



УДК 535.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ СТЕКЛОВИДНОЕ ТЕЛО ГЛАЗА ЧЕЛОВЕКА

П.Ю. Рогов^a, М.А. Князев^a, В.Г. Беспалов^a

^a Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: rogovpu@niuitmo.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 15.06.15, принятая к печати 16.07.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-782-788

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Рогов П.Ю., Князев М.А., Беспалов В.Г. Исследование линейных и нелинейных процессов, возникающих при распространении фемтосекундного лазерного излучения в среде, моделирующей стекловидное тело глаза человека // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 5. С. 782–788.

Аннотация

Представлена математическая модель линейных и нелинейных процессов, возникающих при распространении фемтосекундного лазерного излучения в стекловидном теле глаза человека. Методами численного моделирования выполнено решение нелинейного спектрального уравнения, описывающего динамику двумерного TE-поляризованного излучения в однородной изотропной среде с кубичной безынерционной нелинейностью без использования приближения медленно меняющихся огибающих. Для моделирования использованы среды, близкие по параметрам к оптическим средам глаза. Модель распространения фемтосекундного излучения учитывает динамику процесса дисперсионного уширения импульсов во времени и возникновение самофокусировки вблизи сетчатки при прохождении через стекловидное тело глаза. Выявлена зависимость длительности импульса на сетчатке от длительности входного импульса, найдены значения плотности мощности излучения, при которых возникает самофокусировка. Показано, что основным механизмом повреждения при использовании излучения титан-сапфирового лазера является фотоионизация. Результаты работы совпадают с данными, полученными другими учеными, и могут быть использованы для создания российских стандартов по лазерной безопасности для фемтосекундных лазерных систем.

Ключевые слова

лазерная безопасность, фемтосекундное излучение, самофокусировка, дисперсионное уширение, стекловидное тело глаза.

Благодарности

Результаты работы получены в рамках государственного заказа №3.1675.2014/К Министерства образования и науки Российской Федерации.

RESEARCH OF LINEAR AND NONLINEAR PROCESSES AT FEMTOSECOND LASER RADIATION PROPAGATION IN THE MEDIUM SIMULATING THE HUMAN EYE VITREOUS

P.Yu. Rogov^a, M.A. Knyazev^a, V.G. Bespalov^a

^a ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: rogovpu@niuitmo.ru

Article info

Received 15.06.15, accepted 16.07.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-782-788

Article in Russian

For citation: Rogov P.Yu., Knyazev M.A., Bespalov V.G. Research of linear and nonlinear processes at femtosecond laser radiation propagation in the medium simulating the human eye vitreous. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol. 15, no. 5, pp. 782–788.

Abstract

The paper deals with mathematical model of linear and nonlinear processes occurring at the propagation of femtosecond laser pulses in the vitreous of the human eye. Methods of computing modeling are applied for the nonlinear spectral equation solution describing the dynamics of a two-dimensional TE-polarized radiation in a homogeneous isotropic medium with cubic fast-response nonlinearity without the usage of slowly varying envelope approximation. Environments close to the optical media parameters of the eye were used for the simulation. The model of femtosecond radiation propagation takes into account the process dynamics for dispersion broadening of pulses in time and the occurrence of the self-focusing near the

retina when passing through the vitreous body of the eye. Dependence between the pulse duration on the retina has been revealed and the duration of the input pulse and the values of power density at which there is self-focusing have been found. It is shown that the main mechanism of radiation damage with the use of titanium-sapphire laser is photoionization. The results coincide with those obtained by the other scientists, and are usable for creation Russian laser safety standards for femtosecond laser systems.

Keywords

laser safety, femtosecond radiation, self-focusing, dispersion spreading, vitreous humor.

Acknowledgements

Results of this work were obtained within the framework of the state order No.1675.2014/K of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation.

Введение

На настоящий момент фемтосекундные лазерные системы (ФЛС) широко используются в науке, технических приложениях и в медицинской технике (в частности, в хирургии глаза и коррекции зрения) [1, 2]. Но, несмотря на быстрое развитие фемтосекундных технологий и их применение в биологии и медицине, в настоящее время в Российской Федерации не существует стандартов по безопасным уровням энергии фемтосекундного лазерного излучения^{1, 2}.

