3 АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА
AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

УДК 681.51

РОБАСТНОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ С ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ НА ПРИМЕРЕ БЫСТРЫХ ТЕРМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

А.А. Капитонов[a], С.В. Арановский[a], Р. Ортега[b]

[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, s.aranovskiy@gmail.com

[b] Национальный центр научных исследований, Париж, Франция

Аннотация. Рассмотрена задача построения робастного закона управления по выходу для системы со степенной нелинейностью. Показано, что с использованием записи в отклонениях данная задача может быть сведена к задаче стабилизации нулевого положения в системе с полиномиальной нелинейностью. В качестве практического применения рассматривается задача регулирования температуры в быстрых термических процессах, характерных для газофазной эпитаксии. Современные промышленные установки используют сложные системы контроля температуры и нагрева, которые оказываются неприменимыми для исследовательского лабораторного оборудования. Ограниченное число сенсоров и накладываемые на систему технические ограничения делают актуальной разработку малоразмерных регуляторов, использующих измерения только выходной величины. Решение задачи получено с использованием метода последовательного компенсатора. В работе формулируется ограничение на нелинейность, представляющее собой объединение секторной и степенной нелинейностей. Показано, что полиномиальная нелинейность соответствует введенному ограничению. С использованием аппарата функций Ляпунова доказывается асимптотическая устойчивость замкнутой системы для указанного типа нелинейности, что усиливает ранее известные результаты. Численное моделирование процесса газофазной эпитаксии показало, что с применением предложенного метода удается обеспечить нулевое математическое ожидание ошибки слежения и среднеквадратичную ошибку температуры, не превышающую 1 К.

Ключевые слова: робастное управление, полиномиальная нелинейность, регулирование температуры, газофазная эпитаксия.

Благодарности. Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

ROBUST REGULATION FOR SYSTEMS WITH POLYNOMIAL NONLINEARITY APPLIED TO RAPID THERMAL PROCESSES

A.A. Kapitonov[a], S.V. Aranovskiy[a], R. Ortega[b]

[a] ITMO University, Saint Petersburg, Russia, s.aranovskiy@gmail.com

[b] Centre National de la Recherche Scientiphique, Paris, France

Abstract. A problem of output robust control for a system with power nonlinearity is considered. The considered problem can be rewritten as a stabilization problem for a system with polynomial nonlinearity by introducing the error term. The problem of temperature regulation is considered as application; the rapid thermal processes in vapor deposition processing are studied. Modern industrial equipment uses complex sensors and control systems; these devices are not available for laboratory setups. The limited amount of available sensors and other technical restrictions for laboratory setups make it an actual problem to design simple low-order output control laws. The problem is solved by the consecutive compensator approach. The paper deals with a new type of restriction which is a combination of linear and power restrictions. It is shown that the polynomial nonlinearity satisfies this restriction. Asymptotical stability of the closed-loop system is proved by the Lyapunov functions approach for the considered nonlinear function; this contribution extends previously known results. Numerical simulation of the vapor deposition processing illustrates that the proposed approach results in zero-mean tracking error with standard deviation less than 1K.

Keywords: robust control, polynomial nonlinearity, temperature regulation, vapor deposition processing.

Acknowledgements. This work was partially financially supported by the Government of the Russian Federation grant 074-U01), the Russian Ministry of Education and Science (project 14.Z50.31.0031)

Введение

Управление нелинейными процессами является не только фундаментальной задачей теории управления, но и имеет большое прикладное значение. Выбор закона управления существенным образом зависит от конкретного типа нелинейности, присущей объекту. Детальный обзор работ, рассматривающих системы, где выходной сигнал нелинейного блока входит как управление в линейный блок, приведен в работе [1]. Хорошо изучены системы с входными и выходными статическими нелинейностями, системы с секторными ограничениями [2]. Тем не менее, задача построения законов управления для более широких классов нелинейностей остается актуальной.

