



Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i
Aeroespacial de Castelldefels

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TREBALL FINAL DE GRAU

TÍTOL DEL TFG: Banc de proves per a l'estudi de sistemes de control

TITULACIÓ: Grau en Enginyeria d'Aeroports

AUTOR: Gregori Artigues Nebot

DIRECTOR: Marcos Quilez Figuerola

DATA: 21 de juliol del 2017

DEDICATÒRIA

Per tota la confiança i suport que m'han donat els meus pares, la meva parella i tota la meva família, m'agradaria dedicar-los-hi aquest treball final de grau. Símbol de finalització de 5 anys de grau que han inspirat en mi l'esperit d'independència, valia i autoexigència.

Gràcies a tothom qui ha format part del meu àmbit d'estudi i entorn personal, per haver-me ensenyat tot el que ara sé i el que m'ajudarà a convertir-me en un professional el dia de demà en l'entorn laboral.

Especial agraïment al meu tutor del treball per l'esforç dedicat i per haver-se involucrat amb l'objectiu d'aconseguir uns bons resultats.

Gràcies per ensenyar-me a aprendre.

RESUM DEL TREBALL

Banc de proves per a l'estudi de sistemes de control

El següent treball de final de grau consisteix en l'estudi i l'elaboració d'un banc de proves per a l'estudi de sistemes de control. Caldrà un sistema real per a controlar i que ens permetrà la presa de dades empíriques a temps real si fos necessari per a la seva caracterització. Concretament el sistema que s'ha dissenyat pel projecte és un prototip de balancí amb un motor i una hèlix.

La planta estudiada està basada en una barra que té com a grau de llibertat el gir entorn a un eix horitzontal que fa que descrigui un moviment contingut en el pla vertical. Això s'aconsegueix gràcies a la força de sustentació que genera el gir de l'hèlix en un fluid viscos com és l'aire. L'hèlix es troba acoblada a un motor de corrent contínua i es troben encastats en un dels extrems de la barra basculant. Mitjançant la variació de velocitat de gir de l'hèlix es permet variar la força que genera i consegüentment l'angle que forma la posició de la barra respecte de la vertical. Es pot mesurar la posició o l'angle amb un potenciòmetre acoblat a l'eix de rotació que depenent de la resistència que generi al pas del corrent es relacionarà amb un angle concret.

Seguidament, la integració de dades i el control del sistema es realitza en l'entorn de simulació del programa Labview. En aquest es dissenya un control Proporcional Integral Derivatiu (PID) que a sintonitzar i permetrà un control de la velocitat de gir del motor i utilitzar la mesura de l'angle per controlar la posició del sistema. Com a plataforma de interconnexió entre el sistema i el PC s'ha utilitzat una placa Arduino UNO amb l'extensió de LINX Makerhub i un driver de motor pel control de l'actuador.

Es realitzarà un estudi teòric de la planta real per a crear un model matemàtic que emuli el comportament del sistema real. Un cop es tingui, es crea en l'entorn de programació un bloc de planta simulada amb la que es pot sintonitzar el controlador. Es compara els valors de les variables de control obtinguts amb la sintonització del sistema de control a partir de la planta simulada i de la real.

ÍNDEX

Índex	5
Introducció	8
1. Objectius.....	9
2. Eines i material del banc de proves	9
2.1. Labview	9
2.1.1 Mòdul de control i simulació	10
2.2. Control PID	11
2.3. Plataforma d'obtenció de dades	12
2.3.1. Arduino	12
2.3.1.1. Senyals PWM	13
2.3.1.2. LINX Makerhub	14
2.4. Descripció de la planta real	15
2.4.1. Disseny del prototip	15
2.4.2. Circuit electrònic	17
2.4.2.1. Bloc de control.....	18
2.4.2.2. Bloc d'alimentació	19
2.4.2.3. Bloc de l'actuador.....	19
2.4.2.4. Bloc del sensor	19
3. Concepte llaç obert i llaç tancat	20
4. Caracterització del sistema	21
4.1. Plantejament del model matemàtic.....	21
4.1.1. Eixos de referència.....	21
4.1.2. Càlcul del centre de gravetat.....	22
4.1.3. Actuació de les forces	23
4.1.4. Estats del sistema.....	24
4.2. Funció de transferència	25
4.2.1. Fonaments teòrics	25
4.2.2. Càlcul dels parells	26
4.2.2.1. Justificació dels signes dels parells	26
4.2.2.2. Parell degut a la força induïda per la gravetat....	26
4.2.2.3. Parell degut a la força de sustentació.....	27
4.2.3. Càlcul dels moments d'inèrcia	28
4.2.3.1. Moment d'inèrcia de la barra.....	28
4.2.3.2. Moment d'inèrcia del conjunt hèlix-motor.....	28
4.2.3.3. Moment d'inèrcia del contrapès	29
4.2.4. Substitució dels valors en l'equació	29
4.2.5. Càlcul del coeficient de fregament	30
4.2.5.1. Mètode 1	30

4.2.5.2.	Mètode 2	35
4.2.5.3.	Elecció final del valor.....	38
4.2.6.	Expressió final de la funció de transferència.....	38
4.3.	Caracterització del sensor.....	39
4.3.1.	Angle envers a la tensió en el potenciòmetre	39
4.3.1.1.	Marge d'error	40
4.4.	Caracterització de l'actuador.....	40
4.4.1.	Angle envers a la tensió en el motor	40
4.4.2.	Força de sustentació envers a la tensió en el motor	42
4.4.2.1.	Teoria de la força de sustentació	42
4.4.2.2.	Càlcul experimental de la força	43
4.4.2.3.	Registre de les mesures	44
4.4.2.4.	Representació de les lectures.....	45
5.	Sintonització del PID	47
5.1.	Banc de proves amb la planta real.....	48
5.1.1.	Els valor dels paràmetres de control	48
5.2.	Sintonització del PID amb la planta simulada	49
5.3.	Conclusions del resultats	50
6.	Hardware In the Loop.....	51
6.1.	Fonaments teòrics HIL	51
6.2.	Funcionament d'un simulador HIL.....	52
6.3.	Quan utilitzar la simulació HIL.....	52
6.3.1.	Programes amb cicles curts.....	52
6.3.2.	Planta real complexa i poc econòmica.....	53
6.4.	Desenvolupament de la interacció usuari-sistema de control	53
7.	Valoracions i conclusions.....	53
8.	Referències	54

Annex 1 Fonaments teòrics del controlador PID..... 56

1.	Funcionament	57
2.	Tres components del controlador PID.....	57
2.1.	Proporcional.....	58
2.2.	Integral	59
2.3.	Derivatiu.....	60
3.	Sortida PID.....	61
4.	Usos.....	62
5.	Sintonització del paràmetres del PID.....	62
5.1.	Mètodes de sintonització del PID	63
5.1.1.	Ajust manual	63
5.1.2.	Mètodes de Ziegler-Nichols	63

5.1.2.1. Primer mètode.....	63
5.1.2.2. Segon mètode.....	64
Annex 2 Característiques de la placa Arduino UNO	66
1. Entrades i sortides.....	66
1.1. Pins d'entrada i sortida especials	67
1.2. Alimentació de la placa	67
1.3. Especificacions de l'Arduino UNO	67
Annex 3 Especificacions dispositius de la planta real.....	69
1. Driver del motor.....	69
1.1. Característiques tècniques del dispositiu.....	69
2. Potenciòmetre.....	70
2.1. Característiques del potenciòmetre RK09K	71
3. Font d'alimentació.....	71
3.1. Característiques de la font d'alimentació	72
4. Conjunt hèlix-motor.....	73
4.1. Hèlix	74
4.2. Motor.....	74
Annex 4 Model de planta Balancí-hèlix-motor	75
1. Detalls disseny 3D.....	75
2. Fotografies de la planta real.....	76
3. Vistes del disseny 3D del prototip.....	79

INTRODUCCIÓ

En aquest projecte es basa en l'elaboració d'un banc de proves per a l'estudi d'un controlador PID a partir de la planta real i de la planta simulada. Entenent per planta simulada el subsistema que programarem en Labview d'una planta amb les mateixes característiques que la real. Particularment ens centrarem en uns dels sistemes de control més comuns per la seva relativa senzillesa i gran funcionalitat com és el control PID. Aquest es pot trobar implementat en un dispositiu específic pel control o com es en el nostre cas, s'implementarà des d'un programa que s'executa en el PC. El sistema o planta real que controlem prendrà com a valor d'entrada un senyal del controlador que amb una font externa proporcionarà una tensió necessària pel moviment dels actuadors. I com a sortida de la planta tindrem una caiguda de tensió en els sensors que després analitzarem en el sistema de control.

Pel que fa a la planta implementada en aquest projecte, el prototip planteja un problema de control d'interès degut a la seva naturalesa inestable. Això suposa que efectivament que si es vol assolir un punt d'equilibri del sistema s'ha d'aplicar algun tipus de control a sobre d'aquest. A nivell acadèmic resulta interessant ja que per obtenir el model de control i sintonitzar-lo es requeriran coneixements tant de control com de programació, a més de coneixements de física, mecànica y electrònica per a la caracterització teòrica del comportament del conjunt balancí-hèlix-motor.

Una vegada tenim el banc de proves amb la planta real acabada es pot sintonitzar el controlador PID a partir dels valors d'aquesta o a partir de una planta simulada obtinguda amb la caracterització teòrica. S'utilitza un mètode de sintonització manual pel controlador PID a partir de les lectures a temps real i es valoren els avantatges de implementar el concepte de simulació Hardware In the Loop.

1. OBJECTIUS

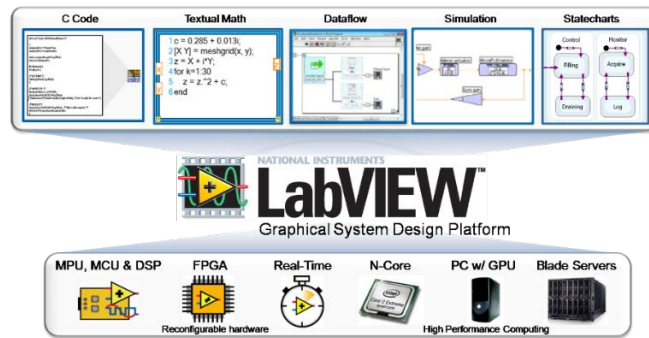
- a) Per el disseny del banc de proves per a l'estudi de sistemes de control es crearà un bloc de control PID que es podrà sintonitzar manualment a partir de la programació gràfica en Labview.
- b) S'entrarà en detall en la descripció de cada component que formi part de la planta real construïda.
- c) Es realitzarà una caracterització de la planta real a partir de fonaments teòrics i de dades experimentals. A partir de l'estudi del comportament del sistema arribem a l'expressió de la funció de transferència característica.
- d) Es caracteritzarà el conjunt hèlix-motor a partir de proves experimentals.
- e) Es realitzarà la sintonització del controlador PID a partir de la planta simulada amb l'expressió $H(s)$ i també es farà directament a partir de dades a temps real del balancí a través de l'Arduino. Es farà una comparació per veure si els resultats son coherents.
- f) Un cop estudiada la planta es plantejarà la idea d'implementar un HIL per a sintonitzar el sistema de control del banc de proves. Partint de la definició fins als àmbits d'aplicació valorarem els canvis que suposa.

2. EINES I MATERIALS DEL BANC DE PROVES

En aquest apartat ens centrarem en descripció del nostre banc de proves. El concepte del banc de proves per a l'estudi de sistemes de control està basat en un programa construït en Labview on s'implementa un subsistema de control PID i es connecta a la planta real o simulada que es vol controlar. Permet sintonitzar-lo canviant el valors de les seves variables de guany proporcional, integral i derivatiu directament per pantalla. Per a poder entrar en més detall presentarem el programa Labview de National Instruments. Després aportarem algun fonament teòric sobre els controladors PID i les regles de sintonització. I així podrem descriure el programa que representa el banc de proves.

2.1. Labview

Labview és l'acrònim de "Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench" i es defineix com a una plataforma i entorn de desenvolupament per a programació en llenguatge visual a mans de National Instruments. El Labview s'utilitza normalment per a l'adquisició de dades, control d'instruments i automatització industrial en varies plataformes incloent Microsoft Windows, Linux i MAC OS X. Els fitxers que genera tenen l'extensió ".vi" (Virtual Instrument) i ofereix diferents extensions i "toolkits".



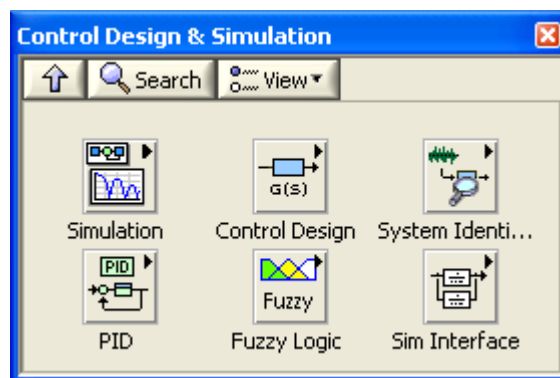
(Fig.2.1) Entorns i àmbits d'aplicació del Labview

Labview utilitza el llenguatge de programació G referit al llenguatge de programació de flux de dades. L'execució del programa es determina per l'estructura d'un diagrama de blocs on el programador connecta les funcions o nodes mitjançant cables. Els cables propaguen les variables i els nodes s'executen tan prest com els hi arriba la informació disponible. En el cas en que es donin múltiples nodes es possible executar-los en paral·lel.

Labview incorpora una interfície d'usuari que anomena "front panel" que juntament amb el "block diagram" i el "connector panel" formen el document VI. En el front panel l'usuari pot introduir o extreure dades de un instrument VI que s'està executant. Això significa que cada programa pot ser fàcilment testejat. A més que esta enfocat per a que persones amb limitada experiència codificant pugui escriure programes i desenvolupar plataformes de testejat amb un marge de temps reduït comparant amb els demés programes de codificació convencionals.

2.1.1 Mòdul de control i simulació de Labview

Treballarem amb el mòdul o "Toolkit" especialitzat en control i simulació en Labview amb els corresponents "palets" com podem veure en la (Fig.2.2).



(Fig.2.2) Blocs de control i simulació

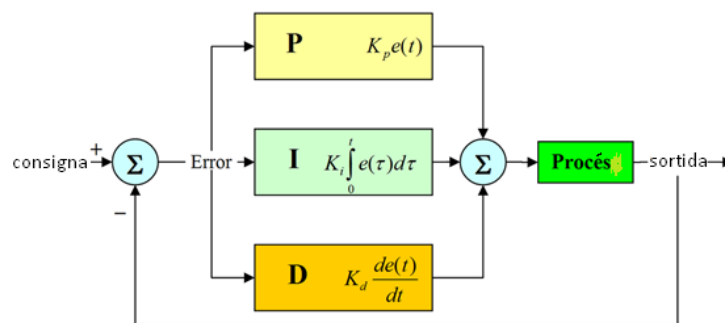
La part de “Control Design” ens proporciona les eines per dur a terme el procés que engloba el desenvolupament dels experiments necessaris per arribar als models matemàtics del sistema real, l’anàlisi dels models per poder estudiar les seves característiques dinàmiques i la programació i sintonització d’un controlador que ens permeti assolir un sistema estable en el rang d’operació del sistema.

I per altra banda la part de “Simulation” compren les eines necessàries per aquell procés que inclou la utilització de un software per a la recreació i anàlisi de comportament d’un sistema dinàmic.

2.2. Control PID

El controlador PID és un mecanisme de control per realimentació que calcula la desviació o error entre un valor obtingut en les mesures i el valor que es vol obtenir, per poder aplicar una acció correctiva. L’algorisme de càlcul del controlador PID es desglossa en 3 paràmetres diferents: el proporcional, l’integral i el derivatiu.

L’usuari pot establir un valor de consigna a l’entrada del banc de proves que resultarà en una variació mecànica en les condicions inicials de la planta. Seguidament els sensors de planta real captaran la variació com una caiguda de tensió. Llavors en el control PID analitzarà l’error entre el senyal a la sortida de la planta i el valor de la consigna i així podrà controlar el nou senyal d’entrada al sistema amb l’objectiu de reduir l’error.



(Fig.2.3) Esquema de llaç tancat amb control PID

El valor proporcional determina una correcció proporcional a l’error actual, l’integral genera una correcció proporcional a l’integral de l’error que a més del valor tindrà també en compte el temps en que persisteix l’error i el derivatiu corregeix el valor depenent del règim de canvi de l’error intentant que aquest règim sigui zero.

El pes de l’ influència que cadascuna d’aquestes parts té en la suma final, ve donat per la constant proporcional, el temps integral i el temps derivatiu,

respectivament. Es pretindrà aconseguir que el bucle de control corregeixi eficaçment i en el mínim temps possible els efectes de les pertorbacions. I per sintonitzar el controlador PID s'ha fet de manera experimental i de forma manual. Per altres tècniques de sintonització cal consultar l'Annex 1.

2.3. Plataforma de obtenció de dades

La informació d'entrada i de sortida del nostre banc de proves per a l'estudi de sistemes de control requereix d'un element que actuï com a adaptador entre aquest i la planta real. Per desenvolupar aquesta funció s'han utilitzat una placa Arduino i en la part software una eina addicional de Labview anomenada LINX Makerhub com a plataforma d'obtenció de dades.

2.3.1. Arduino

Arduino és una placa de circuit imprès simple basada en el microcontrolador de codi obert provinent de la plataforma de codi obert Wiring amb l'objectiu de fer més simple i accessible el disseny de circuits electrònics amb microcontroladors. La seva principal característica es la seva facilitat de programació a diferència de les demés plaques amb microcontroladors del mercat.

Arduino es pot programar a través de el seu propi programador gratuït i mitjançant el cable USB es transfereix la informació a la placa. Aquests programes utilitzen el llenguatge de programació propi d'Arduino basat en Wiring. Però també es pot utilitzar el Arduino en altres programes, com per exemple el Simulink de Matlab o en el cas del nostre banc de proves el Linx Makerhub que carrega en Labview varies llibreries de blocs utilitzats per importar i exportar la informació entre el hardware i el software.

Per prendre la informació procedent dels sensors del sistema ho fa a través dels seus pins d'entrada i juntament amb els pins de sortida li permet interactuar tant amb els controladors com amb els actuadors i sensors.

Un arduino disposa de 14 pins que poden configurar-se com entrada o sortida i amb els que pot connectar-se a qualsevol dispositiu que sigui capaç de transmetre o rebre senyals digitals de 0 i 5 V. També disposa d'entrades i sortides analògiques mitjançant les quals podem obtenir dades dels sensors en forma de variacions contínues d'un voltatge. Les sortides analògiques solen utilitzar-se per enviar senyals de control en forma de senyals PWM.

Arduino disposa de diferents plaques depenent de la necessitat que tingui cada projecte. En el nostre cas hem utilitzat la placa Arduino UNO com la de la (Fig.2.4).



(Fig.2.4) Placa Arduino UNO

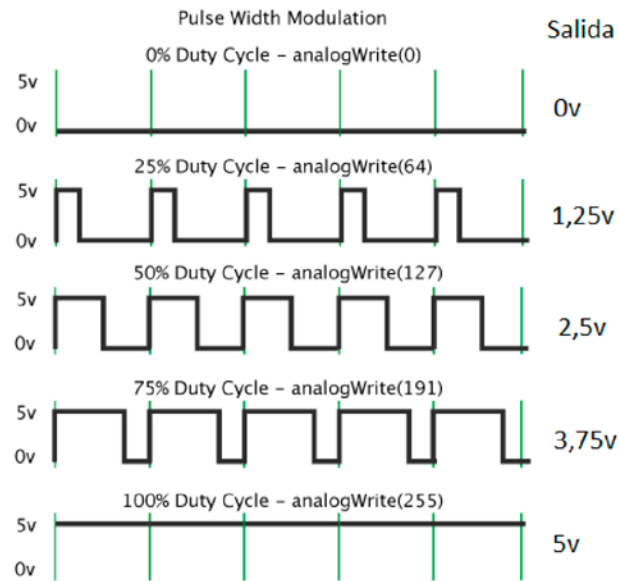
L'Arduino UNO és una placa que disposa de 14 pins d'entrada/sortida digitals (dels quals 6 poden utilitzar-se com a sortides PWM), 6 pins d'entrades analògiques, un botó de resetejat, una connexió USB i una entrada per l'alimentació de forma externa, tot basat en el microcontrolador ATmega328. (Per conèixer més característiques de l'Arduino cal consultar a l'annex 2)

2.3.1.1. Senyals PWM

La modulació per ample de polsos (PWM) d'un senyal o font d'energia és una tècnica, en la que es modifica el cicle de treball d'un senyal periòdic, ja sigui per transmetre informació a través d'un canal de comunicacions o per controlar la quantitat d'energia que s'envia a una càrrega. El cicle de treball d'un senyal periòdic és el temps d'encesa (anomenat ample de pols) en relació amb el període.

El PWM té varies aplicacions però a nosaltres la que ens interessa és la del convertidor ADC, el que ens permet simular una sortida analògica amb una sortida digital. El control digital que s'utilitza per crear una ona quadrada, un senyal que commuta constantment entre l'encesa i l'apagat. Aquest patró d'encesa-apagat pot simular tensions entre 0 (sempre apagat) i 5 Volts (sempre encès) simplement variant el seu cicle de treball.

A continuació es mostra una imatge del funcionament del PWM en Arduino.



(Fig.2.5) Funcionament PWM en Arduino

2.3.1.2. LINX Makerhub

Per poder utilitzar el arduino com a sistema d'obtenció de dades el programa Labview disposa d'una extensió de les llibreries de blocs funcionals anomenada LINX Makerhub i el seu logotip és el que es mostra en la (Fig.2.6).



(Fig.2.6) Logotip LINX Makerhub

LINX és un projecte de font oberta de Diligent i està dissenyat per a facilitar el desenvolupament d'aplicacions integrades utilitzant Labview. En les seves llibreries inclou blocs per més de 30 dels sensors embeguts més comuns, així com APIs de hardware diagnòstic per poder tenir excés a perifèrics com E/S digitals, E/S analògiques, PWM, I2C, SPI i UART.

LINX i Labview fan més senzilla la visualització de les dades amb les que s'està treballant, permet una optimització de l'estructura del codi i la creació d'aplicacions integrades avançades de manera ràpida.

2.4. Descripció de la planta real

La planta real que s'estudia és un balancí format per una estructura mòbil i una altra de fixa que forma la base. Ambdues estan unides per un únic punt basculant que és l'eix de rotació. Durant tot el projecte també ens referim a la planta real com a sistema, el prototip o el balancí. La posició de la barra que bascula variarà degut a l'actuació d'un conjunt propulsor (hèlix + motor) instal·lat a un dels seus extrems. A més a més, en l'extrem contrari de la barra basculant s'hi troba penjat un contrapès per contrarestar l'excés de pes del motor i poder arribar a un punt d'estable amb major facilitat. Per tant la planta real tindrà un moviment de rotació contingut dins del pla vertical en que es troba la barra mòbil i tindrà un grau de llibertat. També pot interpretar-se com a l'estabilitzador antiparell d'un helicòpter o com un dels braços de un quadcopter.

Per a quantificar el desplaçament de la barra mòbil el que s'ha fet és incorporar en el mateix eix de rotació un potenciòmetre amb el mínim fregament, que està alimentat amb un senyal de 5V procedent de la placa Arduino i que depenent de l'angle Θ representarà un nivell de resistència elèctrica diferent. La caiguda de tensió en el potenciòmetre es transmetrà a un dels ports analògics del Arduino on transferirà el senyal al controlador PID implementat en el PC. Les mesures de tensió en l'Arduino poden observar-se en el PC en gràfics de Labview o guardar les lectures en un document Excel. Això és possible com hem dit gràcies al LINX Makerhub que permet al PC connectar amb l'Arduino directament des del Labview.

Per altra banda tenim el driver del motor de contínua connectat a la font d'alimentació mitjançant 2 cables banana. El driver alimenta el motor amb un cable amb dues línies que proporciona una tensió entre 0 i 12V. També està connectat amb la placa arduino amb tres línies a través de les quals es transmeten senyals PWM procedents de les sortides digitals 3,4 i 5. I finalment un últim cable amb tensió nul·la entre el driver i l'Arduino que unifica el valor de massa (GND).