Следует отметить, что вероятность повреждения сетчатки вследствие нелинейных эффектов, характерных для интенсивных пучков ФЛС, многократно возрастает по сравнению с импульсами большей длительности. Использование импульсов фемтосекундной длительности с высокой плотностью мощности приводит к возникновению самофокусировки излучения и может вызывать оптический пробой [3]. Особенno актуален данный процесс при попадании фемтосекундного излучения на ткани глаза, на которых происходит фокусировка излучения. Это может приводить к коагуляции участков сетчатки, что является значительным фактором опасности повреждения зрительных функций глаза [4]. Большая часть работ, направленных на изучение данного вопроса, основана на экспериментальных данных и не рассматривает возникновение нелинейных процессов [5, 6]. В настоящей работе рассмотрены процессы линейного и нелинейного распространения фемтосекундного лазерного излучения в стекловидном теле человеческого глаза и, исходя из анализа предыдущих работ [5, 6], предложена математическая модель, адекватно описывающая данные процессы. К тому же распространение рассмотрено для динамики электромагнитного поля без использования приближения медленно меняющихся огибающих [7] и с учетом временного расплывания импульсов.

Математическая модель распространения фемтосекундного излучения в оптических средах глаза

Глаз – это сложная саморегулируемая оптическая система, которая представляет собой сферу в среднем около 24 мм в диаметре [8]. Рассмотрим распространение пучка с плоским волновым фронтом, генерируемого ФЛС: первоначально излучение попадает на роговицу, затем на радужную оболочку, проходит хрусталик (который играет роль линзы) и, пройдя через стекловидное тело, фокусируется на сетчатке (рис. 1).

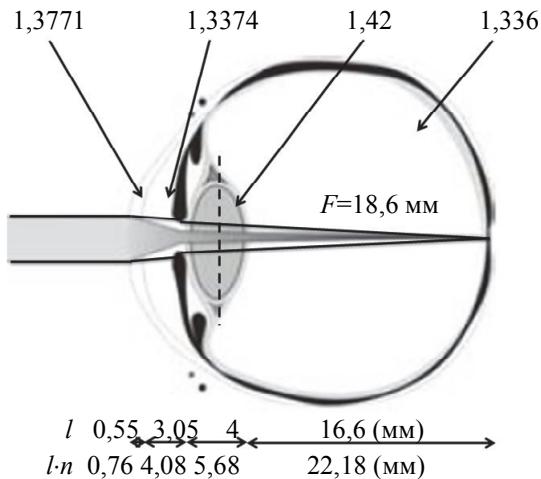


Рис. 1. Схематическое изображение глаза. В верхней части рисунка приведены показатели преломления n_D , в нижней части – линейные размеры и оптический путь в мм [8], F – расстояние от центральной линии хрусталика до глазного дна

¹ ГОСТ Р. 50723–94. Лазерная безопасность. Общие требования безопасности при разработке и эксплуатации лазерных изделий. Введ. 01.01.1996. М.: Стандартинформ, 1995. 37 с.

² СН № 5804-91. Санитарные нормы и правила устройства и эксплуатации лазеров.

Оптический путь, который проходит излучение в различных средах человеческого глаза, составляет $f \approx \sum l_i \cdot n_i = 32,7$ мм, где l_i – линейный путь излучения на определенном участке, n_i – показатель преломления оптической среды, из них 22,18 мм (68%) – в стекловидном теле. На большей части оптического пути плотность мощности излучения ФЛС, как правило, недостаточна для возникновения нелинейных эффектов, которые проявляются только в фокусе оптической системы глаза, в непосредственной близости от сетчатки. Стекловидное тело в основном состоит из воды (99%), остальное составляют ацетилхолин, белки, глюкоза, тиамин, пиридоксин, аскорбиновая кислота, гиалуроновая кислота и протеолитические ферменты (показатель pH от 7,33 до 7,45) [9], мало влияющие на нелинейность среды. Таким образом, считается, что основной вклад в дисперсию и нелинейность вносят молекулы воды [10, 11].

