

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
BUILDING AND ARCHITECTURE

Сысоев О. Е., Добрышкин А. Ю., Нейн Сит Наинг
Sysoev O. Ye. , Dobryshkin A. Yu., Nein Sit Naing

**ВЛИЯНИЕ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ НА ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ
РАЗОМКНУТЫХ ОБОЛОЧЕК**

VIRTUAL MASS EFFECT ON CONSTRAINED OSCILLATION OF OPEN SHELLS

Сысоев Олег Евгеньевич – доктор технических наук, профессор кафедры строительства и архитектуры, декан факультета кадастра и строительства Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: fks@knastu.ru.

Mr. Oleg Ye. Sysoev – Doctor of Engineering, Professor, the Civil construction and Architecture Department, Dean of the Cadastre and Civil construction faculty, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: fks@knastu.ru.

Добрышкин Артём Юрьевич – аспирант кафедры строительства и архитектуры факультета кадастра и строительства Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: wwwartem21@mail.ru.

Mr. Artyom Yu. Dobryshkin – a post-graduate student, the Civil construction and Architecture Department, the Cadastre and Civil construction faculty, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: wwwartem21@mail.ru.

Нейн Сит Наинг – аспирант кафедры прикладной математики и информатики факультета компьютерных технологий Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: nyeinsisnaing51@gmail.com.

Mr. Nein Sit Naing - a post-graduate student, Applied Mathematics and Computer Studies Department, Faculty of Computer Technologies, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: nyeinsisnaing51@gmail.com.

Аннотация. В лаборатории строительных конструкций Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (КнАГТУ) проведен эксперимент. Целью эксперимента являлось выявление закономерности влияния величины присоединенной массы на колебания разомкнутой стальной оболочки. С помощью индукционных акселерометров измерены вынужденные колебания изогнутой разомкнутой оболочки, несущей присоединенную массу. Оболочка стальная, шарнирно-опертая по краям, прямоугольная в плане. Шарнирно опертые с двух сторон разомкнутые оболочки, как наиболее часто используемые в строительстве, до сих пор не исследованы. Расчет проводился на основании общего уравнения колебаний оболочки, а также уравнений Доннела – Муштари – Власова. При теоретическом расчете не делались допущения о пологости. Но представлялось, что величины напряжений от изгибающих моментов сопоставимы по величине с напряжениями от усилий. Вследствие чего было обнаружено существенное возрастание влияния величины присоединенной массы на вынужденные колебания оболочки. В результате были получены величины теоретических вынужденных колебаний оболочки, несущей присоединенную массу. Сопоставлены теоретические и практические данные.

Summary. In the laboratory of constructions of Komsomolsk-on-Amur State Technical University (KnAGTU) an experiment has been carried on. The aim of the experiment was to identify patterns of influence of magnitude of fluctuations in the virtual mass on constrained oscillation of open shells. Constrained oscillation of curved and open-shell carrying the virtual mass was measured with the help of induction accelerometers. Steel shell is pin supported along the edges, rectangular in the plan. Pin supported open shells along both sides, as the most frequently used in the construction have not yet been investigated. The calculation was made based on the general equation of oscillation of a shell, as well as Donnell - Mushtari - Vlasov equations. In the theoretical calculation, assumptions about the flatness were not taken into account. But it seemed that the magnitude of the stresses from bending moments are comparable in magnitude to the stress of the effort. In consequence, substantial increase in the differentiation was obtained. As a result, values of theoretical constrained oscillation of a shell were obtained. We compared the theoretical and analytical data.

Ключевые слова: оболочка, нелинейные колебания, модель устойчивости.

Key words: shell, nonlinear oscillations, model of stability.

УДК 624.074.434

Пологие оболочки широко используются в строительстве и машиностроении, при эксплуатации таких конструкций возникают различные интенсивные динамические нагрузки от собственных колебаний и присоединенной массы. Поэтому интерес к анализу динамики пологих оболочек в различных сферах деятельности очень высок [1; 2; 3; 4].

