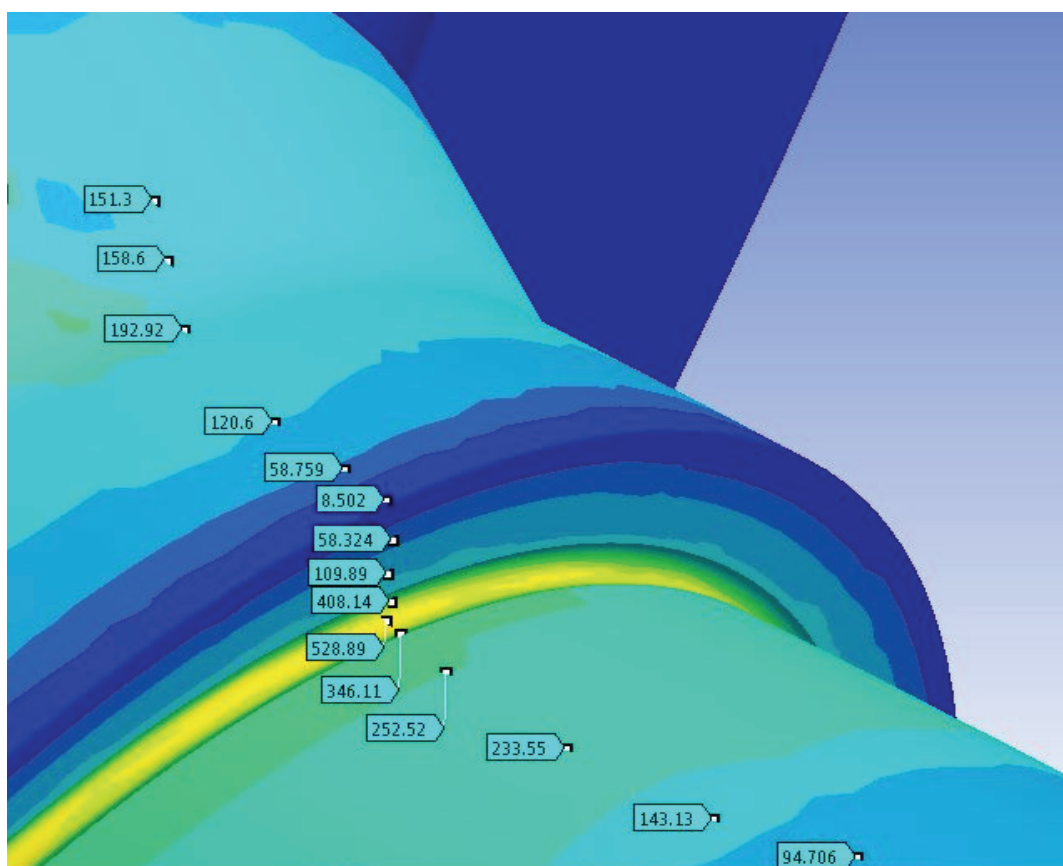
Obr. 58 – Napětí na vnitřní straně náboje