Рассмотрим распространение фемтосекундного излучения с использованием данного приближения. На всем оптическом пути фемтосекундный импульс испытывает влияние временного дисперсионного уширения. Дисперсию показателя преломления оптических сред глаза, которую мы моделируем с использованием приближения параметров тканей глаза к параметрам воды при нормальных условиях, можно характеризовать зависимостью [12]

$$n(\omega) = N_0 + ac\omega^2 - bc\omega^{-2},$$

где ω – циклическая частота; N_0 , a , b – дисперсионные характеристики. Для расчета дисперсионного уширения при прохождении фемтосекундного излучения в стекловидном теле были использованы экспериментальные данные зависимости показателя преломления от длины волны, взятой при нормальных условиях [13], и проведена аппроксимация дисперсии показателя преломления в программной среде Mathcad (рис. 2). Были получены следующие значения параметров:

$$N_0 = 1,325; a = 3 \cdot 10^{-42} \text{ c}^3/\text{м}; b = 3 \cdot 10^{19} 1/(\text{с} \cdot \text{м}).$$

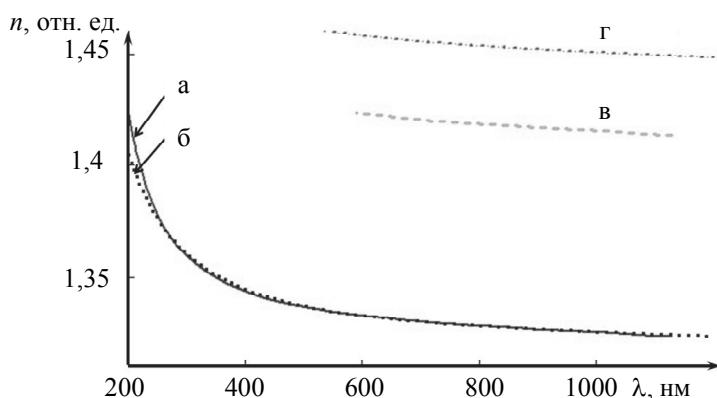


Рис. 2. Дисперсия показателя преломления: а – стекловидное тело (аппроксимация); б – стекловидное тело (экспериментальные данные); в – хрусталик; г – кварцевое стекло

Дисперсию показателя преломления хрусталика можно сравнить с дисперсией показателя преломления кварцевого стекла. Как видно из рис. 2 кривая дисперсии кварцевого стекла смешена относительно кривой дисперсии воды, но имеет сходный угол наклона в исследуемой области. Таким образом, уширение импульса при прохождении сквозь хрусталик можно считать сходным с уширением при прохождении через стекловидное тело. Это же относится и к другим средам глаза, поэтому вклад в дисперсионное уширение, осуществляемый в стекловидном теле, будем считать основным, дисперсионное уширение в других оптических средах будем считать близким к нему.

Для численного моделирования была выбрана длина волны $\lambda = 800$ нм – обычное значение длины волны коммерческих ФЛС. На данной длине волны поглощение оптическими средами глаза минимально, и почти все излучение поглощается тканями глазного дна, вследствие чего риск повреждения сетчатки существенно возрастает. При фокусировке лазерного пучка пространственное распределение интенсивности в фокусе соответствует гауссову. Как известно, при фокусировке диаметр фокального пятна может быть соизмерим с длиной волны лазерного излучения, что приводит к значительному увеличению плотности мощности в плоскости перетяжки пучка (вблизи сетчатки). Размер пятна на сетчатке зависит от фокусного расстояния и величины апертуры зрачка, в нашем случае, без учета самофокусировки, он составит

$$d = \frac{2,44\lambda}{D} F \cdot n \approx 7 \text{ мкм},$$

где λ – длина волны; D – поперечный размер на входе в оптическую систему; $F = 18,6$ мм – фокусное расстояние оптической системы глаза; n – показатель преломления стекловидного тела. Уменьшение площади фокального пятна ограничивается дифракцией излучения, но при определенной плотности мощности возникает мелкомасштабная самофокусировка [14], способная препятствовать дифракции.