2.4.1. Disseny del prototip

En la següent taula tenim expressades les característiques de les parts mòbils del prototip de balancí. Pel càlcul del pes assumirem que la gravetat $g=9.81\text{m/s}^2$.

PART	MASSA (g)	PES (N)	AMPLE (cm)	LLARG (cm)	ALT (cm)	POSICIÓ (x)
barra mòbil	30	0,29	0,5	50	1,3	(-25 a 25)
cablejat mòbil	10	0,1	0,3	30	0,3	(0 a -27)
contrapès	77	0,76	6	4	4	+23
motor	60	0,59	2,5	2,5	3	-26,5
hèlix	9	0,09	2	14	2	-26,5
motor-hèlix	69	0,68	2,5	14	5	-26,5

Taula 1. Característiques de les parts de la planta real

En l'Annex 3 trobarem tota la informació necessària de cada element de la planta i les seves especificacions tècniques.

Amb un programa de disseny gràfic 3D (Solidworks) de la planta real s'ha definit quin seria la seva estructuració, elements que la formen i poder estudiar quin és el procés a seguir per a la seva construcció.

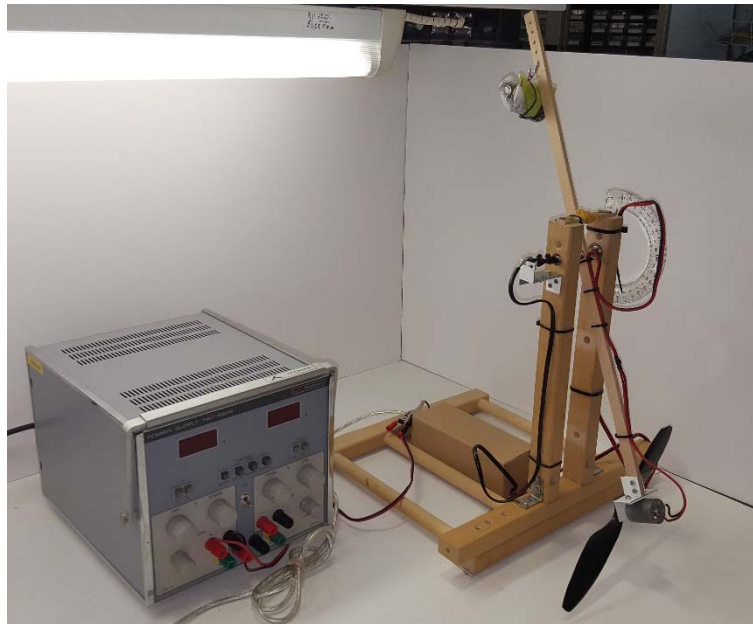


(Fig.2.7) Axonometria del disseny del prototip

En l'Annex 4 trobarem detalls de les parts del disseny 3D del prototip i en l'Annex 5 tenim la representació en vistes d'aquest.

Finalment en la construcció del prototip s'han realitzat algunes modificacions per poder mesurar l'angle de la posició, per incorporar les plaques electròniques i per estalviar material. Primerament per poder observar l'angle que defineix la posició de la barra mòbil a temps real i a simple vista, s'ha incorporat en un costat de la barra vertical fixa un transportador d'angles amb un indicador d'agulla. El indicador esta unificat amb l'eix de rotació de manera que sempre estarà en paral·lel a la barra mòbil.

Per millorar l'estètica general les plaques Arduino i la del driver del motor s'han col·locat en la part central de la base en un a capça que permet donar accés als connectors d'aquestes a la vegada que unifica el conjunt en una peça. I pel que fa a l'estalvi de material, la barra vertical que havíem dissenyat en el model era excessivament alta per tant s'ha reduït. El resultat final es pot veure en la següent fotografia:



(Fig.2.8) Fotografia del prototip acabat amb el controlador i la font

En l'Annex 4 també trobarem fotografies dels detalls dels elements específics elegit per a la construcció de la planta real.

2.4.2. Circuit electrònic

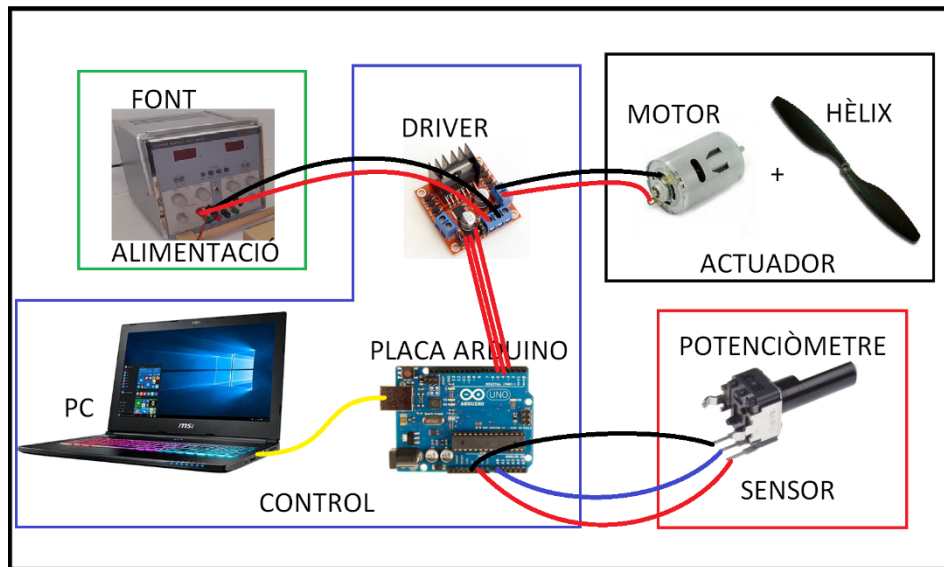
En aquest apartat del projecte explicarem d'una manera detallada les parts del prototip que tinguin a veure amb un circuit electrònic. Dins d'aquest "circuit electrònic" podem distingir quatre apartats o blocs diferenciats: el primer engloba l'alimentació del propi circuit, el segon es centra en l'apartat de control basat en un microcontrolador i el driver, el tercer està basat en un actuator (conjunt motor-hèlix) que és el que produeix el moviment que seguidament estudiarem i el quart bloc correspon al sensor (potenciòmetre) que permet quantificar el moviment. Aquests quatre blocs no estan separats físicament entre si, sinó que formen part del mateix tot, doncs perquè el motor funcioni se li ha de donar l'alimentació adequada a través del driver del motor i aquesta depèn de les entrades del microcontrolador i de la font de tensió.

El circuit de control està compost pel microcontrolador de l'Arduino, però també de manera software a través de programes en el PC, en aquest cas a través de LINX Makerhub en el Labview amb el que per referir-nos al circuit elèctric del arduino només farem referència a unes senyals que entren a l'Arduino (entrades) i uns senyals que surten del Arduino (sortides). Tenim un circuit de control que regula el bloc del actuator gràcies a la seva programació interna i als senyals d'entrada i sortida del circuit. Aquest circuit de control governa sobre el circuit de potència a través del driver del motor que fa que l'actuator respongui d'una manera o una altra.

L'objectiu del circuit d'alimentació és l'alimentació del motor de corrent continu, perquè la placa de arduino ja s'alimenta a través d'USB amb l'ordinador. S'utilitza

una font externa ja que el nostre motor necessita un potencial més elevat que el que li proporcionaria la placa Arduino que només s'alimenta a través de l'USB amb una tensió de 5V.

La tercera part del circuit és l'actuador, en aquest cas el motor més l'hèlix, aquesta part no té a veure amb un circuit elèctric en si, sinó que depèn del circuit de potència i del de control.



(Fig.2.9) Esquema de connexions banc de proves i planta real

En aquest esquema es veu d'una forma clara el que es vol implementar, un circuit de control que envia un senyal al circuit de potència, aquest rep aquest senyal i envia un altre senyal a l'actuador i a sensor que respon retornant en aquest cas un senyal que arribarà al circuit de control.

2.4.2.1. Bloc de control

En el nostre projecte el circuit de control és una placa de arduino, en concret Arduino UNO, aquesta placa Arduino posseeix entrades i sortides de tipus analògic i de tipus digital, en concret la nostra sortida serà de tipus digital concretament és un senyal de 8 bits cap al driver del motor. També tindrem una sortida de tipus analògic cap al potenciòmetre. Com arduino s'alimenta d'un senyal de 5V (a través d'USB) aquest senyal varia de 0 a 5V en alterna i la consigna prendrà valors entre 0 i 255 en digital.

L'entrada de control procedent del potenciòmetre que rep la placa Arduino, estarà connectada a un pin d'entrada analògica i posseeixen 10 bits de precisió per al convertidor intern, és a dir la placa Arduino del nostre projecte rep una senyal de 10 bits de precisió i es capaç d'enviar un senyal de 8 bits de precisió sempre sent un senyal de 0 a 5V. Cal tenir en compte que l'emmagatzematge de les entrades i el control de les sortides es farà programant la placa Arduino en Labview que ens permetrà escriure en un Excel i representar-ho en cas de que sigui necessari.

2.4.2.2. *Bloc d'alimentació*

Ja fem servir un motor de corrent continu com a actuador, el potencial de funcionament és més gran que els 5V (màxim) que proporciona la placa Arduino, per tant necessitem una font externa que permeti al motor funcionar en el rang de potència necessari. Hem triat una font d'alimentació que pot proporcionar 12V ja que és la tensió màxima que admet el motor, aquesta font la connectem a la xarxa (220V) i la sortida serà regulada a 12V.

Com la sortida de la nostra font d'alimentació és constant necessitem un circuit de potència que ens permet variar la quantitat de voltatge que enviem al motor, per a això ens ajudem d'un driver de motor que rebrà la consigna procedent del sistema de control. S'ha tingut en compte que el corrent de base que hagi de suportar és de 40mA, just el corrent que surt de l'Arduino i que també pugui operar a 12V.

2.4.2.3. *Bloc de l'actuador*

El resultat final del circuit és subministrar potència a un motor que serà el nostre actuador que amb la hèlix ens proporcionaran força per la generació de moviment. Per això hem dissenyat un circuit de control i un circuit de potència. Al motor li arriba un potència determinada, quan més alt sigui aquesta amb més ràpid gira el motor i per tant l'hèlix col·locada a l'extrem del motor generarà més força de sustentació per aixecar la barra. Cal recordar que la tensió màxima que deixem passar pels extrems del motor és de 12V que coincideixen amb la tensió de la nostra font d'alimentació.

La tensió que arriba al motor està controlada per la placa Arduino que envia senyals PWM al driver que gestiona l'alimentació del motor en contínua.

2.4.2.4. *Bloc del sensor*

En la intersecció entre la barra fixa vertical i la barra mòbil, hem col·locat un potenciòmetre solidari al l'eix de gir de la barra mòbil per poder registrar el moviment. Aquest potenciòmetre està alimentat en les seves patilles extremes des de els pins de la placa Arduino de +5 V i GND i la patilla central amb una entrada analògica (en concret la A0). Amb això creem un divisor de tensió que ens permet registrar la posició de la barra mòbil ja que en moure aquesta la resistència del potenciòmetre varia i per la tant la tensió que registra l'Arduino també.

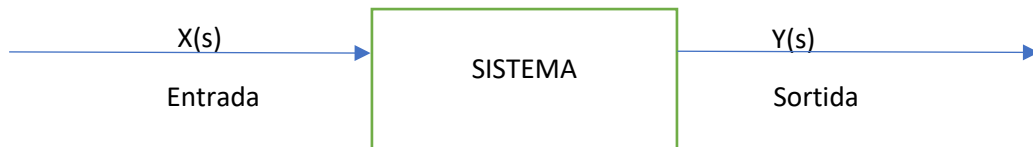
Aquest és el muntatge físic del nostre esquema elèctric (Fig.2.9), com es pot observar en ell estan tots els elements que hem explicat amb anterioritat i les connexions que hem de fer a la placa de arduino. Aquest esquema és només il·lustratiu ja que com s'ha assenyalat amb anterioritat el potenciòmetre va col·locat en la intersecció de les dues barres i el conjunt motor-hèlix va muntat en l'extrem de la barra basculant.

Aquest circuit cal alimentar-lo de dues maneres, cal endollar la font d'alimentació a una presa de xarxa de 220V i la placa de arduino (a través d'un cable d'USB) a l'ordinador per poder controlar el circuit via Labview i alhora alimentar l'Arduino.

3. Conceptes de llaç obert i tancat

El control automàtic és la part de l'enginyeria que s'encarrega del control intern d'un tipus de sistemes caracteritzats per tenir un elevat rang de valors possibles, com per exemple quan volem mantenir una velocitat d'un motor a un valor determinat, recorrerem a la regulació automàtica per poder assolir-ho.

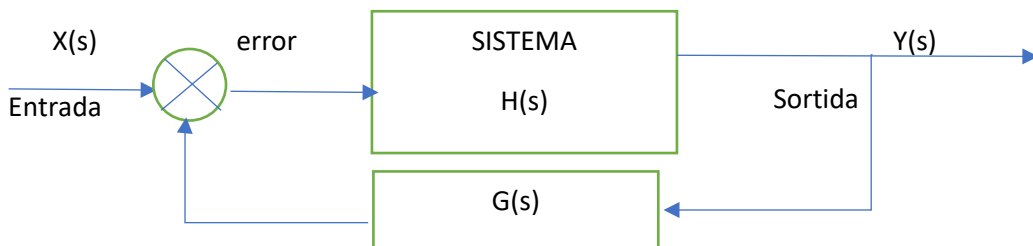
Dins de la regulació automàtica s'estudien els sistemes d'una manera teòrica ja que es caracteritzen les plantes amb equacions matemàtiques, per a poder usar-les d'una manera més senzilla amb la possibilitat d'usar ordinadors per resoldre els problemes. Un cop tenim la planta caracteritzada amb una funció matemàtica ja tenim el nostre primer sistema:



(Fig.2.10) Representació sistema llaç obert

Aquest sistema es denomina de llaç obert per la seva principal característica, ja que la seva sortida depèn únicament de l'entrada a aquest circuit. No s'utilitza massa ja que no regula el valor de la sortida sinó que la planta actua d'una manera atemporal, és a dir per a una entrada determinada la sortida serà sempre la mateixa.

Hi ha un altre tipus de circuit que són els anomenats llaç tancat:



(Fig.2.11) Representació sistema llaç tancat

Aquests circuits es caracteritzen perquè la sortida no depèn només de l'entrada sinó que depèn tant de l'entrada com de la sortida. Aquests circuits són ideals per al control pel fet d'estar comparant la sortida amb l'entrada. Cal mencionar que la línia de dalt no només hi haurà la planta sinó que pot haver moltes altres funcions com controladors etc., igual que la línia de baix que pot tenir moltes funcions, però a partir d'aquí considerarem la línia de dalt com $H(s)$ i la de baix de $G(s)$.

4. CARACTERITZACIÓ DEL SISTEMA

Entenem per caracterització d'un sistema o d'un component com a la determinació dels atributs peculiars d'aquests de tal manera que permeten la seva distinció respecte altres. En el cas del nostre sistema buscarem una expressió matemàtica que representi el seu comportament únic al igual que també ho farem per al sensor i l'actuador.

4.1. Plantejament del model matemàtic

Es vol definir un model matemàtic que permeti simular el comportament de la planta real. Aquesta representació matemàtica es farà amb cada un dels components o subsistemes com elements estructurals (barres balancí) i les seves actuacions, característiques de l'entorn com velocitat i propietats del fluid en un volum de control o la mateixa dinàmica de disseny de les pales de l'hèlix.

Es partirà de l'estudi dinàmic teòric de les diferents forces i moments que actuen sobre la planta real i es representarà en el model esquemàtic de planta mitjançant vectors. I es buscarà el model matemàtic que permet predir l'evolució del sistema, analitzar el seu comportament, analitzar l'efecte de la variació dels paràmetres i les entrades sobre l'evolució del sistema.

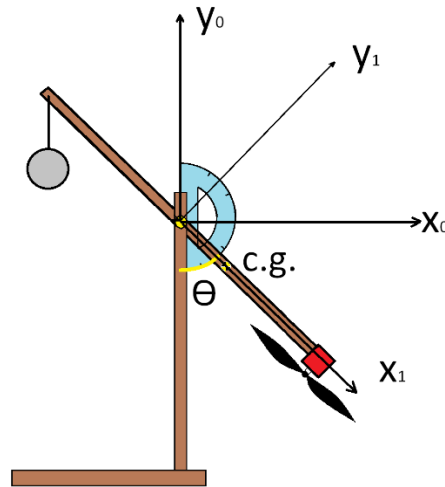
El model esquemàtic està compost per una estructura fixa i una altra mòbil que gira respecte de l'anterior en el pla vertical. L'estructura fixa actua com a suport pel qual no requerirà d'estudi dinàmic. Llavors ens interessarà conèixer les característiques de l'estructura que gira i les forces que actuen sobre ella per així obtenir el model matemàtic del seu moviment.

Sobre l'estructura actuen diferents forces que originen el moviment d'aquesta, i poden ser de caràcters diferents depenent de si son induïdes per la gravetat o si es generen per actuació de la hèlix o son induïdes per la fricció. Pel que fa a l'últim cas, la força de resistència per fricció està actuant en la intersecció de les dues estructures, en rodament amb caixa de bolles i el potenciòmetre, es pot assumir la hipòtesis de que és quasi menyspreable. Per la elecció del potenciòmetre i del rodament del basculant es va tenir en compte la importància de aconseguir el mínim fregament possible. Igualment es tindrà en compte la component de la força de fregament en el model matemàtic per possibles variacions de la planta.

4.1.1. Eixos de referència

Tenint en compte es produeix un moviment relatiu entre l'estructura mòbil i la fixa, s'ha de definir un sistema de referència on expressar les diferents forces i treballar amb elles. A la (Fig.4.12) es defineixen els eixos corresponents als sistemes de referència 0 i 1. El sistema de referència 0 és un sistema inercial i queda definit per l'eix OY_0 paral·lel a la direcció de la gravetat i en sentit oposat, mentre que el sistema de referència 1 està lligat

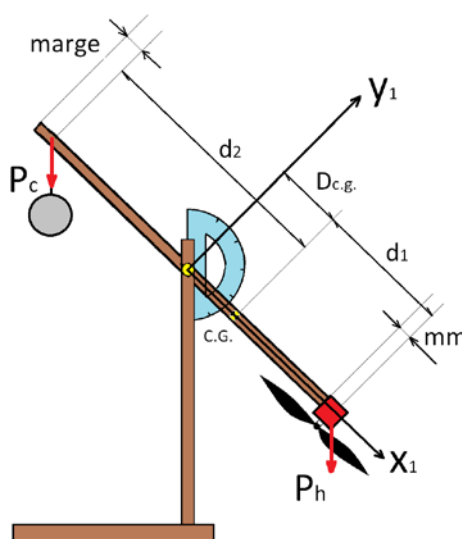
a l'estructura mòbil, de tal forma que el eix OX_1 coincideix amb l'eix longitudinal de la barra.



(Fig.4.12) Esquema del balancí amb els sistemes de referència

La força del pes P_h i P_c que actua a sobre de cada component de l'estructura es pot expressar com la força P_t resultant d'aplicar un pes resultant en el centre de gravetat (la posició del qual encara no es coneix), en l'eix OY_0 i en sentit de la gravetat. Quan es fa el canvi de eixos de referència expressem la força del pes en funció de l'angle Θ , de tal manera que el component del pes queda expressat com a $P_t \cdot \sin\Theta$ paral·lel a l'eix y_1 però en sentit oposat. Pel càlcul de la posició del centre de gravetat es tindran en compte les forces que actuen de manera puntual en l'estat de repòs i la fórmula que defineix el moviment en una balança.

4.1.2. Càlcul del centre de gravetat



(Fig.4.13) Esquema del balancí en posició de repòs

$$\left\{ \begin{array}{l} P_h \cdot (d_1 + mm) = P_c \cdot (d_2 - marge) \\ Dc.g. = \frac{L}{2} - d_1 \\ d_1 - mm + d_2 + marge = L \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

$$d_1 = \frac{P_c \cdot (L + mm - marge) - marge - P_h \cdot mm}{P_h + P_c}$$

$$Dc.g. = \frac{L}{2} - \frac{P_c \cdot (L + mm - marge) - marge - P_h \cdot mm}{P_h + P_c} \quad (4.2)$$

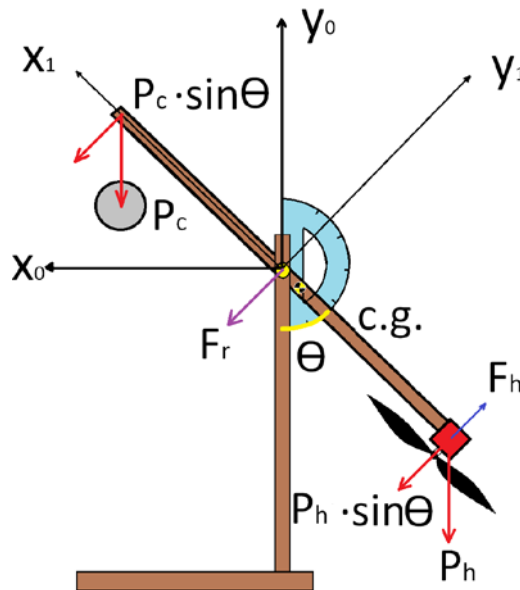
on $mm=1.5\text{cm}$ i $marge=5\text{cm}$

$$\overline{Dc.g.} = \frac{50}{2} - \frac{0,76 \cdot (50 + 1,5 - 5) - 5 - 0,68 \cdot 1,5}{0,68 + 0,76} \cdot (-\bar{x})$$

$$\boxed{\overline{Dc.g.} = -4,64 \cdot \bar{x} \text{ cm}} \quad (4.3)$$

4.1.3. Actuació de les forces

La força produïda pel gir de la hèlix F_h té com a resultant una força amb la direcció igual a la de l'eix de gir de l'hèlix (paral·lel a l'eix OY_1) i amb el sentit que es decideix segons la direcció de gir de la hèlix. Pel que fa a la unió entre l'estructura fixa i la mòbil es fa amb el mínim fregament i només permetent el gir de l'estructura en el pla vertical. Degut a que en aquest punt l'estructura pot girar però no desplaçar-se, apareix una força de reacció F_r que s'oposa al desplaçament però no al gir, amb direcció i sentit oposat al que exerceix la força resultant de les demés forces sobre l'estructura mòbil.



(Fig.4.14) Diagrama de forces actuant sobre el sistema

Les forces que varien la posició de l'estructura mòbil respecte la fixa fent variar el angle Θ són la força del pes P_t (constant) i la força de sustentació que genera l'hèlix F_h (variable), que es poden expressar en els dos sistemes de referència:

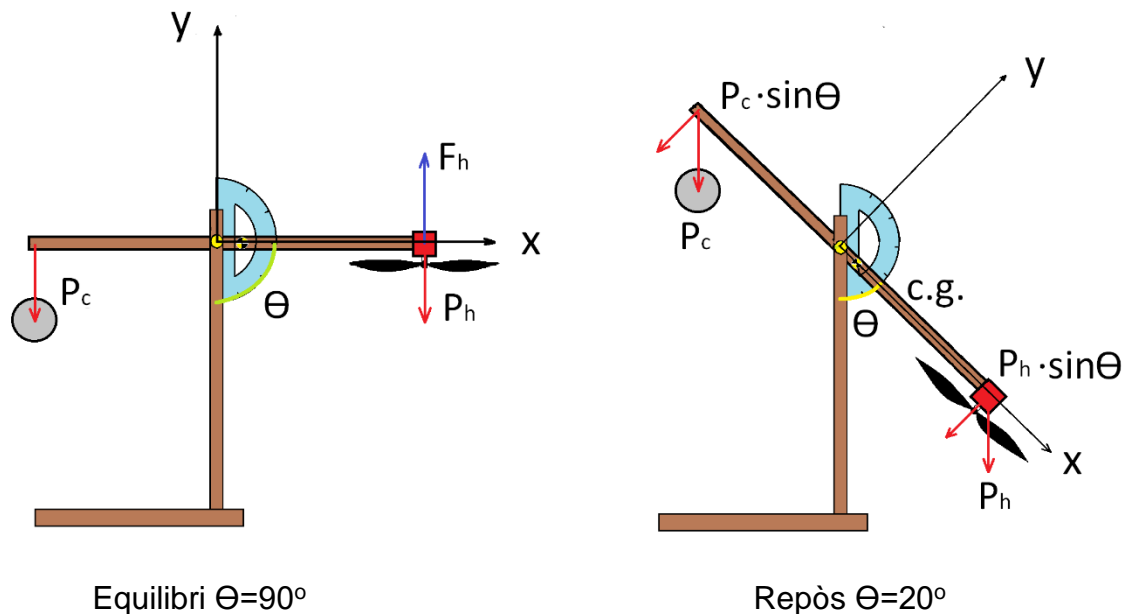
$$P_t = -P_t \cdot y_1 = -P_t \cdot \sin \Theta \cdot y_0 - P_t \cdot \cos \Theta \cdot x_0 \quad (4.4)$$

$$P_t = -P_t \cdot y_0 = +P_t \cdot \sin \Theta \cdot y_1 - P_t \cdot \cos \Theta \cdot x_1 \quad (4.5)$$

Durant l'exercici es parlarà de P_t en referència a la resultant dels pesos dels elements dels extrems de la barra aplicada en el centre de gravetat del conjunt mòbil però pels càlculs els valors utilitzats seran P_h i P_c per separat.