Для исследования влияния присоединенной массы в лаборатории строительных конструкций КнАГТУ был изготовлен испытательный стенд, а также опытный образец для испытаний, согласно расчетной схемы (рис. 1).

В данной работе проведены исследования колебаний цилиндрической разомкнутой оболочки, шарнирно-опертой с двух сторон, а с двух других – свободной. Получены уравнения линейных колебаний этой оболочки, согласно существующей теории описания колебаний оболочки, а также экспериментальные данные, показывающие зависимость влияния присоединенной массы на частоты колебаний оболочки. Для большей простоты изучения колебаний с умеренными амплитудами колебания оболочки разложили согласно уравнениям [5; 6; 7]. В результате получена дискретная нелинейная модель колебаний оболочки с двумя степенями свободы, исследуемая с помощью метода многих масштабов.

Исследования проводились на модели тонкостенной цилиндрической оболочки. Образец сделан из оцинкованной стали, состав которой приведен в табл. 1. Образец имеет следующие геометрические характеристики: $R = 318$ мм, $L = 800$ мм, $H = 93$ мм (рис. 1).

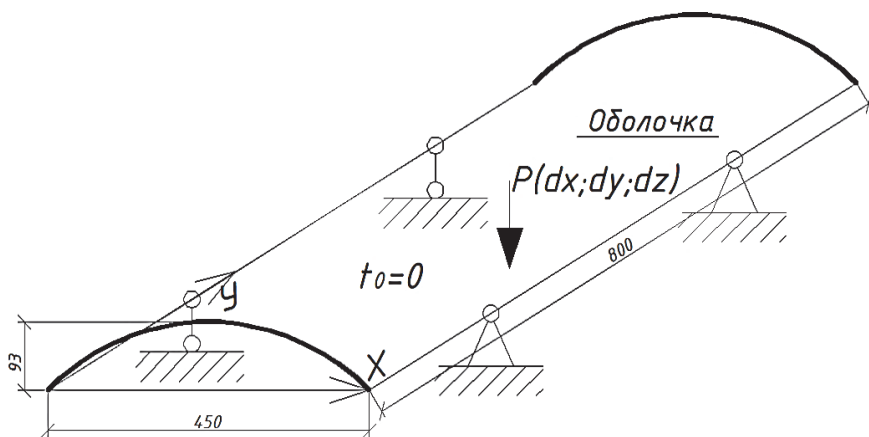


Рис. 1. Образец оболочки



Рис. 2. Типовая фотография акселерометра BC 110.

Марка сплава образца определена как «сталь 3 полукипящая». Модель оболочки закрепляется в специальном стенде, изготовленном в лаборатории строительных конструкций КнАГТУ, с помощью которого реализованы граничные условия, максимально близкие к расчетной модели. На свободном торце крепился акселерометр BC 110, измеряющий частоту колебаний и одновременно выполняющий роль присоединенной массы (рис. 2).

Характеристики устройства представлены в табл. 1.

Характеристики акселерометра ВС 110

Параметр	Единицы измерения	Значение
Чувствительность		100 мВ/г
Частотный диапазон	Гц	0,5...10000
Относительная поперечная чувствительность	%	< 5
Амплитудный диапазон	g	± 50
Собственные шумы, СКЗ	mg	< 0,5
Температурный диапазон	°С	-40...+70
Питающее напряжение	мА	3
Сопротивление на выходе	Ом	< 500
Входное напряжение,	В	+18...30
Уровень тока, постоянного напряжения на выходе из датчика	В	10...13
Материал корпуса		нержавеющая сталь
Тип соединителя		SMA
Поставляемые принадлежности		кабель, шпилька
Кабель (длина кабеля 2 м)		SMA-BNC, 2 м

Сигнал с акселерометра передается через анализатор спектра в лицензионную программу «Z-LAB», установленную на персональном компьютере. Блок-схема экспериментальной установки изображена на рис. 3.