Основной опасностью для сетчатки при попадании лазерного излучения является тепловое воз-

действие, которое может приводить к тепловому и фотохимическому повреждению. Однако при использовании импульсного излучения с длительностью, меньшей 10 пс, возбуждается в основном электронная подсистема, что приводит к значительно меньшему и протяженному во времени нагреванию материала [15]. На настоящий момент рассматриваются несколько теоретических моделей механизмов повреждения оптических и биологических объектов, которые разделяют на механизмы, связанные с поглощением, куда относят тепловой взрыв, и внутренние механизмы – ударная ионизация и фотоионизация [16]. На длине волны 800 нм вклад в повреждения вносит в основном ударная ионизация и фотоионизация в диапазоне длительности от 7 до 300 фс [16]. Фотоионизация является доминирующим механизмом при длине импульса меньше 50 фс, и ударная ионизация становится преобладающей при длине импульса более 50 фс [17].

Математические методы расчета

В существующих работах описывается моделирование распространения волны с использованием приближения медленно меняющихся огибающих [18], основным методом настоящего исследования является численное моделирование, основанное на анализе нелинейного спектрального уравнения непосредственно для непараксиальных электромагнитных волн [19]. При этом диаметр зрачка был принят равным 7 мм, что соответствует наиболее опасному случаю работы в помещении¹.

Динамика спектральной плотности g двумерного ТЕ-поляризованного излучения в однородной изотропной диэлектрической среде с безынерционной кубической нелинейностью может быть описана уравнением

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} + (k(\omega)^2 - k_x^2)g = \\ = -\frac{\omega^2 \varepsilon_{nl}}{c^2} \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega - \omega', k_x - k'_x, z) g(\omega' - \omega'', k'_x - k''_x, z) \times \\ \times g(\omega'', k''_x, z) d\omega' dk'_x d\omega'' dk''_x, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$g(\omega, k_x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(t, x, z) e^{-i(\omega t + k_x x)} dt dx,$$

ω и k_x – временная и пространственная частоты излучения, $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$ – волновое число, $n(\omega)$ – частотная зависимость показателя преломления среды, ε_{nl} – коэффициент ее нелинейной диэлектрической проницаемости, c – скорость света в вакууме, t – время, x, z – декартовы пространственные координаты, $E(t, x, z)$ – напряженность электрического поля излучения, поляризованного перпендикулярно плоскости xz .

Спектральная плотность излучения на входе в среду (при $z=0$) задавалась в виде

$$g(\omega, k_x, 0) = i g_0 e^{\frac{\Delta x^2 k_x^2}{8}} \left(e^{\frac{\Delta t^2 (\omega - \omega_0)^2}{8}} - e^{-\frac{\Delta t^2 (\omega - \omega_0)^2}{8}} \right),$$

где

$$g_0 = \frac{\pi \Delta t \Delta x}{4} \sqrt{\frac{8\pi}{3N_0}} I_0$$

– максимум спектральной плотности излучения; ω_0 – центральная частота; Δx – поперечный размер импульса на входе в среду; Δt – его начальная длительность; I_0 – интенсивность излучения.

Еще одно граничное условие, определяющее направление распространения волн, было рассмотрено в линеаризованном виде:

$$\frac{\partial g}{\partial z} |_{z=0} = -ig(\omega, k_x, 0) \sqrt{k(\omega)^2 - k_x^2}.$$

Для решения уравнения (1) была использована численная схема Кранка–Николсона с аддитивным шагом по оси Z . Свертка в правой части уравнения (1) рассчитывалась с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье. Расчет был реализован на языке Фортран с применением средств параллелизации OpenMP.

Результаты расчета

С увеличением длины волны в оптическом промежутке прозрачности оптических сред глаза (от 600 до 900 нм) [20] длительность импульса будет уменьшаться, следовательно, опасность повреждения сетчатки будет возрастать (рис. 3). Область нулевой дисперсии, на которой не будет происходить уширение спектра,

¹ Standard A. Z136. 1–2007. American National Standard for the Safe Use of Lasers. 2007. 22 p.