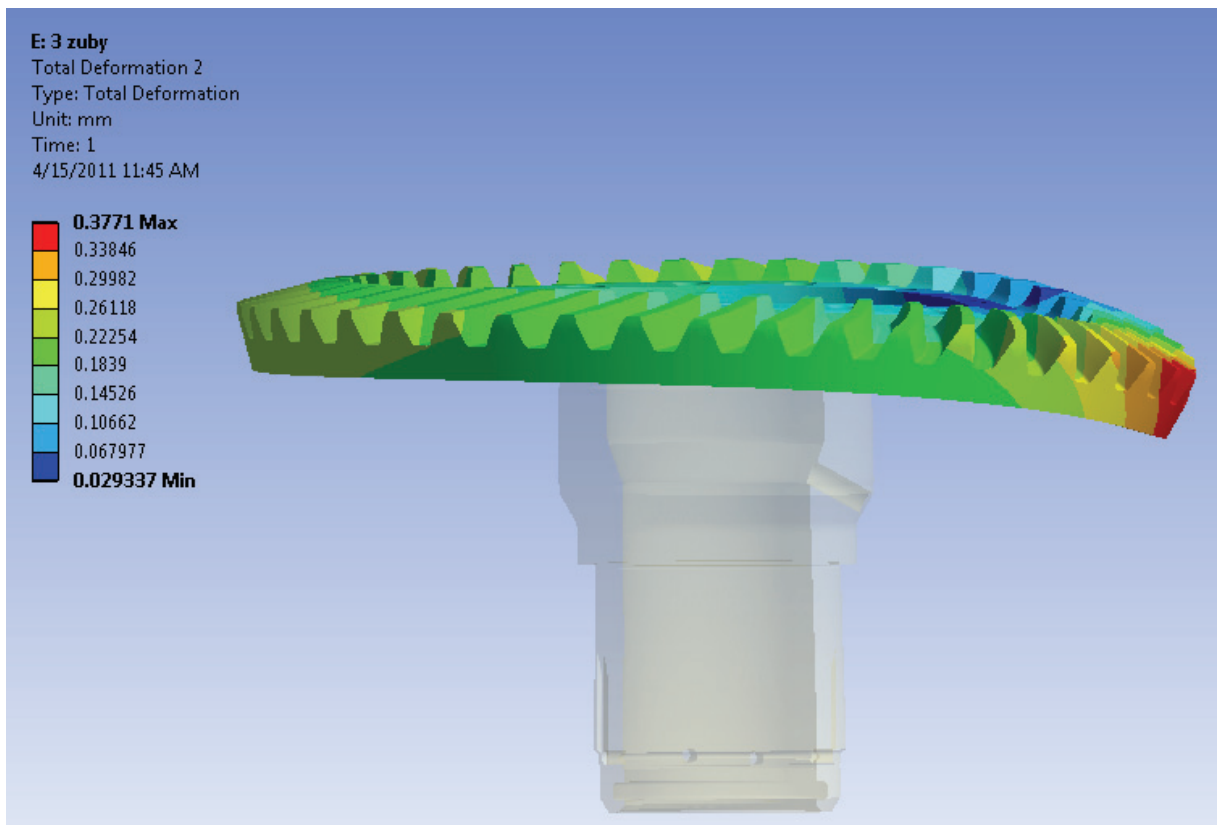
Obr. 59 – Rozložení napětí na ozubeném talíři