4.1.4. Estats del sistema

Per el càlcul del model matemàtic s'utilitzaran els eixos de referència 1. Es poden definir les forces que actuen sobre l'estructura mòbil quan està en la posició d'equilibri a $\Theta=90^\circ$ i $\Theta=20^\circ$ la de repòs respectivament i expressar-les en els eixos de referència escollits. En aquests casos la força de reacció es instantàniament nul·la:



(Fig.4.15) i (Fig.4.16) Representacions esquemàtiques dels estats del sistema

La força del pes en el c.g. és constant, per tant el que fa variar la posició de l'estructura serà la quantitat de força que generi l'hèlix controlant la velocitat de gir del motor. S'ha de tenir en compte que quan varia la força de sustentació que produeix l'hèlix també varia la direcció d'aquesta força degut al canvi de posició de l'estructura si es referencia al sistema d'eixos inercials 0. Al haver elegit el sistema de referència 1 pels càlculs, la direcció d'aplicació de la força de pes aplicada al c.g. que dependrà de Θ , mentre que la direcció de la força de l'hèlix sempre és la mateixa en el sistema de referència 1.

4.2. Funció de transferència

A continuació es procedirà a establir la representació matemàtica de la funció de transferència característica de la planta real:

El moviment que realitza la barra mòbil és el de un cos rígid rotant al voltant d'un eix fix. Un cop identificat com és el moviment del sistema i les forces que hi intervenen en ell, es necessita una equació de moviment que relacioni aquestes forces amb la posició. La variable que es pot controlar en tot moment és la força de sustentació de l'hèlix, per tant si el que es vol controlar es la posició del sistema, en l'equació haurà d'aparèixer necessàriament l'angle Θ i la força de sustentació.

4.2.1. Fonaments teòrics

La teoria de la mecànica estudia el moviment dels cossos sota l'acció de forces, així com la seva evolució en el temps. Per això al sistema se li aplica la llei de conservació del moment cinètic, la qual permet obtenir l'equació del moviment que relaciona la posició de la barra mòbil (angle Θ) amb les forces que intervenen en el sistema. D'entre elles hi trobem la força de sustentació de l'hèlix que més endavant es relacionarà amb la tensió proporcionada al motor.

En la rotació el cos es veu accelerat angularment degut al parell i no solament per la força que se li aplica. Per tant el parell relaciona la força exercida, amb la distància entre el punt d'aplicació i l'eix de rotació i la direcció d'aplicació. El parell s'expressa amb la següent fórmula:

$$\tau = \sum r \times F \quad (4.6)$$

On "r" és el vector de posició de la força aplicada en el sistema que va des de l'eix de gir fins al punt d'aplicació d'aquesta. Es pot deduir que les forces que estiguin aplicades a sobre de l'eix de gir no generaran parell i per tant cap canvi a de posició del sistema. Per altra, la "F" representa la força aplicada i es tindrà en compte la seva direcció d'aplicació per al producte vectorial.

El parell es troba directament relacionat amb el moment de inèrcia, un altre terme important en els moviments rotacionals ja que tot element que gira al voltant d'un eix té un moment d'inèrcia. I la fórmula que ho relaciona és:

$$\sum \tau = I \cdot \alpha \quad (4.7)$$

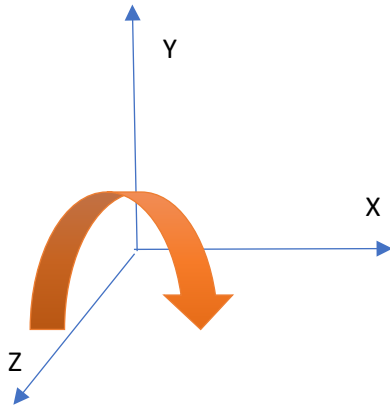
On α representa l'acceleració angular del cos. A partir d'aquestes dues fórmules podem obtenir les equacions per al sistema.

$$\sum \tau = \sum r \times F = I \cdot \alpha \quad (4.8)$$

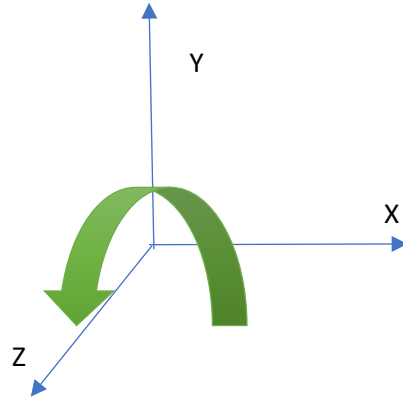
Primer es calcularan els parells de les forces i després el moment d'inèrcia de la barra, del conjunt hèlix-motor i del contrapès.

4.2.2. Càlcul del parells (τ)

4.2.2.1. Justificació dels signes dels parells



(Fig.4.17) Sentit horari negatiu



(Fig.4.18) Sentit antihorari positiu

Quan apliquem la llei de la mà dreta per a confirmar si el moment que genera una força és positiu o negatiu normalment utilitzem el següent criteri: horari negatiu, antihorari positiu. Per aquest cas particular l'eix Z apunta cap a fora del full i en aplicar la llei de la mà dreta el moviment en sentit antihorari de la mà deixa al dit polse apuntant en el mateix sentit que l'eix Z per tant assumim en aquest sentit els parells positius i en sentit contrari els negatius.

4.2.2.2. Parell degut a la força induïda per la gravetat:

El parell produït per la força pes P_h del conjunt del motor i l'hèlix es dedueix a partir de l'expressió següent:

$$\tau_{Ph} = r \times P_h = -\left(\frac{L}{2} + mm\right) \cdot P_h \cdot \sin(\theta(t)) \quad (4.9)$$

$$\tau_{Ph} = -\left(\frac{50}{2} + 1.5\right) \cdot 0.68 \cdot \sin(\theta(t))$$

$$\tau_{Ph} = -18,02/100 \cdot \sin(\theta(t))$$

$$\tau_{Ph} = -0,1802 \cdot \sin(\theta(t)) \text{ Nm}$$

El parell produït per la força pes P_c del contrapès situat a l'altre extrem de la barra basculant es dedueix a partir de l'expressió següent i en aquest cas tindrà signe negatiu. Es dedueix a partir de la llei de la mà dreta en que una rotació en sentit horari genera un parell negatiu:

$$\tau_{Pc} = r \times P_c = +\left(\frac{L}{2} - \text{marge}\right) \cdot P_c \cdot \sin(\theta(t)) \quad (4.10)$$

$$\tau_{Pc} = +\left(\frac{50}{2} - 5\right) 0,76 \cdot \sin(\theta(t))$$

$$\tau_{Pc} = 15,2/100 \cdot \sin(\theta(t))$$

$$\tau_{Pc} = 0,152 \cdot \sin(\theta(t)) \text{ Nm}$$

Pel que fa a la barra es pot afirmar que no genera parell ja que està col·locada de tal manera que el seu centre de gravetat coincideix amb l'eix de gir del sistema. Per tant, es troba el parell total que actua en el centre de gravetat del sistema a partir de la suma dels parells de cada component:

$$\tau_{Pt} = \tau_{Ph} + \tau_{Pc} \quad (4.11)$$

$$\tau_{Pt} = (15,2 - 18,02) \cdot \sin(\theta(t))$$

$$\tau_{Pt} = -2,82/100 \cdot \sin(\theta(t))$$

$$\tau_{Pt} = -0,0282 \cdot \sin(\theta(t)) \text{ Nm}$$

4.2.2.3. Parell degut a la força de sustentació:

A partir de la aplicació de una força de sustentació en un extrem de la barra que descriu el moviment de rotació s'entén que es produeix un parell que es definirà a partir de la següent expressió:

$$\tau_{Fh} = r \times F_h = \left(\frac{L}{2} + mm\right) \cdot F_h(V(t)) \quad (4.12)$$

$$\tau_{Fh} = \left(\frac{50}{2} + 1,5\right) \cdot F_h(V(t))$$

$$\tau_{Fh} = +\frac{26,5}{100} \cdot F_h(V(t))$$

$$\tau_{Fh} = (0,265) \cdot F_h(V(t)) \text{ Nm}$$

On mm representa la meitat de l'amplada del motor, θ en aquest cas prendrà el valor de 90° perquè la força de sustentació és perpendicular a l'eix OX i F_h és la força propulsora de la hèlix.

4.2.3. Càlcul dels moments d'inèrcia (I)

Es defineix com la resistència que oposa un cos a obtenir una acceleració angular. Més concretament el moment d'inèrcia és una magnitud escalar que reflexa la distribució de les masses d'un cos o un sistema de partícules en rotació, respecte al eix de gir. El moment d'inèrcia només depèn de la geometria del cos i de la posició de l'eix de gir respecte d'aquest, no depèn de les forces que intervenen en el moviment.

Físicament donats un sistema de partícules i un eix arbitraris, el moment d'inèrcia del mateix es defineix com la suma dels productes de les masses de les partícules pel quadrat de la distància r de cada partícula a aquest eix. L'expressió és la següent:

$$I = \sum m_i \cdot r_i^2 \quad (4.13)$$

Per a un cos de massa contínua es generalitza com:

$$I = \int r^2 \cdot dm \quad (4.14)$$

A continuació es calculen els moments d'inèrcia de la barra, del contrapès i del conjunt motor-hèlix.

4.2.3.1. Moment d'inèrcia de la barra:

Suposem que la barra és una massa contínua i homogènia. Aplicant la fórmula per la barra de massa $m=30g$ i una longitud $L=50$ cm. El diferencial de massa dm de l'element barra és el que està compres entre $x=0$ i dx .

$$dm = \frac{m_b}{L} \cdot dx \quad (4.15)$$

$$I_b = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{m_b}{L} \cdot x^2 \cdot dx = \frac{m_b}{L} \cdot x^3 \cdot \left(\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8} \right) = \frac{m_b \cdot L^2}{12} \quad (4.16)$$

$$I_b = \frac{0,029 \cdot 0,5^2}{12} = 6,04 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

4.2.3.2. Moment d'inèrcia del conjunt motor-hèlix:

Al calcular el moment d'inèrcia del conjunt motor-hèlix es considera que tota la massa està concentrada en un punt i per calcular-ho s'utilitza la fórmula de la massa puntual. (el mateix per el contrapès)

$$I_h = m_h \cdot \left(\frac{L}{2} + mm \right)^2 \quad (4.17)$$

$$I_h = 0,068 \cdot \left(\frac{0,5}{2} + 0,015 \right)^2 = 4,77 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

4.2.3.3. *Moment d'inèrcia del contrapès:*

$$I_c = m_c \cdot \left(\frac{L}{2} - \text{marge} \right)^2 \quad (4.18)$$

$$I_c = 0,076 \cdot \left(\frac{0,5}{2} - 0,05 \right)^2 = 3,04 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

On el marge és la distància des del punt d'anclatge de contrapès fins al del l'extrem de la barra més proper a aquest.

4.2.4. Substitució dels valors en l'equació

Finalment el moment d'inèrcia total és la suma dels moments dels diferents elements:

$$I_T = I_b + I_c + I_h \quad (4.19)$$

$$I_T = 8,42 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

A partir de la definició del parell i de la seva relació amb el moment d'inèrcia s'arribarà a l'expressió de la funció de transferència, però també s'ha de tenir en compte la component de la força de fregament que actua en contra del moviment.

$$\sum \tau - \beta \frac{d\theta}{dt} = I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (4.20)$$

$$\tau_{Pt} + \tau_{Fh} - \beta \frac{d\theta}{dt} = I_T \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Si es substitueixen els parells que actuen sobre el sistema calculats i el moment d'inèrcia total s'haurà de aplicar la transformada de Laplace per obtenir la funció de transferència. I com que l'equació no és lineal, s'utilitzaran les sèries de Taylor en l'estat de repòs:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (4.21)$$

$$\theta = 20^\circ \quad (4.22)$$

$$f = (0,265 \cdot F_h(t)) - 0,0282 \cdot \sin(\theta(t)) - \beta \frac{d\theta}{dt} - 8,42 \times 10^{-3} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \quad (4.24)$$

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}} \Delta \ddot{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}} \Delta \dot{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial f}{\partial Fh} \Delta Fh = 0 \quad (4.25)$$

$$\Delta f = (0,265 \cdot \Delta F_h(t)) - (0,0282 \cdot s \sin(20^\circ) \cdot \Delta\theta) - \beta \cdot \Delta\dot{\theta} - 8,42 \times 10^{-3} \cdot \Delta\ddot{\theta} = 0 \quad (4.26)$$

Partint dels valor en el punt de repòs es linealitzta per arribar a la següent expressió:

$$((0,265) \cdot \Delta F_h(t)) = +(9,64 \times 10^{-3} \cdot \Delta\theta) + \beta \cdot \Delta\dot{\theta} + 8,42 \times 10^{-3} \cdot \Delta\ddot{\theta} \quad (4.27)$$

Ara ja es pot aplicar la tranformada de Laplace:

$$((0,265) \cdot \Delta F_h(s)) = (9,64 \times 10^{-3} \cdot \Delta\theta(s)) + \beta \cdot s \cdot \Delta\theta(s) + 8,42 \times 10^{-3} \cdot s^2 \cdot \Delta\theta(s) \quad (4.28)$$

Així s'arriba a l'expressió de la funció de tranferència característica de la planta real següent:

$$H(s) = \frac{\theta(s)}{F_h(s)} = \frac{0,265}{9,64 \times 10^{-3} + \beta \cdot s + 8,42 \times 10^{-3} \cdot s^2}$$

$$H(s) = \frac{31,47}{s^2 + \frac{\beta \cdot s}{8,42 \times 10^{-3}} + 1,145} \quad (4.29)$$

El valor de la freqüència natural del sistema $\omega_0 = \sqrt{1,145} = 1,07 s^{-1}$

La constant k pren el valor de $k=27,48$

I el terme $\frac{\beta}{8,42 \times 10^{-3}} = 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0$

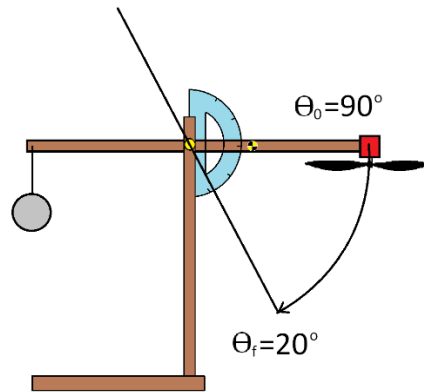
4.2.5. Càlcul del coeficient de fregament (β)

El coeficient de fregament β serà diferent per a cada planta que es vulgui representar matemàticament ja que en cada una de elles tindrem condicions diferents. Per esbrinar quin és el valor del coeficient de fregament característic del nostre sistema hem ideat 2 mètodes de caracterització del moviment. A partir dels valors obtinguts podrem elegir el valor que creiem més raonable per ajustar-se al comportament del nostre sistema del balancí.

4.2.5.1. Mètode 1

Partirem de l'equació de moviment de rotació en funció del coeficient de fregament. Llavors, experimentalment es pot esbrinar la funció que descriu i

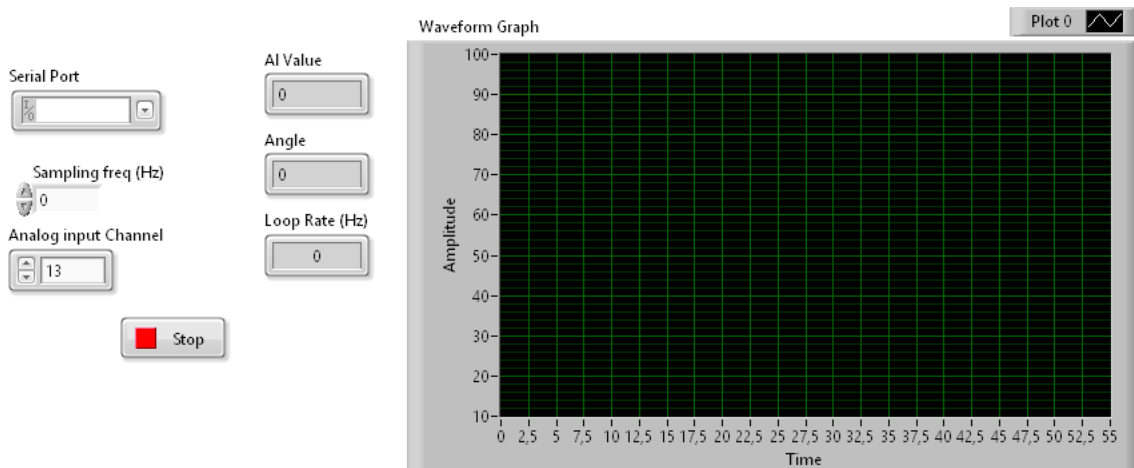
s'ajusti al comportament del sistema. Per poder completar la informació de l'estudi teòric, s'ha dissenyat un programa capaç de escriure els valors de l'angle θ des de 90° fins al límit inferior on l'angle és de 20° i en registrar en quin instant de temps la planta es troba una posició determinada. Així tindrem una expressió de l'angle θ en funció del temps durant la caiguda lliure, concretament el punt del qual estudiarem el moviment és el centre de gravetat del conjunt motor-hèlix. I el moviment que descriurà serà un moviment circular accelerat no uniforme.



(Fig.4.19) Esquema balancí experiment de caiguda

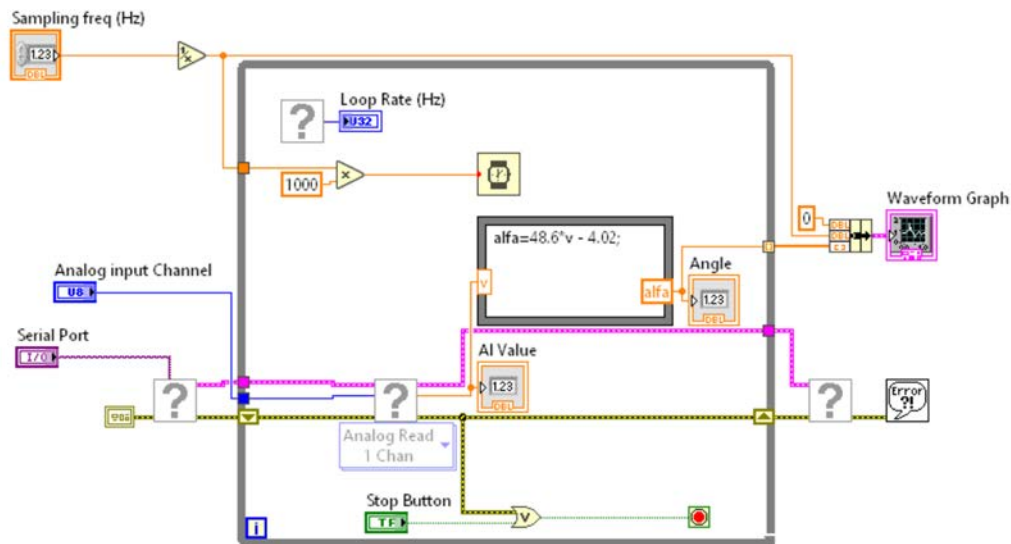
I. Resultats experimentals

S'ha construït un programa de Labview capaç de enregistrar els temps i posició del punt mòbil estudiat. El programa permet elegir la freqüència de mostreig de l'angle. Les lectures agafades a partir dels sensor s'han escrit com a angles a partir de l'equació que relaciona V_{pot} amb l'angle θ .



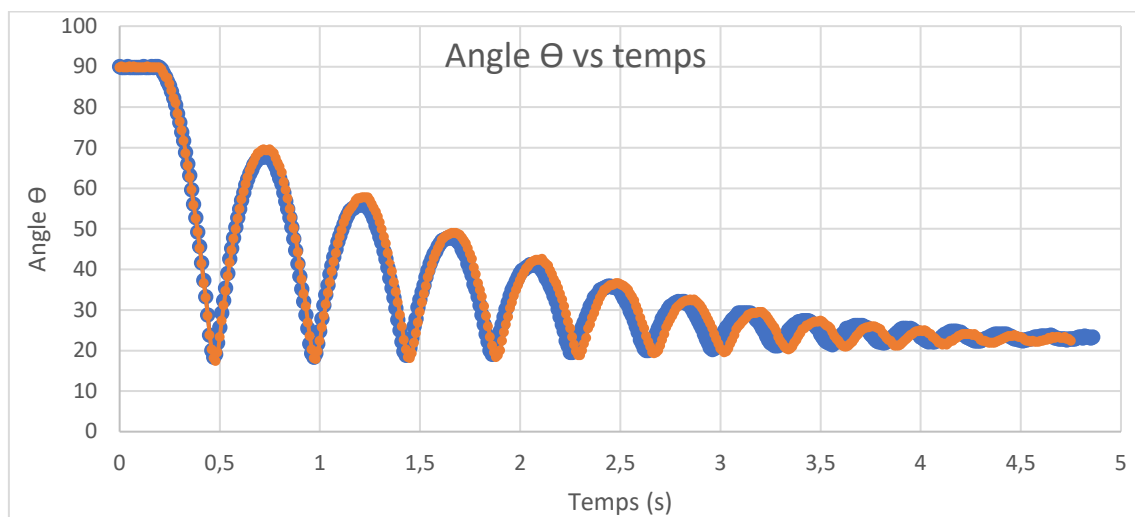
(Fig.4.20) Panell frontal registre caiguda

L'equació de transformació de tensió al sensor a angle es realitza en un bloc apart com es pot observar en la (Fig.4.21) del diagrama de blocs.



(Fig.4.21) Diagrama de blocs registre caiguda

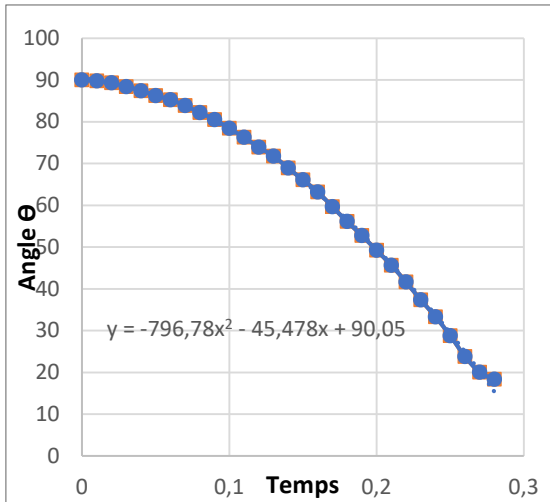
Un cop enregistrades les lectures passem la informació a Excel. S'han realitzat dues tandes de presa de dades i els resultats són els següents:



(Fig.4.22) Representació de les dues proves de caiguda

En el gràfic es representa les dues proves de caiguda de la barra mòbil contra la barra fixa. Tenim llavors un comportament lleugerament subesmorteït. La variació del angle oscil·la durant un període de temps relativament gran. També cal notar que l'angle final de repòs ja no és 20° sinó que ara és 24° degut a haver afegit una goma per reduir el cop de la caiguda. Pel fet de tenir un comportament subesmorteït ens permet comparar millor les dues proves i validar la certesa de les mesures. Però un cop validada, el que realment ens interessa és la primera caiguda per comparar-la amb els valors teòrics del moviment.

L'objectiu d'aquesta mostra és obtenir una equació que ens representi el canvi de l'angle Θ respecte al temps i comparar-la amb l'expressió calculada en l'estudi teòric i deduir el terme β .