Одним из распространенных способов управления нелинейными системами является линеаризация обратной связью, главный недостаток которой – жесткие требования к точному знанию параметров системы. Другим возможным подходом является метод иммерсии и инвариантности (I&I) [3], однако для его реализации часто требуется измерять состояния системы, а не только выход. Отметим, что в большинстве методов при синтезе нелинейных законов управления предполагается управление по состоянию, т.е. измеримость всех внутренних состояний объекта. Это предположение может ограничивать применимость таких методов на практике. В таких ситуациях привлекательными с инженерной точки зрения являются методы управления по выходу [4]. К таким методам, например, относятся методы адаптивного и робастного управления, представленные в работах [5–10]. Целью настоящей работы является расширение результатов, представленных в работах [6, 7] на случай более широкого класса нелинейностей, чем секторная, как в [6], или степенная, как в [7].

Мотивацией для настоящих исследований послужила задача регулирования быстрых термических процессов, возникающая при разработке оборудования для выращивания полупроводников методом газофазной эпитаксии [11]. Промышленные установки для газофазной эпитаксии из металлоорганических соединений обладают высокой стоимостью и позволяют достаточно точно контролировать процесс роста структур, в том числе за счет сложных систем измерения и регулирования температуры. В таких установках достигается высокая точность регулирования. В то же время исследовательское лабораторное оборудование нацелено на следующие характеристики: малогабаритность, гибкость настроек и режимов работы, невысокая цена в сравнении с промышленными образцами. Это накладывает определенные условия на систему нагрева и измерительный комплекс. Так, в лабораторном оборудовании Epiquip, используемом в ФТИ им. Иоффе (см. [12]), используются одноэлементный нагреватель и система из двух оптических пирометров, один из которых контролирует качество графитового нагревательного элемента. Указанные технические ограничения делают невозможным использование в таком оборудовании сложных систем регулирования температуры, применяющихся в промышленных установках, что обусловливает актуальность разработки простых и малоразмерных методов регулирования температуры, позволяющих достичь приемлемой точности работы системы. Для рассматриваемой установки требуемой точностью является среднеквадратичная ошибка слежения не более 1 К при рабочей температуре 1273 К, что сопоставимо с точностными характеристиками промышленных установок.

Постановка задачи

На основе работ [13–15] можно записать модель быстрых термических процессов, протекающих в рассматриваемой установке, построенную на основе уравнения баланса энергии:

$$\dot{T}(t) = -a_r\left(T^4(t) - T_r^4\right) - a_{conv}\left(T(t) - T_{conv}\right) - a_{cond}\left(T(t) - T_{cond}\right) + bu(t)\,, \qquad (1)$$

где $T(t) > 0$ – температура подложкодержателя в точке измерения; коэффициент $a_r > 0$ описывает потери тепла за счет излучения; коэффициент $a_{conv} > 0$ описывает потери тепла за счет конвекции; коэффициент $a_{cond} > 0$ описывает потери тепла за счет теплопередачи; T_r – температура, соответствующая переизлучению от внутренних стенок камеры; T_{conv} – температура газа, с которым происходит теплообмен через конвекцию; T_{cond} – температура прилегающих участков, с которыми происходит обмен теплом через теплопередачу; коэффициент $b > 0$ описывает приток тепла за счет приведенной мощности индуктора; $u(t) > 0$ – сигнал управления, соответствующий наведенной в индуктор мощности. Так как за счет продува обеспечивается постоянный поток газа, а за счет контура охлаждения – постоянный отвод тепла от стенок камеры, величины T_r, T_{conv} и T_{cond} в рабочем режиме можно считать постоянными. Модель (1) может быть переписана в виде

$$\dot{T}(t) = -a_r T^4(t) - a_c T(t) + bu(t) + C\,, \qquad (2)$$

где $a_c = a_{conv} + a_{cond}$, а константа $C = a_r T_r^4 + a_{conv} T_{conv} + a_{cond} T_{cond}$ описывает совокупный приток тепла от внешней среды. Ставится задача формирования такого закона управления $u(t) = U(T^*, T(t))$, который обеспечивает в замкнутой системе

$$T(t) \to T^* \text{ при } t \to \infty\,, \qquad (3)$$

где $T^* > T_r$ и $T^* > T_c$, или, что то же, обеспечивает асимптотическую устойчивость положения равновесия $T = T^*$.