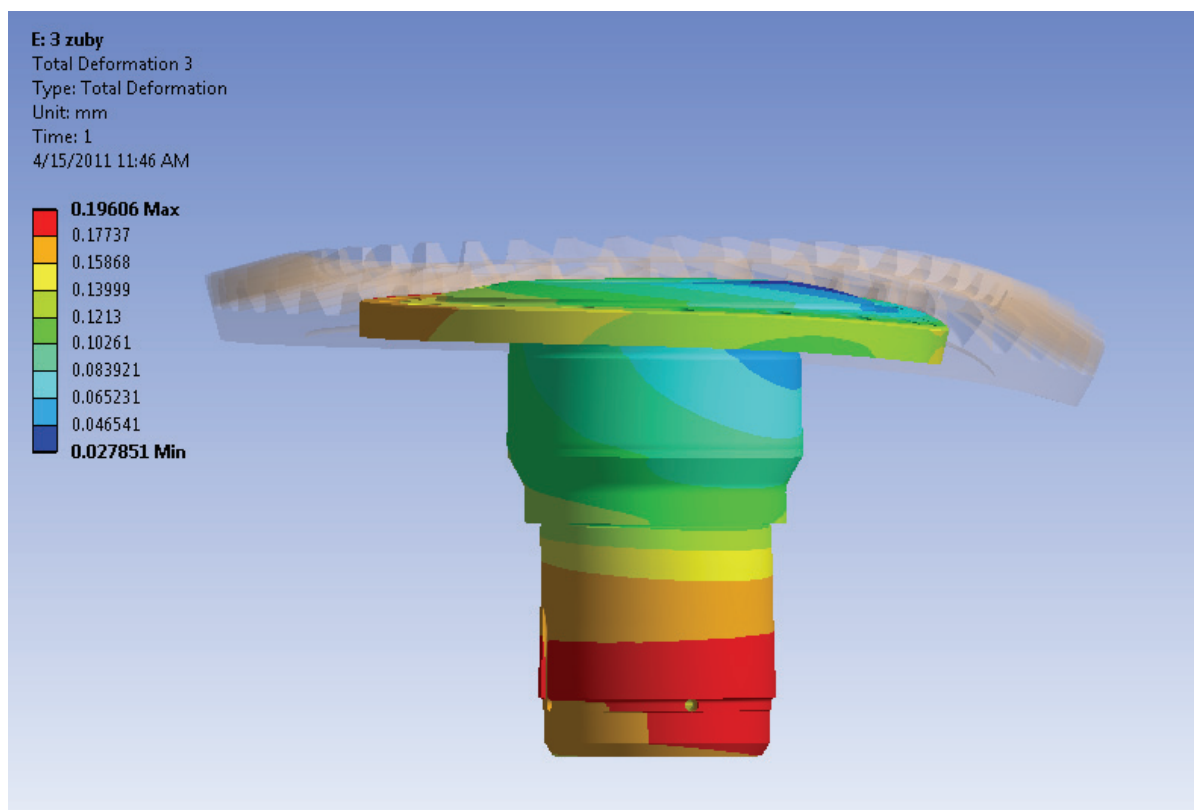
Obr. 60 – Napětí v místě vrubu 1



Obr. 61 – Napětí v místě vrubu 2



Obr. 62 – Deformace ozubeného talíře



Obr. 63 – Deformace náboje

9 Analytická kontrola napětí konstrukčního vrubu

Pro analytickou kontrolu napětí bylo vybráno místo vrubu 2. Důležitým faktorem pro výpočet napětí v místě jakýchkoli vrubů je součinitel vrubové koncentrace. Tento součinitel závisí na několika okolnostech. Především závisí na typu vrubu, velikosti vrubu a typu namáhání.

Náboj je zatěžován kroutícím momentem o velikosti $M_k=27\,754\,000$ Nmm. Vnější průměr náboje v tomto místě je $D=100$ mm, vnitřní průměr náboje $d=60$ mm. Nominální napětí τ_k je napětí bez účinku vrubu. Vypočítá se dle rovnice 9.1.

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{M_k}{\frac{\pi}{16} \cdot \left(\frac{D^4 - d^4}{D}\right)} = \frac{27754000}{\frac{\pi}{16} \cdot \left(\frac{100^4 - 60^4}{100}\right)} = \underline{\underline{162,4 \cdot MPa}} \quad (9.1)$$

τ_k - nominální napětí

M_k - krouticí moment

W_k - průřezový modul v krutu

Z internetové stránky zabývající se vrubovými součiniteli bylo zjištěno, že pro daný vrub o poloměru $r=1$ mm je součinitel vrubové koncentrace pro namáhání krutem $\alpha_k=3,022$ [3]. Napětí s účinkem vrubu se poté počítá podle rovnice 9.2.

$$\tau_{k\alpha} = \tau_k \cdot \alpha_k = 162,4 \cdot 3,022 = \underline{\underline{490,77 \cdot MPa}} \quad (9.2)$$

α_k - součinitel vrubové koncentrace napětí

$\tau_{k\alpha}$ - napětí s účinkem vrubu

Porovnáním této hodnoty s hodnotami na obr. 54 lze dojít k závěru, že vypočtená hodnota napětí odpovídá nejvyšší hodnotě na obrázku a to 492 MPa v místě vrubu s velmi malou odchylkou 2 MPa. Ovšem v porovnání 1. a 3. případem se vypočtená hodnota liší již více. Jak je zřejmé z obr. 47 a obr. 61 a z tab. 1. Jelikož analytické řešení nepředpokládá další vlivy ovlivňující napětí, lze usoudit, že hodnoty vypočtené metodou konečných prvků jsou věrohodnější a odpovídají skutečnosti více.

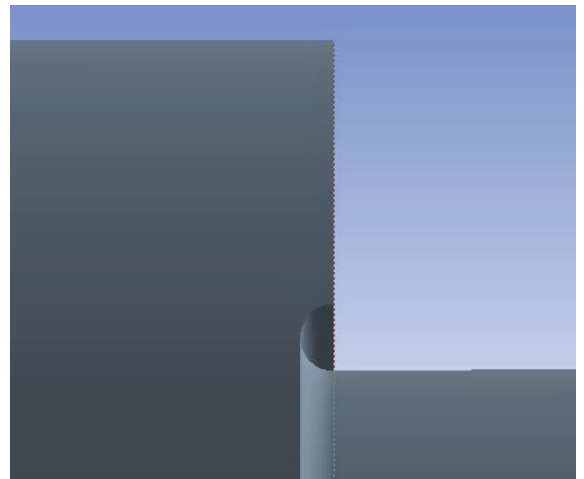
9.1 Změna geometrie vrubu 2

Změnou geometrie vrubu 2 byla snaha změnit tvar vrubu a zachovat podobné rozměry původního vrubu a přitom snížit napětí. Pro tento účel se vytvořily dva různé tvary vrubu. Ty byly pojaty tak, aby horní hrana vrubu byla totožná s horní hranou původního vrubu. Pro každý tvar vrubu pak byla vytvořena síť konečných prvků a poté proveden výpočet při stejných okrajových podmínkách, jež jsou popsány v kapitole 8.2, ale pouze pro 2. případ záběru. Nová geometrie vrubu je zobrazena na obr. 65 a obr. 66, původní geometrie vrubu na obr. 64.