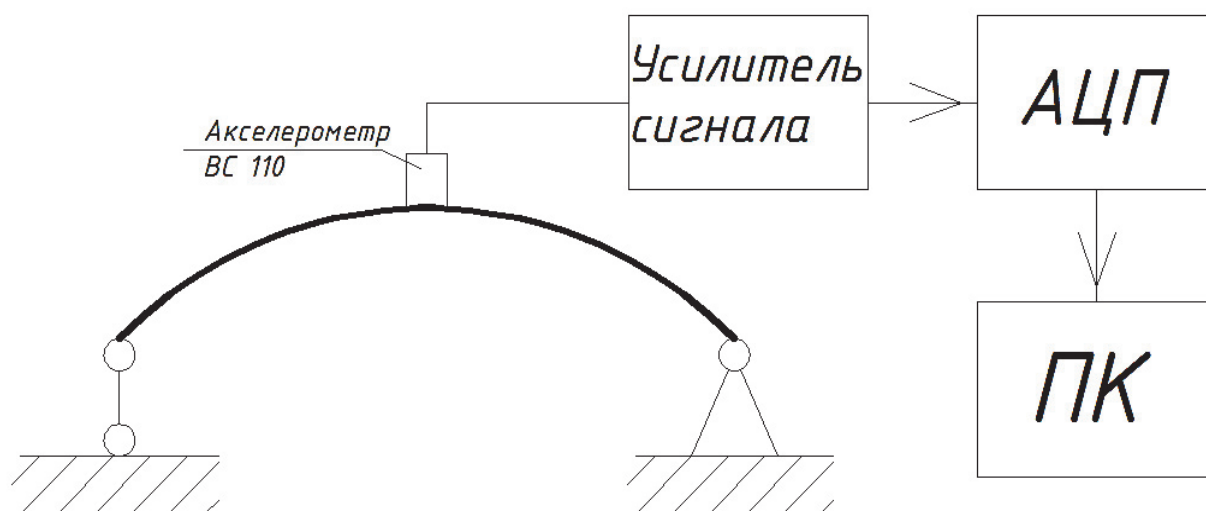


Рис. 3. Блок-схема экспериментальной установки

Вибрации образцам задавались двумя способами: путем загрузки и моментального снятия некоторой малой статической нагрузки; путем удара образца испытательным молотком АУ03, рис. 4.

Замеры снимались при вертикальном и горизонтальном расположениях образцов. Результатом проведения эксперимента является полученный спектр частот, из которого была отобрана наименьшая частота всего спектра, то есть основная частота колебаний системы «оболочка-масса»[4]. На рис. 4. представлены фотографии экспериментальной установки.

