

Treball de Fi de Grau

Grau en enginyeria en tecnologies industrials

**Estudi de la producció de diversos tipus de peces en una línia
de banys amb transport per grua**

MEMÒRIA

Autor: Eva Moragues Escalona
Director: Manel Mateo Doll
Convocatòria: Setembre 2017



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona





Resum

En aquest treball s'explicarà i es resoldrà el problema de programació d'operacions conegut amb el nom de *Hoist Scheduling Problem* o problema de programació del transportador. Aquest problema es presenta sobretot en el sector galvanotècnic, on s'han de tractar peces submergint-les en una sèrie de banys de tractament.

L'objectiu d'aquest treball serà desenvolupar un mètode de resolució mitjançant la programació d'un algorisme que aconsegueixi obtenir la seqüència de tractament òptima per a aquest problema. A més, s'investigarà si es pot arribar a reduir encara més el temps del procés del problema clàssic, duplicant un dels tancs en la seqüència de tractament i observant com això afecta els temps resultants.

Per aconseguir aquest objectiu, en la primera part del treball es defineix el problema amb uns exemples de diferents casuístiques i s'escull la que es tractarà en el treball. Tot seguit, es recopilen diferents mètodes de resolució i es decideix el mètode per aplicar a la casuística concreta que es tractarà.

Un cop establertes les bases del problema, es descriu el mètode de resolució escollit en detall i l'algorisme proposat per a la resolució. Per completar aquests capítols, es mostren exemples de resolucions teòrics i numèrics.

Finalment, s'analitza l'impacte ambiental i el pressupost de la implementació del mètode de resolució trobat i es conclou amb un resum dels resultats observats.



Sumari

RESUM	3
SUMARI	5
1. INTRODUCCIÓ	7
2. DEFINICIÓ DEL PROBLEMA	8
2.1. Fabricació una peça, una unitat ($m; n=1; p=1$).....	10
2.2. Fabricació una peça, moltes unitats ($m; n=1; p \rightarrow \infty$)	11
2.3. Fabricació més d'un tipus de peça, una unitat ($m; n>1; p=1$).....	13
2.4. Fabricació més d'un tipus de peça, moltes unitats ($m; n>1; p \rightarrow \infty$).....	14
3. MÈTODES DE RESOLUCIÓ PER A PROBLEMES SEQÜENCIALS	16
3.1. Mètodes aproximats.....	16
3.2. Mètodes exactes	18
3.3 Elecció del mètode.....	18
4. DESCRIPCIÓ DE LA METODOLOGIA DE RAMIFICACIÓ I PODA	21
4.1. Definició i representació.....	21
4.2. Aplicació de la metodologia de ramificació i poda al problema tractat.	23
4.3. Model	25
4.3.1. Descripció de les dades i variables a determinar	25
4.3.2. Funció objectiu i restriccions del model.....	26
4.4. Exemple de tractament de dues peces en tres tancs	33
4.4.1. Aplicació numèrica del procediment de ramificació i poda	38
4.4.1.1. Vèrtex del nivell 1 o arrel	39
4.4.1.2. Vèrtexs del nivell 2	42
4.4.1.3. Vèrtex del nivell 3.....	55
4.5. Duplicació d'un tanc per a la reducció del temps de cicle.....	57
4.5.1 Exemple de tractament amb un tanc duplicat.....	58
5 ALGORISME PROPOSAT	61

6.	RESULTATS EXPERIMENTALS	64
7.	IMPACTE AMBIENTAL	69
8.	PRESSUPOST	71
9.	CONCLUSIONS	73
10.	AGRAÏMENTS	74
11.	BIBLIOGRAFIA	75
12.	ANNEXOS	77



1. Introducció

Avui en dia, el món de la indústria segueix avançant cap a l'automatització de processos. Sovint, tant la rapidesa com l'efectivitat són qualitats molt rellevants, doncs solen tenir un impacte sobre els beneficis de l'empresa. En conseqüència, és constant la cerca de nous mètodes que busquen garantir l'optimització del temps, tot mantenint l'efectivitat.

En aquest treball es tractarà d'optimitzar un problema del sector galvanotècnic, en el qual hi ha una cadena de fabricació on les peces han de ser tractades passant per diferents banys, de diversos productes, podent-se submergir només una peça per tanc. Aquests banys estan disposats consecutivament per ordre de tractament i les peces són transportades entre ells amb un transportador. El transportador només té la capacitat d'agafar una peça i per tant haurà d'anar fent viatges al llarg de la línia de tancs, canviant les peces de tractament. Com es tracta d'una línia de tractament en què les peces són fabricades en sèrie, el transportador farà sempre els mateixos moviments en el mateix ordre, anomenant així el conjunt d'aquests moviments, una seqüència. Com menys temps trigui el procés de fabricar una peça, millor es pot dir que és la seqüència de moviment del transportador.

El problema de programació d'operacions per trobar aquesta seqüència òptima de moviments d'un transportador per al tractament de peces és conegut com a *Hoist Scheduling Problem* o problema de programació del transportador.

Aquest problema i els seus possibles mètodes de resolució seran explicats. A continuació, fent servir el mètode triat es programarà un algorisme en el llenguatge informàtic Python que donat les dades del problema, retornarà la millor seqüència per al procés de tractament de les peces. Finalment, s'estudiarà el problema en el cas de la duplicació d'un dels tancs de tractament, aquell on el temps de tractament sigui més elevat, per veure si d'aquesta manera és possible millorar el temps de procés del tractament de les peces.

2. Definició del problema

En una línia de producció es disposa d'un conjunt de tancs col·locats en fila. Cada tanc conté un producte químic en estat líquid necessari per a la producció de peces.

Les peces que es volen produir hauran de ser submergides en cadascun d'aquests tancs durant un temps establert per tal d'obtenir les propietats necessàries per a ser considerades com un producte acabat.

El temps de remull necessari d'una peça dins d'un tanc variarà segons el tipus de peça i el contingut del tanc. D'aquesta manera, cada tipus de peça tindrà associats diferents temps de remull, corresponents a cadascun dels tancs de la línia de producció.

Aquest temps de remull està fitat entre un mínim i un màxim que hauran de ser respectats perquè en el primer cas tingui l'efecte químic esperat i en el segon cas no s'arribi a fer malbé per estar-s'hi massa estona.

Com a hipòtesi, se suposarà que els tancs estaran ordenats per l'ordre en què serà necessari fer-los servir. Així, les peces només hauran d'anar avançant pels diferents banys i en cap moment hauran de retrocedir per a ser submergides en un bany anterior al que es trobin en aquell moment.

Per traslladar les peces d'un bany a l'altre es disposa d'un transportador penjat del sostre i sobre la fila de tancs. Se suposarà que només n'hi ha un per a tota la línia. El transportador té uns temps de desplaçament entre tancs consecutius que variaran segons si està desplaçant-se amb càrrega o sense. Altrament, el temps amb càrrega serà superior al temps sense càrrega a causa del pes de la peça transportada, i per a la necessitat de fer una pausa en treure una peça del tanc perquè aquesta s'escorri.

El temps de càrrega, de la plataforma de càrrega al primer tanc, i el temps de descàrrega de la peça, des de l'últim tanc fins a la plataforma de descàrrega, serà igual al temps de desplaçament del transportador amb càrrega entre dos tancs consecutius.

Els moviments que pot efectuar aquest transportador seran els d'agafar i dipositar una peça dins d'un tanc i els de desplaçar-se per la seva guia de suport transportant una peça o sense transportar res d'esquerra a dreta o viceversa.



A la figura 2.1 es pot veure un esquema de la línia de producció amb el transportador.

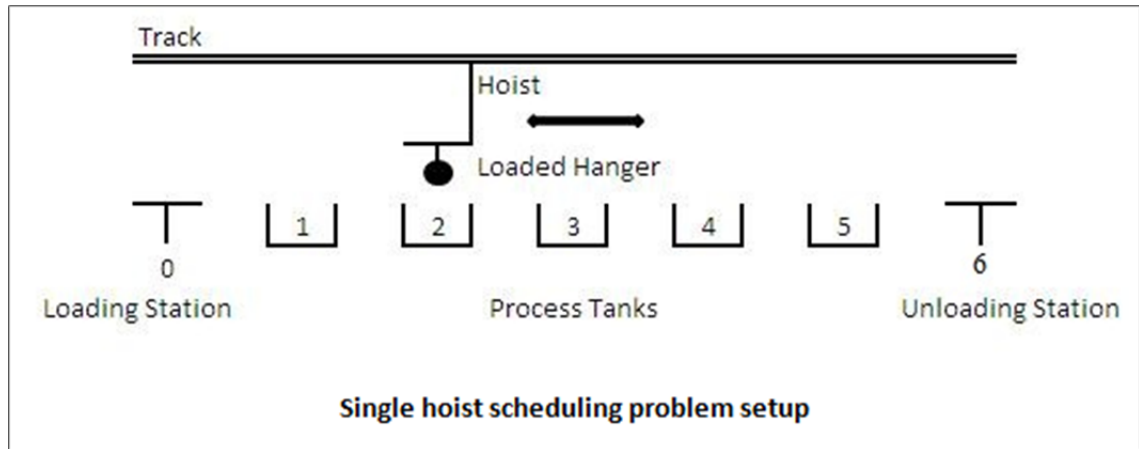


Figura 2.1. Esquema sistema de tractament

(<http://opexanalytics.com/sample-custom-optimization-scheduling-problem/>)

Dues hipòtesis més que s'hauran de tenir en compte a l'hora de resoldre el problema seran que no hi podrà haver més d'una peça en un mateix tanc i que el transportador només serà capaç de transportar una única peça en un mateix instant de temps.

Resumint, els punts clau a tenir present seran:

- Es disposa d'una línia de tancs i d'un conjunt de peces diferents.
- Només pot haver-hi una peça en un mateix tanc i instant de temps.
- El transportador només pot traslladar una peça en un mateix instant de temps.
- S'hauran de respectar temps màxims i mínims de remull de cada peça en cada tanc.
- S'haurà de respectar l'ordre en què han de ser processades les peces en els tancs. Aquest ordre coincideix amb l'ordre en què estan ordenats els tancs.
- No es produiran avançaments de les peces en passar pels tancs.

Tenint en compte aquestes restriccions, l'objectiu és trobar la seqüència òptima de peces i d'operacions en tots els tancs per a realitzar el tractament de totes les peces en el menor temps possible.

La notació empleada serà la següent:

m : nombre de tancs de la línia de producció.

n : nombre de peces diferents de la línia de producció.

p : total d'unitats a fabricar de cada tipus de peça.

f : temps de desplaçament amb càrrega del transportador entre dos tancs consecutius, entre la plataforma inicial i el primer tanc o entre l'últim tanc i la plataforma final.

e : temps de desplaçament sense càrrega del transportador entre dos tancs consecutius, entre la plataforma inicial i el primer tanc o entre l'últim tanc i la plataforma final.

$a_{ij} = a_k$: temps mínim de tractament de la peça j en el tanc i , que és el mateix que el temps mínim de tractament corresponent al moviment k (més endavant es presentarà la relació entre i, j i k).

$b_{ij} = b_k$: temps màxim de tractament de la peça j en el tanc i , que és el mateix que el temps màxim de tractament corresponent al moviment k (més endavant es presentarà la relació entre i, j i k).

t_k : instant en el que el transportador agafa una peça del tanc o plataforma per a treure-la, k fa referència al número del moviment.

H : seqüència de moviments de les peces.

2.1. Fabricació una peça, una unitat ($m; n=1; p=1$)

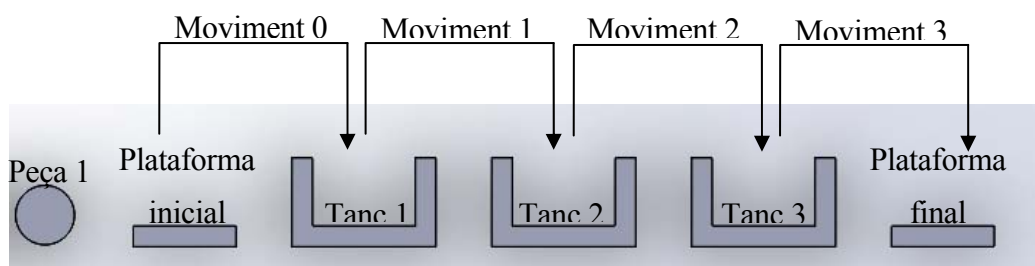


Figura 2.2. Exemple fabricació una peça, una unitat (font pròpia)

Com a exemple pràctic, en la figura 2.2 hi ha la casuística de la producció d'una única peça. En aquest cas, només pot existir una seqüència de moviment vàlida, movent la peça pels tancs



en ordre de tractament, que correspon amb l'ordre en què estan disposats. Així doncs, el primer tractament es farà en el tanc 1, el segon tractament en el tanc 2, i així successivament.

Els valors de la notació definida anteriorment quedaran de la següent manera:

m: 3, perquè hi ha tres tancs de tractament en total

n: 1, perquè hi ha un tipus de peça a tractar

p: 1, perquè es tractarà una sola peça

f: temps de desplaçament amb càrrega del transportador entre els tancs 1-2 o 2-3, o entre la plataforma inicial – tanc 1 i tanc 3- plataforma final.

e: temps de desplaçament sense càrrega, en les dues direccions, del transportador entre els tancs 1-2 o 2-3, o entre la plataforma inicial – tanc 1 i tanc 3- plataforma final.

$a_{i,j} = a_k$: temps mínim de tractament de la peça 1 en el tanc i (1, 2 o 3), que és el mateix que el temps mínim de tractament corresponent al moviment del tanc k (1, 2 o 3). Ex: $a_{1,1} = a_1$ ambdós valors són el temps mínim de tractament de la peça 1 en el tanc 1.

$b_{i,j} = b_k$: temps màxim de tractament de la peça 1 en el tanc i (1, 2 o 3), que és el mateix que el temps màxim de tractament corresponent al moviment del tanc k (1, 2 o 3). Ex: $b_{1,1} = b_1$ ambdós valors són el temps màxim de tractament de la peça 1 en el tanc 1.

t_k : instant en el que el transportador agafa una peça del tanc o plataforma per a treure-la; k=0 fa referència al moviment entre la plataforma inicial i el tanc 1, k=1 fa referència al moviment entre el tanc 1 i el tanc 2, k=2 fa referència al moviment entre el tanc 2 i 3, finalment k=3 fa referència al moviment entre el tanc 3 i la plataforma final.

H: la seqüència que s'ha de seguir per fer el tractament a la peça. Primer agafar la peça i submergir-la en el tanc 1 (moviment 0), passar la peça del tanc 1 al tanc 2 (moviment 1), passar la peça del tanc 2 al tanc 3 (moviment 2) i finalment treure la peça del tanc 3 (moviment 3), per tant $H = (0, 1, 2, 3)$.

2.2. Fabricació una peça, moltes unitats (m; n=1; p $\rightarrow\infty$)

En el cas que es volgués fabricar una mateixa peça en sèrie amb les mateixes condicions que

en l'exemple del capítol 2.1, els valors de les dades serien els mateixos, però ara es tindria més d'una possible seqüència. La raó per la possibilitat de múltiples seqüències, és que ja no falta que la primera peça que entra al tanc 1 acabi el cicle (surti del tanc 3) per introduir la següent peça en el tanc 1.

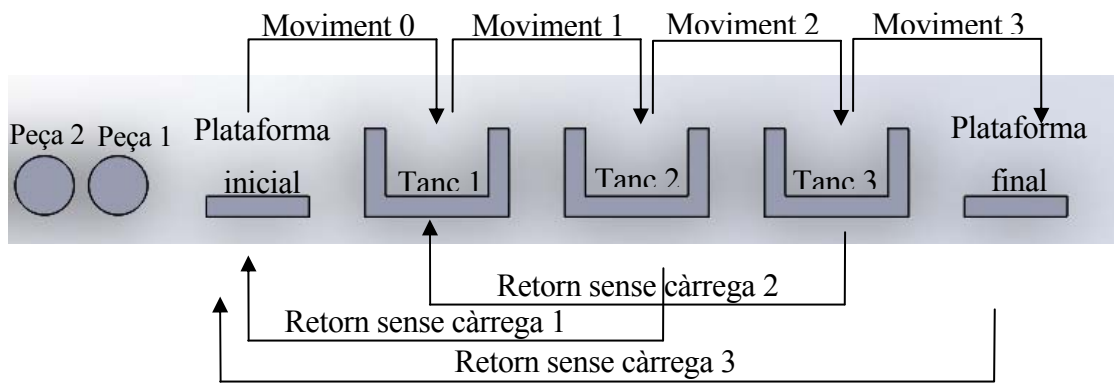


Figura 2.3. Exemple fabricació una peça, moltes unitats (font pròpia)

Per tant, a l'inici de la fabricació una possible seqüència podria ser:

- Peça 1: plataforma inicial – tanc 1 (moviment 0)
- Peça 1: tanc 1 – tanc 2 (moviment 1)
- Transportador sense càrrega: tanc 2 – plataforma inicial; es torna per agafar la peça següent a tractar deixant la primera tractant-se en el tanc 2 (moviment de retorn sense càrrega 1)

Una vegada en aquestes condicions, s'aniria repetint tantes vegades com calgués els moviments:

- Peça 2: plataforma inicial – tanc 1 (moviment 0)
- Transportador sense càrrega: tanc 1 – tanc 2; moviment sense càrrega perquè no hi poden haver dues peces en el mateix tanc. Es va a buscar la peça del tanc 2 per moure-la al tanc 3 (moviment 1)
- Peça 1: tanc 2 – tanc 3 (moviment 2)
- Transportador sense càrrega: tanc 3 – tanc 1; moviment sense càrrega, es va a buscar la peça del tanc 1 per moure-la al tanc 2 (moviment de retorn sense càrrega 2)
- Peça 2: tanc 1- tanc 2 (moviment 1)
- Transportador sense càrrega: tanc 2 – tanc 3 (moviment 2)
- Peça 1: tanc 3 – plataforma final; es treu la primera peça introduïda amb el tractament acabat (moviment 3)



- Transportador sense càrrega: plataforma final – plataforma inicial; es va a buscar una tercera peça per introduir-la en el primer tanc (moviment de retorn sense càrrega 3). A partir d'aquest últim pas, es repeteix la seqüència, per tant, en la següent iteració la peça 2 passaria a ser la 3 i la peça 1 seria ara la 2, i així successivament.