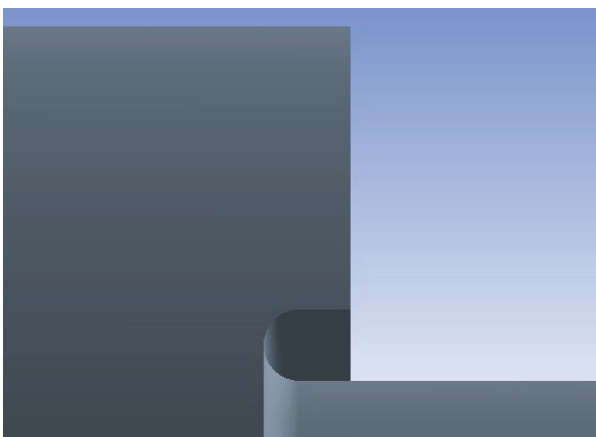
Síť konečných prvků byla zjednodušena v celém modelu, avšak v místě zkoumaného vrubu byla zjemněna pro lepší průběh výsledků. Síť konečných prvků pro každý tvar vrubu je zobrazena na obr. 67 a obr. 68.



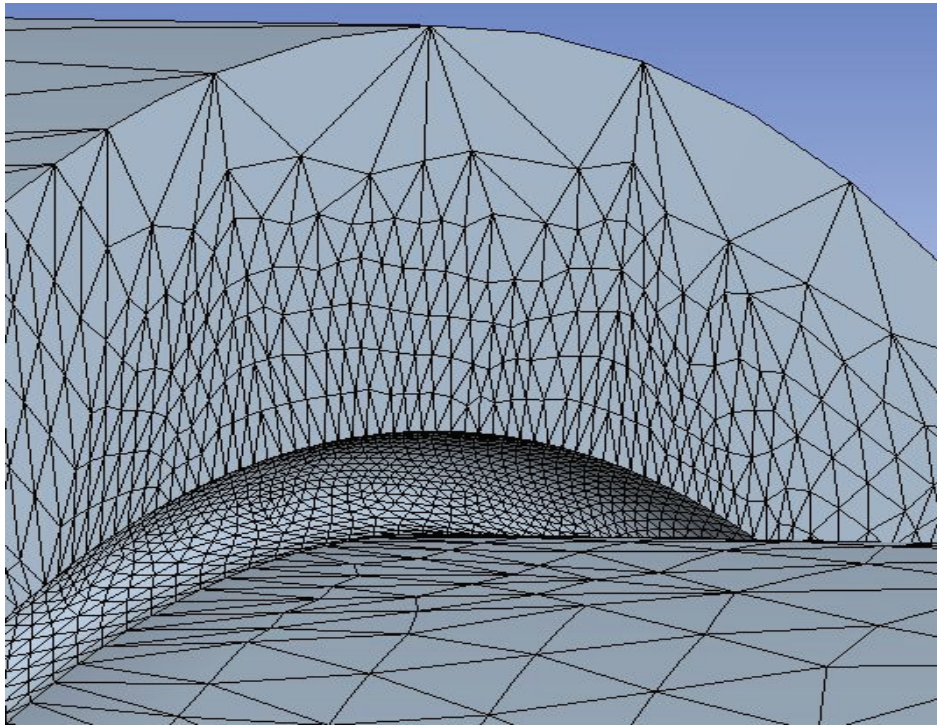
Obr. 64 – Původní tvar vrubu



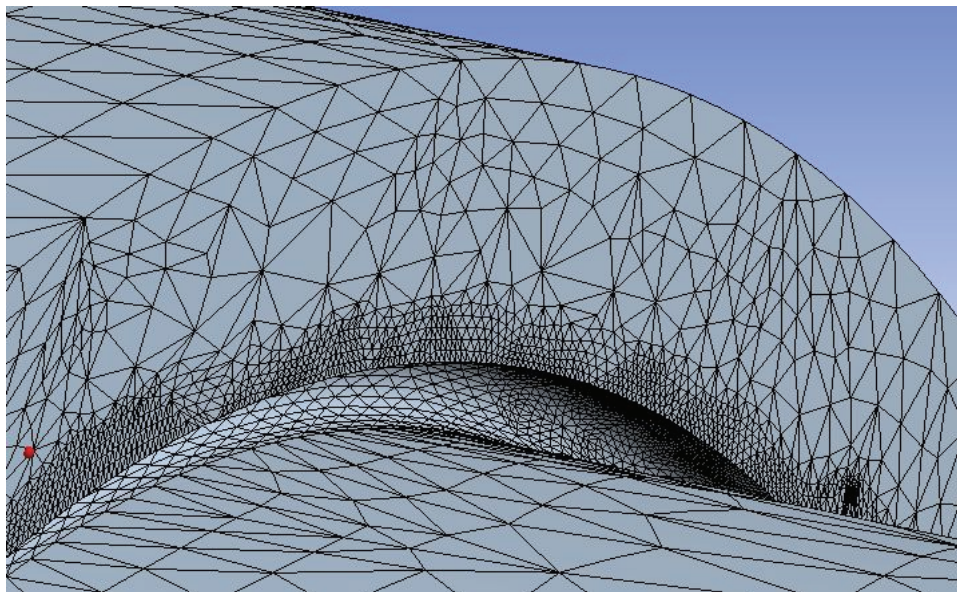
Obr. 65 – Tvar vrubu půlkruh



Obr. 66 – Tvar vrubu zapuštěný půlkruh

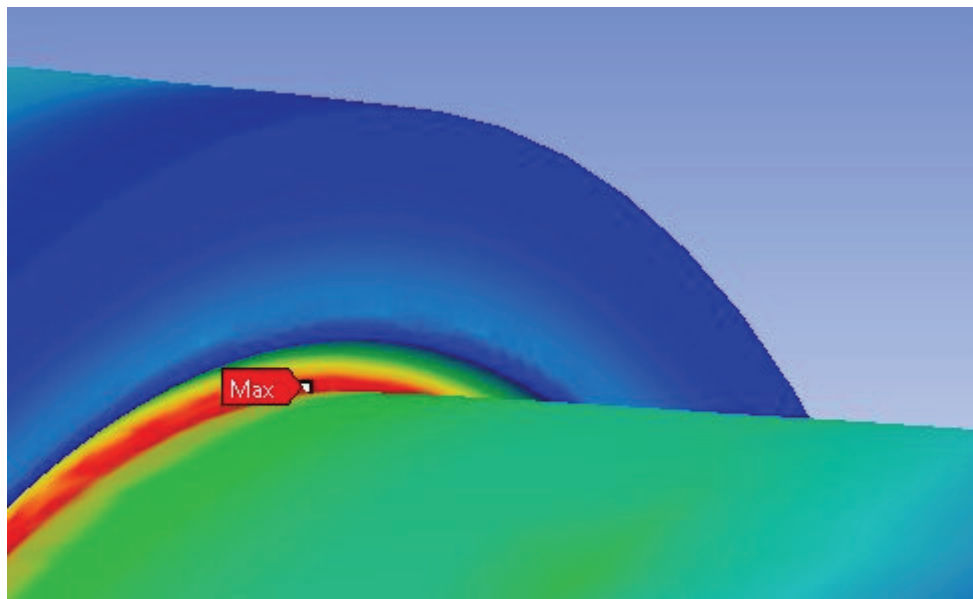


Obr. 67 – Síť pro tvar vrubu půlkruh

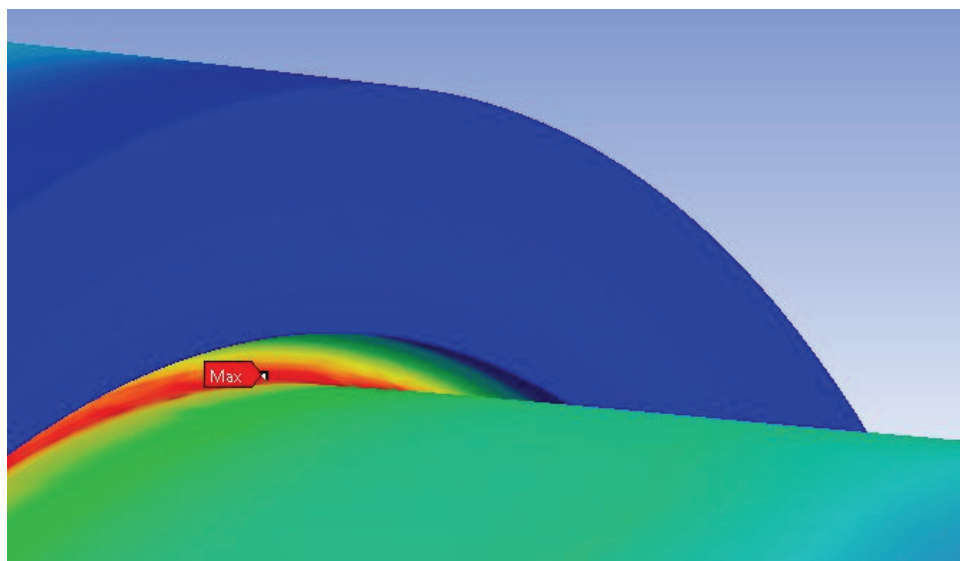


Obr. 68 – Síť pro zapuštěný půlkruh

Změna tvaru vrubu nepřinesla požadovaný výsledek ani pro jeden tvar. Zatímco při původním tvaru bylo napětí 490 MPa, tak v případě vrubu s půlkruhem se napětí zvětšilo na hodnotu 711 MPa a v případě vrubu se zapuštěným půlkruhem bylo mírně vyšší a to 723 MPa (popiska Max na obrázcích 69 a 70 zobrazuje maximální napětí). Je zřejmé, že nové tvary nejsou vhodné pro tento typ zatížení. Na obrázcích je patrné téměř stejné barevné rozložení napětí. Výsledky napětí jsou zobrazeny na obr. 69 a obr. 70. Vypočtená redukovaná napětí jsou typu Von Mises.