Ens hem centrat en les mesures obtingudes durant la primera caiguda i amb l'eina de la corda de tendència de l'Excel em obtingut una expressió polinòmica de segon grau que segueix el comportament del sistema. El moviment estudiat és el del conjunt motor-hèlix en un dels extrems de la barra basculant del balancí. En aquest cas s'ha retirat el contrapès de tal manera que l'únic element que genera parell és l'actuador. L'expressió que representa el moviment és la següent:

$$\Theta(t) = -796,78t^2 - 45,478t + 90,05 \quad (4.30)$$

(Fig.4.23) Representació de la caiguda

Com es pot observar la posició inicial és el punt en que la barra mòbil està ubicada perpendicularment a la vertical amb $\Theta=90,05^\circ$ i després de 0,28 segons la posició final és de $18,38^\circ$ sobrepassant el punt de repòs degut a la inèrcia del moviment de caiguda.

II. El càlcul teòric

Volem trobar una expressió de l'angle θ en funció del temps. Cal remarcar que segons el criteri de signes i els eixos de coordenades establerts anteriorment la variació d'angle serà negativa. No podem aplicar la hipòtesis de angles petits ja que el moviment que estudiem és un gir de $71,67^\circ$. El moviment que tenim és circular no uniformement accelerat, per tant no podem definir el moviment amb les equacions simplificades del moviment circular accelerat. Per descriure el comportament del nostre sistema partim de l'expressió anteriorment utilitzada de la relació entre els parells i el moment d'inèrcia.

$$I \cdot \alpha = \sum \tau$$

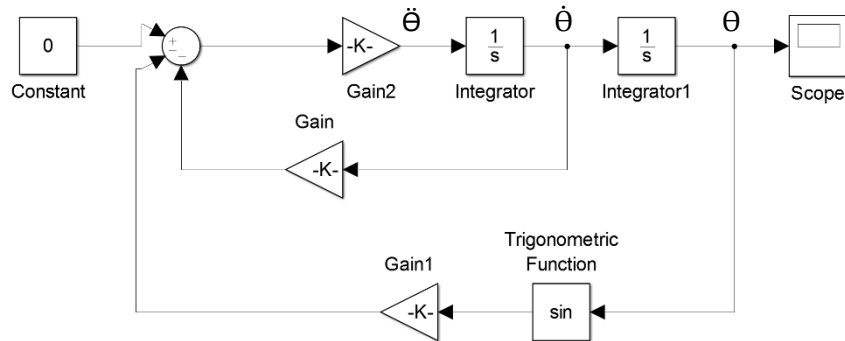
$$I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = \sum \tau - b \frac{d\theta}{dt}$$

$$m \cdot r^2 \cdot \ddot{\theta} = -m \cdot g \cdot \sin\theta - b \cdot r \cdot \dot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-b \cdot r \cdot \dot{\theta} - m \cdot g \cdot \sin\theta}{m \cdot r^2} \quad (4.31)$$

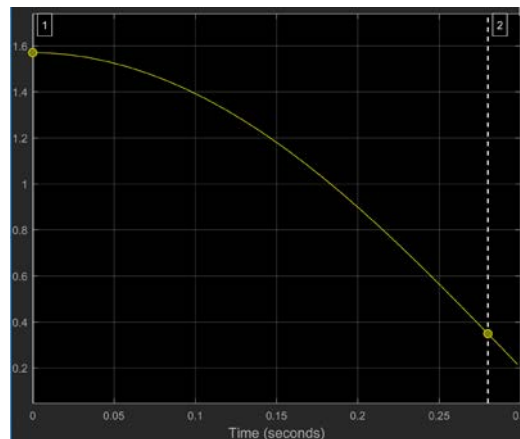
Arribem a una equació diferencial de segon ordre no homogènia que solucionarem amb l'eina de simulació de Matlab Simulink. Ens permet

representar l'expressió diferencial en un diagrama de blocs com podem veure en la (Fig.4.24)



(Fig.4.24) Diagrama de blocs Simulink

El bloc de guany "Gain2" multiplica el resultat del sumatori per la fracció $1/m \cdot r^2$, el bloc "Gain" multiplica $\dot{\theta}$ pel coeficient de fregament β i el bloc "Gain1" multiplica al $\sin\theta$ per $m \cdot g \cdot r$. Per establir un valor d'angle inicial $\theta=90^\circ$ assignem un valor de $\pi/2$ en el valor inicial de "Integrator1". El Simulink permet representar el resultat de l'equació diferencial donant com a resultat una corba de θ en funció del temps.



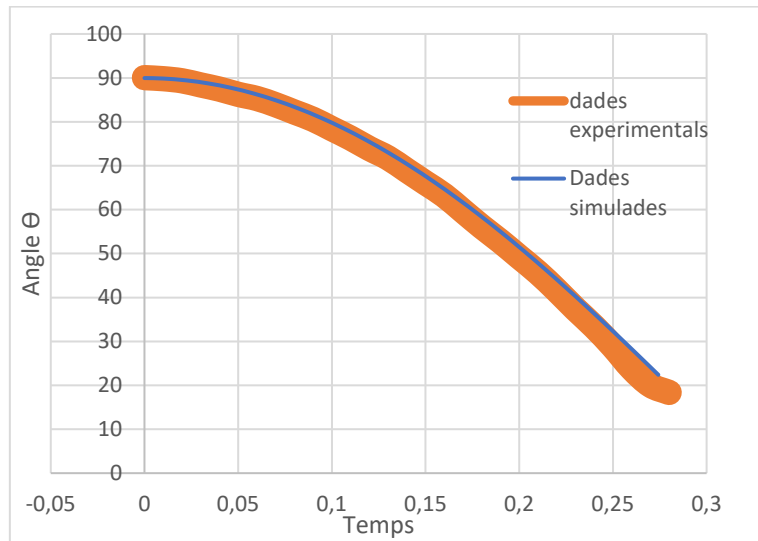
(Fig.4.25) Resultat de l'equació diferencial θ envers t

A partir dels 0,3 segons es tracta de una oscil·lació lliure per tant ja no podem comparar els resultats de la simulació amb els experimentals. Si volguéssim fer-ho hauríem de caracteritzar la goma que esmorteix la caiguda de la barra mòbil. Però per l'elecció de la β s'ha donat preferència a aquells valors en que l'oscil·lació lliure s'esmorteix aproximadament en el mateix temps que el nostre sistema.

III. Comparativa dels resultats

Per trobar el valor del coeficient de fregament β corresponent al nostre sistema utilitzem la comparació dels gràfics obtinguts de manera experimental i el teòric. Per ajustar el valor del coeficient anem modificant el valor del guany del bloc "Gain" fins que la corba de resultats s'adeqüi a la corba dels resultats

experimentals. En un full Excel s'han representat els valors i podem veure la comparativa:



(Fig.4.26) Comparació de les mesures per l'elecció de la β

Quan es representen els valors experimentals tindrem en compte el marge d'error de l'angle degut al potenciòmetre que més endavant es quantifica. El valor del coeficient de fregament β que millor ajusta les dues corbes és $\beta=0,006$.

4.2.5.2. Mètode 2

Una altra manera de trobar el coeficient de fregament que ens falta per poder completar la funció de transferència de la nostra planta és buscar la ζ o coeficient d'esmoreïment del sistema.

$$H(s) = \frac{31,47}{s^2 + \frac{\beta \cdot s}{8,42 \times 10^{-3}} + 1,145} \quad H(s) = \frac{k \cdot \omega_0^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 + \omega_0^2} \quad (4.32)$$

Comparant les dues expressions de la funció de transferència arribem a la següent igualtat que ens permet relacionar el coeficient de fregament amb el coeficient d'esmoreïment.

El valor de la freqüència natural del sistema $\omega_0 = \sqrt{1,145} = 1,07s^{-1}$

La constant k pren el valor de $k=27.48$

I el terme $\frac{\beta}{8,42 \times 10^{-3}} = 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0$

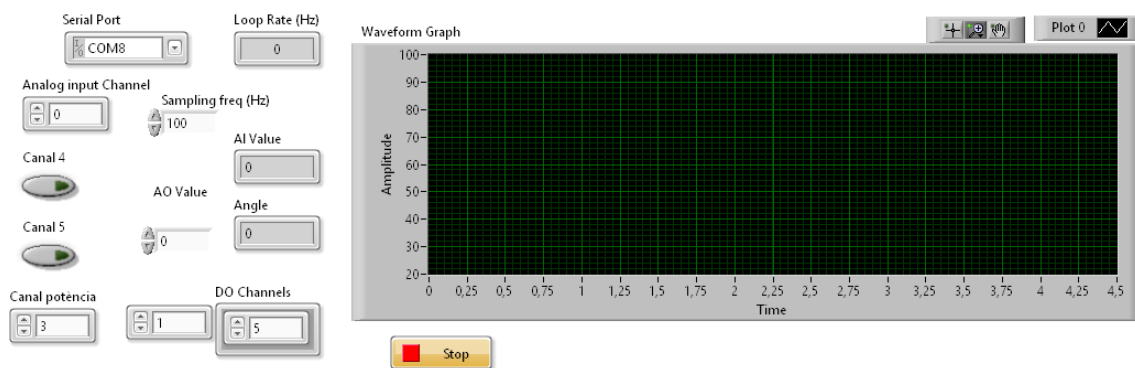
$$\beta = 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 \cdot 8,42 \times 10^{-3}$$

$$\beta = 0,018 \cdot \zeta \quad (4.33)$$

Plantegem un altre experiment en el que puguem observar el comportament de tot el sistema davant de un senyal d'entrada esglaó. L'angle d'entrada del sistema és $\Theta=90^\circ$. S'ha de tenir en compte que la resolució en el valor de l'angle està limitada per la sensibilitat del potenciòmetre de 5mV. Llavors si obtenim una representació de comportament a partir de la informació proporcionada pel sensor del prototip, podem utilitzar el VI de Labview dissenyat per representar les funcions de transferència. En aquest programa es poden ajustar els valors de les variables de la funció de transferència introduint-los manualment i tenir al moment una nova representació.

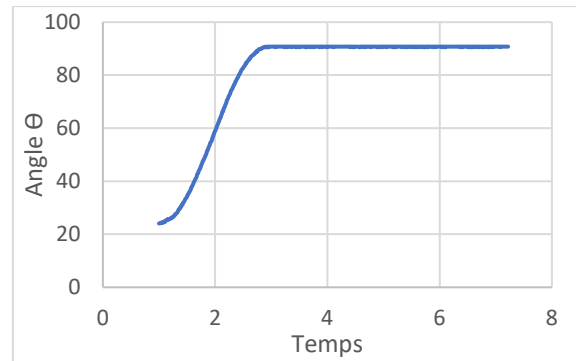
El procediment que s'ha seguit per poder trobar uns valors unitaris de les variables de la funció és el següent:

- I. S'ha dissenyat VI de Labview capaç de enregistrar els valors de sortida del sensor del prototip (el potenciòmetre) i representar l'angle que defineix la posició del sistema en cada instant de temps. Aquí tenim el panell frontal del "virtual instrument" on podem elegir la freqüència de mostreig i el valor del senyal d'entrada.



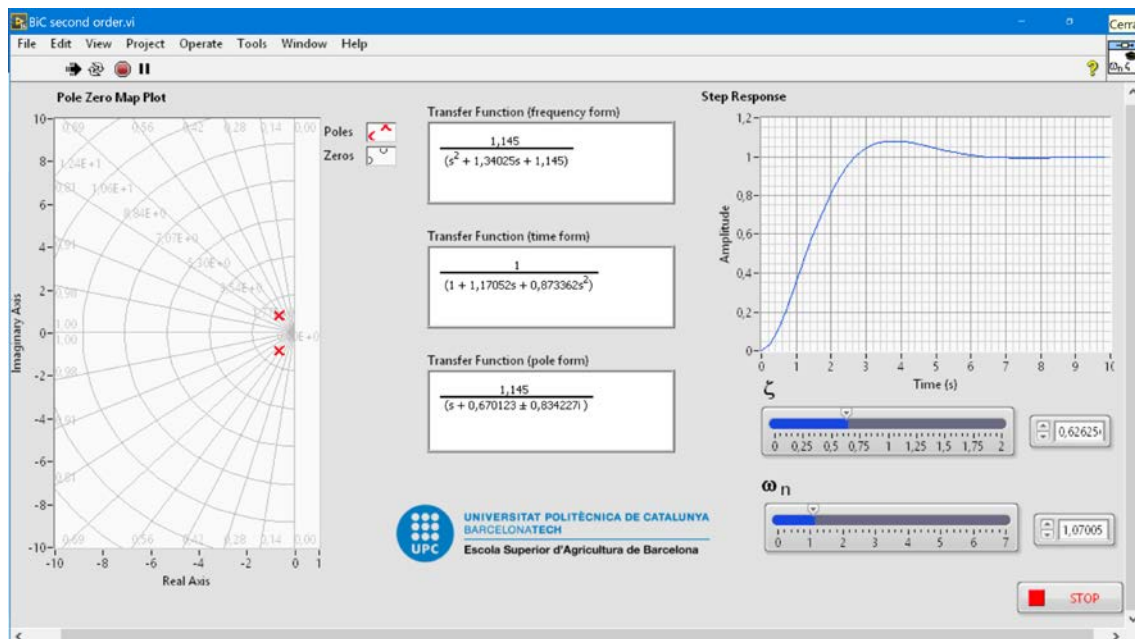
(Fig.4.27) Panell frontal del programa esglaó

- II. S'ha introduït una consigna corresponent a un angle de 90° . S'utilitzen el potenciòmetre i l'Arduino per saber quin angle tenim en cada moment.
- III. S'ha executat el programa i el sistema ha actuat com esperàvem i s'han guardat les mesures en un document Excel.
- IV. S'ha fet un gràfic en que es representa l'angle de la barra respecte el temps.



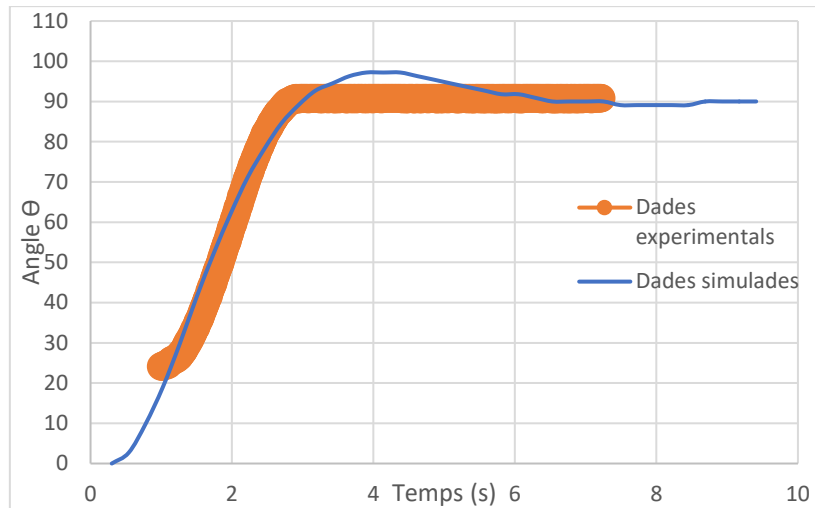
(Fig.4.28) Diagrama dades experimentals resposta a senyal esglaó

- V. Disposem de un programa amb el que hem estat capaços de reproduir el comportament de diferents corbes de funcions de transferència fins que hem arribat a una expressió que s'ajusti al comportament del nostre sistema. Per fer-ho hem anat canviant els valor de ζ i comparant els resultats establint un valor unitari de l'angle Θ al qual volem arribar.



(Fig.4.29) Captura de pantalla del VI anomenat BiC second order

- VI. Si traslladem els resultats del VI a Excel podem fer la comparació de les corbes i determinar quin valor de ζ s'adequa més al comportament del sistema. S'ha de tenir en compte que els resultats experimentals s'han obtingut amb un altre VI que no implementa encara el control PID, sinó que només se li assigna una consigna corresponent als 90° i el sistema respon de la manera que li correspon.



(Fig.4.30) Comparativa dels resultats experimentals amb la funció de transferència ajustada

Un altre cop quan es representen els valors experimentals tindrem en compte el marge d'error de l'angle degut al potenciòmetre que més endavant es quantifica. A més, amb l'experiència visual d'haver detectat una petita oscil·lació que no queda reflectida en les mesures permet afirmar que la corba de dades simulades s'ajusta correctament a les mesures experimentals.

Així finalment podem assumir que una correcta elecció del coeficient d'esmoreïment $\zeta=0,6262$ amb la qual podem esbrinar el valor del coeficient de fregament β .

$$\beta = 0,018 \cdot 0,6262$$

$$\beta = 0,0113$$

4.2.5.3. Elecció final del valor de β

Després de desenvolupar dos mètodes per a trobar el valor del coeficient de fregament β hem trobat gràcies a ells dos valors verificats. Finalment per assumir un valor unificat elegirem el valor mitjà d'aquests, llavors el valor de β és:

$$\beta = 8,7 \times 10^{-3} \quad (4.34)$$

4.2.6. Expressió final de la funció de transferència

Finalment l'expressió de la funció de transferència característica de la planta és la següent:

$$H(s) = \frac{31,47}{s^2 + 1,033s + 1,145} \quad (4.35)$$

On el valor de la freqüència natural del sistema $\omega_0 = \sqrt{1,145} = 1,07s^{-1}$

La constant k pren el valor de $k=27,48$

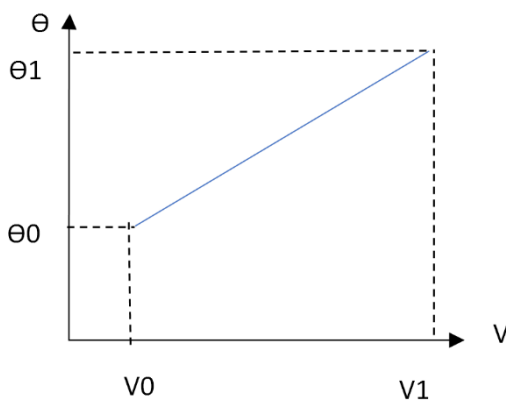
El coeficient de fregament $\beta = 8,7 \times 10^{-3}$

4.3. Caracterització del sensor

Les especificacions tècniques del potenciòmetre es troben en el punt 2 de l'Annex 3.

4.3.1. Angle envers de la tensió en el potenciòmetre

L'angle al qual vol arribar l'usuari correspon a una tensió en el controlador i representa el punt de referència en quan a la posició al qual el nostre sistema tendeix a arribar. Per saber quin és el valor de la tensió que tenim en temps real s'ha de mesurar la caiguda de tensió en el sensor. El nostre sensor és el potenciòmetre que es troba agermanat amb l'eix de rotació i per tant podem relacionar-ho amb la posició del sistema. La relació entre l'angle i la caiguda de tensió en el potenciòmetre la trobarem de manera experimental i amb l'ajuda de Labview registrarem el moviment. Per poder observar els resultats ho representarem en un full d'Excel. Per a cada valor de l'angle θ tindrem un valor de tensió en el potenciòmetre, és a dir que els valors d'aquestes variables tindran una relació de proporcionalitat lineal. Per tant necessitarem els valor experimentals de angle per definir els límits.



$$\frac{\theta - \theta_0}{V - V_0} = \frac{\theta - \theta_1}{V - V_1} \quad (4.36)$$

$$(\theta - \theta_0) \cdot (V - V_1) = (\theta - \theta_1) \cdot (V - V_0)$$

$$\theta = \frac{(\theta_0 - \theta_1)}{V_0 - V_1} \cdot V + \frac{\theta_1 \cdot V_0 - \theta_0 \cdot V_1}{V_0 - V_1}$$

Si tenim en compte que l'experiment tindrà les següents condicions inicials i finals podrem trobar l'expressió de θ .

$$V_0 = 0,7V ; \theta_0 = 30^{\circ}$$

$$V_1 = 3,21V ; \theta_1 = 152^{\circ}$$

(Fig.4.31) Proporcionalitat lineal

Per obtenir aquesta informació s'ha hagut d'ajustar la posició del potenciòmetre per a que els seu rang de variació de la resistència interna compregui tot el rang de angles possibles.

$$\theta = 48,6 \cdot V_{pot} - 4,02 \quad (4.37)$$

Podrem utilitzar aquesta expressió en el programa del banc de proves per convertir el valor de l'angle que vol finalment l'usuari en un valor de consigna pel controlador i també a la inversa, el valor que tenim al potenciòmetre es podrà interpretar com el valor de l'angle que tenim en un determinat instant de temps.

Com s'ha mencionat anteriorment la posició de la barra serà mesurada a través del potenciòmetre, aquest envia un senyal analògic a la placa Arduino (en el nostre cas es tracta d'una tensió compresa entre 0 i 5V) i en aquesta es podria transformar aquest senyal en un dígit de 10 bits. És a dir, tindriem un valor en decimal des de 0 a 1023 que depenent de la posició de la barra correspon a una tensió en volts en l'entrada analògica. Llavors la placa Arduino a través del cable USB es fa arribar el valor de la tensió analògica al PC i en el programa de Labview por transformar-se amb l'equació lineal trobada en un angle resultant.

En el nostre projecte hem col·locat un transportador d'angles per poder veure directament la posició de la barra respecte de la vertical (angle $\Theta=0^\circ$ i 180° en la vertical), llavors hem ajustat el valor observat en l'indicador del transportador d'angles amb el valor proporcionat pel controlador en Labview.

4.3.1.1. Marge d'error

Ara que ja sabem quina és l'expressió de l'angle en funció de la lectura en el sensor del sistema, haurem de tenir en compte quin és el marge d'error en les lectures degut a la sensibilitat del potenciòmetre i la seva tolerància d'un $\pm 20\%$. Llavors si utilitzem la fórmula podem esbrinar quin marge establir per el valor de l'angle Θ .

$$\theta = 48,6 \cdot V_{pot} - 4,02$$

$$V_{pot}=0,005V$$

$$\theta = \pm 3,78^\circ$$

Per tant assumirem un marge d'error de $\pm 4^\circ$.

4.4. Caracterització de l'actuador

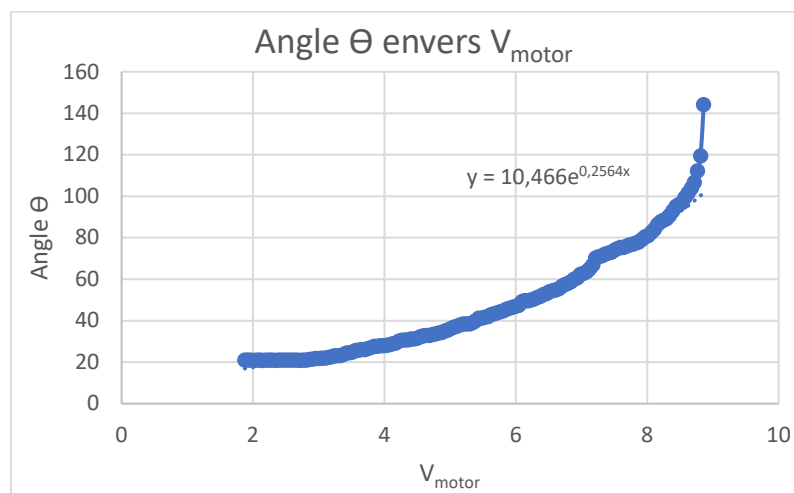
Les especificacions tècniques del potenciòmetre es troben en el punt 4 de l'Annex 3.

4.4.1. Angle envers a la tensió en el motor

Un cop tenim la relació entre l'angle que vol l'usuari i la tensió que tindrem en el sensor al final del procés, també calcularem quina tensió ha de rebre el motor per poder assolir l'angle elegit. Aquest angle s'interpreta com una consigna entre 0 i 1.

Per la transformació del senyal digital de 8 bits del controlador Arduino en una tensió contínua en el motor és necessari l'ús d'una placa driver de motor que permet que arribi una tensió al motor de 0 a 12V. En el programa podem introduir un senyal d'entrada que representa el tant per cent del 12V que estem subministrant.

Per a la representació s'ha multiplicat el valor del senyal d'entrada pel 12V per poder fer-nos millor una idea de com afecten les variacions que fem. També es pot entendre el valor del senyal en digital entenent que el valor que li arriba al driver del motor correspon a 8 bits procedents del Arduino que en decimal equival a un valor d'entre 0 i 255 multiplicat pel valor del senyal d'entrada. No s'arriben als 12V ja que el sistema entra en un estat inestable a partir dels 8,5V aproximadament degut a l'angle en que es troba i al pes del contrapès.