находится в промежутке, где значение длины волны более 1200 нм. При этой длине волны оптические среды глаза имеют значительное поглощение, а риск повреждения сетчатки значительно снижается.

Из рис. 3 видно, что при длине волны 800 нм импульс длительностью 20 фс (на входе) уширяется при прохождении оптических сред глаза до импульса длительностью 180 фс. Таким образом, в работе показано, что на длинах волн, находящихся в области прозрачности сред глаза, длительность импульса при попадании на сетчатку не может быть меньше, чем 100 фс, и основным механизмом повреждения сетчатки при использовании ФЛС в данном диапазоне длин волн будет фотоионизация.

Как показали расчеты, самофокусировка в стекловидном теле возникает при мощностях, больших 10^{12} Вт/см². При данной мощности было зафиксировано существенное увеличение амплитуды поля на сетчатке. Данная плотность мощности вблизи сетчатки возникает при плотности мощности на входе в оптические среды глаза выше, чем 10^6 Вт/см².

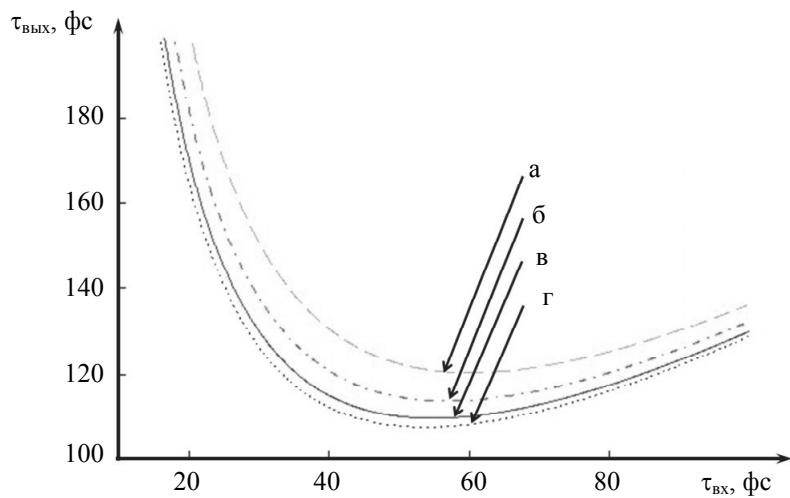


Рис. 3. Зависимость длительности излучения в непосредственной близости от сетчатки от длительности входного импульса в диапазоне прозрачности оптических сред глаза: $\tau_{\text{вх}}$ – длительность импульса на входе в глаз, $\tau_{\text{вых}}$ – длительность импульса в области глазного дна. Буквами обозначены кривые, соответствующие длиnam волн: а – 600 нм, б – 700 нм, в – 800 нм и г – 900 нм

I/I_0 , отн. ед.

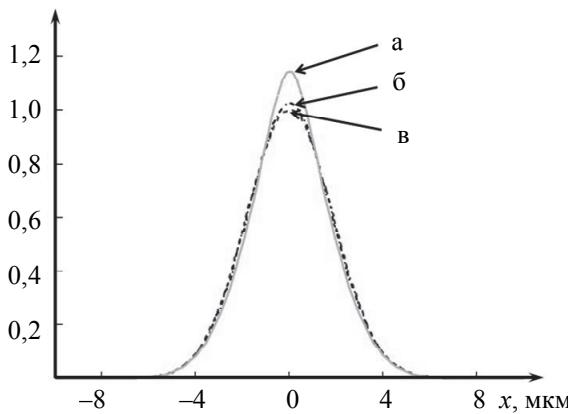


Рис. 4. График пространственного распределения интенсивности излучения в области сетчатки с исходной длительностью 10 фс (на входе в глаз) при среднем значении длины волны 800 нм. Кривая а – нормированная интенсивность (I_0), кривые б, в – соответствуют значениям плотности мощности 10^{12} Вт/см² и $5 \cdot 10^{12}$ Вт/см²