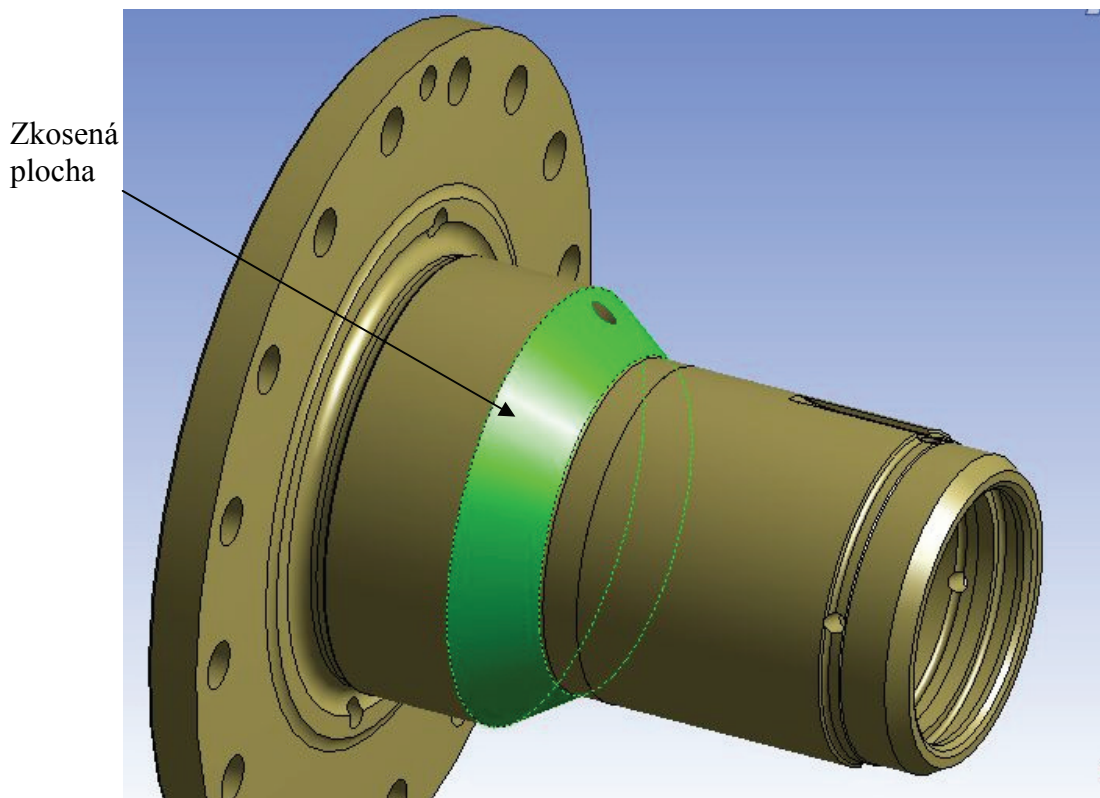
Obr. 69 – Rozložení napětí pro půlkruhový vrub