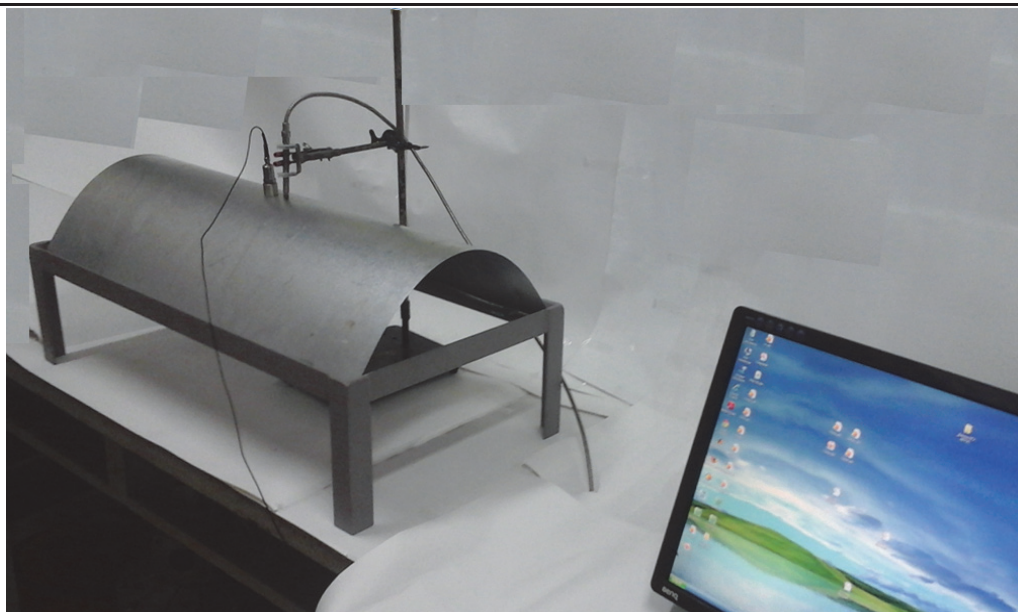


Рис. 4. Экспериментальная установка

Приступим к рассмотрению вынужденных колебаний пологой разомкнутой тонкой, прямоугольной в плане цилиндрической оболочки (см. рис. 5). Для описания вынужденных колебаний воспользуемся уравнениями Доннелла – Муштари – Власова [8]. Особый интерес представляют оболочки, шарнирно опертые с двух сторон, как наиболее часто используемые в строительстве.

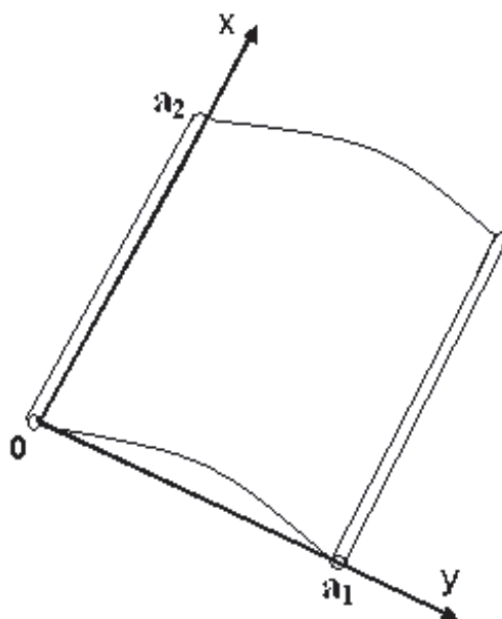


Рис. 5. Пологая оболочка

$$D\nabla^4 w + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + P \cos(\Omega t) \delta(x_0, y_0);$$

$$\frac{1}{E} \nabla^4 \Phi = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2},$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость; $\delta(x_0, y_0)$ – функция Дирака (дельта); β – коэффициент линейного демпфирования; h – толщина оболочки; r – радиус кривизны оболочки в направлении

оси y ; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; w – нормальное смещение срединной поверхности оболочки; (x_0, y_0) – точка расположения приложенной нагрузки; m – масса единицы площади оболочки.

Согласно граничным условиям $y = 0$ и $y = a_1$ шарнирно-оперты по сторонам, а для сторон $x = 0$ и $x = a_2$ – свободны. В результате краевые условия задачи принимают следующий вид:

$$N_x \Big|_{x=0} = N_x \Big|_{x=a_2} = N_{xy} \Big|_{x=0} = N_{xy} \Big|_{x=a_2} = 0; \quad w \Big|_{y=0} = w \Big|_{y=a_1} = 0; \quad (1)$$

$$M_y \Big|_{y=0} = M_y \Big|_{y=a_1} = 0; \quad M_x \Big|_{x=0} = M_x \Big|_{x=a_2} = 0;$$

$$\left(Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right) \Big|_{x=0} = \left(Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right) \Big|_{x=a_2} = 0,$$

где

$$N_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}; \quad N_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad N_{xy} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x}; \quad Q_x = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_{xy} = D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \quad M_x = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \quad M_y = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right).$$

Для оболочки изгибные колебания $w(x, y, t)$ следует представить в таком виде:

$$w(x, y, t) = \phi_1(t)\psi_1(x, y) + \phi_2(t)\psi_2(x, y), \quad (2)$$

где $\psi_1(x, y)$, $\psi_2(x, y)$ – собственные формы колебаний.