Традиционно при управлении нелинейными системами рассматривается задача стабилизации нулевого положения равновесия. Для сведения задачи слежения за постоянным заданием к задаче стабилизации перепишем модель (2) в отклонениях, введя в рассмотрение $\Delta T(t) = T(t) - T^*$. Система (2) примет вид

$$\Delta\dot{T}(t) = -a_0 \Delta T + bu(t) + \bar{C} + \varphi(\Delta T)\,, \qquad (4)$$

где $a_0 = a_c + 4a_r(T^*)^3$, $\bar{C} = C - a_c T^* - a_r(T^*)^4 < 0$ и нелинейная функция

$$\varphi(\Delta T) = -a_r \cdot \Delta T^4 - 4a_r T^* \cdot \Delta T^3 - 6a_r(T^*)^2 \cdot \Delta T^2 . \quad (5)$$

Тогда задача управления формулируется как формирование такого закона управления $u(t) = U(\Delta T(t))$, что нулевое положение $\Delta T = 0$ асимптотически устойчиво.

Формирование закона управления

Если предположить, что все параметры системы (4) известны, то задача может быть легко решена с использованием точной линеаризации обратной связью. Действительно, сигнал управления $u(t) = -b^{-1}\left(\bar{C} + \varphi(\Delta T)\right)$ сводит систему (4) к устойчивой линейной системе. Однако на практике параметры объекта нельзя считать точно известными, так как присутствует модельная неопределенность, связанная с неточной идентификацией или с вариативностью параметров объекта (деградация графитного подложкодержателя, изменение параметров окружающей среды). В силу этих причин будем искать решение задачи в классе робастных законов управления.

В работах [6, 7] был рассмотрен объект управления вида

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)}u(t) + \frac{c(p)}{a(p)}\varphi(y) + \frac{e(p)}{a(p)}\delta(t) , \quad (6)$$

где $p = d/dt$; $y(t)$ – измеряемый выходной сигнал; $u(t)$ – входной сигнал; $\delta(t)$ – действующее на систему возмущение; $\varphi(y)$ – некоторая известная нелинейная функция. Коэффициенты полиномов $a(p) = p^n + \ldots + a_1 p + a_0$, $b(p) = b_m p^m + \ldots + b_1 p + b_0$, $c(p) = c_r p^r + \ldots + c_1 p + c_0$, $e(p) = e_g p^g + \ldots + e_1 p + e_0$ неизвестны, $r, g \le n-1$, относительная степень объекта $\rho = n - m$ известна. Для рассматриваемого объекта (6) была решена задача стабилизации положения равновесия $y = 0$ с использованием метода последовательного компенсатора [8] в предположении, что для нелинейной функции $\varphi(y)$ выполняется секторное [6] или степенное ограничение [7]

$$|\varphi(y)| \le C_0 |y|^s , \quad (7)$$

где $C_0 \ge 0$ и натуральное число $s \ge 1$. Несмотря на тот факт, что для многих распространенных в инженерной практике нелинейностей указанное соотношение выполняется, налагаемое на $\varphi(y)$ ограничение остается достаточно консервативным. Так, легко показать, что для нелинейности (5) ограничение (7) не выполнится.

Для решения поставленной задачи и достижения цели (3) рассмотрим расширение результатов, представленных в работах [6, 7], на случай более общего и менее консервативного ограничения:

$$|\varphi(y)| \le C_1 |y| + C_2 |y|^s , \quad (8)$$

где $C_1 \ge 0$, $C_2 \ge 0$. В частности, покажем, что для полиномиальной нелинейности вида (5) неравенство (8) выполняется.

Лемма 1. Для функции

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^{s} \varphi_i y^i$$

для любых постоянных параметров φ_i, $i = 1, \ldots, s$ существуют такие $C_1 \ge 0$ и $C_2 \ge 0$, что неравенство (8) выполняется для всех y.