A l'hora de representar la seqüència amb la nomenclatura definida, els moviments del transportador sense càrrega no s'especifiquen, sinó que s'escriu només els moviments corresponents al desplaçament de les peces (moviments 0, 1, 2, 3 amb càrrega). A més, la seqüència és cíclica, perquè es produeixen moltes peces del mateix tipus en cadena, i per tant es pot escriure la seqüència H amb la idea que ja hi ha alguna peça dins d'un tanc quan es comença. Així doncs, la seqüència descrita s'escriurà com $H = (0, 2, 1, 3)$, partint de la base que hi ha una peça en el tanc 2 quan es comença la seqüència.

2.3. Fabricació més d'un tipus de peça, una unitat ($m; n>1; p=1$)

En el cas de dos tipus de peces, les característiques de cada peça seran diferents i per tant els temps mínim i màxim de tractament en cada tanc poden canviar segons la peça.

En relació a la nomenclatura dels moviments, el que s'anomenava moviment 0 en els apartats 2.1 i 2.2 pot fer referència al primer o segon tipus de peça. Per tal de diferenciar els moviments entre tancs segons els tipus de peça, es farà servir la nomenclatura de la figura 2.4 on el moviment 0 ara fa referència al moviment de la peça tipus 1 des de la plataforma inicial fins al tanc 1, i el moviment 1 fa referència al moviment de la peça tipus 2 de la plataforma inicial fins al tanc 1.

Cada plataforma o tanc tindrà associats tants moviments com tipus de peces hi hagi. El primer moviment de cada plataforma o tanc farà referència al primer tipus de peça, el segon al segon tipus de peça i així successivament.

Seguint amb l'exemple d'una línia de tractament amb 3 tancs, les dades quedaran de la següent manera:

m: 3

n: 2

p:1

f: temps de desplaçament amb càrrega del transportador entre els tancs 1-2 o 2-3, o entre la plataforma inicial – tanc 1 i tanc 3- plataforma final.

e: temps de desplaçament sense càrrega del transportador entre els tancs 1-2 o 2-3, o entre la plataforma inicial – tanc 1 i tanc 3- plataforma final.

$a_{i,j} = a_k$: temps mínim de tractament de la peça 1 o 2 en el tanc i (1, 2 o 3), que és el mateix que el temps mínim de tractament corresponent al moviment k (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 o 7). Ex: $a_{1,1} = a_2$ ambdós valors són el temps mínim de tractament de la peça tipus 1 en el tanc 1 (moviment 2).

$b_{i,j} = b_k$: temps màxim de tractament de la peça 1 o 2 en el tanc i (1, 2 o 3), que és el mateix que el temps màxim de tractament corresponent al moviment k (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 o 7). Ex: $b_{1,1} = b_2$ ambdós valors són el temps màxim de tractament de la peça tipus 1 en el tanc 1 (moviment 2).

t_k : instant en el que el transportador agafa una peça del tanc o plataforma per a treure-la, en aquest cas, k fa referència als moviments (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

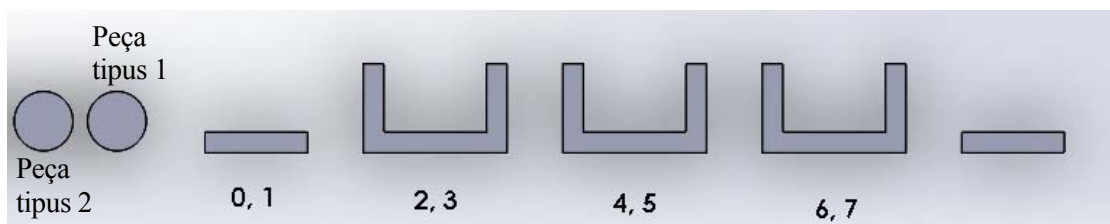


Figura 2.4. Exemple fabricació més d'una peça, una unitat (font pròpia)

La seqüència H d'aquest cas podria ser tractar primer la peça 1 (moviments 0, 2, 4, 6) i després la peça 2 (moviments 1, 3, 5, 7), resultant en $H = (0, 2, 4, 6, 1, 3, 5, 7)$. Una altra opció seria començar a tractar la peça 1, i abans d'acabar el procés mentre està al tanc 2, introduir la peça dos en la línia de tractament, obtenint així $H = (0, 2, 1, 4, 3, 6, 5, 7)$.

2.4. Fabricació més d'un tipus de peça, moltes unitats ($m; n > 1; p \rightarrow \infty$)

Aquest és el cas que s'analitzarà en aquest treball, en concret, el cas amb dos tipus de peces. En aquest cas, la diferència amb l'apartat 2.3 és que la seqüència es va repetint cíclicament



com en l'apartat 2.2. És a dir, que un cop acabada la seqüència H, aquesta es tornaria a repetir fins al moment el que es paressin les màquines.

Igual que en el cas de la fabricació de moltes unitats amb un sol tipus de peça, el fet que el procés sigui cíclic, dóna lloc a més possibilitat de seqüències donat que ara es pot contemplar la possibilitat que hi hagi peces que es trobin dins un dels tancs abans de començar.

Per exemple, el cas $H = (0, 5, 7, 2, 1, 4, 6, 3)$, on una peça es troba en el tanc 2 al començament de la seqüència. En aquest cas, els moviments realitzats seran:

- Peça 1: plataforma inicial – tanc 1 (moviment 0)
- Transportador sense càrrega: tanc 1 – tanc 2 per anar a agafar la peça de tipus 2 que es troba en el tanc 2 de la seqüència anterior.
- Peça 2: tanc 2 – tanc 3 (moviment 5)
- Peça 2: tanc 3 – plataforma final (moviment 7)
- Transportador sense càrrega: tanc 3 – tanc 1 per anar a agafar la primera peça introduïda en el tanc 1.
- Peça 1: tanc 1 – tanc 2 (moviment 2)
- Transportador sense càrrega: tanc 2 – plataforma inicial per anar a buscar la segona peça a introduir en el tanc 1.
- Peça 2: plataforma inicial – tanc 1 (moviment 1)
- Transportador sense càrrega: tanc 1 – tanc 2 per anar a buscar la peça 1.
- Peça 1: tanc 2 – tanc 3 (moviment 4)
- Peça 1: tanc 3 – plataforma final (moviment 6)
- Transportador sense càrrega: plataforma final – tanc 1 per anar a buscar la peça 2
- Peça 2: tanc 1 – tanc 2 (moviment 3). Aquí s'acaba la seqüència, deixant la peça 2 en el tanc 2.

3. Mètodes de resolució per a problemes seqüencials

Per a resoldre problemes d'optimització combinatoria, com el que ens ocupa, existeixen una gran varietat de mètodes que, segons **Luque Polo (2006)**, es poden dividir en dos grans grups: mètodes aproximats i mètodes exactes.

3.1. Mètodes aproximats

Els mètodes aproximats consumeixen menys memòria i recursos computacionals però per contra, no sempre troben la solució òptima al problema. Els dos grups de mètodes més destacats dins d'aquest grup són els mètodes heurístics i els metaheurístics.

- Els mètodes heurístics són algorismes que troben solucions de bona qualitat per a problemes combinatoris complexos utilitzant uns esforços computacionals relativament petits. Per a aquesta raó solen ser també els mètodes més ràpids. L'inconvenient d'aquests mètodes és que la solució trobada tot i ser bona, no té per què ser l'òptima. Si el problema a tractar no tingués la presència del transportador ni els temps màxims de procés, es podrien fer servir mètodes heurístics dissenyats per al *flow-shop* de més de dues màquines. Dos exemples són el mètode de Palmer i de Gupta.

- Mètode de Palmer

El mètode de Palmer proposa un índex d'ordenació per a seqüències de treballs a les màquines basant-se en els temps dels processos. Es dona prioritat als treballs amb un temps de procés que tendeixen a incrementar-se a mesura que van avançant per les màquines. Els treballs amb temps de procés que va disminuint a mesura que avança per la línia, en canvi, rebran una prioritat baixa. El mètode programa els treballs en ordre decreixent segons el valor de l'índex de prioritat, minimitzant així el valor del temps de tot el procés.



- Mètode de Gupta

El mètode de Gupta és similar al mètode de Palmer però canvia la manera en què es defineix l'índex de prioritat. S'ordenarà els moviments o operacions de peces per ordre creixent de l'índex resolent els empats a favor de la peça que tingui una suma de temps menor a totes les màquines.

- Els mètodes metaheurístics ofereixen bons resultats, però així com en el mètode heurístic, el resultat final no té per què ser l'òptim. S'acostuma a fer servir per a problemes en els quals un algorisme heurístic no pot garantir gaire bones solucions en exemplars variats de mida gran. Dos exemples són els mètodes de GRASP i ACO.

- Mètode GRASP

El mètode GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) és una metaheurística simple que combina heurístiques constructives amb una cerca local. La cerca local és un mètode heurístic per resoldre problemes d'optimització complexos. Els algoritmes de cerca local es mouen d'una solució a una altra aplicant canvis locals fins que es troba una solució òptima o s'arriba al temps màxim de procés establert.

El mètode GRASP és un procediment iteratiu, compostos per dues fases: primer una construcció de la solució i posteriorment un procés de millora. La solució de millora és el resultat del procés de cerca local.

- Mètode ACO

El mètode ACO (*Ant Colony Optimization*) fa servir una metaheurística que està inspirada en el comportament de la cerca de menjar de les formigues reials. El comportament seria el següent: inicialment es comença explorant l'àrea prop del niu de manera aleatòria i en el moment que una formiga troba menjar, la porta al niu. Mentre realitza aquest camí va dipositant un component químic que ajuda a la resta de formigues a trobar el menjar. Aquest rastre anomenat feromona permet a les formigues trobar el camí més curt entre el niu i el menjar. Aquesta funcionalitat és la que s'intenta simular amb el mètode ACO per resoldre problemes d'optimització on el rastre és simulat mitjançant un model probabilístic.

3.2. Mètodes exactes

Els mètodes exactes proporcionen la solució òptima al problema a canvi de fer servir més esforços computacionals i memòria. Dins d'aquest grup hi ha mètodes com el d'enumeració de solucions i el de ramificació i poda.

- Mètode d'enumeració de solucions

Aquest mètode es basa en l'enumeració de totes les possibles solucions del problema, i posteriorment s'escull la que té el millor valor. Si existeix més d'una permutació amb la mateixa solució, el problema tindrà múltiples solucions i s'escollirà qualsevol d'aquestes.

El principal inconvenient d'aquest mètode serà la quantitat de recursos i de temps de càlcul necessaris per a poder tractar totes les solucions possibles del problema. Per tant, aquest mètode s'acostuma a emprar quan la mida del problema és molt reduïda i es desitja obtenir resultats exhaustius sobre la distribució de les solucions del problema o bé per comparar els resultats amb els procediments heurístics per a problemes de dimensió reduïda.

- Algorisme ramificació i poda (Branch and Bound)

Aquest és un mètode mitjançant el qual es van analitzant solucions parcials del problema (subseqüències en el cas que ens ocupa) que es van fent més completes progressivament en anar afegint restriccions del model global. Aquelles opcions o solucions parcials que no són vàlides es van descartant estalviant així temps de càlcul, fins a arribar al resultat final.

3.3 Elecció del mètode

Després d'estudiar les possibles opcions per a la resolució d'un problema d'optimització combinatòria s'escollirà un dels mètodes analitzats per a la resolució del problema plantejat en el treball.

Els mètodes heurístics de Palmer i de Gupta es poden descartar, ja que no estan pensats per un problema amb temps màxims de procés i un recurs addicional com un transportador com és el



cas de l'analitzat.

Els mètodes metaheurístics compleixen les característiques per resoldre el tipus de problema plantejat amb l'únic inconvenient de no garantir una solució exacta. Com que en aquest treball es treballarà amb una dimensió del problema reduïda (això és que no hi haurà un nombre de possibles solucions molt elevat), interessa més fer servir un mètode de solucions exactes. Per tant, tenint en compte que el problema a analitzar no té un nombre de possibles solucions molt elevat, però sí considerable, i que es vol trobar una solució exacta en el menor temps possible, s'utilitzarà el mètode de ramificació i poda, ja que dels dos mètodes exactes estudiats, el mètode de ramificació i poda, no analitza totes les opcions a menys que això sigui estrictament necessari, fent així ús de menys recursos computacionals. Aquest mètode de resolució serà per tant, també més ràpid a l'hora de trobar una solució.

Si més endavant es volgués treballar amb una dimensió major del problema (més peces i més tancs), s'hauria de treballar amb un mètode metaheurístic, fent servir de base les solucions trobades amb el mètode de ramificació i poda escollit per comparar els resultats.

En la taula 3.1 es presenta un resum dels diferents mètodes de resolució emprats per diverses persones que han estudiat el problema de *hoist scheduling*:

Mètode	Autors
Ramificació i poda (Branch and Bound)	<ul style="list-style-type: none"> - Shapiro and Nuttle (1988) - Baptiste, Legeard, and Varnier (1992) - Hanen and Munier (1993) - Manier-Lacoste (1994) - Armstrong et al. (1994) - Lei and Wang (1989a, 1994) - Varnier and Baptiste (1995) - Ge and Yih (1995) - Ng (1995) and (1996) - Chen, Chu, and Proth (1998)

<p>Heurístiques i Metaheurístiques</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Thesen and Lei (1990) - Baptiste et al. (1992) - Yin and Yih (1992) - Baptiste, Legeard, Manier, and Varnier (1993) - Manier-Lacoste (1994) - Yih (1994) - Song, Storch, and Zabinsky (1995) - Cheng and Smith (1995) - Bloch, Varnier, and Baptiste (1996) - Caux and Pierreval (1997) - Bloch, Varnier, and Baptiste (1999). - Spacek, Manier, and El Moudni (1999)
<p>Programació disjuntiva</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Lamothe, Correge, and Delmas (1995)
<p>Xarxes de Petri</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Calvez, Aygalinc, and Khansa (1997)

Taula 3.1. Mètodes de resolució utilitzats en el Hoist scheduling Problem



4. Descripció de la metodologia de ramificació i poda

4.1. Definició i representació

El mètode de ramificació i poda, conegut en la literatura com a mètode *Branch and Bound*, és un mètode de resolució utilitzat per resoldre problemes d'optimització combinatòria.

La representació és en forma d'arbre, és a dir, un graf amb un vèrtex origen o arrel on no hi va a parar cap arc. En la figura 4.1 es mostra un exemple d'aquesta estructura.

En aquest arbre, els diferents vèrtexs se situen per nivells (nivell 1,2...) fins a arribar a l'últim nivell. En el cas concret d'aquest treball a cada nivell es considerarà un tanc més en la línia; és a dir, en el nivell 1 només es considera el primer tanc (els moviments de transport de les peces que surten del tanc 1); en el 2 es considera tant el primer com el segon.... En aquest problema tots els vèrtexs terminals, sense cap arc que emergeixi, s'anomenen fulles i corresponen a l'últim nivell.

El nombre de nivells coincidirà amb el nombre de "pisos" de l'arbre, que al seu temps es correspon amb el nombre de tancs del problema; en el cas de la figura 4.1 el nombre de nivells seria cinc (quatre més l'arrel).

Com s'ha demostrat a Mateo (2001), en un esquema de resolució de ramificació i poda, aquest és l'enfocament més eficient.

Aquest sistema es basa en l'anàlisi progressiva d'arcs d'un camí de seqüències que es poden donar en un problema d'optimització. Per tal de realitzar aquesta anàlisi progressiva es comença amb una part de la seqüència (els primers moviments de la línia de producció corresponents al tanc 1) i posteriorment es van afegint els moviments de la resta de tancs i s'analitza la viabilitat de la seqüència a mesura que es van afegint. A l'acció d'afegir moviments d'un tanc a la seqüència se'n diu ramificar. Consisteix en, a partir d'un vèrtex, descriure totes les combinacions possibles afegint nous moviments. Durant aquest procés es van descartant les solucions o seqüències que no són vàlides per no complir les restriccions. A més, es va ramificant primer les solucions més eficients; d'aquesta manera, s'estalvia el temps d'analitzar totes aquelles seqüències que donarien un resultat menys bo o bé invàlid per incompliment de les restriccions.

Branch-and-Bound

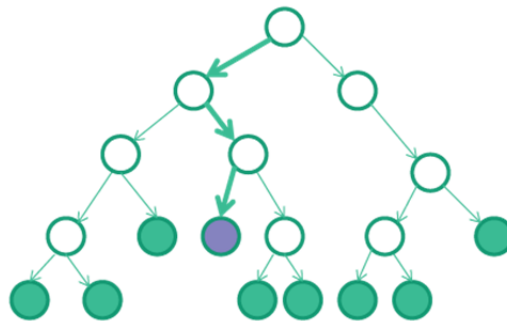


Figura 4.1. Exemple estructura ramificació i poda

(<http://www.gurobi.com/resources/getting-started/mip-basics>)

Les diferents possibles solucions parcials o completes que es van analitzant, representades com a cercles en la figura 4.1, s'anomenen nodes o vèrtexs. Així mateix, aquests nodes podran ser de diferents tipus segons la funció que desenvolupin en l'algorisme.

Primerament, es defineix com a node viu de l'arbre aquell node que tingui possibilitats de ser ramificat. Es considera que un node pot ser ramificat quan la seqüència analitzada d'aquest node és factible.