Увеличение интенсивности при входной плотности мощности излучения 10^{12} Вт/см² составило 3%, а при плотности мощности излучения $5 \cdot 10^{12}$ Вт/см² – около 15% от входной мощности (рис. 4). Нужно отметить, что процесс самофокусировки происходит лавинообразно, поэтому при более высоких мощностях происходит схлопывание пучка, не поддающееся численному моделированию. Данные расчетных значений соответствуют данным более ранних экспериментальных исследований [7] и показывают, что при превышении обозначенного порога вероятность необратимого повреждения сетчатки существенно возрастает.

Заключение

Представлена математическая модель распространения фемтосекундного излучения с учетом дисперсионного уширения во времени импульсов и возникновением самофокусировки при прохождении через стекловидное тело глаза. С помощью численного моделирования рассмотрены мелкомасштабная самофокусировка фемтосекундного излучения вблизи сетчатки и динамика процесса дисперсионного уширения и самофокусировки вблизи глазного дна. Выяснено, что основным механизмом повреждения при использовании титан-сапфирового лазера будет фотоионизация, так как длительность импульса излучения вблизи глазного дна имеет значение не менее 100 фс. При плотности мощности на входе в глаз больше $10^6 \text{ Вт}/\text{см}^2$ будет возникать явление мелкомасштабной самофокусировки в непосредственной близости от сетчатки, что может приводить к непоправимому воздействию излучения фемтосекундной лазерной системы на сетчатку. Полученные расчетные данные совпадают с экспериментальными данными, приведенными в American National Standard for the Safe Use of Lasers.