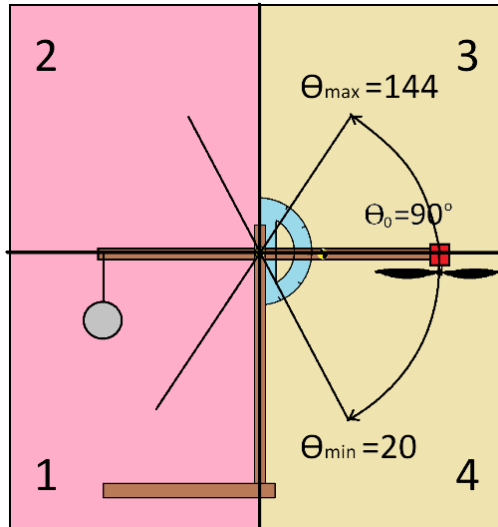


(Fig.4.32) Representació de la tensió aplicada en el motor i l'angle resultant

Es sap que el moviment del sistema està contingut en el pla vertical, tenint només un grau de llibertat corresponent al gir entorn a l'eix. Per les característiques que presenta l'estructura es pot deduir que el control de la posició del conjunt està acotada a només una part del pla vertical concretament la part on les x prenen el valor negatiu. En aquesta zona la força de sustentació de l'hèlix té sentit ascendent i es capaç de contrarestar la força del pes amb l'ajuda del contrapès en l'altre extrem de la barra.

Amb aquest experiment hem comprovat que l'angle mínim és de 20° i l'angle màxim de 144° , per tant es pot deduir que si l'angle que defineix la posició es troba dins de la zona acotada per aquest angles estarem dins de la zona controlable. A partir dels 144° la posició de la barra està molt condicionada per la inèrcia del conjunt i pel pes del l'element de contrapès per tant el definim com al límit. Però a més a més, hem de tenir en compte que dins d'aquesta zona de control del moviment existirà una zona estable i una altra d'inestable. Si dividim el pla vertical en 4 quadrants, tindrem el moviment controlat del sistema contingut dins dels quadrants 3 i 4 (àrea verda). Pel contrari en els quadrants 1 i 2 la posició del sistema no és controlable (àrea vermella), ja que si físicament no impedís la barra fixa la rotació total de la barra mòbil, la component vertical de la força de sustentació de l'hèlix seria incapaç de contrarestar la força del pes, degut a que

el sentit seria el mateix. Segons les característiques de la planta, l'estat de repòs només es pot aconseguir en el quadrant 4 quan l'angle és de 20° i a la resta d'angles fins al màxim podem trobar l'estat d'equilibri però només si hi apliquem un control a sobre del sistema.



(Fig.4.33) Diagrama dels quadrants del sistema

Tot i que l'angle màxim que delimita la zona de control és diferent a l'angle màxim que pot descriure el prototip físicament. L'angle màxim que es capaç de arribar la barra mòbil respecte de la vertical és de $\Theta=152^\circ$.

4.4.2. Força de sustentació envers a la tensió en el motor

Falta conèixer el valor de la força de sustentació que genera l'hèlix (en Newtons) envers a la tensió que es proporciona de la font al motor de contínua. Es podria definir un valor de la força en funció del senyal digital de control que rep el driver del motor però ho representarem de manera més directa sabent quina tensió arriba al motor. Per definir aquesta caracterització del motor obtindrem la informació requerida de manera experimental com ara comentarem. Tenim com a entrada un valor de consigna en el P_c , que introduïm en Labview, i en el controlador Arduino es transmet al driver del motor on es deixa generar una tensió en els borns del motor fent girar l'hèlix i generant la força.

4.4.2.1. Teoria de la força de sustentació

De la mecànica de fluids i d'aerodinàmica es sap que la força de sustentació que genera un perfil aerodinàmic que es desplaça dins d'un fluid ve definit per la següent expressió:

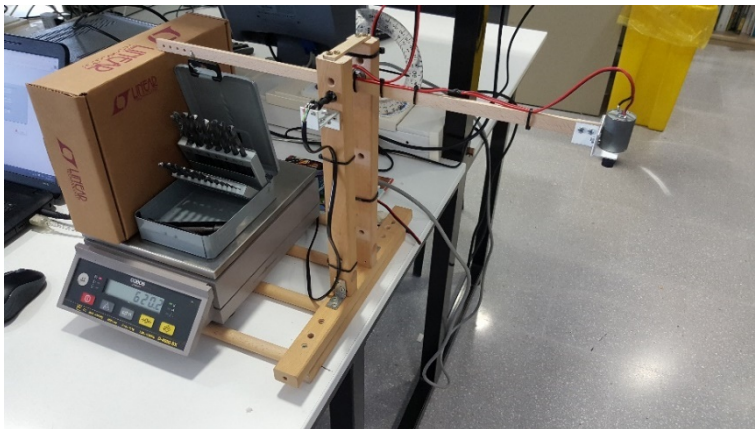
$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L \quad (4.38)$$

On L és la força de sustentació que també em representat com a F_h . ρ és la densitat del fluid que en aquest cas es tracta d'aire per tant val $1,2 \text{ kg/m}^3$. V és la velocitat relativa del fluid respecte el perfil. S és la superfície de la pala i C_L és el coeficient de sustentació del perfil. Prenent les respectives consideracions pel comportament d'un fluid en l'entorn de un rotor de dues pales amb les dimensions corresponents a l'hèlix del nostre prototip, es podria aplicar la expressió mencionada. L'hèlix es pot interpretar com a dos perfils aerodinàmics movent-se de manera circular amb una velocitat respecte l'aire que l'envolta el que fa que generi força de sustentació o empenta.

Per altra banda, el coeficient de sustentació no és una variable fàcil de mesurar ja que depèn de la forma del perfil i de l'orientació d'aquest respecte del fluid que circula en el seu entorn. Per poder fer mesures teòriques serien necessaris diferents instruments especialitzats com un túnel de vent i un perfil idèntic al nostre amb sensors de pressió. Però hi ha altres mètodes experimentals que permeten un estudi de la força més directe.

4.4.2.2. Càlcul experimental de la força

Per mesurar la força que produeix l'hèlix hem necessitat un mètode experimental que mesura directament l'aplicació d'aquesta a través de la mesura de un pes. Aquesta es pren amb una bàscula de laboratori Cobos que té una precisió de dècimes de gram. Per a realitzar la mesura es treu el contrapès de la seva posició i hi col·loquem un pes major que assegurari que la posició de la barra és troba en l'estat d'equilibri, és a dir, $\Theta=90^\circ$.



(Fig.4.34) Fotografia del prototip en la caracterització de la força

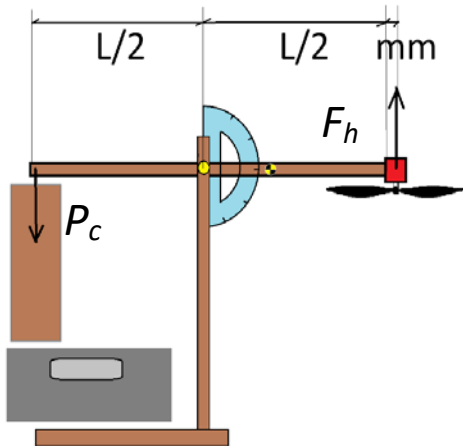


(Fig.4.35) Fotografia del sistema de mesura del pes

Aquest experiment requereix de una capça amb una alçada de 19cm per poder transmetre la força que transmet el motor a l'altre extrem de la barra mòbil. Per poder mantenir la planta en aquesta posició amb el motor apagat necessitem un contrapès major al del disseny original, per això s'ha utilitzat una caixa de broques que permet ser enganxat. Pels càlculs s'ha restat la tara inicial a les mesures de pes.

D'aquesta forma, tenim un sistema indeformable i tota la força de sustentació que generi l'hèlix en l'altre extrem de la barra es mesurarà en aquest extrem amb una força de pes en sentit contrari cap a baix en la bàscula. Aquesta mesura s'obté amb una precisió de 0,1 grams i ho haurem de passar a Newtons de força. Ja que el sistema està en l'estat d'equilibri, el moment generat per la força de l'hèlix es compensa pel moment generat per la força de reacció que produeix el pes, de tal forma que hi ha equilibri en els moments.

$$F_h \cdot \left(\frac{L}{2} + mm \right) = P_c \cdot \frac{L}{2} \quad (4.39)$$



On F_h és la força que genera el conjunt motor-hèlix, P_c és la força pes que es mesura en grams, L és la longitud de la barra $L=50\text{cm}$ consegüentment $L/2$ la distància del punt de aplicació del pes respecte l'eix de rotació del sistema i per l'altre costat i sumem mm que representa la meitat del motor $=1,5\text{cm}$ i és on s'aplica la força de sustentació.

(Fig.4.36) Esquema de la presa de mesures

Així coneixent el valor de les respectives distàncies arribem a l'expressió de la força de sustentació queda de la següent forma:

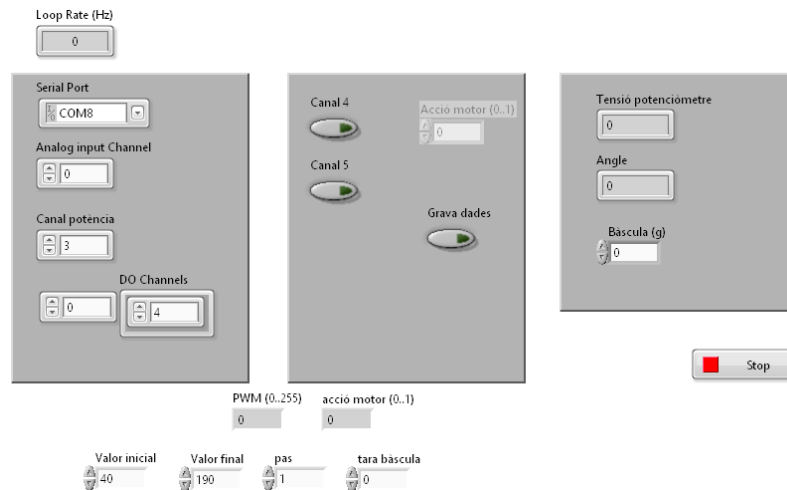
$$F_h = \frac{P_c \cdot \frac{L}{2}}{\left(\frac{L}{2} + mm \right)} = P_c \cdot 0,94$$

Ja que el valor mesurat del pes (p) està donat en grams, ho haurem de passar a Newtons amb la següent relació:

$$P_c = p \cdot g \cdot \frac{1\text{kg}}{1000\text{g}} \text{ on } g = \frac{9,81\text{m}}{\text{s}^2} \quad (4.40)$$

4.4.2.3. Registre de les mesures

Per poder enregistrar les mesures de la bàscula s'ha dissenyat un programa de Labview que permet introduir les mesures de forma manual i va generant un document Excel amb totes les mesures relacionades amb un valor de la caiguda de tensió al potenciòmetre, de l'angle que defineix la posició, un valor de consigna entre 0 i 1 que multiplicat per 12V ens dona la tensió en el motor. Permet eliminar el pes de tara introduint-lo manualment al igual que el nombre de mesures que es volen realitzar indicant el valor de PWM inicial i el final. Sense oblidar-nos també d'assignar quin és l'increment de tensió en PWM que és vol.

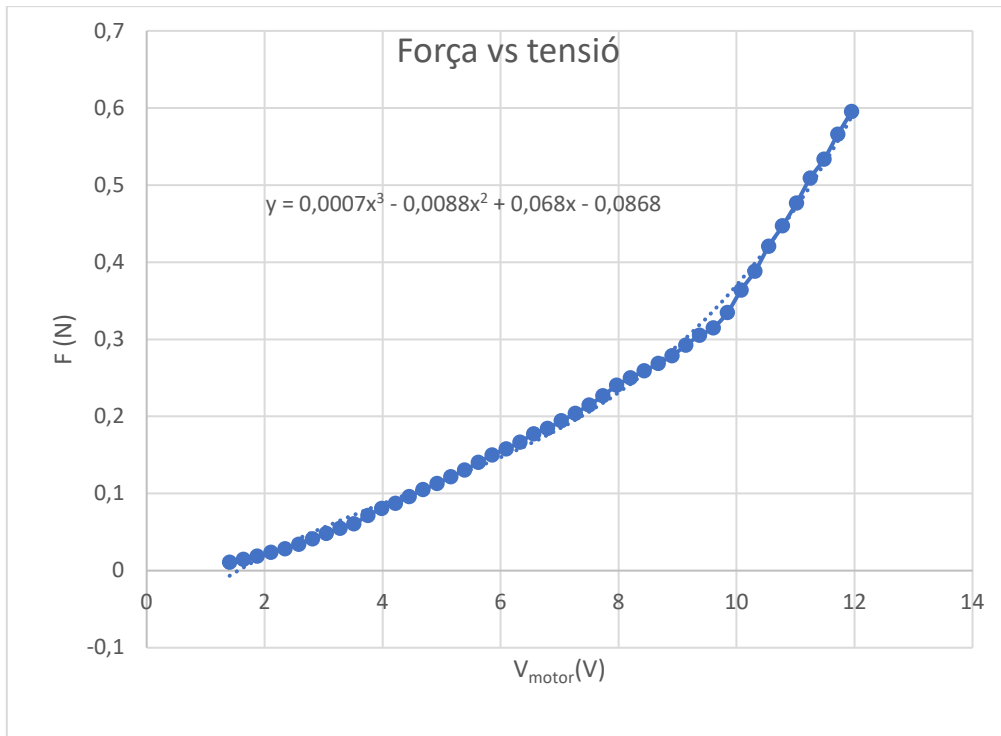


(Fig.4.37) Panell frontal presa de dades caracterització motor

Pels registre de les mesures s'ha seguit el següent procediment:

- I. L'assignació del port sèrie, de l'entrada analògica i els canals s'ha guardat amb una configuració predeterminada. Port sèrie COM8, canal entrada analògica 0, canal de potencia 3, assignem un 0 al canal 4 i un 1 al canal 5.
- II. Anotem el valor inicial del pes amb el motor apagat per poder eliminar la tara en la bàscula.
- III. També configurem el increment de senyal PWM i els seus límits. Partim del valor 40 ja que les mesures anteriors a aquestes son nul·les degut a que el motor encara no rep la suficient potència per començar a girar. L'increment elegit és de 5 unitats fins arribar als 255.
- IV. Executem el programa, anotem el pes en l'instant de temps que ens trobem introduint-lo per pantalla i premem el botó de "grava dades" per registrar el pes i passar al següent valor de tensió.
- V. Finalment quan hem recorregut tot l'abast del moviment de la barra parem el programa en el botó de "stop".

4.4.2.4. Representació de les lectures



(Fig.4.38) Gràfic de les mesures de força respecte a la tensió en el motor

Un cop realitzades totes les mesures per tot el rang de funcionament del motor, analitzem les lectures en el document Excel. S'han de realitzar les correccions pertinents per arribar al gràfic anterior. Passem les mesures en grams a Newtons (ja s'ha restat el valor de la tara), multipliquem la consigna per 12V i recalculam la força tenint en compte l'equilibri de moments. Així podem obtenir la relació d'entrada/sortida principal de la nostra planta, ja que tindrem una tensió a l'entrada del motor i una altra en el potenciòmetre que ens permet saber en quina posició es troba. Així mateix, el nostre banc de proves podrà realitzar la sintonització del controlador perquè aquest té com a valor d'entrada el senyal del potenciòmetre i com a sortida el senyal PWM que rep el driver de motor.

L'expressió que defineix el valor de la força de sustentació en funció de la tensió en el motor és:

$$F_h = 0,0007V^3 - 0,0088xV^2 + 0,068V - 0,0868$$

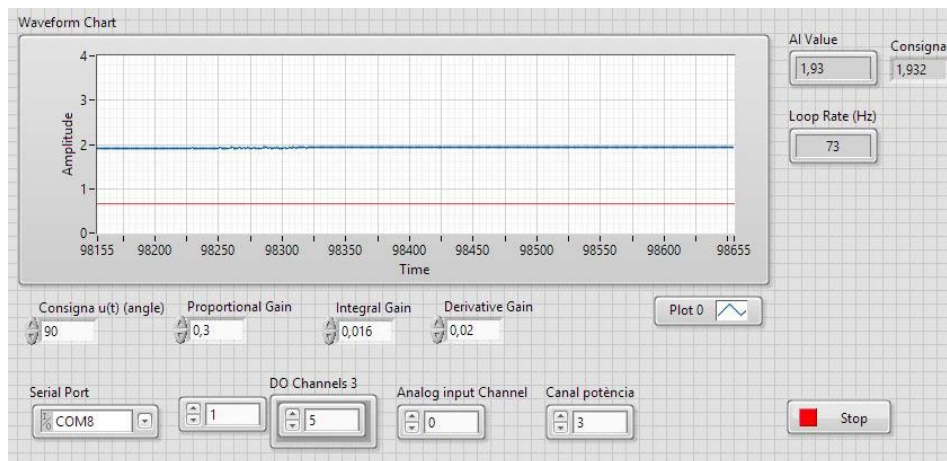
(4.41)

5. SINTONITZACIÓ DEL PID

5.1. Banc de proves amb la planta real

Ara que tenim els coneixements necessaris per entendre quins elements formen part del nostre banc de proves per a l'estudi de sistemes de control, entrarem en detall en el programa de Labview que els implementa. El programa està dissenyat per a que l'usuari pugui elegir en el front panel el valor de la consigna que representarà una generació de força en l'actuador que portarà a una variació de la posició de la barra basculant i conseqüentment definirà una angle Θ final.

L'objectiu principal del programa és representar la caiguda de tensió en el sensor de la planta real en funció del temps. D'aquesta manera l'usuari es capaç de modificar els valors dels paràmetres de control PID de forma manual i pot observar en temps real els efectes d'aquestes modificacions. En la següent imatge podem observar les caselles on podem introduir els valor mencionats i representar-los en el gràfic.



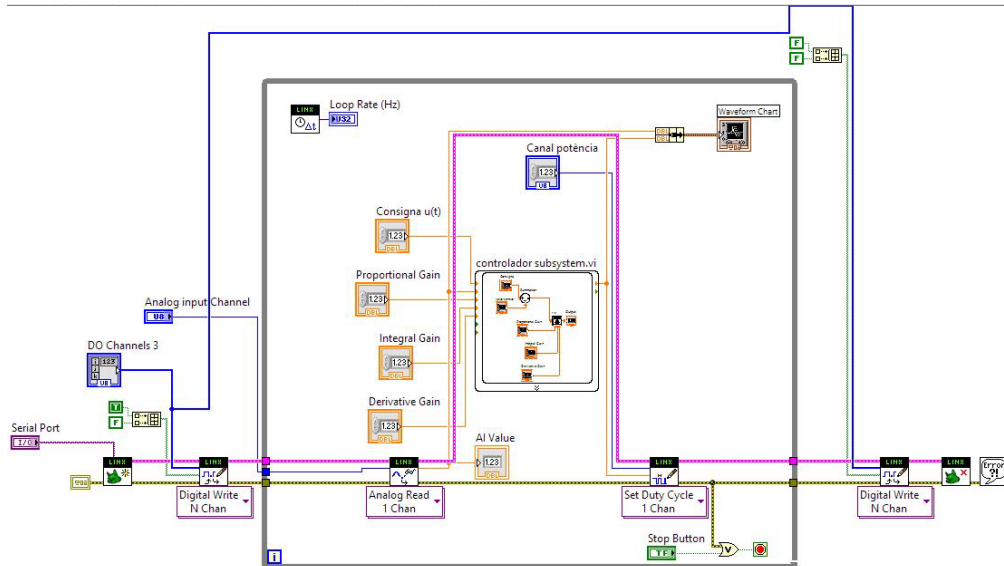
(Fig.5.39) Panell frontal del banc de proves real

Es disposa també d'altres "inputs" corresponents a l'elecció dels ports i canal d'entrada per connectar amb el sistema d'adquisició de dades. En el nostre cas es tracta de la placa arduino que fa d'interfície de connexió entre el driver del motor i el controlador, a la vegada que també rep el senyal procedent del sensor.

Per l'altre costat tenim el diagrama de blocs corresponent al banc de proves amb el control PID i el blocs necessaris per a l'adquisició de dades procedents de la planta real. És en aquest punt en que l'eina de compatibilitat LINX Makerhub pren importància. S'encarrega d'escriure el senyal procedent de la planta real en el bloc del controlador PID on pot comparar-lo amb el senyal de la consigna. En la (Fig.5.40), també es poden observar els blocs corresponents als "inputs" manuals del paràmetres del controlador i el del gràfic.

Llavors el mètode elegit per a la sintonització del controlador PID quan el banc de proves utilitza els senyals d'entrada i sortida de la planta real és el mètode manual. S'ha pres aquesta decisió amb la hipòtesis de que l'usuari és capaç de

observar els canvis en el comportament del sistema quan es varien el paràmetres de control. El criteri a seguir és trobar els valors d'aquests paràmetres que corresponguin a un comportament lleugerament subesmorteït característic d'aquesta planta (com ja havíem comprovat abans), quan es vol assolir el valor de la consigna.



(Fig.5.40) Diagrama de blocs banc de proves real

El mètode de sintonització manual consisteix en establir primer els valors de I i de D a zero. A continuació, incrementem P fins que el senyal de sortida oscil·li. Després establim P a aproximadament la meitat del valor configurat prèviament. Seguidament incrementem I fins que el procés s'ajusti en el temps requerit (tot i que pujar molt I pot causar inestabilitat). Finalment, incrementem D , si es necessita, fins que la resposta sigui prou ràpida per arribar a la seva consigna després d'una variació de l'entrada. Si la sintonització és la correcta s'aconseguirà arribar novament al valor de la consigna de manera ràpida i estable sempre que no assignem un valor de consigna fora del rang d'estabilitat.

5.1.1. Els valors paràmetres de control

Fent l'ajustament manual dels paràmetres de control hem obtingut un comportament estable del sistema davant de canvis de consigna o de desestabilitats puntuals.

Els valors són els següents:

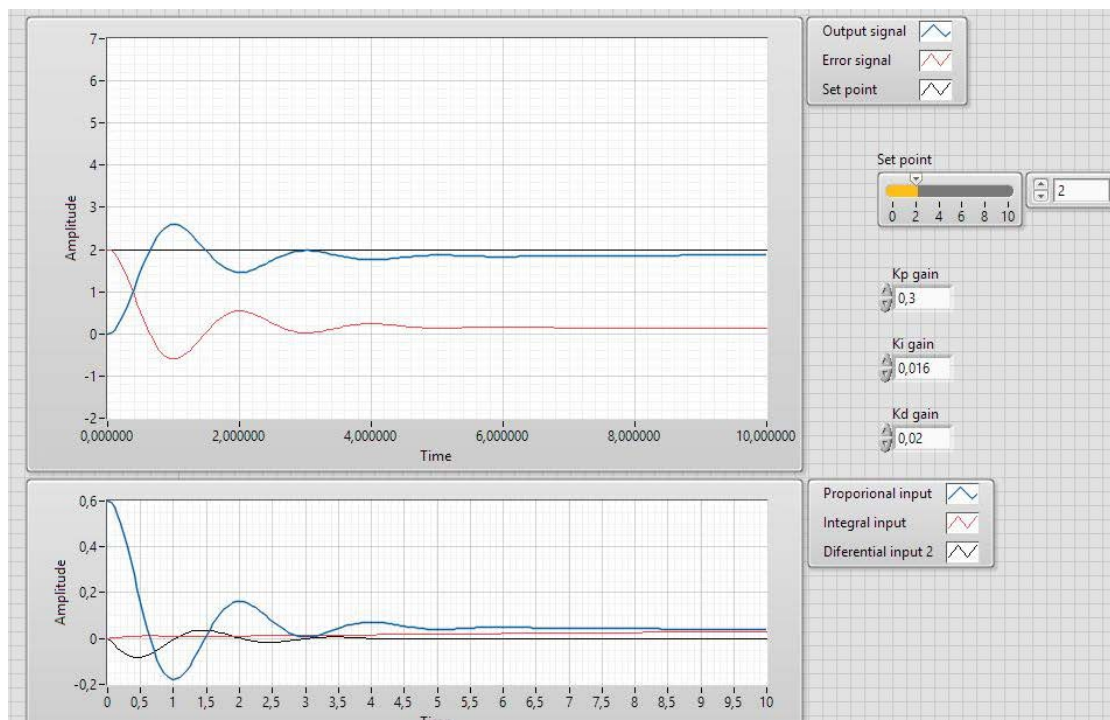
- Guany proporcional: 0,3
- Guany integral: 0,016
- Guany derivatiu: 0,02

5.2. Sintonització del PID amb la planta simulada

Després de la laboriosa feina de caracteritzar la planta real l'objectiu final és tenir un model matemàtic que puguem implementar en un bloc de planta simulada en el programa de Labview i observar si realment el comportament d'aquesta es capaç d'emular el comportament de la planta real. La manera de comprovar-ho serà introduint el valors del paràmetres de control escollits per a la planta real. Comparem llavors els gràfics que representen aquests comportaments davant una mateixa variació de la consigna i així podrem afirmar que s'ha assolit els resultats que es buscaven.