Altament, es defineix com a node en expansió de l'arbre aquell node que està sent ramificat. Es considera que un node està sent ramificat quan s'estan estudiant les seqüències resultants d'afegir un cert nombre de moviments més a la seqüència que hi havia anteriorment.

Es defineix com a fulla aquell node que ja no pot ser ramificat i que, per tant, és en si mateix una solució.

Per últim, es defineix com a node mort de l'arbre els nodes que han estat ramificats, o bé descartats.

L'aplicació d'aquest mètode es pot dividir en tres etapes diferents: selecció, ramificació i poda. Durant la selecció, s'extreu un node del conjunt de nodes vius per analitzar. Posteriorment, durant la ramificació, es construeixen els possibles nodes fills (ramificacions) del node seleccionat (anomenat node pare) en el pas anterior. Es calculen els temps dels nodes fills, que no podran ser mai inferiors als del node pare. Per últim, en la poda s'eliminen els nodes creats en l'etapa anterior que es considerin no factibles.

Aquestes etapes es van repetint iterativament fins que es troba una solució o s'esgota el nombre de nodes vius.



4.2. Aplicació de la metodologia de ramificació i poda al problema tractat.

En el cas concret del problema a tractar, les seqüències analitzades correspondran als moviments de les peces entre els tancs.

Per descriure els moviments realitzats pel transportador, s'associarà a la plataforma de càrrega i a cadascun dels tancs un seguit de nombres enters, que per cada tanc i plataforma serà el nombre total de peces, que representaran el moviment d'extracció d'una peça. La numeració començarà sempre amb el nombre 0 i anirà avançant en ordre ascendent.

En l'exemple de la figura 4.2 de dues peces i tres tancs, s'il·lustra el concepte esmentat: a sota de la plataforma de càrrega i dels tancs es poden veure dos nombres escrits corresponents als moviments d'extracció de les peces. El primer nombre de cada parella fa referència als moviments de la primera peça mentre que el segon nombre de cada parella fa referència als moviments de la segona peça.

D'aquesta manera, el nombre 0 correspon a l'extracció de la primera peça (peça A) de la plataforma de càrrega inicial i la seva introducció en el primer tanc i el nombre 1 correspon a la mateixa seqüència de moviments per a la segona peça (peça B).

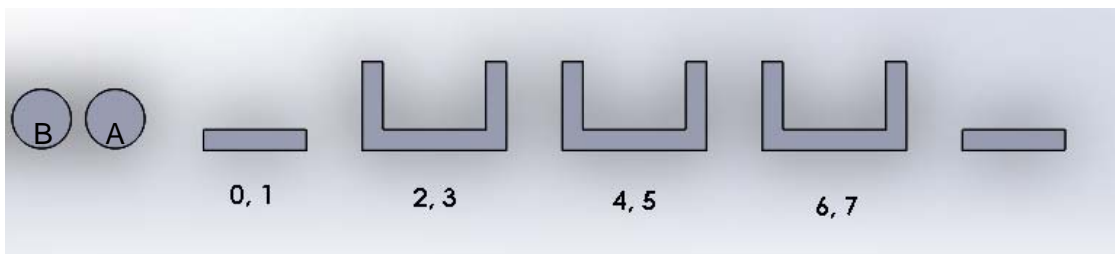


Figura 4.2. Exemple associació moviments de les peces en els tancs (font pròpia)

Seguint la metodologia descrita, primer es generarà el node pare o inicial de l'arbre que correspondrà amb la seqüència resultant de traslladar les peces de la plataforma de càrrega al primer tanc i del primer tanc al segon, $H=(0,2,1,3)$.

Posteriorment es ramificarà aquest node amb les combinacions resultants d'afegir els moviments des del segon tanc, donant lloc a uns nodes nous. Aquests nodes s'analitzaran i seran descartats si es veu que la seva solució no és viable.

En el cas d'aquest treball, l'objectiu és en tot moment minimitzar el temps del procés i per tant aquest serà el criteri per a escollir els nodes a ramificar. Així, amb els nodes vius restants

després de la poda, s'escollirà el que tingui un temps de procés més baix i es repetirà el procés afegint ara, amb molta probabilitat, el tercer tanc, que generarà més nodes que hauran de ser analitzats.

Es continuarà aplicant aquest procés fins a acabar d'analitzar totes les combinacions viables o fins a veure que no hi ha cap de possible. El nombre de nivells que tindrà l'arbre serà igual al nombre de tancs del problema.

En el cas del problema plantejat, però, sempre hi haurà una combinació possible. Aquesta serà la de fer passar una peça pel sistema i no introduir la següent fins que la primera no hagi acabat tot el procés de passar pels diferents tancs, i així successivament fins a acabar el tractament 1-cíclic de l'última peça. En canvi, s'anomena seqüència n-cíclica a aquelles en les quals s'introdueix més d'una peça al sistema durant un mateix cicle. Si hi ha dues peces, aquest és un cas 2-cíclic perquè s'introdueixen dues peces en el mateix cicle.

En analitzar els nodes es farà, si és possible, dos càlculs diferents: el primer consistirà en un càlcul ràpid del temps de cicle de la seqüència per descartar combinacions que no siguin factibles, i posteriorment es farà un càlcul final, més llarg, només a aquelles combinacions que hagin passat la primera prova de viabilitat. Cal destacar que la primera prova de viabilitat no descarta totes les seqüències infactibles però les que s'aconsegueixen descartar queden eliminades i, per tant, s'estalvia temps de procés.

Amb aquest procés s'anirà descartant les seqüències infactibles i analitzant les factibles començant per les seqüències que presentin un temps de cicle més baix. Finalment, en acabar la ramificació, s'escollirà el node fulla amb un temps de procés menor i aquesta serà la solució final del problema.

En l'apartat 4.5 s'investigarà a més, fent servir el mateix mètode, si amb la duplicació del tanc on es requereixi el temps més gran de tractament es pot reduir encara més el temps del procés.



4.3. Model

4.3.1. Descripció de les dades i variables a determinar

Les dades i, variables necessàries per a realitzar els càlculs que permetran arribar als resultats buscats seran les següents. S'introdueix el graf utilitzat i això dona lloc a la funció objectiu i restriccions del model.

Dades

m: nombre de tancs de la línia de producció.

n: nombre de peces diferents de la línia de producció.

p: total d'unitats a fabricar de cada tipus de peça.

f: temps de desplaçament amb càrrega del transportador entre dos tancs consecutius, o entre una plataforma i el tanc més proper.

e: temps de desplaçament sense càrrega del transportador entre dos tancs consecutius, o entre una plataforma i el tanc més proper.

$a_{i,j} = a_k$: temps mínim de tractament de la peça j en el tanc i, que és el mateix que el temps mínim de tractament corresponent al moviment del tanc k ($i=0,\dots,n$; $j=0,\dots,m$; $k=0,\dots,(m*n)-1$).

$b_{i,j} = b_k$: temps màxim de tractament de la peça j en el tanc i, que és el mateix que el temps màxim de tractament corresponent al moviment del tanc k ($i=0,\dots,n$; $j=0,\dots,m$; $k=0,\dots,(m*n)-1$).

Variables

H: seqüència de moviments de les peces (formada per $m*n$ elements) entre dos tancs o entre els tancs i les plataformes.

TC: temps de cicle; temps que es triga a acabar la seqüència de moviment de peces en context repetitiu.

t_k : instant en el que el transportador agafa una peça del tanc o plataforma per a treure-la, del moviment k ($k=0,\dots,(m*n)-1$).

4.3.2. Funció objectiu i restriccions del model

Grafs associats a les seqüències

Per tal d'entendre més clarament les restriccions del model, es representa un graf. En aquest cas, cadascun dels vèrtexs del graf es correspon a un dels moviments. Per tant, donada una línia de m tancs i n peces, el nombre de vèrtexs del graf és $m \cdot n$ i els seus noms corresponen als possibles valors de $k=0,1,\dots,(m \cdot n)-1$.

Per exemple, per al cas d'una línia amb 2 tancs on es fabriquen dos tipus de peces, que es veurà més endavant, el graf serà el de la Figura 4.3.

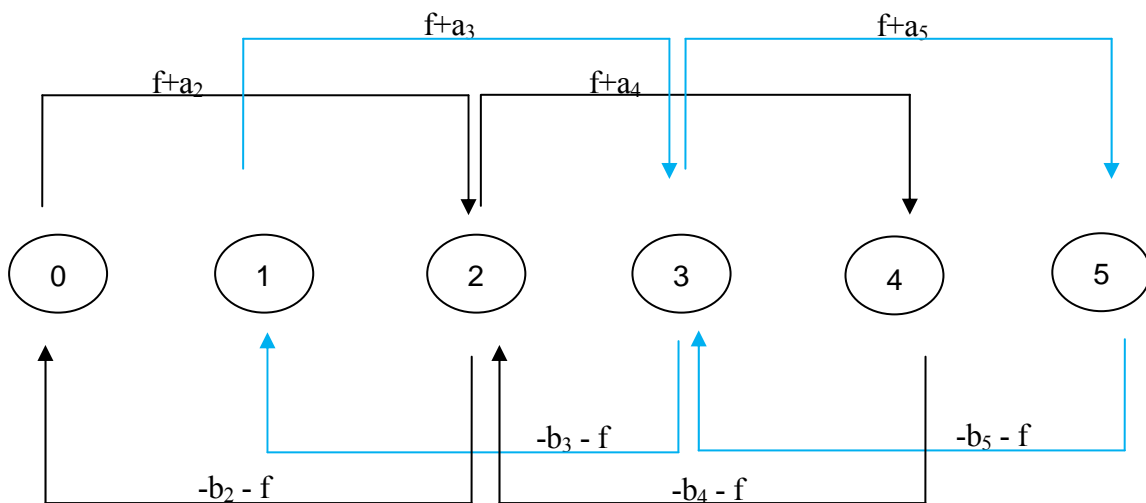


Figura 4.3. Graf moviments bàsics dues peces i dos tancs (font pròpia)

En negre són els arcs que fan referència als temps mínims i màxims de tractament de la peça 1 i relacionen els vèrtexs 0, 2 i 4. En canvi, estan pintats de color blau els arcs que fan referència als temps mínims i màxims de tractament de la peça 2 i ara són els vèrtexs 1, 3 i 5.

Si s'afegeixen al graf els arcs d'una seqüència com (0,2,4,1,3,5) són els arcs que fan referència als moviments de grua (Figura 4.4.).



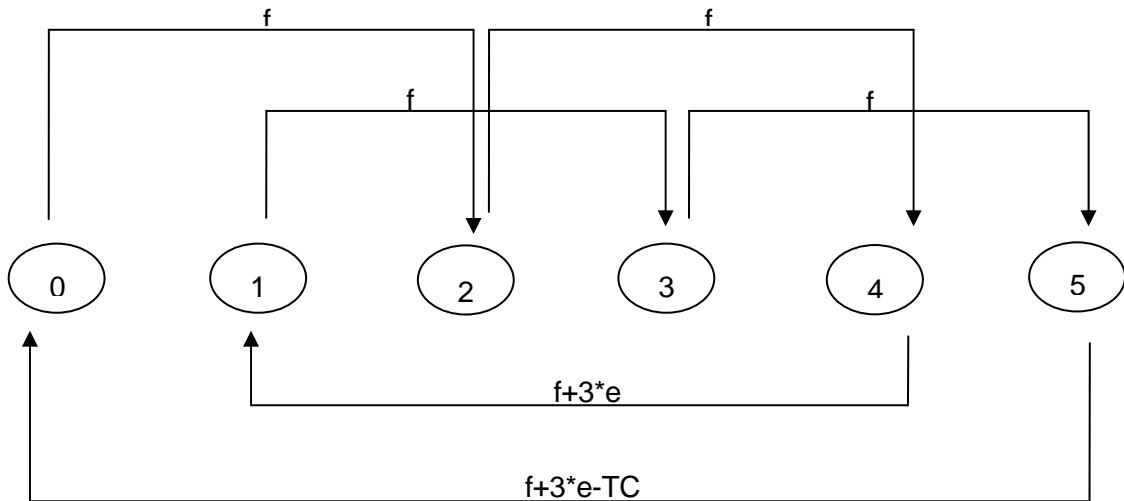


Figura 4.4. Graf seqüència $H=(0,2,4,1,3,5)$ (font pròpia)

Per tal de fer els càlculs tant de la primera, com de la segona comprovació de viabilitat cal haver definit el graf associat a la seqüència que s'està estudiant. Per això, serà necessari que definits els vèrtexs, en aquest cas seran els passos de la seqüència o moviment estudiats, i els arcs, corresponents als temps de desplaçament entre tancs tenint en compte els temps de remull, els temps trobats s'aniran guardant en una matriu, anomenada matriu V.

Model

Sigui una seqüència H i la posició del moviment k indicada per l ($l=1, \dots, m*n$) on $k=h[l]$ i $k-n=h[l']$:

$$[MIN] TC \tag{1}$$

sotmès a:

$$t_k - t_{k-n} \geq a_k + f \quad k \geq n \text{ si } l' < l \tag{2}$$

$$b_k \geq t_k - t_{k-n} - f \quad k \geq n \text{ si } l' < l \tag{3}$$

$$t_k - t_{k-n} \geq a_k + f - TC \quad k \geq n \text{ si } l < l' \tag{4}$$

$$t_{k-n} - t_k \geq -b_k - f + TC \quad k \geq n \text{ si } l < l' \tag{5}$$

$$t_{h[l]} - t_{h[l-1]} \geq f + e_{(h[l-1]+n), h[l]} \quad l=2, \dots, (m*n) \tag{6}$$

$$t_0 - t_{[m*n]} \geq f + e_{(h[m*n]+n), j} - TC \tag{7}$$

$$TC \geq 0 \quad (8)$$

$$t_k \geq 0 \quad \forall k \quad (9)$$

Les restriccions (2) i (3) es corresponen als límits de temps d'operació quan en un cycle una peça es diposita primer i es treu del tanc després; en canvi, les restriccions (4) i (5) es fan servir per als mateixos límits de temps d'operació quan en un cycle una peça es treu primer i es diposita la següent del mateix tipus després en el tanc (que es traurà en el cycle següent i per això, apareix TC).

Les restriccions (6) serveixen per considerar el temps de desplaçament del transportador entre tancs i plataformes amb càrrega i sense càrrega dins d'un cycle i la (7) és per a l'últim moviment, que acaba quan comença el següent cycle, i per això incorpora TC. Finalment, les restriccions (8) i (9) són de no negativitat de les variables, ja que el cycle comença a l'instant de referència 0.

Fites d'una seqüència

Les expressions (10) i (11) fan referència al càlcul de la fita inferior i la fita superior respectivament del temps de cycle. Aquests valors es faran servir per determinar la viabilitat de la seqüència analitzada en el càlcul de la primera comprovació de viabilitat.

Es defineixen:

L: Fita inferior del temps de cycle d'una seqüència.

$$L = \max \{L(0), L(j), L(m+1)\} \quad (10)$$

U: Fita superior del temps de cycle d'una seqüència.

$$U = \min \{U(0), U(j)\} \quad (11)$$

$L(0)$, $L(j)$, $L(m+1)$ són tres tipus de fita inferior sobre arcs de retrocés que es poden calcular (Mateo, 2001). Fa referència a aquells arcs de moviment que es dirigeixen cap a un pas anterior de la seqüència de tractament. Per calcular la fita inferior dels arcs de retrocés, s'han de sumar els temps resultants de completar el tancament del cycle de moviments. S'entén com a tancament del cycle del moviment el conjunt de moviments que acaben en la mateixa posició



on s'ha començat la seqüència. En el cas de dues peces, si es comença per valor parell, s'ha de trobar un nou valor parell i si es comença per senar, s'ha de trobar un nou vèrtex senar.

Per exemple en la seqüència $H=(0,2,5,4,1,3)$, si s'agafa com a referència el vèrtex 5, $j=5$: cal agafar l'arc de 5 a 4 (5-4) i el de 4 a 1 (4-1) i com que 1 ja és senar com l'origen 5, es torna mitjançant arcs senars (1-3) i (3-5).

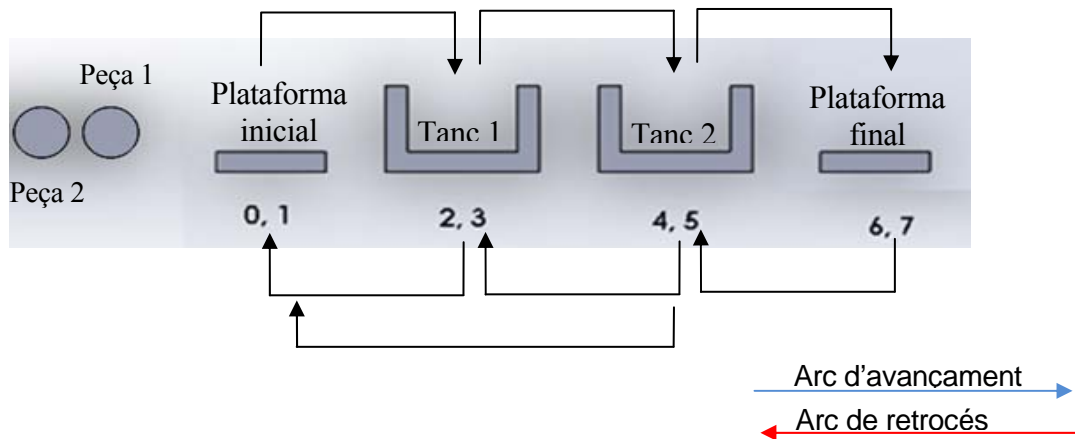


Figura 4.5. Arcs d'avançament i retrocés per $H=(0,2,5,4,1,3)$ (font pròpia)

$U(0)$, $U(j)$ són els dos tipus de fita superior sobre arcs d'avançament que es poden calcular (Mateo, 2001). Fa referència a aquells arcs de moviment que es dirigeixen cap a un pas posterior de la seqüència de tractament. Per calcular el temps dels arcs d'avançament, s'han de sumar els temps resultants de completar el tancament del cicle del moviment.