Далее необходимо найти собственные формы линейных колебаний пологой оболочки. Они нужны для представления (2) и точного интегрирования системы уравнений, описывающих эти колебания [9]:

$$D \nabla^4 w - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - m \omega^2 w = 0,$$

$$\frac{1}{E} \nabla^4 \Phi + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0.$$

Известно, что на краях $y = 0$ и $y = a_1$ оболочка шарнирно оперта (1), функции $w(x, y)$, $\Phi(x, y)$ представим так:

$$w = W(x) \sin \frac{n\pi y}{a_1}; \quad \Phi = \chi(x) \sin \frac{n\pi y}{a_1}.$$

Тогда $W(x)$ и $\chi(x)$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$D \left(W_{xxxx} - 2 \frac{n^2 \pi^2}{a_1^2} W_{xx} + \frac{n^4 \pi^4}{a_1^4} W \right) - \frac{1}{r} \chi_{\chi\chi} - m \omega^2 W = 0,$$

$$\frac{1}{Eh} \left(\chi_{xxxx} - 2 \frac{n^2 \pi^2}{a_1^2} \chi_{xx} + \frac{n^4 \pi^4}{a_1^4} \chi \right) + \frac{1}{r} W_{\chi\chi} = 0. \quad (3)$$

Решение системы (3) представим так:

$$W(x) = \sum_{i=1}^8 \alpha_{1i} C_i e^{\lambda_i x}; \quad \chi(x) = \sum_{i=1}^8 \alpha_{2i} C_i e^{\lambda_i x},$$

где λ_i – корни характеристического уравнения, соответствующего системе (3), а α_{1i} , α_{2i} – постоянные, представляющие ненулевое решение системы уравнений, полученных из выражения (3) при $\lambda = \lambda_i$.

После удовлетворения краевым условиям приходим к однородной системе линейных алгебраических уравнений относительно C_i . Из этой системы получаем частотное уравнение, которое выражается в определителе восьмого порядка. Этот определитель не приводится для краткости изложения. После нахождения частоты из системы находятся параметры C_i . Таким образом, собственные формы линейных колебаний имеют вид

$$\psi(x, y) = \sin \frac{n\pi y}{a_1} \sum_{i=1}^8 \alpha_{1i} C_i e^{\lambda_i x}.$$

На рис. 6 приводятся результаты расчета собственных частот и форм колебаний стальной полой оболочки. Из рис. 6 следует, что теоретические данные не совпадают с расчетными более, чем на 5 %. Также теоретический расчет не отражает всю картину влияния присоединенной массы на вынужденные колебания полой оболочки.