Доказательство. Запишем

$$|\varphi(y)| = \left|\sum_{i=1}^{s} \varphi_i y^i\right| \le \sum_{i=1}^{s} |\varphi_i| |y|^i .$$

Очевидно, что для доказательства Леммы 1 достаточно показать, что для любого $1 < k < s$ существуют такие $c_{1,k} \ge 0$ и $c_{2,k} \ge 0$, что

$$|y|^k \le c_{1,k} |y| + c_{2,k} |y|^s . \quad (9)$$

Перепишем это неравенство как

$$|y|^{k-1} \left(1 - c_{2,k} |y|^{s-k}\right) \le c_{1,k} . \quad (10)$$

Пусть $|y|^{s-k} \ge 1/c_{2,k}$. Тогда левая часть неравенства (10) меньше либо равна нулю и, следовательно, неравенство (10) выполняется для любого $c_{1,k} \ge 0$. Рассмотрим теперь отрезок $|y|^{s-k} < 1/c_{2,k}$. Так как на этом отрезке y ограничен, то, очевидно, ограничена и левая часть неравенства (10). Следовательно, существует такое $c_{1,k} \geq \sup_{|y|^{s-k}<1/c_{2,k}}\left(|y|^{k-1}\left(1-c_{2,k}|y|^{s-k}\right)\right) \geq 0$, что неравенство (10) выполняется. Следовательно, (9) выполняется для всех y и всех $1<k<s$. Лемма 1 доказана.

Для приведения модели (4) к форме (6) далее будем рассматривать постоянное возмущение

$$\delta(t)=\bar{C}\cdot 1(t). \tag{11}$$

Рассмотрим закон управления

$$u(t)=-(\mu+\kappa)\frac{\alpha(p)(p+1)}{p}\hat{y}(t), \tag{12}$$

где $\alpha(p)$ – гурвицев полином степени $\rho-1$, $\kappa>0$, константа $\mu>0$ выбрана такой, что передаточная функция

$$H(p)=\frac{\alpha(p)b(p)(p+1)}{\alpha(p)p+\mu\alpha(p)b(p)(p+1)} \tag{13}$$

является строго вещественно положительной (СВП). Сигнал $\hat{y}(t)$ формируется следующим образом:

$$\begin{cases}\dot{\xi}_1=\sigma\xi_2,\\ \dot{\xi}_2=\sigma\xi_3,\\ \ldots\\ \dot{\xi}_{\rho-1}=\sigma(-k_1\xi_1\ldots-k_{\rho-1}\xi_{\rho-1}+k_1 y),\\ \hat{y}=\xi_1,\end{cases} \tag{14}$$

где $\sigma>(\mu+\kappa)$ и параметры $k_1,\ldots,k_{\rho-1}$ выбираются так, что система (14) устойчива.

Прежде, чем представить основной результат работы, проведем некоторые предварительные преобразования, иллюстрирующие компенсацию возмущения и приводящие систему к форме вход–состояние–выход. Подстановка (12) в (6) приводит к

$$y(t)=(\mu+\kappa)\frac{b(p)\alpha(p)(p+1)}{a(p)p}(\varepsilon(t)-y(t))+\frac{c(p)}{a(p)}\varphi(y)+\frac{e(p)}{a(p)}\delta(t),$$

где $\varepsilon(t)=y(t)-\hat{y}(t)$. Это выражение может быть приведено к форме

$$\left[a(p)p+\mu b(p)\alpha(p)(p+1)\right]y(t)=b(p)\alpha(p)(p+1)\left[(\mu+\kappa)\varepsilon(t)-\kappa y(t)\right]+c(p)p\,\varphi(y)+e(p)p\,\delta(t)$$

или

$$y(t)=H(p)\left[(\mu+\kappa)\varepsilon(t)-\kappa y(t)\right]+\frac{c(p)p}{a(p)p+\mu b(p)\alpha(p)(p+1)}\varphi(y)+\delta_\varepsilon(t), \tag{15}$$