Per exemple en la seqüència $H=(0,2,5,4,1,3)$, si s'agafa com a referència el vèrtex 3, $j=3$: cal agafar l'arc de 3 a l'inici del següent cicle, o sigui 0 (3-0), el de 0 a 2 (0-2) i el de 2 a 5 (2-5) i, arribats a aquest punt, com que 5 ja és senar com l'origen 3, es torna mitjançant un arc entre vèrtexs senars (5-3).

Una seqüència del tipus $H_1=(0,2,1,3)$ com la de la figura 4.6, quedaria representada com es mostra en la figura 4.7. Recordem que els moviments 0 i 2 fan referència als moviments de la primera peça de la plataforma inicial al primer i del primer tanc al següent respectivament. Els moviments 1 i 3 representen el mateix que els moviments 0 i 2, però fan referència a la segona peça.

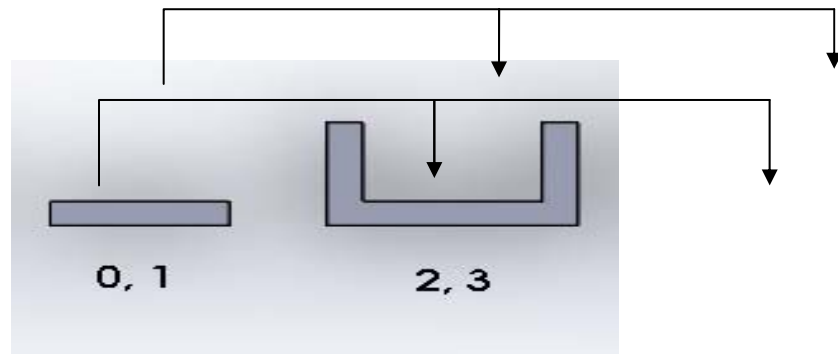


Figura 4.6. Exemple moviments primer tanc $H=(0,2,1,3)$ (font pròpia)

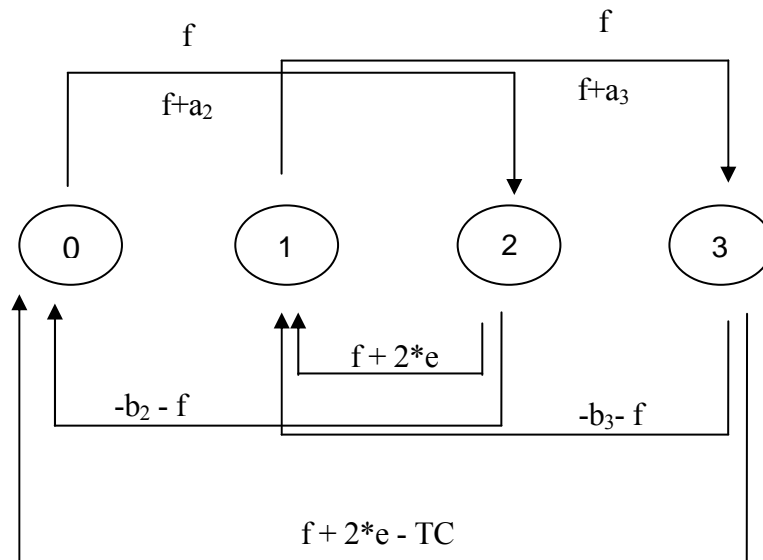


Figura 4.7. Esquema moviments primer tanc amb temps de desplaçament per $H=(0,2,5,4,1,3)$ (font pròpia)

Com es pot veure, la longitud dels arcs pot dependre de la variable TC. A causa del fet que s'estudiaran seqüències cícliques, sempre hi haurà com a mínim un arc amb un valor associat a aquesta variable que serà el que retorna al vèrtex 0.

En una seqüència, hi pot haver un moviment del cycle anterior. Aquesta casuística es pot identificar si es veu que en la seqüència H, per als moviments d'una mateixa peça els nombres no són sempre ascendents. Per exemple, en la seqüència $H_2 = (0, 5, 2, 1, 4, 3)$ (cas de dues peces i dos tancs) els moviments corresponents a la segona peça (1, 3, 5) no es troben en ordre ascendent, ja que el moviment 5 apareix abans del moviment 3. En aquest cas, l'arc que es formarà des del vèrtex on es troba aquest moviment (5) amb el seu anterior (3) també estarà



associat a la variable TC.

La resta dels arcs representen el valor que triga el transportador a moure les peces d'un tanc al següent tant en la direcció d'avançament com en la de retrocés. En casos més complexos, el nombre d'arcs és major i es pot donar el cas en què més d'un arc surti o arribi a un mateix vèrtex. Això es deu al fet que hi haurà arcs de moviment del transportador amb càrrega i sense càrrega que tindran valors diferents. Les formules (4), (5), (6), (7), (8), (9), (10), (11) esmentades anteriorment en aquest apartat són les que es fan servir per fer el càlcul dels valors associats als arcs depenent del seu moviment.

Primera comprovació

La primera comprovació, també anomenada primera prova de viabilitat, només serà possible si es pot obtenir com a mínim el valor d'una fita superior (U) del TC i el valor d'una fita inferior (L) del TC.

Un cop trobats els valors de la fita inferior i superior (L i U) mitjançant els càlculs explicats anteriorment en aquest apartat i les expressions (2) i (3), es pot procedir a descartar aquelles seqüències no vàlides comparant aquests dos valors, ja que la seqüència serà factible si té un temps de cicle major o igual que el límit inferior (L) i menor o igual que el límit superior (U). Per tant, perquè la seqüència pugui ser factible, el límit inferior haurà de ser menor o igual al límit superior.

Resumint:

Si $L \leq U \rightarrow$ la seqüència pot ser factible

Si $L > U \rightarrow$ la seqüència és infactible

Segona comprovació

Si una seqüència supera la primera prova de viabilitat, es procedeix a fer la segona comprovació.

Aquí és on apareix la matriu V, una matriu quadrada de dimensions $(m+1)*n \times (m+1)*n$ en què hi ha els temps dels arcs de desplaçament d'una seqüència. Si agafem l'exemple de la taula 4.1, la matriu V d'aquest esquema seria:

	0	1	2	3
0	-	-	f f+a ₂	-
1	-	-	-	f f+a ₃
2	- b ₂ - f	f+ 2*e	-	-
3	f+2*e-TC	-b ₃ - f	-	-

Taula 4.1. Matriu V de la seqüència H=(0,2,5,4,1,3)

Per la segona comprovació, primer se substituirà el valor de TC trobat mitjançant els càlculs de la primera comprovació, en la matriu V i posteriorment es procedirà a escriure el sistema d'equacions que s'extraurà de la matriu per resoldre el sistema. En aquest exemple, el sistema d'equacions quedaria com es mostra a continuació:

$$t_0 \geq t_2 - b_2 - f \quad t_0 \geq t_3 + f + 2*e - TC$$

$$t_1 \geq t_2 + f + 2*e \quad t_1 \geq t_3 - b_3 - f$$

$$t_2 \geq t_0 + f + a_2$$

$$t_3 \geq t_1 + f + a_3$$

Amb aquestes restriccions es trobaran els valors dels instants de temps (t) associats a cada moviment del transportador, començant amb el valor $t_0 = 0$ i continuant en l'ordre de la seqüència H per trobar la resta de valors. S'iterarà més d'una vegada, seguint el mateix mètode i tenint en consideració els valors trobats en la iteració anterior, per tal d'assegurar que els valors obtinguts no varien. Si es compleix aquesta condició, i hi ha dues iteracions consecutives iguals, es podrà assegurar que la seqüència és factible. En cas contrari, la seqüència serà descartada degut a la seva inviabilitat.

Si la seqüència és infactible perquè no hi ha dues iteracions consecutives iguals, però es mostra un increment constant de valor entre iteracions, se sumará el valor de l'increment al



temps de cicle. Si el nou temps de cicle resultant d'aquesta suma continua sent menor al límit superior, es tornarà a comprovar la viabilitat de la seqüència substituint el nou valor de TC a les equacions i tornant a iterar. En cas contrari, la seqüència serà infactible i per tant, serà descartada.

4.4. Exemple de tractament de dues peces en tres tancs

En aquest exemple es disposarà d'una línia de producció amb tres tancs consecutius i dues peces diferents que hauran de ser tractades en els tancs.

Tenint en compte que no hi pot haver més d'una peça en un tanc en el mateix instant i que el transportador només pot transportar una sola peça a la vegada, l'obtenció de les seqüències que formaran els nodes de l'arbre del mètode de ramificació i poda es realitza de la forma següent.

1. Primer es considerarà només la plataforma de càrrega, el primer tanc i les dues peces.

Amb aquests elements, l'única seqüència possible serà la d'introduir la primera peça al primer tanc, treure la peça del tanc i després introduir la segona peça dins del primer tanc i finalment treure aquesta última peça del tanc. Amb la nomenclatura descrita anteriorment, aquesta seqüència es pot escriure com $H_1 = (0,2,1,3)$. Aquesta seqüència formarà el primer vèrtex (V_1) de l'arbre de la ramificació i poda, l'anomenat arrel.

A la figura 4.8 es pot veure la seqüència de moviments sent els arcs negres els corresponents als moviments de la primera peça, i els arcs blaus els corresponents als moviments de la segona.

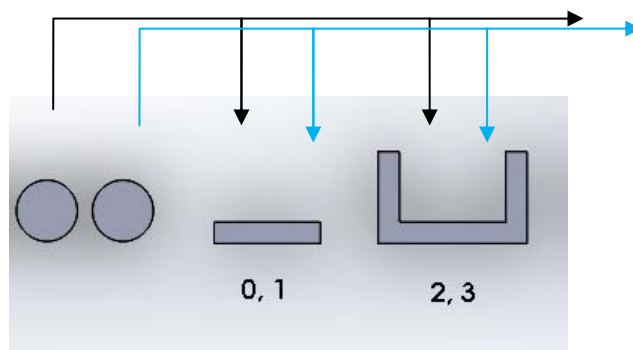


Figura 4.8. Moviments només considerant el primer tanc (font pròpia)

En la figura 4.9 es mostra el graf dels moviments de la seqüència $H_1=(0,2,1,3)$ amb els seus temps de desplaçament que posteriorment es passen a una matriu per tal de poder realitzar els càlculs de viabilitat.

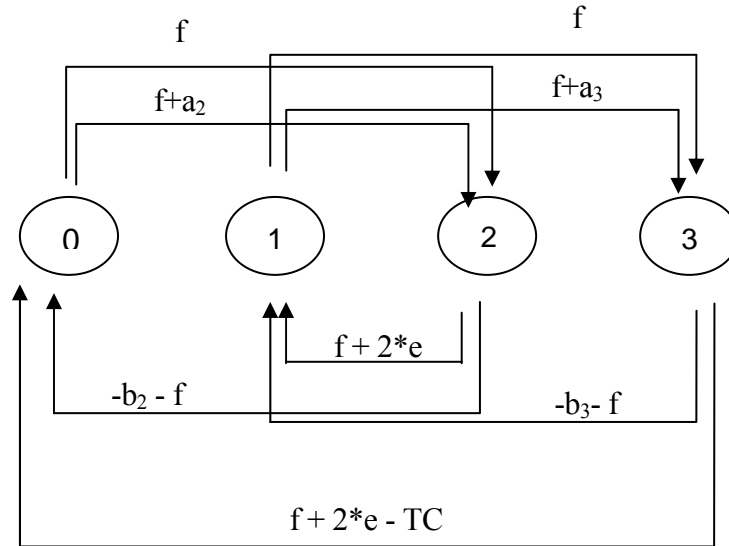


Figura 4.9. Graf amb temps de desplaçament dues peces i un tanc (font pròpia)

La matriu V que s'extreu a partir de l'esquema anterior és la següent:

	0	1	2	3
0	-	-	f f+a ₂	-
1	-	-	-	f f+a ₃
2	-(f+b ₂)	f+2e	-	-
3	f+2e-TC	-(f+b ₃)	-	-

Taula 4.2. Matriu V extreta de la seqüència $H_1=(0,2,1,3)$ (font pròpia)



2. El pròxim pas consistirà a afegir el segon tanc i veure quines opcions apareixen amb la seva introducció partint de la seqüència trobada anteriorment. A la figura 4.10 es poden veure els moviments de les peces en una seqüència de dos tancs.

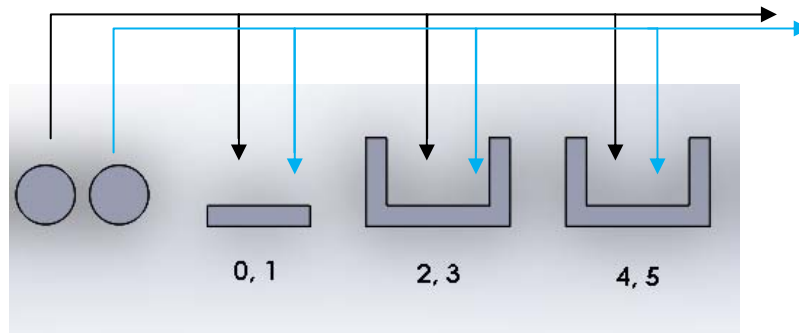


Figura 4.10. Moviments considerant els dos primers tancs de la línia (font pròpia)

El procediment per trobar aquestes opcions consisteix a afegir els dos moviments d'incorporar el segon tanc (4 i 5), dins de la seqüència ja trobada en el primer pas de la resolució amb un sol tanc respectant les restriccions d'ordre de banys.

Amb la introducció del segon tanc apareix més d'una combinació possible: la primera serà la de fer passar la primera peça pel primer tanc (moviment 0), després pel segon (moviment 2) i finalment treure-la (moviment 4), llavors procedir a agafar la segona peça i fer-la passar pels dos tancs (moviments 1, 3 i 5).

La segona opció serà la d'agafar la primera peça, posar-la al primer tanc (moviment 0), passar-la al segon (moviment 2) però abans de treure-la d'aquest últim, agafar la segona peça i posar-la al primer tanc (moviment 1). Després es traurà la primera peça del segon tanc (moviment 4) i es passarà la segona peça al segon tanc (moviment 3) i finalment es traurà (moviment 5).

Una tercera i quarta opció implica que en començar la seqüència ja hi hagi una peça dins del segon tanc procedent d'un cicle anterior. Així, el moviment 5 apareixerà abans del moviment 2 perquè primer s'haurà de treure la segona peça del tanc 2 abans de posar la primera peça dins del tanc 2. En aquest cas, es pot procedir a introduir la primera peça en el primer tanc (moviment 0) i després treure la peça del cicle anterior del segon tanc (moviment 5), donant així dues combinacions més: en la tercera, la peça 1 surt de la línia abans d'entrar la peça 2 (moviment 4 abans del moviment 1); en la quarta, la peça 2 entra a la línia abans de sortir la peça 1 (moviment 1 abans de moviment 4).

Amb la nomenclatura numèrica, aquestes opcions s'escriuen com:

Opció 1: $H_{2,1} = (0,2,4,1,3,5)$

Opció 2: $H_{2,2} = (0,2,1,4,3,5)$

Opció 3: $H_{2,3} = (0,5,2,4,1,3)$

Opció 4: $H_{2,4} = (0,5,2,1,4,3)$

Aquestes noves opcions formaran el segon nivell de nodes de l'arbre de la ramificació i poda que sortiran del primer node creat anteriorment, generant una estructura com la de la figura 4.11.



Figura 4.11. Arbre considerant el subproblema amb els dos primers tancs (font pròpia)

3. Seguidament s'haurà de fer la primera comprovació de viabilitat calculant els valors de les fites inferiors i superiors (L i U) per tal de descartar els vèrtexs que no siguin factibles i obtenir els temps TC.

$$L = \max \{L(0), L(j), L(m+1)\}$$

$$U = \min \{U(0), U(j)\}$$

Si $L \leq U \rightarrow$ la seqüència pot ser factible

Si $L > U \rightarrow$ la seqüència és infactible

Com aquesta primera prova no garanteix que les seqüències no descartades siguin factibles, a



continuació, es farà la segona prova de viabilitat per tal de descartar aquells vèrtexs que no han estat eliminats en la primera comprovació i obtenir els temps dels quals sí que són factibles. En aquesta prova, es comprova si les seqüències compleixen totes les restriccions de moviment. Recordem:

$$t_k - t_{k-n} \geq a_k + f \quad k \geq n \text{ si } l' < l \quad (2)$$

$$b_k \geq t_k - t_{k-n} - f \quad k \geq n \text{ si } l' < l \quad (3)$$

$$t_k - t_{k-n} \geq a_k + f - TC \quad k \geq n \text{ si } l < l' \quad (4)$$

$$t_{k-n} - t_k \geq -b_k - f + TC \quad k \geq n \text{ si } l < l' \quad (5)$$

$$t_{h[l]} - t_{h[l-1]} \geq f + e_{(h[l-1]+n),h[l]} \quad l=2,\dots,(m*n) \quad (6)$$

$$t_0 - t_{[m*n]} \geq f + e_{(h[m*n]+n),j} - TC \quad (7)$$

4. Per a l'últim pas de la resolució, caldrà afegir el tercer tanc i per tant els moviments 6 i 7 tal com es mostra a la figura 4.12.