Obr. 70 – Rozložení napětí pro zapuštěný půlkruhový vrub

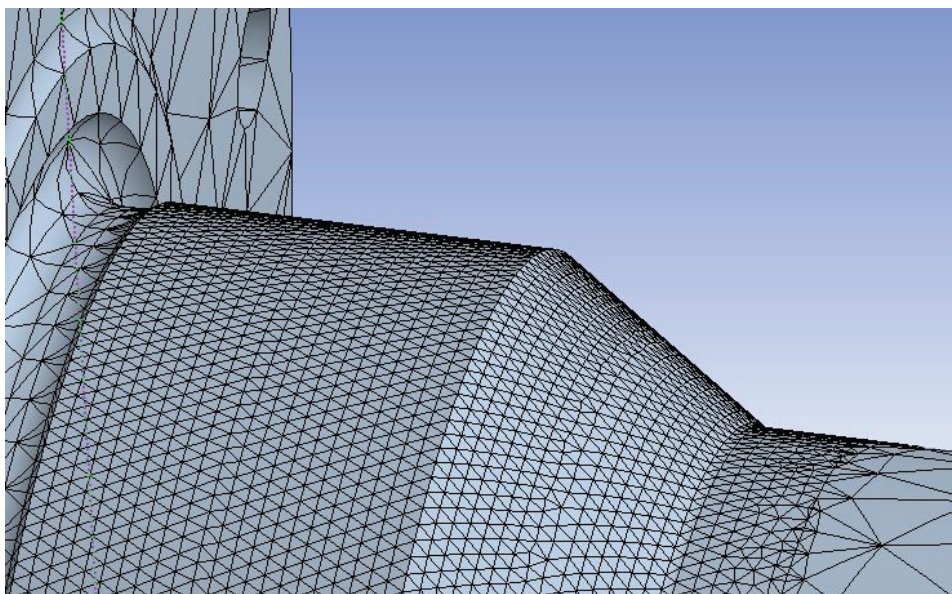
10 Změna geometrie náboje

Cílem této úpravy bylo ušetřit materiál na náboji s cílem udržet si schopnost přenášení daného zatížení. Geometrie náboje zahrnuje mnoho typů koncentrátorů napětí např. vruby, díry a hrany. Proto byl materiál náboje znatelně oříznut, aby došlo k odstranění vrubu 2. Při této úpravě bylo také hleděno na to, aby se nevytvořil vrub podobný původnímu vrubu, proto je na náboji vytvořena zkosená plocha. Tato úprava nebere v potaz případné technologické požadavky při výrobě. Nová geometrie náboje je zobrazena na obr. 71.



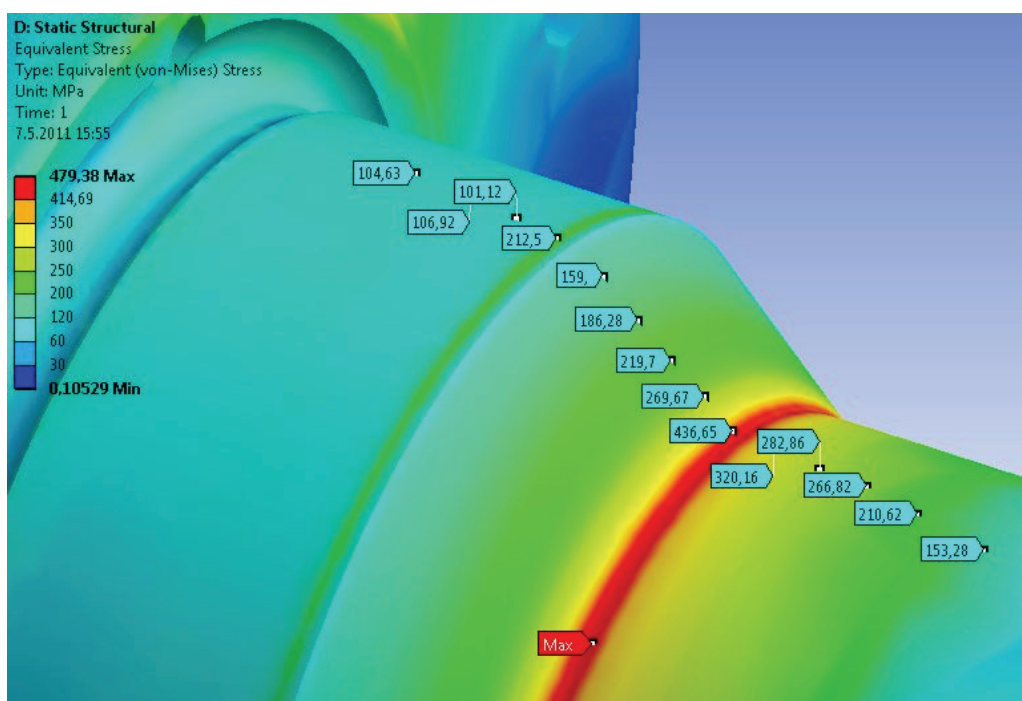
Obr. 71 – Nová geometrie náboje

Na náboji byla poté vytvořena síť konečných prvků, která byla zjemněna v novém místě geometrie a také na přilehajících plochách. Důraz už nebyl kladen na celý model, nýbrž pouze na nově upravenou geometrii. Tato síť je zobrazena na obr. 72.



Obr. 72 – Síť v místě upravené geometrie

Pro výpočet bylo uvažováno s okrajovými podmínkami záběru dvou zubů, tedy 2. případ, který je popsán v kapitole 8.2. Výsledek úpravy byl kladný. Nejvyšší napětí na náboji dosáhlo hodnoty 479 MPa a to v místě úpravy. Rozložení napětí s rozsahem 101 MPa až 479 MPa ukazuje, že náboj si zachoval schopnost přenést daný moment, bez větší koncentrace napětí jako u původního modelu. Výsledky v místě úpravy jsou zobrazeny na obr. 73.