где передаточная функция $H(p)$ определена в (13), а сигнал $\delta_\varepsilon(t)$ задан как

$$\delta_\varepsilon(t)=\bar{C}\frac{e(p)p}{a(p)p+\mu b(p)\alpha(p)(p+1)}\cdot 1(t). \tag{16}$$

Так как передаточная функция $H(p)$ устойчива и числитель передаточной функции (16) имеет нулевой корень, сигнал $\delta_\varepsilon(t)$ является экспоненциально затухающим. Пренебрегая экспоненциально затухающим членом $\delta_\varepsilon(t)$, систему (15) можно переписать в виде

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}\mathbf{x}(t)+\mathbf{b}\left((\mu+\kappa)\varepsilon-\kappa y(t)\right)+\mathbf{q}\,\varphi(y),\\ y(t)=\mathbf{c}^T\mathbf{x}(t),\end{cases} \tag{17}$$

где вектор $\mathbf{x}\in\mathrm{R}^n$ является вектором состояния системы (17), $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{q}$ – вектора и матрицы соответствующих размерностей, полученные при переходе от системы (15) к системе (17). Представим выражение (14) также в форме вход–состояние–выход:

$$\begin{cases}\dot{\xi}(t)=\sigma(\mathbf{\Gamma}\xi(t)+\mathbf{d}\,y(t)),\\ \hat{y}(t)=\mathbf{h}^T\xi(t),\\ \varepsilon=y(t)-\hat{y}(t)=y(t)-\mathbf{h}^T\xi(t),\end{cases} \tag{18}$$

где $\mathbf{d}^T=\begin{bmatrix}0 & \ldots & 0 & k_1\end{bmatrix}$, $\mathbf{h}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & \ldots & 0\end{bmatrix}$ и

$$\mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_{\rho-1} \end{bmatrix}.$$

Основной результат работы представлен в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть выполняется (8). Тогда для любых $\mu>0$, таких, что передаточная функция (13) строго вещественно положительна, и для любых $\bar{x}>0$ существует такое $\kappa>0$, что в замкнутой системе (17), (18) положение равновесия $y=0$ асимптотически устойчиво для всех начальных условий $\|\mathbf{x}_0\|\le\bar{x}$.

Прежде чем представить доказательство теоремы 1, приведем некоторые вспомогательные результаты. Введем в рассмотрение сигнал $\boldsymbol{\eta}(t)=\mathbf{h}y(t)-\boldsymbol{\xi}(t)$. Так как для системы (18) справедливо $\mathbf{h}^T\mathbf{h}=1$, то $\varepsilon(t)=\mathbf{h}^T\mathbf{h}\,y(t)-\mathbf{h}^T\boldsymbol{\xi}(t)=\mathbf{h}^T\boldsymbol{\eta}(t)$. Продифференцировав сигнал $\boldsymbol{\eta}(t)$, получим

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}(t)=\mathbf{h}\dot{y}(t)-\sigma(\mathbf{\Gamma}(\mathbf{h}y(t)-\boldsymbol{\eta}(t))+\mathbf{d}k_1y(t))=\mathbf{h}\dot{y}(t)+\sigma\mathbf{\Gamma}\boldsymbol{\eta}(t)-\sigma(\mathbf{d}+\mathbf{\Gamma}\mathbf{h})y(t).$$

С учетом $\mathbf{d}=-\mathbf{\Gamma}\mathbf{h}$ система (18) может быть представлена в виде

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\eta}}(t)=\mathbf{h}\dot{y}(t)+\sigma\mathbf{\Gamma}\boldsymbol{\eta}(t),\\ \varepsilon(t)=\mathbf{h}^T\boldsymbol{\eta}(t).\end{cases}$$

Так как матрица $\mathbf{\Gamma}$ – гурвицева в силу выбора параметров $k_1,\dots,k_{\rho-1}$, то существуют такие $\mathbf{N}=\mathbf{N}^T>0$ и $\mathbf{M}=\mathbf{M}^T>0$, что

$$\mathbf{\Gamma}^T\mathbf{N}+\mathbf{N}\mathbf{\Gamma}=-\mathbf{M}. \tag{19}$$

Так как передаточная функция $H(p)$ – СВП, то существуют такие $\mathbf{P}=\mathbf{P}^T>0$ и $\mathbf{R}=\mathbf{R}^T>0,$ что

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P}+\mathbf{P}\mathbf{A}=-\mathbf{R},\qquad \mathbf{P}\mathbf{b}=\mathbf{c}, \tag{20}$$

где матрица $\mathbf{R}$ зависит от параметра μ, но не зависит от параметра κ.