Per a la planta simulada s'ha dissenyat un programa de Labview basat en un sistema de llaç tancat, en el que el valor de la consigna arriba al bloc del controlador i aquest ho transmet a la planta simulada. Llavors aquest segon bloc té com a sortida un senyal que representarem en el gràfic i a la vegada que realimenta al controlador, on s'avalua quin és l'error entre la consigna i aquest. Conseqüentment el controlador actuarà a sobre del nou senyal d'entrada per a reduir l'error.

En el panell frontal d'aquest "virtual instrument" tenim el gràfic on representen el comportament de la sortida de la planta simulada i els "inputs" corresponents als paràmetres del controlador PID i a la consigna.

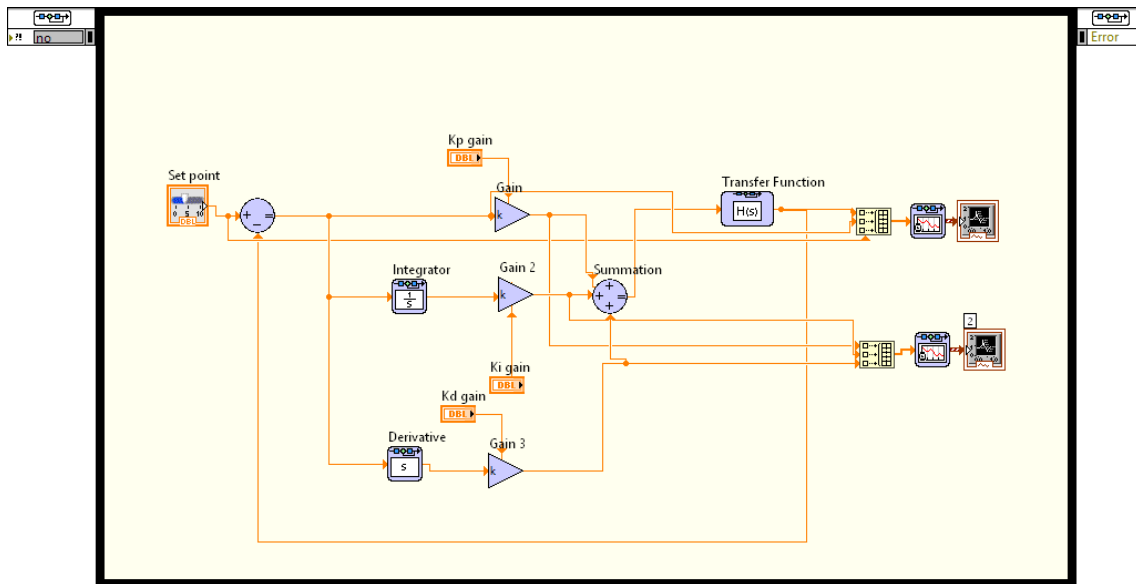


(Fig.5.41) Panell frontal banc de proves simulat

La línia blava representa l'amplitud del senyal corresponent a un valor de l'angle Θ en funció del temps i representa el comportament del sistema simulat. Aquest

senyal ho compararem amb el senyal real per validar la sintonització del controlador PID.

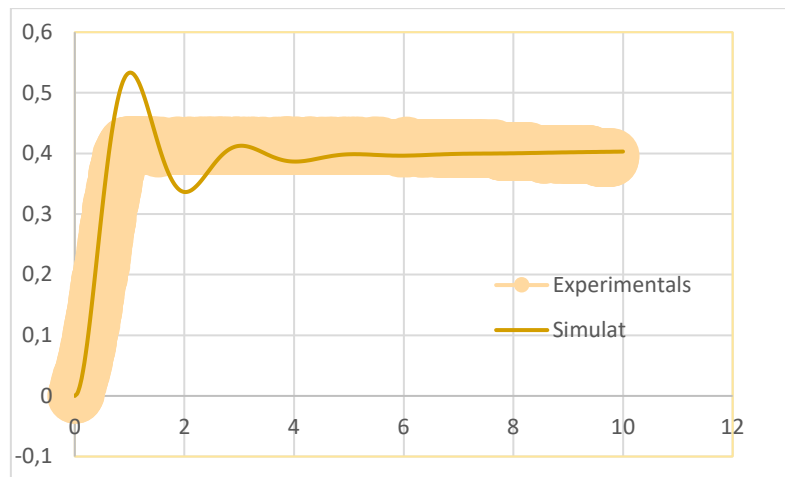
Pel que fa al diagrama de blocs d'aquest "virtual instrument" com es pot observar en la (Fig.5.42) s'han disposat dos subsistemes diferenciats, el del controlador amb les entrades manuals i el de la planta simulada amb l'equació de transferència calculada en la caracterització de la planta real en apartats anteriors.



(Fig.5.42) Diagrama de blocs de banc de proves simulat

5.3. Conclusions dels resultats

Per a comparar els resultats hem exportat els valors de les lectures a Excel. És necessari tenir en compte que la resolució del potenciòmetre ens afectarà en els resultats. La resolució és de 5 mV i per a representar-ho en els valors de les lectures experimentals hem tingut en compte una marge de valors possibles augmentant l'amplada de la línia de resultats. Els 5mv equivalen a 0,08 unitats de l'amplitud i a 4°.



(Fig.5.43) Comparativa dels resultats de les sintonitzacions

Per concloure comparem els resultats i podem afirmar que els valors dels paràmetres de control són raonables ja que la resposta del sistema real i simulat tenen aproximadament els mateixos temps d'estabilització.

6. HARDWARE IN THE LOOP

Després d'experimentar la implementació del banc de proves real i simulat plantejarem la implementació de la simulació Hardware In the Loop com a millora del banc de proves per a l'estudi de sistemes de control.

6.1. Fonaments teòrics HIL

El procés del Hardware In the Loop (HIL) és un concepte que no existia fa més de 15 o 20 anys. Les seves arrels estan vinculades en la indústria de l'aviació. La simulació Hardware in the Loop és una tècnica que s'utilitza en el desenvolupament i comprovació de sistemes de control complexos o sistemes embeguts en temps real. Es a dir que la simulació HIL constitueix una plataforma efectiva que inclou tota la complexitat i les característiques de la planta, fent possible la realització de comprovacions i desenvolupament dels sistemes de control o banc de proves (HIL test).

Parteix de la caracterització de la planta mitjançant models matemàtics de tots els seus sistemes dinàmics, formant el que s'anomena "model de planta virtual" o "planta emulada". Si el simulador HIL està ben dissenyat, aquest podrà mimetitzar la planta real i llavors podrem utilitzar-lo per a testear el sistema de control. La finalitat de la simulació HIL és configurar i provar el sistema de control hardware per poder implementar en el futur el procés real sense la necessitat de tenir un prototip.

El HIL es diferencia de les altres simulacions a temps real pel fet que inclou un component real en el llaç tancat o loop. Aquest component és una Unitat de Control Electrònic (ECU) o controlador.

La raó per la qual l'ús del procés HIL és cada cop més predominant en totes les indústries es deu a varis factors: al temps de comercialització, la complexitat, el cost, la seguretat i la viabilitat de la fabricació.

6.2. Funcionament d'un simulador HIL

La simulació HIL inclou la simulació elèctrica de sensors y actuadors. Aquesta simulació serveix d'interfície entre el model de planta virtual i el sistema de control al qual es fa la sintonització. El valor de cada sensor es generat per la planta emulada i llegit pel controlador. Aquest executa el seu algoritme de control mitjançant la correcció dels senyals d'entrada en els actuadors. Per tant, els canvis en els senyals de control provoquen canvis en els valors de les variables en el model de planta virtual.

Per exemple, un sistema de simulació HIL per al desenvolupament d'un sistema de control d'estabilitat del rotor antiparell de la cua d'un helicòpter pot incloure en el model de planta virtual la representació matemàtica de diferents subsistemes, com elements estructurals de la cua i les seves actuacions, característiques de l'entorn com velocitat i propietats del fluid en un volum de control o la mateixa dinàmica de disseny de les pales del rotor.

6.3. Quan utilitzar la simulació HIL

Una condició ideal per provar la validesa de la sintonització del controlador és comparar-la amb la de la planta real, però en aquests tipus de tests, com hem comprovat, la planta en temps real s'auto-imposa limitacions en quant al tipus de proves, a més que poden ser perillosos en alguns casos. Per exemple, en el cas de la unitat de control d'un rotor, les proves del sistema en condicions d'error poden donar lloc a situacions de perill per a l'enginyer de proves. En aquests escenaris de prova, la simulació HIL proporciona un control eficient i un lloc segur on l'enginyer de proves pot centrar-se en la funcionalitat del banc de proves per al controlador de la planta virtual.

Les condicions en què l'ús de simulació HIL és adequat inclouen:

6.3.1. Proves amb cicles curts

Es pot trobar la planificació de proves de curt cicle en la majoria de projectes en la indústria automotriu, aeroespacial i en programes de defensa no permeten esperar a la disponibilitat del primer prototip per provar el sistema de control. És més, en la major part de les planificacions de projecte s'assumeix que la simulació HIL s'utilitzarà en paral·lel amb el desenvolupament de la planta. Per

exemple, en el moment en què el primer prototip de motor està disponible per a test, el 95% del testejat del sistema de control ha estat completat a través de simulació HIL. Els cicles de desenvolupament més curts es donen en la indústria aeroespacial i defensa. Programes de desenvolupament d'avions i vehicles militars fan servir en paral·lel PC i simulació HIL per millorar el disseny, test e integració.

6.3.2. Planta real complexa i poc econòmic

En molts casos, la planta és més costosa que un simulador fiable en temps real i per això és més recomanable la seva simulació. Per tant, és més econòmic el desenvolupament i test connectant a un simulador HIL que a la planta real. Per fabricants de motors, la simulació HIL és part fonamental del cicle de desenvolupament del motor. Un altre exemple de reducció de costos a través de simulació HIL és el desenvolupament de centraletes digitals per a control de motors d'avions. Cada motor pot costar milions d'euros. Per contra, l'ús de simuladors HIL pot reduir a una desena part aquest cost.

6.4. Desenvolupament de la interacció usuari-sistema de control

La simulació HIL és un pas clau en el procés d'anàlisi de la interacció de l'entorn HIL amb l'usuari, assegurant la consistència del sistema optimitzant l'ergonomia del programari. La tasca de la tecnologia en temps real és prendre dades d'usuaris pel test de components que tindran una interfície humana. L'alternativa a aquest cas seria l'ús d'un model d'usuari (per exemple, un model de caldera en el cas d'un entorn HIL per a un sistema de climatització dins d'un aeroport).

7. VALORACIONS I CONCLUSIONS

Amb la realització d'aquest projecte hem pogut experimentar un procés de desenvolupament d'un banc de proves per a un controlador PID implementat en un model de planta real i un model simulat. Per poder modelar la planta simulada ha estat necessari un anàlisi matemàtic i experimental de la planta real. Per a realitzar la caracterització dels elements dinàmics de la planta real hem posat en pràctica bona part dels coneixements adquirits durant el grau d'enginyeria.

Els resultats obtinguts han estat satisfactoris ja que hem pogut comparar el comportament del sistema a partir de l'adquisició de dades en temps real i el comportament emulat per la planta simulada i els resultats de les respostes son molt similars. En molts de casos, la forma més efectiva de sintonitzar els sistemes de control és connectar-los directament a la planta real i treballar amb dades reals. És a dir, connectar el controlador mitjançant l'Arduino amb els actuadors i sensors.

Però en altres casos, la simulació HIL és més eficient. El barem que ho determina depèn entre altres factors del cost, la durada i de la seguretat. El cost final de cada projecte donarà una mesura de la suma costs deguts a totes les eines i

l'esforç requerit. La durada del desenvolupament del banc de proves i del test del controlador determinarà el temps de cicle de finalització del procés de prova. El factor de seguretat també s'haurà de tenir en compte en el cost econòmic, ja que a major nivell de seguretat requerit, s'haurà d'invertir temps i diners en evitar errors i accidents en el procés.

En el cas en que disposéssim del model matemàtic de la planta procedent d'estudis ja existents que verifiquessin que l'expressió correspon a les condicions que volem emular, tindríem un model de planta virtual que feria que no fos necessari la construcció del prototip. Sobretot per projectes en que el cost de fabricació d'un prototip és bastant alt ens interessa tenir un model de planta virtual amb el que puguem estudiar els límits d'operació del sistema sense comprometre la seguretat de l'usuari que vol realitzar la prova de sintonització del controlador ni la integritat del prototip.

8. REFERÈNCIES

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/oscilaciones/no_lineales/pendulo2/pendulo2_1.html#Referencias

<https://es.mathworks.com/help/simulink/slref/ic.html>

<http://isa.uniovi.es/~idiaz/ADSTel/Practicas/ModeladoPendulo.html>

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/oscilaciones/no_lineales/pendulo2/pendulo2_1.html#Referencias

http://www.academia.edu/11655151/P%C3%A9ndulo_Simple_con_Fricci%C3%B3n

http://es.rs-online.com/web/p/products/7293587/?grossPrice=Y&cm_mmc=ES-PLA--google--PLA_ES_ES_Componentes_Pasivos--Resistencias_Variables&mkwid=sK0QtbMn0_dc|pcrid|88860971361|pkw||pmt||prd|7293587

<http://es.farnell.com/alps/rk09k11310kb/pot-rotary-10k-17mm-20/dp/1191725#anchorTechnicalDOCS>

<http://www.simfisica.uji.es/Manuals/FAC-622B.pdf>

<http://pdf1.alldatasheet.es/datasheet-pdf/view/22440/STMICROELECTRONICS/L298N.html>

<https://spanish.alibaba.com/product-detail-img/12-v-200-w-motor-dc-especificaciones-aplicado-a-los-juquetes-motor-electrico-coche-rs-545h-60292174515.html>

Tutorial de Labview y control (Halvorsen)

<http://home.hit.no/~hansha/documents/labview/training/Control%20and%20Simulation%20in%20LabVIEW/Control%20and%20Simulation%20in%20LabVIEW.pdf>

<http://home.hit.no/~hansha/documents/labview/course/control/powerpoint/Control%20Systems%20in%20LabVIEW%20-%20Overview.pdf>

Hardware-in the loop simulation

<http://home.hit.no/~hansha/documents/lab/Lab%20Work/HIL%20Simulation/Background/Introduction%20to%20HIL%20Simulation.pdf>

<http://home.hit.no/~hansha/documents/lab/Lab%20Work/HIL%20Simulation/Background/HIL%20Lab%20-%20Tips%20and%20Tricks>

INTRODUCCIÓ al HIL

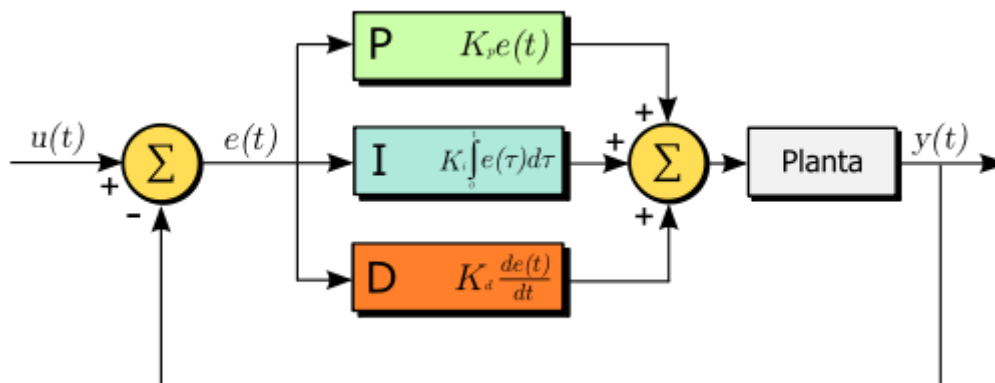
http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-07032007-105445/unrestricted/John_Janczak_072307.pdf

ANNEX 1

FONAMENTS TEÒRICS DEL CONTROLADOR PID

Un controlador proporcional integral derivatiu (PID) és un mecanisme de control per realimentació que s'utilitza en sistemes de control industrials. Un controlador PID corregeix l'error entre un valor mesurat i el valor que es vol obtenir, calculant i després aplicant una acció correctora que pot ajustar al procés d'acord amb la consigna. El controlador PID és, de lluny, l'algorisme de control més comú. Aquest algorisme pot ser implementat de diferents maneres: com a controlador *stand-alone*, com a part d'un paquet de control digital directe o com a part d'un sistema de control distribuït.

El seu estudi es pot realitzar des de diferents punts de vista. Pot ser tractat com un dispositiu que pot ser utilitzat amb unes quantes regles pràctiques però també pot ser estudiat analíticament. L'algorisme de càlcul del control PID es dona en tres paràmetres diferents: el proporcional, l'integral, i el derivatiu. El valor proporcional determina una correcció proporcional a l'error actual, l'integral genera una correcció proporcional a l'integral de l'error que a més del valor de l'error tindrà també en compte el temps en que persisteix l'error i el derivatiu corregeix el valor depenent del règim de canvi de l'error intentant que aquest règim sigui zero.



(Fig.A1.44) Diagrama en blocs d'un control PID.

La suma d'aquestes tres accions és usada per ajustar el procés amb la correcció de l'acció dels actuadors com la posició la velocitat de gir del conjunt motor-hèlix, per exemple. Ajustant aquestes tres constants en l'algorisme de control del PID, el controlador pot proveir un control dissenyat específicament per el nostre sistema. La velocitat de resposta del controlador es pot descriure en termes de velocitat de canvi del sistema davant un error.

Cal fer menció a que l'ús del PID pel control del sistema no garanteix el control òptim del sistema o l'estabilitat d'aquest. Algunes aplicacions poden només requerir un o dos modes dels quals proveeix aquest sistema de control. Un controlador PID pot ser anomenat també PI, PD, P o I en l'absència de les accions de control respectives. Els controladors PI són particularment comuns, ja que l'acció derivativa és molt sensible al soroll.

1. Funcionament

Per al correcte funcionament d'un controlador PID que reguli un procés o sistema es necessita, com a mínim:

- Un sensor, que determini l'estat del sistema (potenciòmetre, termòmetre, cabalímetre, manòmetre, etc.).
- Un controlador, que generi el senyal que governa a l'actuador.
- Un actuador, que modifiqui el sistema de manera controlada (motor, resistència elèctrica, vàlvula, bomba, etc.).

El sensor proporciona un senyal analògic o digital al controlador, el qual representa el *punt actual* en què es troba el procés o sistema. El senyal pot representar aquest valor en tensió elèctrica, intensitat de corrent elèctric o sovint en freqüència. En aquest darrer cas el senyal és de corrent altern, a diferència dels dos anteriors, que són amb corrent continu.

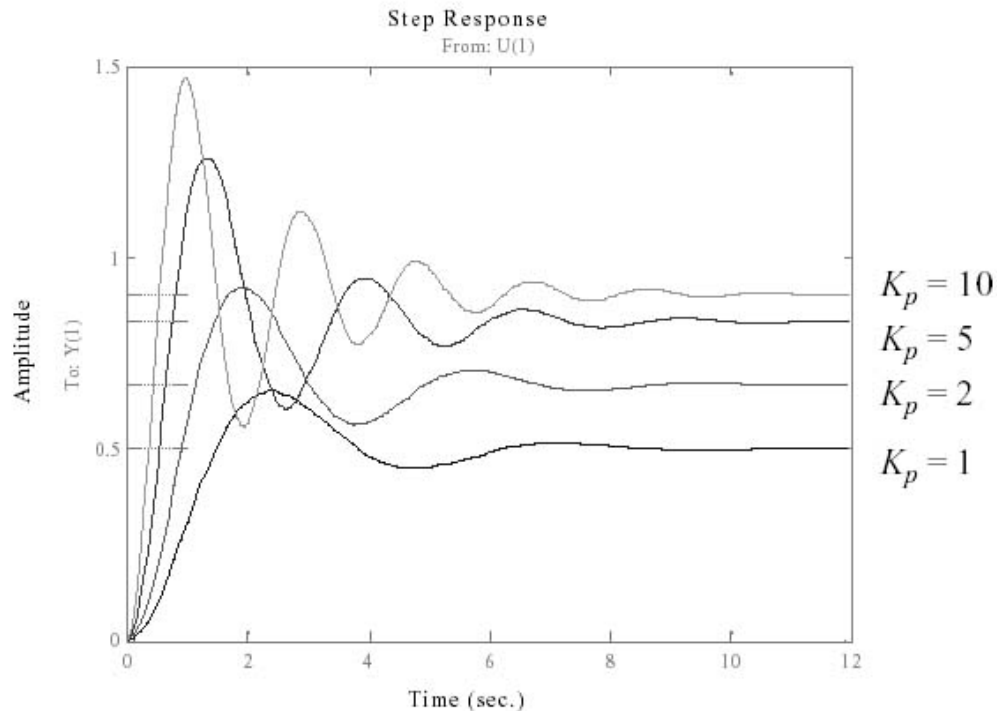
El controlador llegeix un senyal extern que representa el valor que es vol assolir. Aquest senyal rep el nom de punt de consigna (o punt de referència), la qual és de la mateixa naturalesa i té el mateix rang de valors que el senyal que proporciona el sensor. Per fer possible aquesta compatibilitat i que, al seu torn, el senyal pugui ser entès per un humà, caldrà establir algun tipus d'interfície (HMI-Human Machine Interface), en el nostre cas serà el "control panel del Labview" que resulta ser bastant visual i de fàcil maneig per fer més intuïtiu el control d'un procés.

El controlador resta el senyal de punt actual al senyal de punt de consigna, obtenint així el senyal d'error, que determina en cada instant la diferència que hi ha entre el valor desitjat i el valor mesurat. El senyal d'error és utilitzat per cada un dels 3 components del controlador PID. Els 3 senyals sumats, componen el senyal de sortida que el controlador va a utilitzar per governar a l'actuador. El senyal resultant de la suma d'aquestes tres es diu variable manipulada i no s'aplica directament sobre l'actuador, sinó que ha de ser transformada per ser compatible amb l'actuador que fem servir.

2. Tres components del control PID

Les tres components d'un controlador PID són: part Proporcional, acció Integral i acció Derivativa. El pes de l'influència que té cadascuna d'aquestes parts en la suma final, ve donat per la constant proporcional, el temps integral i el temps derivatiu, respectivament. Es pretindrà aconseguir que el bucle de control corregeixi eficaçment i en el mínim temps possible els efectes de les pertorbacions.

2.1. Proporcional



(Fig.A1.45) Resposta control Proporcional

La part proporcional consisteix en el producte entre el senyal d'error i la constant proporcional perquè facin que l'error en estat estacionari sigui gairebé nul, però en la majoria dels casos, aquests valors només seran òptims en una determinada porció del rang total de control, essent diferents els valors òptims per a cada porció del rang. No obstant això, hi ha també un valor límit en la constant proporcional a partir del qual, en alguns casos, el sistema arriba a valors superiors als desitjats. Aquest fenomen es diu sobreoscil·lació.