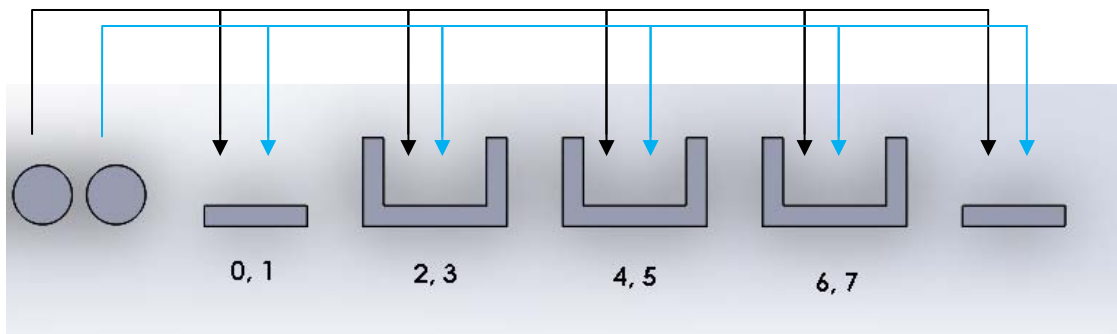


Figura 4.12. Esquema dues peces i tres tancs (font pròpia)

Els vèrtexs que podran ser ramificats seran només aquells que no hagin estat descartats per les proves de viabilitat realitzades als seus nodes pares. Es començarà ramificant aquell vèrtex amb un temps de cicle menor i a continuació es faran els càlculs per determinar el temps de cicle i viabilitat dels nous vèrtexs ramificats. Si es troba una solució factible entre ells amb un temps de cicle menor al millor actual, s'actualitzarà el valor de la millor solució trobada fins al moment. En cas que cap de les ramificacions sigui factible, o que la resta de vèrtexs oberts

en aquell moment indiquin que es pot trobar una solució millor, s'haurà de tornar enrere i ramificar el segon vèrtex amb un temps de cicle més baix. Es repetirà aquest procés fins a tancar tots els vèrtexs.

Suposant que només les dues primeres opcions són factibles i que l'opció 2 és la que té un temps de cicle menor, l'arbre quedaria com en la figura 4.13:



Figura 4.13. Esquema del branch and bound complet per a un cas de 2 peces i 3 tancs (font pròpia)

La seqüència òptima i solució del problema serà la que tingui un menor temps de cicle entre totes les seqüències que hagin passat les dues proves de viabilitat.

4.4.1. Aplicació numèrica del procediment de ramificació i poda

En aquest apartat es procedirà a resoldre el problema anterior, suposant uns temps de desplaçaments del transportador i de remull de les peces en els tancs, i a trobar la seqüència òptima mitjançant el mètode de ramificació i poda.

Se suposarà que el temps de desplaçament entre dos tancs o tanc i plataforma consecutius del transportador amb càrrega f és de 8 segons, el temps de desplaçament del transportador entre dos tancs o tanc i plataforma consecutius sense càrrega e és de 4 segons i que els temps màxims ($b_{i,j}$) i mínims ($a_{i,j}$) de remull de la peça 'i' en el tanc 'j' en segons són els de la taula 4.3.



Dades:

$$m = 3$$

$$n = 2$$

$$e = 4 \text{ s}$$

$$f = 8 \text{ s}$$

i \ j	1		2	
	$a_{i,j}$ (s)	$b_{i,j}$ (s)	$a_{i,j}$ (s)	$b_{i,j}$ (s)
1	120	200	150	250
2	250	300	350	400
3	60	100	100	150

Taula 4.3. Temps mínims i màxims de les peces en cadascun dels tancs en segons (font pròpia)

4.4.1.1. Vèrtex del nivell 1 o arrel

Primerament s'estudiarà la combinació de les dues peces amb la plataforma de càrrega i el primer tanc $H_1 = (0,2,1,3)$. A causa de l'ordre en què s'introdueixen les peces, aquesta primera seqüència sempre serà factible i per tant no serà necessari fer les comprovacions de viabilitat. Tot i així, per tal d'aclarir el procediment no s'ometrà el càlcul de la primera prova de viabilitat en aquest exemple.

En la figura 4.14 es mostra l'esquema dels moviments de la seqüència $H_1 = (0,2,1,3)$ amb els seus temps de desplaçament que posteriorment es passen a la matriu V per tal de poder realitzar els càlculs de viabilitat.

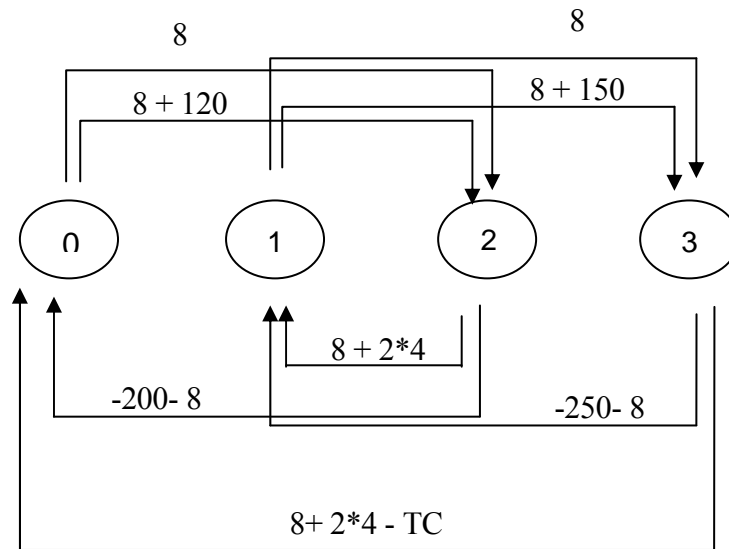


Figura 4.14. Graf amb temps de desplaçament dues peces i un tanc (font pròpia)

La matriu V queda com es mostra a la taula 4.4:

	0	1	2	3
0	-	-	8 128	-
1	-	-	-	8 158
2	-208	16	-	-
3	16-TC	-258	-	-

Taula 4.4. Matriu V seqüència $H_I = (0, 2, 1, 3)$ (font pròpia)



Per trobar els valors de TC s'aplicaran les fórmules de la primera comprovació.

L(0) analitza els moviments de la seqüència H_1 en l'ordre original, és a dir (0, 2, 1, 3), agafant els valors de la matriu V corresponents als moviments del transportador sense esperes.

$$L(0): 8 + 16 + 8 + 16 - TC \leq 0 \rightarrow TC \geq 48s$$

L(1) analitza l'arc de moviment de retrocés 2 – 1 de la seqüència H_1 . La seqüència de tancament de cycle per a aquesta fita inferior és: (2, 1, 3, 0).

$$L(1): 16 + 158 + 16 - TC + 128 \leq 0 \rightarrow TC \geq 318s$$

L(3) analitza l'arc de moviment de retrocés 3 – 0 de la seqüència H_1 . La seqüència de tancament de cycle per a aquesta fita inferior és: (3, 0, 2, 1).

$$L(3): 16 - TC + 128 + 16 + 158 \leq 0 \rightarrow TC \geq 318s$$

El valor de L(1) i L(3) és el mateix en aquest cas perquè el circuit recorregut és el mateix començant per diferents punts.

El valor de la fita superior inicial s'obté analitzant la seqüència en l'ordre H_1 . En aquesta seqüència, no hi ha cap arc d'avançament, i per tant tindrem una única fita superior.

$$U(0) = 128 + 16 + 158 + 16 = 318s$$

$$L = \text{Max} (L(0), L(1), L(3)) = 318s$$

$$U = 318s$$

El valor TC escollit serà el major dels límits inferiors trobats a condició que aquest sigui menor o igual al menor dels límits superior. Per tant, en aquest cas el valor del temps de cycle serà 318 segons.

Com que el límit inferior d'aquesta seqüència és igual al límit superior, es pot afirmar que s'ha superat la primera prova de viabilitat i es pot, per tant, passar a la segona prova de viabilitat.

En el cas de la primera combinació però, no farà falta realitzar la segona prova de viabilitat, ja que primer entra i surt la primera peça, i després es repeteix el procés amb la segona. Per tant, es pot assegurar que la seqüència serà factible.

4.4.1.2. Vèrtex del nivell 2

A continuació s'analitzaran les seqüències obtingudes en afegir un altre tanc al procés.

El càlcul de la matriu V d'aquestes seqüències es farà a partir dels arcs bàsics corresponents al temps de desplaçament entre tancs i els arcs obtinguts a partir de la seqüència trobada. D'aquesta manera, els arcs bàsics en el cas d'introduir un altre tanc seran com es mostra a la figura 4.15.

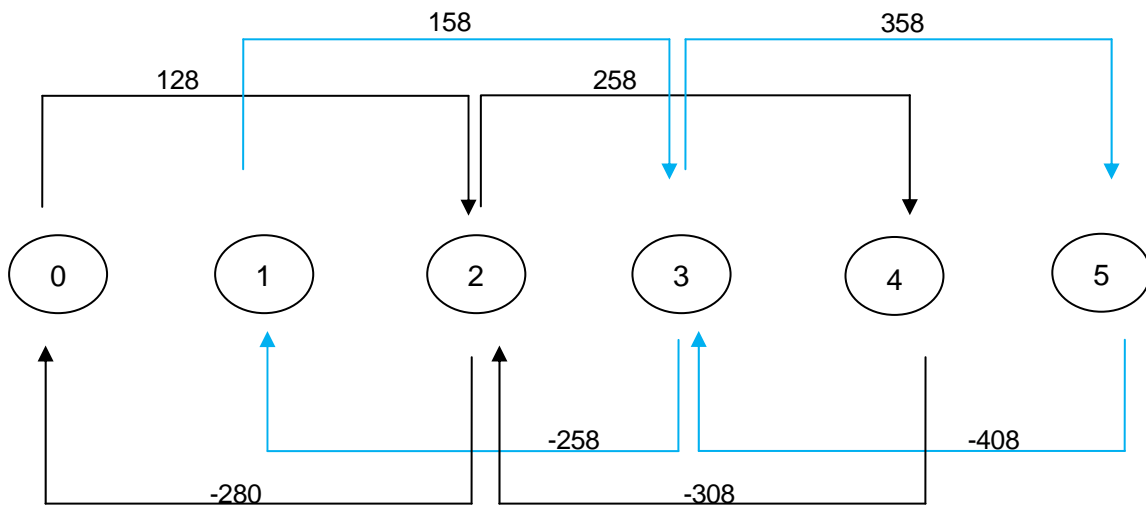


Figura 4.15. Graf moviments bàsics dues peces i dos tancs (font pròpia)

Combinat amb els arcs de la seqüència, el dibuix queda poc clar, de manera que a partir d'ara es dibuixaran només els arcs produïts per la seqüència però no els bàsics. Tot i així, s'haurà de tenir present que en realitat hi són tots dos tipus.

- Seqüència $H_{2,1} = (0,2,4,1,3,5)$

Com ja s'ha explicat anteriorment, primer es començarà trobant la matriu de la seqüència i trobant els valors del límit superior i inferior com es mostra a continuació.



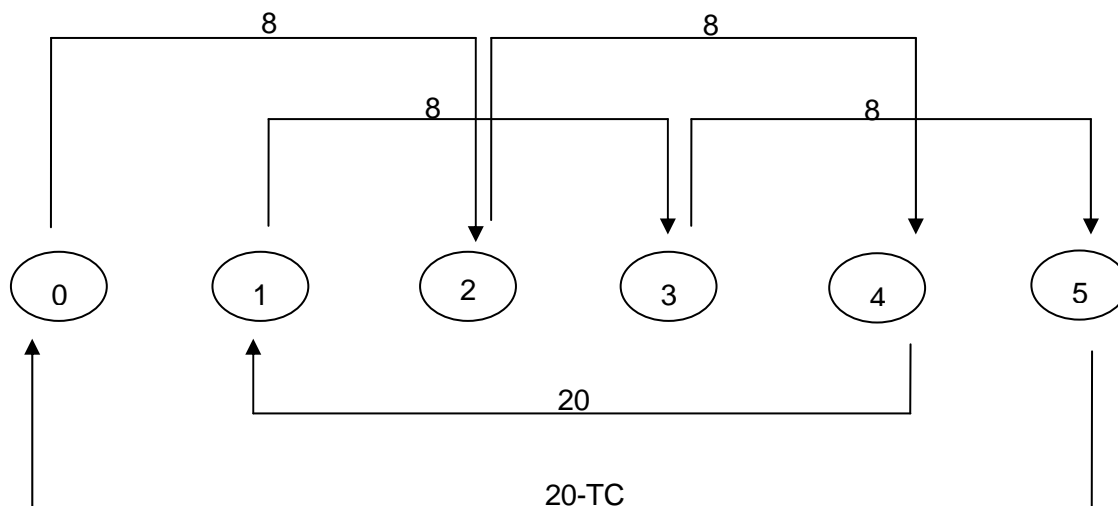


Figura 4.16. Graf seqüència $H_{2,1}=(0,2,4,1,3,5)$ (font pròpia)

	0	1	2	3	4	5
0	-	-	128 8	-	-	-
1	-	-	-	158 8	-	-
2	-280	-	-	-	258 8	-
3	-	-258	-	-	-	358 8
4	-	20	-308	-	-	-
5	20-TC	-	-	-408	-	-

Taula 4.5. Matriu V seqüència $H_{2,1} = (0,2,4,1,3,5)$ (font pròpia)

$$L(0): 8 + 8 + 20 + 8 + 8 + 20 - TC \leq 0 \rightarrow TC \geq 72$$

$$L(5): 20 - TC + 128 + 258 + 20 + 158 + 358 \leq 0 \rightarrow TC \geq 942$$

$$U(0): TC \leq 128 + 258 + 20 + 158 + 358 + 20 \rightarrow TC \leq 942$$

$$L = 942$$

$$U = 942$$

Com que el límit inferior és igual al límit superior la seqüència podria ser factible i es pot passar a efectuar la segona comprovació.

Equacions (per a $TC = 942$):

$$t_0 \geq t_2 - 208 \qquad t_0 \geq t_5 - 922$$

$$t_1 \geq t_3 - 258 \qquad t_1 \geq t_4 + 20$$

$$t_2 \geq t_0 + 128 \qquad t_2 \geq t_4 - 308$$

$$t_3 \geq t_1 + 158 \qquad t_3 \geq t_5 - 408$$

$$t_4 \geq t_2 + 258$$

$$t_5 \geq t_3 + 358$$

Per trobar els valors dels temps t , es comença amb el valor del temps inicial t_0 . Com t_0 correspon al primer instant de moviment, el seu valor inicial és 0 en la primera iteració (I1). Amb aquest valor inicial, es pot començar a calcular la resta de valors, substituint els valors de t trobats en les expressions seguint l'ordre de la seqüència, agafant sempre que hi hagi més d'una opció, el resultat de valor més alt. Així doncs, el següent valor trobat serà $t_2 \geq 128$. Es continua aquest procés d'anar substituint valors fins a haver trobat tots els valors de t , obtenint així els valors de la iteració I1. En aquest exemple, s'acabaria de calcular t_4 , t_1 , t_3 i t_5 en aquest ordre, i substituint els valors a la columna I1 com es pot veure a la taula 4.6.

Un cop calculats els valors de I1, es procedeix a calcular els valors de I2. El mètode de càlcul és el mateix, però ara a més, es poden fer servir els valors de t trobats a la primera iteració I1. És a dir, es comença calculant el valor de t_0 que en aquest cas continua sent 0, donat que la



substitució dels valors t_2 i t_5 trobats en la primera iteració resulten en valors negatius. A continuació, es calculen la resta de valors en l'ordre de la seqüència i es van substituint en la taula.

	I1	I2
0	0	0
1	406	406
2	128	128
3	564	564
4	386	386
5	922	922

Taula 4.6. Iteracions seqüència $H_{2,1} = (0,2,4,1,3,5)$ (font pròpia)

Com que els valors resultants de les iteracions I1 i I2 són iguals, es pot afirmar que la seqüència és factible i té un temps de cicle igual a 942 segons.

- Seqüència $H_{2,2} = (0,2,1,4,3,5)$

Es repetiran els mateixos passos que en el cas anterior per trobar el temps de cicle i la viabilitat d'aquesta seqüència. No obstant, ara els arcs que descriuen els moviments consecutius del transportador estan a la figura 4.17.

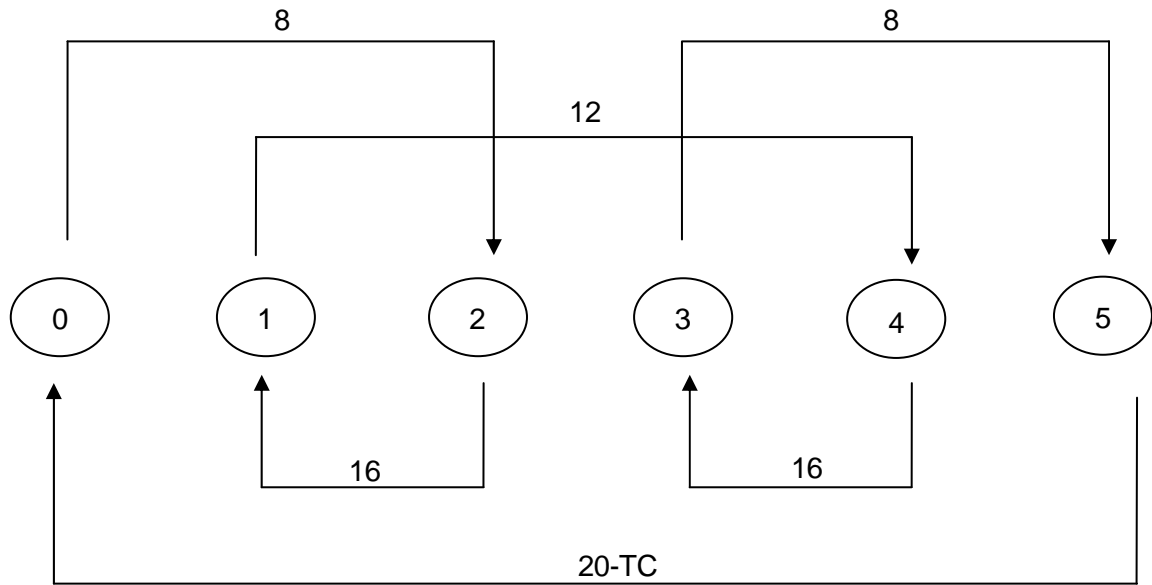


Figura 4.17. Graf moviments seqüència $H_{2,2} = (0,2,1,4,3,5)$ (font pròpia)

	0	1	2	3	4	5
0	-	-	128 8	-	-	-
1	-	-	-	158	12	-
2	-208	16	-	-	258	-
3	-	-258	-	-	-	358 8
4	-	-	-308	16	-	-
5	20-TC	-	-	-408	-	-

Matriu 4.7. Matriu V seqüència $H_{2,2}=(0,2,1,4,3,5)$ (font pròpia)



$$L(0): 8 + 16 + 12 + 16 + 8 + 20 - TC \leq 0 \rightarrow TC \geq 80$$

$$L(1): 16 + 12 + 16 + 358 + 20 - TC + 128 \leq 0 \rightarrow TC \geq 550$$

$$L(3): 16 + 358 + 20 - TC + 128 + 258 \leq 0 \rightarrow TC \geq 780$$

$$L(5): 20 - TC + 128 + 16 + 158 + 358 \leq 0 \rightarrow TC \geq 680$$

$$U(0): TC \leq 128 + 258 + 20 + 158 + 358 + 20 \rightarrow TC \leq 942$$

$$L = 780$$

$$U = 942$$

Com que el límit inferior, L, és menor al límit superior, U, la seqüència podria ser factible i el temps de cycle estaria comprès entre aquests límits. Per assegurar la viabilitat de la seqüència i el valor del temps de cycle, es realitza la segona comprovació començant sempre amb el temps de cycle de menor valor possible, és a dir, amb el valor del límit inferior.