Доказательство теоремы 1. Введем функцию Ляпунова

$$V(t)=\mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t)+\boldsymbol{\eta}^T(t)\mathbf{N}\boldsymbol{\eta}(t). \tag{21}$$

В работах [6, 7] показано, что с учетом свойств (19) и (20) для производной от функции Ляпунова (21) справедливо следующее неравенство

$$\dot{V}(t)\le-\lambda_0V(t)-2\kappa y^2(t)+(l^{-1}+\kappa^{-1})[\varphi(y)]^2, \tag{22}$$

где $0<l<0{,}5$ – константа. С учетом (8) и используя неравенство Юнга $2ab\le\frac{1}{c}a^2+cb^2$, запишем:

$$|\varphi(y)|^2\le C_1^2|y|^2+2C_1C_2|y|^s|y|+C_2^2|y|^{2s}\le\left(C_1^2+C_1^2C_2^2\right)|y|^2+\left(1+C_2^2\right)|y|^{2s},$$

$$(l^{-1}+\kappa^{-1})(1+C_2^2)|y||y|^{2s-1}\le\psi_0(l^{-1}+\kappa^{-1})^2(1+C_2^2)^2|y|^2+\psi_0^{-1}|y|^{4s-2}.$$

Таким образом, неравенство (22) принимает вид

$$\dot{V}(t)\le-\lambda_0V(t)-2\kappa y^2(t)+\psi^{-1}|y(t)|^{4s-2}+(l^{-1}+\kappa^{-1})\left[C_1^2+C_1^2C_2^2+\psi(l^{-1}+\kappa^{-1})(1+C_2^2)^2\right]|y(t)|^2.$$

Несложно показать, что существует такое κ_0, что для всех $\kappa\ge\kappa_0$ выполняется

$$2\kappa>(l^{-1}+\kappa^{-1})\left[C_1^2+C_1^2C_2^2+\psi(l^{-1}+\kappa^{-1})(1+C_2^2)^2\right],$$

и, следовательно,

$$\dot{V}(t)\le-\lambda_0V(t)+\psi^{-1}|y(t)|^{4s-2}.$$

Выберем λ_1 такое, что

$$\lambda_1\left(\mathbf{x}^T\mathbf{P}\mathbf{x}\right)^{2s-1}\ge\left(\mathbf{x}^T\mathbf{c}\mathbf{c}^T\mathbf{x}\right)^{2s-1}=y^{4s-2}.$$

Тогда

$$\dot{V}(t)\le-\lambda_0V(t)+\psi^{-1}|y(t)|^{4s-2}\le-\lambda_0V(t)+\psi^{-1}\lambda_1\left(\mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t)\right)^{2s-1}\le-\lambda_0V(t)+\psi^{-1}\lambda_1V^{2s-1}(t).$$

Выберем ψ такое, что

$$\psi^{-1}\le\frac{\lambda_0}{\lambda_1\left(V^{2s-2}(t_0)+\varepsilon_V\right)}, \tag{23}$$

где $\varepsilon_V>0$ – некоторая малая константа. Тогда

$$\dot{V}(t) \le -\lambda_0 V(t) + \lambda_0 \frac{V^{2s-1}(t)}{V^{2s-2}(t_0)+\varepsilon_V} \le -\lambda_0 V(t)\left(1 - \frac{V^{2s-2}(t)}{V^{2s-2}(t_0)+\varepsilon_V}\right) < 0, \qquad (24)$$

где последнее строгое неравенство справедливо при $V(t) \ne 0$. Из (24) следует асимптотическая устойчивость $V = 0$ и, следовательно, $y = 0$. Отметим, что параметр ψ в (23), а следовательно, и параметр κ_0, зависят от значения функции Ляпунова (21) в момент времени t_0 и являются функцией начальных условий $\| \mathbf{x}_0 \| \le \bar{x}$. Теорема 1 доказана.