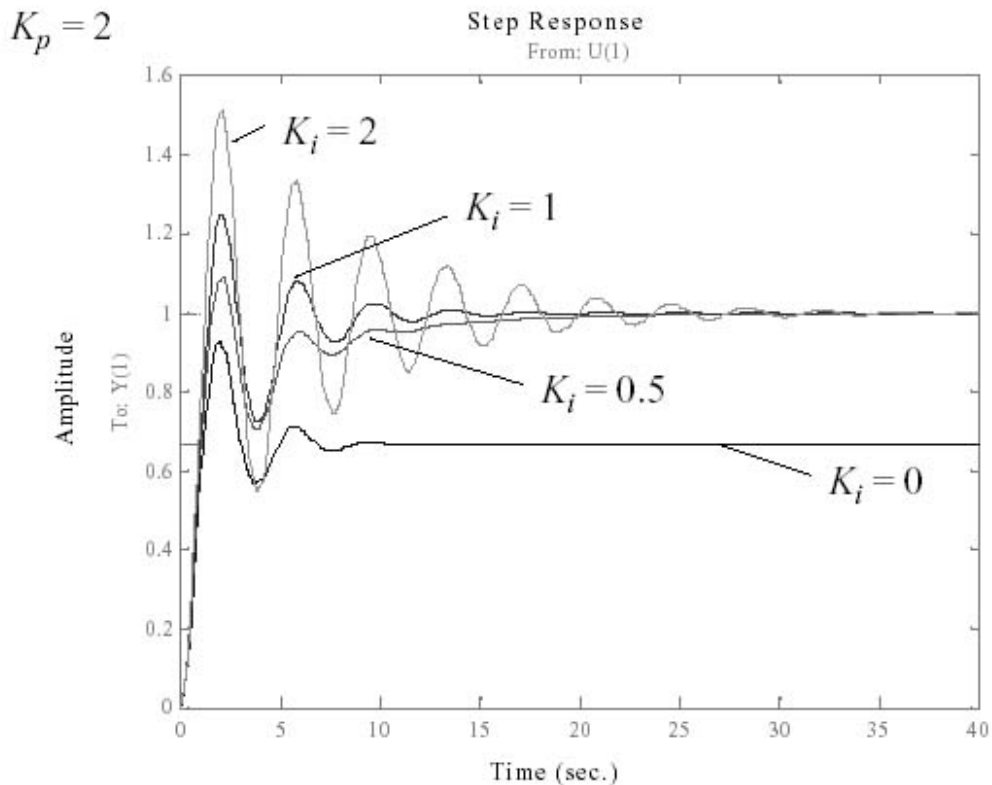
La part proporcional no considera el temps, i per tant, la millor manera de solucionar l'error permanent i acabar amb un sistema que contingui algun component que tingui en compte la variació respecte al temps, és incloure i configurar les accions integral i derivativa.

La fórmula del proporcional aquesta ve donada per:

$$P_{out} = K_p \cdot e(t) \quad (\text{A1.42})$$

En absència de perturbacions, el control proporcional pur no s'assentarà en el seu valor objectiu, sinó que conservarà un error d'estat estacionari (caiguda). Tot i la caiguda, tant en la teoria d'ajustatge com en la pràctica industrial indiquen que és el terme proporcional el que ha d'aportar la major part del canvi de la sortida o senyal de retroalimentació.

2.2. Integral



(Fig.A1.46) Resposta control Proporcional Integral

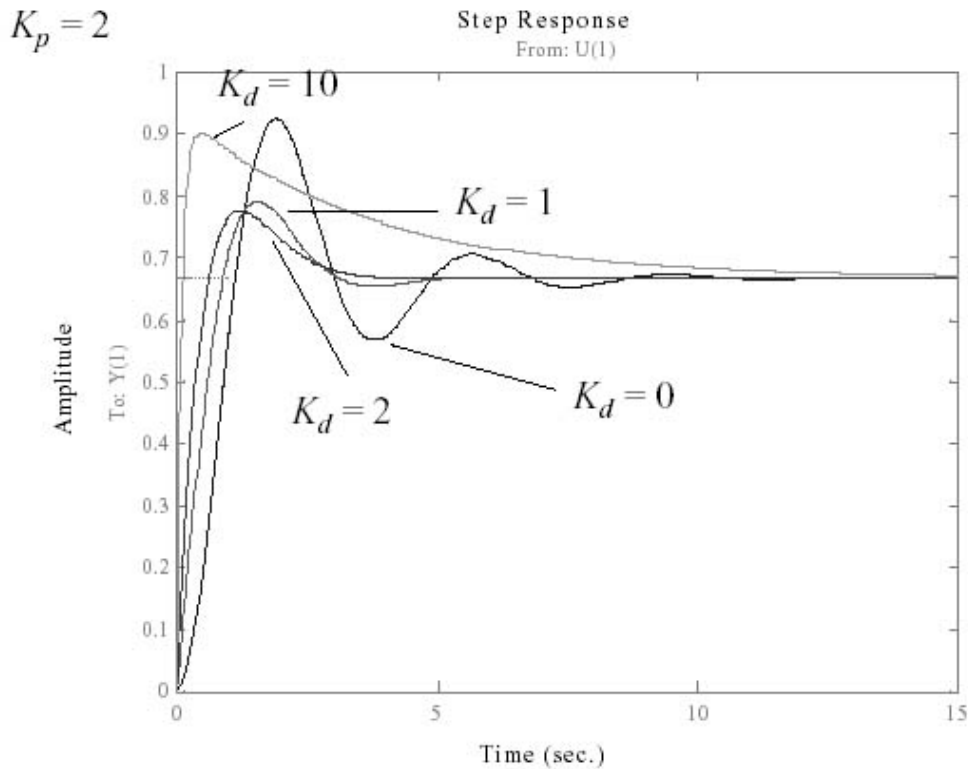
El mode de control Integral té com a propòsit reduir i eliminar l'error en estat estacionari, que no ha pogut corregir la terme proporcional. El control integral actua quan hi ha una desviació entre la variable i el punt de consigna, integrant aquesta desviació en el temps i Sumant-la a l'acció proporcional. L'error es integrat i després és multiplicat per una constant 'I' que representa a la constant d'integració. Posteriorment, la resposta integral és afegida a la correcció proporcional per formar el control P + I amb el propòsit d'obtenir una resposta estable del sistema sense error estacionari. El guany total del llaç de control ha de ser menor a 1, i així induir una atenuació a la sortida del controlador per conduir el procés a l'estabilitat d'aquest.

La manera integral presenta un desfasat en la resposta de 90° que sumats als 180° de la retroalimentació (negativa) s'acosten al procés a tenir un retard de 270° , després llavors només caldrà que el temps mort contribueixi amb 90° de retard per provocar l'oscil·lació del procés. El temps d'acció integral en minuts per repetició és el temps en què davant un senyal en esglaó, l'element final de control repeteix el mateix moviment corresponent a l'acció proporcional.

El control integral es fa servir per obviar l'inconvenient de l'offset (desviació permanent de la variable respecte al punt de consigna) de la banda proporcional. La fórmula de la integral aquesta ve donada per:

$$I_{out} = K_i \int_0^t e(\tau) \cdot d\tau \quad (5.43)$$

2.3. Derivatiu



(Fig.A1.47) Resposta control Proporcional Derivatiu

L'acció derivativa es manifesta quan hi ha un canvi en el valor absolut de l'error (si l'error és constant, només actuen els termes proporcional i integral).

La funció de l'acció derivativa és mantenir l'error al mínim corregint proporcionalment amb la mateixa velocitat que es produeix, d'aquesta manera evita que l'error s'incrementi.

Es deriva en funció al temps i es multiplica per una constant 'D' i després es suma al senyal anterior (P + I). És important adaptar la resposta de control als canvis en el sistema, ja que una major derivativa correspon a un canvi més ràpid i el controlador pot fer que el comportament del sistema sigui inestable.

La fórmula del derivatiu aquesta ve donada per:

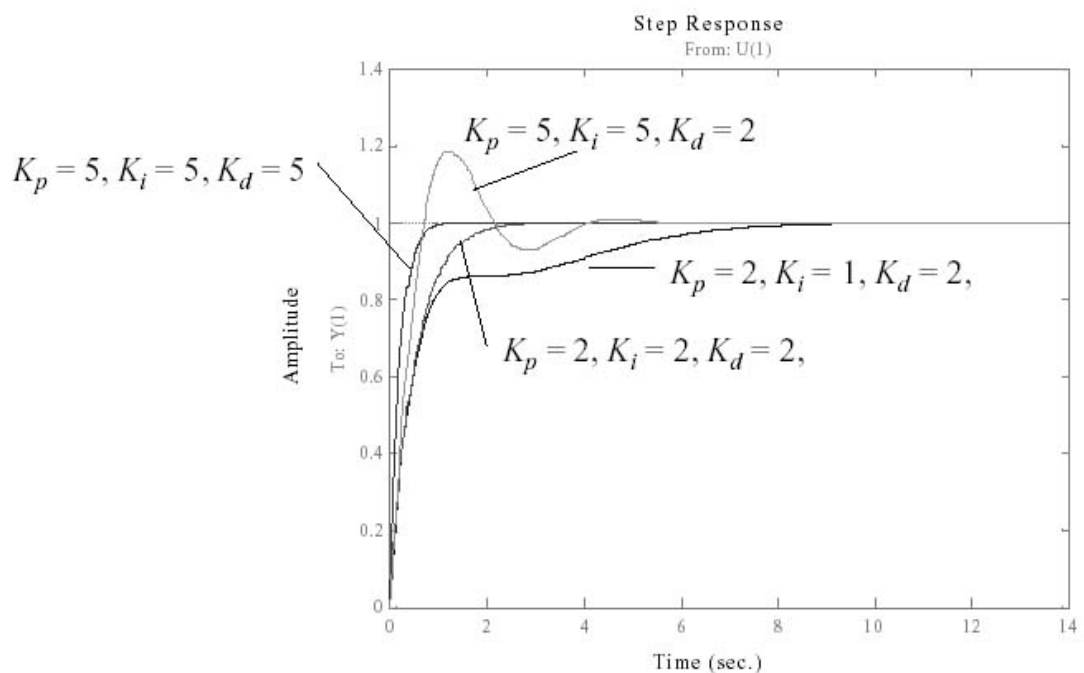
$$D_{out} = K_d \frac{de}{dt} \quad (5.44)$$

Quan el temps d'acció del control derivatiu és gran, hi ha inestabilitat en el procés. Quan el temps d'acció és petit, la variable oscil·la massa en relació amb

el punt de consigna. Sol ser poc utilitzada a causa de la sensibilitat al soroll que manifesta i les complicacions que això comporta.

El temps òptim d'acció derivativa és el que retorna la variable a punt de consigna amb les mínimes oscil·lacions. Pot emprar-se en sistemes amb temps de retard considerables, perquè permet una repercussió ràpida de la variable després de presentar una pertorbació en el procés.

3. Sortida PID



(Fig.A1.48) Sortida del controlador PID

La sortida d'aquests tres termes, el proporcional, la integral, i el derivatiu són sumats per calcular la sortida del controlador PID. Definint $MV(t)$ com la sortida del controlador, la forma final de l'algorisme del PID és:

$$MV(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de}{dt} \quad (5.45)$$

on els paràmetres d'ajust són els següents:

- **Guany Proporcional, K_p .** A valors més alts generalment signifiquen una resposta més ràpida. Un augment proporcional excessivament gran donarà lloc a la inestabilitat i el procés d'oscil·lació.
- **Guany integral, K_i .** A valors més alts impliquen errors d'estat estacionari que s'eliminen més ràpidament.

- **Guany derivada, K_d .** A valors més grans més lenta és la resposta transitòria i pot conduir a la inestabilitat a causa de l'amplificació del senyal de soroll.

4. Usos

El PID és l'algoritme de control més àmpliament estès, encara que existeixen molts altres mètodes que poden donar un control de millor qualitat en certes situacions on el PID no respon a la perfecció. El PID dona bons resultats en la immensa majoria de casos.

Per tenir una exactitud major als controladors proporcional, proporcional derivatiu i proporcional integral s'utilitzen en aplicacions més crucials com ara control de pressió, cabal, força, velocitat, en moltes aplicacions química, i altres variables. A més, s'utilitza en reguladors de velocitat d'automòbils (control de creuer o cruise control), control d'ozó residual en tancs de contacte, etc.

5. Sintonització dels paràmetres del PID

L'objectiu de la configuració dels paràmetres PID és aconseguir que el bucle de control corregeixi eficaçment i en el mínim temps els efectes de les pertorbacions, s'ha d'aconseguir la mínima integral d'error. Si els paràmetres del controlador PID (el guany del proporcional, integral i derivatiu) es trien incorrectament, el procés a controlar pot ser inestable, per exemple, que la sortida d'aquest variï, amb canvi o sense, i acabar amb la saturació o ruptura mecànica.

Ajustar un llaç de control vol dir ajustar els paràmetres del sistema de control als valors òptims per a la resposta del sistema de control desitjada. El comportament òptim davant d'un canvi del sistema o canvi de la consigna varia depenent de l'aplicació. Generalment, es requereix estabilitat davant la resposta donada pel controlador, i aquest no ha d'oscil·lar davant cap combinació de les condicions del procés i canvi de consigna.

Alguns processos tenen un grau de no-linealitat i un conjunt de paràmetres que funcionen bé en condicions de càrrega màxima, però no funcionen quan el procés està en estat de "sense càrrega". Hi ha diversos mètodes per ajustar un llaç de PID. El mètode més efectiu generalment requereix el desenvolupament d'alguna forma del model emulat del sistema, llavors sintonitzar els valors de P, I i D basant-se en els paràmetres del model real. Els mètodes d'ajust manual poden ser molt ineficients. L'elecció d'un mètode dependrà de si el llaç pot ser "desconnectat" per ajustar-lo, i del temps de resposta del sistema. Si el sistema pot desconnectar, el millor mètode d'ajust sovint és el d'ajustar l'entrada,

mesurant la sortida en funció del temps, i amb aquesta resposta per determinar els paràmetres de control.

Si els paràmetres del controlador PID (els guanys dels termes proporcional, integral i derivativa) es trien de forma incorrecta, l'entrada del procés controlat pot ser inestable, és a dir, la seva producció s'allunya, amb l'oscil·lació o sense, i només està limitat per la saturació o el trencament mecànic. La inestabilitat és causada per l'excés de guany, sobretot en la presència d'un retard significatiu.

5.1. Mètodes de sintonització del PID

5.1.1. Ajust manual

El mètode sintonització manual consisteix en establir primer els valors de I i D a zero. A continuació, incrementem P fins que la sortida del llaç oscil·li. Després establim P a aproximadament la meitat del valor configurat prèviament. Seguidament incrementem I fins que el procés s'ajusti en el temps requerit (tot i que pujar molt I pot causar inestabilitat). Finalment, incrementem D, si es necessita, fins que el llaç sigui prou ràpid per arribar a la seva referència després d'una variació de la consigna.

Un llaç de PID molt ràpid arriba a la seva consigna de manera veloç. Alguns sistemes no són capaços d'acceptar aquest tret brusca, en aquests casos es requereix un altre llaç amb un P menor a la meitat del P del sistema de control anterior.

5.1.2. Mètodes de Ziegler-Nichols

Un altre mètode d'ajust es coneix formalment com el mètode de Ziegler-Nichols, presentat per John G. Ziegler i Nathaniel B. Nichols. Aquest mètode planteja unes regles per a determinar els valors dels guany proporcional K_p , del temps integral T_i i del temps derivatiu T_d . Com en el mètode anterior, el K_i i K_d s'inicialitzen a zero.

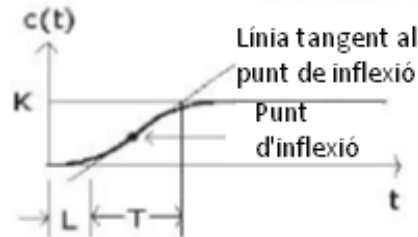
Existeixen 2 mètodes denominats regles de sintonització de Ziegler-Nichols:

5.1.2.1. Primer mètode

La resposta de la planta a un senyal d'entrada esglaió unitari s'obté de manera experimental. Si la planta no conté integradors ni pols dominants complexes conjugats, la corba de la resposta esglaió unitari tindrà forma de S (en cas de no tenir aquesta forma, aquest mètode no és pot aplicar). Aquestes corbes de la resposta esglaió es generen experimentalment o a partir d'una simulació dinàmica de la planta.

La corba en forma de S es caracteritza mitjançant dos paràmetres: el temps de retard L i la constant de temps T . -el temps de retard i la constant de temps es determinen dibuixant una recta tangent en el punt d'inflexió de la corba i

determinant les interseccions de aquesta tangent amb l'eix del temps i la línia $c(t)=K$, com s'observa en la següent imatge:



(Fig.A1.49) Representació senyal sortida

En aquest cas, la funció de transferència del sistema és de primer ordre amb un retard en el temps tal com:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K \cdot e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (5.46)$$

I els valors de K_p , T_i i T_d s'estableixen d'acord amb la següent taula:

Tipo de Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{KL}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{KL}$	$\frac{T}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{KL}$	2L	0.5L

Taula 2. Valors del paràmetres del controlador mètode 1

5.1.2.2. Segon mètode

Aquest mètode es realitza amb sistemes de laç tancat. Primer s'estableix $T_i = \infty$ i $T_d = 0$. Utilitzant només l'acció de control proporcional, s'incrementa K_p de 0 a un valor crític K_c on la sortida descriu oscil·lacions sostingudes (si la sortida no representa oscil·lacions sostingudes per qualsevol valor de K_p , llavors aquest mètode no es pot aplicar).

Pr tant, el guany crític K_c i el període P_c , que es el període de les oscil·lacions es determinen experimentalment. Ziegler-Nichols van subjerir que s'establissin els valor dels paràmetres del controlador d'acord amb la següent taula:

Tipo de Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5 K_c$	∞	0
PI	$0.45 K_c$	$\frac{1}{1.2} P_c$	0
PID	$0.6 K_c$	$0.5 P_c$	$0.125 P_c$

Taula 3. Valors del paràmetres del controlador mètode 2

ANNEX 2

CARACTERÍSTIQUES DE LA PLACA ARDUINO UNO

Arduino és una placa amb microcontrolador de la marca Atmel i amb tot el circuit de suport, que inclou, reguladors de tensió, un port USB (En els últims models, tot i que en l'original utilitzava port sèrie) connectat a un mòdul adaptador USB-Serie que permet programar el microcontrolador des de qualsevol PC còmodament i també fer proves de comunicació amb el propi chip.

Un Arduino disposa de 14 pins que poden configurar-se com a entrada o sortida i als que pot connectar-se qualsevol dispositiu que sigui capaç de transmetre o rebre senyals digitals de 0 i 5V.

També disposa de entrades i sortides analògiques. Mitjançant les quals pot obtenir dades de sensors en forma de variacions contínues d'una tensió. Les sortides analògiques solen utilitzar-se per enviar senyals de control en forma de senyals PWM.

Arduino UNO és la darrera versió de la placa, existeixen dues variants, la Arduino UNO convencional i la Arduino UNO SMD. L'única diferència entre ambdues és el tipus de microcontrolador que porten.

La primera imatge és un microcontrolador Atmega en format DIP i en la segona es tracta d'un microcontrolador en format SMD.



(Fig.A2.50) Micro. Atmega en format DIP (Fig.A2.51) Micro. En format SMD

Nosaltres ens hem decantat per la primera opció perquè ens permet programar el chip sobre la pròpia placa i després integra-ho en altres muntatges per si fos necessari.

1. Entrades i sortides

Cada un del 14 pins digitals es poden usar com a entrada o com a sortida. Funcionen a 5V, cada pin pot subministrar fins a 40mA. La intensitat màxima de entrada també seran els 40mA.

Cada un dels pins digitals disposa d'una resistència de pull-up interna d'entre 20k Ω i 50k Ω que està desconectada, si nosaltres no indiquem el contrari. Arduino també disposa de 6 pins d'entrada analògics que traslladen els senyals a un convertidor analògic/digital de 10 bits.

1.1. Pins d'entrada i sortida especials

- RX i TX: S'utilitzen per a transistors sèrie de senyals TTL.
- Interrupcions en el atmega. Les interrupcions poden disparar-se quan es troba un valor baix en aquestes entrades i amb flancs de pujada i baixada de l'entrada.
- PWM: Arduino disposa de 6 sortides destinades a la generació de senyals PWM de fins a 8 bits.
- SPI: Els pins 10, 11, 12 i 13 poden utilitzar-se per dur a terme comunicacions SPI, que permet traslladar informació full dúplex en un entorn Mestre/Esclau.
- I²C: Permet establir comunicacions a través d'un bus I²C. El bus I²C és un producte de Philips per interconnexió de sistemes integrats. Actualment es poden trobar una gran diversitat de dispositius que utilitzen aquesta interfície, des de pantalla LCD, memòries EEPROM, sensors...

1.2. Alimentació de la placa

Pot alimentar-se directament a través del propi cable USB o mitjançant una font d'alimentació externa, com pot ser un petit transformador o, per exemple una pila de 9V. Els límits estan entre els 6 i els 12V. Com a única restricció s'ha de saber que si la placa s'alimenta amb menys de 7V, la sortida del regulador de tensió a 5V pot ser menor a aquesta tensió i si es sobrepassen els 12V, probablement danyem la placa.

L'alimentació pot connectar-se mitjançant un connector de 2,1mm amb el positiu en el centre o directament als pins Vin i GND marcats sobre la placa. S'ha de tenir en compte que es pot mesurar la tensió present en el jack directament des de Vin. En el cas de que l'Arduino sigui alimentat a través del cable USB, aquest voltatge no podrà monitoritzar-se des d'aquí.

1.3. Especificacions de l'Arduino UNO.

Microcontrolador	ATmega328
Tensió de funcionament	5V
Tensió de entrada (recomenat)	7-12V

Tensió de entrada (límit inferior/superior)	6-20V
Pins digitals Entrada/Sortida	14 (dels quals 6 proporcionen sortida PWM)
Pins de entrada analògica	6
Corrent pels pins d'entrada/sortida	40 mA
Corrent para Pin 3.3V	50 mA
Memòria Flash	32 KB (ATmega328) dels quals s'utilitzen 0,5 KB pel gestor d'arrencada
SRAM	2 KB (ATmega328)
EEPROM	1 KB (ATmega328)
Velocitat del rellotge	16 MHz

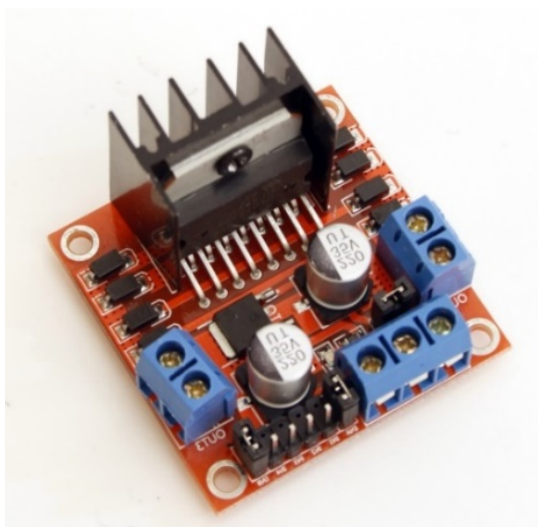
Taula 4. Especificacions Arduino UNO

ANNEX 3

ESPECIFICACIONS DISPOSITIUS DE LA PLANTA REAL

1. Driver del motor

El driver L298N és un dispositiu que permet controlar el sentit de funcionament de motors a una corrent de sortida per canal de fins a 2A. Aquest mòdul compta amb un dissipador de calor d'acord a les característiques d'aquest, que li permeten tenir un rendiment contra interferències excepcional.



(Fig.A3.52) Mòdul L298N per a control de motors

Pot treballar fins a un nivell de tensió d'entrada de 46V, tot i que per qüestions de seguretat es recomana usar nivells de tensió inferiors al valor límit. Pot arribar a controlar un motor pas a pas de dues i quatre fases, o dos motors de corrent contínua.

Aquest model inclou un regulador de tensió 78M05 per poder alimentar al dispositiu, però en cas de superar els 12V, es suggereix usar una font d'alimentació externa de 5V com a font digital i treure el jumper de 12V. Aquest mòdul ofereix una gran capacitat de filtratge de soroll, compta amb un díode de protecció contra corrent inversa, que fan que el seu funcionament sigui més fiable i estable.