References

1. Kozlov S.A., Samartsev V.V. *Osnovy Femtosekundnoi Optiki* [Basics of Femtosecond Optics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 292 p.
2. *Femtosecond Laser Pulses: Principles and Experiments*. Ed. C. Rulliere. 2nd ed. Springer, 2005, 428 p.
3. Sati P., Verma U., Tripathi V.K. Self-focusing and frequency broadening of laser pulse in water. *Physics of Plasmas*, 2014, vol. 21, no. 11, art. 112110. doi: 10.1063/1.4901952
4. Freitas C., Moreno-Perdomo N., Gentil R., Baptista A.M.G., Macedo A.F. Functional impairment with minimal macular damage in femtosecond laser plasma injury: case report. *Arquivos Brasileiros de Oftalmologia*, 2013, vol. 76, no. 5, pp. 317–319.
5. Schumacher S., Sander M., Stolte A. Doepeke C., Baumgaertner W., Lubatschowski H. Investigation of possible fs-LASIK induced retinal damage. *Proc. Ophthalmic Technologies XVI*. San Jose, USA, 2006, art. 61381I. doi: 10.1117/12.645147
6. Sander M., Minet O., Zabarylo U., Muller M., Tetz M.R. Comparison of retina damage thresholds simulating the femtosecond-laser *in situ* keratomileusis (fs-LASIK) process with two laser systems in the CW-and fs-regime. *Laser Physics*, 2012, vol. 22, no. 4, pp. 805–812. doi: 10.1134/S1054660X12040172
7. Cain C.P., Thomas R.J., Noojin G.D., Stolarski D.J., Kennedy P.K., Buffington G.D., Rockwell B.A. Sub-50-fs laser retinal damage thresholds in primate eyes with group velocity dispersion, self-focusing and low-density plasmas. *Graefe's Archive for Clinical Experimental Ophthalmology*, 2005, vol. 243, no. 2, pp. 101–112. doi: 10.1007/s00417-004-0924-9
8. Artal P. Optics of the eye and its impact in vision: a tutorial. *Advances in Optics and Photonics*, 2014, vol. 6, no. 3, pp. 340–367. doi: 10.1364/AOP.6.000340
9. Whikehart D.R. *Biochemistry of the Eye*. Butterworth-Heinemann, 2004, 512 p.
10. Wang J., Sramek C., Paulus Y.M., Lavinsky D., Schuele G., Anderson D., Dewey D., Palanker D. Retinal safety of near-infrared lasers in cataract surgery. *Journal of Biomedical Optics*, 2012, vol. 17, no. 9, art. 095001.
11. Hansen A., Geneaux R., Gunther A., Kruger A., Ripken T. Lowered threshold energy for femtosecond laser induced optical breakdown in a water based eye model by aberration correction with adaptive optics. *Biomedical Optics Express*, 2013, vol. 4, no. 6, pp. 852–867. doi: 10.1364/BOE.4.000852
12. Shpolyanskii Yu.A. *Spektral'no-vremennaya evolyutsiya predel'no korotkikh impul'sov sveta v prozrachnykh sredakh i opticheskikh volnovodakh s dispersiei i kubicheskoi nelineinost'yu: dis. ... dokt. fiz.-mat. nauk* [Spectral and temporal evolution of extremely short light pulses in transparent media and optical waveguides with dispersion and cubic nonlinearity. Dis. dr. Phys.-Math. Sci.]. St. Petersburg, 2010, 246 p.
13. Daimon M., Masumura A. Measurement of the refractive index of distilled water from the near-infrared region to the ultraviolet region. *Applied Optics*, 2007, vol. 46, no. 18, pp. 3811–3820. doi: 10.1364/AO.46.003811
14. Mak A.A., Soms L.N., Fromzel' V.A., Yashin V.E. *Lazery na Neodimovom Stekle* [Neodymium-glass laser]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 288 p.
15. Libenson M.N., Yakovlev E.B., Shandybina G.D. *Interaction of Laser Light with Matter (Power Optics). Lecture Notes. Part I. The Absorption of Laser Radiation in Matter* / Ed. V.P. Veiko. St. Petersburg, SPbSU ITMO, 2008, 141 p. (In Russian)
16. Manenkov A.A. Fundamental mechanisms of laser-induced damage in optical materials: today's state of understanding and problems. *Optical Engineering*, 2014, vol. 53, no. 1, art. 131013V. doi: 10.1117/1.OE.53.1.10901
17. Chimier B., Uteza O., Sanner N., Sentis M., Itina T., Lassonfe P., Legare F., Vidal F., Kieffer J.C. Damage and ablation thresholds of fused-silica in femtosecond regime. *Physical Review B – Condensed Matter and Materials Physics*, 2011, vol. 84, no. 9, art. 094104. doi: 10.1103/PhysRevB.84.094104

18. Docchio F., Sacchi C.A., Marshall J. Experimental investigation of optical breakdown thresholds in ocular media under single pulse irradiation with different pulse durations. *Lasers Ophthalmology*, 1986, vol. 1, pp. 83–93.
19. Ezerskaya A.A., Ivanov D.V., Kozlov S.A., Kivshar Y.S. Spectral approach in the analysis of pulsed terahertz radiation. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 2012, vol. 33, no. 9, pp. 926–942. doi: 10.1007/s10762-012-9907-9
20. Pal'tsev Yu.P. Effekty vozdeistviya lazernogo izlucheniya [Effects of laser light exposure]. In: *Vozdeistvie na Organizm Cheloveka Opasnykh i Vrednykh Proizvodstvennykh Faktorov. Mediko-Biologicheskie i Metrologicheskie Aspekty* [The Impact Dangerous and Harmful Factors on Human. Biomedical and Metrological Aspects]. V. 1. Moscow, Standards Publ., 2004, pp. 170–189.

Рогов Павел Юрьевич

— инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российской Федерации, gogoru@niuitmo.ru

Князев Михаил Александрович

— инженер-исследователь, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российской Федерации, knyazev.michael@gmail.com

Беспалов Виктор Георгиевич

— доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российской Федерации, victorbespaloff@gmail.com

Pavel Yu. Rogov

— engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, rogovpu@niuitmo.ru

Mikhail A. Knyazev

— research engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, knyazev.michael@gmail.com

Victor G. Bespalov

— D.Sc., Professor, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, victorbespaloff@gmail.com