Численное моделирование

Представим систему (4) в форме (6):

$$\Delta\dot{T}(t) = \frac{b}{p+a_0}u(t) + \frac{1}{p+a_0}\delta(t) + \frac{1}{p+a_0}\varphi(\Delta T), \qquad (25)$$

где $\delta(t)$ определено в (11), а $\varphi(\Delta T)$ в (5). Относительная степень системы равна единице, следовательно, вместо (14) запишем $\Delta\hat{T}(t) = \Delta T(t)$. Выберем полином $\alpha(p)$ в (12) в виде $\alpha(p) = \alpha_0 = 1$. Закон управления (12) примет вид

$$u(t) = -(\mu+\kappa)\frac{(p+1)}{p}\Delta T(t), \qquad (26)$$

а передаточная функция (13)

$$H(p) = \frac{b(p+1)}{p+\mu b(p+1)} = \frac{b(p+1)}{(1+\mu b)p+\mu b}. \qquad (27)$$

Передаточная функция (27) является СВП для всех $\mu > 0$. Выберем $\mu = 0,01$ и $\kappa = 0,1$.

Для моделирования системы (2) выберем следующие значения параметров:

$a_r = 1 \cdot 10^{-12}$, $a_c = 4,75 \cdot 10^{-3}$, $b = 4,37$, $C = 4,49$.

Эти параметры соответствуют лабораторной установке Epiquip [12]. Сигнал управления нормализован в диапазоне от нуля до единицы. Целевая температура составляет $T^* = 1273$ К. Начальная температура $T(t_0 = 0) = 1243$ К, выход в окрестность рабочей температуры на практике осуществляется в специальном режиме работы системы управления и здесь не рассматривается. Измерение температуры осуществляется оптическим пирометром с частотой 10 Гц, шум измерений представляет собой нормально распределенный сигнал с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 0,02 К^2. График переходного процесса в системе представлен на рисунке. Установившееся значение равно 1273 К, среднеквадратичное отклонение составляет 0,33 К.

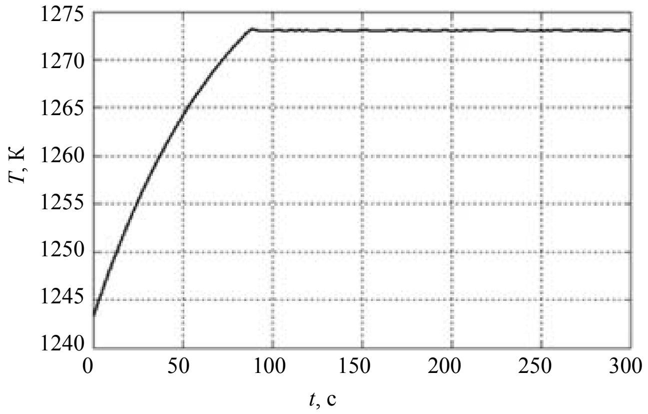

Рисунок. Переходный процесс в системе (25) с законом управления (26) при $\mu = 0,01$ и $\kappa = 0,1$.

Заключение

Рассмотрена задача построения робастного закона управления по выходу для системы с нелинейностью, удовлетворяющей неравенству (8). Решение задачи получено с использованием метода последовательного компенсатора. С использованием метода функций Ляпунова доказывается асимптотическая устойчивость замкнутой системы для указанного типа нелинейности, что усиливает ранее известные результаты [6, 7]. Полученный закон управления предлагается использовать для построения системы регулирования температуры в процессе газофазной эпитаксии. Приведена математическая модель термического процесса и показано, что задача поддержания постоянной температуры может быть сведена к задаче стабилизации нулевого положения с сопутствующим переходом от степенной нелинейности к полиномиальной. Показано, что полиномиальная нелинейность удовлетворяет неравенству (8), следовательно, предложенный в работе метод может быть использован для решения задачи регулирования температуры.