1.1. Característiques tècniques del dispositiu

Nom driver	L298/ Doble Pont H
Interfície de potència	7V~46V
Corrent màxima	2A per canal
Voltatge de control	5V
Nivell d'entrada de senyal de control	· Nivell alt: $2.3V \leq V_{in} \leq V_{ss}$ · Nivell baix: $-0.3V \leq V_{in} \leq 1.5 V$

Corrent de control	36mA
Potència de sortida	25W
Llums indicadors	Encès, control, direcció
Temperatura d'operació	-20°C~+135°C

Taula 5. Característiques del driver

En cas d'haver utilitzar els pins d'entrada ENA, EN1 i EN2 la taula de veritat del motor que tenim connectat al driver seria la següent:

ENA	EN 1	EN 2	Descripció
0	N / A	N / A	Motor A està apagat
1	0	0	Motor A s'atura (frenant)
1	0	1	El motor A està engegat i gira en un sentit
1	1	0	Motor A està engegat i gira en l'altre sentit
1	1	1	Motor A s'atura (frenant)

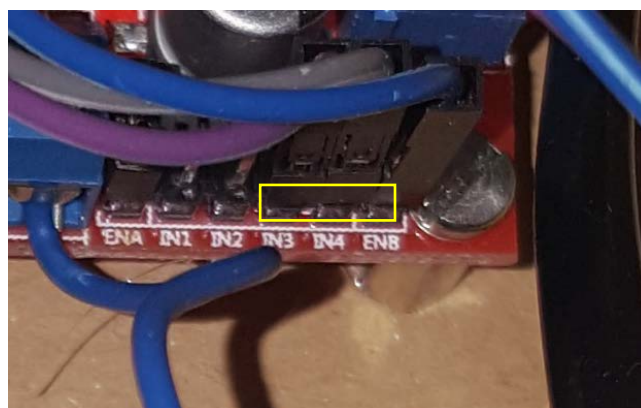
Taula 6. Taula de veritat del motor A

Per altra banda, en cas d'haver utilitzar els pins d'entrada ENB, EN3 i EN4 la taula de veritat del motor que tenim connectat al driver seria aquesta altra:

ENB	IN3	IN4	Descripció
0	N / A	N / A	Motor B está apagado
1	0	0	Se detiene el motor B (frenado)
1	0	1	Motor B está encendido y da vuelta al revés
1	1	0	Motor B está en torneado y hacia delante
1	1	1	se detiene el motor B (frenado)

Taula 7. Taula de veritat del motor B

En el nostre prototip tenim el cas del motor B degut als pins elegits, com s'observa en la següent imatge:



(Fig.A3.53). Fotografia de les entrades PWM del driver

2. Potenciòmetre

El potenciòmetre elegit és un model d'eix aïllat d'encaix a pressió de 9mm de la marca Alps i de la sèrie RK09K. Aquests models son ideals pel disseny de kits d'alta densitat i estan disponibles en diferents direccions de muntatge, tant horitzontal com vertical.



(Fig.A3.54) Fotografies del potenciòmetre escollit

2.1. Característiques del potenciòmetre RK09K

És un tipus de potenciòmetre compacte amb un ample de 9.8mm.

Direcció de muntatge	vertical i horitzontal
Angle de rotació total	280°
Eix	de tipus pla
Resistència màxima	10kΩ
Número de voltes	1
Tipus de muntatge	Orifici passant
Tipus de potenciòmetre	Lineal
Diàmetre de l'eix	6 mm
Diàmetre de l'orifici de muntatge	1 mm
Potència nominal	0.05W
Estil del terminal	Pin
Tolerància	±20%
Sèrie	RK09K
Longitud	9.8 mm
Profunditat	6.8 mm
Màxima temperatura de funcionament	+70°C
Mínima temperatura de funcionament	-10°C

Taula 8. Taula de característiques del potenciòmetre

3. Font d'alimentació

El model de font d'alimentació elegit és el FAC-662B. Es tracta de una font doble, regulable, estabilitzada i protegida contra sobretensions, sobrecàrregues i

curtcircuits. Disposa d'una sortida auxiliar, fixa de 5V/2A. Les dues sortides principals S1 i S2 poden utilitzar-se com a dues fonts independents o connectar-se en sèrie, en paral·lel o com a una font doble simètrica (tracking), simplement accionant el polsador apropiat en el panell frontal.

Un voltímetre i un amperímetre digitals, commutables per separat a cada una de les sortides principals permeten controlar les magnituds desitjades. Cada una de les sortides principals poden actuar:

- Com a font de tensió, amb una sortida ajustable de forma contínua, entre 0 i 30V, mitjançant dos controls, el gruixut i el fi, per millorar la resolució. Com podem observar a la (Fig.A3.55).
- Com a font de corrent, amb una sortida ajustable de forma contínua, entre 0 i 1A.



(Fig.A3.55) Fotografia de la font de tensió FAC-662B PROMAX

3.1. Característiques de la font d'alimentació

SORTIDES PRINCIPALS	
Mode independent	0 a 30V/0 a 1A cada una
Mode paral·lel	0 a 30V/0 a 2A
Mode sèrie	0 a 60V/0 a 1A
Mode track	0 a $\pm 30V$ /0 a 1A
Resistència interna	6 m Ω (1kHz) i 10 m Ω (10kHz)
Variació amb la càrrega (0 a 100%)	
Tensió constant	<1.5mV
Corrent constant	<3mA
Variació amb la xarxa ($\pm 10\%$)	
Tensió constant	<1mV

Corrent constant	<2mA
Temps de recuperació	<50µs
Soroll	
Tensió constant	<500µV rms
Corrent constant	<2mA rms
Coeficient de temperatura	<0.01% °C
Diferència entre tensions simètriques (mode track)	<1%
Instruments de mesura digitals	
Precisió	±0.1% ±1 dígit
Resolució voltímetre	0.1V (3dígit)
Resolució amperímetre	0.01A (3dígit)
SORTIDA AUXILIAR	
Tensió de sortida	5V
Intensitat nominal	2A màx
Variació amb la càrrega (0 a 100%)	<2%
Variació amb la xarxa (±10%)	<0.1%
Soroll	<500µV rms
ALIMENTACIÓ	
Tensió de la xarxa	AC 110-125-220V ± 10% / 50-60 Hz 230V, -6% / 50-60 Hz 240V, +10% / 50-60 Hz
Consum	145W
CARACTERÍSTIQUES MECÀNIQUES	
Dimensions	Al.185 x A.210 x P.280 mm
Pes	6.6kg

Taula 9. Taula de especificacions de la font de tensió

4. Conjunt hèlix-motor

El conjunt de l'hèlix i el motor s'encarrega de produir la força necessària per canviar la posició del sistema provocant un parell respecte l'eix de rotació en un extrem de la barra basculant.

S'ha utilitzat un motor de corrent continua amb una tensió màxima de 12V amb dos connectors i una hèlix de plàstic amb una dimensió característica de diàmetre 14cm. Seguidament tenim les imatges corresponents a ambdós components.



(Fig.A3.56) Motor 12V DC



(Fig.A3.57) Hèlix DJI plàstic

4.1. Hèlix

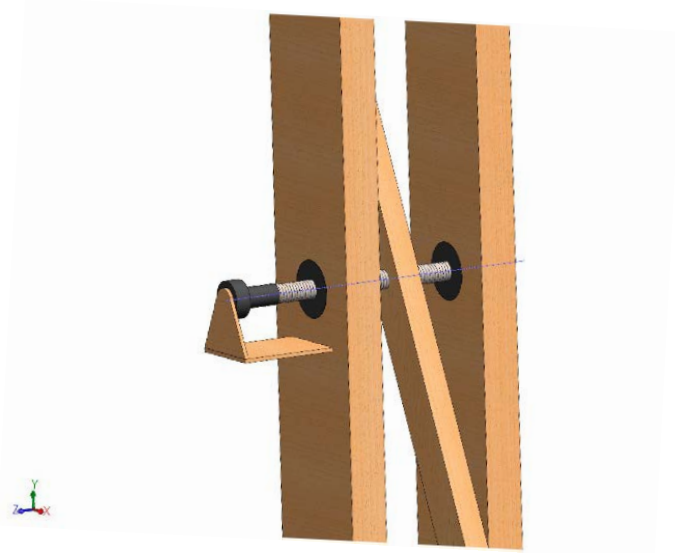
Es tracta d'una hèlix del fabricant DJI per a us en quadcopters. L'orifici central és de 8mm, l'amplada de les pales és de 2cm i el diàmetre total és de 14cm. L'estructura interna del material s'ha optimitzat per evitar concentració d'esforços i es tracta d'un material ultra resistent que no es romp superades les 17000rpm. A més a més el disseny permet aconseguir el menor moment d'inèrcia amb la mateixa quantitat de material, fet que la fa més adequada per a sistemes de variis rotors.

4.2. Motor

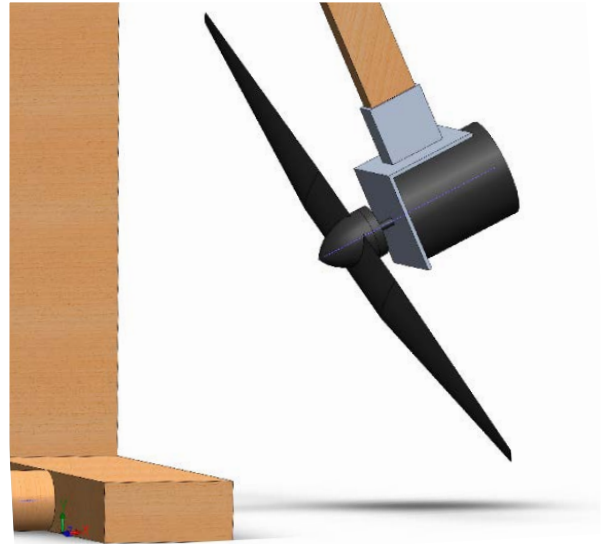
Tenim un motor de continua que no és òptim per a aplicacions de aeromodelisme degut al seu pes i poca potència però gràcies al contrapès pot generar la força suficient per generar el moviment que volem estudiar del nostre sistema. Les seves característiques principals es troben recollides en la següent taula:

Tensió	
Tensió d'operació	6-24V
Tensió nominal	12V
Sense càrrega	
velocitat	11500rpm
corrent	0.18A
En cas de rendiment màxim	
Velocitat	8768rpm
Corrent	0.726A
Torsió	62.5gcm
Potència de sortida	5.617W
Potència efectiva	59.58%
Torsió màxima	307.8gcm

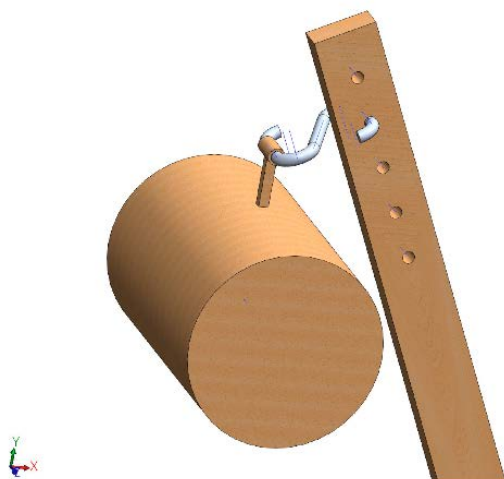
Taula 10. Especificacions motor

ANNEX 4**MODEL DE PLANTA BALANCÍ-MOTOR-HÈLIX****1. Detalls disseny 3D**

(Fig.A4.58) Detall potenciòmetre motor i rodaments de l'eix

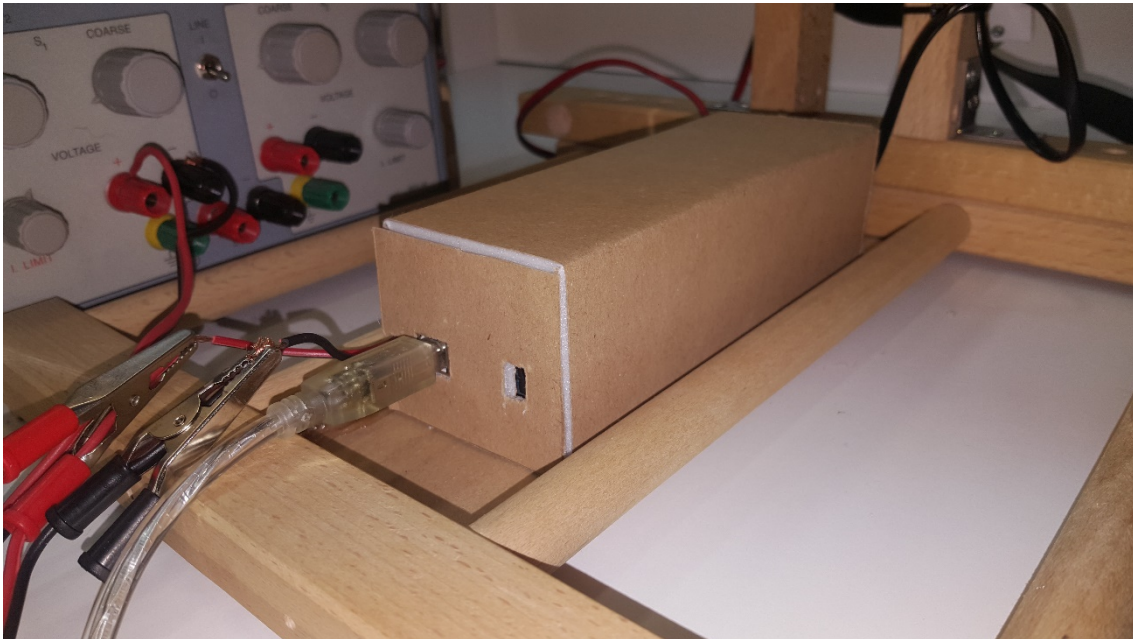


(Fig.A4.59) Detall hèlix-motor

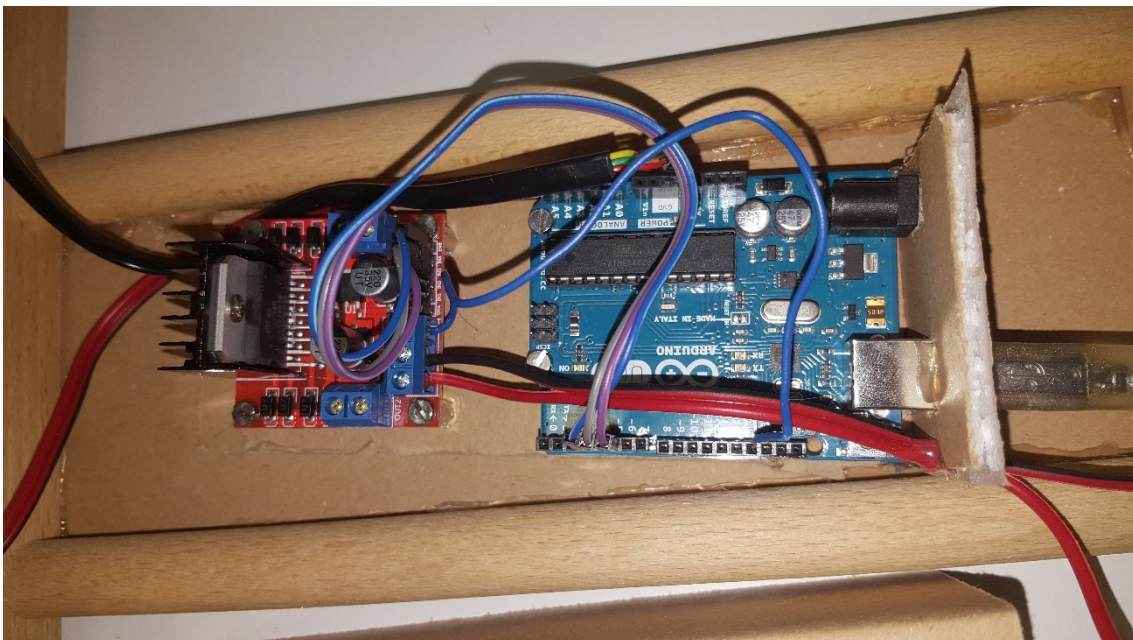


(Fig.A4.60) Detall del contrapès

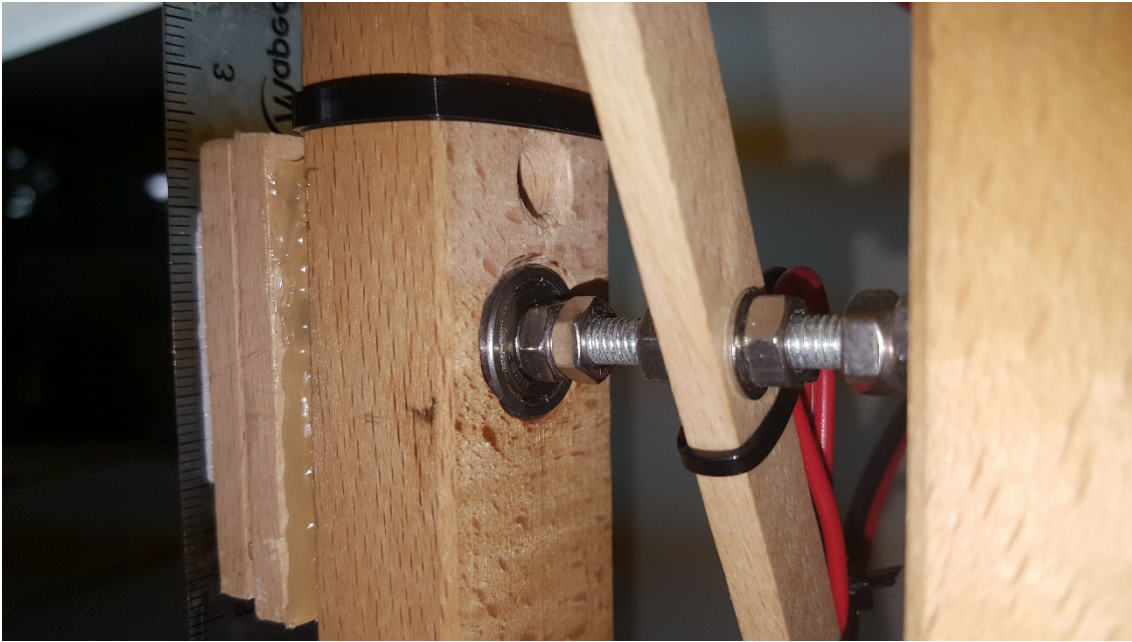
2. Fotografies planta real



(Fig.A4.61) Encapsulat del driver i Arduino



(Fig.A4.62) Connexions plaques Arduino i driver del motor



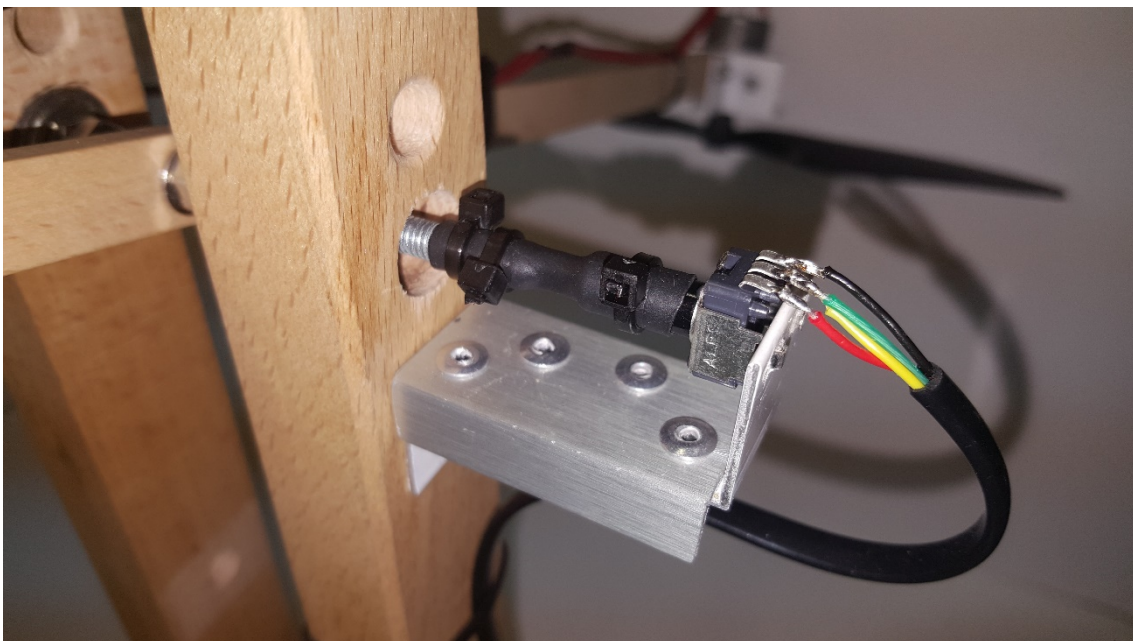
(Fig.A4.63) Rodaments i eix de rotació



(Fig.A4.64) Conjunt hèlix motor

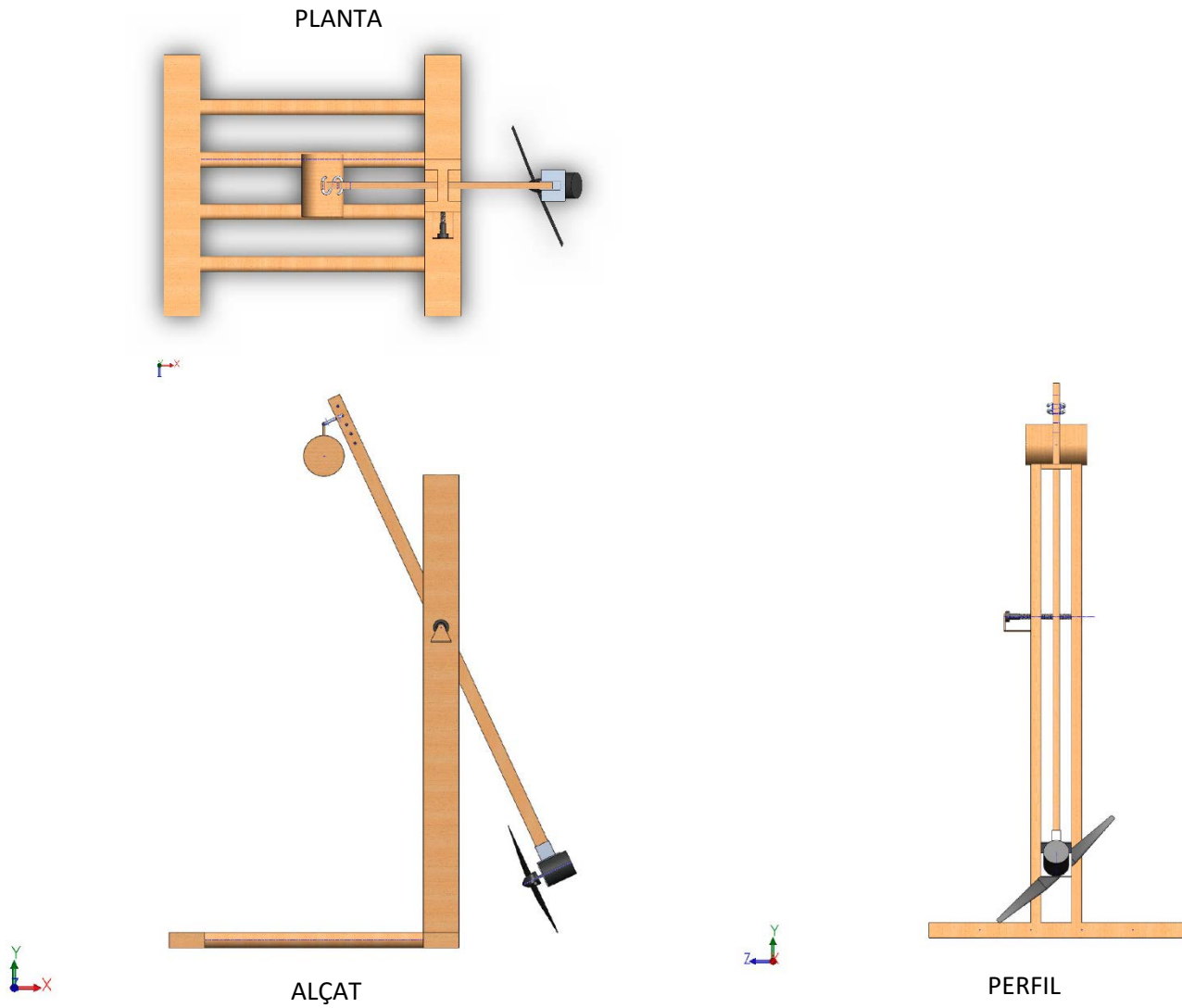


(Fig.A4.65) Contrapès



(Fig.A4.66) Potenciòmetre

3. Vistes del disseny 3D del prototip



(Fig.A4.67) Vistes del disseny de balanci