Equacions (per a $TC = 780$):

$$t_0 \geq t_2 - 208 \quad t_0 \geq t_5 - 760$$

$$t_1 \geq t_2 + 16 \quad t_1 \geq t_3 - 258$$

$$t_2 \geq t_0 + 128 \quad t_2 \geq t_4 - 308$$

$$t_3 \geq t_1 + 158 \quad t_3 \geq t_4 + 16 \quad t_3 \geq t_5 - 408$$

$$t_4 \geq t_1 + 12 \quad t_4 \geq t_2 + 258$$

$$t_5 \geq t_3 + 358$$

	I1	I2
0	0	0
1	114	114
2	128	128
3	402	402
4	386	386
5	760	760

Taula 4.8. Iteracions seqüència $H_{2,2} = (0,2,1,4,3,5)$ (font pròpia)

En ser els valors de les dues iteracions iguals, es pot afirmar que la seqüència és factible i té un temps de cicle igual a 780 segons.

- Seqüència $H_{2,3} = (0,5,2,4,1,3)$

En aquesta seqüència i en la següent ($H_{2,4}$), els arcs bàsics, presentats anteriorment en la figura 4.18, tindran la diferència de tenir el temps de cicle en l'arc d'avançament 3-5 i l'arc de retrocés 5-3, ja que en aquesta seqüència es comença amb la segona peça dins del segon tanc i per tant, el moviment 5 apareix abans del moviment 3.



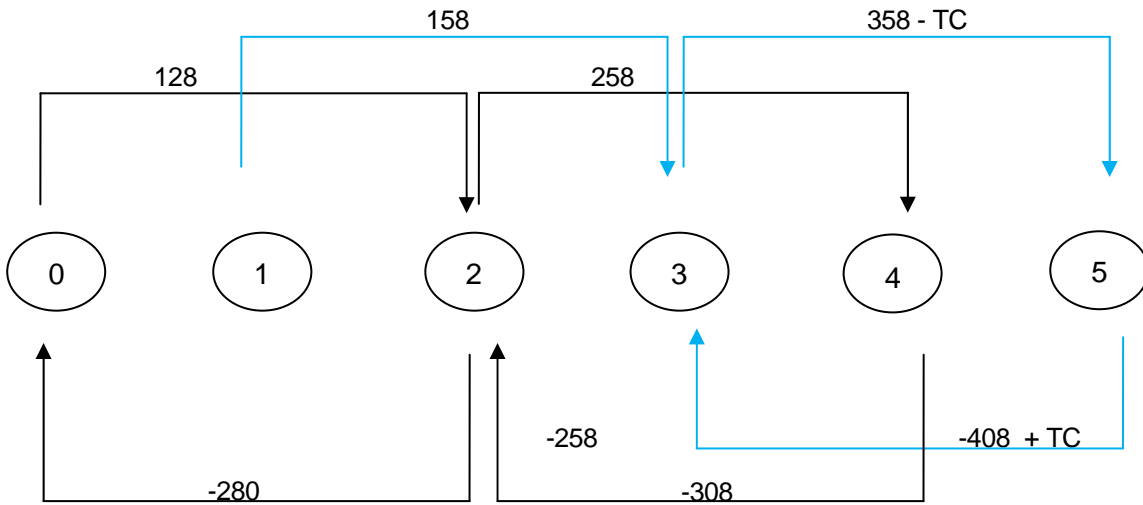


Figura 4.18: Graf moviments bàsics dues peces i dos tancs per seqüències $H_{2,3} = (0,5,2,4,1,3)$ i $H_{2,4} = (0,5,2,1, 4, 3)$ (font pròpia)

El graf d'aquesta seqüència es representa en la figura 4.19.

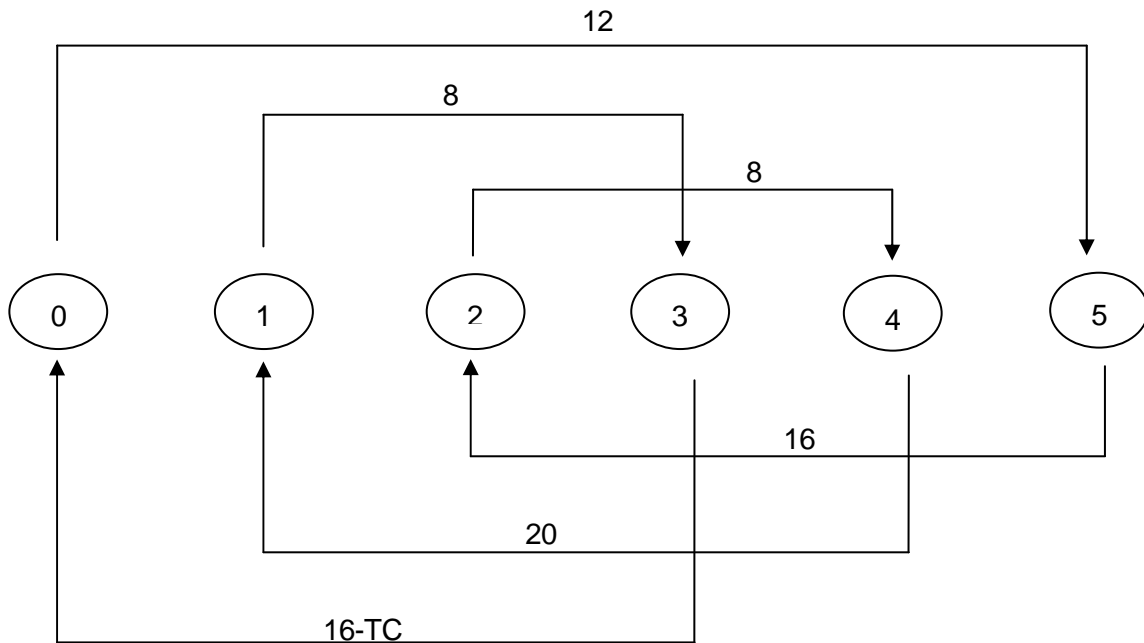


Figura 4.19. Moviments seqüència $H_{2,3}=(0,5,2,4,1,3)$ (font pròpia)

	0	1	2	3	4	5
0	-	-	128	-	-	12
1	-	-	-	158 8	-	-
2	-208	-	-	-	258 8	-
3	16-TC	-258	-	-	-	358-TC 358
4	-	20	-308	-	-	-
5	-	-	16	-408+TC -408	-	-

Taula 4.9. Matriu V seqüència $H_{2,3}=(0,5,2,4,1,3)$ (font pròpia)

$$L(0): 12 + 16 + 8 + 20 + 8 + 16 - TC \leq 0 \rightarrow TC \geq 80s$$

$$L(1): 20 + 158 + 16 - TC + 128 + 258 \leq 0 \rightarrow TC \geq 580s$$

$$L(2): 16 + 258 + 20 + 158 + 358 - TC \leq 0 \rightarrow TC \geq 810s$$

$$L(3): 16 - TC + 12 + 16 + 258 + 20 + 158 \leq 0 \rightarrow TC \geq 480s$$

$$U(0): TC \leq 128 + 258 + 20 + 158 + 358 + 20 \rightarrow TC \leq 942$$

$$L = 810s$$

$$U = 942s$$



El límit inferior és menor al límit superior, i per tant la seqüència podria ser factible i el temps de cicle estaria comprès entre aquests límits. Per assegurar la viabilitat de la seqüència i el valor del temps de cicle es realitza la segona comprovació començant sempre amb el temps de cicle de menor valor possible, és a dir, amb el valor del límit inferior.

Equacions (per a $TC = 810$):

$$\begin{aligned}
 t_0 &\geq t_2 - 208 & t_0 &\geq t_3 - 794 \\
 t_1 &\geq t_3 - 258 & t_1 &\geq t_4 + 20 \\
 t_2 &\geq t_0 + 128 & t_2 &\geq t_4 - 308 & t_2 &\geq t_5 + 16 \\
 t_3 &\geq t_1 + 158 & t_3 &\geq t_5 + 402 \\
 t_4 &\geq t_2 + 258 \\
 t_5 &\geq t_0 + 12 & t_5 &\geq t_3 - 452
 \end{aligned}$$

	I1	I2	I3
0	0	0	0
1	406	406	406
2	128	128	128
3	564	564	564
4	386	386	386
5	12	112	112

Taula 4.10. Iteracions seqüència $H_{2,3}=(0,5,2,4,1,3)$ (font pròpia)

En coincidir els valors de les dues últimes iteracions es pot afirmar que la seqüència és factible i té un temps de cicle de 810 segons.

- Seqüència $H_{2,4} = (0,5,2,1,4,3)$

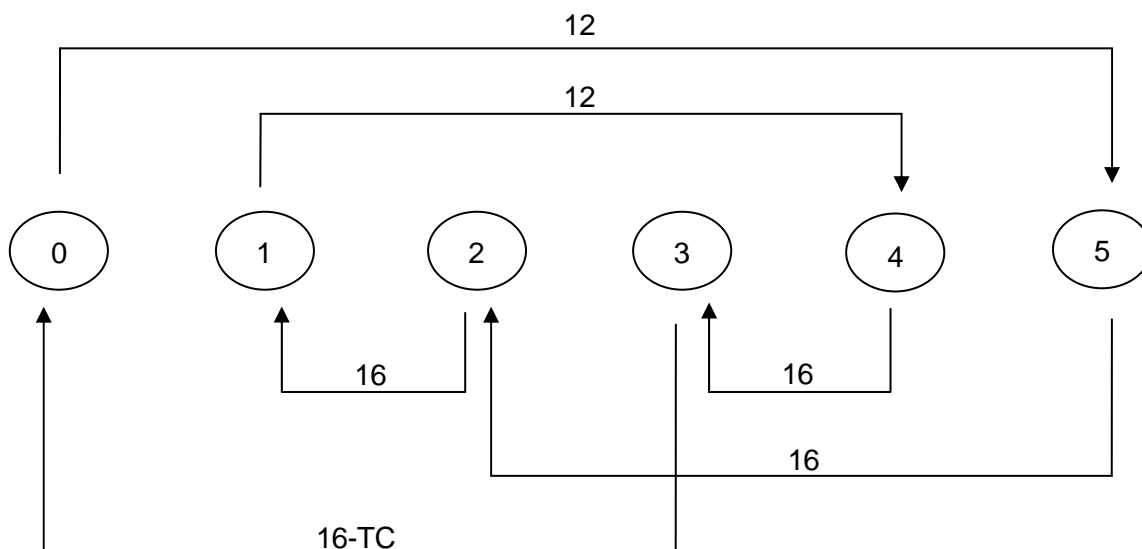


Figura 4.20. Moviments seqüència $H_{2,4}=(0,5,2,1,4,3)$ (font pròpia)

	0	1	2	3	4	5
0	-	-	128	-	-	12
1	-	-	-	158	12	-
2	-208	16	-	-	258	-
3	16-TC	-258	-	-	-	358-TC 358
4	-	-	-308	16	-	-
5	-	-	16	-408+TC -408	-	-

Taula 4.11. Matriu V seqüència $H_{2,4}=(0,5,2,1,4,3)$ (font pròpia)



$$L(0): 12 + 16 + 16 + 12 + 16 + 16 - TC \leq 0 \rightarrow TC \geq 88s$$

$$L(1): 16 + 12 + 16 + 16 - TC + 128 \leq 0 \rightarrow TC \geq 188s$$

$$L(2): 16 + 16 + 158 + 358 - TC \leq 0 \rightarrow TC \geq 548s$$

$$L(3): 16 + 16 - TC + 128 + 258 \leq 0 \rightarrow TC \geq 418s$$

$$U(0): TC \leq 128 + 258 + 20 + 158 + 358 + 20 \rightarrow TC \leq 942$$

$$L = 548s$$

$$U = 942s$$

Equacions (per a $TC = 548$):

$$t_0 \geq t_2 - 208 \quad t_0 \geq t_3 - 532$$

$$t_1 \geq t_2 + 16 \quad t_1 \geq t_3 - 258$$

$$t_2 \geq t_0 + 128 \quad t_2 \geq t_4 - 308 \quad t_2 \geq t_5 + 16$$

$$t_3 \geq t_1 + 158 \quad t_3 \geq t_4 + 16 \quad t_3 \geq t_5 + 140$$

$$t_4 \geq t_1 + 12 \quad t_4 \geq t_2 + 258$$

$$t_5 \geq t_0 + 12 \quad t_5 \geq t_3 - 190$$

	I1	I2	I3	I4	I5	I6
0	0	0	20	120	220	320
1	144	244	344	444	544	644
2	128	228	328	428	528	628
3	402	502	602	702	802	902
4	386	486	586	686	786	886
5	12	212	312	412	512	612

Taula 4.12. Iteracions seqüència $H_{2,4}=(0,5,2,1,4,3)$

Després d'iterar $m \cdot n$ vegades (corresponent al nombre de moviments de la seqüència) no hi ha dues iteracions iguals. No obstant això, s'aprecia com el resultat dels temps ha anat augmentant en valors de 100s en les últimes iteracions.

Així, es mirarà la factibilitat de la seqüència en el cas de sumar aquest increment al temps de cycle actual. Per tant, el nou límit inferior i TC serà la suma de l'anterior, 548s, i l'increment observat en les iteracions, 100s.

Aquest nou límit inferior (L) segueix tenint un valor inferior a la cota superior (U), 942s, calculada anteriorment. Com el nou valor supera la primera prova de viabilitat, es tornarà a fer els càlculs de la segona comprovació, aquest cop amb el valor TC = 648s.

Equacions (per a TC = 648):

$$\begin{array}{ll}
 t_0 \geq t_2 - 208 & t_0 \geq t_3 - 632 \\
 t_1 \geq t_2 + 16 & t_1 \geq t_3 - 258 \\
 t_2 \geq t_0 + 128 & t_2 \geq t_4 - 308 \quad t_2 \geq t_5 + 16 \\
 t_3 \geq t_1 + 158 & t_3 \geq t_4 + 16 \quad t_3 \geq t_5 + 240
 \end{array}$$



$$t_4 \geq t_1 + 12$$

$$t_4 \geq t_2 + 258$$

$$t_5 \geq t_0 + 12$$

$$t_5 \geq t_3 - 290$$

	I1	I2	I3
0	0	0	0
1	144	144	144
2	128	128	128
3	402	402	402
4	386	386	386
5	12	112	112

Taula 4.13. Iteracions seqüència $H_{2,4}=(0,5,2,1,4,3)$ amb $TC = 648s$

Ara, les iteracions I2 i I3 són iguals i per tant es pot afirmar que la seqüència $H_{2,4}$ és factible.

4.4.1.3. Vèrtex del nivell 3

Comparant els resultats obtinguts després d'afegir el segon tanc, la seqüència amb el menor temps de cicle, és $H_{2,4} = (0,5,2,1,4,3)$ amb $TC = 648s$ i, per tant, serà l'escollida per a ramificar i analitzar les seves ramificacions.

Les ramificacions resultants d'afegir el tercer tanc són les següents:

0,7,6,5,2,1,4,3 // 0,6,7,5,2,1,4,3 // 0,6,5,7,2,1,4,3 // 0,6,5,2,7,1,4,3 // 0,6,5,2,1,7,4,3 //
0,6,5,2,1,4,7,3 // 0,6,5,2,1,4,3,7

0,7,5,6,2,1,4,3 // 0,5,7,6,2,1,4,3 // 0,5,6,7,2,1,4,3 // 0,5,6,2,7,1,4,3 // 0,5,6,2,1,7,4,3 //
0,5,6,2,1,4,7,3 // 0,5,6,2,1,4,3,7

0,7,5,2,6,1,4,3 // 0,5,7,2,6,1,4,3 // 0,5,2,7,6,1,4,3 // 0,5,2,6,7,1,4,3 // 0,5,2,6,1,7,4,3 //
0,5,2,6,1,4,7,3 // 0,5,6,2,1,4,3,7

0,7,5,2,1,6,4,3 // 0,5,7,2,1,6,4,3 // 0,5,2,7,1,6,4,3 // 0,5,2,1,7,6,4,3 // 0,5,2,1,6,7,4,3 //
0,5,2,1,6,4,7,3 // 0,5,2,1,6,4,3,7

0,7,5,2,1,4,6,3 // 0,5,7,2,1,4,6,3 // 0,5,2,7,1,4,6,3 // 0,5,2,1,7,4,6,3 // 0,5,2,1,4,7,6,3 //
0,5,2,1,4,6,7,3 // 0,5,2,1,4,6,3,7

0,7,5,2,1,4,3,6 // 0,5,7,2,1,4,3,6 // 0,5,2,7,1,4,3,6 // 0,5,2,1,7,4,3,6 // 0,5,2,1,4,7,3,6 //
0,5,2,1,4,3,7,6 // 0,5,2,1,4,3,6,7

Aplicant les restriccions de què només hi pot haver una sola peça per tanc, el nombre d'opcions queda reduït significativament.