Obr. 73 – Rozložení napětí v místě úpravy

11 Závěr

Cílem bakalářské práce bylo zpracovat pevnostní analýzu ozubeného kola a náboje. Byly zjištěny napěťové stavy pro 1, 2, 3 zuby v záběru i celkové deformace. Získané výsledky sloužily dále k zjištění vrubových účinků na náboji. Vybraný vrub na náboji byl poté upraven dvěma různými způsoby s účelem snížit napětí v místě vrubu. Nakonec byla provedena úprava náboje s cílem odebrat materiál a zachovat schopnost přenést dané zatížení.

Nejprve byl celý model zjednodušen a byly odstraněny přebytečné části modelu. Na modelu byly ponechány vnitřní kroužky ložisek, ozubený talíř a náboj. Takto upravený model byl připraven pro tvorbu sítě konečných prvků. Na model byly také aplikovány okrajové podmínky a byly vytvořeny kontakty mezi jednotlivými součástmi.

Model byl poté podroben výpočtu a byly srovnávány tři případy záběru zubů ozubeného talíře. Prvním případem byl jeden zub v záběru, ve druhém dva zuby a ve třetím tři zuby. Vzájemným porovnáním bylo zjištěno, že pro případ jednoho zubu bylo napětí na náboji nejnižší s maximální hodnotou 606,96 MPa. Napětí na ozubeném talíři dosáhlo maximální hodnoty 1 380 MPa. Deformace ozubeného talíře i náboje byla nejvyšší. Deformace ozubeného talíře dosahovala 0,5378 mm a deformace náboje 0,212 mm. Ve druhém případě maximální napětí na náboji dosáhlo ze všech případů nejvyšší hodnoty a to 650,07 Mpa. Na ozubeném talíři napětí pokleslo na 1 174 MPa. Hodnoty deformace byly příznivější oproti prvnímu případu s hodnotou 0,4524 mm na ozubeném talíři a s hodnotou 0,20327 mm na náboji. Pro třetí případ bylo zjištěno, že napětí na náboji se zvýšila na maximální hodnotu 644,20 MPa, ale klesla na ozubeném talíři na 1004 MPa. Deformace na ozubeném talíři byla 0,3771 mm a na náboji byla 0,19606 mm. Třetí případ je nejvhodnější případ záběru.

Bylo zpracováno porovnání hodnot v místě vrubu 2 s analytickým řešením. Dle analytického řešení se došlo k výsledku 490,77 MPa, což nejpřesněji odpovídá 2. případu záběru, kde byla hodnota v místě vrubu 492 MPa. Pro 1. případ záběru dosahuje hodnota v místě vrubu 2 hodnotu 399 MPa a ve 3. případě záběru je to 528 MPa. Analytickým ověřením bylo zjištěno, že hodnoty vypočtené metodou konečných prvků jsou si podobné a lze výsledky prohlásit za odpovídající skutečnosti.

Další částí práce bylo upravit vrub a navrhnout místo něj dvě různé geometrie vrubu. Při úpravě vrubu byl změněn tvar s ohledem na zachování podobných rozměrů jako u původního vrubu. Po vytvoření sítě a výpočtu numerického modelu pro dva zuby v záběru bylo zjištěno, že dané úpravy měly negativní účinek. Napětí se značně zvýšilo. Z napětí 490 MPa na původním vrubu se zvýšilo o 45 % na 711 MPa pro vrub s půlkruhem a o 47 % na 723 MPa pro vrub se zapuštěným půlkruhem.

Na závěr se práce zabývala také možností odstranění materiálu a zachování schopnosti přenést dané zatížení. Náboj byl upraven a znovu přepočítán. Výsledky ukázaly, že z pevnostního hlediska se maximální napětí na modelu snížilo o 26,3 % z hodnoty 650,07 MPa na 479,38 MPa, a že daná úprava měla pozitivní vliv na rozložení napětí na náboji.

12 Seznam použitých pramenů

- [1] Tatra, a.s., Technická koncepce Tatra, *Tatra* [online], Dostupné na WWW: <<http://www.tatra.cz/img/Diferencial-v.jpg>>.
- [2] *Ansys* [program na DVD]. Ver. 13 pro Windows, Cannonsburg (Pensylvania, U.S.A.): 2011, Dostupné z URL <www.ansys.com>, Licencovaný produkt
- [3] České vysoké učení technické, Odbor pružnosti a pevnosti, *Technické tabulky* [online], Dostupné na WWW: <<http://mechanika2.fs.cvut.cz/calculator.php?type=krut2>>.