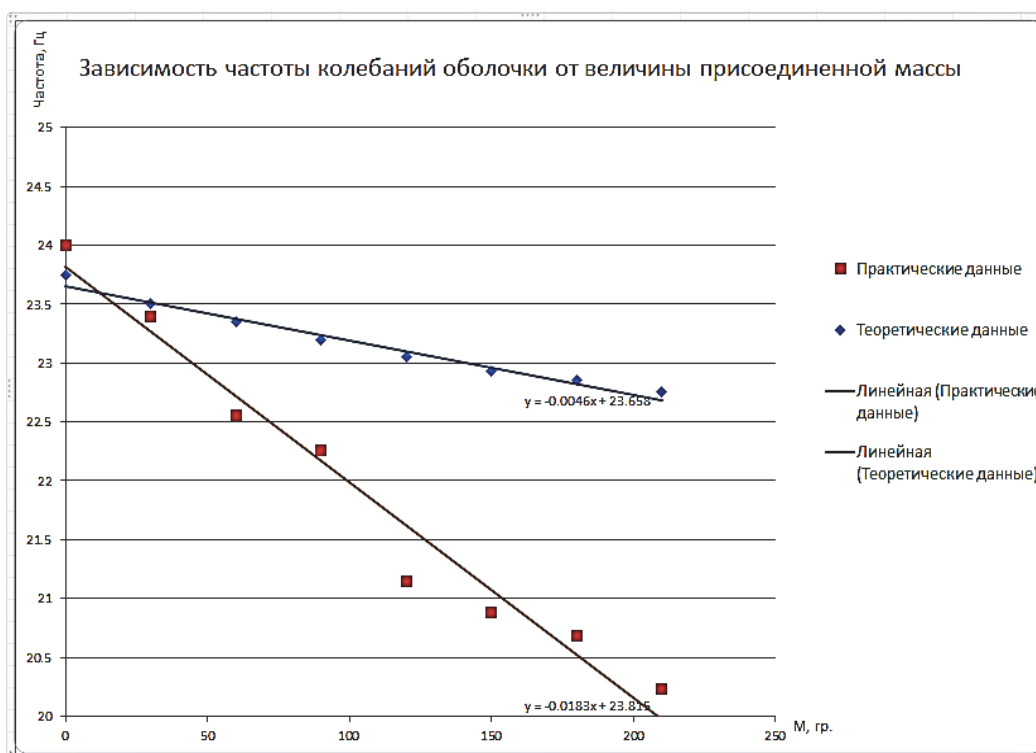


Рис. 6. Зависимость частоты колебаний оболочки от величины присоединенной массы

В результате видим несовпадение результатов теоретических и практических данных, что требует уточнения теоретической модели. Максимальное отклонение теоретических и практических результатов при присоединенной массе в 210 г составляет 12,5 %, а при массе в 12 г – 0 %. Данное обстоятельство показывает неточность теоретического расчета колебаний оболочки, несущей присоединенную массу на этапах присоединения массы более чем 12 % (M/M_0).

ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э. И. К расчету устойчивости пологих арок / Э. И. Григолюк // Инженерный сборник. – 1951. – Т. 9. – С. 178-201.
2. Leissa A. W., Kadi A. S. Curvature effects on shallow shell vibrations, J. of Sound and Vibration 16. 1971. – pp. 173-187.
3. Vol'mir A. S., Logvinskaya A. A., Rogalevich V. V. Nonlinear natural vibrations of rectangular plates and cylindrical panels, Sov. Phys. Dokl. 17. 1973. – pp. 720-721.



4. Amabili M., Non-linear vibrations of doubly curved shallow shells. *Int. J. of Non-Linear Mech.* 40. 2005. – pp. 683-710.
5. Amabili M., Theory and experiments for large-amplitude vibrations of circular cylindrical panels with geometric imperfections. *J. of Sound and Vibration*, 2006. – pp. 43-72.
6. Baumgarten R., Bifurcations and Subharmonic Resonances in Multi- Degree-of-Freedom Panel's Models. / Baumgarten R., Kreuzer E., *Meccanica* 31, 1996. – pp. 309-322.
7. Leissa A. W. *Vibrations of shells*. NASA SP-288. Washington, DC: Government Printing Office; Now available from Acoustical Society of America. 1993.
8. С. В. Серегин, О. Е. Сысоев О влиянии площади контакта присоединенной массы на свободные колебания круговой цилиндрической оболочки // *Материалы международной научно-практической конференции «Деформирование и разрушение композиционных материалов и конструкций» – deformation and failure of composite materials and structures ИМАШ РАН. Москва. Россия. 10-13 ноября 2014 г*
9. С. В. Серегин, О. Е. Сысоев Свободные колебания тонкой круговой цилиндрической оболочки, ослабленной отверстием // *Материалы международной научно-практической конференции «Живучесть и конструкционное материаловедение» – survivability and structural materials science ssms-2014. ИМАШ РАН, Москва. Россия. 21-23 октября 2014 г.*