$H_{3,1} = 0,6,5,7,2,1,4,3$ $H_{3,2} = 0,6,5,2,7,1,4,3$ $H_{3,3} = 0,6,5,2,1,7,4,3$

$H_{3,4} = 0,5,7,2,1,4,6,3$ $H_{3,5} = 0,5,2,7,1,4,6,3$ $H_{3,6} = 0,5,2,1,7,4,6,3$

$H_{3,7} = 0,5,7,2,1,4,3,6$ $H_{3,8} = 0,5,2,7,1,4,3,6$ $H_{3,9} = 0,5,2,1,7,4,3,6$

Analitzant aquestes seqüències de la mateixa manera que les anteriors es troba que la seqüència $H_{3,9} = (0, 5, 2, 1, 7, 4, 3, 6)$ amb $TC = 648s$ és la seqüència factible amb un temps de cycle menor, i per tant, és la solució al problema, ja que qualsevol dels altres vèrtexs oberts tenen un valor de cycle superior a 648s. Per tant, poden ser podats i així l'arbre queda totalment explorat.

En la figura 4.21 es mostra l'arbre amb els temps de cycle de les seqüències i la seva viabilitat indicada amb una creu en cas de ser inviable.

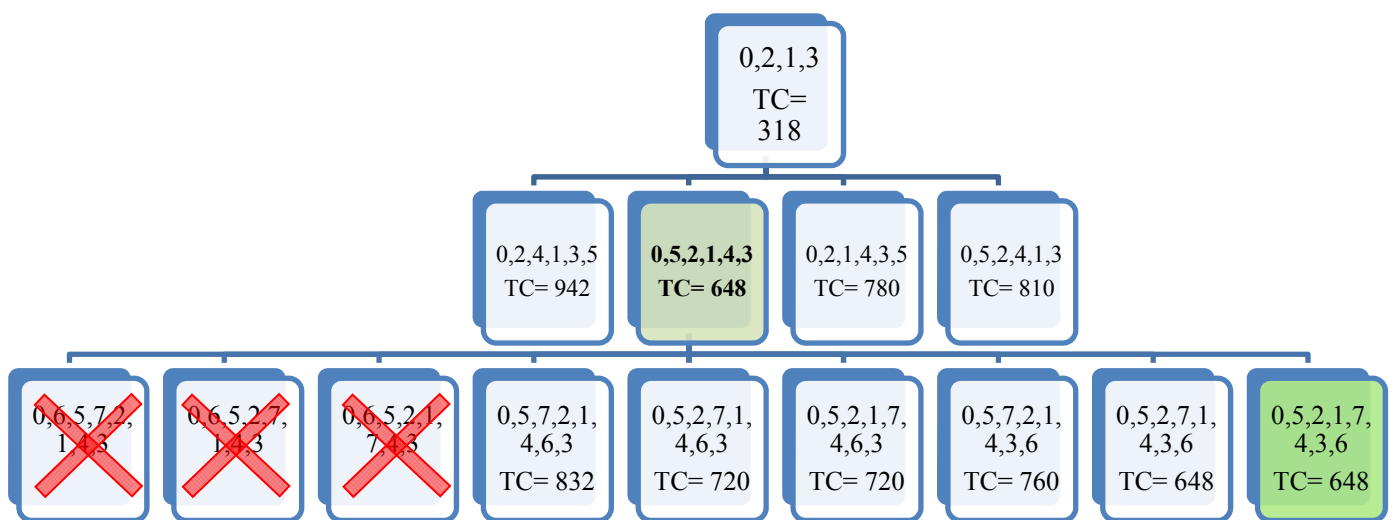


Figura 4.21. Arbre Branch and Bound de problema amb tres tancs i dues peces (font pròpia)



4.5. Duplicació d'un tanc per a la reducció del temps de cicle

En aquest apartat s'estudiarà la possibilitat de reduir encara més el temps de cicle del problema plantejat incorporant un tanc extra a la línia de procés. Aquest tanc serà un duplicat d'un tanc ja existent, farà la mateixa operació i estarà en el mateix pas del procés. Per tant, que un tanc estigui duplicat, implica que cadascuna de les peces que abans es podien submergir en un sol tanc, ara podran anar a parar cadascuna a un tanc diferent simultàniament. Això té per conseqüència que ara poden estar submergides alhora dues peces en dos tancs diferents que contenen el mateix tractament.

Els criteris per escollir quin tanc serà duplicat poden ser varis. En aquest treball s'escollirà duplicar el tanc on es requereixi el màxim temps mínim de tractament per a qualsevol de les peces ($\text{Max}(a_k)$). El motiu d'aquesta elecció serà evitar el coll d'ampolla que produeix la peça que més temps de tractament requereix en un tanc.

Com que la línia de tractament disposa d'un únic transportador que es mou linealment per sobre dels tancs, aquest tanc afegit incrementa el temps de desplaçament entre els tancs que es troben abans i després dels tancs duplicats.

Un exemple per il·lustrar la casuística descrita es pot veure en les imatges inferiors 4.22.a i 4.22.b. En la figura 4.22.a hi ha la situació inicial i en la figura 4.22.b la final, on el primer tanc amb els moviments 2 i 3 ha estat duplicat. En la figura 4.22.b es pot observar com el temps de desplaçament entre els moviments 0 i 2 es manté, però es veu incrementat per als moviments 1 i 3, per un tanc de distància, a causa de la incorporació del nou tanc.

La metodologia de resolució del problema es manté igual, afegint només el càlcul de l'elecció del tanc a duplicar. A més, s'haurà de tenir en compte les noves distàncies de desplaçament generades pel tanc afegit que modificaran els valors de la matriu de desplaçament, i el canvi en l'ordre dels moviments permesos que modificarà alguns criteris per descartar una seqüència.

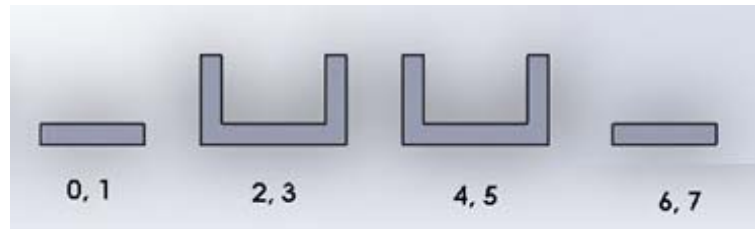


Figura 4.22.a. Exemple duplicació del primer tanc, pels moviments 2 i 3 (font pròpia)

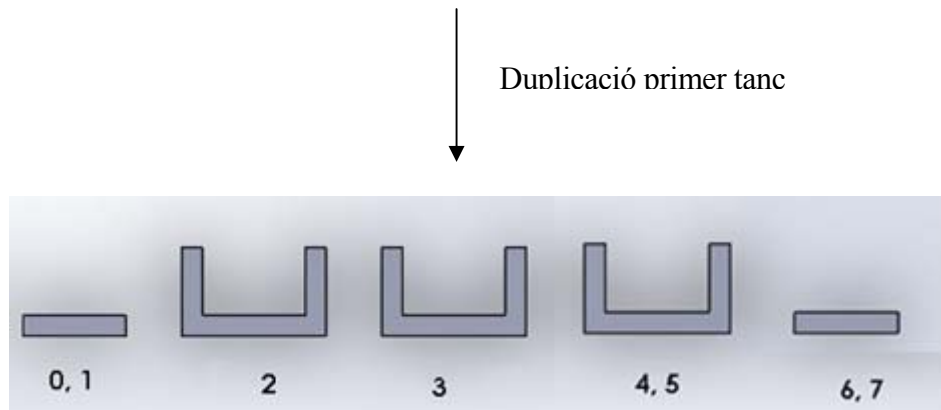


Figura 4.22.b. Exemple duplicació del primer tanc, pels moviments 2 i 3 (font pròpia)

4.5.1 Exemple de tractament amb un tanc duplicat

Afegint la casuística d'un tanc duplicat, els càlculs varien lleugerament, ja que ara el primer pas serà calcular el tanc a duplicar, escollint aquell que tingui la peça amb el valor del temps mínim de tractament en els tancs més elevat.

Les distàncies de desplaçament es veuen incrementades en afegir un nou tanc, i s'haurà de tenir en compte en els càlculs de la matriu V . Per últim, es podrà contemplar el cas de realitzar moviments que anteriorment corresponien a un únic tanc de manera consecutiva sense que la seqüència sigui infactible, ja que ara no s'estarà introduint dues peces en un mateix tanc.

Fent servir aquesta nova lògica en l'exemple del capítol 4.4, el tanc duplicat serà el segon, ja que el valor més alt del temps mínim de tractament és 350s que es correspon a la segona peça en el segon tanc. Per tant, la primera part del càlcul amb el primer tanc (4.4.1.1 Vèrtex del nivell 1 o arrel) es manté exactament igual amb els mateixos resultats i només canvien els valors en afegir el segon tanc.

Amb aquesta nova casuística de la duplicació del segon tanc hi ha més seqüències possibles,



ja que ara, els moviments 4 i 5 no entren en conflicte per realitzar el mateix tractament alhora. Així doncs, les seqüències que podrien ser factibles seran:

0, 5, 4, 2, 1, 3 // 0, 4, 5, 2, 1, 3 // 0, 4, 2, 5, 1, 3 // 0, 4, 2, 1, 5, 3 // 0, 4, 2, 1, 3, 5
 // 0, 5, 2, 4, 1, 3 // 0, 2, 5, 4, 1, 3 // 0, 2, 4, 5, 1, 3 // 0, 2, 4, 1, 5, 3 // 0, 2, 4, 1, 3, 5
 // 0, 5, 2, 1, 4, 3 // 0, 2, 5, 1, 4, 3 // 0, 2, 1, 5, 4, 3 // 0, 2, 1, 4, 5, 3 // 0, 2, 1, 4, 3, 5
 // 0, 5, 2, 1, 3, 4 // 0, 2, 5, 1, 3, 4 // 0, 2, 1, 5, 3, 4 // 0, 2, 1, 3, 5, 4 // 0, 2, 1, 3, 4, 5

A aquesta llista de seqüències se'ls aplica la primera i segona comprovació de la mateixa manera que en l'exemple anterior, ja que l'únic canvi serà en els valors de la matriu V, on s'ha de contemplar que ara hi ha un tanc de distància entre els moviments 4 i 5.

Les seqüències que resulten factibles després d'aquests càlculs són:

$$H_{2,1} = (0, 2, 5, 4, 1, 3) \rightarrow TC = 592$$

$$H_{2,2} = (0, 2, 4, 1, 3, 5) \rightarrow TC = 966$$

$$H_{2,3} = (0, 5, 2, 1, 4, 3) \rightarrow TC = 672$$

$$H_{2,4} = (0, 2, 5, 1, 4, 3) \rightarrow TC = 548$$

$$H_{2,5} = (0, 2, 1, 5, 4, 3) \rightarrow TC = 430$$

$$H_{2,6} = (0, 2, 1, 4, 3, 5) \rightarrow TC = 804$$

$$H_{2,7} = (0, 2, 5, 1, 3, 4) \rightarrow TC = 548$$

$$H_{2,8} = (0, 2, 1, 5, 3, 4) \rightarrow TC = 406 \rightarrow \text{Mínim TC del segon nivell}$$

Sent $H_{2,8}$ la seqüència amb un temps de cycle menor, serà l'escollida per ramificar i veure si pot conduir a la solució òptima del problema. Les seqüències resultants d'introduir l'últim tanc en $H_{2,8}$ són:

0, 6, 2, 7, 1, 5, 3, 4 // 0, 6, 2, 1, 7, 5, 3, 4 // 0, 6, 2, 1, 5, 7, 3, 4 // 0, 6, 2, 1, 5, 3, 7, 4
 // 0, 7, 2, 6, 1, 5, 3, 4 // 0, 2, 6, 1, 7, 5, 3, 4 // 0, 2, 6, 1, 5, 7, 3, 4 // 0, 2, 6, 1, 5, 3, 7, 4
 // 0, 7, 2, 1, 6, 5, 3, 4 // 0, 2, 7, 1, 6, 5, 3, 4 // 0, 2, 1, 6, 5, 7, 3, 4 // 0, 2, 1, 6, 5, 3, 7, 4
 // 0, 2, 1, 5, 7, 3, 6, 4 // 0, 2, 1, 5, 7, 3, 4, 6 // 0, 2, 1, 5, 3, 7, 4, 6

De les quals un cop s'ha aplicat la primera i segona prova de viabilitat, es pot afirmar que són factibles:

$$H_{3,1} = (0, 6, 2, 1, 5, 7, 3, 4) \rightarrow TC = 498$$

$$H_{3,2} = (0, 6, 2, 1, 5, 3, 7, 4) \rightarrow TC = 410$$

$$H_{3,3} = (0, 2, 1, 5, 7, 3, 4, 6) \rightarrow TC = 498$$

$$H_{3,4} = (0, 2, 1, 5, 3, 7, 4, 6) \rightarrow TC = 490$$

Com que la seqüència $H_{3,2} = (0, 6, 2, 1, 5, 3, 7, 4)$ té un temps de cycle menor a qualsevol valor de les seqüències del segon nivell que queden obertes ($H_{2,1}, H_{2,2}, H_{2,3}, H_{2,4}, H_{2,5}, H_{2,6}$ i $H_{2,7}$), es pot afirmar que aquesta serà la solució al problema i podar tots els nodes esmentats, tancant així l'arbre.

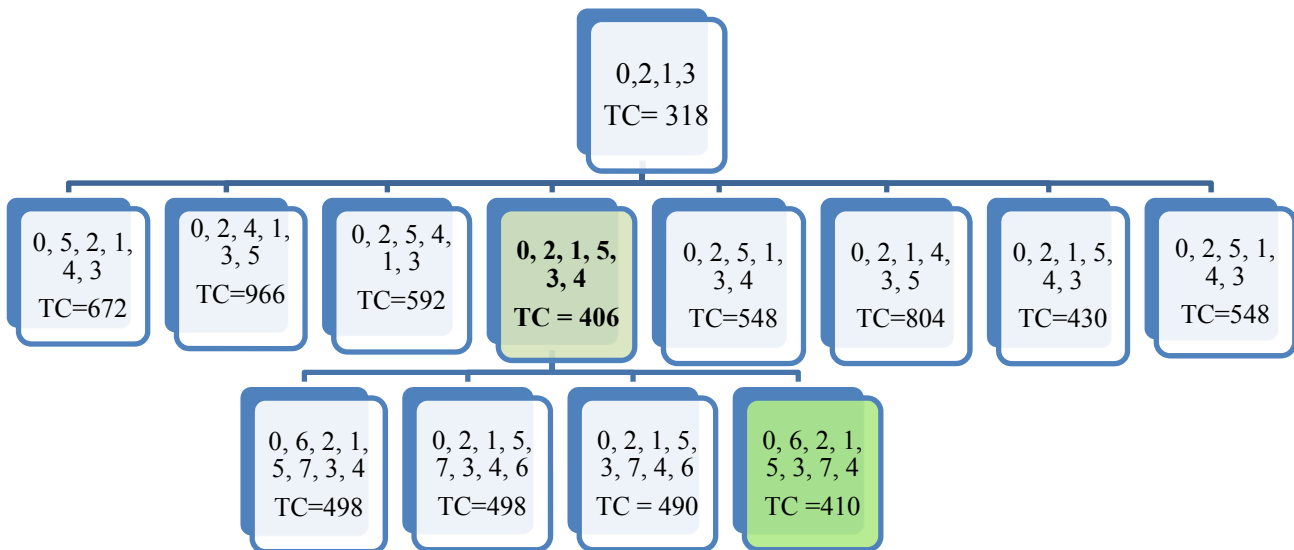


Figura 4.23. Arbre Branch and Bound de problema amb tres tancs i dues peces amb duplicació de tanc (font pròpia)

En aquest exemple, el temps de cycle es redueix en 238s respecte al cas d'un tanc únic ($Reducció TC = TC_{Tanc duplicat} - TC_{Tanc únic}$), cosa que suposa una reducció del 36,73% del temps de cycle en aplicar la duplicació del tanc on es produeix el tractament de la peça amb un temps mínim de tractament més alt ($\% reducció TC = \frac{TC_{Tanc únic} - TC_{Tanc duplicat}}{TC_{Tanc únic}} \times 100$).



5 Algorisme proposat

L'algorisme proposat per resoldre el problema plantejat es podrà dividir en quatre parts principals. Primerament la introducció de les dades del problema: nombre de tancs, nombre de peces, temps de desplaçament del transportador amb càrrega i sense càrrega, i temps mínims i màxims de remull de cada peça dins dels tancs. Posteriorment l'ordenació d'aquestes dades en llistes i matrius per tal de finalment en la tercera part, poder treballar amb elles per fer els càlculs de viabilitat de les seqüències. En l'última part, s'imprimirà el resultat dels càlculs per pantalla indicant la seqüència òptima i el seu temps de cicle.

L'algorisme s'implementarà en el llenguatge informàtic anomenat Python, i es farà servir la versió 2.7.9 per a la seva execució. Python és un llenguatge amb una llicència de codi obert (Python Software Foundation License) que es caracteritza sobretot per la seva llegibilitat i a més és compatible amb la llicència pública general de GNU (a partir de la versió 2.1.1).