Численное моделирование процесса газофазной эпитаксии показало, что с применением предложенного метода удается обеспечить следующие точностные характеристики: нулевое математическое ожидание ошибки слежения и среднеквадратичную ошибку, не превышающую 1 К, что сопоставимо с промышленными установками.

Литература

1. Kokotović P., Arcak M. Constructive nonlinear control: a historical perspective // Automatica. 2001. V. 37. N 5. P. 637–662.
2. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.
3. Astolfi A., Ortega R. Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2003. V. 48. N 4. P. 590–606.
4. Бобцов А.А., Никифоров В.О. Адаптивное управление по выходу: проблематика, прикладные задачи и решения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 1 (83). С. 1–14.
5. Фуртат И.Б., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с неизвестной относительной степенью // Автоматика и телемеханика. 2010. № 6. С. 109–118.
6. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Faronov M.V., Shavetov S.V., Kapitanyuk Y.A., Kapitonov A.A. Output control approach ‘consecutive compensator’ providing exponential and L∞-stability for nonlinear systems with delay and disturbance // Proc. IEEE International Conference on Control Applications, CCA 2011. Denver, USA, 2011. P. 1499–1504.
7. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Kolyubin S. A. Simple output controller for nonlinear systems with multisinusoidal disturbance // Proc. 21^{st} Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2013. Platanias-Chania, Crete, Greece, 2013. P. 1087–1091.
8. Бобцов А.А., Капитонов А.А., Николаев Н.А. Управление по выходу нелинейными системами с неучтенной динамикой // Автоматика и телемеханика. 2010. № 12. С. 3–10.
9. Бобцов А.А., Пыркин А.А. Алгоритм управления по выходной переменной для линейного объекта с неизвестными параметрами и динамической размерностью // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2011. № 4 (74). С. 160–161.
10. Бобцов А.А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108–117.
11. Новиков В.А., Преображенский В.В., Ивонин И.В. Влияние температуры роста на статистические параметры морфологии поверхности GaN // Физика и техника полупроводников. 2014. Т. 48. № 7. С. 898–901.
12. Лундин В.В., Сахаров А.В., Цацульников А.Ф., Заварин Е.Е., Бесюлькин А.И., Фомин А.В., Сизов Д.С. Выращивание эпитаксиальных слоев AlGaN и сверхрешеток AlGaN/GaN методом газофазной эпитаксии из металлоорганических соединений // Физика и техника полупроводников. 2004. Т. 38. № 6. С. 705–709.
13. Schaper C.D., Cho Y.M., Park P., Norman S.A., Gyugyi P., Hoffmann G., Balemi S., Boyd S.P., Franklin G., Kailath T., Saraswat K.C. Modeling and control of rapid thermal processing // Proc. SPIE – The International Society for Optical Engineering. 1992. V. 1595. P. 2–17.
14. Schaper C.D., Moslehi M.M., Saraswat K.C., Kailath T. Modeling, identification, and control of rapid thermal processing systems // Journal of the Electrochemical Society. 1994. V. 141. N 11. P. 3200–3209.
15. Ebert J., De Roover D., Porter L.L., Lisiewicz V.A., Ghosal S., Kosut R.L., Emami-Naeini A. Model-based control of rapid thermal processing for semiconductor wafers // Proceedings of the American Control Conference. 2004. V 5. P. 3910–3921.

Капитонов Александр Александрович – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, kap2fox@gmail.com

Арановский Станислав Владимирович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, s.aranovskiy@gmail.com

Ортега Ромео – PhD, директор по исследованиям, Национальный центр научных исследований, Париж, Франция, ortega@lss.supelec.fr

Alexander A. Kapitonov – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, kap2fox@gmail.com

Stanislav V. Aranovskiy – PhD, Senior researcher, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, s.aranovskiy@gmail.com

Romeo Ortega – PhD, Directeur de Recherche, Centre National de la Recherche Scientiphique, Paris, France, ortega@lss.supelec.fr

Принято к печати 28.05.14
Accepted 28.05.14