L'estructura general de l'algorisme serà la següent:

Introducció dades del problema

Elecció del tanc a duplicar

Càlcul matrius de temps de desplaçament del transportador entre tancs

Creació de llista per guardar els resultats

Creació de seqüència inicial

Càlcul matriu V

Càlcul Temps de cicle seqüència inicial

Mentre no final llista:

Escollir vèrtex a ramificar

Càlcul ramificacions de vèrtex escollit

Mentre vèrtexs oberts:

Si seqüència no analitzada:

Càlcul V

Càlcul primera prova viabilitat

Si factible:

Càlcul segona prova viabilitat

Si no:

Mirar seqüència següent

Si no:

Mirar seqüència següent

Impressió per pantalla de resultats

Els subprogrames necessaris seran:

- **Càlcul matrius de temps de desplaçament del transportador entre tancs:** calcula els temps de desplaçament del transportador amb càrrega i sense càrrega entre els diferents tancs. Aquesta matriu és necessària per als posteriors càlculs de la matriu V.
- **Creació de seqüència inicial:** genera la primera seqüència, anomenada arrel, basant-se en el nombre de tancs i peces introduïts.
- **Càlcul matriu V:** calcula la matriu V corresponent als temps de desplaçament de les seqüències ramificades tenint en compte els temps de remull i els temps de desplaçament del transportador entre tancs.
- **Càlcul ramificacions:** donada una seqüència, calcula les seqüències que es poden generar en afegir un tanc.
- **Càlcul primera prova viabilitat:** calcula els límits superiors i inferiors per descartar aquelles seqüències que no són factibles.



- **Càlcul segona prova viabilitat:** acaba de verificar si les seqüències que han passat la primera prova de viabilitat són factibles.
- **Escollir pròxim vèrtex a ramificar:** escull de la llista de vèrtexs oberts, el pròxim vèrtex per ramificar basant-se en els temps de cicle.

6. Resultats experimentals

Un cop explicades les dues possibles configuracions de la línia de tractament i la seva resolució, es passarà a analitzar i comparar els temps de procés que es triga en ambdós casos, per determinar si és convenient que s'apliqui la duplicació d'un tanc en la línia de tractament.

Per això, s'agafarà una mostra de 100 seqüències amb diferents temps de tractament de les peces i de temps de transport entre tanc.

Les mostres es poden dividir entre la relació dels temps de transport entre tanc amb càrrega i sense càrrega. És a dir, entre la relació que hi ha en els temps del transportador f/e . Així doncs, en el cas de les seqüències que s'analitzaran, hi haurà quatre grups: els que tenen una relació de menys de 1,5 (ex: $e=7$, $f=10$), els que tenen una relació de 1,5 (ex: $e=6$, $f=9$), els que tenen una relació de 2 ($e=6$, $f=12$) i finalment els que tenen una relació de 3 (ex: $e=5$, $f=15$).

Un altre factor important és el nombre de tancs analitzats a la seqüència, ja que com es veurà més endavant, aquesta variable és la que més influeix en l'efectivitat del mètode de duplicació d'un tanc.

En les següents taules es veurà l'eficiència del mètode de la duplicació d'un tanc respecte a l'estat inicial sense duplicació. L'eficiència es mesurarà segons el percentatge de seqüències que obtenen un temps de cicle menor en duplicar un tanc (12), la mitjana de temps que ha millorat aquest TC en segons (13) i el percentatge que s'ha reduït el temps de cicle respecte al cas inicial (14).

$$\% \text{ seqüències millorades} = \frac{\text{Quantitat } TC_{\text{Tanc duplicat}} < TC_{\text{Tanc únic}}}{\text{Quantitat seqüències analitzades}} \quad (12)$$

$$\text{Mitjana reducció TC} = \frac{TC_{\text{Tanc duplicat}} - TC_{\text{Tanc únic}}}{\text{Quantitat } TC_{\text{Tanc duplicat}} < TC_{\text{Tanc únic}}} \quad (13)$$

$$\% \text{ reducció TC} = \frac{TC_{\text{Tanc duplicat}} - TC_{\text{Tanc únic}}}{TC_{\text{Tanc únic}}} \quad (14)$$

En la taula 6.1 es mostren els resultats depenent del nombre de tancs que conté la seqüència. Es pot apreciar una clara correlació entre la quantitat de tancs i l'eficiència de duplicar un tanc per reduir el temps de procés ple que fa la quantitat de seqüències millorades. A partir de cinc



tancs, el percentatge d'èxit és molt baix i per tant ja no es continuen les proves amb un nombre major de tancs considerant els resultats obtinguts no compensen l'esforç i l'impacte ambiental de duplicar un tanc.

Seqüència amb m	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
3	40	37,04	15,89
4	20	31,4	11,84
5	13	64,85	16,37

Taula 6.1. Resultats segons el nombre de tanc

Per altra banda, com es pot veure a les taules 6.2 i 6.3, la relació f/e no té un impacte significatiu en el percentatge de seqüències millorades ni en el percentatge de temps reduït.

Relació f/e (amb m=3)	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
<1,5	43,75	25	11,38
1,5	38,10	20,19	9,28
2	37,50	41,42	16,40
3	41,93	49,85	19,13

Taula 6.2. Resultats segons la relació f/e per a una seqüència de tres tancs

Relació f/e (amb m=4)	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
<1,5	31,25	22,20	8,65
1,5	19,05	45,75	16,17
2	15,63	24,40	9,88
3	19,35	35,33	10,97

Taula 6.3. Resultats segons la relació f/e per a una seqüència de quatre tancs

La diferència segons la posició del tanc escollit per ser duplicat, depenent dels valors dels temps mínims de tractament, es mostra significativa amb un percentatge de millora més alt quan el tanc no és al costat d'una plataforma, és a dir, quan el tanc està en una posició interior de la seqüència. Pel que fa a la reducció del temps de cycle, el percentatge millora si el tanc duplicat es troba al final de la línia de tractament.

Tanc duplicat	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
1	12,12	13,67	5,87
2	37,36	41,79	13,97
3	37,29	52,16	19,64
4	10,34	46,67	14,40

Taula 6.4. Resultats segons la posició del tanc duplicat en la línia de tractaments

En detall, els resultats obtinguts (taules 6.5, 6.6, 6.7 i 6.8) segons el tanc duplicat per la relació f/e també reflecteixen que el resultat millora quan el tanc duplicat no es troba al costat d'una



plataforma però sí al final de la línia de tractament, exceptuant el cas $f/e = 1,5$ on l'últim tanc obté els millors resultats.

Tanc duplicat per a $f/e < 1,5$	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
1	33,33	13,75	5,80
2	33,33	23,23	11,29
3	33,33	69,25	24,30
4	0	0	0

Taula 6.5. Resultats segons la posició del tanc duplicat en la línia de tractaments amb relació $f/e < 1.5$

Tanc duplicat per a $f/e = 1,5$	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
1	9,09	15,33	7,32
2	46,15	39,83	15,17
3	26,67	17,38	7,90
4	50	55	17,57

Taula 6.6. Resultats segons la posició del tanc duplicat en la línia de tractaments amb relació $f/e = 1.5$

Tanc duplicat per a $f/e=2$	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
1	4,76	8	3,01
2	28,57	33,10	12,65
3	40	47,50	19,50
4	18,18	42,50	12,90

Taula 6.7. Resultats segons la posició del tanc duplicat en la línia de tractaments amb relació $f/e = 2$

Tanc duplicat per a $f/e=3$	% seqüències millorades	Mitjana reducció TC (s)	% reducció TC
1	0	0	0
2	47,05	48,81	14,56
3	50	70,17	22,47
4	0	0	0

Taula 6.8 Resultats segons la posició del tanc duplicat en la línia de tractaments amb relació $f/e = 3$

En resum, el procediment de duplicar un tanc proporciona millors resultats en el cas de seqüències curtes on el nombre de tancs és reduït. A mesura que s'incrementa el nombre de tancs, la quantitat de casos que no es beneficien d'aquest procés augmenta. Si el tanc duplicat es troba cap al final de la línia, però no al costat mateix de la plataforma final, també es veu un increment en el percentatge de reducció del temps de cicle. Per altra banda, la relació f/e no afecta gaire els resultats obtinguts.



7. Impacte ambiental

En aquest apartat s'estudiarà l'impacte ambiental de duplicar un tanc en la línia de tractament del problema analitzat.

Inicialment, es podria pensar que en duplicar un tractament, cada tanc passarà a tractar la meitat de peces que abans eren tractades per un sol tanc, i per tant, el consum general tant d'energia com de materials no es veurà afectat. S'ha de tenir present però, que si el temps de seqüència es veu reduït en duplicar el tanc, la quantitat de peces que es poden fabricar augmenta, i per tant, els dos tancs en conjunt tractaran una quantitat de peces superior a si no hi hagués cap tanc duplicat en la línia de producció.

Per altra banda, l'impacte tampoc resultarà en un consum doble de recursos respecte a un sol tanc, a no ser que el temps de cicle es vegi reduït a la meitat i es puguin fabricar el doble de peces.

Tenint presents els aclariments anteriors, es pot començar a analitzar quines seran les conseqüències ambientals de duplicar un tanc en la línia de tractament.

Les primeres conseqüències de duplicar un tanc comencen amb el tanc mateix, que requereix un consum energètic relacionat a la fabricació i transport d'aquest a la línia de tractament. A més, el material que fa falta per a la seva construcció posteriorment, en acabar la vida útil del tanc, haurà de ser convenientment reciclat.

Com ara hi haurà dos tancs realitzant la mateixa funció, els dos hauran de tenir el mateix tractament en el seu interior, que s'haurà d'anar substituint més sovint en conjunt, ja que la quantitat de peces tractades ha augmentat.

La vida útil de cada tanc serà més llarga que en el cas d'un sol tanc però com s'ha esmentat anteriorment, el fet de tractar un nombre més elevat de peces comporta un major desgast i una necessitat de neteja i manteniment superior. Per tant, augmentarà la quantitat d'aigua contaminada amb aquesta neteja i les emissions de gasos contaminants generats per la immersió de la peça en el tractament.

Altres conseqüències resultants de la introducció d'un nou tanc, continuen amb el transportador encarregat de traslladar les peces. El nou tanc suposa un increment de distància entre les plataformes inicials i finals, resultant en un increment en la longitud de la guia que fa servir el transportador per moure's entre els tancs. Aquest increment, igual

que en el cas del tanc, implica un consum d'energia i material major per a la seva fabricació. A més d'això, el transportador ara augmentarà el seu consum d'energia perquè en conjunt haurà de recórrer més distància per anar a buscar les peces.

En resum, la duplicació d'un tanc millora, en certs casos, el temps del procés de tractament de les peces, però no té beneficis medi ambientals ni es veu reduïda la petjada ecològica.



8. Pressupost

El pressupost d'aquest treball es calcula a partir del temps i esforç invertit en el seu desenvolupament, des de la investigació sobre el tema a escriure fins als últims retocs de les imatges. Aquest procés es pot dividir en tres fases: una primera fase on es defineix els requeriments i la lògica general del treball, la segona en què es genera l'algorisme demanat i la tercera i última on es demanen modificacions i nous requeriments de l'algorisme generat en la segona part. Per fer el càlcul més real, s'ha afegit a més el temps d'implementació del programa a les instal·lacions del client.

Així doncs, la primera fase recull la comprensió del problema plantejat pel client, la presa dels requeriments i la recerca i elecció de la metodologia per a la resolució del problema.

La segona fase, comprèn la creació d'un algorisme que fent servir el mètode escollit en la primera fase, automatitzarà els càlculs per a la resolució del problema.

En la tercera fase, el client va voler saber si duplicant un dels seus tancs, com s'explica a l'apartat 4.5, es podria reduir encara més el temps del procés. Aquesta fase va requerir per tant, canvis en la lògica de l'algorisme desenvolupat, una actualització de la documentació i l'estudi de l'eficiència d'aquesta nova condició.

El pressupost de les fases es calcula a partir d'una tarifa de 150€/dia on les activitats estan desglossades i calculades per temps dedicat. Al final s'afegeix el 21% corresponent d'IVA a pressupost calculat.

Descripció	Temps (dies)	Preu (€)
Anàlisis dels requeriments	5	750
Recerca	15	2250
Desenvolupament algorisme	55	8250
Testeig	10	1500
Redacció de la documentació	15	2250

Reunions	2	300
Implementació	2	300
Total	104	15600
Preu final amb 21% IVA		18876

Taula 8.1. Pressupost primera i segona fase

Descripció	Temps (dies)	Preu (€)
Anàlisis dels requeriments	2	300
Desenvolupament algoritme	20	3000
Testeig	10	1500
Redacció de la documentació	5	750
Reunions	1	150
Implementació	1	150
Total	39	5850
Preu final amb 21% IVA		7078,50

Taula 8.2. Pressupost tercera fase

El total serien 25.954,50 € per a tot el projecte, desglossats en 18.876 € per a les fases 1 i 2 (Taula 8.1) i 7.078,50 € per a la fase 3 (Taula 8.2).



9. Conclusions

En aquest treball s'ha analitzat un sistema de fabricació del sector galvanotècnic, en el qual les peces que es fabriquen han de ser tractades dins d'uns tancs, durant un temps que queda definit per un interval donat. El trasllat de les peces entre els tancs s'efectua amb un únic transportador amb uns temps de desplaçament variables segons si està transportant o no una peça. Aquest problema és més conegut amb el nom de '*Hoist Scheduling Problem*' i la seva resolució pot ser d'utilitat per a diverses empreses que facin servir un mètode de producció semblant al descrit.

L'objectiu ha estat fer el procés de tractament de les peces el més efectiu possible pel que fa al temps. Per a aconseguir aquest fi s'intenta introduir més d'una peça dins del procés de tractament, sempre que això sigui possible, a més de duplicar el tanc on es requereixi fer el tractament amb el temps mínim més elevat.

Amb aquest objectiu s'ha estudiat les possibles maneres de determinar la seqüència òptima de tractament de les diverses peces diferents en la línia de producció mitjançant un algoritme.

Després d'estudiar totes les possibilitats, s'ha escollit la tècnica de '*Ramificació i Poda*' que ha estat considerada la més adient, basant-se en paràmetres com el temps de procés, la utilització de recursos computacionals i l'exactitud de la solució obtinguda.

S'ha explicat amb més detall el mètode escollit per a la resolució mitjançant el programa computacional i s'ha escrit un exemple genèric i un altre numèric del procés de resolució, tanc per al cas d'una línia de tractament tradicional, com pel cas d'una línia amb un tanc duplicat.

Posteriorment, s'ha explicat l'algorisme creat, explicant els passos que segueix per fer els càlculs, i els subprogrames que han sigut necessaris i finalment s'ha adjuntat aquest algoritme en els annexos del treball.

Per estudiar l'eficiència del mètode de duplicar un tanc en el procés de tractament de peces descrit, s'ha analitzat una mostra de 100 seqüències amb característiques de temps diferents i calculat en quin percentatge de casos és convenient aplicar el mètode de duplicar un tanc, i quina reducció del temps suposa.

Per acabar, s'ha fet un estudi dels impactes ambientals que es generen a partir de la duplicació d'un tanc en una línia de tractament.

10. Agraïments

Vull agrair en primer lloc, al tutor del projecte, Manel Mateo, per mostrar-se sempre disposat a resoldre els dubtes que van anar sorgint al llarg del desenvolupament del projecte i per la seva supervisió i seguiment de cada una de les fases.

Per últim agrair el suport, especialment de família i amics, que m'han ajudat durant el transcurs de la carrera, alleugerant els moments difícils.



11. Bibliografia

Aarts, E., Lenstra, J.K. (2003). Local search in combinatorial optimization. Princeton University Press, pp 19-22, 140-142, 361-382.

El Amraoui A., Manier M.-A., El Mudni A., Benrejeb M. (2011). Heuristic for the resolution of the cyclic hoist scheduling problema with multi-items. IFAC.

Gurobi, (2008): Branch and Bound. Disponible en: www.gurobi.com (Data consulta: 16/11/2014).

Hermán J. (2011). Aplicación de la heurística de Gupta en la secuenciación de n tareas en m máquinas: un caso de estudio. Universidad Tecnológica de Pereira.

Hernán J. (2010). Aplicación de la heurística de Palmer en la secuenciación de n tareas en m máquinas: un caso de estudio. Universidad Tecnológica de Pereira.

Luque, G. J., (2006). Resolución de problemas combinatorios con aplicación real en sistemas distributivos. Tesis doctoral. Universidad de Málaga, pp 9-35.

Mateo M. (2001). Procedimientos de secuenciación y programación en un sistema productivo de estaciones en serie con transportadores asíncronos de material. Tesis Doctoral. Universitat politècnica de Catalunya.

Mateo M. i Companys R. (2007). Programación n-cíclica en una línea de fabricación con puente-grua. Universitat Politècnica de Catalunya.

Mateo M., Companys R. i Amorós A. (2003) Programación de un transportador en una línea de tanques para fabricar lotes de igual tamaño de objetos heterogéneos. Universitat Politècnica de Catalunya.

Mateo M., Companys R. i Bautista J. (2000a). Bounded cycle time for the cycling hoist scheduling problem. Universitat Politècnica de Catalunya.

Mateo M., Companys R. i Bautista J. (2000b). Visión del Hoist Scheduling Problem como un problema clásico de programación Dinámica. Universitat Politècnica de Catalunya.

Mateo M., D'Armas Mayra i De los Santos M^a A. (2010). Determinación de las rutas de un

robot transportador en un sistema productivo. Universitat Politècnica de Catalunya i UNEXPO Vicerrectorado Puerto Ordaz.

Mateo M., Manier M-A, Companys R. (2015). A procedure based on branch-and-bound for the Cyclic Hoist Scheduling Problem with n types of product. Universitat Politècnica de Catalunya i Université de Technologie de Belfort-Montbéliard.

Mateo M. i Vanderveken S. (2003) Determinación de la secuencia óptima para introducir productos en una línea de producción con transportadores. Universitat Politècnica de Catalunya.

Michalewicz, Z., Fogel, D.B. (2004). How to solve it: modern heuristics. 2nd ed., Springer, pp 55-58, 64-65, 76-81, 101-109.

Prateek Rastogi (2014). Sample custom optimization scheduling problem. Disponible en: www.opexanalytics.com (Data consulta: 12/11/2014).

